

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA – INSTRUMENTACIÓN

REFLEXIÓN DE PULSOS ULTRACORTOS EN ESPEJOS CÓNCAVOS

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE: MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA: SERGIO ANAYA VERA

TUTORA: DRA. MARTHA ROSETE AGUILAR, CCADET

MÉXICO, D. F. FEBRERO 2013

Jurado:

Presidente:	Dr. Roberto Ortega Martínez	
Secretario:	Dr. José Rufino Díaz Uribe	
Vocal:	Dra. Martha Rosete Aguilar	
1^{er} Suplente:	Dr. Jesús Garduño Mejía	
2^{o} Suplente:	Dr. Miguel García Rocha	

Lugar donde se realizó la tesis:

Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET)de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM).

Tutora de la tesis:

Dra. Martha Rosete Aguilar.

A mis padres: María Cielo y José A mis hermanos: Imelda, José Luis, Arturo y Fanny A mi pequeña sobrina: Rosa Isela A mi gran apoyo, desde hace tanto tiempo: Florecita "Sentir gratitud y no expresarla es como envolver un regalo y no darlo."

- William Arthur Ward

Agradecimientos

Quiero dar gracias a Dios por la vida, y todo lo que hay en ella.

Les doy gracias a mis padres, y a mis hermanos, que siguen apoyándome en esto.

A la UNAM, mi *alma matter*, que ha sido mi segunda casa desde hace tanto tiempo, donde tuve la oprtunidad de cursar esta maestría, y por los nuevos amigos que hice, mis compañeros de generación. En el CCADET he estado laborando desde hace algunos años, incluyendo este tiempo de la maestría, agradezco a todas las personas que me han recibido y apoyado.

Agradezco a mis sinodales, la Dra. Martha Rosete, el Dr. Roberto Ortega Martínez, el Dr. José Rufino Díaz Uribe, el Dr. Miguel García Rocha y el Dr. Jesús Garduño Mejía, quienes aceptaron amablemente revisar este trabajo, y aportar sus comentarios y opiniones; y posteriormente ser jurados en el examen de defensa.

A la Dra. Martha le agradezco haber dirigido este trabajo y haberme dado un espacio para trabajar.

Tambien quiero agradecer al Dr. Neil Bruce, que también me ayudó durante el desarrollo de la tesis.

Te doy gracias Florecita, porque desde que empecé me estuviste apoyando y dando ánimos para seguir adelante, a pesar de que tu estancia en este centro terminó antes que la mía y nos hemos visto cada vez menos, nunca dejaste de estar conmigo.

Agradezco a CONACYT por el apoyo económico brindado durante la maestría. También al proyecto PAPIIT No. IN104112-3, por el apoyo otorgado para la conclusión de la maestría y del trabajo de tesis.

Un agradecimiento tambien a todas las personas que han puesto tutoriales, ayudas y demás cosas en internet, para utilizar *Matlab* y LAT_EX.

Y gracias tambien a quienes de alguna forma me han ayudado, me han dicho alguna palabra de aliento, o simplemente han aportado algo a mi vida.

¡Gracias... totales!

Índice general

Introducción V					
1.	Inci	dencia de un haz monocromático sobre un espejo. 1			
	1.1.	Campo eléctrico de un haz monocromático			
	1.2.	Simulación del haz monocromático			
	1.3.	Haz con iluminación uniforme			
	1.4.	Comparación de los tipos de iluminación $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 18$			
2.	2. Pulsos ultracortos.				
	2.1.	Campo eléctrico de un pulso ultracorto			
	2.2.	Pulsos con la aproximación $k = k_0 \dots \dots$			
		2.2.1. Iluminación Gaussiana			
		2.2.2. Iluminación uniforme			
	2.3.	Pulsos sin la aproximación del número de onda			
		2.3.1. Iluminación Gaussiana.			
		2.3.2. Iluminación uniforme			
	2.4.	Comparación del tipo de iluminación			
3.	3 Aberraciones				
	3.1	3.1 Coeficientes de Seidel			
	3.2	Pulsos con la aproximación $k = k_0$ 82			
	0.2.	3 2 1 Iluminación Gaussiana 82			
		3.2.2 Resultados 107			
		3.2.3 Iluminación uniforme			
		3.2.4 Resultados 134			
	22	Pulsos sin la aprovimación del número de onda 136			
	0.0.	3 3 1 Iluminación Gaussiana 136			
		3.3.2 Regultades 161			
		$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$			
		2.2.4 Degultedeg			
		5.5.4. Resultados			
Co	Conclusiones 190				

Conclusiones

Introducción

Los láseres pulsados tienen aplicaciones industriales y en el área de investigación, su uso en la ciencia incluye femtoquímica, deposito de películas delgadas por ablación, entre otros.

Los espejos esféricos tienen aplicaciones como en telescopios, o formando cavidades resonantes para láseres.

La caracterización de pulsos de femtosegundos $(10^{-9}s)$, lleva al desarrollo y mejoramiento de técnicas de medición. La rapidéz de estos eventos supera la capacidad de los elementos de medición electrónicos, por lo que ha sido necesario desarrollar técnicas ópticas, de tal modo que, para medir pulsos ultra-rápidos, no es necesario tener equipo de medición ultra-rápido.

El laboratorio de pulsos ultracortos del Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET) de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), cuenta con un láser comercial de pulsos ultracortos, que produce pulsos con una duración de aproximadamente 200 femtosegundos (fs) para una longitud de onda portadora de 810nm y con una tasa de repetición de 76MHz. Además se encuentra en construcción otro láser pulsado, cuyos pulsos tendrán una duración de 20fs en la misma longitud de onda y aproximadamente la misma tasa de repetición.

Los espejos esféricos son piezas fundamentales dentro de la cavidad resonante de los láseres, pero tambien se utilizan fuera de la cavidad para enfocar los pulsos.

Si el haz pulsado que incide sobre el espejo hace un ángulo diferente de cero, se producen aberraciones monocromáticas, como son la aberración esférica, la coma, el astigmatismo y la curvatura de campo.

En este trabajo se hará el modelado de los espejos y el análisis de los pulsos al reflejarse por los espejos, así como el efecto que en ellos tienen las aberraciones. Se hará el análisis teórico de pulsos con duraciones entre 2.7fs y 200fs. La duración de 2.7fs es la duración teórica más corta que puede tener un pulso sin *chirp* (variación de la frecuencia de la onda portadora con el tiempo), con una longitud de onda de la portadora de 810nm, y la de 200fs corresponde a la duración de los pulsos que actualmente se generan en el laboratorio de pulsos ultracortos del *CCADET*.

Se obtendrá el campo eléctrico del pulso en la región focal de espejos esféricos, usando la teoría escalar de la difracción, la cual es válida para sistemas ópticos de abertura numérica pequeña. Las aproximaciones más importantes que se hacen son que el haz que incide en el espejo es un haz colimado y los pulsos que conforman el haz tienen una modulación Gaussiana de la amplitud de las frecuencias. Dentro del modelo se considerará iluminación uniforme y Gaussiana sobre la superficie del espejo. Se hará el análisis de dos casos: primero, con la suposición de que el ancho de banda de frecuencias del pulso es mucho menor que la frecuencia de la portadora. Esta aproximación es válida para pulsos con duraciones de hasta 20 fs con una portadora de 810nm; y segundo, se hará el cálculo sin esta aproximación.

Como primera aproximación, se modelarán espejos esféricos ideales, es decir, que no producen aberraciones en el haz reflejado. Posteriormente se modelará el espejo tomando en cuenta las aberraciones monocromáticas, este caso es precisamente lo que ocurre dentro de la cavidad resonante del láser, pues el haz no incide normalmente sobre la superficie del espejo, o en aplicaciones donde se utilicen espejos para enfocar el haz pulsado.

Se escribirá un programa en *Matlab* para modelar los espejos y comparar los resultados cuando se hace la aproximación $k = k_0$ y cuando no se hace.

Este trabajo también es útil en otras aplicaciones en las que se usan los espejos fuera de la cavidad para enfocar o manipular el haz. La ventaja de usar espejos para enfocar el haz consiste en que no introducen dispersión de velocidad de grupo (GVD, por sus siglas en inglés), ni diferencia del tiempo de propagación, (PTD), en el pulso reflejado. La GVD es un efecto ocasionado por la dispersión de los materiales que genera un ensanchamiento temporal del pulso, por lo que para pulsos por debajo de 20fs es recomendable usar espejos en lugar de lentes para enfocar el haz.

Capítulo 1

Incidencia de un haz monocromático sobre un espejo.

1.1. Campo eléctrico de un haz monocromático.

En la teoría de difracción escalar de Fresnel, la amplitud del campo eléctrico para un haz monocromático que se propaga en dirección z, a través de un sistema óptico, está dada por:

$$U(x_2, y_2, z) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp\left[ikz\right]}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_i(x_1, y_1) \times \\ \exp\left[\frac{ik}{2z} \left(\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2\right)\right] dx_1 dy_1$$
(1.1)

Donde x_1 , y_1 son las coordenadas del plano de la pupila de salida del sistema óptico, x_2 , y_2 son las coordenadas del plano de observación, u_i es el campo eléctrico del haz incidente, y puede contener información como la función de pupila, $P(x_1, y_1)$, el tipo de iluminación incidente $U_0(x_1, y_1)$, el cambio de fase introducido por el sistema óptico; la aberración producida por el sistema óptico $\Theta(x_1, y_1)$; k es el número de onda cuando el haz se propaga en el aire [7]. En este trabajo se hace la aproximación de que $n \cong 1$.

En este trabajo se analizarán los efectos producidos por un espejo. Para eso se calcula el cambio de fase que introduce el espejo. Como primera aproximación se considerará un espejo esférico, además como un reflector perfecto, es decir, refleja perfectamente todas las frecuencias incidentes. La pupila está localizada sobre el espejo, y es de forma circular.

En la figura 1.1 se muestra la superficie del espejo, sobre la cual incide un rayo en el punto con coordenadas (x, y) que se propaga de izquierda a derecha, entonces el cambio de fase está dado por:



Figura 1.1: Superficie del espejo y sus parámetros.

$$\Delta\phi(x,y) \cong 2nk\Delta(x,y)$$

Donde n es el índice de refracción del medio donde se propaga la onda, en este caso es aire, entonces $n \cong 1$; k es el número de onda del haz propagándose en el aire.

$$\Delta(x,y) = \Delta_0 - R + \left(R^2 - (x^2 + y^2)\right)^{1/2}$$
$$\Delta\phi(x,y) = 2k \left[\Delta_0 - R + \left(R^2 - (x^2 + y^2)\right)^{1/2}\right]$$
$$= 2k \left[\Delta_0 - R \left(1 - \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{R^2}\right)^{1/2}\right)\right]$$

Suponiendo $x, y \ll R$, es decir, la aproximación paraxial:

$$\Delta\phi(x,y) = 2k \left[\Delta_0 - R \left(1 - \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{2R^2} \right) \right) \right]$$
$$= 2k \left[\Delta_0 + R \left(\frac{x^2 + y^2}{2R^2} \right) \right]$$

$$=2k\left[\Delta_0+(x^2+y^2)\left(\frac{1}{2R}\right)\right]$$

El foco de un espejo se calcula como $f = -\frac{R}{2}$, y se sustituye:

$$\Delta\phi(x,y) = k \left[2\Delta_0 - \frac{x^2 + y^2}{2} \frac{1}{f} \right]$$

El cambio de fase producido por el espejo, está representado por la ecuación (1.2).

$$\Phi(x,y) = e^{i\Delta\phi(x,y)} \tag{1.2}$$

Es decir,

$$\Phi(x,y) = e^{i2k\Delta_0} \cdot e^{-ik\left[\frac{x^2+y^2}{2}\right]\frac{1}{f}}$$

Si se toma la aproximación de "espejo delgado", es decir $\Delta_0 \approx 0$:

$$\Phi(x,y) = \exp\left[-ik\left(\frac{x^2+y^2}{2}\right)\frac{1}{f}\right]$$
(1.3)

Así el campo reflejado, U', se expresa como el campo incidente U, modificado por una fase Φ , producida por el espejo:

$$U' = \Phi(x, y)U(x, y)$$

Las ecuaciones que se obtienen en este trabajo no tienen solución analítica, entonces se resolverán numéricamente. Para esto se escribió un programa de cómputo en *Matlab*, donde las integrales se resuelven por el método de la suma de rectángulos (o sumas de Riemann) [3]. *Matlab* trabaja con vectores y matrices, es decir, un intervalo de integración se define como un vector, con cierto número de elementos, este número de elementos es equivalente al número de particiones en la suma de rectángulos.

Entonces para cada integrando se define un vector con los valores que tomará, por esto se definirán vectores para cada elemento que se integra, es decir, habrá un vector para cada una de las coordenadas espaciales, y un vector de tiempo, así como un vector con los valores de frecuencias.

1.2. Simulación del haz monocromático.

En esta sección se calcula el patrón de difracción de Fresnel, generado por un espejo con una abertura circular. Suponemos que incide sobre el espejo un haz monocromático con frente de onda plano.

Iniciaremos la descripción analizando la difracción generada por una abertura circular y después se irán agregando los términos que describen el haz incidente, esto es, el tipo de iluminación, Gaussiana o uniforme; la incidencia normal o no-normal y el cambio de fase producido por el espejo esférico.

Se utilizarán los datos del espejo TLM1-800-0-0537-0.10CC del catálogo de CVI Melles-Griot [15], que se utiliza dentro de la cavidad láser, y se considerará que la pupila está localizada en el espejo; este espejo tiene un diámetro de 12.7mm, y un radio de curvatura R de 10cm, entonces su distancia focal es f = 5cm; el primer paso en este ejercicio será considerar un diafragma de diámetro D = 12.7mm, como se muestra en la figura 1.2.



Figura 1.2: Abertura circular.

Para iniciar la simulación, en el programa se define una sección cuadrada centrada en cero, que va de -7.5 a 7.5 en ambos ejes, las unidades son milímetros; sobre esta área se superpone una función de pupila definida como:

$$P(x_1, y_1) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1^2 + y_1^2 \le \rho^2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$
(1.4)

Donde ρ es el radio de la pupila. Sobre este sistema se hace incidir un haz colimado, con un frente de onda plano; este haz monocromático tiene una longitud de onda $\lambda = 810nm$. En la figura 1.3 se muestra un esquema del sistema, el diafragma se encuentra en el plano de la pupila, con coordenadas (x_1, y_1) , y la pantalla se encuentra en el plano de observación con coordenadas (x_2, y_2) .

Para describir el campo en el plano de observación, se hace el análisis de difracción de Fresnel de la pupila, dado por la ecuación (1.1)[1].



Figura 1.3: Un haz colimado incide sobre el diafragma, y en la pantalla se forma el patrón de difracción de Fresnel.

$$U(x_2, y_2, z) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp\left[ikz\right]}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_i(x_1, y_1) \times \\ \exp\left[\frac{ik}{2z} \left(\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2\right)\right] dx_1 dy_1$$

Donde u_i contiene la información de la iluminación, la abertura y la fase incidente. La primera exponencial representa un frente de onda esférico. Suponiendo que el haz colimado incide sobre la abertura circular, dada por la ecuación (1.4), el campo a una distancia z de la abertura está dada por:

$$U(x_2, y_2, z) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp\left[ikz\right]}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \times \\ \exp\left[\frac{ik}{2z} \left(\left(x_2 - x_1\right)^2 + \left(y_2 - y_1\right)^2\right)\right] dx_1 dy_1$$
(1.5)

Las ecuaciones que se obtienen en este trabajo describen la amplitud del campo, sin embargo, en un experimento real, lo que se mide es la intensidad incidente sobre un detector, entonces las gráficas serán de intensidad. La relación entre la amplitud del campo, y la intensidad esta dada por:

$$I(r) \cong |U(r)|^2 \tag{1.6}$$

Ahora se introducirá el término que describe el perfil de intensidad del haz incidente. Inicialmente se suponía un haz con frente de onda plano y con un perfil de intensidad uniforme, el término que se introduce ahora, describe un haz con frente de onda plano y con un perfil de intensidad Gaussiana, dado por la ecuación:

$$A(w) = A_0 \exp\left[-\frac{x_1^2 + y_1^2}{2w^2}\right]$$
(1.7)

En esta ecuación, A_0 es la amplitud inicial del campo, w es el semi-ancho de la gaussiana cuando la amplitud del campo cae a $1/\sqrt{e}$.

En la figura (1.4) se muestra la gráfica de una curva gaussiana, en esta gráfica se mide el semi-ancho w, cuando la amplitud del campo cae a $1/\sqrt{e}$, la amplitud está normalizada.



Figura 1.4: Semi-ancho de la gaussiana cuando el campo cae a $1/\sqrt{e}$.

Como ya se mencionó antes, al hacer el cuadrado del valor absoluto de la amplitud del campo, se obtiene el perfil de la intensidad; cuando el perfil de amplitud es una Gaussiana, el de intensidad vuelve a ser una Gaussiana, con un ancho menor que la del campo; en la figura (1.5) se muestra la gráfica del campo en línea continua y la de intensidad en línea punteada.



Figura 1.5: Campo incidente, y su intensidad.

Sustituyendo la ecuación (1.7) en la ecuación (1.5) se obtiene:

$$U(x_{2}, y_{2}, z) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp\left[ikz\right]}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_{1}, y_{1})A_{0} \exp\left[-\frac{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \times \\ \exp\left[\frac{ik}{2z} \left(\left(x_{2} - x_{1}\right)^{2} + \left(y_{2} - y_{1}\right)^{2}\right)\right] dx_{1} dy_{1}$$
(1.8)

La ecuación (1.8) y en general, todas las que se obtienen en este trabajo no se pueden resolver analíticamente, por eso se resolverán numéricamente las integrales. Se utilizará el método de integración por rectángulos [3], para esto se escribirá un programa en *Matlab* para hacer los cálculos y obtener las gráficas correspondientes.

Tomando una amplitud $A_0 = 1$, el semi-ancho del haz del laser, w = 6mm, la función de pupila dada por la ecuación (1.4) con un radio $\rho = 6.35mm$, la longitud de onda $\lambda = 810nm$, y el plano de observación a una distancia z = 5cm se calcula numéricamente el campo dado por la ecuación (1.8), y posteriormente la intensidad con la ecuación 1.6, con lo que se obtiene la gráfica de la figura (1.6).



Figura 1.6: Patrón de difracción de Fresnel de una abertura circular, para un haz incidente con perfil de intensidad Gaussiano.

Ahora se considerará la fase producida por el espejo esférico, dada por la ecuación (1.3):

$$\Phi(x_1, y_1) = \exp\left[-\frac{ik}{2f}(x_1^2 + y_1^2)\right]$$

Al introducir este término de fase, la ecuación del campo en la región focal del espejo queda:

$$U(x_2, y_2, z) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp[ikz]}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \exp\left[-\frac{x_1^2 + y_1^2}{2w^2}\right] \times$$

7

$$\exp\left[-\frac{ik}{f}\frac{x_1^2+y_1^2}{2}\right]\exp\left[\frac{ik}{2z}\left((x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2\right)\right]dx_1dy_1$$
(1.9)

Al graficar la ecuación (1.9) tomando la posición z a la mitad de la distancia focal, y al doble de esta distancia, se obtienen los patrones de difracción de Fresnel antes, figura (1.7a), y después, figura (1.7b), del plano focal.



Figura 1.7: El plano de observación en posiciones distintas al plano focal.

Se agregará un término de incidencia no normal a la ecuación del campo, esto es, cuando el haz incide sobre el espejo con un ángulo, ψ_i diferente de 0°, medido respecto al eje óptico del espejo:

$$f(\psi_i) = \exp\left[ikx_1 \operatorname{sen}(\psi_i)\right] \tag{1.10}$$

Entonces la ecuación del campo eléctrico, incluyendo el término de incidencia no normal, está dada por:

$$U(x_{2}, y_{2}, z) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp\left[ikz\right]}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_{1}, y_{1}) \times \\ \exp\left[-\frac{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \exp\left[ikx_{1} \operatorname{sen}(\psi_{i})\right] \times \\ \exp\left[-\frac{ik}{f} \frac{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}}{2}\right] \exp\left[\frac{ik}{2z} \left((x_{2} - x_{1})^{2} + (y_{2} - y_{1})^{2}\right)\right] dx_{1} dy_{1} \qquad (1.11)$$

Se hace álgebra con la ecuación (1.11), para reacomodar términos y simplificar; desarrollando los cuadrados de la última exponencial de la integral:

$$\exp\left[\frac{ik}{2z}\Big((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\Big)\right] = \\\exp\left[\frac{ik}{2z}\Big((x_1^2 + x_2^2) - 2(x_1x_2) - 2(y_1y_2) + (y_1^2 + y_2^2)\Big)\right] =$$

8

$$\exp\left[\frac{ik}{2z}(x_1^2+y_1^2)\right]\exp\left[\frac{ik}{2z}(x_2^2+y_2^2)\right]\exp\left[-\frac{ik}{z}(x_1x_2+y_1y_2)\right]$$

Multiplicando por la tercera exponencial dentro de la integral de la ecuación (1.11):

$$\exp\left[\frac{ik}{2z}(x_{1}^{2}+y_{1}^{2})\right]\exp\left[\frac{ik}{2z}(x_{2}^{2}+y_{2}^{2})\right]\exp\left[\frac{-ik}{z}(x_{1}x_{2}+y_{1}y_{2})\right]\exp\left[\frac{-ik}{2f}(x_{1}^{2}+y_{1}^{2})\right] = \\\exp\left[\frac{-ik}{2}(x_{1}^{2}+y_{1}^{2})\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right]\exp\left[\frac{ik}{2z}(x_{2}^{2}+y_{2}^{2})\right]\exp\left[\frac{-ik}{z}(x_{1}x_{2}+y_{1}y_{2})\right] \\$$
Estos términos se sustituyon en la equación (1.11):

Estos términos se sustituyen en la ecuación (1.11):

$$U(x_{2}, y_{2}, z) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp[ikz]}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_{1}, y_{1}) \times \exp\left[-\frac{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \exp[ikx_{1} \operatorname{sen}(\psi_{i})] \exp\left[\frac{-ik}{2} \left(x_{1}^{2} + y_{1}^{2}\right) \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right)\right] \times \exp\left[\frac{ik}{2z} \left(x_{2}^{2} + y_{2}^{2}\right)\right] \exp\left[\frac{-ik}{z} \left(x_{1}x_{2} + y_{1}y_{2}\right)\right] dx_{1} dy_{1}$$
(1.12)

Cuando el haz incide en el espejo con cualquier ángulo ψ_i diferente de 0°, el haz se enfoca en un punto f', localizado a una altura h con respecto al eje óptico, sobre el plano focal.

En la figura (1.8) se muestra el trazo de rayos de un haz colimado que incide sobre el espejo haciendo un ángulo $\psi_i \neq 0^\circ$, con respecto al eje óptico.



Figura 1.8: Haz con incidencia no normal ($\psi_i \neq 0^\circ$)

Para calcular la distancia h que hay entre los puntos f y f', se toma el triángulo formado por los puntos f, f' y el vértice del espejo, figura (1.8b), además se conocen los ángulos internos del triángulo, entonces la posición del foco desplazado se puede calcular con la ley de los senos:

$$\frac{h}{\operatorname{sen}(\psi_i)} = \frac{f}{\operatorname{sen}(\pi/2 - \psi_i)} = \frac{f}{\cos(\psi_i)}$$

Despejando h:

$$h = f \times \frac{\operatorname{sen}(\psi_i)}{\cos(\psi_i)} = f \times \tan(\psi_i)$$
(1.13)

Las variables de esta ecuación son conocidas, el foco f del espejo vale 0.05m, se tomarán distintos valores de ψ_i , con estos valores se puede calcular la posición del foco, para cada ángulo de incidencia. En la tabla (1.1) se muestra la posición del foco desplazado, para tres distintos ángulos de incidencia.

ψ_i	Altura $h(m)$	$h(\mu m)$
3.00°	2620.39×10^{-6}	2620.39
5.00°	4374.43×10^{-6}	4374.43
8.00°	7027.04×10^{-6}	7027.04

Tabla 1.1: Posición del foco desplazado por la incidencia no normal

Haciendo el cálculo en coordenadas cartesianas se obtuvieron las siguientes gráficas, considerando que el plano de observación está sobre el plano focal.



Figura 1.9: $\psi_i = 0^\circ$, iluminación Gaussiana



Figura 1.10: $\psi_i=3^\circ,$ iluminación Gaussiana

Para $\psi_i = 5^\circ$:



Figura 1.11: $\psi_i=5^\circ,$ iluminación Gaussiana

Para $\psi_i = 8^\circ$:



Figura 1.12: $\psi_i=8^\circ,$ iluminación Gaussiana

Los patrones de difracción obtenidos son similares al patrón de difracción de Airy; estos patrones están desplazados hasta las posiciones descritas en la tabla (1.1). Más adelante, se hará el análisis de pulsos ultracortos, en ese caso conviene utilizar coordenadas polares, pues simplifica las integrales. Entonces se hace el cálculo del campo utilizando coordenadas polares, haciendo los siguientes cambios de variables:

$$x_1 = r_1 \cos(\theta), \quad y_1 = r_1 \sin(\theta)$$

$$x_2 = r_2 \cos(\varphi), \quad y_2 = r_2 \sin(\varphi)$$
(1.14)

Reescribiendo la ecuación (1.12) con estos cambios de coordenadas, el campo escrito en coordenadas polares queda escrito como:

$$U(r_{2},\varphi,z) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp[ikz]}{z} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{a} \exp\left[-\frac{r_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \times \\ \exp[ikr_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})] \exp\left[\frac{-ikr_{1}^{2}}{2}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right] \times \\ \exp\left[\frac{ikr_{2}^{2}}{2f}\right] \exp\left[\frac{-ikr_{1}r_{2}}{f}\cos(\theta-\varphi)\right] r_{1}dr_{1}d\theta$$
(1.15)

Al cambiar el ángulo de incidencia, no cambia el perfil de intensidad, solo se desplaza como se describió con la ecuación (1.13).

1.3. Haz con iluminación uniforme.

En esta sección se hacen los cálculos para la incidencia de un haz monocromático con un perfil de intensidad uniforme, en coordenadas cartesianas, y en polares.

Para obtener las gráficas del campo con iluminación uniforme, se grafica la ecuación:

$$U(x_2, y_2, z) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp[ikz]}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \times \exp[ikx_1 \operatorname{sen}(\psi_i)] \exp\left[\frac{-ik}{2} \left(x_1^2 + y_1^2\right) \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right)\right] \times \exp\left[\frac{ik}{2z} \left(x_2^2 + y_2^2\right)\right] \exp\left[\frac{-ik}{z} \left(x_1x_2 + y_1y_2\right)\right] dx_1 dy_1$$
(1.16)

Cuando se toma el plano de observación en el plano focal z = f, iluminación uniforme, e incidencia normal en la ecuación (1.16), se tiene:

$$U(x_2, y_2, z = f) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp[ikf]}{f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \times \exp\left[\frac{ik}{2f} (x_2^2 + y_2^2)\right] \exp\left[\frac{-ik}{f} (x_1 x_2 + y_1 y_2)\right] dx_1 dy_1$$

Reacomodando los términos que no dependen de x_1 y y_1 :

$$U(x_{2}, y_{2}, z = f) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp[ikf]}{f} \exp\left[\frac{ik}{2f}(x_{2}^{2} + y_{2}^{2})\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_{1}, y_{1}) \exp\left[\frac{-ik}{f}(x_{1}x_{2} + y_{1}y_{2})\right] dx_{1} dy_{1}$$
(1.17)

En la ecuación (1.17), salvo por los términos que no dependen de $x_1 y y_1$, la integral es la transformada de Fourier de la función de pupila $P(x_1, y_1)$. Haciendo cambio de coordenadas a coordenadas polares y sustituyendo la función de pupila se obtiene:

$$U(r_2, \phi, z = f) \propto \int_0^{2\pi} \int_0^a \exp\left[\frac{-ik}{f} \left(r_1 r_2 \cos\left(\theta - \phi\right)\right)\right] r_1 dr_1 d\theta \qquad (1.18)$$

La solución de la parte angular de la ecuación (1.18) es la función de Bessel de primer tipo J_0 [6]:

$$\int_{0}^{2\pi} \exp\left[\frac{-ik}{f} \left(r_1 r_2 \cos\left(\theta - \phi\right)\right)\right] d\theta = J_0 \left[\frac{k r_1 r_2}{f}\right]$$
(1.19)

Capítulo 1

Al integrar la parte radial:

$$U(r_2, \phi, z = f) \propto \int_0^a J_0 \left[\frac{kr_1r_2}{f}\right] r_1 dr_1$$

De las propiedades de las funciones de Bessel [16]:

$$U(r_2, \phi, z = f) \propto \frac{J_1\left[\frac{kar_2}{f}\right]}{\frac{kar_2}{f}}$$
(1.20)

La intensidad está dada por:

$$I(r_2, \phi, z = f) \propto \left[\frac{J_1 \left\lfloor \frac{kar_2}{f} \right\rfloor}{\frac{kar_2}{f}}\right]^2$$
(1.21)

Que se conoce como el patrón de difracción de Airy. Con el plano de observación localizado en el foco del espejo, es decir z = f, e incidencia normal, se calcula la ecuación (1.16) usando los parámetros antes mencionados, y la intensidad con la ecuación (1.6).



Figura 1.13: Patrón de difracción de la abertura circular es el patrón de Airy.

El radio del primer mínimo en el patrón de Airy, esta dado por:

$$q_1 = 1.22 \frac{R\lambda}{2\rho} \tag{1.22}$$

El valor del radio del primer mínimo, calculado con la ecuación (1.22) es de $3.8906 \times 10^{-6}m$, esto es, aproximadamente $3.89\mu m$.

Para obtener estas gráficas se tomará el plano de observación sobre el plano focal, y se utilizará incidencia normal e incidencia a 3° , 5° y 8° .



Figura 1.14: Incidencia 0°, iluminación uniforme.



Figura 1.15: Incidencia 3°, iluminación uniforme.



Figura 1.16: Incidencia $5^\circ,$ iluminación uniforme.



Figura 1.17: Incidencia $8^\circ,$ iluminación uniforme.

En la ecuación (1.15) se hace el término que describe el tipo de iluminación, ec.(1.7), igual a 1, para obtener la iluminación uniforme:

$$U(r_{2},\varphi,z) = -\frac{iA}{\lambda} \frac{\exp[ikz]}{z} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{a} \exp[ikr_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})] \times \\ \exp\left[\frac{-ikr_{1}^{2}}{2}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right] \times \\ \exp\left[\frac{ikr_{2}^{2}}{2f}\right] \exp\left[\frac{-ikr_{1}r_{2}}{f}\cos(\theta-\varphi)\right] r_{1}dr_{1}d\theta$$
(1.23)





1.4. Comparación de los tipos de iluminación

En esta sección se hace la comparación de los patrónes de difracción obtenidos con las ecuaciones (1.15) y (1.23), en coordenadas polares. Se hace el cálculo para ángulos de incidencia de 0° , 3° , 5° y 8° , en el plano focal.



Figura 1.22: Incidencia $\psi_i = 0^\circ$.



Figura 1.23: Incidencia $\psi_i = 3^\circ$.

Al utilizar iluminación uniforme se observa que el ancho del pico principal es menor que cuando se utiliza iluminación Gaussiana. En los picos secundarios se observa que los de iluminación uniforme son más intensos que los de iluminación Gaussiana, y los lóbulos son mas anchos con iluminación uniforme que con iluminación Gaussiana.



Figura 1.24: Incidencia $\psi_i = 5^{\circ}$.





Capítulo 2

Pulsos ultracortos.

2.1. Campo eléctrico de un pulso ultracorto

Un pulso se genera sumando ondas planas monocromáticas de diferente frecuencia, que en un cierto tiempo tienen la misma fase, cuando esto se logra en una cavidad óptica, se le llama *amarre de modos*. En la figura (2.1) se muestra esquemáticamente ondas de diferente frecuencia cuyo número de onda es k. Se define $\Delta \omega$ como la diferencia entre cualquier frecuencia ω_i y la frecuencia central ω_0



Figura 2.1: Ancho de banda alrededor de ω_0 .

Se escribirá el número de onda k correspondiente a cada frecuencia como función de la frecuencia y número de onda de la portadora, así como de $\Delta\omega$.

$$\omega = \omega_0 + \Delta \omega$$

Dividiendo por la velocidad de la luz c:

$$\frac{\omega}{c} = \frac{\omega_0}{c} + \frac{\Delta\omega}{c}$$

Esto se puede escribir en términos del número de onda $k = \frac{\omega}{c}$ y $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$:

$$k = k_0 + \frac{\Delta\omega}{c} = k_0 + \frac{\Delta\omega}{c}\frac{\omega_0}{\omega_0}$$
$$k = k_0 + k_0\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = k_0\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)$$

Si un haz de pulsos que se propaga colimado incide sobre un espejo, la expresión del campo en la región focal del espejo está descrito por la ecuación (2.1).

$$U(x_{2}, y_{2}, z, \Delta \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_{1}, y_{1}) U_{0}(x_{1}, y_{1}) \frac{\exp[ikz]}{z} \left(-\frac{iA(\lambda)}{\lambda}\right) \times \\ \exp\left[-ik\frac{(x_{1}^{2} + y_{1}^{2})}{2}\frac{1}{f}\right] \exp\left[-i\Theta(x_{1}, y_{1})\right] \exp\left[ikx_{1} \operatorname{sen}(\psi_{i})\right] \times \\ \exp\left[\frac{ik}{2z} \left((x_{2} - x_{1})^{2} + (y_{2} - y_{1})^{2}\right)\right] dx_{1} dy_{1}$$
(2.1)

Sustituyendo el valor de k en la ecuación del campo:

$$U(x_{2}, y_{2}, z, \Delta\omega) = \frac{1}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_{1}, y_{1}) U_{0}(x_{1}, y_{1}) \exp\left[ik_{0}z\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \left(-\frac{iA(\lambda)}{\lambda}\right) \exp\left[-ik_{0}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\frac{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}}{2}\frac{1}{f}\right] \times \exp\left[-i\Theta(x_{1}, y_{1})\right] \exp\left[ik_{0}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)x_{1}\operatorname{sen}(\psi_{i})\right] \times \exp\left[\frac{ik_{0}}{2z}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)((x_{2} - x_{1})^{2} + (y_{2} - y_{1})^{2})\right] dx_{1} dy_{1}$$
(2.2)

La ecuación (2.2) depende del número de onda k, incluyendo la función de pupila, el frente de onda esférico, el cambio de fase producido por el espejo, las aberraciones que introduce el espejo ($\Theta(x_1, y_1)$) y la incidencia no-normal.

Si además suponemos que la amplitud de las frecuencias del espectro está modulado por una Gaussiana (ver figura (2.2)).

$$A(\Delta\omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\Gamma_0}\right]$$
(2.3)

Capítulo 2

Con $\Gamma_0 = \alpha + ib$, y $\alpha = 2/\tau_0^2$, τ_0 es la duración inicial en tiempo del pulso incidente, medido cuando la intensidad cae a 1/e. Se consideran pulsos sin chirp [4], entonces b = 0.



Figura 2.2: Modulación gaussiana de la amplitud de las frecuencias.

Sustituyendo las expresiones de la modulación gaussiana de frecuencias, y el perfil de intensidad gaussiano, ecuaciones (2.3) y (1.7), en la ecuación (2.2):

$$U(x_2, y_2, z, \Delta \omega) = -\frac{1}{z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_1, y_1) \exp\left[ik_0 z \left(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right)\right] \exp\left[-\frac{x_1^2 + y_1^2}{2w^2}\right] \times \frac{-i}{\lambda} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\Gamma_0}\right] \exp\left[-ik_0 \left(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right) \frac{x_1^2 + y_1^2}{2} \frac{1}{f}\right] \times \exp\left[-i\Theta(x_1, y_1)\right] \exp\left[ik_0 \left(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right) x_1 \operatorname{sen}(\psi_i)\right] \times \exp\left[\frac{ik_0}{2z} \left(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right) ((x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2)\right] dx_1 dy_1$$

Desarrollando los cuadrados de la última exponencial y reacomodando términos:

$$\exp\left[\frac{ik_0}{2z}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\left((x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2\right)\right] =$$
$$\exp\left[\frac{ik_0}{2z}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\left(x_1^2+x_2^2-2x_1x_2-2y_1y_2+y_1^2+y_2^2\right)\right] =$$
$$\exp\left[\frac{ik_0}{2z}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\left(x_1^2+y_1^2\right)\right] \times$$

$$\exp\left[\frac{ik_0}{2z}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\left(x_2^2+y_2^2\right)\right]\times\\\\\exp\left[\frac{-ik_0}{z}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\left(x_1x_2+y_1y_2\right)\right]$$

Entonces la ecuación del campo queda:

$$U(x_{2}, y_{2}, z, \Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\lambda z} P(x_{1}, y_{1}) \exp\left[ik_{0}z\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \exp\left[-ik_{0}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\frac{(x_{1}^{2} + y_{1}^{2})}{2}\frac{1}{f}\right] \times \\ \exp\left[-i\Theta(x_{1}, y_{1})\right] \exp\left[ik_{0}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)x_{1}\sin(\psi_{i})\right] \times \\ \exp\left[\frac{ik_{0}}{2z}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(x_{1}^{2} + y_{1}^{2}\right)\right] \exp\left[\frac{ik_{0}}{2z}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(x_{2}^{2} + y_{2}^{2}\right)\right] \times \\ \exp\left[\frac{-ik_{0}}{z}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(x_{1}x_{2} + y_{1}y_{2}\right)\right] dx_{1}dy_{1} \end{aligned}$$

Multiplicando la últimas tres exponenciales de la expresión del campo, por la fase producida por el espejo:

$$\exp\left[-ik_0\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\left(\frac{x_1^2+y_1^2}{2}\right)\frac{1}{f}\right]\exp\left[\frac{ik_0}{2z}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)(x_1^2+y_1^2)\right]\times\\\\\exp\left[\frac{ik_0}{2z}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)(x_2^2+y_2^2)\right]\exp\left[\frac{ik_0}{z}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)(x_1x_2+y_1y_2)\right]\\\\=\exp\left[-ik_0\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\left(\frac{x_1^2+y_1^2}{2}\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right]\times\\\\\exp\left[\frac{ik_0}{2z}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)(x_2^2+y_2^2)\right]\exp\left[\frac{ik_0}{z}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)(x_1x_2+y_1y_2)\right]$$

El plano de observación, con coordenadas (x_2, y_2) , se coloca en el plano focal, es decir, en z = f.

$$\exp\left[\frac{ik_0}{2f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)(x_2^2+y_2^2)\right]\exp\left[\frac{ik_0}{f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)(x_1x_2+y_1y_2)\right]$$

Así la expresión del campo se escribe:

$$U(x_{2}, y_{2}, z, \Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\lambda z} P(x_{1}, y_{1}) \exp\left[ik_{0}z\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \exp\left[-i\Theta(x_{1}, y_{1})\right] \times \\ \exp\left[ik_{0}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)x_{1} \operatorname{sen}(\psi_{i})\right] \times \\ \exp\left[-ik_{0}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(\frac{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right)\right] \times \\ \exp\left[\frac{ik_{0}}{2f}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(x_{2}^{2} + y_{2}^{2}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(x_{1}x_{2} + y_{1}y_{2}\right)\right] dx_{1} dy_{1}$$
(2.4)

Donde $\Theta(x_1, y_1)$ es el término que describe las aberraciones introducidas por el espejo.

Para sustituir la expresión de la pupila, y simplificar la integral, se vuelve a aprovechar la simetría de rotación, por lo que se hará el cambio a coordenadas polares, con las ecuaciones (1.14):

$$x_1 = r_1 \cos(\theta), \quad y_1 = r_1 \sin(\theta)$$
$$x_2 = r_2 \cos(\varphi), \quad y_2 = r_2 \sin(\varphi)$$

La ecuación en coordenadas polares queda:

$$U(r_2, \varphi, z, \Delta \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\lambda z} P(r_1, \theta) \exp\left[ik_0 z \left(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{r_1^2}{2w^2}\right] \exp\left[-\frac{(\Delta \omega)^2}{4\Gamma_0}\right] \exp\left[-i\Theta(r_1, \theta)\right] \times$$

$$\exp\left[ik_0\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)r_1\cos(\theta)\sin(\psi_i)\right] \times \\ \exp\left[-ik_0\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\left(\frac{r_1^2}{2}\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right] \times \\ \exp\left[\frac{ik_0r_2^2}{2f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)\right]\exp\left[-\frac{ik_0}{f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) \times \left(r_1r_2(\cos(\theta)\cos(\varphi)+\sin(\theta)\sin(\varphi))\right)\right]r_1dr_1d\theta$$
(2.5)

La parte angular de la última exponencial se puede reescribir usando una igualdad trigonométrica:

$$r_1 r_2(\cos\theta\cos\varphi + \sin\theta\sin\varphi) = r_1 r_2\cos(\theta - \varphi)$$

Entonces:

$$U(r_{2},\varphi,z,\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\lambda z} P(r_{1},\theta) \exp\left[ik_{0}z\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{r_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \exp\left[-i\Theta(r_{1},\theta)\right] \times \\ \exp\left[ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})\right] \times \\ \exp\left[-ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(\frac{r_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right] \times \\ \exp\left[\frac{ik_{0}r_{2}^{2}}{2f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}r_{2}\cos(\theta-\varphi)\right]r_{1}dr_{1}d\theta$$
(2.6)

Esta ecuación del campo eléctrico está en el dominio de frecuencias, para obtener la expresión en el dominio de tiempo, se hace la transformada de Fourier de $U(r_2, \varphi, z, \Delta \omega)$:

$$U(r_2, \varphi, z, t) \propto \int_{-\infty}^{\infty} U(r_2, \varphi, z, \Delta \omega) \exp\left[-i\Delta \omega t\right] d(\Delta \omega)$$
 (2.7)

Escribiendo explícitamente la expresión del campo, y sustituyendo la función de pupila:

$$U(r_{2},\varphi,z,\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{a} \frac{i}{\lambda z} \exp\left[ik_{0}z\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{r_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \exp\left[-i\Theta(r_{1},\theta)\right] \times \\ \exp\left[ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})\right] \times \\ \exp\left[-ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(\frac{r_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right] \exp\left[\frac{ik_{0}r_{2}^{2}}{2f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}r_{2}\cos(\theta-\varphi)\right] \exp\left[-i\Delta\omega t\right]r_{1}dr_{1}d\theta d(\Delta\omega) \quad (2.8)$$

2.2. Pulsos con la aproximación $k = k_0$

2.2.1. Iluminación Gaussiana.

Un pulso se genera con la suma de varias frecuencias de la luz incidente; la frecuencia central para 810nm es $f_0 = 3.7037 \times 10^{14} s^{-1}$. En la simulación se genera un vector de tiempo con un cierto número de puntos, y la diferencia entre dos de estos puntos, define el diferencial de tiempo dt, a partir del número de puntos con los que se definió el vector de tiempo, y el diferencial de tiempo dt, se define el vector de frecuencias f. Este vector va a estar centrado en la frecuencia f_0 de la portadora, con tamaño de dos veces el número de puntos por el diferencial de tiempo.

El número de onda para la frecuencia central es $k_0 = 7.7570 \times 10^6 m^{-1}$, y la frecuencia angular es $\omega_0 = 2.3271 \times 10^{15} s^{-1}$. El ancho de banda de un pulso medido cuando la intensidad cae 1/e depende de la duración del pulso y de la longitud de onda central y esta dado por:

$$\Delta \lambda = \frac{1}{\pi c} \frac{\lambda_0^2}{\tau_0} \tag{2.9}$$

Donde τ_0 es la duración inicial del pulso, λ_0 es la longitud de onda de la portadora, c es la velocidad de la luz.

Utilizando los datos del espejo, R = 0.1m y $\rho = 12.5mm$, con un ángulo de incidencia de 0° y el plano de observación sobre el plano focal, se calcula la intensidad, usando la ecuación (2.8). En la gráfica de la figura (2.3) se muestra un pulso de 20 fs en el dominio del tiempo, al usar la transformada de Fourier dada por la ecuación (2.7).



Figura 2.3: Pulso de 20 fs.

Como en el caso de luz monocromática incidente, se hará incidir el pulso sobre el espejo con un ángulo distinto de 0° , se tomarán ángulos de incidencia de 0°, 3°, 5° y 8°, y duraciones del pulso de 2.7fs, 4.5fs, 10fs, 20fsy 200fsademás se toma el plano de observación sobre el plano focal, posteriormente se medirá el ancho del pulso en tiempo y normalizado, cuando la intensidad cae a 1/e. La duración de 200fs corresponde a la duración de los pulsos obtenidos con el láser pulsado del *CCADET*, la duración de 20fs corresponde a la duración de los pulsos que se obtendrán con el láser que se encuentra en construcción. La duración de 10fs corresponde a la duración de los pulsos generados por láseres comerciales actuales, la duración de 4.5fs corresponde a la duración más corta que se ha logrado obtener cuando se utilizan objetivos de microscopio para enfocar la luz y finalmente la duración de 2.7fscorresponde a la duración teórica más corta que se puede generar de un pulso sin *chirp* con una longitud de onda de la portadora de 810*nm*. En cuanto a los ángulos analizados, se utilizan los mismos ángulos que los usados por [12] y [13].

En esta sección se hará la aproximación del ancho de banda pequeño, es decir:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx 0 \tag{2.10}$$

Con esta aproximación, el número de onda k, se aproxima por k_0 :

$$k = k_0 \left(1 + \frac{\Delta \omega}{\omega_0} \right) = k_0$$

Esta aproximación se sustituye en la ecuación (2.6), con lo que se obtiene:

$$U(r_{2},\varphi,z,\Delta\omega) = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{a} \frac{i}{\lambda z} P(r_{1},\theta) \exp\left[ik_{0}z\right] \times \\ \exp\left[-\frac{r_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \exp\left[-i\Theta(r_{1},\theta)\right] \times \\ \exp\left[ik_{0}r_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})\right] \exp\left[-\left(\frac{ik_{0}r_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right] \times \\ \exp\left[\frac{ik_{0}r_{2}^{2}}{2f}\right] \exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}r_{1}r_{2}\cos(\theta-\varphi)\right] r_{1}dr_{1}d\theta$$
(2.11)

La ecuación (2.11) es la expresión general para un pulso ultracorto, incluyendo los términos que describen la pupila, el perfil de intensidad gaussiano, la iluminación gaussiana, aberraciones e incidencia no normal.

Se utilizará el espejo de catálogo [15], este espejo tiene un radio de curvatura de 0.100m, es decir, 100mm, entonces su distancia focal es f = 0.050m = 50mm, y tiene un diámetro $\rho = 12.7mm$; se considerará que este espejo es
ideal, esto es, sin aberraciones, entonces la ecuación $\left(2.11\right)$ queda escrita como:

$$U(r_{2},\varphi,z,\Delta\omega) = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{a} \frac{i}{\lambda z} \exp\left[ik_{0}z\right] \times \\ \exp\left[-\frac{r_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \times \\ \exp\left[ik_{0}r_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})\right] \exp\left[-\left(\frac{ik_{0}r_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right] \times \\ \exp\left[\frac{ik_{0}r_{2}^{2}}{2f}\right] \exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}r_{1}r_{2}\cos(\theta-\varphi)\right] r_{1}dr_{1}d\theta$$
(2.12)

Donde a es el radio del espejo. El semi-ancho w del láser es de 6mm, el ángulo de incidencia ψ_i tomará los valores de 0°, 5° y 8°. El plano de observación será el plano focal y la duración inicial del pulso τ_0 tomará valores de 2.7*fs*, 4.5*fs*, 10*fs*,20*fs* y 200*fs*. Con estos datos se grafica la ecuación (2.12), con lo que se obtiene una serie de gráficas, que se presentan en esta sección.

Una forma de medir el ancho temporal de un pulso es midiendo el ancho completo del pulso, cuando la intensidad cae a la mitad, *FWHM*, por sus siglas en inglés *Full Width at Half Maximum*. Sin embargo, cuando estos pulsos presentan subestructuras o alas donde la energía se redistribuye, es preferible usar el valor promedio, como se propone en [6] y [8]. El segundo momento, en el dominio del tiempo, se utiliza para tener una medida cuantitativa de la forma en que se redistribuye la energía en el pulso, la cual está dada por:

$$\langle \tau_p \rangle = \langle \Delta t \rangle = \left[\frac{1}{W} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 I(t) dt - \frac{1}{W^2} \left(\int_{-\infty}^{\infty} t I(t) dt \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
(2.13)

Donde

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} I(t)dt$$

y la intensidad total como función del tiempo, está dada por:

$$I(t) = \int_0^\infty r_2 dr_2 d\phi \left| U(r_2, \phi, z, t) \right|^2$$

El cálculo se realizó tomando $\phi = \pi/2$.

La duración se reportará normalizada, usando la ecuación (2.14), donde τ_0 es la duración inicial del pulso sin *chirp*.

$$\tau = \frac{\langle \tau_p \rangle}{\tau_0} \tag{2.14}$$

Se normaliza la ecuación (2.13) para un pulso Gaussiano sin *chirp*, usando la duración inicial del pulso cuando la intensidad pico cae a 1/e, por lo que, si el pulso en el foco del espejo no sufre ensanchamiento temporal el valor de la ecuación (2.14) es uno [6].

Tomando una duración inicial de 2.7 fs se tienen las siguientes gráficas.



Figura 2.4: $\tau_0=2.7fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0$



Figura 2.5: $\tau_0=2.7fs, \psi_i=5^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0$



Figura 2.6: $\tau_0=2.7fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0$



Con una duración inicial de 10 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.

Figura 2.7: $\tau_0=10fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0$



Figura 2.8: $\tau_0=10fs, \psi_i=5^\circ,$ lluminación Gaussiana, $k=k_0$



Figura 2.9: $\tau_0=10fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0$



Con una duración inicial de 20 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.

Figura 2.10: $\tau_0=20fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0$



Figura 2.11: $\tau_0=20fs, \psi_i=5^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0$



Figura 2.12: $\tau_0=20fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0$



Con una duración inicial de 200 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.

Figura 2.13: $\tau_0=200 fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0$



Figura 2.14: $\tau_0=200 fs, \psi_i=5^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0$



Figura 2.15: $\tau_0=200 fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0$

En la tabla (2.1) se muestra la medida normalizada del ancho del pulso enfocado, para los tres ángulos de incidencia, y para cada duración inicial τ_0 medida cuando la intensidad pico del pulso Gaussiano sin *chirp* cae a 1/e.

$\tau_0(fs)$	0°	5°	8°
2.7	0.999952807	0.999952807	0.999952807
4.5	1.000003971	1.000003971	1.000003971
10	1.000003971	1.000003971	1.000003971
20	1.000003971	1.000003971	1.000003971
200	1.000003971	1.000003971	1.000003971

Tabla 2.1: Medición de los pulsos reflejados, con la aproximación $k=k_0$ e iluminación Gaussiana.

2.2.2. Iluminación uniforme.

En esta sección se presentan las gráficas para pulsos con iluminación uniforme y con la aproximación $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \ll 1$. En la ecuación (2.11), el término de iluminación Gaussiana se reemplaza por 1, para obtener la iluminación uniforme:

$$U(r_{2},\varphi,z,\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\lambda z} P(r_{1},\theta) \exp\left[ik_{0}z\right] \times$$
$$\exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \exp\left[ik_{0}r_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})\right] \times$$
$$\exp\left[-\left(\frac{ik_{0}r_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right] \exp\left[\frac{ik_{0}r_{2}^{2}}{2f}\right] \times$$
$$\exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}r_{1}r_{2}\cos(\theta-\varphi)\right] r_{1}dr_{1}d\theta \qquad (2.15)$$

Tomando una duración inicial de 2.7 fs se tienen las siguientes gráficas.



Figura 2.16: $\tau_0=2.7fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$



Figura 2.17: $\tau_0=2.7fs, \psi_i=5^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$



Figura 2.18: $\tau_0=2.7fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$

Tomando una duración inicial de 10 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 2.19: $\tau_0=10fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$



Figura 2.20: $\tau_0=10fs, \psi_i=5^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$



Figura 2.21: $\tau_0=10fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$

Tomando una duración inicial de 20 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 2.22: $\tau_0=20fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$



Figura 2.23: $\tau_0=20fs, \psi_i=5^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$



Figura 2.24: $\tau_0=20fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$

Tomando una duración inicial de 200 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 2.25: $\tau_0=200 fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$



Figura 2.26: $\tau_0=200 fs, \psi_i=5^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$



Figura 2.27: $\tau_0=200 fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0$

Estos pulsos obtenidos se normalizan y se miden en tiempo, cuando la intensidad del pulso cae a 1/e, en la tabla (2.2) se muestra el ancho temporal medido, de los pulsos reflejados.

$\tau_0(fs)$	0°	5°	8°
2.7	0.999952807	0.999952807	0.999952807
4.5	1.000003971	1.000003971	1.000003971
10	1.000003971	1.000003971	1.000003971
20	1.000003971	1.000003971	1.000003971
200	1.000003971	1.000003971	1.000003971

Tabla 2.2: Medición de los pulsos reflejados, con la aproximación $k = k_0$ e iluminación uniforme.

De la tabla (2.2) podemos concluir que usando la aproximación $k = k_0$ no hay un ensanchamiento temporal del pulso, en el foco del espejo, el cual hemos supuesto que no introduce aberraciones ni tampoco se genera dispersión de velocidad de grupo (*GVD*) ni diferencia del tiempo de propagación (*PTD*), pues el pulso se propaga en aire, que hemos supuesto que no introduce dispersión.

2.3. Pulsos sin la aproximación del número de onda

2.3.1. Iluminación Gaussiana.

En esta sección se presentan las gráficas de los pulsos sin la aproximación de $k = k_0$, con iluminación Gaussiana. Con la ecuación (2.8) se obtienen las siguientes gráficas.

Para una duración inicial de 2.7 fs se tienen las siguientes gráficas.



Figura 2.28: Duración inicial $\tau_0=2.7 fs,\,\psi_i=0^\circ,$ iluminación Gaussiana.



Figura 2.29: Duración inicial $\tau_0 = 2.7 fs, \ \psi_i = 5^\circ$, iluminación Gaussiana.



Figura 2.30: Duración inicial $\tau_0=2.7 fs, \, \psi_i=8^\circ,$ iluminación Gaussiana.



Para una duración inicial de 4.5 fs se tienen las siguientes gráficas.

Figura 2.31: Duración inicial $\tau_0 = 4.5 fs, \ \psi_i = 0^\circ,$ iluminación Gaussiana.



Figura 2.32: Duración inicial $\tau_0=4.5 fs, \, \psi_i=5^\circ,$ iluminación Gaussiana.



Figura 2.33: Duración inicial $\tau_0=4.5 fs,\,\psi_i=8^\circ,$ iluminación Gaussiana.

Tomando una duración inicial de 10 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 2.34: Duración inicial $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 0^\circ$, iluminación Gaussiana.



Figura 2.35: Duración inicial $\tau_0=10 fs,\,\psi_i=5^\circ,$ iluminación Gaussiana.



Figura 2.36: Duración inicial $\tau_0=10 fs,\,\psi_i=8^\circ$

Tomando una duración inicial de 20 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 2.37: Duración inicial $\tau_0 = 20 fs, \ \psi_i = 0^\circ$, iluminación Gaussiana.



Figura 2.38: Duración inicial $\tau_0 = 20 fs$, $\psi_i = 5^\circ$, iluminación Gaussiana.



Figura 2.39: Duración inicial $\tau_0=20fs,\,\psi_i=8^\circ,$ iluminación Gaussiana.

Tomando una duración inicial de 200 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 2.40: Duración inicial $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, iluminación Gaussiana.



Figura 2.41: Duración inicial $\tau_0=200 fs,\,\psi_i=5^\circ,$ iluminación Gaussiana.



Figura 2.42: Duración inicial $\tau_0=200 fs,\,\psi_i=8^\circ,$ iluminación Gaussiana.

En la tabla (2.3) se muestran las medidas normalizadas para cada ángulo de incidencia y para las diferentes duraciones iniciales del pulso incidente. La duración inicial del pulso es τ_0 .

$\tau_0(fs)$	0°	5°	8°
2.7	1.330150694	1.166494271	1.196967581
4.5	1.122739735	1.061551607	1.085265054
10	1.025769861	1.013186183	1.015569482
20	1.006447729	1.003103363	1.003835571
200	1.000022786	0.99998809	0.999990987

Tabla 2.3: Medición de los pulsos reflejados, con iluminación Gaussiana.

Como no se ha introducido ningún término de aberración, además no hay contribución de *PTD* ni *GVD*, ya que el sistema se encuentra inmerso en aire, se esperaría que el pulso no se modifique, solo que cambie la posición donde se enfoca; sin embargo las tablas (2.3) y (2.4), muestran que los pulsos reflejados tienen un ensanchamiento temporal. En las figuras de intensidad vs tiempo, mostradas en esta sección, se observa que hay un cambio en la posición donde se centra el pulso, esto es, hay un retraso que no se observa cuando se toma la aproximación del $k = k_0$.

2.3.2. Iluminación uniforme.

En esta sección se presentan las gráficas para pulsos con iluminación uniforme y sin la aproximación de $k = k_0$, en la ecuación (2.6), se considera que no hay ninguna aberración, entonces el término de aberraciones se hace igual a 1, con lo que se obtiene:

$$U(r_{2},\varphi,z,\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\lambda z} P(r_{1},\theta) \exp\left[ik_{0}z\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \exp\left[ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})\right] \times \\ \exp\left[-ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(\frac{r_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right] \times \\ \exp\left[\frac{ik_{0}r_{2}^{2}}{2f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}r_{2}\cos(\theta-\varphi)\right]r_{1}dr_{1}d\theta$$
(2.16)

Tomando una duración inicial de 2.7 fs se obtienen las siguientes gráficas.



Figura 2.43: Duración inicial $\tau_0 = 2.7 fs$, $\psi_i = 0^\circ$, iluminación uniforme.



Figura 2.44: Duración inicial $\tau_0 = 2.7 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, iluminación uniforme.



Figura 2.45: Duración inicial $\tau_0=2.7 fs,\,\psi_i=8^\circ,$ iluminación uniforme.

Tomando una duración inicial de 4.5 fs se tienen las siguientes gráficas.



Figura 2.46: Duración inicial $\tau_0 = 4.5 fs$, $\psi_i = 0^\circ$, iluminación uniforme.



Figura 2.47: Duración inicial $\tau_0=4.5 fs, \, \psi_i=5^\circ,$ iluminación uniforme.



Figura 2.48: Duración inicial $\tau_0=4.5 fs,\,\psi_i=8^\circ,$ iluminación uniforme.

Tomando una duración inicial de 10 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 2.49: Duración inicial $\tau_0=10 fs,\,\psi_i=0^\circ,$ iluminación uniforme.



Figura 2.50: Duración inicial $\tau_0=10 fs,\,\psi_i=5^\circ,$ iluminación uniforme.


Figura 2.51: Duración inicial $\tau_0=10fs,\,\psi_i=8^\circ,$ iluminación uniforme.

Tomando una duración inicial de 20 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 2.52: Duración inicial $\tau_0 = 20 f s$, $\psi_i = 0^\circ$, iluminación uniforme.



Figura 2.53: Duración inicial $\tau_0=20fs,\,\psi_i=5^\circ,$ iluminación uniforme.



Figura 2.54: Duración inicial $\tau_0=20 fs,\,\psi_i=8^\circ,$ iluminación uniforme.

Tomando una duración inicial de 200 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 2.55: Duración inicial $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, iluminación uniforme.



Figura 2.56: Duración inicial $\tau_0=200 fs,\,\psi_i=5^\circ,$ iluminación uniforme.



Figura 2.57: Duración inicial $\tau_0=200 fs,\,\psi_i=8^\circ,$ iluminación uniforme.

En la tabla (2.4) se muestra la medición normalizada de los pulsos reflejados, esta medición esta normalizada.

$\tau_0(fs)$	0°	5°	8°
2.7	1.465693699	1.194767903	1.234042624
4.5	1.18076381	1.074519118	1.109637848
10	1.036459451	1.014692619	1.017922232
20	1.008907324	1.00359347	1.004481784
200	1.000063464	1.00001491	0.999560646

Tabla 2.4: Medición de los pulsos reflejados, con iluminación uniforme.

En los pulsos más cortos sin la aproximación $k = k_0$, se observa un ensanchamiento temporal, aún sin tomar en cuenta las aberraciones, se repitió el cálculo cambiando el número de puntos en la integral para verificar que no fuera error numérico en la integración.

Aún cuando el patrón del pulso enfocado en la coordenada espacial no es un patrón de Airy, su forma y tamaño son similares, por lo que el tamaño del disco de Airy, nos da una idea del tamaño de la ventana en el cálculo numérico, que se puede usar en el plano focal.

Usando la ecuación (1.22) se calculó el radio del primer mínimo del patrón de Airy, este radio es de $3.89\mu m$, es decir, un diámetro aproximadamente de $7.8\mu m$, entonces, en el plano imagen, el tamaño de la ventana que se ha estado utilizando es de al menos el doble de este diámetro, se toma una ventana de $17\mu m$; como se está considerando el caso de incidencia normal, la ventana estará centrada en 0, $r_2 = [-8.5\mu m, 8.5\mu m]$. Para verificar que el método para calcular el ancho fuera correcto, se cambió el tamaño de la ventana en el plano imagen, desde el doble de r_2 , hasta 5 veces el tamaño de r_2 , se hizo la medición con la ecuación (2.14), además con los datos obtenidos de la simulación, se hizo un ajuste de una curva Gaussiana y se comparó el ancho medido en ambos casos.

Para comparar el ancho de los pulsos enfocados, se hizo un ajuste de una curva gaussiana, en la tabla (2.5) se muestran las mediciones para un pulso incidente con duración inicial de 2.7 fs, en incidencia normal. Se considera iluminación uniforme, y no se toman en cuenta las aberraciones. En la primera y segunda columnas, se muestran los valores límite del vector r_2 , en la tercera columna se muestra la medición normalizada dada por la ecuación (2.14). En la cuarta columna se muestra la duración del pulso calculada con la misma ecuación, con $\langle \tau_p \rangle = \tau \times \tau_0$, y en la última columna se muestra la duración del pulso calculada con el ajuste de una curva Gaussiana, cuando la intensidad pico cae a 1/e, en fs.

2.7 fs, iluminación uniforme, incidencia normal						
$-r_2(\mu m)$	$r_2(\mu m)$	τ	Duración $\langle \tau_p \rangle(fs)$	Ajuste Gaussiano (fs)		
-8.5	8.5	1.4194	3.83238	3.47		
-17.0	17.0	1.8003	4.86081	3.45		
-25.5	25.5	1.8669	5.04063	3.48		
-34.0	34.0	1.9573	5.28471	3.47		
-42.5	42.5	1.8901	5.10327	3.50		

Tabla 2.5: Medición de la duración de los pulsos con $\tau = \langle \tau_p \rangle / \tau_0$, y el ajuste de una gaussiana, en el plano focal.

Capítulo 2

Como se puede observar en la tabla (2.5), al cambiar el tamaño de la ventana en el plano de observación, la medida de la duración del pulso enfocado, usando la ecuación (2.14), aumenta al aumentar el tamaño de la ventana; en cambio, al hacer el ajuste de una curva gaussiana de los datos, se obtiene una duración de alrededor de 3.47 fs, para todos los tamaños de ventana que se utilizaron. Es decir, cuando no se hace la aproximación de $k = k_0$, la ecuación (2.14) ya no es válida para predecir la duración del pulso; sin embargo, el hecho de que $\tau \neq 1$ da información de que el pulso ha sido modificado.

En las tablas (2.3) y (2.4) se puede observar que para pulsos con duraciones debajo de los 10fs el efecto se vuelve más importante. Los resultados mostrados en la tabla (2.5) muestran que la duración más corta que puede tener un pulso con duración inicial de 2.7fs, al ser enfocado es de 3.47fs, para una longitud de onda de la portadora de 810nm.

El sistema óptico que se ha analizado en este capítulo es un sistema ideal, esto es, un sistema sin aberraciones, además no introduce dispersión de la velocidad de grupo (GVD) ni diferencia del tiempo de propagación (PTD), por lo que se esperaba que el pulso reflejado no sufriera ensanchamiento temporal, como se obtuvo cuando se analizó el enfoque utilizando la aproximación $k = k_0$, ver tablas (2.1) y (2.2). Los resultados de este capítulo muestran que para pulsos con duración de 10fs o menores, el pulso sufre un ensanchamiento temporal. Este ensanchamiento se le atribuye al efecto de difracción que sufre el pulso por el espejo.

Es importante hacer notar que el ensanchamiento temporal del pulso por difracción sólo aparece cuando no se hace la aproximación $k = k_0$. Hasta donde sabemos, este análisis aún no ha sido reportado en la literatura.

2.4. Comparación del tipo de iluminación.

En el capítulo 1 se hizo el análisis de un haz monocromático con los dos tipos de iluminación, en esta sección se hace el análisis comparando los patrones obtenidos en el capítulo 1 para el haz monocromático y los resultados obtenidos en las secciones (2.2.1), (2.2.2), (2.3.1) y (2.3.2), para incidencia normal.

Haz monocromático

En la figura (2.58) se muestra la comparación del patrón de difracción, utilizando iluminación uniforme e iluminación Gaussiana.



Figura 2.58: Haz monocromático con iluminación Gaussiana y Uniforme.

Al utilizar iluminación uniforme se obtiene un patrón de Airy, con el primer mínimo en la posición calculada con la ecuación (1.22), el máximo secundario de intensidad es más alto que cuando se utiliza iluminación Gaussiana, así como el máximo principal es ligeramente más angosto para iluminación uniforme que para iluminación Gaussiana.

Pulsos con la aproximación $k = k_0$

En las figuras (2.59), (2.60), (2.61) y (2.62), se muestran las comparaciones de los tipos de iluminación para los pulsos con la aproximación $k = k_0$, y con duraciones de 2.7fs, 4.5fs, 20fs y 200fs.



Figura 2.59: Pulso de 2.7fs con la aproximación $k = k_0$ con iluminación Gaussiana y Uniforme.



Figura 2.60: Pulso de 4.5fs con la aproximación $k = k_0$ con iluminación Gaussiana y Uniforme.



Figura 2.61: Pulso de 20fs con la aproximación $k = k_0$ con iluminación Gaussiana y Uniforme.



Figura 2.62: Pulso de 200fs con la aproximación $k = k_0$ con iluminación Gaussiana y Uniforme.

Pulsos sin la aproximación $k = k_0$

En las figuras (2.63), (2.64), (2.65) y (2.66), se muestran las comparaciones de los tipos de iluminación para los pulsos sin la aproximación $k = k_0$, y con duraciones de 2.7 fs, 4.5 fs, 20 fs y 200 fs.



Figura 2.63: Pulso de 2.7fs sin la aproximación $k = k_0$ con iluminación Gaussiana y Uniforme.



Figura 2.64: Pulso de 4.5fs sin la aproximación $k = k_0$ con iluminación Gaussiana y Uniforme.

Haz monocromático y un pulso de 200 fs con la aproximación $k = k_0$

En la figura (2.67) se muestra la comparación entre el haz monocromático y un pulso de 200 fs con la aproximación $k = k_0$.

Haz monocromático y un pulso de 200 fs sin la aproximación $k = k_0$

En la figura (2.68) se muestra la comparación entre el haz monocromático y un pulso de 200 fs sin la aproximación $k = k_0$.



Figura 2.65: Pulso de 20fssin la aproximación $k=k_0$ con iluminación Gaussiana y Uniforme.



Figura 2.66: Pulso de 200 fs sin la aproximación $k = k_0$ con iluminación Gaussiana y Uniforme.



Figura 2.67: Haz monocromático y pulso de 200fs con la aproximación $k = k_0$.



Figura 2.68: Haz monocromático y pulso de 200 fs sin la aproximación $k = k_0$

Haz monocromático y pulsos con las 4 duraciones, con iluminación Gaussiana

En la figura (2.69) se hace la comparación entre un haz monocromático y los pulso con duraciones de 2.7fs, 4.5fs, 20fs y 200fs, los pulsos no tienen la aproximación de $k = k_0$. La iluminación es Gaussiana.



Figura 2.69: Haz monocromático y todos los pulsos, sin aproximación, con iluminación Gaussiana.

Haz monocromático y pulsos con las 4 duraciones, con iluminación Uniforme

En la figura (2.69) se hace la comparación entre un haz monocromático y los pulso con duraciones de 2.7fs, 4.5fs, 20fs y 200fs, los pulsos no tienen la aproximación de $k = k_0$. La iluminación es uniforme.

En las figuras (2.69) y (2.70) se muestra que el patrón de difracción de los pulsos de 200 fs es muy parecido al patrón de difracción de Fresnel producido por el haz monocromático, para los dos tipos de iluminación.



Figura 2.70: Haz monocromático y todos los pulsos, sin aproximación, con iluminación Uniforme.

Pulsos de 200 fs con la aproximación y sin ella, con iluminación Uniforme

Se muestra en la figura (2.71) la comparación de pulsos de 200 fs con iluminación uniforme, uno de los pulsos tiene la aproximación $k = k_0$, el otro no.



Figura 2.71: Pulsos de 200fs con la aproximación $k = k_0$ y sin ella, iluminación Uniforme.

Al enfocar el haz con el espejo se obtiene el patrón de difracción de Fresnel. Cuando se enfocan los pulsos, el patrón de difracción que se obtiene es parecido al patrón de Airy, siempre y cuando la duración del pulso incidente sea mayor a 20 fs.

Capítulo 3

Aberraciones.

3.1. Coeficientes de Seidel

Un efecto importante al eliminar la aproximación de un espejo perfecto, es la aparición de aberraciones. Hay aberraciones monocromáticas tales como aberración esférica, coma y astigmatismo, que deterioran la imagen, haciendo que esta no sea clara. Además existen las aberraciones que deforman la imagen, como la curvatura de campo y la distorsión [16]. Como se considera que la pupila está localizada en el espejo, la distorsión es cero.

Para calcular las aberraciones se definen los parámetros que se muestran en la figura (3.1) [11], en donde el índice de refracción del medio del haz incidente es n, el índice del medio donde el haz se refleja es n', los parámetros con barra se refieren al rayo marginal, los que no tienen barra se refieren al rayo principal. Los parámetros h son la altura del ray incidente, los parámetros udescriben el ángulo de incidencia, c es la curvatura del espejo.

Los parámetros A, A son los invariantes de refracción, están definidos como:

$$A = n\left(\frac{h}{R} + u\right) \tag{3.1}$$

$$\bar{A} = n \left(\frac{\bar{h}}{R} + \bar{u}\right) \tag{3.2}$$

El invariante de Lagrange H está definido como:

$$H = nu\eta = n'u'\eta' \tag{3.3}$$

Estas aberraciones se describirán usando los coeficientes de Seidel, que están definidos según las ecuaciones (3.4), (3.5), (3.6), (3.7) y (3.8) [2].



Figura 3.1: Parámetros para calcular aberraciones, los valores con barra corresponden al rayo principal, sin barra corresponden al rayo marginal.

$$S_I = -A^2 h \Delta\left(\frac{u}{n}\right) \tag{3.4}$$

$$S_{II} = -A\bar{A}h\Delta\left(\frac{u}{n}\right) \tag{3.5}$$

$$S_{III} = -\bar{A}^2 h \Delta\left(\frac{u}{n}\right) \tag{3.6}$$

$$S_{IV} = -H^2 c \Delta\left(\frac{1}{n}\right) \tag{3.7}$$

$$S_V = \frac{\bar{A}}{A} \left(S_{III} + S_{IV} \right) \tag{3.8}$$

Con estos coeficientes S_i se calcula la aberración de onda $W(x_p, y_p, \eta)$, producida por el espejo. Las coordenadas (x_p, y_p) son las coordenadas de la pupila de salida, en este caso, la pupila de salida tambien está sobre el espejo, entonces $x_p = x_1$ y $y_p = y_1$. Se calcula $W(x_1, y_1, \eta)$ con la ecuación (3.9) [2].

$$W(x_{1}, y_{1}, \eta) = \frac{1}{8} S_{I} \frac{(x_{1}^{2} + y_{1}^{2})^{2}}{a^{4}} + \frac{1}{2} S_{II} \frac{y_{1}(x_{1}^{2} + y_{1}^{2})}{a^{3}} \left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right) + \frac{1}{2} S_{III} \left(\frac{y_{1}}{a}\right)^{2} \left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2} + \frac{1}{4} \left(S_{III} + S_{IV}\right) \left(\frac{(x_{1}^{2} + y_{1}^{2})}{a^{2}}\right) \left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2} + \frac{1}{2} S_{V} \left(\frac{y_{1}}{a}\right) \left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{3}$$
(3.9)

80

Escribiendo la ecuación (3.9) en coordenadas polares.

$$W(r_1, \theta, \eta) = \frac{1}{8} S_I \frac{r_1^4}{a^4} + \frac{1}{2} S_{II} \frac{r_1^3}{a^3} \operatorname{sen}(\theta) \left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)$$

+ $\frac{1}{2} S_{III} \left(\frac{r_1 \operatorname{sen}(\theta)}{a}\right)^2 \left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^2 + \frac{1}{4} \left(S_{III} + S_{IV}\right) \left(\frac{r_1}{a}\right)^2 \left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^2 +$
+ $\frac{1}{2} S_V \left(\frac{r_1 \operatorname{sen}(\theta)}{a}\right) \left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^3$ (3.10)

Donde η es el tamaño del objeto, y η_{max} es el tamaño de la pupila, en este caso, como se considera que el haz de pulsos abarca toda la pupila, entonces $\eta = \eta_{max}$

Teniendo la expresión explícita para las aberraciones, se sustituye la ecuación (3.10) en el término de aberración de la ecuación (2.6).

$$\exp\left[-i\Theta(r_1,\theta)\right] = \exp\left[-ik_0W(r_1,\theta,\eta)\right]$$

Con esta sustitución se obtiene el campo completo para un pulso con aberraciones:

$$U(r_{2},\varphi,z,\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\lambda z} P(r_{1},\theta) \exp\left[ik_{0}z\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{r_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \exp\left[-ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right) \times \\ \left(\frac{1}{8}S_{I}\frac{r_{1}^{4}}{a^{4}}+\frac{1}{2}S_{II}\frac{r_{1}^{3}}{a^{3}}\sin(\theta)\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)+\frac{1}{2}S_{III}\left(\frac{r_{1}\sin(\theta)}{a}\right)^{2}\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2} \\ +\frac{1}{4}\left(S_{III}+S_{IV}\right)\left(\frac{r_{1}}{a}\right)^{2}\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2}+\frac{1}{2}S_{V}\left(\frac{r_{1}\sin(\theta)}{a}\right)\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{3}\right)\right] \times \\ \exp\left[ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})\right] \times \\ \exp\left[-ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(\frac{r_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right]\exp\left[\frac{ik_{0}r_{2}^{2}}{2f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}r_{2}\cos(\theta-\varphi)\right]r_{1}dr_{1}d\theta$$
(3.11)

El término con el coeficiente S_I describe la aberración esférica, el coeficiente S_{II} se refiere a la coma, el término con S_{III} representa el astigmatismo, el término con S_{IV} representa la curvatura de campo y S_V representa distorsión.

3.2. Pulsos con la aproximación $k = k_0$

En esta sección se calculará el campo para el pulso, con la aproximación de $k = k_0$, pero además se introducen los términos de aberración, descritos en la sección (3.1).

Se hará el cálculo tomando en cuenta los pulsos con duraciones de 10fs, 20fs y 200fs, puesto que en el capítulo (2) se muestra que los pulsos con duraciones menores, usando la aproximación de $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} << 1$, se ven más afectados aún sin los términos de aberración.

Los ángulos de incidencia que se utilizarán son de $\psi_i=0^\circ,\,\psi_i=5^\circ$ y $\psi_i=8^\circ.$

3.2.1. Iluminación Gaussiana

Aquí se muestra el análisis usando iluminación Gaussiana. Escribiendo la ecuación (3.11) con la aproximación $k = k_0$.

$$U(r_{2},\varphi,z,\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\lambda z} P(r_{1},\theta) \exp\left[ik_{0}z\right] \times \\ \exp\left[-\frac{r_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \times \\ \exp\left[-ik_{0}\left(\frac{1}{8}S_{I}\frac{r_{1}^{4}}{a^{4}} + \frac{1}{2}S_{II}\frac{r_{1}^{3}}{a^{3}}\sin(\theta)\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2}S_{III}\left(\frac{r_{1}\sin(\theta)}{a}\right)^{2}\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2} + \frac{1}{4}\left(S_{III} + S_{IV}\right)\left(\frac{r_{1}}{a}\right)^{2}\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2}S_{V}\left(\frac{r_{1}\sin(\theta)}{a}\right)\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{3}\right) \right] \exp\left[ik_{0}r_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})\right] \times \\ \left. \exp\left[-ik_{0}\left(\frac{r_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right)\right] \exp\left[\frac{ik_{0}r_{2}^{2}}{2f}\right] \times \\ \left. \exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}r_{1}r_{2}\cos(\theta - \varphi)\right]r_{1}dr_{1}d\theta \right]$$
(3.12)

Aberración esférica

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración esférica, con la aproximación de $k = k_0$, el plano de observación está sobre el plano focal, y la iluminación es gaussiana. Estas gráficas se obtienen con la ecuación (3.12).

Tomando una duración inicial de 10 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.2: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.3: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación Gaussiana $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.4: $\tau_0=10fs, \psi_i=8^\circ,$ lluminación Gaussian
a $k=k_0,$ aberración esférica

Tomando una duración inicial de 20 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.5: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.6: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación Gaussiana $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.7: $\tau_0=20fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussian
a $k=k_0,$ aberración esférica

Tomando una duración inicial de 200 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.8: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.9: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación Gaussiana $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.10: $\tau_0=200fs,\psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana $k=k_0,$ aberración esférica

Coma

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración de coma, con la aproximación de $k = k_0$, el plano de observación está en el plano focal, la iluminación es Gaussiana. Estas gráficas se obtienen con la ecuación (3.12).

Tomando una duración inicial de 10 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.11: $\tau_0=10fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ coma



Figura 3.12: $\tau_0=10 fs, \psi_i=5^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ coma



Figura 3.13: $\tau_0=10fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ coma

Tomando una duración inicial de 20 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.14: $\tau_0=20fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ coma



Figura 3.15: $\tau_0=20 fs, \psi_i=5^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ coma



Figura 3.16: $\tau_0=20fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ coma

Tomando una duración inicial de 200 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.17: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0$, coma



Figura 3.18: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0$, coma



Figura 3.19: $\tau_0=200 fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ coma

Astigmatismo y Curvatura de campo

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración de astigmatismo y curvatura de campo, con la aproximación de $k = k_0$, el plano de observación está en el plano focal, la iluminación es Gaussiana. Estas gráficas se obtienen con la ecuación (3.12).

Tomando una duración inicial de 10 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.20: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.21: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.22: $\tau_0 = 10 f_s, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$

Tomando una duración inicial de 20 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.23: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.24: $\tau_0 = 20 f_s, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.25: $\tau_0 = 20 f_s, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$

Tomando una duración inicial de 200 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.26: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.27: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.28: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$
Todas las aberraciones

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con todas las aberraciones, con la aproximación de $k = k_0$, , el plano de observación está en el plano focal, la iluminación es Gaussiana. Estas gráficas se obtienen con la ecuación (3.12).



Figura 3.29: $\tau_0 = 10 f_s, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.30: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.31: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.32: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.33: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.34: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 8^\circ$, lluminación Gaussiana, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.35: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.36: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.37: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k = k_0$, todas las aberraciones

3.2.2. Resultados.

A continuación se muestran las tablas de las mediciones de los pulsos, tomando en cuenta que tienen la aproximación del número de onda, $k = k_0$, la iluminación es Gaussiana y se toma cada una de las aberraciones. Se utilizan duraciones iniciales del pulso de 10fs, 20fs y 200fs, y ángulos de incidencia de 0°, 5° y 8°, la medición está normalizada.

Cada una de las tablas corresponde a las mediciones para cada duración inicial del pulso, en cada columna se muestra el ángulo de incidencia y cada renglón representa las diferentes aberraciones.

Iluminación Gaussiana, $k_0, \tau_0 = 10 f s$			
	0°	5°	8°
Sin Ab	1.000003971	1.000003971	1.000003971
S_I	1.000002397	1.000002397	1.000002397
S_{II}	1.000002397	1.000002397	1.000002397
$S_{III} + S_{IV}$	1.000002397	1.000002397	1.000002397
Todas	1.000002397	1.000002397	1.000002397

Para una duración de $\tau = 10 fs$:

Tabla 3.1: Aproximación $k = k_0$, iluminación Gaussiana, $\tau_0 = 10 fs$.

Para una duración de $\tau_0 = 20 fs$:

Iluminación Gaussiana, k_0 , $\tau_0 = 20 fs$			
	0°	5°	8°
Sin Ab	1.000003971	1.000003971	1.000003971
S_I	1.000002397	1.000002397	1.000002397
S_{II}	1.000002397	1.000002397	1.000002397
$S_{III} + S_{IV}$	1.000002397	1.000002397	1.000002397
Todas	1.000002397	1.000002397	1.000002397

Tabla 3.2: Aproximación $k = k_0$, iluminación Gaussiana, $\tau_0 = 20 fs$.

Para una duración de $\tau_0 = 200 fs$ se obtiene:

Iluminación Gaussiana, $k_0, \tau_0 = 200 fs$			
	0°	5°	8°
Sin Ab	1.000003971	1.000003971	1.000003971
S_I	1.000002397	1.000002397	1.000002397
S_{II}	1.000002397	1.000002397	1.000002397
$S_{III} + S_{IV}$	1.000002397	1.000002397	1.000002397
Todas	1.000002397	1.000002397	1.000002397

Tabla 3.3: Aproximación $k=k_0,$ iluminación Gaussiana, $\tau_0=200 fs.$

3.2.3. Iluminación uniforme.

En esta sección, se presentan los pulsos con aberraciones, con la aproximación $k = k_0$ e iluminación uniforme. Las gráficas se obtuvieron usando la ecuación (3.13).

$$U(r_{2},\varphi,z,\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\lambda z} P(r_{1},\theta) \exp\left[ik_{0}z\right] \times$$

$$\exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \exp\left[-ik_{0}\left(\frac{1}{8}S_{I}\frac{r_{1}^{4}}{a^{4}} + \frac{1}{2}S_{II}\frac{r_{1}^{3}}{a^{3}}\sin(\theta)\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right) + \frac{1}{2}S_{III}\left(\frac{r_{1}\sin(\theta)}{a}\right)^{2}\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2} + \frac{1}{4}\left(S_{III} + S_{IV}\right)\left(\frac{r_{1}}{a}\right)^{2}\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2} + \frac{1}{2}S_{V}\left(\frac{r_{1}\sin(\theta)}{a}\right)\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{3}\right)\right] \exp\left[ik_{0}r_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})\right] \times$$

$$\exp\left[-ik_{0}\left(\frac{r_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{f}\right)\right] \exp\left[\frac{ik_{0}r_{2}^{2}}{2f}\right] \times$$

$$\exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}r_{1}r_{2}\cos(\theta - \varphi)\right]r_{1}dr_{1}d\theta \qquad (3.13)$$

Aberración esférica

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración esférica, con la aproximación de $k = k_0$, el plano de observación está en el plano focal, la iluminación es uniforme. Estas gráficas se obtienen con la ecuación (3.13), haciendo 1 los términos de las demás aberraciones.



Figura 3.38: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.39: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.40: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 8^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.41: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.42: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.43: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 8^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, aberración esférica



Figura 3.44: $\tau_0=200fs,\psi_i=0^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0,$ aberración esférica



Figura 3.45: $\tau_0=200 fs, \psi_i=5^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0,$ aberración esférica



Figura 3.46: $\tau_0=200fs,\psi_i=8^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0,$ aberración esférica

Coma

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración de coma, con la aproximación de $k = k_0$, el plano de observación está en el plano focal, la iluminación es uniforme. Estas gráficas se obtienen con la ecuación (3.13), haciendo 1 los términos de las demás aberraciones.



Figura 3.47: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, coma



Figura 3.48: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, coma



Figura 3.49: $\tau_0=10fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0,$ coma



Figura 3.50: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, coma



Figura 3.51: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, coma



Figura 3.52: $\tau_0=20fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0,$ coma



Figura 3.53: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, coma



Figura 3.54: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, coma



Figura 3.55: $\tau_0=200 fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación uniforme, $k=k_0,$ coma

Astigmatismo y Curvatura de campo

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración de astigmatismo y curvatura de campo, con la aproximación de $k = k_0$, el plano de observación está en el plano focal, la iluminación es uniforme. Estas gráficas se obtienen con la ecuación (3.13), haciendo 1 los términos de las demás aberraciones.



Figura 3.56: $\tau_0 = 10fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.57: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.58: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.59: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.60: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.61: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.62: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.63: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.64: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0, S_{III} + S_{IV}$

Todas las aberraciones

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con todas las aberraciones, con la aproximación de $k = k_0$, el plano de observación está en el plano focal, la iluminación es uniforme. Estas gráficas se obtienen con la ecuación (3.13).



Figura 3.65: $\tau_0 = 10 f_s, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.66: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.67: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.68: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.69: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.70: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.71: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.72: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.73: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k = k_0$, todas las aberraciones

3.2.4. Resultados.

A continuación se muestran las mediciones de los pulsos con cada una de las aberraciones, para los distintos ángulos de incidencia. La iluminación es uniforme, y se toma en cuenta la aproximación $k = k_0$.

Para una duración inicial de 10fs, se obtiene:

Iluminación Uniforme, $k_0, \tau_0 = 10 fs$			
	0°	5°	8°
Sin Ab	1.000003971	1.000003971	1.000003971
S_I	1.000002397	1.000002397	1.000002397
S_{II}	1.000002397	1.000002397	1.000002397
$S_{III} + S_{IV}$	1.000002397	1.000002397	1.000002397
Todas	1.000002397	1.000002397	1.000002397

Tabla 3.4: Aproximación $k = k_0$, iluminación Uniforme, $\tau_0 = 10 fs$.

Para una duración inicial de 20fs, se obtiene:

Iluminación Uniforme, $k_0, \tau_0 = 20 f s$			
	0°	5°	8°
Sin Ab	1.000003971	1.000003971	1.000003971
S_I	1.000002397	1.000002397	1.000002397
S_{II}	1.000002397	1.000002397	1.000002397
$S_{III} + S_{IV}$	1.000002397	1.000002397	1.000002397
Todas	1.000002397	1.000002397	1.000002397

Tabla 3.5: Aproximación $k = k_0$, iluminación Uniforme, $\tau_0 = 20 fs$.

Para una duración inicial de 200 fs, se obtiene:

Al hacer el cálculo con la aproximación $k = k_0$ los pulsos mantienen su duración inicial, es decir, no sufren ensanchamiento temporal. Es en espacio donde los pulsos sufren ensanchamiento.

Iluminación Uniforme, $k_0, \tau_0 = 200 fs$			
	0°	5°	8°
Sin Ab	1.000003971	1.000003971	1.000003971
S_I	1.000002397	1.000002397	1.000002397
S_{II}	1.000002397	1.000002397	1.000002397
$S_{III} + S_{IV}$	1.000002397	1.000002397	1.000002397
Todas	1.000002397	1.000002397	1.000002397

Tabla 3.6: Aproximación $k=k_0,$ iluminación Uniforme, $\tau_0=200 fs.$

3.3. Pulsos sin la aproximación del número de onda

3.3.1. Iluminación Gaussiana.

En esta sección se presentan el análisis de pulsos ultracortos, considerando las aberraciones de Seidel, además de iluminación Gaussiana. Con la ecuación 3.15 se obtienen las siguientes gráficas.

$$U(r_{2},\varphi,z,\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\lambda z} P(r_{1},\theta) \exp\left[ik_{0}z\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \exp\left[-ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right) \times \\ \exp\left[-\frac{r_{1}^{2}}{2w^{2}}\right] \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \times \\ \left(\frac{1}{8}S_{I}\frac{r_{1}^{4}}{a^{4}}+\frac{1}{2}S_{II}\frac{r_{1}^{3}}{a^{3}}\sin(\theta)\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right) + \\ +\frac{1}{2}S_{III}\left(\frac{r_{1}\sin(\theta)}{a}\right)^{2}\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2}+\frac{1}{4}\left(S_{III}+S_{IV}\right)\left(\frac{r_{1}}{a}\right)^{2}\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2} + \\ +\frac{1}{2}S_{V}\left(\frac{r_{1}\sin(\theta)}{a}\right)\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{3}\right] \times \\ \exp\left[ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})\right] \times \\ \exp\left[-ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(\frac{r_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}r_{2}\cos(\theta-\varphi)\right]r_{1}dr_{1}d\theta$$
(3.14)
Aberración esférica

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración esférica, con la aproximación de $k = k_0$, el plano de observación



Figura 3.74: $\tau_0=10fs,\psi_i=0^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ aberración esférica



Figura 3.75: $\tau_0=10fs,\psi_i=5^\circ,$ lluminación Gaussiana, $k=k_0,$ aberración esférica



Figura 3.76: $\tau_0=10fs,\psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ aberración esférica



Figura 3.77: $\tau_0=20fs,\psi_i=0^\circ,$ lluminación Gaussiana, $k=k_0,$ aberración esférica



Figura 3.78: $\tau_0=20fs,\psi_i=5^\circ,$ lluminación Gaussiana, $k=k_0,$ aberración esférica



Figura 3.79: $\tau_0=20fs,\psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ aberración esférica



Figura 3.80: $\tau_0=200fs,\psi_i=0^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ aberración esférica



Figura 3.81: $\tau_0=200fs,\psi_i=5^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ aberración esférica



Figura 3.82: $\tau_0=200fs,\psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k=k_0,$ aberración esférica

Coma

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración de coma, con la aproximación de $k \neq k_0$, el plano de observación está sobre el plano focal, y la iluminación es gaussiana.



Figura 3.83: $\tau_0=10fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k\neq k_0,$ coma



Figura 3.84: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, coma



Figura 3.85: $\tau_0=10fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k\neq k_0,$ coma



Figura 3.86: $\tau_0=20fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k\neq k_0,$ coma



Figura 3.87: $\tau_0=20fs, \psi_i=5^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k\neq k_0,$ coma



Figura 3.88: $\tau_0=20fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k\neq k_0,$ coma



Figura 3.89: $\tau_0=200 fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación Gaussiana, $k\neq k_0,$ coma



Figura 3.90: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, coma



Figura 3.91: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, coma

Astigmatismo y Curvatura de campo

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración de astigmatismo y curvatura de campo, con la aproximación de $k \neq k_0$, el plano de observación está sobre el plano focal, y la iluminación es gaussiana.



Figura 3.92: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.93: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.94: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.95: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.96: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.97: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.98: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.99: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.100: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$

Todas las aberraciones

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con todas las aberraciones, con la aproximación de $k \neq k_0$, el plano de observación está sobre el plano focal, y la iluminación es Gaussiana



Figura 3.101: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.102: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.103: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.104: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.105: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.106: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.107: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.108: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.109: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación Gaussiana, $k \neq k_0$, todas las aberraciones

3.3.2. Resultados.

Se presentan las mediciones de los pulsos, con iluminación Gaussiana, para cada una de las aberraciones, además se incluye la medición para el pulso sin aberraciones. No se toma en cuenta la aproximación de $k = k_0$.

Para una duración inicial de 10fs, se obtiene:

Iluminación Gaussiana, $k, \tau_0 = 10 fs$					
	0°	5°	8°		
Sin Ab	1.025769861	1.013186183	1.015569482		
S_I	1.065282595	1.012741036	1.668170137		
S_{II}	1.019468358	0.988795839	1.586056175		
$S_{III} + S_{IV}$	1.019468358	1.227039236	3.860544685		
Todas	1.043795166	1.21264192	2.930067807		

Tabla 3.7: Sin aproximación, iluminación Gaussiana, $\tau_0=10 fs.$

Para una duración inicial de 20fs, se obtiene:

Iluminación Gaussiana, $k, \tau_0 = 20 fs$					
	0°	5°	8°		
Sin Ab	1.006447729	1.003103363	1.003835571		
S_I	1.016736667	1.006199634	1.120034777		
S_{II}	1.004857503	0.998715708	1.119427091		
$S_{III} + S_I V$	1.004857503	1.063379379	1.191266777		
Todas	1.011102893	1.056283242	1.937559883		

Tabla 3.8: Sin aproximación, iluminación Gaussiana, $\tau_0 = 20 fs$.

Para una duración inicial de 200 fs, se obtiene:

Iluminación Gaussiana, $k, \tau_0 = 200 fs$					
	0°	5°	8°		
Sin Ab	1.000022786	0.99998809	0.999990987		
S_I	1.000126282	0.999967325	1.001430409		
S_{II}	1.0000061	0.999892809	1.002825549		
$S_{III} + S_{IV}$	1.0000061	1.000476758	1.094779679		
Todas	1.000069562	1.00046981	1.04784872		

Tabla 3.9: Sin aproximación, iluminación Gaussiana, $\tau_0=200 fs.$

3.3.3. Iluminación uniforme.

Aquí se muestra el análisis de pulsos con aberraciones de Seidel, y con iluminación uniforme. En la ecuación (3.15), el término de la iluminación se hace igual a uno. Entonces la ecuación del campo queda:

$$U(r_{2},\varphi,z,\Delta\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{i}{\lambda z} P(r_{1},\theta) \exp\left[ik_{0}z\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{(\Delta\omega)^{2}}{4\Gamma_{0}}\right] \exp\left[-ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right) \times \\ \left(\frac{1}{8}S_{I}\frac{r_{1}^{4}}{a^{4}}+\frac{1}{2}S_{II}\frac{r_{1}^{3}}{a^{3}}\sin(\theta)\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)+ \\ +\frac{1}{2}S_{III}\left(\frac{r_{1}\sin(\theta)}{a}\right)^{2}\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2}+\frac{1}{4}\left(S_{III}+S_{IV}\right)\left(\frac{r_{1}}{a}\right)^{2}\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{2}+ \\ +\frac{1}{2}S_{V}\left(\frac{r_{1}\sin(\theta)}{a}\right)\left(\frac{\eta}{\eta_{max}}\right)^{3}\right)\right] \times \\ \exp\left[ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}\cos(\theta)\sin(\psi_{i})\right] \times \\ \exp\left[-ik_{0}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)\left(\frac{r_{1}^{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{f}\right)\right] \times \\ \exp\left[-\frac{ik_{0}}{f}\left(1+\frac{\Delta\omega}{\omega_{0}}\right)r_{1}r_{2}\cos(\theta-\varphi)\right]r_{1}dr_{1}d\theta$$
(3.15)

Aberración esférica

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración esférica, con la aproximación de $k \neq k_0$, el plano de observación, con iluminación uniforme.



Figura 3.110: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, aberración esférica



Figura 3.111: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, aberración esférica



Figura 3.112: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, aberración esférica



Figura 3.113: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, aberración esférica



Figura 3.114: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, aberración esférica



Figura 3.115: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, aberración esférica



Figura 3.116: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, aberración esférica



Figura 3.117: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, aberración esférica



Figura 3.118: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, aberración esférica

Coma

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración de coma, con la aproximación de $k = k_0$, el plano de observación está sobre el plano focal, y la iluminación es uniforme.



Figura 3.119: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 0^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, coma



Figura 3.120: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, coma



Figura 3.121: $\tau_0=10fs, \psi_i=8^\circ,$ Iluminación uniforme, $k\neq k_0,$ coma



Figura 3.122: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, coma


Figura 3.123: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, coma



Figura 3.124: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 8^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, coma

Tomando una duración inicial de 200 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.125: $\tau_0=200 fs, \psi_i=0^\circ,$ Iluminación uniforme, $k\neq k_0,$ coma



Figura 3.126: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, coma



Figura 3.127: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 8^{\circ}$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, coma

Astigmatismo y Curvatura de campo

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con aberración de astigmatismo y curvatura de campo, con la aproximación de $k \neq k_0$, el plano de observación está sobre el plano focal, y la iluminación es uniforme.

Tomando una duración inicial de 10 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.128: $\tau_0 = 10fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.129: $\tau_0 = 10 f_s, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.130: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$

Tomando una duración inicial de 20 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.131: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.132: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.133: $\tau_0 = 20 f_s, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$

Tomando una duración inicial de 200 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.134: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.135: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$



Figura 3.136: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0, S_{III} + S_{IV}$

Todas las aberraciones

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a los pulsos con todas las aberraciones, con la aproximación de $k = k_0$, el plano de observación está en el plano focal, la iluminación es uniforme.

Tomando una duración inicial de 10 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.137: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.138: $\tau_0 = 10 f_s, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.139: $\tau_0 = 10 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, todas las aberraciones

Tomando una duración inicial de 20 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.140: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.141: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.142: $\tau_0 = 20 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, todas las aberraciones

Tomando una duración inicial de 200 fs se obtuvieron las siguientes gráficas.



Figura 3.143: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 0^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.144: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 5^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, todas las aberraciones



Figura 3.145: $\tau_0 = 200 fs, \psi_i = 8^\circ$, Iluminación uniforme, $k \neq k_0$, todas las aberraciones

3.3.4. Resultados.

En esta sección se muestran los resultados de los pulsos con cada una de las aberraciones, con iluminación uniforme y sin tomar en cuenta la aproximación de $k = k_0$.

Para una duración inicial de 10fs, se obtiene:

Iluminación Uniforme, $k, \tau_0 = 10 fs$					
	0°	5°	8°		
Sin Ab	1.036459451	1.014692619	1.017922232		
S_I	1.041448039	1.014521039	2.476569944		
S_{II}	1.049597922	0.979261159	2.209644942		
$S_{III} + S_{IV}$	1.049597922	1.329651454	3.636173324		
Todas	1.041448039	1.293672617	3.252954605		

Tabla 3.10: Sin aproximación, iluminación Uniforme, $\tau_0=10 fs.$

Para una duración inicial de 20fs, se obtiene:

Iluminación Uniforme, $k, \tau_0 = 20 f s$					
	0°	5°	8°		
Sin Ab	1.008907324	1.00359347	1.004481784		
S_I	1.010544351	1.003221934	1.151750937		
S_{II}	1.012541084	0.99244626	1.157249224		
$S_{III} + S_{IV}$	1.012541084	1.085951712	1.162369838		
Todas	1.010544351	1.071320778	1.576144699		

Tabla 3.11: Sin aproximación, iluminación Uniforme, $\tau_0 = 20 fs$.

Para una duración inicial de 200 fs, se obtiene:

Iluminación Uniforme, $k, \tau_0 = 200 fs$					
	0°	5°	8°		
Sin Ab	1.000063464	1.00001491	0.999560646		
S_I	1.000055646	0.999972513	1.002191985		
S_{II}	1.000078355	0.999856158	1.004618966		
$S_{III} + S_{IV}$	1.000078355	1.00079165	1.33796382		
Todas	1.000055646	1.000668984	1.076283951		

Tabla 3.12: Sin aproximación, iluminación Uniforme, $\tau_0=200 fs.$

Conclusiones

Se escribió un programa que simula la reflexión de pulsos de duraciones entre 2.7fs y 200fs, en un espejo esférico perfectamente reflector, y con ángulos de incidencia entre 0° y 8°. Se utilizó el método de integración de rectángulos, que, aunque es lento, el resultado es confiable.

En el capítulo 1 se hizo el análisis del haz monocromático incidiendo sobre el espejo, con los dos tipos de iluminación: Gaussiana y uniforme. Con la iluminación uniforme, en el foco del espejo se observa el patrón de difracción cuyo lóbulo principal tiene un ancho menor que el obtenido con iluminación Gaussiana, además sus lóbulos secundarios, tienen una intensidad mayor y son más anchos.

En el capítulo 2 se estudió el enfoque de pulsos ultracortos por un espejo perfectamente reflector, ideal. Se analizaron dos casos: (1) cuando el ancho de frecuencias del pulso es mucho menor que la frecuencia de la onda portadora, *i.e.*, $\frac{\Delta \omega}{\omega_0} \ll 1$, por lo que $k = k_0$ y (2) cuando no se hace esta aproximación. Con estos dos casos, se hizo un análisis suponiendo que el espejo no

Con estos dos casos, se hizo un análisis suponiendo que el espejo no introduce ninguna aberración. El resultado es que en el caso (1), los pulsos reflejados tienen la misma duración que el pulso incidente, mientras que en el caso (2) los pulsos se ensanchan en tiempo, y este ensanchamiento es mayor para iluminación uniforme.

En el caso (2), para los pulsos de 10fs o menores, se encontró que la medición del ancho temporal de los pulsos por medio del primer momento, es decir, usando la τ dada por la ecuación (2.14), ya no es válida para pulsos con duraciones pequeñas, sin embargo este método sirve como un indicativo de que el pulso ha sido modificado. Para conocer la duración de los pulsos reflejados, con duraciones iniciales de 10fs o menores, conviene hacer un ajuste de una curva Gaussiana.

Con los resultados del ajuste de la curva Gaussiana, en los pulsos de 2.7fs, para una longitud de onda de la portadora de 810nm, en un sistema ideal, se obtuvo una duración límite para los pulsos enfocados de 3.47fs. Este ensanchamiento solo se observa cuando no se hace la aproximación $k = k_0$.

Adicionalmente, al quitar la aproximación de $k = k_0$, caso(2), el pulso llega con un retraso con respecto del pulso obtenido en el caso (1). Posteriormente, en el capítulo 3 se incluyeron las aberraciones de Seidel: esférica, coma, astigmatismo y curvatura de campo en la expresión del campo eléctrico del pulso, para diferentes ángulos de incidencia.

El astigmatismo y la curvatura de campo son las aberraciones que más contribuye a la aberración total en los pulsos de 10fs y 20fs. En los pulsos de 200fs es mínimo el efecto de las aberraciones en la duración del pulso. La contribución de las aberraciones se hace más notoria en ángulos de incidencia de 5° o mayores.

Cuando se toma en cuenta la aproximación $k = k_0$, los efectos de las aberraciones sobre los pulsos, son de ensanchamiento espacial, mientras que en tiempo los pulsos conservan su duración inicial. Sin utilizar dicha aproximación, los pulsos de 20fs y 200fs, tambien presentan ensanchamiento espacial, y el ensanchamiento temporal es muy pequeño.

Bibliografía

- J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics 2Ed., McGraw Hill, USA, (1996)
- [2] W. T. Welford, Aberrations of Optical Systems, Adam Hilger, Bristol (1989)
- [3] Michael Spivak, Calculus: Cálculo infinitesimal 2a Ed., Reverté, Barcelona (1990)
- [4] Claude Rullière, Femtosecond Laser Pulses, Principles and experiments, 2ed., Springer, New York, (2005)
- [5] S. Anaya-Vera, Cálculo de la aberración esférica en sistemas rotacionales simétricos, Tésis de licenciatura, UNAM (2009).
- [6] F.C. Estrada-Silva, Propagación de pulsos ultracortos en sistemas refractivos, Tesis de Doctorado, UNAM (2011).
- [7] F.C. Estrada-Silva, Propagación de pulsos ultracortos en lentes refractivas, Tesis de Maestría, UNAM (2008).
- [8] J.C. Diels y W. Rudolph, Ultrashort Laser Pulse Phenomena, Optics and Photonics Series, Elsevier Inc. (2006)
- [9] Zs. Bor y Z.L. Horváth, Distortion of femtosecond pulses in lenses. Wave optical description, Opt. Commun. 94 (1992) 249-258.
- [10] M. Kempe y W. Rudolph, Spatial and temporal transformation of femtosecond laser pulses by lenses and lens systems, J. Opt. Soc. Am. B 9, (1992) 1158-1165.
- B. Sánchez Padilla, Estudio de aberraciones en un configurador de pulsos de femtosegundos, Tésis de licenciatura, UNAM (2013).

- [12] M. A. González-Galicia, J. Garduño-Mejía, M. Rosete-Aguilar, N. C Bruce, and R. Ortega-Martínez, Effects of primary spherical aberration, coma, astigmatism, and field curvature on the focusing of ultrashort pulses: Gaussian illumination and experiment, J. Opt. Soc. Am. A 28, 1990-1994 (2011)
- [13] M. A. González-Galicia, J. Garduño-Mejía, M. Rosete-Aguilar, N. C Bruce, and R. Ortega-Martínez, *Effects of primary spherical aberration*, coma, astigmatism, and field curvature on the focusing of ultrashort pulses: Homogeneus illumination, J. Opt. Soc. Am. A 28, 1979-1989 (2011)
- [14] https://www.cvimellesgriot.com/Products/Documents/ TechnicalGuide/Gaussian-Beam-Optics.pdf
- [15] https://www.cvimellesgriot.com/Products/Tunable-Laser-Line-Mirrors.aspx
- [16] Hecht, Eugene, Optics, 4ed., Addison Wesley, San Francisco CA (2002)
- [17] https://www.cvimellesgriot.com/Products/ High-EnergyPartial-Reflecting-Laser-Mirrors.aspx
- [18] S. Wang, Q. Lin, D. Zhao, Q. Chen, How to get Airy disc from Airy pattern, Optics & Laser Technology 31 (1999) 437-441
- [19] H. Kogelnik and T. Li, Laser Beams and Resonators, Applied Optics, Vol. 5, No. 10, October 1966
- [20] V. Nourrit, J.-L. de Bougrenet de la Tocnaye, and P. Chanclou, Propagation and diffraction of truncated Gaussian beams, J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 18, No. 3, March 2001
- [21] Virendra N. Mahajan, Uniform versus Gaussian beams: a comparison of the effects of diffraction, obscuration, and aberrations, J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 3, No. 4, April 1986
- [22] Kazumasa Tanaka, Nobuhiro Saga, and Hiromu Mizokami, Field spread of a diffracted Gaussian beam through a circular aperture, Applied Optics, Vol. 24, No. 8, 15 April 1985
- [23] Sidney A. Self, Focusing of spherical Gaussian beams, Applied Optics, Vol. 22, No. 5, 1 March 1983