# Capítulo 3. Análisis electromecánico del interruptor

# 3.1 Especificaciones de diseño

El interruptor propuesto debe de cumplir con las siguientes especificaciones de diseño:

- Factor de calidad de conmutación (FCC) mayor a 5000
- Bajo voltaje de actuación (<20 [V])
- Diseño basado en la tecnología de circuito impreso flexible
- Aplicación para la banda X (8-12 GHz)



Figura 3.1. Diagrama del interruptor propuesto, tipo capacitivo sobre una línea de transmisión de guía de onda coplanar (CPW).

La estructura del interruptor propuesto se muestra en la figura 3.1. Se trata de un interruptor paralelo montado sobre una línea de transmisión CPW, lo que da como resultado un interruptor capacitivo paralelo. La estructura consiste en dos partes, una membrana montada sobre los planos de tierra de la CPW y un electrodo actuador aislado en la parte central, justo debajo de la membrana. Cuando se aplica un voltaje entre la línea central y los planos de tierra, existe una fuerza electrostática que provoca que la membrana colapse hacia la línea central. La capa aislante evita que se produzca un corto circuito cuando la membrana se encuentra en estado encendido "ON". Cuando el voltaje se retira, la membrana vuelve a su estado original apagado "OFF".

Dicho interruptor consiste en un sustrato dieléctrico (Rogers RO4003C) de 203  $\mu$ m de espesor. Una capa de cobre de 6  $\mu$ m y dos postes de 6  $\mu$ m también de cobre que soportarán una membrana de aluminio de 0.5  $\mu$ m, ubicada a 5  $\mu$ m del electrodo actuador que estará cubierto por una capa de aislante (Cyclotene) de 1  $\mu$ m. El proceso utilizado se muestra en la figura 3.2.



g) Liberación final

Figura 3.2. Vista lateral del interruptor propuesto donde se muestran las etapas de proceso a seguir.

# 3.2 Diseño Mecánico

El primer paso para comprender el funcionamiento de operación de un interruptor MEMS es obtener la constante de resorte del puente. Sí la operación está limitada a pequeñas deflexiones, como es el caso de la mayoría de los dispositivos, el comportamiento mecánico puede ser modelado usando la constante de resorte lineal k [N/m]. La deflexión  $\Delta g$  [m] de la membrana y la fuerza externa F [N] se obtienen mediante la conocida ecuación de la ley de Hooke:

$$F = k\Delta g$$

(3.1)

Las estructuras fijas son las que más se usan debido a que tienen una constante de resorte relativamente alta y *fácil* de fabricar. La constante del puente tiene que ser modelada en dos partes. La primer parte se debe a la dureza del puente y las propiedades del material, tales como el Modulo de Young *E* y el momento de inercia *I* [m<sup>4</sup>]. La segunda parte de la constante se debe a la fuerza residual (*stress*)  $\sigma$  [Pa], dentro del puente y es resultado del proceso de fabricación.

En la figura 3.3(a) se muestra el interruptor en vista superior, mostrando los planos de tierra de la CPW, se puede ver la membrana de ancho *W* sobre la línea de transmisión central. En la figura 3.3(b) se tiene un corte lateral del interruptor donde se pueden ver las capas del proceso así como sus dimensiones. El poste funciona a su vez como anclaje de la membrana y el diseño sirve para reducir la dureza del material, como veremos más adelante.



*b*)

Figura 3.3. a) Vista superior del interruptor. b) Vista lateral, mostrando las dimensiones de las capas a usar.



Figura 3.4. Vista isométrica del interruptor propuesto con dimensiones reales. Las unidades están en micras (μm).

La estructura de la membrana del interruptor de este trabajo fue propuesta, de la manera presentada, después de revisar diferentes estructuras y ésta es la que más se acerco al objetivo de tener un voltaje de actuación bajo. Las dimensiones propuestas son mostradas en las figuras 3.4 y 3.5.



Figura 3.5. Vista superior de la membrana del interruptor propuesto con dimensiones, las unidades están en micras (µm).

Como el comportamiento del interruptor se basa en una estructura de viga empotrada, el análisis estático nos ayudará a encontrar el valor de la constante de resorte k de la membrana. La expresión para encontrar la constante k, relaciona la deflexión contra la posición de la viga (ec. (3.2)).



Figura 3.6. Diagrama de cuerpo libre de una viga empotrada.

En las aplicaciones MEMS, es común que la fuerza se encuentre distribuida a través de la viga y en el interruptor propuesto, la fuerza se distribuye en la parte central, justo arriba de la línea de transmisión. Es necesario revisar los métodos para encontrar la constante de resorte de la viga, ya que depende del material y la geometría de la membrana.

En la figura 3.6 podemos ver el diagrama de cuerpo libre de la viga empotrada, donde  $M_A$ , como mencioné, es el momento de reacción,  $R_A$  la fuerza de reacción [1] y P es la carga concentrada en un punto dado por a. Se tiene la ecuación diferencial (3.2) donde E es el modulo de Young del material, I es el momento de inercia para una sección rectangular, el cual está dado por  $I = \frac{wt^3}{12}$ , w es el ancho de la viga y t es el espesor de la viga  $V_A$ 

viga [2].

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = M_A + R_A x \text{ para } x \le a$$

$$M_A x^2 - R_A x^3$$
(3.2)

$$y = \frac{M_A x^2}{2EI} + \frac{R_A x^3}{6EI}$$
(3.3)

donde 
$$M_A = -\frac{Pa}{l^2}(l-a)^2$$
 (3.4)

y 
$$R_A = \frac{P}{l^3}(l-a)^2(l+2a)$$
 (3.5)

Resolviendo la ecuación (3.2), se obtiene la deflexión de *y* en el centro de la viga. Si la carga se concentra en el centro, se tiene x = a = l/2 y la constante de la membrana es

$$k = 16w \left(\frac{t}{l}\right)^3 \tag{3.6}$$

Para el caso de que la fuerza se distribuya totalmente en la viga (figura 3.7), se tiene que hacer x = l y usar  $P = \xi * l$ , donde  $\xi$  es la carga por unidad de longitud.



Como la estructura es simétrica, la integral se define de l/2 a l y se multiplica por dos:

$$y = \frac{2}{EI} \int_{\frac{l}{2}}^{l} \frac{\xi}{48} \left( l^3 - 6l^2a + 9la^2 - 4a^3 \right) da$$
(3.7)

El valor de la constante hallada resolviendo la ecuación (3.7) es  $k = 32Ew\left(\frac{t}{l}\right)^3$ ,

para el caso en el que la fuerza se distribuye a lo largo de la viga, pero en el caso del interruptor que se propone, la fuerza se distribuye en la región central (figura 3.8), por lo que es necesario, integrar la ecuación (3.7), de l/2 a x, y la fuerza  $P = 2\xi(x - l/2)$ .



Figura 3.8. Fuerzas concentradas en la parte central de la viga.

Y la ecuación (3.7) da como resultado, la siguiente expresión para la constante de resorte:

$$k_{c}' = 32Ew\left(\frac{t}{l}\right)^{3} \left(\frac{1}{8\left(\frac{x}{l}\right)^{3} - 20\left(\frac{x}{l}\right)^{2} + 14\left(\frac{x}{l}\right) - 1}\right)$$
(3.8)

Como se puede observar en la figura 3.8, mientras la carga se distribuya en el centro de la viga, se obtienen valores bajos de constante, a diferencia del caso en el que la carga se distribuye en toda la viga. En la referencia [3], se propone una nueva fórmula para el cálculo de la constante, sin embargo, los resultados son muy parecidos.

#### 3.2.1 Componente de la constante de resorte debido a la fuerza residual $\sigma$ (stress).

La parte de la constante de resorte que es provocada por la fuerza residual biaxial dentro de la viga, se obtiene de modelar la viga como un alambre. La fuerza residual,  $\sigma$ , da como resultado una fuerza *S, jalando* los extremos de la viga [4].

$$S = \sigma(1-v)tw$$

(3.9)

donde v es la razón de Poisson, t es el espesor de la membrana y w es el ancho de la membrana.

Aquí también, primero se modela la viga recibiendo una fuerza concentrada en un punto y después, se obtiene la fórmula para una fuerza distribuida a lo largo y en el centro de la viga (Figura 3.9). Si se aplica una fuerza vertical P, la viga se dobla una cantidad u, en el punto donde se aplica la fuerza.



Figura 3.9. Viga modelada como alambre estirado con una carga vertical P concentrada en a.

Esta deflexión *estira* la viga, lo que aumenta el esfuerzo de la misma y la fuerza actuante *P* resulta en [5]

$$S + \frac{AE\Delta_1}{a}$$
(3.10a)

$$y S + \frac{AE\Delta_2}{(1-a)}$$
(3.10b)

donde *A* es la sección transversal de la viga,  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$  son las longitudes estiradas, al lado de donde se aplica la fuerza *P* y *E* es el modulo de Young del material. Las variaciones de longitud  $\Delta_1$  y  $\Delta_2$  están dadas por

$$\Delta_{1} = \sqrt{a^{2} + u^{2}} - a$$
$$\Delta_{2} = \sqrt{(l-a)^{2} + u^{2}} - (l-a)$$

Igualando la fuerza aplicada P con las fuerzas de la viga proyectadas en la dirección vertical y asumiendo una pequeña deflexión, la ecuación para encontrar u es

$$u = \frac{Pa(l-a)}{Sl} \tag{3.11}$$

donde los desplazamientos por ser muy pequeños no se toman en cuenta. De esta última ecuación, la deflexión al centro de la viga, x = l/2, es

$$y = -\frac{P}{2S}(l-a) \tag{3.12}$$

La deflexión para una carga distribuida en toda la viga ( $P = \xi * l$ ) se encuentra evaluando la integral

$$y = -2\int_{l_2}^{l} \frac{\xi}{2S} (l-a)da$$
 (3.13)

Resolviendo la ecuación (3.13), la constante de resorte es:

$$k_{a}^{"} = -\frac{\xi l}{y} = \frac{8S}{l} = 8\sigma(1-\nu)w\left(\frac{t}{l}\right)$$
(3.14)

Esta ecuación es para el caso en el que la fuerza está distribuida sobre la viga y la deflexión se encuentra en el centro (x = l/2). Para el caso en el que la fuerza se distribuye en el centro de la viga, (x = l/2), la constante de resorte debido a la fuerza residual es

$$k_c'' = 8\sigma(1-\nu)w\left(\frac{t}{l}\right)\frac{1}{3-2\left(\frac{x}{l}\right)}$$
(3.15)

Y la constante total, es el resultado de la suma de las constantes relacionadas a la dureza de la viga y el esfuerzo residual:

$$k_{c} = 32Ew\left(\frac{t}{l}\right)^{3} \left(\frac{1}{8\left(\frac{x}{l}\right)^{3} - 20\left(\frac{x}{l}\right)^{2} + 14\left(\frac{x}{l}\right) - 1}\right) + 8\sigma(1-\nu)w\left(\frac{t}{l}\right)\frac{1}{3 - 2\left(\frac{x}{l}\right)}$$
(3.16)

Para la viga que se encuentra sobre una línea de transmisión CPW y que el ancho del conductor central es un tercio de la longitud de la viga, con la fuerza concentrada en el

centro, la constante total de resorte con  $x = \frac{2}{2}l$  resulta en

$$k_c = 32Ew\left(\frac{t}{l}\right)^3 \left(\frac{27}{49}\right) + 8\sigma(1-\nu)w\left(\frac{t}{l}\right)\left(\frac{3}{5}\right)$$
(3.17)

Pero debemos observar que la estructura propuesta no es sólo una viga, sino una membrana tipo "truss". El término truss se refiere a un marco rígido soportado por vigas o barras, puede ser interpretado como "arreglo de vigas" y el diseño es tal que se logra disminuir la rigidez de la membrana, ya que como mencioné, se realizaron pruebas con diferentes estructuras, pero el voltaje de actuación era demasiado alto.

La estructura final es la de la figura 3.10 y la constante de este tipo de estructuras es [6]:

$$k \approx 2Ew \left(\frac{t}{l}\right)^3 \tag{3.18}$$

El análisis del efecto residual en este tipo de membranas, es el mismo que el utilizado para una viga normal, siendo éste componente el que domina el efecto de la constante para este tipo de vigas y la literatura recomienda que sea calculado usando programas de simulación mecánica, aunque el mismo cálculo visto anteriormente puede presentar una aproximación óptima.

Modulo de Young	E = 70 GPa				
Euorza Posidual	$\sigma = 20 \text{ MD}_2$				

Tabla 3 1 Proniedades elásticas del aluminio

Modulo de Young	E = 70 GPa
Fuerza Residual	σ = 20 MPa
Coeficiente de Poisson	v = 0.35



Figura 3.10. Estructura tipo "truss" de la membrana, vista frontal y superior.

Como se tiene analogía en los valores obtenidos de la constante, se usa el mismo análisis para la estructura propuesta, solo se sustituye el valor de la ecuación (3.18) en la ecuación (3.16), por lo que el valor de la constante para la membrana propuesta es:

$$k \approx 2Ew \left(\frac{t}{l}\right)^{3} \left(\frac{1}{8(x/L)^{3} - 20(x/L)^{2} + 14(x/L) - 1}\right) + 8\sigma(1-\nu)w \left(\frac{t}{l}\right) \frac{1}{3 - 2(\frac{x}{L})}$$
(3.19)

donde *t* es el espesor de la membrana, *l* es la longitud del brazo visto en el análisis de la estructura tipo *truss*, *w* es el ancho del brazo [6], *x* es el límite superior de integración para la fuerza distribuida en el centro de la membrana y *L* es la longitud de la membrana. Sustituyendo los valores  $x = 630 \mu$ m,  $L = 980 \mu$ m,  $w = 60 \mu$ m,  $l = 350 \mu$ m y  $t = 0.5 \mu$ m, (Fig. 3.10) en la ecuación (3.15) y de la tabla 3.1, se tiene que el valor teórico aproximado para la constante *k* de la membrana es:

Existe una fórmula propuesta en [3] para el caso en el que la fuerza se concentra en la parte central, sin embargo, la ecuación es similar a la ecuación (3.19).

### 3.3 Simulación Mecánica

El valor de la constante de resorte de la membrana, puede ser obtenida también como se mencionó anteriormente, usando programas de simulación, que en nuestro caso, es el programa CoventorWare [7]. Este programa está diseñado para simular MEMS usando diferentes procesos. Los resultados obtenidos en este programa son muy cercanos a los resultados reales y nos otorga una buena cantidad de información.

El proceso de modelado en Coventor realiza un depósito simple con el modelo presentado de tal forma que un análisis en tres dimensiones se pueda realizar, al mismo tiempo que se realiza un mallado para realizar cálculos, sin llegar a ser demasiado complejo. Cualquier máscara o proceso que no afecte el comportamiento mecánico o electrostático, no es caracterizado, lo que ahorra tiempo.



Figura 3.11. Diagrama de bloques de la simulación realizada por CoventorWare.

Una de las ventajas de usar Coventor es que presenta archivos que se pueden exportar para ser usados en otros programas CAD.

Como vemos en el diagrama de bloques del diseño (figura 3.11), primero se indica el proceso a usar. Es necesario ingresar los datos de los materiales a utilizar, tales como propiedades físicas y dimensiones en el Editor de Proceso (figura 3.12). Si el material no está en la base de datos del programa, los datos se ingresan manualmente.

P Pro	cess Editor - [C	:/coventor	_2008/Design_F	iles/jac_c	pw/Devices	s/cpw_truss	.proc]	
File E	File Edit View Tools Windows Help							
	3844	X 9		12 3				
Number	Step Name	Layer Name	Material Name	Thickness	Mask Name	Photoresist	Depth	
- 0	Substrate	Substrato	R04003C	203	Sustrato			E-Process Library
- 1	Stack Material	conductor	COPPER	6				- Modeling Actions
- 2	Straight Cut				conductor	+		Conformal Shell
- 3	Conformal Shell	dielectrico	Cyclotene	1				Celete
4	Straight Cut				dielectrico	+		AAPartition
- 5	Planar Fill	postes	COPPER	5				CPlanar Fill
- 6	Straight Cut				postes	+		- Round Corners
- 7	Stack Material	membrana	ALUMINUM(FILM)	0.5				Stack Material
- 8	Straight Cut				membrana	+		ASSESSIBLE CA
9	Straight Cut				holes	-		
								Foundry Processes

Figura 3.12. Editor de proceso del programa Coventor, mostrando las dimensiones a usar en micras.

Los datos a ingresar son los de la tabla 3.2.

Material	Constante dieléctrica ε	Factor de disipación δ	Resistividad [MΩ·cm]	Densidad ρ [g/cm <sup>3</sup> ]	Modulo de Young E [GPa]	Razón de Poisson v
Sustrato Rogers RO4003C	3.38 ± 0.05	0.0027	1.7x10 <sup>10</sup>	1.79		
Cyclotene XU35133	2.65	0.002	1x10 <sup>13</sup>	1.05		
Aluminio				2.7	70	0.33
Cobre				8.9	120	0.33-0.36

Posteriormente, se diseñan las capas individuales usando el editor de dibujo arquitectónico (Figura 3.13).

C CoventorWare	- C:\coventor_2008\Design_Files\jac_cpw\jac_cpw.mps				
<u>File T</u> ools <u>H</u> elp					
Materials	C: \coventor_2008\Design_Files\Shared\MPD\mpd1.mpd Base de datos de los materiales V				
Process	C:/coventor_2008/Design_Files/Jac_cpw/Devices/cpw_truss.proc 🔨 💽 🚰 🛨				
Architect Designer Analyzer Proceso especificando las capas a usar					
Schematic	create a new schematic Se dibuja un diagrama nuevo				
Data Associ	ations				
Materials	: No MPD associated with this schematic				
Process	No Process File associated with this schematic				

Figura 3.13. Modulo de dibujo arquitectónico de Coventor (Architect).

Debido a la tecnología de circuito impreso flexible, se tienen cinco capas principales que se muestran en la figura 3.14. Se observa que la primer capa es el sustrato Rogers RO4003C (Fig. 3.14a), posteriormente la CPW de cobre (Fig. 3.14b), seguida de los postes también de cobre (Fig. 3.14c), la cuarta capa es el dieléctrico Cyclotene (Fig. 3.14d) y la última es la membrana de aluminio soportada por los postes del interruptor (Fig. 3.14e).



Figura 3.14. Diferentes etapas en el proceso de fabricación. a) Sustrato Rogers RO4003C. b) CPW de cobre. c) Postes de Cobre. d) Capa de dieléctrico Cyclotene. e) Membrana de aluminio.

Una vez que se tiene el dibujo en 2D con las dimensiones especificas, el modelo es manipulado en el módulo de diseño (Figura 3.15). En este módulo es donde se realiza el proceso del mallado para que se puedan realizar los cálculos necesarios en la simulación. El programa Coventor presenta diferentes tipos de mallado y si se requiere un cálculo más preciso, es necesario aumentar la densidad de éste.

C CoventorWar	e - C:\coventor_2008\Design_Files\jac_cpw\jac_cpw.mps	
<u>File T</u> ools <u>H</u> elp		
Materials	C:\coventor_2008\Design_Files\Shared\MPD\mpd1.mpd	8
Process	C:/coventor_2008/Design_Files/jac_cpw/Devices/cpw_truss.proc	<b>.</b>
Architect Desig	aner Analyzer	
	Archivo catálogo del editor de proceso	
Layout	C:\coventor_2008\Design_Files\jac_cpw\Devices\final_0.cat	•
	Top Cell final	
Model / Mesh	final_0-final Nombre del archivo que tiene el modelo ya con la malla	<b>.</b>

Figura 3.15. Módulo de diseño para realizar el mallado en CoventorWare.

La figura 3.16 muestra el modelo del interruptor ya con el mallado, que en este caso es tipo *Manhattan Bricks* [7].



Figura 3.16. Modelo del interruptor con el mallado en las áreas a realizar los cálculos.

Una vez que se tiene el mallado completo, el siguiente paso es realizar las simulaciones mecánicas, eléctricas y combinadas (CoSolve) en el módulo Analyzer (Figura 3.17).

En este módulo, se pueden realizar las simulaciones del solucionador mecánico *MemMech*, eléctrico *MemElectro* y conjunto *CoSolve*. En el caso del interruptor que se propone, se seleccionan los tres cálculos siendo el más importante el *CoSolve* ya que muestra el voltaje de jale,  $V_P$ , (Nombrado en inglés *Voltage Pull-in*), el voltaje de liberación (*Voltage Lift-off*) e indirectamente se obtiene el valor de la constante de la membrana.

CoventorWare	- C:\coventor_2008\Design_Files\jac_cpw\jac_cpw.mps
<u>File T</u> ools <u>H</u> elp	
Materials	C:\coventor_2008\Design_Files\Shared\MPD\mpd1.mpd
Process	C:/coventor_2008/Design_Files/jac_cpw/Devices/cpw_truss.proc
Architect Desig	er Analyzer
Solver (effects)	CoSolveEM (coupled electromechanical) Tipo de análisis
Model / Mesh	final_0-final En este campo se selecciona el mallado realizado en el módulo 💽 💽 🏬 🔹 Designer.
Analysis	co_solve2 Aqui se indica el nombre de la simulación a realizar.

Figura 3.17. Módulo de simulaciones.

El programa simula una fuerza electrostática provocada por la aplicación un voltaje de corriente directa entre la línea central del MEMS y la membrana; ya que se comporta como un capacitor de placas paralelas, se puede determinar la constante de resorte de la membrana. Antes que la membrana colapse, como vimos en el capítulo 2, la constante de resorte k tiene un comportamiento lineal y en base a los datos simulados, se logrará verificar el funcionamiento esperado del interruptor.

Es importante mencionar que el programa permite verificar el comportamiento del interruptor a diferentes frecuencias de operación y comprobar que no se vea afectado por la frecuencia de resonancia inherente del sistema.

Los datos arrojados por el simulador se muestran en la tabla 3.3, donde se puede leer la fuerza electrostática, el desplazamiento y finalmente, la constante k de la membrana, que resultó ser de 4.21 [N/m]. La figura 3.18 muestra el comportamiento lineal de la membrana antes que colapse.

Fuerza en la membrana	Desplazamiento $\Delta_z$	Constante de la membrana k
[µN]	[µm]	[N/m]
-0.131107432	-0.031129999	4.211610538
-0.543634248	-0.129076242	4.211729735
-1.310205073	-0.311031282	4.212454339
-2.638620064	-0.625964999	4.215283711
-3.4651835	-0.821515024	4.218040329
-4.676622578	-1.107305169	4.223427027
-7.853680222	-1.850098848	4.245005735



Figura 3.18. Gráfica que muestra la constante lineal *k*, antes que la membrana colapse.

El programa también proporciona el comportamiento de la membrana sujeta a diferentes voltajes, en este paso podemos observar el voltaje de jale,  $V_P$  (*Vpull-down*) y el voltaje de liberación, así como las fuerzas presentes en los anclajes, en la membrana y en el dieléctrico. En la tabla 3.4 solo se muestra el voltaje aplicado entre la línea central y la membrana, el desplazamiento y la fuerza en la membrana.

La figura 3.19 es la gráfica del voltaje contra el desplazamiento, donde se muestra la característica curva de histéresis, donde se puede observar el voltaje de jale (*Vpull-down*) que es de 13 [V] y el voltaje de liberación de 2.5 [V].

Voltaio V-	Desplazamiento	Fuerza Fz en la		Voltaio V-	Desplazamiento	Fuerza Fz en la
	en z, $\Delta_{z}$	membrana			en z, $\Delta_{z}$	membrana
[v]	[µm]	[μN]		[v]	[µm]	[µN]
0	0	0		12	-1.107305169	-4.676622743
1	-0.00493357	-0.020778271		13	-1.850099802	-7.853683761
2	-0.019841459	-0.083564488		14	-5.00058794	-497.4943511
3	-0.045055628	-0.189756925		15	-5.000832081	-589.2597566
4	-0.0811655	-0.341840337		10	-5.000807285	-287.0498951
5	-0.129081562	-0.543656621		7	-5.001784325	-147.5919097
6	-0.190144688	-0.800870586		6	-5.001996994	-107.8912662
7	-0.266314685	-1.121776031		5	-5.002165318	-74.4181789
8	-0.360723764	-1.519645757		4	-5.002281189	-50.91461889
9	-0.477852821	-2.013531419		3	-5.003590584	-28.61947133
10	-0.6261186	-2.639268273		2.5	-0.031130204	-0.131113491
11	-0.82151562	-3.465185941		1	-0.004923748	-0.020778194
				0	-2.55x10 <sup>-5</sup>	0

<u>Tabla 3.4 Voltaje de actuación  $V_{P}$ , desplazamiento  $\Delta_z$  y fuerza Fz en la membrana</u>



Figura 3.19. Curva de histéresis del voltaje de jale  $V_P$  y el desplazamiento de la membrana.

#### 3.3.1 Voltaje de jale o actuación $V_P$ (V<sub>PULL-DOWN</sub>)

Como vimos en el capítulo 1, el voltaje de jale y liberación, son dos parámetros importantes en el funcionamiento de los interruptores RF MEMS. Y en la sección 1.4 están las ecuaciones características para una estructura tipo puente. Sin embargo, en esa sección no se tomó en cuenta el espesor del dieléctrico y aquí si lo tomaremos en cuenta, pero observaremos que el resultado es similar. La ecuación (1.1) tomando en cuenta el espesor del dieléctrico queda de la siguiente forma

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{g_0 + \left(\frac{t_d}{\varepsilon_r}\right)} = \frac{\varepsilon_0 W w}{g_0 + \left(\frac{t_d}{\varepsilon_r}\right)}$$
(3.20)

Y sustituyendo (3.20) en (1.2) nos da

$$F_{e} = \frac{1}{2}V^{2} \frac{dC(g)}{dg_{0}} = -\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_{0}WwV^{2}}{\left(g_{0} + \frac{t_{d}}{\varepsilon_{r}}\right)^{2}}$$
(3.21)

Pero, si  $g_0$  es mucho mayor que el espesor del dieléctrico, la ecuación (3.21) se reduce a la ecuación (1.2), por lo que la ecuación (1.6) del voltaje de jale,  $V_P$  se puede aproximar correctamente.

Reescribiendo la ecuación (1.6) del voltaje de jale  $V_P$ 

$$V_P = \sqrt{\frac{8k}{27\varepsilon_0 Ww}} g_O^3$$

donde k es la constante de resorte de la membrana  $\varepsilon_0$  es la permitividad del vacío W es el ancho de la línea central w es el ancho de la membrana y  $g_0$  es la altura

Si usamos el valor de k obtenido de (3.19) tenemos que el  $V_P$  es

$$V_{P} = \sqrt{\frac{8(5.21)}{27\varepsilon_{0}(280\mu m)(480\mu m)}} (5\mu m)^{3} = 12.73 \text{ [V]}$$

Los cálculos anteriores se basan en el modelo unidimensional y asumen que la forma del puente permanece independiente de la posición. De acuerdo a la simulación en Coventor, en la tabla 3.4 vemos el valor del desplazamiento de la membrana para diferentes voltajes y podemos ver en la gráfica, que en aproximadamente 13 [V] se tiene la membrana colapsada. Esto corresponde a 13.33 [V].

### 3.4 Simulación Dinámica

#### 3.4.1 Tiempo de conmutación, t<sub>s</sub>.

El tiempo de conmutación depende del voltaje aplicado para crear la fuerza electrostática necesaria para llevar el interruptor de estado abierto a estado cerrado, así, mientras el voltaje de actuación sea mayor, el tiempo de conmutación será menor. Una solución aproximada para el tiempo de conmutación se puede obtener de los sistemas de inercia limitados, esto es, para vigas con pequeño coeficiente de amortiguamiento y factor de calidad Q > 2. La ecuación es:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = f_{ext}$$
(3.22)

donde *x* es el desplazamiento de la viga, *m* es la masa de la viga, *b* es el coeficiente de amortiguamiento, *k* es la constante de rigidez de la membrana y  $f_{ext}$  es la fuerza externa. La respuesta en frecuencia de la ecuación anterior es:

$$\frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{1}{k} \left( \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + j\omega/Q\omega_0} \right)$$
(3.23)

donde  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  es la frecuencia de resonancia y Q es el factor de calidad de la membrana. Una solución de la ecuación (3.23) es la ecuación (3.24), para el caso en que la viga tiene un coeficiente de amortiguamiento despreciable b = 0 y un factor de calidad Q > 2 [4].

$$t_s \approx 3.67 \frac{V_P}{V_S \omega_0} [s] \tag{3.24}$$

Para el interruptor propuesto, se tiene una masa de  $4.7709 \times 10^{-10}$  [kg] y una densidad  $\rho$ , de 2.7 [kg/m<sup>3</sup>][8]. Si  $V_P = 12.73$  [V],  $V_S = 1.3V_P = 16.549$  [V] y  $\omega = \sqrt{k/m} = 93937$  [s<sup>-1</sup>], el tiempo de conmutación es,  $t_s = 30.05$  [µs]

Para obtener el valor simulado del tiempo de conmutación, es necesario realizar un análisis modal en el programa Coventor y con base en el primer modo, calcular la frecuencia de resonancia del diseño.

Cabe indicar que el primer modo nos presenta el comportamiento de la viga para desplazamientos en el eje z, como se muestra en la figura 3.20, debido a que la membrana o puente sólo tiene movimiento en ese eje durante el primer modo y de esta forma se puede calcular el tiempo de conmutación,  $t_s$ , que ocurre cuando la membrana colapsa de su posición inicial  $g_0$ , hacia el electrodo actuador

Los resultados finales se muestran en la tabla 3.5, donde podemos realizar comparaciones entre los valores teóricos y los valores simulados.

Parámetro	Valores teóricos	Valores simulados
Voltaje de jale, $V_P$ [V]	12.73	13.33
Voltaje actuador, $V_S$ [V]	16.549	17.33
Tiempo de conmutación, $t_s$ [µs]	30.05	18.93
frecuencia de resonancia, $f_0$ [Hz]	14590	23730
Constante de resorte de la membrana k [N/m]	5.21	4.21

Tabla 3.5 Resultados simulados y teóricos.



Figura 3.20. Movimiento de la membrana en el eje z para el primer modo, con frecuencia de resonancia  $f_0$  = 23731.1 Hz.

### 3.5 Conclusiones

Como vemos en la tabla 3.5 los valores teóricos con los simulados son similares, a excepción del tiempo de conmutación,  $t_s$ ; sin embargo, se logró un voltaje de actuación  $V_P$  igual a 13.33 [V] en el simulador. Y es importante mencionar que si este valor se obtiene en la fabricación del dispositivo, será posible poder integrarlo con circuitos de control electrónico, directamente integrados en una oblea.

El valor de la constante de la membrana simulado (k = 4.21 [N/m]) es cercano al valor obtenido con la fórmula propuesta (k = 5.21 [N/m]) en este capítulo. Es importante mencionar que los materiales en el simulador, son los mismos que se emplean en la fabricación de estos dispositivos en el centro UNAMems.

El voltaje de actuación (tanto teórico como simulado)  $V_P \approx 13$  [V], se encuentra en el rango de los valores que revisamos en el capítulo 2 ( $V_P < 20$  [V]), por lo que el interruptor resulta viable para su construcción, sin embargo, aun necesitamos analizar la simulación electrodinámica.

Los valores difieren debido a que, aún no se cuentan con modelos precisos que involucren todas las variables en la estructura (fuerza residual, efecto microscópico, fuerzas de contacto, "*pegajosidad*", etc.), aunque los valores si muestran una concordancia, estos no serán totalmente válidos hasta que se construya el dispositivo y se realicen las mediciones necesarias para poder comparar valores reales, teóricos y simulados.

Cabe señalar que el diseño propuesto es el resultado de analizar diferentes estructuras, entre ellas, la estructura tipo serie dentro de la línea de transmisión, pero el voltaje de actuación era demasiado alto para cumplir los objetivos.

## Referencias

[1] Young W. C., Budynas R. G. "Roark's Formulas for Stress and Strain", 7a Edición, McGraw-Hill, EUA.

[2] Gere R., Timoshenko S., "Mecánica de materiales", 2ª Edición, Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1986.

[3] Simion S., "Modeling and design of MEMS switch", Semiconductor Conference, pp 128 Vol. 1, septiembre 2003.

[4] Rebeiz, Gabriel, "RF MEMS Theory, Design and Technology", Wiley & Sons, EUA, 2003, pp 21-25.

[5] Timoshenko S., "Vibration problems in Engineering", 2<sup>a</sup> Edición, Van Nostrand Co. EUA, pp 115.

[6] G. K. Fedder, "Simulation of Microelectromechanical Systems", Tesis de Doctorado, pp 97, Universidad de California, Berkeley, USA, 1994.

[7] Programa CoventorWare, http://www.coventor.com

[8] Programa CST Studio http://www.cst.com