



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – INGENIERÍA SÍSMICA**

**MÉTODO DE DISEÑO SÍSMICO MULTINIVEL BASADO EN**  
**DESPLAZAMIENTOS CONSIDERANDO LA CORRELACIÓN**  
**RESISTENCIA-RIGIDEZ PARA ESTRUCTURAS A BASE DE**  
**MARCOS DE CONCRETO REFORZADO**

**TESIS**  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**

PRESENTA:  
**MANUEL FERNANDO PINZÓN BELTRÁN**

TUTOR PRINCIPAL  
**Dr. A. GUSTAVO AYALA MILIAN, INSTITUTO DE INGENIERÍA – UNAM**

COMITÉ TUTOR  
**Dr. EDUARDO REINOSO ANGULO, INSTITUTO DE INGENIERÍA – UNAM**  
**M.I. OCTAVIO GARCÍA DOMÍNGUEZ, FACULTAD DE INGENIERÍA – UNAM**  
**Dr. OSCAR ALBERTO LÓPEZ BÁTIZ, CENAPRED**  
**Dr. ORLANDO JAVIER DÍAZ LÓPEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA – UNAM**

MÉXICO, D. F. MAYO 2014

## **JURADO ASIGNADO**

Presidente:	Dr. EDUARDO REINOSO ANGULO
Secretario:	M.I. OCTAVIO GARCÍA DOMÍNGUEZ
1er. Vocal:	Dr. A. GUSTAVO AYALA MILIAN
2do. Vocal:	Dr. OSCAR ALBERTO LÓPEZ BÁTIZ
3er. Vocal:	Dr. ORLANDO JAVIER DÍAZ LÓPEZ

Lugar donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA – UNAM

### **TUTOR DE TESIS:**

DR. A. GUSTAVO AYALA MILIAN

---

**FIRMA**

# DEDICATORIA

## **A Dios**

Por estar a mi lado haciendo que todo suceda a mi favor

## **A mi familia**

Por apoyarme incondicionalmente en este objetivo tan importante que forma parte de mi proyecto de vida, el cual, indiscutiblemente ahora es una realidad gracias a ellos

## **A mi novia**

Carla Lezcano, por sus constantes palabras de aliento, y por su insuperable paciencia en los momentos en que más la necesitaba

## AGRADECIMIENTOS

A la *Universidad Nacional Autónoma de México*, UNAM, por haberme concedido el privilegio de seguir adelante con mi formación de ingeniero en sus instalaciones y ser parte del orgullo UNAM

Al *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología*, CONACYT, por haberme otorgado una beca durante todo el tiempo de mis estudios, la cual ha sido un punto clave para que todo esto haya sido posible

A mis compañeros de estudio, con los cuales formé un excelente equipo de trabajo y viví momentos inolvidables

Al *Instituto de Ingeniería de la UNAM*, por las facilidades otorgadas durante mis estudios y la realización de mi tesis

Al Dr. Gustavo Ayala, tutor de esta tesis, por haberme permitido formar parte de su equipo de trabajo, por su orientación en la realización de esta tesis y por haber compartido sus conocimientos técnicos y de vida

Al grupo de trabajo del Dr. Gustavo Ayala, por contar con su apoyo en el intercambio de conocimientos y opiniones técnicas

## RESUMEN

Se presenta un método de diseño sísmico basado en desplazamientos para estructuras reticulares de concreto reforzado, enfocado a satisfacer los estados límite de servicio, un estado auxiliar denominado de fluencia incipiente, así como la capacidad de deformación inelástica requerida para el estado límite de prevención del colapso. El método se fundamenta en conceptos básicos de la dinámica estructural, y se apoya en el uso de un sistema de referencia de un grado de libertad; cuyas propiedades dinámicas corresponden al modo fundamental de la estructura y su respuesta se idealiza mediante una curva de comportamiento bilineal. Con base en dicha curva y los resultados obtenidos de análisis modales espectrales, se obtiene la curva de capacidad de la estructura, además de la rigidez y resistencia de los elementos estructurales que cumplan las distorsiones normativas. A lo largo del análisis y diseño, se determina la rigidez efectiva de estos elementos en función de su nivel de esfuerzo mediante el uso de ecuaciones que consideran explícitamente su resistencia, mismas que han logrado una correlación razonable con resultados experimentales y analíticos detallados.

Para ilustrar la aplicación del método propuesto, se diseña un marco regular de 8 niveles que cumple con los requisitos para marcos dúctiles estipulados en las NTC para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto 2004 y la revisión de los desplazamientos laterales según el apéndice A de las NTC para Diseño por Sismo 2004, empleando para el análisis y diseño sismos representativos asociados a cada estado límite considerado. Con el fin de validar el método propuesto se compara la curva de capacidad derivada del método; tanto con la curva de capacidad obtenida mediante un análisis estático no lineal (pushover), como con la respuesta de un análisis tiempo-historia.

## **ABSTRACT**

A displacement-based seismic design method for concrete frame structures is proposed. The method is aimed to satisfy the serviceability limit state, an auxiliary limit state named incipient yielding, as well as the inelastic deformation capacity required for the collapse prevention limit state. The method is based on fundamental concepts of structural dynamics, with the support of a single-degree-of-freedom system, whose properties are related to the fundamental mode of vibration of the structure and its dynamic response is idealized by a bilinear behavior curve. Based in the curve and the results obtained from a modal spectral analysis, the capacity curve of the structure is derived, as well as the stiffness and strength of the structural members which satisfy drift code limits. Throughout the analysis and design, the effective stiffness of the members is computed in function of its stress level by the use of equations which explicitly take into account its strength, same that have shown a good correlation with experimental and analytical results.

To illustrate the application of the method proposed, an eight storey special moment concrete frame structure is designed in accordance with the NTC-2004 of the Mexican concrete design code, and with the lateral drift check recommended in Appendix A of the NTC-2004 Mexican seismic design code. The analysis and design is performed using earthquake records related to each limit state. To validate the proposed method, the Capacity Curve obtained with the method proposed is compared with the one obtained by performing a pushover analysis and a time-history analysis.

# ÍNDICE GENERAL

<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>1</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
1.1 Introducción .....	1
1.2 Planteamiento del problema .....	2
1.3 Objetivo y alcance.....	3
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>4</b>
<b>EVOLUCIÓN DEL DISEÑO SÍSMICO</b> .....	<b>4</b>
2.1 Reseña histórica del diseño sísmico.....	4
2.2 Diseño sísmico basado en fuerzas .....	5
2.2.1 <i>Ventajas del diseño sísmico basado en fuerzas</i> .....	7
2.2.2 <i>Desventajas del diseño sísmico basado en fuerzas</i> .....	7
2.3 Diseño sísmico basado en desplazamientos.....	13
2.3.1 <i>Ventajas del diseño sísmico basado en desplazamientos</i> .....	13
2.3.2 <i>Desventajas del diseño sísmico basado en desplazamientos</i> .....	13
2.4 Métodos existentes de diseño sísmico basados en desplazamientos.....	14
2.4.1 <i>Método de diseño propuesto por (Priestley, et al., 2007)</i> .....	14
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>21</b>
<b>RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO</b> .....	<b>21</b>
3.1 Rigidez efectiva para el análisis de estructuras de concreto .....	21
3.1.1 <i>Relación momento–curvatura e inercias agrietadas</i> .....	21
3.1.2 <i>Nivel de daño y su relación con la inercia efectiva</i> .....	23
3.1.3 <i>Influencia de la rigidez efectiva en el análisis y diseño de estructuras</i> .....	24
3.2 Reglas de rigidez efectiva en los reglamentos actuales .....	24
3.2.1 <i>Reglamento (ACI 318-11)</i> .....	25
3.2.2 <i>Reglamento (NZS 3101:2006)</i> .....	27
3.2.3 <i>Reglamento (ASCE/SEI 41 Supplement 1)</i> .....	29
3.2.4 <i>Reglamento (Eurocode 8)</i> .....	32

3.2.5	<i>Reglamento (JSCE-15)</i> .....	32
3.2.6	<i>Reglamento (RCDF-NTC-04)</i> .....	33
3.3	Rigidez efectiva considerando la resistencia del elemento .....	34
3.3.1	<i>Propuesta de Khuntia y Ghosh</i> .....	34
3.3.2	<i>Propuesta de Elwood y Eberhard</i> .....	36
3.3.3	<i>Propuesta de Mehanny, Kuramoto y Deierlein</i> .....	42
3.4	Rigidez efectiva a emplear en el desarrollo del método de diseño.....	43
<b>CAPÍTULO 4 .....</b>		<b>47</b>
<b>MÉTODO DE DISEÑO SÍSMICO MULTINIVEL BASADO EN DESPLAZAMIENTOS CONSIDERANDO LA CORRELACIÓN RESISTENCIA-RIGIDEZ.....</b>		<b>47</b>
4.1	Generalidades.....	47
4.1.1	<i>Descripción del método</i> .....	47
4.2	Hipótesis de trabajo .....	49
4.2.1	<i>Consideraciones e hipótesis para la aplicación práctica del método de diseño...</i>	51
4.3	Descripción del procedimiento de diseño .....	54
4.3.1	<i>Caracterización del estado auxiliar de fluencia incipiente</i> .....	55
4.3.2	<i>Diseño para el estado límite de servicio (ELS)</i> .....	57
4.3.3	<i>Diseño para el estado límite de prevención del colapso (ELPC)</i> .....	58
4.3.4	<i>Caracterización de la curva de capacidad de la estructura</i> .....	61
4.4	Ejemplo de aplicación .....	64
4.4.1	<i>Consideraciones generales para la formulación del modelo</i> .....	64
4.4.2	<i>Edificio de concreto reforzado de 8 niveles</i> .....	72
<b>CAPÍTULO 5 .....</b>		<b>88</b>
<b>CONCLUSIONES .....</b>		<b>88</b>
<b>REFERENCIAS.....</b>		<b>89</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Influencia de la rigidez en el diseño de la estructura.....	8
Figura 2.2 Influencia de la resistencia en la relación momento-curvatura de una sección de concreto reforzado (adaptada desde Priestley, et al., 2007).....	9
Figura 2.3 Definición de capacidad dúctil (adaptada desde Priestley, et al., 2007)...	10
Figura 2.4 Relación resistencia–ductilidad (adaptada desde Priestley, et al., 2007).	12
Figura 2.5 Fundamentos del método directo de diseño sísmico basado en desplazamientos (adaptada desde Priestley, et al., 2007).....	15
Figura 3.1 Relación momento-curvatura de una sección de concreto.....	22
Figura 3.2 Modelado de unión viga-columna (adaptada desde ASCE [b], 2007).....	31
Figura 3.3 Definición del desplazamiento de fluencia y rigidez efectiva (adaptada desde Elwood, et al., 2009).....	37
Figura 3.4 Definición de la curvatura de fluencia y rigidez a flexión (adaptada desde Elwood, et al., 2009).....	39
Figura 3.5 Deformación por deslizamiento de la barra de refuerzo longitudinal (adaptada desde Elwood, et al., 2009).....	41
Figura 3.6 Relación carga-deformación (adaptada desde Mehanny, et al., 2001)....	42
Figura 4.1 Curva de comportamiento bilineal de un oscilador de 1GDL .....	48
Figura 4.2 Procedimiento para caracterizar la curva de capacidad.....	50
Figura 4.3 Distribución de daño para el ELPC .....	52
Figura 4.4 Relación de desplazamiento inelástico $CR$ (adaptada desde Ruiz-García, et al., 2006) .....	53
Figura 4.5 Distribución de daño y diversos mecanismos en marcos reticulares de concreto reforzado .....	59
Figura 4.6 Nivel de diseño sísmico del estado auxiliar de fluencia incipiente .....	62
Figura 4.7 Análisis estáticos para la contribución modal de la estructura .....	63
Figura 4.8 Geometría del marco plano de 8 niveles.....	64

Figura 4.9 Masas nodales y masas por entrepiso .....	66
Figura 4.10 Inercias efectivas en columnas .....	68
Figura 4.11 Cuantías en vigas y relación de carga axial propuestas .....	69
Figura 4.12 Inercias efectivas propuestas .....	69
Figura 4.13 Registro del sismo del 25 de Abril de 1989 .....	71
Figura 4.14 Registro del sismo del 19 de Septiembre de 1985 .....	71
Figura 4.15 Distorsión máxima de entrepiso del primer modo .....	72
Figura 4.16 Cuantía en vigas y relación de capacidad en primera iteración .....	74
Figura 4.17 Inercias efectivas resultantes de la primera iteración .....	75
Figura 4.18 Inercias efectivas resultantes de las iteraciones subsecuentes .....	75
Figura 4.19 Cuantías y relación de capacidad finales en fluencia .....	76
Figura 4.20 Distorsión máxima de entrepiso ELS con inercias propuestas .....	77
Figura 4.21 Inercias efectivas iteraciones subsecuentes ELS .....	78
Figura 4.22 Distorsión de entrepiso ELS inercias efectivas 2da iteración .....	78
Figura 4.23 Distorsión máxima de entrepiso del primer modo ELPC .....	79
Figura 4.24 Espectro inelástico de resistencia por unidad de masa .....	81
Figura 4.25 Curva de capacidad de la estructura .....	86
Figura 4.26 Distribución de daño del análisis pushover .....	87
Figura 4.27 Comparación de las curvas de capacidad con el análisis no-lineal tiempo-historia .....	87

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1 Propiedades para los elementos estructurales (ACI 318-11).....	26
Tabla 3-2 Propiedades efectivas de la sección, $I_e$ , (NZS 3101:2006).....	28
Tabla 3-3 Valores de rigidez efectiva (ASCE/SEI 41 Supplement 1) .....	30
Tabla 3-4 Ajuste para considerar implícitamente la rigidez en los nudos.....	30
Tabla 4-1 Secciones de elementos estructurales.....	65
Tabla 4-2 Propiedades mecánicas de los materiales .....	65
Tabla 4-3 Análisis de cargas muertas .....	65
Tabla 4-4 Cargas vivas unitarias.....	66
Tabla 4-5 Parámetros de la respuesta elástica máxima.....	81
Tabla 4-6 Resistencias complementarias por unidad de masa .....	82
Tabla 4-7 Vectores de fuerza complementarios para los primeros 4 modos.....	83
Tabla 4-8 Resultados del análisis del modelo en fluencia – primera etapa.....	84
Tabla 4-9 Desplazamientos y combinación SRSS (m) – primera etapa.....	84
Tabla 4-10 Fuerzas y combinación SRSS (ton) – primera etapa .....	84
Tabla 4-11 Resultados del análisis del modelo dañado – segunda etapa.....	85
Tabla 4-12 Desplazamientos y combinación SRSS (m) – segunda etapa .....	85
Tabla 4-13 Fuerzas y combinación SRSS (ton) – segunda etapa.....	85

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el diseño sísmico de estructuras está basado en el método de las fuerzas, esto debido a la influencia de cómo se diseña ante cargas gravitacionales; para la cual las consideraciones de las fuerzas son críticas, debiendo satisfacer que: la resistencia de diseño de la estructura debe ser mayor o igual a la demandada por las cargas actuantes. Aunado a esto tenemos, la evolución histórica del conocimiento en la dinámica estructural encaminada a una correcta estimación de la respuesta de la estructura ante acciones sísmicas.

En el diseño sísmico basado en fuerzas (DSBF), el diseñador se enfoca primordialmente en dotar a la estructura de la resistencia requerida para satisfacer las demandas provenientes del espectro de diseño seleccionado, esto es, el proceso principal de diseño se continúa realizando en términos de la resistencia, y en segunda instancia, los desplazamientos de la estructura son utilizados por el diseñador para considerar los efectos de segundo orden, la seguridad de los elementos no estructurales y la seguridad contra el colapso mediante el control de la distorsión de entrepiso, la separación de los edificios colindantes y la holgura de vidrios en fachadas.

En años recientes, se ha incrementado el interés de los desplazamientos y las deformaciones en el diseño estructural debido al potencial de daño que ejercen sobre las estructuras, alentando así a la implementación de métodos de diseño sísmico que tengan como base dichos parámetros. Esto se debe a que con el avance en el conocimiento del comportamiento de las estructuras ante sismos, se ha reconocido que las demandas de desplazamientos y deformaciones, más que de resistencia, son las que determinan el desempeño y la seguridad estructural.

Un método de diseño sísmico basado en desplazamientos puede proveer una estimación razonable del potencial de daño, en el entendido de que los factores que influyen en la respuesta dinámica de la estructura deben ser correctamente caracterizados al momento de formular el modelo matemático.

## 1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Un tema importante en la ingeniería sísmica, es la adecuada estimación de la respuesta dinámica de los sistemas estructurales. Teóricamente y, según el criterio del proyectista, es posible establecer múltiples modelos matemáticos para una estructura, de los cuales se obtendrán respuestas dinámicas con diversos grados de aproximación, y por tanto, el problema principal es la formulación del modelo matemático para caracterizar la respuesta real del sistema estructural.

Para obtener la respuesta dinámica de una estructura con un grado de aproximación aceptable, se deben definir con sensatez los factores en función, como son: la distribución e intensidad de masas, las condiciones de apoyo, el modelado de los nodos y la rigidez de los elementos estructurales según el estado límite que se considere. De lo antes mencionado, tanto la masa como la condición de apoyo, son aspectos que en marcos reticulares de concreto reforzado de pequeña y mediana altura, se pueden definir sin tanta controversia empleando el criterio del diseñador, por otra parte, el modelado de los nodos y la asignación de la rigidez de los elementos, dependerán del estado límite que se considere, y que además, en el actual ejercicio de la práctica profesional en México, son temas que no cuentan con un criterio de aplicación definido.

Por lo antes mencionado, en esta tesis se evalúa la influencia que tiene, en el análisis y diseño sísmico de estructuras a base de marcos de concreto reforzado, la estimación de la rigidez considerando el efecto del agrietamiento; empleando fórmulas existentes en la literatura técnica existente, que consideren la correlación resistencia-rigidez en los elementos de concreto reforzado para los estados de diseño de seguridad contra el colapso y daño a elementos no estructurales (falla y servicio respectivamente) empleando un método de diseño sísmico multinivel basado en desplazamientos. Entendiéndose por diseño multinivel al cumplimiento simultáneo del conjunto de niveles de desempeño o estados límite requeridos ante la acción de sus correspondientes demandas sísmicas.

### **1.3 OBJETIVO Y ALCANCE**

Como objetivo se plantea evaluar mediante un método de diseño sísmico multinivel basado en desplazamientos, la influencia (en la respuesta dinámica de estructuras reticulares de concreto reforzado) de la correlación existente entre resistencia y rigidez de los elementos estructurales. Para ello, se emplearán fórmulas experimentales obtenidas de la literatura técnica existente, las cuales, debido a que presentan un grado de aproximación aceptable con respecto a resultados experimentales y analíticos; son parte de los reglamentos de diseño de estructuras de concreto de mayor renombre a nivel mundial.

Se sugieren criterios y un procedimiento iterativo para aplicar los resultados de dichos estudios en el análisis y diseño de un edificio de 8 niveles de concreto reforzado empleando un método de diseño sísmico multinivel basado en desplazamientos, con lo cual se obtiene una estimación razonable de la rigidez efectiva de cada uno de los elementos para el estado límite de servicio, un estado auxiliar denominado de fluencia incipiente, así como la capacidad de deformación inelástica requerida para el estado límite de prevención del colapso.

# **CAPÍTULO 2**

## **EVOLUCIÓN DEL DISEÑO SÍSMICO**

### **2.1 RESEÑA HISTÓRICA DEL DISEÑO SÍSMICO**

La incorporación de los procedimientos de diseño sísmico para la construcción de estructuras, aunque en un sentido muy general, se remonta a los años de 1920 y 1930, cuando la importancia de las acciones de las fuerzas de inercia sobre las edificaciones se hizo notoria. Debido a la carencia de acelerogramas, y como consecuencia, a la falta de conocimiento detallado de la respuesta dinámica de las estructuras, las magnitudes de las fuerzas inerciales inducidas por sismos no podían ser estimadas con suficiente aproximación. Comúnmente se usaba un 10% del peso de la edificación como valor de la fuerza de diseño ante cargas laterales, sin tener en cuenta el periodo de la estructura.

Para el año de 1960, ya se contaba con la existencia de acelerogramas que proporcionaran información detallada de la aceleración del suelo durante un sismo. El advenimiento de filosofías de diseño por resistencia o diseño sísmico basado en fuerzas (DSBF) y el desarrollo de procedimientos analíticos sofisticados mediante computadoras, proporcionaron un mejor entendimiento de la respuesta de estructuras de múltiples grados de libertad ante acciones sísmicas. En gran parte de los diversos reglamentos de diseño sísmico, la magnitud de la fuerza lateral de diseño ya era dependiente del periodo de la estructura. Con todo este progreso, se hizo notorio que en diversos casos, el diseño sísmico para las magnitudes especificadas en los reglamentos de aquel tiempo era inadecuado para asegurar que la resistencia de la estructura no fuera excedida por la demandada impuesta por un evento sísmico importante, sin embargo, al observar el comportamiento satisfactorio de las edificaciones ante sismos reales, todo indicaba que la falta de resistencia existente no siempre conducía al colapso, o incluso a un nivel de daño severo. Esta aparente inconsistencia fue explicada después que se realizó el primer análisis inelástico tiempo-historia con base en el concepto de ductilidad, definida como la capacidad de la estructura, sus componentes o material empleado, para aceptar sin colapso, grandes deformaciones ante acciones extremas como las que ocurren en su respuesta inelástica. Este concepto permitió explicar la supervivencia de ciertas edificaciones ante deformaciones excesivas sin contar con la adecuada resistencia.

Durante los años setenta, teniendo como objetivo cuantificar la capacidad dúctil con la que una estructura podía contar, se realizaron diversos estudios tanto analíticos como experimentales para determinar el desplazamiento máximo aceptable en

diferentes sistemas estructurales sometidos a desplazamientos cíclicos. Esto pudo ser el primer desarraigo del DSBF.

En el DSBF la resistencia requerida se determina mediante un factor reductivo de fuerza que refleja la capacidad dúctil del sistema estructural y del material seleccionado para el diseño. No obstante, el proceso de diseño se continúa realizando en términos de la resistencia requerida, y la capacidad de desplazamiento de la estructura, por lo general, se realiza como una última instancia.

Para el año de 1990, la bibliografía técnica, se enfocaba en darle mayor énfasis a la consideración de los desplazamientos como parámetro fundamental del diseño sísmico, y en la implementación del concepto de “diseño sísmico basado en desempeño”, fundamentado esencialmente en la consideración de los desplazamientos, lo cual atrajo la atención de múltiples investigaciones.

Esta breve reseña histórica indica que, en sus inicios, el diseño sísmico era basado completamente en la resistencia, o en consideraciones de fuerzas. A medida que la importancia de los desplazamientos llegó a ser comprendida, el enfoque ha sido el de intentar adaptar el DSBF para incluir las consideraciones de los desplazamientos, en vez de redefinir el procedimiento con bases más racionales, como es, un diseño sísmico basado en desplazamientos (DSBD).

## **2.2 DISEÑO SÍSMICO BASADO EN FUERZAS**

A pesar del notable progreso que ha logrado el diseño sísmico a través del tiempo, en el método de diseño sísmico basado en fuerzas (DSBF) persisten ciertos inconvenientes, particularmente cuando es aplicado a estructuras de concreto o mampostería. Debido a que DSBF es el procedimiento de diseño sísmico vigente de los reglamentos a nivel mundial y para poder abundar en los inconvenientes del mismo que se tratan en el subcapítulo 2.2.2, a continuación se presenta de manera general la metodología de diseño sísmico tal como se estipula en la norma (NTC-SISMO, 2004) del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (GODF, 2004).

1. Definir la configuración estructural y estimar las dimensiones preliminares de los elementos estructurales, las cuales por lo general se basan en el diseño por cargas gravitacionales.
2. Asignar la rigidez efectiva elástica a cada elemento estructural correspondiente al estado límite para el que se diseñe.
3. Estimar el periodo fundamental de la estructura, basado en la masa de la estructura y la rigidez asignada a los elementos en el paso 2.

4. Determinar las fuerzas sísmicas de diseño. Las cuales se obtienen mediante la ordenadas de aceleración correspondientes al periodo de la estructura en el espectro elástico, pero siendo estas afectadas por un factor de reducción de fuerza relacionado con la capacidad dúctil de la estructura.
5. Analizar la estructura bajo las fuerzas sísmicas de diseño y obtener su respuesta (deformaciones y elementos mecánicos). El análisis será elástico lineal del tipo estático o dinámico.
6. Obtener los desplazamientos de la estructura cuando esta incurriere en el rango de comportamiento inelástico, empleando para ello la regla de iguales desplazamientos, esto es, los desplazamientos obtenidos en el punto 5 se deberán multiplicar por el factor de reducción de fuerza definido en el punto 4 y una vez hecho esto, se verifica si cumple la distorsión de entrepiso estipulada en la norma (NTC-SISMO, 2004), de lo contrario, se rigidiza la estructura y se vuelve al punto 2.
7. Diseñar los elementos que puedan desarrollar comportamiento inelástico satisfaciendo los requerimientos de fuerzas debidos a las acciones sísmicas y a las cargas gravitacionales.
8. Diseñar los elementos que tendrán comportamiento elástico usando criterios de diseño por capacidad, para esto, los diseños se realizan cumpliendo el criterio de diseño columna fuerte – viga débil con el fin de evitar la presencia de fallas frágiles en la estructura.
9. Como opción se puede realizar un análisis estático no lineal con el objetivo de determinar las deformaciones máximas y la demanda de distorsión, y en caso de no cumplir con lo estipulado en el reglamento, se deberá rediseñar la estructura.

El DSBF permite cierto daño o deterioro en el sistema estructural bajo las acciones de un sismo severo. En México, es común ignorar el deterioro o agrietamiento en los elementos estructurales (punto 2) al momento de realizar el análisis estructural, aun cuando se indique dicho deterioro en el subcapítulo 1.4.1 de las (NTC-CONCRETO, 2004) mediante la consideración del efecto del agrietamiento en el cálculo de la rigidez de los elementos de concreto al emplear un método de análisis elástico lineal. En el subcapítulo 2.2.2 se presentarán las consecuencias de realizar o no esta consideración.

### **2.2.1 Ventajas del diseño sísmico basado en fuerzas**

DSBF provee una aparente idea de simplicidad en su entendimiento y aplicación, esto debido a la antigüedad y vigencia del método en los diversos reglamentos de diseño y al arraigo de la tendencia opositora hacia un cambio o evolución del conocimiento que ya se domina.

En la actualidad, la aplicación del DSBF goza de los beneficios de una adaptación satisfactoria en los modelos de cómputo, entre los que destacan, la posibilidad de incorporar explícitamente geometrías arquitectónicas complejas y su velocidad de cómputo.

Debido a la familiaridad de aplicación con la que cuenta el método entre los ingenieros de la práctica, los intercambios de criterios, opiniones y revisiones de los diseños se realizan fácilmente.

### **2.2.2 Desventajas del diseño sísmico basado en fuerzas**

Con el progreso en el conocimiento del diseño sísmico, diversos investigadores (Priestley, *et al.*, 2007), (Smith, *et al.*, 2002) entre otros, han señalado las desventajas o inconvenientes en el procedimiento del diseño sísmico basado en fuerzas, las cuales se resumen a continuación.

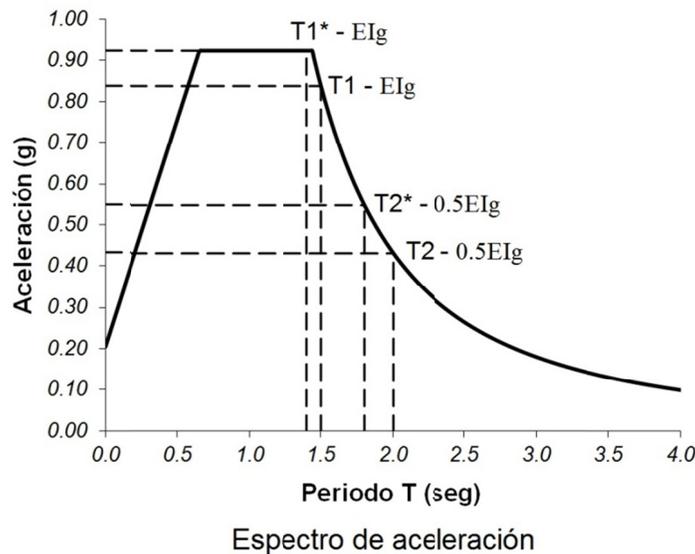
#### *Interdependencia de la resistencia y la rigidez*

Uno de los problemas fundamentales del DSBF es la estimación de la rigidez de los elementos, particularmente en estructuras de concreto y mampostería. Generalmente la rigidez asignada a los elementos estructurales en la práctica profesional se basa en la geometría de la sección ( $EI_g$ ), y algunas veces en una rigidez reducida que representa la influencia del agrietamiento, comúnmente considerada como un 50% de la rigidez geométrica del elemento ( $0.5EI_g$ ), o en el mejor de los casos una rigidez reducida en función de la geometría de la sección y del nivel de carga axial existente. Aunado a estas posibles distintas consideraciones de rigidez, tenemos el problema de la variación de la rigidez debido a la necesidad de incrementar la sección transversal preliminar en el supuesto que la revisión de la distorsión de entrepiso resulte insatisfactoria. Es notorio que un cambio en la geometría de la sección transversal afectará a las suposiciones empleadas en la práctica profesional que se mencionan anteriormente, debido a su relación con el momento de inercia geométrico.

El problema mencionado en el párrafo anterior crece, ya que la rigidez en los elementos no es un valor constante exclusivo de la geometría de su sección, sino que también depende de su resistencia, por tanto, la rigidez en los elementos de

concreto reforzado está en función de la geometría de su sección, nivel de esfuerzo actuante, cuantía de refuerzo, propiedades de los materiales constituyentes, entre otros.

Según el valor de rigidez asignado será el valor del periodo de la estructura, el cual determina el valor de la ordenada de aceleración espectral. La posibilidad de múltiples valores de rigidez (según el criterio adoptado en la práctica profesional) resulta en diferentes diseños que no necesariamente serán conservadores, y a la necesidad de un proceso de diseño iterativo cuando las secciones preliminares no sean satisfactorias. Lo anterior se ejemplifica gráficamente en la Figura 2.1.



**Figura 2.1 Influencia de la rigidez en el diseño de la estructura<sup>1</sup>**

En la Figura 2.1 se presentan dos casos comunes en la práctica profesional, el primero correspondiente al periodo  $T_1$  empleando la rigidez geométrica de los elementos, el cual resulta en una ordenada espectral dos veces mayor comparada con la obtenida del periodo  $T_2$  empleando una rigidez reducida al 50% en los elementos estructurales. En el supuesto de la necesidad de un aumento en la sección transversal de los elementos con la finalidad de rigidizar la estructura, los periodos  $T_1$  y  $T_2$  se ubicarán conforme a los periodos  $T_1^*$  y  $T_2^*$  respectivamente.

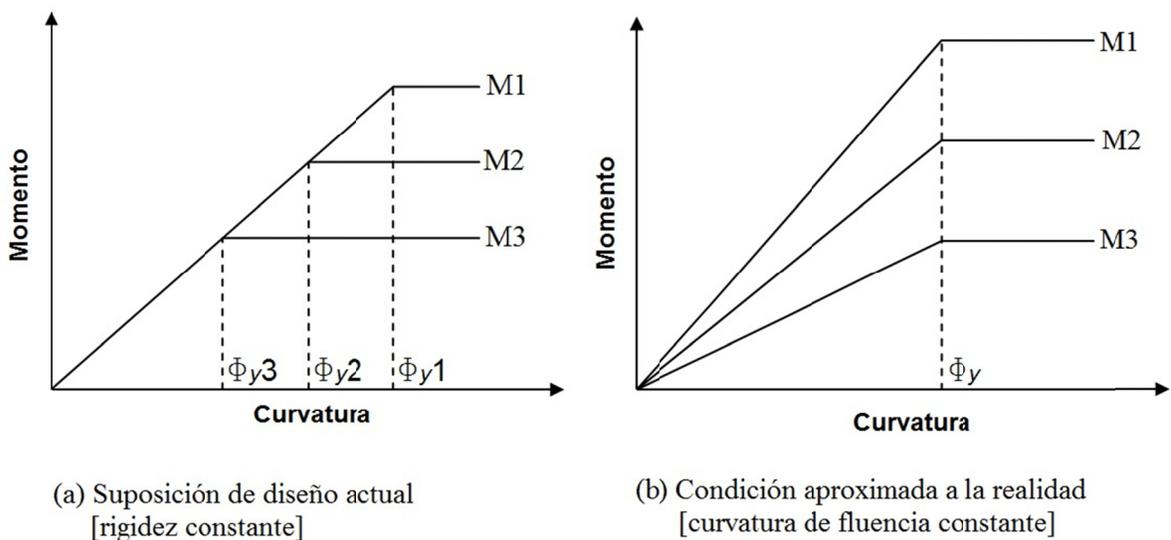
En cuanto a la correlación resistencia-rigidez en los elementos, tenemos que independientemente del valor de rigidez seleccionado, tradicionalmente la rigidez de los elementos se considera independiente de la resistencia de su sección. Para

<sup>1</sup> Espectro elástico según el apéndice “A” de las NTC-SISMO-04 para un  $T_s=1.2$  s

examinar este supuesto es conveniente considerar la rigidez a flexión obtenida de un diagrama momento curvatura mediante la siguiente ecuación.

$$EI = M_N / \phi_y \quad (2.1)$$

donde  $M_N$  es el momento nominal, y  $\phi_y$  es la curvatura de fluencia basada en la aproximación bilineal del diagrama momento curvatura. La suposición de una rigidez constante en los elementos implica que la curvatura de fluencia sea directamente proporcional a su resistencia a flexión, como se muestra en la Figura 2.2(a). Sin embargo, en base a evidencia experimental y análisis detallados por diversos autores (Priestley, *et al.*, 2007), se ha observado que esta suposición es inválida, en el sentido de que la rigidez es proporcional a la resistencia, y la curvatura de fluencia es esencialmente independiente de la resistencia de la sección de un elemento como se muestra en la Figura 2.2(b).



**Figura 2.2 Influencia de la resistencia en la relación momento-curvatura de una sección de concreto reforzado (adaptada desde Priestley, et al., 2007)**

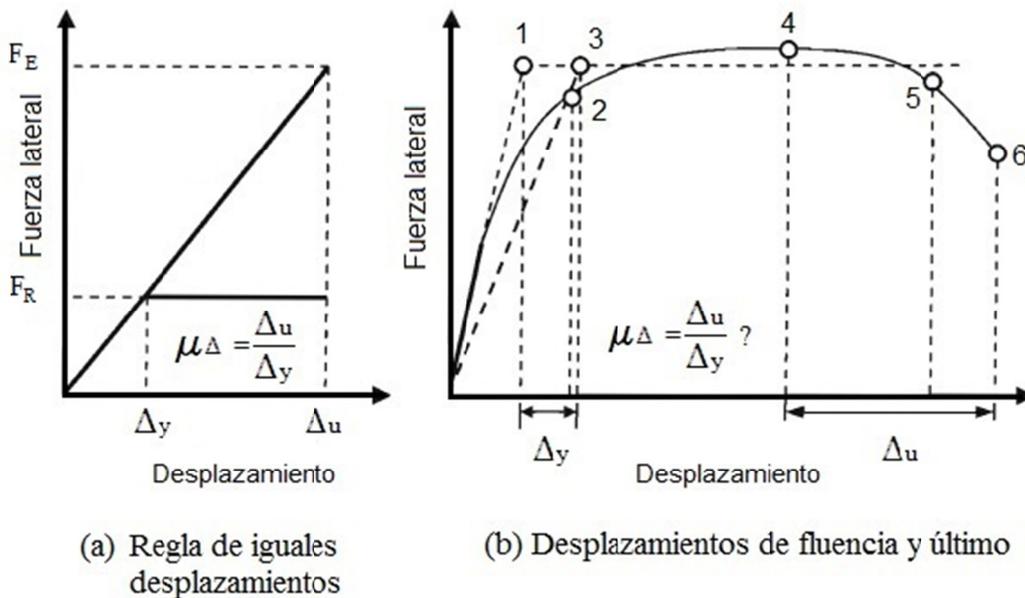
La Figura 2.2(b) representa la idealización bilineal del diagrama momento-curvatura de una sección dada con diferentes resistencias (la variación en la resistencia se obtiene mediante el uso de diferentes cuantías de acero de refuerzo en la misma sección). Se aprecia que la rigidez es esencialmente proporcional al incremento de la resistencia mediante el aumento en la cuantía de refuerzo, pero que el desplazamiento de fluencia es independiente de dicho incremento en la resistencia.

Los aspectos sobre las consideraciones de la rigidez de los elementos estructurales en los reglamentos más prestigiosos a nivel mundial y los métodos existentes para

considerar la relación resistencia-rigidez en los elementos de concreto reforzado se discuten a fondo en el capítulo 3.

*Regla de iguales desplazamientos y el factor de reducción de fuerzas*

El DSBF se basa en la aplicación de la regla de iguales desplazamientos, la cual se sustenta en los resultados obtenidos de análisis inelásticos tiempo-historia en osciladores simples de un solo grado de libertad, los resultados sugieren que los desplazamientos inelásticos máximos ( $\Delta_u$ ) debidos a una acción sísmica en sistemas elásticos e inelásticos con la misma rigidez inicial y masa (por consiguiente iguales periodos elásticos) son muy similares. La Figura 2.3 muestra el concepto de la regla de iguales desplazamientos y nos ayuda a introducir los conceptos de “factor de reducción de fuerza” y “factor de ductilidad”.



**Figura 2.3 Definición de capacidad dúctil (adaptada desde Priestley, et al., 2007)**

De la Figura 2.3(a) se observa lo siguiente. La fuerza ( $F_E$ ) se refiere a la fuerza máxima que se presenta en el desplazamiento máximo ( $\Delta_u$ ) de una estructura diseñada para responder elásticamente ante una sollicitación sísmica. La resistencia ( $F_R$ ) corresponde a una resistencia última reducida, la cual se relaciona con la respuesta elástica por medio del factor de reducción de fuerza ( $R$ ) de la siguiente manera  $F_R = F_E/R$ .

La ductilidad se puede relacionar a cualquier medida de deformación, y se puede expresar como la relación de la deformación máxima (deformación última) sobre la deformación de fluencia. En este contexto, “deformación máxima” puede ser la

*deformación máxima esperada*, en cuyo caso se le conoce como la *demanda de ductilidad*, o bien, puede ser la *capacidad de deformación de la estructura*, siendo entonces esta última conocida como la *capacidad dúctil*. En la Figura 2.3(a), los desplazamientos son la medida de deformación, y el factor de ductilidad de desplazamiento del sistema inelástico se define como  $\mu_{\Delta} = \Delta_u / \Delta_y = F_E / F_R = R$ , por tanto, en la regla de iguales desplazamientos, el factor de ductilidad de desplazamiento ( $\mu$ ) es igual al factor de reducción de fuerza ( $R$ ).

Sin embargo, desde hace tiempo se hizo notorio que la regla de iguales desplazamientos es inapropiada para estructuras de periodo muy corto o largo, y aunado a esto tenemos las diferentes opciones para definir el desplazamiento de fluencia y el desplazamiento último, de acuerdo a Figura 2.3(b) el desplazamiento de fluencia puede definirse como la pendiente de la línea resultante de unir el punto de origen con los puntos 1, 2 o 3 y que el desplazamiento último se puede ubicar según el punto 4, 5 o 6, lo cual se aborda en el subcapítulo siguiente. Como consecuencia de lo anterior, existe una variación considerable en la evaluación experimental de la capacidad dúctil de desplazamiento en las estructuras, que a su vez se refleja en los diferentes valores del factor de reducción de fuerza en diversos reglamentos.

#### *Ductilidad de desplazamiento de sistemas estructurales*

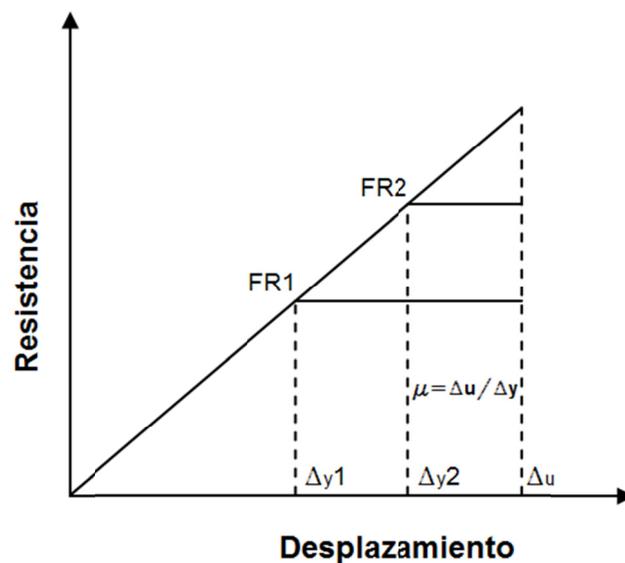
Tomando como referencia la Figura 2.3(b), el desplazamiento de fluencia ( $\Delta_y$ ) se puede definir de 3 maneras diferentes, la primera es la resultante de la intersección de una línea que parte del origen (cuya pendiente es igual a la rigidez inicial) con la resistencia nominal (punto 1), la segunda sería la resultante de la intersección de una línea que parte del origen con el punto correspondiente al desplazamiento de la primer fluencia (punto 2), y la tercera corresponde a una línea que parte del origen (cuya pendiente es la rigidez secante al punto de la primer fluencia) con la resistencia nominal (punto 3). El desplazamiento último también se puede definir en base a diversos criterios, siendo los más comunes los siguientes, el desplazamiento correspondiente a la resistencia máxima (punto 4), el desplazamiento correspondiente a un porcentaje de la resistencia máxima o la resistencia nominal (punto 5) y el desplazamiento al comienzo de la fractura del refuerzo transversal (lo que implica una falla inminente) (punto 6).

Como se ha mencionado anteriormente, la existencia de diversos criterios para la determinación de los desplazamientos de fluencia y último, resulta en la obtención de diversos valores de la capacidad dúctil de desplazamiento y por tanto en múltiples factores de reducción de fuerza en los diversos reglamentos de diseño. Más aún, de acuerdo con los reglamentos, dos estructuras del mismo material y con similares sistemas resistentes a fuerzas laterales deben desarrollar la misma ductilidad debido a que tienen el mismo factor de reducción de fuerza, sin embargo, la ductilidad de un

sistema depende tanto del tipo de material y de la configuración estructural como de la geometría, del porcentaje de acero de refuerzo y de las cargas axiales actuantes en los elementos.

#### *Relación entre resistencia y demanda de ductilidad de desplazamiento*

Una creencia común en la aplicación del DSBF es que la seguridad en una estructura ante una sollicitación sísmica es directamente proporcional a su resistencia, es decir, un aumento de la resistencia en la estructura dará como resultado una estructura más segura ante un sismo. En relación a la Figura 2.4., haciendo uso del supuesto que la rigidez en un elemento de concreto reforzado es independiente de su resistencia, es notable que con un incremento en la resistencia de FR1 a FR2 mediante un incremento en la cuantía de la sección dada, se reduce la demanda de ductilidad de desplazamiento, debido a que el desplazamiento de fluencia aumenta pero el desplazamiento máximo permanece aproximadamente constante para ambas resistencias (se asume la regla de iguales desplazamientos), sin embargo, se ha mostrado a lo largo del desarrollo de este capítulo que lo antes mencionado no es del todo válido, debido a que para una sección dada, el desplazamiento de fluencia es independiente del incremento en la resistencia mediante el aumento en la cuantía de refuerzo (ver Figura 2.2(b)).



**Figura 2.4 Relación resistencia–ductilidad (adaptada desde Priestley, et al., 2007)**

La reducción en la demanda de ductilidad de desplazamiento sugiere una reducción en el potencial de daño, debido a que las estructuras se conciben para tener una demanda de ductilidad definida, y mientras más baja sea la relación de la demanda de ductilidad sobre la capacidad dúctil mayor será la seguridad.

## **2.3 DISEÑO SÍSMICO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS**

Con el propósito de mitigar las deficiencias mencionadas del DSBF, en años recientes se ha incrementado el interés de los desplazamientos y las deformaciones debido al potencial de daño que ejercen sobre las estructuras, alentando así a la implementación de un método de diseño sísmico que tenga como base dicho parámetro. Esto se debe a que con el avance en el conocimiento del comportamiento de las estructuras ante sismos, se ha reconocido que las demandas de desplazamientos y deformaciones, más que de resistencia, son las que determinan el desempeño y la seguridad estructural.

Un método de diseño sísmico basado en desplazamientos puede proveer una estimación razonable del potencial de daño, en el entendido de que los factores que influyen en el comportamiento de la estructura deben ser correctamente caracterizados al momento de formular el modelo matemático.

### **2.3.1 Ventajas del diseño sísmico basado en desplazamientos**

Entre las ventajas más significativas de la implementación de un método de DSBD tenemos las siguientes:

Lograr una mejor comprensión del desempeño estructural de las edificaciones

Inducir al diseñador a lograr como objetivo los niveles de desempeño deseados, esto debido a que el ingeniero lleva a cabo el diseño sísmico mediante la definición de un desplazamiento objetivo, lo cual implica conocer el potencial de daño bajo los sismos de diseño

La resistencia y la rigidez no son los parámetros de diseño sino son el resultado del diseño mismo

No hay necesidad de hacer uso del factor de reducción de fuerza

### **2.3.2 Desventajas del diseño sísmico basado en desplazamientos**

En la actualidad y debido a su reciente concepción, el DSBD presenta ciertas desventajas o inconvenientes es su aplicación como un método de diseño sísmico como tal, las cuales se presentan a continuación.

Debido a su reciente creación, a la fecha no ha sido implementado en algún reglamento de diseño sísmico, aunque ya existen propuestas al respecto

El DSBD es prácticamente desconocido por los ingenieros de la práctica, lo cual resulta en una difícil comprensión y aplicación

Dificultad para adaptar estructuras complejas que tendrán un comportamiento menos predecible en comparación con las estructuras simples mostradas en los ejemplos de aplicación de las publicaciones que desarrollan el DSBD

## **2.4 MÉTODOS EXISTENTES DE DISEÑO SÍSMICO BASADOS EN DESPLAZAMIENTOS**

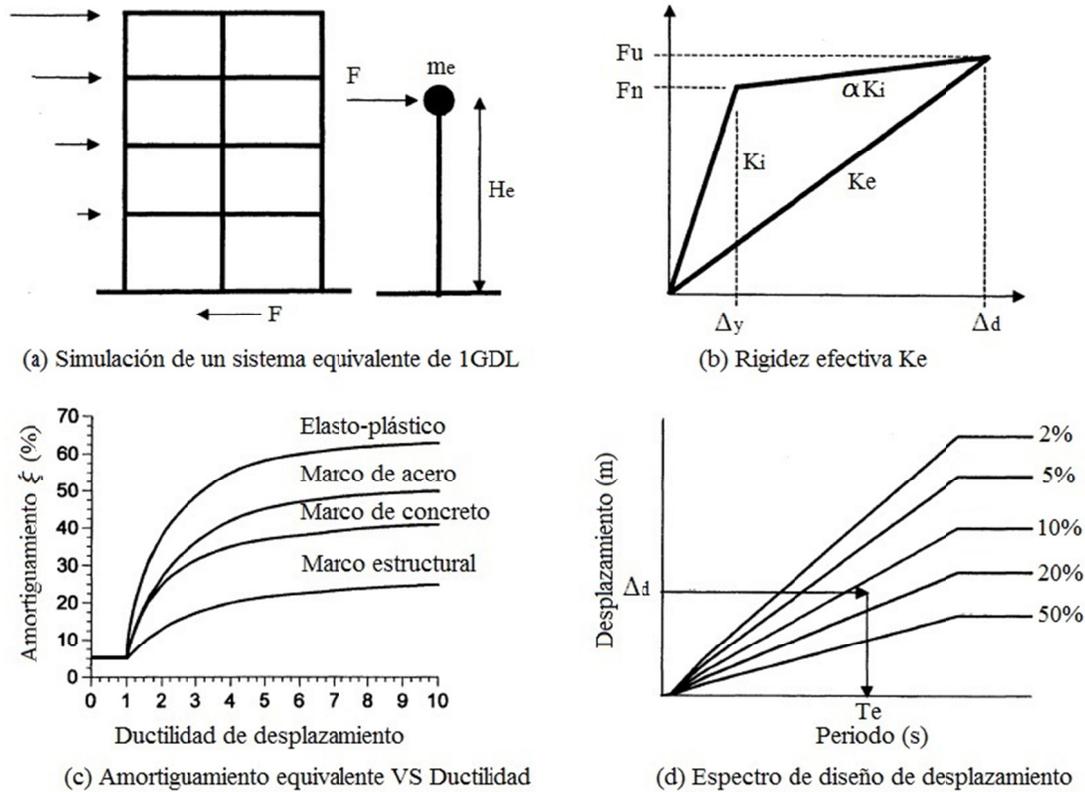
Es notorio que la evolución del diseño sísmico no ha llegado a su fin, y que la tendencia hacia un diseño sísmico basado en desempeño que considere explícitamente desplazamientos (o deformaciones) como un parámetro fundamental es una realidad. En la actualidad existen diversas propuestas sobre el tema, de las cuales podemos mencionar las expuestas por (Browning, 2001), (Chopra, *et al.*, 2001), (Moehle, 1992), (Panagiotakos, *et al.*, 1999), (Priestley, *et al.*, 2007) entre otros, ver referencia (fib, 2003).

Con el fin de no saturar con información sobre los diversos métodos mencionados en el párrafo anterior (los cuales son de fácil acceso vía internet), solo se mostrará el *método directo de diseño sísmico basado en desplazamientos* (DDBD por sus siglas en inglés) expuesto en (Priestley, *et al.*, 2000), (Priestley, *et al.*, 2007), el cual goza de gran popularidad y aceptación en la actualidad.

### **2.4.1 Método de diseño propuesto por (Priestley, *et al.*, 2007)**

El DDBD se basa en el concepto de la *estructura substituta*, en la cual, la estructura a diseñar, se caracteriza por medio de la representación del desempeño de un sistema equivalente de un grado de libertad (1GDL) en su respuesta máxima de desplazamiento, empleando una rigidez secante  $K_e$  relacionada al desplazamiento máximo  $\Delta_d$ , ver Figura 2.5(b), y un amortiguamiento viscoso equivalente  $\xi$ , el cual considera la combinación del amortiguamiento elástico y la energía disipada por el comportamiento histerético durante la respuesta inelástica.

Una vez que se han determinado  $\Delta_d$  y el desplazamiento de fluencia  $\Delta_y$ , es posible obtener la demanda de ductilidad de desplazamiento esperada, la cual se usa para estimar el  $\xi$  correspondiente, ver Figura 2.5(c), con el valor de  $\xi$  obtenido y haciendo uso de un espectro de diseño de desplazamientos Figura 2.5(d), se determina el periodo efectivo  $T_e$  correspondiente a la respuesta del desplazamiento máximo, medido a una altura efectiva  $H_e$  Figura 2.5(a), con lo anterior es posible determinar la rigidez efectiva del sistema equivalente de 1GDL  $K_e$  al desplazamiento máximo, y multiplicando esta última por  $\Delta_d$ , dará como resultado la fuerza de diseño lateral, la cual es igual a la fuerza cortante basal de diseño, esto es,  $F = V_{BASAL} = K_e \Delta_d$ .



**Figura 2.5 Fundamentos del método directo de diseño sísmico basado en desplazamientos (adaptada desde Priestley, et al., 2007)**

La dificultad en la aplicación del DDBD se presenta en la caracterización de la estructura sustituta, estimar el desplazamiento de diseño y la elaboración del espectro de diseño de desplazamiento. Con relación a lo mencionado en el párrafo anterior y haciendo uso de la Figura 2.5, a continuación se presentan los pasos requeridos para la aplicación del DDBD en el diseño de estructuras a base de marcos de concreto reforzado.

1. Calcular los desplazamientos de diseño en los entrepisos. Los desplazamientos laterales de diseño en los entrepisos de un marco están relacionados con la forma modal inelástica normalizada y con el desplazamiento del entrepiso crítico. Para estimarlos se usa la ecuación (2.2).

$$\Delta_i = \delta_i \left( \frac{\Delta_c}{\delta_c} \right) \quad (2.2)$$

donde el subíndice  $i$  indica el  $i$ -ésimo entrepiso,  $\delta_i$  es la forma modal inelástica normalizada,  $\Delta_c$  es el desplazamiento del entrepiso crítico, y  $\delta_c$  es la forma modal inelástica normalizada del entrepiso crítico. El valor de  $\delta_i$  está en

función de la altura  $H_i$ , y la altura total de la estructura  $H_n$ , a como se muestra a continuación.

$$\text{Para } n \leq 4 \quad \delta_i = \frac{H_i}{H_n} \quad (2.3)$$

$$\text{Para } n > 4 \quad \delta_i = \frac{4}{3} \left( \frac{H_i}{H_n} \right) \left( 1 - \frac{H_i}{4H_n} \right) \quad (2.4)$$

La ecuación (2.2) es válida cuando la amplificación de la distorsión debida a la contribución de los modos superiores de vibrar es despreciable. Para considerar la contribución en la respuesta de los modos superiores de vibrar, los desplazamientos  $\Delta_i$  se deben multiplicar por el factor  $\omega_\theta$ , definido por la ecuación (2.5).

$$\omega_\theta = 1.15 - 0.0034H_n \leq 1.0 \quad (H_n \text{ en m}) \quad (2.5)$$

2. Obtener el desplazamiento de diseño equivalente  $\Delta_d$  de un sistema de 1GDL, definido a continuación.

$$\Delta_d = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i^2)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} \quad (2.6)$$

donde  $m_i$  es la masa en la altura  $H_i$  asociada al desplazamiento  $\Delta_i$

3. Determinar la masa efectiva  $m_e$ , del sistema equivalente de 1GDL usando la ecuación (2.7).

$$m_e = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)}{\Delta_d} \quad (2.7)$$

4. Calcular la altura efectiva  $H_e$ , del sistema equivalente de 1GDL usando la ecuación (2.8).

$$H_e = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i H_i)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} \quad (2.8)$$

5. Determinar el desplazamiento de fluencia  $\Delta_y$ , empleando las ecuaciones siguientes.

$$\Delta_y = \theta_y H_e \quad (2.9)$$

$$\theta_y = C_1 \varepsilon_y \frac{L_b}{h_b} \quad (2.10)$$

donde  $\theta_y$  es la rotación de fluencia,  $L_b$  es el claro de las vigas medido desde el centro de las columnas,  $h_b$  es el peralte de la viga,  $\varepsilon_y$  es la deformación de fluencia a flexión del acero de refuerzo y  $C_1$  es un coeficiente que está en función del tipo de estructura considerada (0.5 y 0.65 para estructuras a base de marcos de concreto y acero respectivamente). Las ecuaciones (2.9) y (2.10) son válidas para marcos regulares. Para marcos irregulares, en donde la irregularidad es la diferencia entre las longitudes de los claros, para obtener la rotación de fluencia de la crujía crítica, se utiliza la ecuación (2.10) y para obtener el desplazamiento de fluencia del sistema se usa la ecuación (2.11).

$$\Delta_y = \left( \frac{2M_1\theta_{y1} + M_2\theta_{y2}}{2M_1 + M_2} \right) H_e \quad (2.11)$$

donde  $M_1$  y  $M_2$  son los momentos resistentes de las vigas,  $\theta_{y1}$  y  $\theta_{y2}$  son las rotaciones de fluencia de las vigas y los subíndices 1 y 2 indican el número de la crujía en estudio.

6. Cálculo de la ductilidad de desplazamiento de diseño  $\mu$  del sistema equivalente de 1GDL usando la ecuación (2.12).

$$\mu = \frac{\Delta_d}{\Delta_y} \quad (2.12)$$

7. Obtención del amortiguamiento viscoso equivalente  $\xi_{eq}$  del sistema de 1GDL. Este amortiguamiento se obtiene mediante la suma de los amortiguamientos estructural e histerético según la ecuación (2.13).

$$\xi_{eq} = \xi_{el} + \xi_{hyst} = 0.05 + C_2 \left[ \frac{\mu - 1}{\mu\pi} \right] \quad (2.13)$$

El valor del amortiguamiento estructural  $\xi_{el}$ , comúnmente se supone igual a 5% del amortiguamiento crítico para estructuras de concreto, y para estructuras de acero es común usar un valor menor de aproximadamente el 2%. El amortiguamiento histerético  $\xi_{hyst}$ , depende de la regla de histéresis apropiada para la estructura que se diseña. Cabe mencionar que en la

ecuación (2.13) el coeficiente  $C_2$  adquiere un valor calibrado en función de la regla de histéresis apropiada para la estructura que se considere, de tal forma, que el resultado final sea correcto haciendo uso de un  $\xi_{el}$  igual a 0.05 ( $C_2 = 0.565$  para estructuras a base de marcos de concreto).

8. Determinación del periodo efectivo de la estructura substituta  $T_e$  en su respuesta máxima de desplazamiento. Haciendo uso del espectro de diseño de desplazamiento y partiendo de una ordenada al origen igual al desplazamiento equivalente de diseño (punto 2), se interseca la curva del amortiguamiento viscoso correspondiente al estimado en el punto anterior y se lee  $T_e$ , ver Figura 2.5(d).
9. Calcular la rigidez efectiva de la estructura substituta  $K_e$ . Haciendo referencia a la Figura 2.5(b),  $K_e$  en su respuesta máxima de desplazamiento, está dada por la siguiente ecuación.

$$K_e = \frac{4\pi^2 m_e}{T_e^2} \quad (2.14)$$

10. Determinar la fuerza cortante basal de diseño. Haciendo referencia a la Figura 3.1(b), el cortante basal de diseño para la estructura de múltiples grados de libertad (MGDL) se obtiene a través de la estructura substituta

$$F = V_{BASAL} = K_e \Delta_d \quad (2.15)$$

11. Distribución del cortante basal (punto 10) en los niveles de la estructura de (MGDL) en proporción del producto de la masa y el perfil de desplazamiento.

$$F_i = \frac{V_{BASAL}(m_i \Delta_i)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} \quad (2.16)$$

Para controlar la amplificación de la distorsión debido a los modos superiores se emplea la siguiente ecuación

$$F_i = F_t + \frac{0.9V_{BASAL}(m_i \Delta_i)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} \quad (2.17)$$

donde  $F_t = 0.1V_{BASAL}$  en la azotea, y  $F_t = 0$  en los demás niveles. El 10% de la fuerza cortante basal se localiza en la azotea y el 90% restante se distribuye en los demás niveles según la ecuación (2.16).

12. Análisis de la estructura bajo el vector de fuerzas (punto 11) para determinar los momentos de diseño en las zonas susceptibles a la formación de articulaciones plásticas basado en la rigidez relativa de los elementos. Para conservar la congruencia con el concepto de la estructura substituta, la rigidez en los elementos en los cuales se espera la formación de articulaciones plásticas debe ser representativa a la rigidez secante efectiva ( $K_e$ ), la cual está relacionada con el desplazamiento máximo ( $\Delta_d$ ) ver Figura 2.5(b).

Cuando el diseño de la estructura está basado en la filosofía de diseño columna fuerte- viga débil, las vigas estarán sujetas a acciones inelásticas, por tanto, la rigidez apropiada en las vigas ( $(EI)_{viga}$ ) debe ser la rigidez elástica de la sección de concreto agrietada ( $E_c I_{cr}$ ) reducida en proporción a su demanda de ductilidad de desplazamiento esperada ( $\mu_{viga}$ ), ver ecuación (2.18).

$$(EI)_{viga} = \frac{E_c I_{cr}}{\mu_{viga}} \quad (2.18)$$

Para las vigas de estructuras de concreto a base de marcos con dimensiones tradicionales, será adecuado reducir la rigidez elástica de todas las vigas mediante el nivel de ductilidad de desplazamiento del sistema ( $\mu_{viga} = \mu$ ).

Cuando se emplea la filosofía de diseño columna fuerte-viga débil, se requiere que las columnas que se encuentran entre el primer nivel y la azotea permanezcan en su comportamiento elástico, por lo tanto, su rigidez se debe tomar como la rigidez elástica de la sección de concreto agrietada ( $E_c I_{cr}$ ) pero sin ninguna reducción por ductilidad, sin embargo, para la caracterización de las columnas que se encuentran entre el piso y el primer nivel, la filosofía de diseño requiere que se permita la formación de articulaciones plásticas en la base de las columnas pero que al mismo tiempo permanezcan elásticas para evitar un mecanismo como el entrepiso blando, se recomienda que para que esto suceda, todas las columnas del primer nivel se modelen como articulaciones simples y se aplique un momento tal que el punto de inflexión se presente a una altura aproximada al 60% de la altura del entrepiso, por equilibrio se requiere que la sumatoria de momentos en la base de las columnas cumpla con la condición establecida en la ecuación (2.19).

$$\sum M_{bc} = 0.6V_c H_1 \quad (2.19)$$

donde  $M_{bc}$  es el momento de diseño en la base de la columna,  $V_c$  es la fuerza cortante en la columna y  $H_1$  es la altura del primer entrepiso hasta el centro de las vigas del primer nivel.

Las vigas se diseñan directamente para las fuerzas obtenidas del análisis, mientras que las columnas se diseñan usando los criterios de diseño por capacidad para asegurar el comportamiento columna fuerte-viga débil. El detallado en las zonas donde se presentarán las articulaciones plásticas, es decir, en los extremos de las vigas y en la base de las columnas del primer nivel, se debe realizar siguiendo las recomendaciones estipuladas para marcos dúctiles.

# CAPÍTULO 3

## RIGIDEZ EFECTIVA DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO

### 3.1 RIGIDEZ EFECTIVA PARA EL ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO

La aparición de grietas en las estructuras de concreto reforzado son inevitables debido a la baja resistencia a tensión del concreto, el agrietamiento puede ocurrir en la zona a tensión de los elementos sujetos a flexión o a tensión axial. Las grietas se pueden formar perpendiculares al eje del elemento, como en el caso de tensión axial o flexión sin fuerza cortante significativa; o cuando la fuerza cortante es significativa, se pueden formar inclinadas con respecto al eje del elemento.

En los métodos de diseño sísmico basados en desplazamientos, la correcta estimación de las deformaciones en la estructura producto de una acción sísmica son de fundamental importancia, por esto, los diseñadores deben optar por valores de rigidez que sean representativos de la existente en los elementos en función al nivel de desempeño deseado. Para obtener la rigidez a flexión  $EI$  de una sección de concreto, donde  $E$  es el módulo de elasticidad del concreto,  $E$  se puede tomar como el valor indicado en las normas, el cual depende de su densidad y características de los agregados, por otra parte, el momento de inercia  $I$  dependerá de la cantidad de agrietamiento que haya ocurrido en el elemento, por tanto, si para la carga actuante el esfuerzo de tensión máximo en el concreto es menor que el módulo de rotura del concreto, se puede suponer que no se han formado grietas a tensión, en cuyo caso se puede tomar a  $I$  como  $I_g$ , donde  $I_g$  es el momento de inercia de la sección bruta no agrietada, por otro lado, en las regiones del elemento donde el momento flexionante es tan grande que el esfuerzo de tensión excede el módulo de rotura del concreto, se forman grietas a lo largo del elemento, para lo cual, es deseable tomar un momento de inercia agrietado  $I_{cr}$  cuyo valor sea el representativo del nivel de agrietamiento presentado.

#### 3.1.1 Relación momento–curvatura e inercias agrietadas

Una de las aplicaciones de la relación momento-curvatura de una sección de concreto reforzado, es la de estimar la rigidez a flexión del elemento  $EI$ , para diferentes condiciones de carga a las cuales puede estar sujeta.

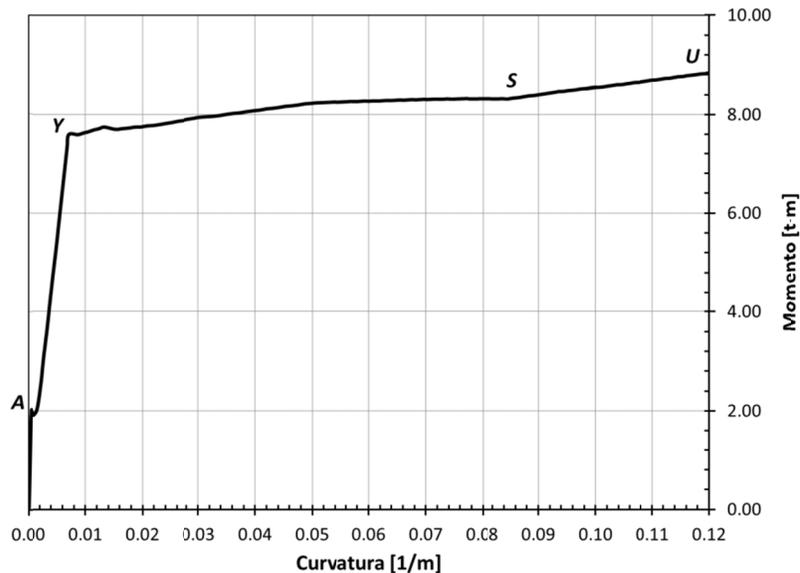
La forma general de un diagrama momento-curvatura de una sección de concreto se presenta en la Figura 3.1, de la cual se pueden observar cuatro puntos notables, los mismos que se definen a continuación.

**A** – Se presenta cuando el concreto alcanza el esfuerzo de tensión máximo. Se aprecia que la capacidad a flexión para este punto es muy baja, pero estrictamente es el comienzo del rango elástico.

**Y** – Se determina cuando se alcanza el punto de fluencia del acero a tensión, dicho punto se encuentra definido por un esfuerzo  $f_y$ , y una deformación  $\varepsilon_y$ . En varios estudios se considera el rango elástico a la recta que une el origen de coordenadas con el punto *Y*.

**S** – Se obtiene cuando de un diagrama esfuerzo-deformación, el acero a tensión se encuentra en la zona de endurecimiento por deformación, es decir, al final de la región de fluencia.

**U** – Se localiza cuando el concreto llega a su máxima deformación útil a compresión  $\varepsilon_{cu}$ . Lo cual ocurre cuando se fractura el acero transversal de confinamiento.



**Figura 3.1 Relación momento-curvatura de una sección de concreto**

De acuerdo a los puntos notables antes mencionados y a lo observado en la Figura 3.1, si la sección no presenta agrietamiento, esto es, antes que la curvatura del elemento llegue al punto **A**, significa que estrictamente el momento actuante es menor que el momento de agrietamiento  $M_A$ , en este caso se tiene:

$$EI = M_A / \phi_A = EI_g \quad (3.1)$$

Si en la Figura 3.1 se une el origen con el punto **Y**, se obtiene la rigidez a flexión agrietada en el punto de fluencia del acero a tensión  $EI_{cr}$ .

$$EI_{cr} = M_Y / \phi_Y \quad (3.2)$$

Sin embargo, si el análisis demuestra que no se espera fluencia para la condición de carga dada, se puede utilizar el valor secante en un punto antes de la fluencia del acero a tensión (entre el punto **A** y **Y**).

Los valores de la rigidez no deben estar totalmente basados en la relación momento-curvatura para la sección más cargada a lo largo de cada elemento. En cambio, deben corresponder a la relación momento-rotación extrema del elemento completo.

Es importante destacar que cuando se trabaja con inercias agrietadas, en todos los elementos de la estructura se ve afectada su rigidez, pero esto último no es cierto debido a que no todos los elementos van a ingresar al rango de comportamiento no lineal durante un sismo severo, esto es una debilidad de trabajar con  $EI_{cr}$ .

### **3.1.2 Nivel de daño y su relación con la inercia efectiva**

Según la magnitud del daño que se presente en la estructura ante una demanda sísmica, los elementos de la estructura pueden o no ingresar en un estado de comportamiento no lineal, para ello, un análisis no lineal detallado de la estructura puede proporcionar con un mayor grado de aproximación su respuesta dinámica, sin embargo, este tipo de análisis es poco factible en el ejercicio de la práctica profesional, de tal manera que en los diversos reglamentos de diseño de estructuras de concreto a nivel mundial, es común estimar el deterioro de la estructura mediante la consideración del efecto del agrietamiento en el cálculo de la rigidez de los elementos al realizar un análisis elástico lineal. Dicha consideración consiste en la afectación del momento de inercia de la sección bruta de concreto mediante un coeficiente reductivo, obteniendo así, una rigidez reducida o efectiva, la cual dependerá de diversos factores que se exponen en el subcapítulo 3.4.

El daño que se puede presentar en la estructura está relacionado con los niveles de desempeño o estados límite que se desee satisfacer, siendo de predominio en los reglamentos de diseño los que se definen a continuación:

- Estado límite de servicio – La funcionalidad del edificio no debe ser interrumpida ante la intensidad del sismo asociada a este estado límite. En el peor de los casos puede ser aceptable el comienzo del agrietamiento del concreto y de la fluencia del acero de refuerzo, en el entendido que esto no requerirá reparaciones.
- Estado límite de control de daño – El edificio puede requerir de reparaciones debido a la magnitud del daño presentado. Dicho daño puede conllevar a la

pérdida del recubrimiento de los elementos de concreto y la aparición de grietas considerables en las regiones de las articulaciones plásticas.

- Estado límite de supervivencia o prevención del colapso – Durante un evento sísmico extremo, es posible que el daño de la estructura sea irreparable pero se debe garantizar la supervivencia de los ocupantes y evitar el colapso de la estructura.

Las deflexiones laterales que se presentan en una estructura ante un sismo pueden variar significativamente de las calculadas mediante un análisis lineal, esto debido a la respuesta inelástica y a la pérdida de rigidez de sus elementos. La selección adecuada de la rigidez efectiva  $EI_e$  en los elementos para el análisis de estructuras de concreto tiene dos objetivos: obtener cálculos realistas de la deflexión lateral y determinar los efectos impuestos por la deflexión al sistema de resistencia de cargas gravitacionales de la estructura.

Como se mencionó anteriormente, una forma simple de estimar una deflexión lateral no lineal equivalente usando un análisis lineal es reducir la rigidez de los elementos de concreto de la estructura. El nivel de desempeño que se desee satisfacer en el análisis para cargas laterales afecta la selección de los valores apropiados de rigidez efectiva. Idealmente, la rigidez de los elementos estructurales debe reflejar el nivel de agrietamiento y acciones inelásticas que han ocurrido a lo largo de su longitud antes de la fluencia.

El nivel de confianza en los resultados de un análisis lineal simple depende del rigor con el que se determine la rigidez efectiva de cada elemento estructural.

### **3.1.3 Influencia de la rigidez efectiva en el análisis y diseño de estructuras**

La rigidez supuesta en los elementos de concreto influye en el cálculo del nivel de desempeño del edificio cuando está sujeto a acciones sísmicas. Si estas suposiciones de rigidez se usan en un análisis lineal, controlarán las predicciones del periodo de la estructura, la distribución de las fuerzas internas y las demandas de deformaciones, estando estas últimas relacionadas con los efectos de segundo orden que se puedan presentar en la estructura. La rigidez de los elementos también controla el desplazamiento de fluencia, que a su vez afecta la demanda de ductilidad de desplazamientos calculada mediante un análisis no lineal.

## **3.2 REGLAS DE RIGIDEZ EFECTIVA EN LOS REGLAMENTOS ACTUALES**

En los diversos reglamentos de diseño de estructuras de concreto, se estipula que el análisis estructural se debe realizar con un método de análisis que esté de acuerdo con las necesidades del modelo estructural y las condiciones de carga, además, que

en los elementos de la estructura se tomen las consideraciones necesarias de la influencia de su comportamiento no lineal en el cálculo de su respuesta.

Para el caso de la revisión de los desplazamientos y las deformaciones en los elementos estructurales donde se espere la presencia de agrietamiento debido a flexión; lo cual es previsto ante acciones sísmicas, estos desplazamientos y deformaciones se deben calcular considerando el agrietamiento mediante el empleo de una rigidez reducida o rigidez efectiva al realizar un análisis lineal.

En lo siguiente, se presenta una breve descripción de las consideraciones que los diversos reglamentos de mayor influencia a nivel mundial presentan en lo concerniente a la rigidez efectiva a usar en el supuesto de realizar un análisis elástico lineal en estructuras de concreto reforzado.

### **3.2.1 Reglamento (ACI 318-11)**

Los requisitos del reglamento para concreto estructural ACI 318-11 y comentarios (ACI committee 318, 2011), en lo sucesivo ACI 318-11, hacen distinción entre la rigidez a flexión que se debe emplear para calcular los elementos mecánicos obtenidos de un análisis elástico al emplear el método de diseño por resistencia, y la rigidez efectiva a flexión para determinar deflexiones laterales, la cual, dependerá del nivel de desempeño para el que se diseñe. Cabe hacer mención, que el apartado de rigidez efectiva para determinar deflexiones laterales (subcapítulo 8.8 del reglamento), fue anexado al reglamento a partir de la versión ACI 318-08.

El ACI 318-11 en el subcapítulo 8.8 – *Rigidez efectiva para determinar deflexiones laterales*, estipula que para determinar las deflexiones laterales de sistemas estructurales de concreto reforzado bajo condiciones de carga laterales de servicio, se puede emplear un análisis elástico lineal con la rigidez a flexión de los elementos que resulte de incrementar en un 40% la estipulada para cargas factorizadas, o bien, mediante el empleo de un análisis más detallado, y que las propiedades del elemento no deben exceder las propiedades de la sección gruesa. Para el caso de las condiciones de carga laterales factorizadas, las deflexiones laterales de sistemas de concreto reforzado pueden ser calculadas ya sea empleando un análisis elástico lineal con la rigidez a flexión de los elementos consideradas mediante una de las 2 opciones siguientes.

1. Propiedades de la sección definidas en 10.10.4.1(a) – 10.10.4.1(c). Las cuales también se emplean para el diseño de elementos a compresión, vigas y miembros de soporte mediante un análisis elástico de segundo orden cuando los efectos de esbeltez no son despreciables, como se menciona más adelante.

**Tabla 3-1 Propiedades para los elementos estructurales (ACI 318-11)**

10.10.4 – Análisis elástico de segundo orden	
10.10.4.1 – Se permite usar las siguientes propiedades en los elementos estructurales	
<b>(a)</b> Módulo de elasticidad .....	<b><math>E_c</math></b>
<b>(b)</b> Momento de inercia I, <i>Elementos a compresión:</i>	
Columnas .....	<b><math>0.70I_g</math></b>
Muros – No agrietados .....	<b><math>0.70I_g</math></b>
Muros – Agrietados .....	<b><math>0.35I_g</math></b>
<i>Elementos a flexión:</i>	
Vigas .....	<b><math>0.35I_g</math></b>
Placas y losas planas .....	<b><math>0.25I_g</math></b>
<b>(c)</b> Área .....	<b><math>1.0A_g</math></b>

2. El 50% de los valores de las rigideces a flexión basados en las propiedades gruesas de la sección.

O bien, mediante un análisis más detallado considerando la reducción de la rigidez de todos los elementos bajo las condiciones de carga.

Lo antes mencionado es lo competente para el empleo de un método basado en desplazamientos, sin embargo, con la finalidad de mostrar con claridad la proveniencia de las propiedades mostradas en la Tabla 3-1, se hará mención de la rigidez apropiada a emplear cuando se usa un método de diseño por resistencia.

En cuanto al empleo de la rigidez apropiada en los elementos cuando se usa un método de diseño por resistencia, el ACI 318-11 presenta una distinción entre los marcos arriostrados lateralmente y los marcos no arriostrados lateralmente. Para estructuras a base de marcos arriostrados es común adoptar una de dos consideraciones, la primera es usar valores brutos de la rigidez a flexión  $EI_g$ , esto es, sin considerar el agrietamiento, o bien, reducir la rigidez a flexión de la sección a la mitad en las vigas y en columnas usar la rigidez a flexión bruta de la sección. Por otra parte, para estructuras a base de marcos que estén libres para desplazarse lateralmente (marcos no arriostrados), es necesario considerar una rigidez a flexión más realista la cual debe emplearse si se realizan análisis elásticos de segundo orden, para lo cual se estipula como una guía en la adopción de dicha rigidez lo convenido en el comentario R10.10.4 - *Análisis elástico de segundo orden*.

Cabe mencionar que dicha guía para la selección de la rigidez a flexión, se deriva de uno de los tres métodos propuestos para el diseño de elementos a compresión, vigas y miembros de soporte, el cual debe estar basado en fuerzas y momentos factorizados provenientes de un análisis elástico de segundo orden, cuando los efectos de esbeltez en los elementos a compresión no sean despreciables, según lo estipulado en el subcapítulo 10.10.1 del reglamento.

Los tres métodos de análisis antes mencionados que se pueden emplear cuando los efectos de esbeltez no sean despreciables según lo estipulado en 10.10.2 son los siguientes:

- Análisis no lineal de segundo orden
- Análisis elástico de segundo orden
- Método de magnificación de momento

En el método de análisis elástico de segundo orden es donde se presentan las propiedades de los elementos mostrados en la Tabla 3-1, y que a su vez son una opción de las posibles consideraciones de la rigidez efectiva para determinar deflexiones laterales. Los momentos de inercia mostrados en la Tabla 3-1, provienen de la referencia (MacGregor, *et al.*, 1977).

### **3.2.2 Reglamento (NZS 3101:2006)**

En el capítulo 6 *Métodos de análisis estructural*, subcapítulo 6.3 *Análisis elástico lineal* del reglamento neozelandés de estructuras de concreto (NZS3101:Part1:2006), en lo sucesivo NZS3101:p1:06, se estipula que en el diseño de estructuras para los estados límite de falla y servicio puede usarse un análisis elástico lineal para el propósito de evaluar los efectos de las acciones internas.

En el subcapítulo 6.3.5 *Rigidez*, menciona que la rigidez de los elementos debe representar las condiciones en el estado límite que se analiza, y la cual debe ser aplicada de manera consistente y apropiada para las acciones que se consideran.

En los comentarios del reglamento neozelandés de estructuras de concreto (NZS3101:Part2:2006), en lo sucesivo NZS3101:p2:06, relacionado con el subcapítulo 6.3.5 *Rigidez* mencionado en el párrafo anterior, se especifica la diferencia entre la rigidez a emplear para calcular los momentos de diseño y la rigidez para calcular deformaciones, se expone que una suposición común para la rigidez de los elementos la cual se utiliza para determinar momentos de diseño para ambos estados límite, es usar,  $0.8E_cI_g$  para columnas y  $0.4E_cI_g$  para elementos a flexión. El valor de  $I_g$  está basado en el momento de inercia de la sección bruta de

concreto. Y que la rigidez para el cálculo de las deformaciones, es importante que se base en valores más realistas.

En cuanto a las consideraciones pertinentes durante efectos sísmicos en el supuesto de emplear un análisis elástico lineal, el NZS3101:p1:06, en el capítulo 6.9 *Requisitos adicionales para efectos sísmicos*, menciona que el análisis para calcular deflexiones, fuerzas internas y periodos de vibración, se debe realizar considerando el agrietamiento en la rigidez a flexión de los elementos.

Los valores recomendados en los comentarios NZS3101:p2:06 respecto a las propiedades efectivas de las secciones que deben usarse para el análisis elástico de estructuras sujetas a acciones sísmicas para ambos estados límite, se presentan en la Tabla 3-2.

**Tabla 3-2 Propiedades efectivas de la sección,  $I_e$ , (NZS 3101:2006)**

Tipo de elemento	Estado límite de falla - ELF		Estado límite de servicio - ELS		
	$f_y=300$ MPa	$f_y=500$ MPa	$\mu=1.25$	$\mu=3$	$\mu=6$
<b>1) Vigas</b>					
Rectangular**	0.40 $I_g$	0.32 $I_g$	$I_g$	0.70 $I_g$	0.40 $I_g$
Vigas T y L**	0.35 $I_g$	0.27 $I_g$	$I_g$	0.60 $I_g$	0.35 $I_g$
<b>2) Columnas</b>					
$N^*/A_g f'_c > 0.5$	0.80 $I_g$ (1.0 $I_g$ )*	0.80 $I_g$ (1.0 $I_g$ )*	$I_g$	1.0 $I_g$	Como los valores para el ELF entre paréntesis
$N^*/A_g f'_c = 0.2$	0.55 $I_g$ (0.66 $I_g$ )*	0.50 $I_g$ (0.66 $I_g$ )*	$I_g$	0.80 $I_g$	
$N^*/A_g f'_c = 0.0$	0.40 $I_g$ (0.45 $I_g$ )*	0.30 $I_g$ (0.35 $I_g$ )*	$I_g$	0.70 $I_g$	
<b>3) Muros**</b>					
$N^*/A_g f'_c = 0.2$	0.48 $I_g$	0.42 $I_g$	$I_g$	0.70 $I_g$	Como los valores para el ELF
$N^*/A_g f'_c = 0.1$	0.40 $I_g$	0.33 $I_g$	$I_g$	0.60 $I_g$	
$N^*/A_g f'_c = 0.0$	0.32 $I_g$	0.25 $I_g$	$I_g$	0.50 $I_g$	
<b>4) Vigas de acoplamiento reforzadas diagonalmente</b>					
	0.60 $I_g$ para flexión		$I_g$	0.75 $I_g$	Como los valores para el ELF

(\*) Estos valores corresponden a columnas que cuentan con un alto nivel de protección contra la formación de articulaciones plásticas en el estado límite de falla.

(\*\*) Se debe considerar la flexibilidad adicional debido a la deformación dentro de los nudos

### 3.2.3 Reglamento (ASCE/SEI 41 Supplement 1)

En el año 2006, ASCE (American Society of Civil Engineers) publicó el reglamento para la rehabilitación sísmica de edificaciones existentes ASCE/SEI 41 (ASCE [a], 2007), basado en el pre-reglamento para la rehabilitación sísmica de edificaciones FEMA 356 (2000). A pesar de la existencia de actualizaciones al pasar del FEMA 356 al ASCE/SEI 41, el reglamento ASCE/SEI 41 se basa en su mayor parte en el desarrollo innovador del FEMA 273 (1997), sin embargo, se ha reconocido la necesidad de actualizar el reglamento ASCE/SEI 41 con la finalidad de considerar los resultados obtenidos en investigaciones recientes y mejorar el conocimiento de la respuesta sísmica de edificaciones existentes (NEHRP, 2007).

En las disposiciones de concreto del ASCE/SEI 41, se ha encontrado que en general estas tienden a ser muy conservadoras comparadas con la información generada en laboratorio (EERI/PEER, 2006). Para enfrentar este detalle, se desarrolló un suplemento del ASCE/SEI 41, conocido como ASCE/SEI 41 Supplement 1, ver referencia (ASCE [b], 2007). El cual contiene actualizaciones en cuanto a las disposiciones pertinentes a deslizamiento del anclaje, columnas, conexiones losa-columna y muros entre otros.

En el subcapítulo 6 de las revisiones propuestas al ASCE/SEI 41, se menciona que la rigidez de los elementos se debe calcular considerando los efectos de flexión, cortante, comportamiento axial y las deformaciones producidas por el deslizamiento del refuerzo, y que dichas consideraciones deben de corresponder al nivel de esfuerzo en el elemento.

Cuando las acciones de diseño provengan de un análisis lineal, la rigidez de los elementos debe corresponder al valor secante en el punto de fluencia, o como alternativa, se puede emplear lo indicado en la Tabla 3-3. Los valores de la rigidez efectiva para vigas y columnas presentados en la Tabla 3-3, consideran la flexibilidad adicional debida al deslizamiento del refuerzo dentro de la unión viga-columna antes de la fluencia. La rigidez efectiva medida en las pruebas de laboratorio sugiere que la rigidez efectiva a flexión para cargas axiales bajas se puede aproximar como  $0.2A_g f'_c$ ; sin embargo, considerando la dispersión en la rigidez efectiva a flexión y para evitar subestimar la demanda de cortante en columnas con baja carga axial, se recomienda el valor de  $0.3A_g f'_c$ .

Cuando se hace uso de las recomendaciones de la Tabla 3-3 en cuanto a los valores de rigidez efectiva en vigas y columnas en conjunto con las recomendaciones para el modelado de las uniones viga-columna, la rigidez en general presenta una correlación aceptable con los resultados de las pruebas de laboratorio

experimentales. Cabe mencionar que las recomendaciones para el modelado de las uniones viga-columna no consideran el deslizamiento del refuerzo.

Por lo antes mencionado, a continuación se presentan los valores de rigidez efectiva que estipula el ASCE/SEI 41 Supplement 1.

**Tabla 3-3 Valores de rigidez efectiva (ASCE/SEI 41 Supplement 1)**

Componente	Rigidez a Flexión	Rigidez a Corte	Rigidez Axial
Vigas sin presfuerzo	$0.3E_cI_g$	$0.4E_cA_w$	-
Vigas presforzadas	$E_cI_g$	$0.4E_cA_w$	-
Columnas en compresión debido a cargas gravitacionales factorizadas $\geq 0.5A_gf'_c$	$0.7E_cI_g$	$0.4E_cA_w$	$E_cA_g$
Columnas en compresión debido a cargas gravitacionales factorizadas $\leq 0.1A_gf'_c$ o en tensión	$0.3E_cI_g$	$0.4E_cA_w$	$E_sA_s$
Unión viga-columna	Ver sección 6.4.2.2.1		$E_cA_g$
Muros no agrietados	$0.8E_cI_g$	$0.4E_cA_w$	$E_cA_g$
Muros agrietados	$0.5E_cI_g$	$0.4E_cA_w$	$E_cA_g$
Losas planas sin presfuerzo	Ver sección 6.4.2	$0.4E_cA_g$	-
Losas planas presforzadas	Ver sección 6.4.2	$0.4E_cA_g$	-

Para vigas T, se permitirá tomar a  $I_g$  como el doble del valor de  $I_g$  del alma sin considerar el patín. Para columnas en compresión axial dentro de los valores previstos, se permite realizar una interpolación lineal. Si no se realiza la interpolación, se debe considerar el valor más conservador.

En cuanto a las recomendaciones para el modelado de la unión viga-columna, se contempla lo siguiente: los elementos al conectarse entre sí, crean una zona rígida en el nudo de conexión, cuya dimensión depende de las dimensiones de los elementos que inciden al nudo. Cuando la rigidez de los nudos no se modele explícitamente, se permitirá que se haga un modelado implícito mediante un ajuste al modelo analítico, según se presenta en la Tabla 3-4. Dicho modelo debe estar basado en la representación de las vigas y columnas por medio de elementos línea con propiedades concentradas en el eje central del elemento.

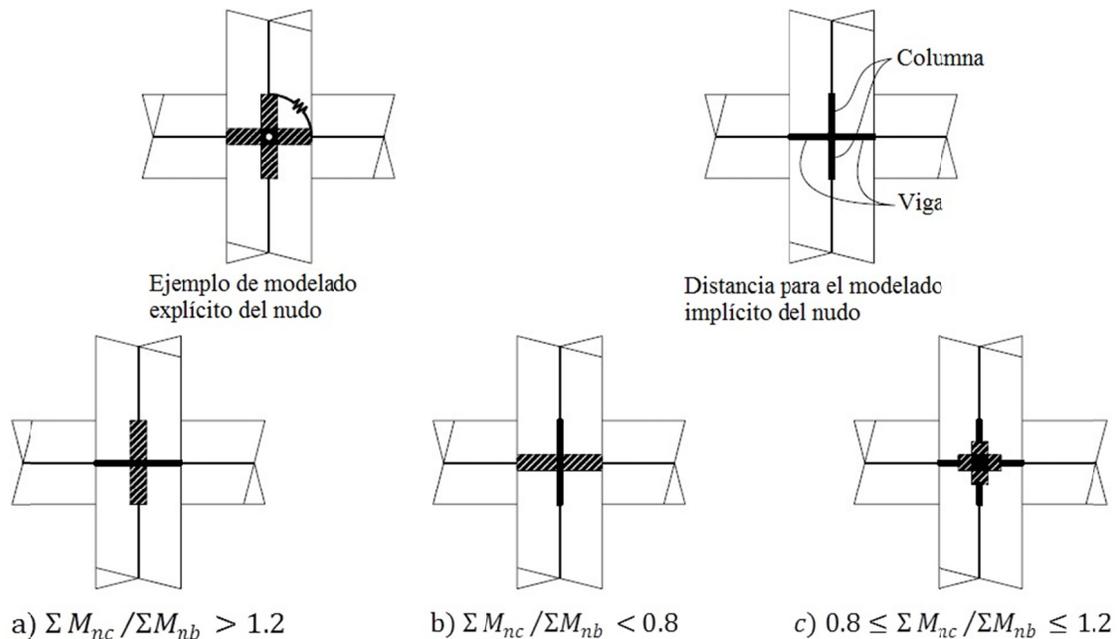
**Tabla 3-4 Ajuste para considerar implícitamente la rigidez en los nudos**

$\Sigma M_{nc}/\Sigma M_{nb} > 1.2$	Zona rígida en columnas y zona no rígida en vigas
$\Sigma M_{nc}/\Sigma M_{nb} < 0.8$	Zona rígida en vigas y zona no rígida en columnas
$0.8 \leq \Sigma M_{nc}/\Sigma M_{nb} \leq 1.2$	Zona rígida a la mitad en vigas y columnas

donde:

$\Sigma M_{nc}$  = Suma de los momentos resistentes de las columnas que llegan al nudo

$\Sigma M_{nb}$  = Suma de los momentos resistentes de las vigas que llegan al nudo



**Figura 3.2 Modelado de unión viga-columna<sup>2</sup> (adaptada desde ASCE [b], 2007)**

En la Figura 3.2 se muestra un ejemplo del modelado explícito del nudo e ilustra la propuesta para el modelado implícito. En el modelado implícito del nudo, solo una porción dentro de la región geométrica del nudo se considera rígida. En los programas comerciales de diseño, comúnmente esta porción puede variar entre valores de 0 a 1, donde un valor de cero significa que no se considera rígida y un valor de uno significa que el total de la zona de intersección del nudo se considera rígida.

Cabe mencionar que la modelación implícita del nudo, solo considera la flexibilidad a cortante del nudo, y en consecuencia se deben emplear valores de rigidez que incluyan la flexibilidad resultante del deslizamiento del refuerzo en las vigas y columnas, lo cual se logra empleando los valores propuestos en la Tabla 3-3.

El Instituto Americano del Concreto (ACI por sus siglas en ingles) en un esfuerzo de proveer un documento que pueda ser fácilmente actualizado y que refleje los resultados del avance en las investigaciones recientes en materia del desempeño

<sup>2</sup> La franja gruesa se consideran como zona rígida

sísmico de edificios existentes de concreto reforzado, publicó una guía para la rehabilitación sísmica de estructuras existentes a base de marcos de concreto reforzado ACI 369R-11 (ACI committee 369, 2011), la cual se basa en las disposiciones de concreto del ASCE/SEI 41 Supplement 1 (ASCE [b], 2007). Se prevé que esta guía sirva como un “documento fuente” para el capítulo 6 (Concreto) del ASCE/SEI 41, algo similar a como las recomendaciones del NERHP (FEMA 350) han sido el “documento fuente” para el Código Internacional de Construcción (IBC por sus siglas en inglés).

### **3.2.4 Reglamento (Eurocode 8)**

En el capítulo 4 *Diseño de edificios*, subcapítulo 4.3 *Análisis Estructural*, 4.3.1 *Modelado*, inciso (6) del reglamento europeo (CEN/TC 250, 2003), EN 1998-1 *Eurocode 8: Diseño de estructuras sismorresistentes – parte 1: Reglas generales, acciones sísmicas y reglas para edificaciones*, en lo sucesivo Eurocode 8, se indica que en edificaciones de concreto, edificaciones compuestas acero-concreto y en edificaciones de mampostería, la rigidez de los elementos que soportan la carga se debe evaluar, en general, tomando en cuenta el efecto del agrietamiento. Dicha rigidez debe corresponder al inicio de la fluencia del acero de refuerzo. En el inciso (7) se menciona que a menos que se realice un análisis más preciso del agrietamiento de los elementos, las propiedades de rigidez elástica a flexión y cortante de elementos de concreto y mampostería puede ser considerada igual a la mitad de la rigidez correspondiente en elementos no agrietados.

En el capítulo 7 del Eurocode 8, se presentan recomendaciones para el análisis de estructuras compuestas a base de marcos de concreto y acero, a su vez, en el (CEN/TC 250, 2004) *Eurocode 2: Diseño de estructuras de concreto – parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificaciones*, en lo sucesivo Eurocode 2, se presentan las consideraciones en cuanto a rigidez para realizar un análisis elástico lineal de estructuras a base de marcos de concreto reforzado excluyendo acciones sísmicas. Lo anterior se menciona para fines informativos debido a que ambos quedan fuera de los alcances de este trabajo de tesis.

### **3.2.5 Reglamento (JSCE-15)**

En el capítulo 7.3 *Análisis estructural* del reglamento Japonés para el diseño de estructuras de concreto (JSCE, 2007), en lo sucesivo JSCE07, se indica que existen diversos métodos de análisis que incluyen la no linealidad geométrica y del material, a excepción del análisis elástico lineal, sin embargo, es posible emplear un análisis elástico lineal equivalente que considere aproximadamente la no linealidad antes mencionada, esto mediante la realización de un análisis elástico lineal usando una rigidez reducida en los elementos estructurales.

En el subcapítulo 7.4.5 *análisis de desplazamientos y deformaciones en elementos*, se especifican dos ecuaciones para determinar la rigidez efectiva a flexión a usar en el cálculo de desplazamientos y deformaciones a corto y largo plazo, para el caso en el que se considere la pérdida de rigidez debido al agrietamiento por flexión, flujo plástico y contracción, las cuales se presentan a continuación.

Para el caso en que la rigidez efectiva a flexión se asuma en función del momento flexionante:

$$E_e I_e = \left( \frac{M_{crd}}{M_d} \right)^4 \frac{E_e I_g}{1 - \frac{\Delta M_{csg}}{M_d - P(d_p - c_g)}} + \left\{ 1 - \left( \frac{M_{crd}}{M_d} \right)^4 \right\} \frac{E_e I_{cr}}{1 - \frac{\Delta M_{cscr}}{M_d - P(d_p - c_{cr})}} \quad (3.3)$$

Para el caso en que la rigidez efectiva a flexión se asuma constante en toda la longitud del elemento:

$$E_e I_e = \left( \frac{M_{crd}}{M_{dmax}} \right)^3 \frac{E_e I_g}{1 - \frac{\Delta M_{csg}}{M_{dmax} - P(d_p - c_g)}} + \left\{ 1 - \left( \frac{M_{crd}}{M_{dmax}} \right)^3 \right\} \frac{E_e I_{cr}}{1 - \frac{\Delta M_{cscr}}{M_{dmax} - P(d_p - c_{cr})}} \quad (3.4)$$

Para el significado de cada símbolo recurra a la referencia (JSCE, 2007).

En el capítulo 7.3.4 *Análisis estructural para la evaluación sismorresistente*, se menciona que como regla general, el análisis estructural para la revisión sismorresistente se debe realizar mediante un método de análisis de respuesta tiempo-historia que permita considerar la no linealidad del elemento que se considere, lo cual debe contemplar tanto la no linealidad del material como la geométrica.

### 3.2.6 Reglamento (RCDF-NTC-04)

El Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto del 2004 (NTC-CONCRETO, 2004), en lo sucesivo NTC-CONC-04, en el subcapítulo 1.4 *Aspectos generales*, relacionado al análisis de estructuras menciona que las estructuras de concreto se analizarán, en general, con métodos que supongan comportamiento elástico. Cuando se apliquen métodos de análisis elásticos, en el cálculo de las rigideces de los elementos estructurales se tomará en cuenta el efecto del agrietamiento. Se admitirá que se cumple con este requisito si las rigideces de vigas y muros agrietados se calculan con la mitad del momento de inercia de la sección bruta de concreto ( $0.5I_g$ ), y si las rigideces de columnas y muros no agrietados se calculan con el momento de inercia total de la sección bruta de concreto. En vigas T, la sección bruta incluirá los anchos de patín especificados en la

sección 2.2.3. En estructuras construidas por losas planas, las rigideces se calcularán con la hipótesis de la sección 8.3.

### **3.3 RIGIDEZ EFECTIVA CONSIDERANDO LA RESISTENCIA DEL ELEMENTO**

De acuerdo a lo mencionado en el subcapítulo 3.1, la rigidez a flexión de un elemento de concreto reforzado depende de la magnitud del momento flexionante actuante. Mientras mayor sea el momento flexionante mayor será la tendencia a desarrollar grietas, las cuales, reducen la rigidez a flexión del elemento. Sin embargo, es importante notar que esta pérdida de rigidez es mayor para elementos de concreto con cuantías bajas, pero menor para cuantías altas.

En los métodos de diseño sísmico basados en desplazamientos, es de gran importancia lograr una estimación confiable de los desplazamientos, pues son el parámetro de control fundamental del método. Para lograr este objetivo es importante tomar en consideración que la rigidez elástica de secciones agrietadas de concreto es esencialmente proporcional a la resistencia y que la curvatura de fluencia es independiente de la resistencia. Por lo tanto, es importante que la estimación de la rigidez efectiva de los elementos de concreto considere la resistencia de los mismos, la cual es función de la cuantía del refuerzo, magnitud de la carga axial, excentricidad, relación de aspecto, resistencia del concreto, entre otros, (ver subcapítulo 3.4), y no solo esté basada en valores constantes provenientes de la inercia geométrica de la sección que sean independientes de su resistencia.

En la actualidad existen diversos artículos que abordan el tema de la adecuada estimación de la rigidez de los elementos estructurales considerando su resistencia, entre los cuales destacan los que se comentan brevemente a continuación.

#### **3.3.1 Propuesta de Khuntia y Ghosh**

En la referencia (Khuntia, et al., [a] 2004), se discuten los factores que influyen en la determinación del momento de inercia agrietado para vigas y columnas, se proponen expresiones para determinar la rigidez efectiva a flexión en vigas y columnas, basadas en estudios paramétricos las cuales son aplicables para todos los niveles de carga, incluyendo tanto el estado límite de servicio como el de falla.

El estudio paramétrico para determinar la rigidez efectiva a flexión de columnas de concreto reforzado se basa en la relación momento-curvatura  $EI_e = M/\phi$ , la cual se calcula hasta el punto de fluencia del acero de refuerzo a tensión. Las principales variables que presentan mayor influencia en el cálculo de la rigidez efectiva a flexión de columnas de concreto reforzado según el estudio paramétrico son: la cuantía total del acero de refuerzo  $\rho_g$  (1 y 3%), la resistencia a compresión del concreto

$f'_c$  (280 y 840  $kg/cm^2$ ), la relación de carga axial  $P/P_o$  (0.00 a 0.80) y la excentricidad  $e/h$  o  $M/Ph$  (0.10 a 0.80), por otra parte, los parámetros que presentan una menor influencia son: la distribución del refuerzo, el recubrimiento del concreto y la forma de la sección transversal.

Del estudio paramétrico se deriva la siguiente ecuación para la rigidez efectiva de columnas de concreto reforzado.

$$EI_e = EI_g(0.80 + 25\rho_g) \times \left(1 - \frac{e}{h} - 0.5 \frac{P_u}{P_o}\right) \leq EI_g \geq EI_{viga} \quad (3.5)$$

Cuando el diseñador necesite calcular por primera vez el valor de  $EI_e$ , la mayor parte de los valores de los parámetros de la ecuación (3.5) estarán definidos. La geometría de los elementos ha sido definida previamente para llevar a cabo el análisis del marco. Como resultado del análisis se obtienen los elementos mecánicos  $M_u$  y  $P_u$ , con los cuales se puede determinar  $e/h$  y  $P_u/P_o$ . Suponiendo un valor de  $\rho_g$ , se puede calcular como primer tanteo el valor de  $EI_e$ .

El límite inferior para la rigidez efectiva de una columna, se toma como la rigidez efectiva de una viga equivalente, esto es, la rigidez efectiva del elemento cuando puede ser considerado como una viga en vez de una columna. Esto sucede cuando un elemento está sujeto a una carga axial muy baja y a una excentricidad alta. Para calcular la rigidez efectiva de una viga equivalente, se debe emplear la cuantía de acero a tensión  $\rho$ , (no la cuantía total del acero de refuerzo de la sección  $\rho_g$ ), que puede ser considerada aproximadamente como la mitad de la cuantía total del acero de refuerzo de la sección para una columna con refuerzo simétrico.

Con fines conservadores, el límite superior es  $EI_g$ , esto quiere decir que la inercia agrietada no podrá exceder el momento de inercia de la sección bruta despreciando el refuerzo.

En cuanto a las vigas, el estudio paramétrico para determinar la rigidez efectiva a flexión de vigas de concreto reforzado se basa de igual manera en la relación momento-curvatura  $EI_e = M/\phi$ , la cual se calcula hasta el punto de fluencia del acero de refuerzo a tensión. La principal variable resultó ser la cuantía de refuerzo a tensión  $\rho$  (de 0.5 a 2.5%), y las variables secundarias son: la resistencia a compresión del concreto  $f'_c$  (280 y 840  $kg/cm^2$ ), la relación de aspecto  $b/h$  (0.5 a 1.0) y la consideración del refuerzo a compresión  $\rho'$  (0.0 y 0.5 $\rho$ ).

Del estudio paramétrico se deriva la siguiente ecuación simplificada para la rigidez efectiva de vigas de concreto con sección rectangular.

para  $f'c \leq 420 \text{ kg/cm}^2$

$$EI_e = EI_g(0.10 + 25\rho) \left(1.2 - 0.2 \frac{b}{d}\right) \leq 0.6EI_g \quad (3.6)$$

para  $f'c > 420 \text{ kg/cm}^2$

$$EI_e = EI_g(0.10 + 25\rho) \left(1.2 - 0.2 \frac{b}{d}\right) (1.15 - 4 \times 10^{-5} f'c) \leq 0.6EI_g \quad (3.7)$$

donde  $\left(1.2 - 0.2 \frac{b}{d}\right) \leq 1.0$

El límite superior para la rigidez efectiva de una viga es de  $0.6EI_g$ , basado en los resultados del estudio paramétrico, los cuales indican que la rigidez efectiva a flexión disminuye significativamente cuando se incrementa el momento flexionante para el caso de vigas con cuantías altas de acero de refuerzo. Una rigidez efectiva de  $0.6EI_g$ , proporciona un límite inferior para vigas con  $\rho > 2\%$ , este valor es justificable debido a que la mayor parte de las vigas empleadas en la práctica tienen cuantías de acero de refuerzo comprendidas entre 0.75 y 2.0%.

Las ecuaciones mostradas anteriormente, tanto para columnas ( $P_u/A_g f'_c \geq 0.10$ ) como para vigas ( $P_u/A_g f'_c < 0.10$ ), se basan en los resultados del estudio analítico y su comparación con los resultados existentes de investigaciones experimentales, de lo cual se puede abundar en la referencia (Khuntia, et al., [b] 2004).

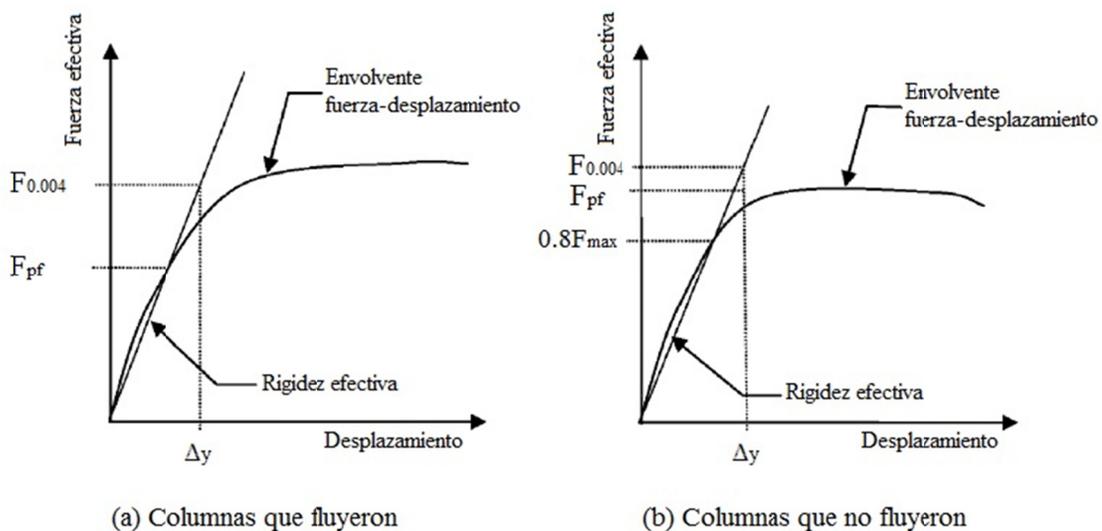
### 3.3.2 Propuesta de Elwood y Eberhard

A continuación se expone de manera resumida el estudio realizado en (Elwood, et al., 2009), relacionado con la propuesta de un modelo para determinar la rigidez efectiva en fluencia incipiente de columnas de concreto reforzado, el cual considera explícitamente la deformación a flexión, cortante y el deslizamiento del refuerzo. La evaluación del modelo propuesto, se realiza mediante la comparación de los resultados obtenidos del modelo contra los de una base de datos de pruebas experimentales.

Los datos empleados para evaluar la precisión del modelo propuesto provienen de la base de datos de desempeño estructural del “*centro de investigación de ingeniería sísmica del pacífico*” (PEER por sus siglas en inglés), los cuales están disponibles a través de la página de internet mostrada en la referencia (Berry, et al., 2004). Los especímenes seleccionados incluyen secciones rectangulares, circulares y

octagonales con refuerzo transversal tanto en arreglo rectangular como en espiral, la resistencia del 90% del total de las columnas (329 especímenes) se limitó por su resistencia a flexión. Las columnas rectangulares seleccionadas son representativas de lo reflejado en la construcción de edificaciones y las columnas circulares y octagonales de las columnas en puentes.

Para cada columna, la envolvente de la relación “*carga lateral – desplazamiento*” medida, fue corregida por efectos P-delta para obtener la envolvente de la *fuerza lateral efectiva* para cada columna. La rigidez efectiva se definió en el punto correspondiente a la fuerza asociada a la primera fluencia ( $F_{pf}$ ) de la envolvente “*fuerza efectiva – desplazamiento*” medida, la primera fluencia se considera como el primer punto en el cual el refuerzo a tensión fluye o la deformación máxima del concreto alcanza un valor de 0.002, cualquiera que se presente primero, ver Figura 3.3(a). Esta definición de primera fluencia no se adoptó para las columnas cuya resistencia no excedió substancialmente la fuerza de fluencia (por ejemplo, en fallas por cortante). Para estas columnas, definidas como aquellas en las que su fuerza efectiva máxima medida no era al menos 7% mayor que la fuerza calculada a la primera fluencia, la rigidez efectiva se definió en base al punto de la envolvente “*fuerza - desplazamiento*” medida con una fuerza efectiva de  $0.8F_{max}$ , ver Figura 3.3(b).



**Figura 3.3 Definición del desplazamiento de fluencia y rigidez efectiva (adaptada desde Elwood, et al., 2009)**

La rigidez efectiva medida ( $EI_{effmeas}$ ) de una columna en la que sus extremos se encuentran restringidos contra la rotación y su curvatura presenta una variación lineal a lo largo de su altura se puede definir mediante el empleo de una columna equivalente en cantiléver de longitud “ $a$ ” con la siguiente expresión.

$$EI_{effmeas} = \frac{F_{0.004}a^3}{3\Delta_y} \quad (3.8)$$

donde ( $F_{0.004}$ ) es la fuerza efectiva calculada en la columna cuando la fibra extrema de concreto alcanza una deformación máxima a compresión de 0.004, y ( $\Delta_y$ ) es el desplazamiento en fluencia de acuerdo con la Figura 3.3.

Varios investigadores [ (Berry, et al., 2007), (Lehman, et al., 1998), (Priestley, et al., 1996), (Sozen, 1974)] han propuesto estimar el desplazamiento de fluencia de una *columna equivalente en cantiléver de longitud "a"* como la suma de los desplazamientos a flexión, cortante y deslizamiento del refuerzo.

$$\Delta_y = \Delta_{flex} + \Delta_{shear} + \Delta_{slip} \quad (3.9)$$

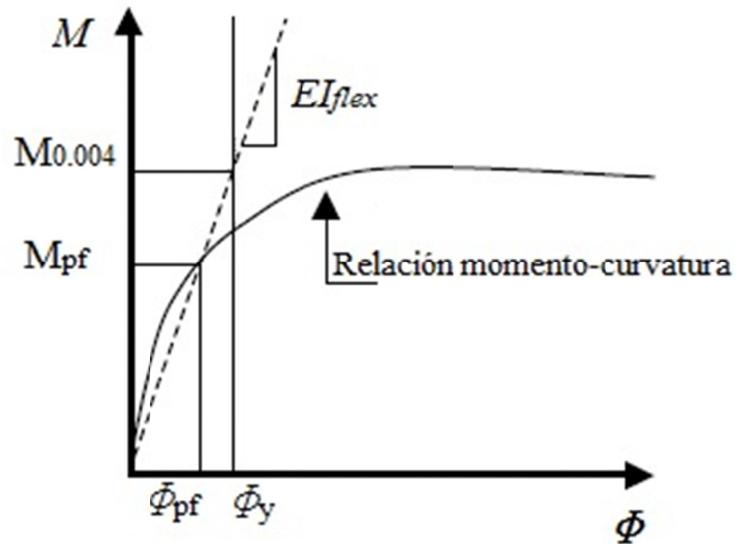
A continuación se presentan las consideraciones respecto a las deformaciones por flexión, cortante y deslizamiento del refuerzo asociadas a una columna equivalente en cantiléver de longitud "a" consideradas en el modelo para determinar el desplazamiento de fluencia. El fundamento teórico con respecto a la deformación por flexión y cortante puede consultarse en libros de texto de mecánica de materiales; en cuanto a la deformación por deslizamiento de la barra se recomienda consultar la referencia (Sezen, et al., 2008)

#### *Deformación por flexión*

De un diagrama momento-curvatura de una columna de concreto reforzado, las curvaturas a flexión calculadas pueden ser empleadas para estimar sus deformaciones atribuibles a flexión. Alternativamente, suponiendo una variación lineal en la curvatura a lo largo de la altura de la columna, la contribución de las deformaciones a flexión sobre el desplazamiento cuando se presenta la fluencia se puede estimar con la ecuación (3.10).

$$\Delta_{flex} = \frac{a^2}{3} \phi_y = \frac{a^2 M_{0.004}}{3 EI_{flex}} \quad (3.10)$$

donde  $M_{0.004}$  es el momento flexionante en una deformación máxima a compresión del concreto de 0.004, y  $\phi_y$  es la curvatura de fluencia, como se define en la Figura 3.4.



**Figura 3.4 Definición de la curvatura de fluencia y rigidez a flexión (adaptada desde Elwood, et al., 2009)**

*Deformación por cortante*

Para la mayoría de las columnas, la deformación debida al cortante dentro de su respuesta elástica es pequeña, pero puede ser significativa para columnas robustas de poca altura que presenten demandas considerables de cortante. Antes del agrietamiento por cortante, esta contribución puede ser estimada asumiendo que el módulo de cortante efectivo es igual a su valor elástico isotrópico de la sección gruesa ( $G = \frac{E_c}{2.4}$ ). A medida que aumenta el agrietamiento por cortante, el módulo de cortante efectivo disminuye significativamente. Es conveniente estimar el desplazamiento por cortante de una columna equivalente en cantiléver de longitud “ $a$ ” mediante la ecuación (3.11).

$$\Delta_{shear} = \frac{M_{0.004}}{A_v G_{eff}} \tag{3.11}$$

donde ( $A_v$ ) es el área de cortante efectiva de la sección transversal de la columna (5/6 del área de la sección gruesa de una columna rectangular y 85% del área de la sección gruesa de una columna circular, ver referencia (Elwood, et al., 2003), (Sezen, 2002)). Para su aplicación en la práctica profesional, el módulo de cortante efectivo ( $G_{eff}$ ) se puede aproximar como la mitad de su valor elástico para todos los niveles de deformación. Los autores comentan que esta consideración fue formulada para optimizar las estadísticas del modelo de rigidez efectiva desarrollado.

### Deformación por deslizamiento de la barra

El deslizamiento del refuerzo longitudinal dentro de la unión viga-columna o en la cimentación aumenta aún más los desplazamientos laterales. A continuación se presenta la consideración en el modelo propuesto para estimar el desplazamiento lateral de una columna debido al deslizamiento de refuerzo longitudinal hasta fluencia incipiente.

El momento flexionante en los extremos de una columna de concreto reforzado tiende a causar tensión en las barras de refuerzo longitudinal, ver Figura 3.5. Esta fuerza de tensión ( $T_s$ ) debe ser resistida por el esfuerzo de adherencia circundante en la barra de refuerzo ( $u$ ) y el concreto en el nudo o cimentación. Si se asume que el esfuerzo de adherencia es constante, por equilibrio se obtiene la siguiente expresión para determinar la longitud requerida de la barra ( $l$ ) para resistir ( $T_s$ ).

$$l = \frac{d_b f_s}{4u} \quad (3.12)$$

Haciendo uso de la ecuación (3.12) e integrando el diagrama triangular de deformación mostrado en la Figura 3.5, el deslizamiento de la barra de refuerzo longitudinal ( $\delta_{slip}$ ) se puede expresar mediante la siguiente ecuación.

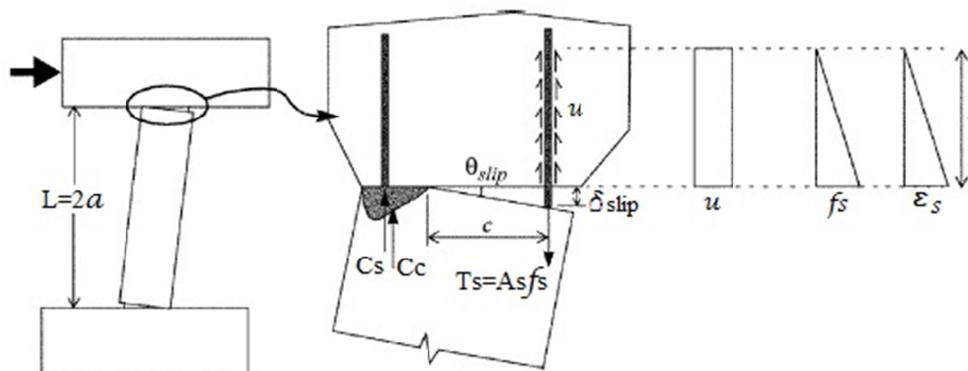
$$\delta_{slip} = \frac{\varepsilon_s d_b f_s}{8u} \quad (3.13)$$

donde ( $\varepsilon_s$ ) es la deformación de la barra de refuerzo longitudinal en el extremo de la columna, ( $d_b$ ) es el diámetro nominal de la barra de refuerzo longitudinal y ( $f_s$ ) es el esfuerzo de la barra de refuerzo longitudinal en el extremo de la columna. La rotación en el extremo de la columna debida al deslizamiento de la barra de refuerzo ( $\theta_{slip}$ ) está definido por la relación de ( $\delta_{slip}$ ) sobre las distancia desde la barra de refuerzo longitudinal hasta el eje neutro ( $c$ ). Haciendo uso de la ecuación (3.13), y reconociendo que ( $\varepsilon_s/c$ ) es igual a la curvatura de la sección, el desplazamiento lateral de una columna equivalente en canteliver de longitud “ $a$ ” debido al deslizamiento del refuerzo en la “primer fluencia” puede definirse mediante la siguiente ecuación.

$$\Delta_{slip_{pf}} = a\theta_{slip_{pf}} = \frac{ad_b f_s \phi_{pf}}{8u} \quad (3.14)$$

De lo cual se deriva la siguiente expresión para estimar el desplazamiento debido al deslizamiento del refuerzo.

$$\Delta_{slip} = \frac{ad_b f_s \phi_y}{8u} \quad (3.15)$$



**Figura 3.5 Deformación por deslizamiento de la barra de refuerzo longitudinal (adaptada desde Elwood, et al., 2009)**

Es conveniente que en la práctica profesional se haga uso de un solo valor de rigidez efectiva para una columna, el cual sea representativo del esperado. Sustituyendo las ecuaciones (3.10), (3.11) y (3.15) en la ecuación (3.9); la ecuación (3.8) puede ser expresada en función de parámetros adimensionales mediante las siguientes ecuaciones.

$$\frac{EI_{eff\ calc}}{EI_g} = \frac{1.5\alpha_{aprox}}{\left[1 + 110 \left(\frac{d_b}{D}\right) \left(\frac{D}{a}\right) (\beta_{aprox})\right]} \leq 1.0 \text{ y } \geq 0.2 \quad (3.16)$$

$$\alpha_{aprox} = 0.35 + 1.3 \left(\frac{P/A_g E_c}{\varepsilon_o}\right) \leq 1.0 \quad (3.17)$$

$$0.0 \leq \beta_{aprox} = \frac{4}{3} - \frac{10}{3} \left(\frac{P/A_g E_c}{\varepsilon_o}\right) \leq 1.0 \quad (3.18)$$

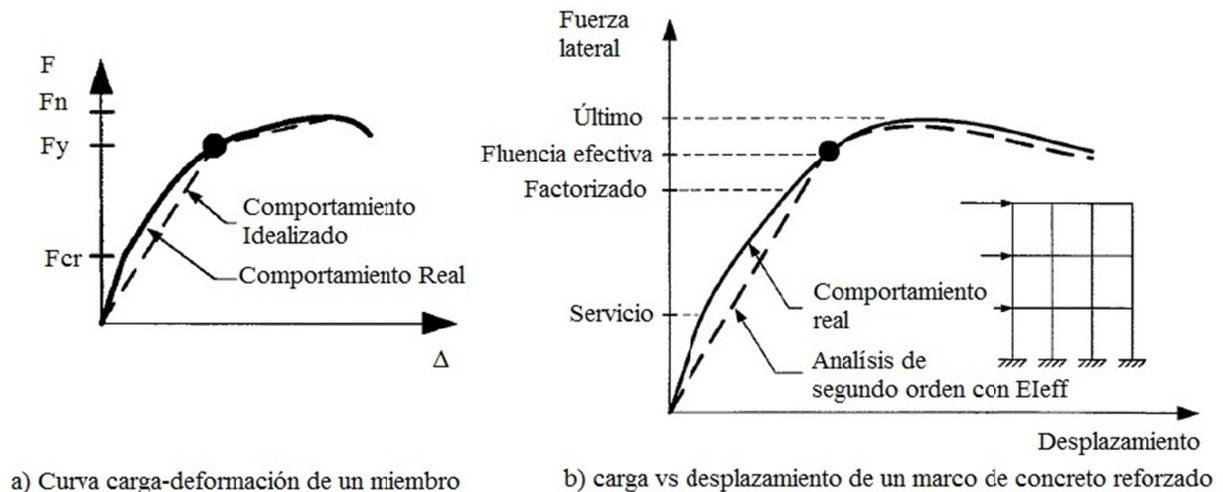
donde  $\alpha_{aprox}$  y  $\beta_{aprox}$  son aproximaciones resultantes de análisis momento-curvatura de la rigidez a flexión normalizada ( $EI_{flex}/EI_g$ ) y la relación del esfuerzo del acero en la fluencia de la columna sobre el esfuerzo de fluencia del acero ( $f_s/f_y$ ) respectivamente,  $D$  es el diámetro para columnas circulares o el peralte en la dirección de la carga para columnas rectangulares y  $\varepsilon_o$  es la deformación nominal en la cual se asume que el concreto fluye (0.002).

### 3.3.3 Propuesta de Mehanny, Kuramoto y Deierlein

En la referencia (Mehanny, et al., 2001) se estudian los factores que influyen en la rigidez de vigas y columnas a considerar en el análisis de estructuras a base de marcos, de lo cual se derivan formulas simplificadas para determinar la rigidez efectiva a flexión en función de la carga axial para columnas y vigas. Los valores propuestos representan el estado del elemento antes de la fluencia, y son aptos para el uso de análisis elásticos lineales.

El artículo afronta el comportamiento de la rigidez efectiva en los elementos de estructuras reticulares, mediante el estudio del comportamiento de elementos aislados sometidos a flexión y carga axial, para después integrarlo en el análisis y diseño de toda la estructura.

Dicho estudio se basa en el supuesto de que la curva de comportamiento carga-deformación de un elemento sometido a flexión se asemeja al comportamiento carga-deflexión de estructuras a base de marcos de concreto reforzado, con la excepción de que la redundancia en el marco conduce a una degradación de la rigidez en forma gradual, ver Figura 3.6.



**Figura 3.6 Relación carga-deformación (adaptada desde Mehanny, et al., 2001)**

En el estudio se propone la siguiente relación lineal para estimar la rigidez efectiva para vigas y columnas en fluencia incipiente.

$$EI_{eff}/EI_{g,tr} = (0.4 + P/2.4P_b) \leq 0.9 \quad (3.19)$$

donde  $EI_{g,tr}$  es la rigidez a flexión de la sección transformada;  $P$  es la carga axial actuante a compresión; y  $P_b$  es la compresión axial en la condición de falla balanceada.

La ecuación propuesta considera la resistencia del elemento mediante la variación de la carga axial y la cuantía de refuerzo la cual se encuentra implícita en la propiedad de la sección transformada.

De la ecuación (3.19) se observa un límite inferior de la rigidez efectiva a flexión de  $0.4EI_{g,tr}$  asociado a un valor nulo de la carga axial actuante a compresión, y un límite superior de  $0.9EI_{g,tr}$  para un valor de carga axial actuante a compresión 20% mayor que la compresión axial en la condición de falla balanceada, esto es,  $P > 1.2P_b$

Del estudio realizado por los autores se observa que la presencia de compresión axial rigidiza el elemento mediante el retraso de la aparición del agrietamiento, y en la presencia de cargas a compresión más allá del punto de falla balanceada, existe un poco de agrietamiento por tensión antes de que el elemento alcance su capacidad resistente a momento.

### **3.4 RIGIDEZ EFECTIVA A EMPLEAR EN EL DESARROLLO DEL MÉTODO DE DISEÑO**

Ante una acción sísmica, los elementos de una estructura formada a base de marcos de concreto reforzado experimentan momentos reversibles a lo largo de su longitud, exhibiendo agrietamiento por efectos de flexión en los extremos y posiblemente una zona central no agrietada. Lo anterior conduce a que estrictamente la rigidez a flexión de un elemento varíe a lo largo de su longitud, sin embargo, para efectos de diseño sería impráctico evaluar diferentes secciones transversales de los elementos constituyentes de un marco de varios niveles, por tanto, se debe asumir un valor equivalente de la rigidez a flexión de la sección transversal que sea aplicable a toda la longitud del elemento.

Los criterios adoptados para definir la rigidez efectiva en los elementos de marcos de concreto reforzado para la aplicación del método de diseño sísmico basado en desplazamientos son los que se definen a continuación.

1. Rigidez efectiva para el estado límite de prevención del colapso (ELPC) y el estado auxiliar de fluencia incipiente

*Rigidez efectiva en vigas.* Se emplean las ecuaciones (3.6) y (3.7); las cuales corresponden a los resultados del estudio paramétrico obtenidos de la referencia (Khuntia, et al., [a] 2004) y expuestos anteriormente en este trabajo en el subcapítulo

3.3.1, cabe mencionar que la rigidez efectiva a flexión obtenida con esta ecuación corresponde al estado de fluencia incipiente de la sección. Por comodidad se muestran nuevamente las ecuaciones antes mencionadas.

para  $f'c \leq 420 \text{ kg/cm}^2$

$$EI_e = EI_g(0.10 + 25\rho) \left(1.2 - 0.2 \frac{b}{d}\right) \leq 0.6EI_g \quad (3.20)$$

para  $f'c > 420 \text{ kg/cm}^2$

$$EI_e = EI_g(0.10 + 25\rho) \left(1.2 - 0.2 \frac{b}{d}\right) (1.15 - 4 \times 10^{-5} f'c) \leq 0.6EI_g \quad (3.21)$$

donde  $\left(1.2 - 0.2 \frac{b}{d}\right) \leq 1.0$

*Rigidez efectiva en columnas.* Se emplean la ecuaciones (3.16), (3.17) y (3.18); las cuales corresponden al modelo obtenido y validado mediante pruebas experimentales en base a la referencia (Elwood, et al., 2009) y expuesto anteriormente en este trabajo en el subcapítulo 3.3.2, en dicho modelo se consideran explícitamente las deformaciones debidas a flexión, cortante y deslizamiento del refuerzo para determinar la rigidez efectiva en fluencia incipiente de columnas de concreto reforzado. Por comodidad se muestran nuevamente las ecuaciones antes mencionadas.

$$EI_e = \frac{1.5\alpha_{aprox}}{\left[1 + 110 \left(\frac{d_p}{D}\right) \left(\frac{D}{a}\right) (\beta_{aprox})\right]} EI_g \leq 1.0EI_g \text{ y } \geq 0.2EI_g \quad (3.22)$$

$$\alpha_{aprox} = 0.35 + 1.3 \left(\frac{P/A_g E_c}{\varepsilon_o}\right) \leq 1.0 \quad (3.23)$$

$$0.0 \leq \beta_{aprox} = \frac{4}{3} - \frac{10}{3} \left(\frac{P/A_g E_c}{\varepsilon_o}\right) \leq 1.0 \quad (3.24)$$

Al emplear la filosofía de diseño columna fuerte - viga débil (en la cual es deseable lograr un mecanismo de desplazamiento lateral debido a la fluencia por flexión en las zonas de las articulaciones plásticas de las vigas en un marco); se considera aceptable la formación de articulaciones plásticas en la base de las columnas del primer nivel (a nivel de cimentación, donde normalmente se asume una condición de

apoyo empotrado en las columnas) y en las columnas a nivel de azotea, pero que el resto de las columnas presenten una resistencia mayor a la de fluencia. Por tanto, para el ELPC las ecuaciones (3.22), (3.23) y (3.24) (las cuales están relacionadas con fluencia incipiente) solo serán aplicables a las columnas del primer nivel y azotea, y para las columnas de los niveles restantes se deberá aplicar lo correspondiente al nivel de esfuerzo que se presente en las mismas. Para lograr lo anterior se empleará la ecuación (3.5), la cual corresponde a los resultados del estudio paramétrico obtenidos de la referencia (Khuntia, et al., [a] 2004) y expuestos anteriormente en este trabajo en el subcapítulo 3.3.1, cabe recordar que la rigidez efectiva obtenida con esta ecuación está relacionada con el nivel de esfuerzo que se presenta en la columna. Por comodidad se muestra nuevamente la ecuación antes mencionada.

$$EI_e = (0.80 + 25\rho_g) \times \left(1 - \frac{e}{h} - 0.5 \frac{P_u}{P_o}\right) EI_g \leq EI_g \geq EI_{viga} \quad (3.25)$$

donde  $EI_{viga}$  se determina con la ecuación (3.20) o (3.21) según corresponda

## 2. Rigidez efectiva en el análisis para el estado límite de servicio (ELS)

*Rigidez efectiva en vigas.* Basado en un estudio de la correlación entre la resistencia y la rigidez (Castellanos, et al., 2010), se emplean tres ecuaciones, las cuales, corresponden al nivel de esfuerzo presente en el elemento. Las ecuaciones están en función de la cuantía presente en la sección, y su aplicación se condiciona según la relación existente entre el momento de fluencia ( $M_Y$ ) y el momento actuante ( $M_a$ ) en la sección, a como se describe a continuación.

$$0.125 \leq M_a/M_Y \leq 0.375 \quad EI_e = (0.279 + 42.50\rho)EI_g \quad (3.26)$$

$$0.375 < M_a/M_Y \leq 0.625 \quad EI_e = (0.225 + 38.48\rho)EI_g \quad (3.27)$$

$$0.625 < M_a/M_Y \leq 0.875 \quad EI_e = (0.1803 + 35.34\rho)EI_g \quad (3.28)$$

Además, si  $M_a/M_Y < 0.125$   $EI_e = EI_g$ , y si  $M_a/M_Y > 0.875$ , se aplicará la ecuación (3.20) o (3.21) según corresponda.

*Rigidez efectiva en columnas.* Se dispondrá de lo estipulado para las columnas que presenten una resistencia mayor a la de fluencia para el ELPC, esto es, se aplicará la ecuación (3.25), la cual corresponde a los resultados del estudio paramétrico obtenidos de la referencia (Khuntia, et al., [a] 2004) y expuestos anteriormente en este trabajo en el subcapítulo 3.3.1, cabe recordar que la rigidez efectiva obtenida

con esta ecuación está relacionada con el nivel de esfuerzo que se presenta en la columna.

El empleo de las ecuaciones debe ser de manera iterativa. Para tal efecto, en el capítulo 4 se trata a detalle la metodología para su implementación en la aplicación del método de diseño propuesto, y se presenta, un ejemplo práctico de aplicación en el cual se muestran los resultados derivados del uso de las mismas a través de las iteraciones necesarias.

Cabe mencionar que el diseño de los elementos de concreto reforzado se efectúa en base al capítulo 7 “Marcos Dúctiles” de las (NTC-CONCRETO, 2004), en el cual, se estipulan los requisitos geométricos, refuerzo longitudinal, refuerzo transversal para confinamiento, requisitos para fuerza cortante, entre otros; para los miembros a flexión, miembros a flexocompresión y uniones viga-columna.

Del estudio de los artículos presentados en el subcapítulo 3.3, se hace notorio que la rigidez efectiva de los elementos de concreto reforzado es influenciada por diversos factores, entre los cuales se encuentran incluidos:

- La magnitud de la carga axial.
- La cantidad y distribución del acero de refuerzo, particularmente el acero de refuerzo que se encuentra en la zona a tensión del elemento.
- Deslizamiento del acero de refuerzo.
- La relación de esbeltez del elemento.
- La extensión del agrietamiento, que afecta la magnitud de la rigidez.
- La resistencia a compresión y tensión del concreto.
- Las condiciones en que se encuentre los elementos antes de la ocurrencia de las acciones de diseño. Por ejemplo, la contracción y el flujo plástico

El momento de inercia de una sección se reduce por el agrietamiento, y la reducción es mayor para secciones con cuantías de acero bajas que para las secciones con cuantías altas.

# CAPÍTULO 4

## MÉTODO DE DISEÑO SÍSMICO MULTINIVEL BASADO EN DESPLAZAMIENTOS CONSIDERANDO LA CORRELACIÓN RESISTENCIA-RIGIDEZ

### 4.1 GENERALIDADES

El daño que se puede presentar en la estructura está relacionado con los niveles de desempeño o estados límite que se desee satisfacer (definidos previamente en el subcapítulo 3.1.2), el cumplimiento simultaneo del conjunto de niveles de desempeño o estados límite requeridos ante la acción de sus correspondientes demandas sísmicas definen un objetivo de desempeño (OD), y a este criterio se le denomina diseño sísmico multinivel.

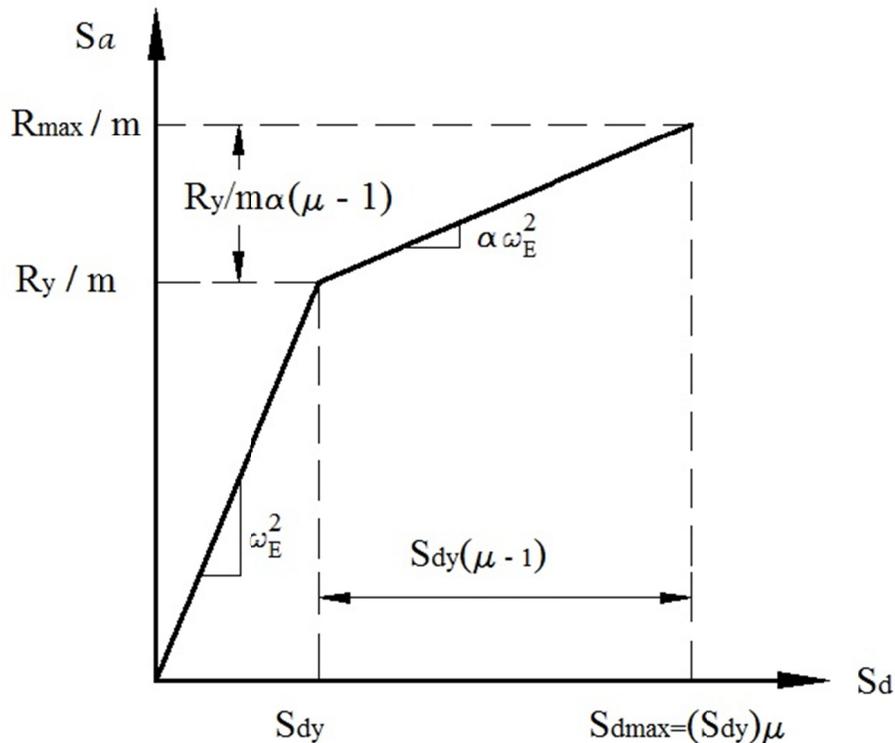
En este trabajo se emplea un método de diseño sísmico basado en desplazamientos para estructuras reticulares de concreto reforzado, enfocado a satisfacer los estados límite de servicio, un estado auxiliar denominado de fluencia incipiente, así como la capacidad de deformación inelástica requerida para el estado límite de prevención del colapso.

El método se fundamenta en conceptos básicos de la dinámica estructural, y se apoya en el uso de un sistema de referencia de un grado de libertad; cuyas propiedades dinámicas corresponden al modo fundamental de la estructura y su respuesta se idealiza mediante una curva de comportamiento bilineal. Con base en dicha curva y los resultados obtenidos de análisis modales espectrales, se obtiene la curva de capacidad de la estructura, además de la rigidez y resistencia de los elementos estructurales que cumplan las distorsiones normativas. A lo largo del análisis y diseño, se determina la rigidez efectiva de estos elementos en función de su nivel de esfuerzo mediante el uso de ecuaciones que consideran explícitamente su resistencia, mismas que han logrado una correlación razonable con resultados experimentales y analíticos detallados.

#### 4.1.1 Descripción del método

Un oscilador de un grado de libertad con comportamiento bilineal idealizado es definido por su frecuencia elástica ( $\omega_E$ ), resistencia de fluencia por unidad de masa ( $R_y/m$ ), y frecuencia de posfluencia ( $\alpha\omega_E$ ), donde ( $\alpha$ ) es la relación de rigidez de posfluencia a rigidez inicial. Dadas estas propiedades, el sistema desarrollará, ante una acción sísmica dada, un desplazamiento elástico máximo o de fluencia ( $Sd_y$ ),

una demanda de ductilidad de desplazamiento ( $\mu$ ), un desplazamiento inelástico máximo ( $S_{d_{max}}$ ), y una resistencia máxima por unidad de masa ( $R_{max}/m$ ). La respuesta de este oscilador se puede representar mediante una curva de comportamiento bilineal en un espacio espectral pseudo-aceleración ( $S_a$ ) – pseudo-desplazamiento ( $S_d$ ), ver Figura 4.1, denominada en este trabajo como curva de comportamiento bilineal de un oscilador de un grado de libertad.



**Figura 4.1 Curva de comportamiento bilineal de un oscilador de 1GDL**

Del comportamiento del oscilador representado en la Figura 4.1 se observa lo siguiente:

- La respuesta inelástica máxima de un oscilador con comportamiento bilineal idealizado se puede obtener mediante la suma de su respuesta elástica máxima con una respuesta inelástica adicional, denominada complementaria
- Una vez definidas las propiedades  $R_y/m$  y  $\alpha$  del oscilador, estará definida también su respuesta complementaria, ya que la ductilidad es un parámetro de esta.

## 4.2 HIPÓTESIS DE TRABAJO

La hipótesis de trabajo del método de diseño sísmico empleado se basa en que, a partir de la respuesta bilineal idealizada de un oscilador de un grado de libertad, se puede obtener una aproximación de la respuesta carga – desplazamiento lateral de una estructura de múltiples grados de libertad (MGDL), la cual presenta cierta rigidez de posfluencia.

El procedimiento de diseño inicia de la siguiente manera:

1. Calcular las propiedades del sistema de referencia de un grado de libertad SR1GDL, requeridas para satisfacer las demandas espectrales de rigidez, resistencia y ductilidad impuestas por las acciones sísmicas de diseño en el modo fundamental de la estructura.
2. En función de las propiedades dinámicas requeridas para el modo fundamental se definen las propiedades requeridas para los modos superiores, de las cuales se definirán sus respectivas curvas de comportamiento bilineal. (dichas curvas determinan las aceleraciones espectrales de los osciladores asociados a los modos de la estructura en su respuesta elástica máxima y complementaria)

La contribución de cada modo en algún parámetro de la respuesta elástica máxima de la estructura, se obtiene mediante un análisis estático de la estructura en su estado elástico inicial (estado no dañado) ante la correspondiente configuración de fuerzas laterales modales elásticas.

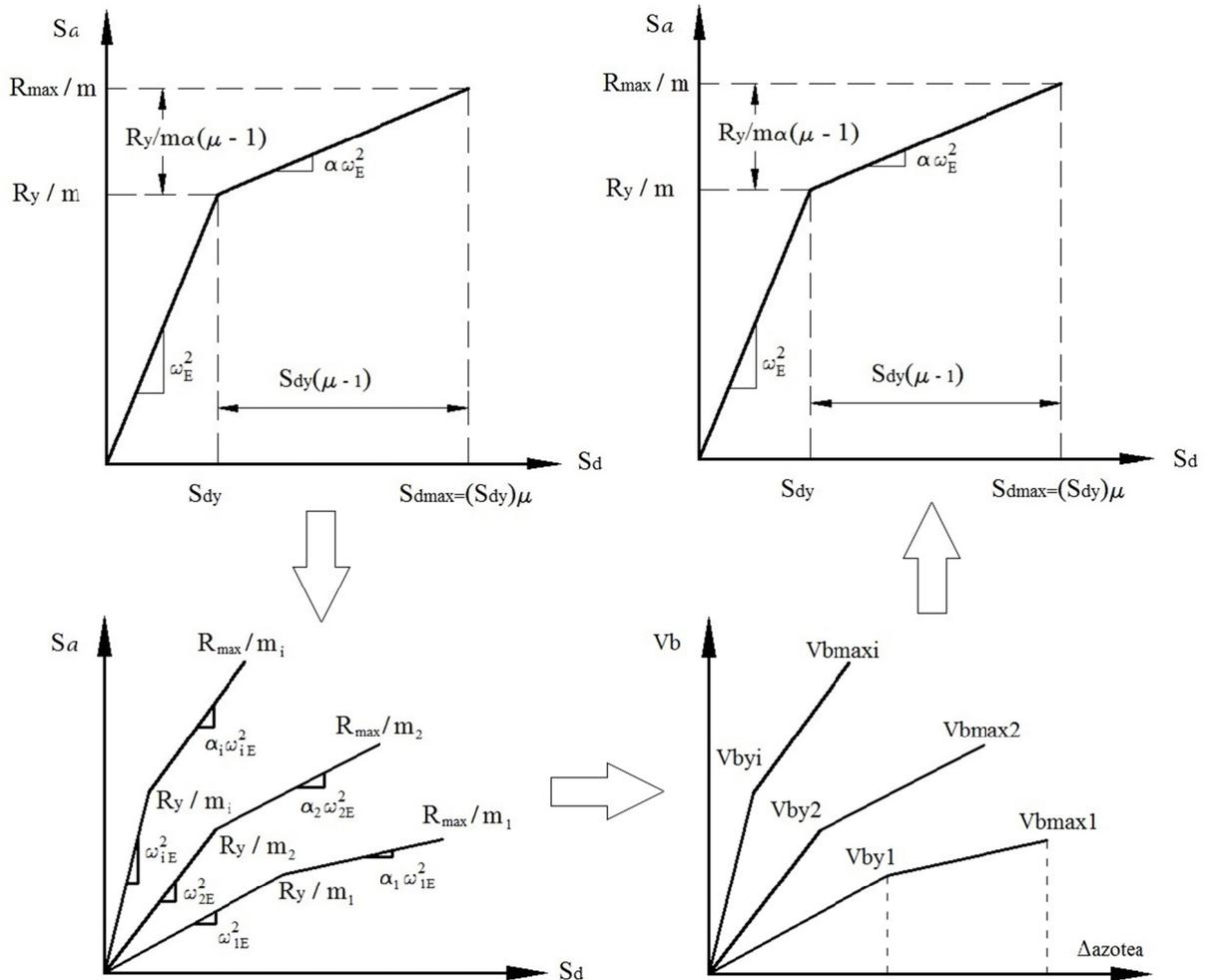
La contribución de cada modo en algún parámetro de la respuesta inelástica máxima de la estructura, se obtiene mediante la suma del valor del parámetro del punto 3 (parámetro elástico – estado no dañado) con el correspondiente valor del parámetro obtenido de un análisis estático de la estructura en su estado dañado ante la correspondiente configuración de fuerzas laterales modales complementarias.

El valor total del parámetro de la respuesta elástica o inelástica de la estructura, se obtiene por medio de una combinación modal de las contribuciones de todos los modos.

3. En un espacio cortante basal – desplazamiento de azotea ( $V_b - \Delta_{azotea}$ ), las contribuciones de cada uno de los “ $i$ ” modos se pueden representar como curvas bilineales; las cuáles serán sus curvas de capacidad. El punto de quiebre de estas curvas está definido por el cortante basal de fluencia ( $V_{b,y,i}$ ) y su desplazamiento de azotea asociado ( $\Delta_{azotea,y,i}$ ), su punto final lo definen

el cortante basal máximo ( $Vb_{maxi}$ ) y el desplazamiento inelástico máximo de azotea asociado ( $\Delta_{azotea_{maxi}}$ ).

- De esta forma, el cortante basal de fluencia ( $Vb_y$ ), y el máximo de la estructura ( $Vb_{max}$ ), con sus correspondientes desplazamientos de azotea de fluencia ( $\Delta_y$ ), y máximo ( $\Delta_{max}$ ), se determinan combinando modalmente los correspondientes parámetros de las curvas de capacidad de todos los modos.



**Figura 4.2 Procedimiento para caracterizar la curva de capacidad**

El procedimiento de análisis esbozado para determinar las contribuciones modales a la respuesta elástica e inelástica máxima de la estructura, así como la respuesta total a partir de dichas contribuciones, es conocido con el nombre genérico de análisis espectral inelástico. Mediante este procedimiento se obtiene la respuesta inelástica máxima de una estructura de MGDG combinando las contribuciones modales

calculadas a partir de las respuestas máximas obtenidas de un espectro inelástico de los “osciladores inelásticos modales desacoplados”, los cuales representan a los modos de vibrar de la estructura. En la referencia (Chopra, et al., 2001), se exponen detalladamente los fundamentos teóricos e hipótesis que hacen posible la concepción de este método aproximado de análisis sísmico inelástico de estructuras de MGD.

#### **4.2.1 Consideraciones e hipótesis para la aplicación práctica del método de diseño**

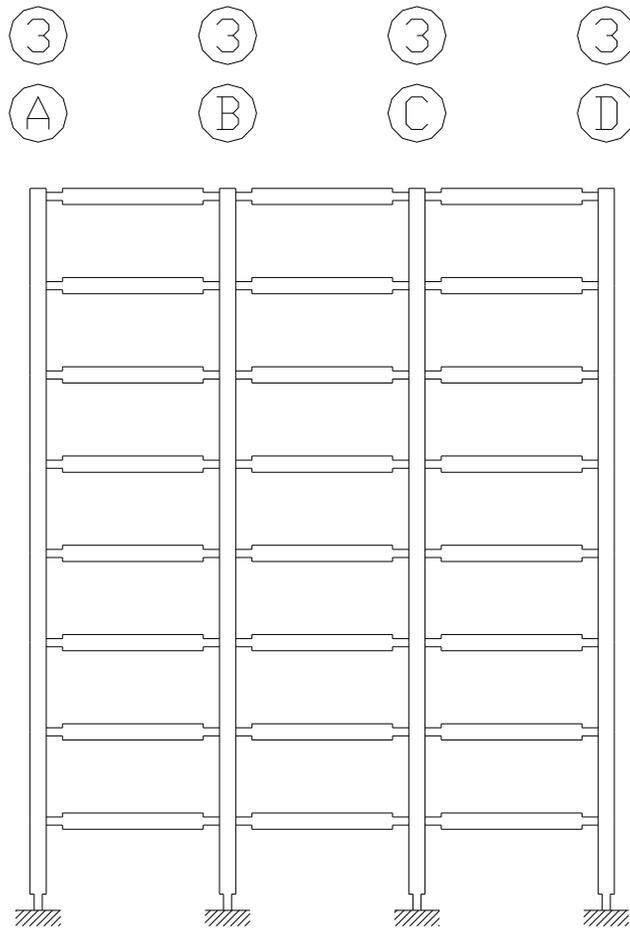
- Distribución de daño para el estado límite de prevención del colapso (ELPC)

En el procedimiento de diseño de la estructura se propone una distribución de daño representativa del ELPC, se acepta que el daño se desarrolla en las secciones extremas de los elementos estructurales (secciones críticas cuando predominan las acciones sísmicas), dicho daño se modela de forma similar al modelo matemático comúnmente empleado para representar una articulación plástica, esto es, se considera que estas tienen cierta longitud equivalente de plastificación, tomada en este trabajo como  $h$  (donde  $h$  es el peralte de la sección) y determinada rigidez de posfluencia (la cual se considera que varía entre 1% y 3% de la rigidez inicial).

La distribución de daño propuesta es la mostrada en la Figura 4.3, la cual implica que todas las vigas que se conecten a una columna se articulen simultáneamente sobre toda la altura de la estructura, lo anterior, es factible para estructuras de baja y mediana altura, sin embargo, en estructuras de gran altura, esta suposición puede ser severamente innecesaria debido a que durante la respuesta dinámica inelástica de un marco reticular, las articulaciones plásticas en las vigas se van formando en grupos, típicamente de 2 a 5 niveles a la vez, y continúan formándose a lo largo de toda la altura de la estructura.

Por otra parte, el no considerar que finalmente si se desarrollarán todas las articulaciones plásticas puede llevar a sobrestimar la rigidez de la estructura. Para fines de diseño, puede ser preferible considerar un posible límite inferior de la rigidez de la estructura que un límite superior, por lo que una distribución de daño con estas características se puede considerar razonable si se aplica a estructuras reticulares de concreto reforzado para las cuales es económicamente factible este tipo de sistema estructural.

En cuanto al modelado del daño en las columnas, únicamente se considerará que las columnas de la base sufrirán daño, esto de acuerdo a las consideraciones para garantizar el desarrollo de un mecanismo de colapso seguro, del cual se abunda en el subcapítulo 4.3.3.



**Figura 4.3 Distribución de daño para el ELPC**

- Cálculo de la ductilidad de desplazamiento de los modos superiores

Para caracterizar las propiedades de la segunda rama de las curvas de comportamiento bilineal de los modos superiores (ver Figura 4.2), es necesario determinar sus ductilidades de desplazamientos. Abundando en lo mencionado en el subcapítulo 4.1.1 b), una vez definida la resistencia de fluencia por unidad de masa  $R_y/m$  (requerida para el modo fundamental) y la relación de rigidez de posfluencia a rigidez inicial  $\alpha$  (la cual se determina mediante la relación de las frecuencias circulares de la estructura en su estado dañado y elástico) se pueden obtener dichas ductilidades de desplazamiento.

Para calcular la ductilidad de desplazamiento de los modos superiores a partir de sus valores de resistencia de fluencia y parámetro  $\alpha$  establecidos, se puede recurrir al uso de las relaciones de desplazamiento inelástico  $C_R$ , desarrollado por (Ruiz-García, et al., 2003), (Ruiz-García, et al., 2006). Esta relación se define como la demanda de

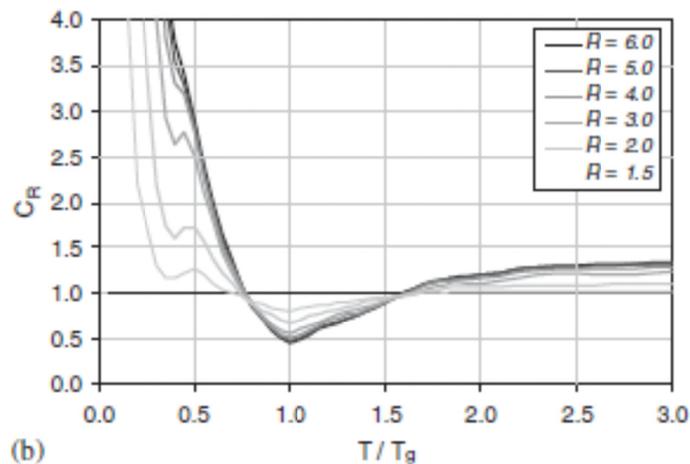
desplazamiento inelástico máximo  $\Delta_{inelastico}$ , sobre la demanda de desplazamiento elástico máximo  $S_d$ , de un sistema de un grado de libertad con el mismo periodo elástico cuando se sujeta a un movimiento sísmico dado. Esta relación se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$C_R = \frac{\Delta_{inelastico}}{S_d} \quad (4.1)$$

En la ecuación anterior,  $\Delta_{inelastico}$  es calculado en sistemas con relación  $R$ , de resistencia de fluencia  $F_y$ , a resistencia requerida para mantener el sistema elástico  $mS_a$ , constante, es decir:

$$R = \frac{mS_a}{F_y} \quad (4.2)$$

$m$  y  $S_a$  son la masa y la aceleración espectral del sistema respectivamente. Cabe mencionar que los estudios desarrollados por estos autores tienen una gran versatilidad para su uso en la práctica del diseño sísmico de estructuras, ya que los valores de  $C_R$  se calcularon para suelos de distintos grados de firmeza y distintos parámetros que definen el comportamiento inelástico del sistema, como son: valores del parámetro  $\alpha$  y modelos de comportamiento histerético. Además, las tendencias de los resultados se presentan en gráficas del parámetro  $C_R$  en función de  $R$  y del periodo del sistema  $T$ , normalizado respecto al periodo característico del suelo  $T_g$ , como se muestra en la Figura 4.4. Una vez calculado el valor de  $C_R$  empleando las gráficas, se puede conocer el correspondiente valor de  $\Delta_{inelastico}$ , y con el valor conocido de  $\Delta_y$ , calcular la ductilidad de desplazamiento del oscilador.



**Figura 4.4** Relación de desplazamiento inelástico  $C_R$  (adaptada desde Ruiz-García, et al., 2006)

Una vez determinadas las ductilidades de los modos superiores, se calculan sus resistencias complementarias, con lo cual se tendrán completamente definidas sus curvas de comportamiento.

### **4.3 DESCRIPCIÓN DEL PROCEDIMIENTO DE DISEÑO**

La aplicación del método de diseño sísmico multinivel basado en desplazamientos considerando la correlación resistencia-rigidez se describe a continuación:

De manera general, la estrategia empleada para lograr el diseño sísmico multinivel considerando la correlación resistencia-rigidez en los elementos estructurales es la siguiente:

Para estimar adecuadamente la correlación resistencia-rigidez de los elementos estructurales en la aplicación del método de diseño, es necesario partir de una propuesta inicial de la geometría, propiedades mecánicas, rigidez y armado de los elementos estructurales (proponer, como primera instancia, su resistencia y rigidez para el estado límite que corresponda) con dicha información se realiza un análisis estructural para obtener el nivel de esfuerzo en los elementos estructurales correspondiente al estado límite que se considere, y conforme a lo estipulado en el subcapítulo 3.4, se estima de manera iterativa la resistencia y la rigidez de los elementos estructurales hasta convergir.

Para lograr lo antes mencionado, primeramente se debe diseñar la estructura para el estado auxiliar de fluencia incipiente (obteniendo de manera iterativa, mediante las ecuaciones estipuladas en el subcapítulo 3.4, la resistencia y rigidez de los elementos estructurales que cumplan con la distorsión normativa para este estado límite), esto con la finalidad de obtener la geometría y el armado definitivo de los elementos estructurales. Una vez logrado esto y con la geometría y configuración de armado proveniente del estado auxiliar de fluencia incipiente, se debe satisfacer la distorsión normativa para el estado límite de servicio (obteniendo de manera iterativa la rigidez de los elementos estructurales), y como última instancia se debe satisfacer la capacidad de deformación inelástica requerida para el estado límite de prevención del colapso.

A continuación, se presenta detalladamente la metodología para la caracterización de los diversos estados que se consideran en la estructura para la aplicación del método.

### 4.3.1 Caracterización del estado auxiliar de fluencia incipiente

El procedimiento para la caracterización del estado auxiliar de fluencia incipiente es el siguiente:

1. Se realiza un diseño preliminar de la estructura, en el cual se proponen las dimensiones de los elementos estructurales y su distribución de rigidez inicial. En cuanto a la geometría de los elementos estructurales, dicho pre-diseño se puede obtener de diversas formas, como son: Mediante un diseño sísmico de la estructura basado en el método de las fuerzas, a través de la adopción de las dimensiones mínimas que estipulan los reglamentos de diseño sísmico, en base a un porcentaje de la longitud de los claros y altura de entrepisos del proyecto, o bien, mediante el criterio y la experiencia del diseñador. Para definir la rigidez inicial de los elementos estructurales, se puede recurrir a lo estipulado en los reglamentos de diseño en lo concerniente a rigideces efectivas.
2. Con las masas provenientes de las cargas impuestas a la estructura, la geometría y rigidez de los elementos estructurales definidas en el punto anterior, y considerando zonas rígidas en columnas y no rígidas en vigas debido a la filosofía de diseño columna fuerte – viga débil, se obtiene, mediante un análisis de valores característicos, la forma modal asociada al modo fundamental de la estructura, con la cual, se identifica y calcula la distorsión máxima de entrepiso  $\delta_{\max}$ .
3. Se obtiene el valor de la distorsión de fluencia del marco de concreto, para ello, se emplea la ecuación (4.3). La cual está basada en observaciones de estudios experimentales de 46 ensamblajes viga/columna, los cuales incluyen un amplio rango de posibles parámetros relevantes (Priestley, 1988).

$$\delta_y = 0.5\varepsilon_y \frac{L_v}{h_v} \quad (4.3)$$

donde  $\varepsilon_y$  es la deformación de fluencia del acero a tensión,  $L_v$  es la longitud de la viga y  $h_v$  es la altura de la sección de la viga.

4. Con la distorsión máxima de entrepiso determinada en el punto 2 y la distorsión de fluencia determinada en el punto 3; se calcula el factor de escala  $f_e$ , para que la distorsión máxima de entrepiso sea igual a la distorsión de fluencia del marco de concreto.

5. Se escala el desplazamiento de azotea de la forma modal del modo fundamental de la estructura por  $f_e$ ,  $\Phi_{1azotea} \cdot f_e$
6. A partir del desplazamiento de azotea escalado correspondiente al modo fundamental de la estructura  $\Phi_{1azotea} \cdot f_e$ , se obtiene el desplazamiento de fluencia  $Sd_y$ , del SR1GDL mediante la ecuación (4.4).

$$Sd_y = \frac{\Phi_{1azotea} \cdot f_e}{FP_{1azotea}} \quad (4.4)$$

donde  $FP_{1azotea}$  es el producto del factor de participación del modo fundamental de la estructura por la amplitud de su forma modal en la azotea.

7. Calcular la correspondiente aceleración espectral mediante el uso de la ecuación (4.5).

$$Sa_y = \omega_{1E}^2 \cdot Sd_y \quad (4.5)$$

donde  $\omega_{1E}^2$ , es la frecuencia natural del modo fundamental de la estructura en el estado de fluencia incipiente.

8. Se crea un espectro constante con el valor calculado de  $Sa_y$ , y contemplando las combinaciones pertinentes para cargas gravitacionales y accidentales, se realiza un análisis modal espectral considerando únicamente la contribución del primer modo.
9. Se diseña la estructura para la combinación crítica, considerando para ello la filosofía de diseño columna fuerte – viga débil.
10. Con la cuantía y el nivel de esfuerzo de los elementos estructurales obtenidos del punto anterior, y la geometría y rigidez propuestas en el punto 1, es posible realizar la primera iteración de la correlación resistencia-rigidez mediante las ecuaciones estipuladas en el subcapítulo 3.4.
11. Se comparan los valores de rigidez efectiva de los elementos estructurales obtenidos del punto anterior contra los propuestos en el punto 1; si su error relativo es del orden del 5%, se considera que la suposición base es correcta, en caso contrario, se toman los valores de la rigidez efectiva obtenidos del punto anterior y se realiza nuevamente el proceso en forma iterativa hasta obtener errores relativos del orden estipulado o convergir.

### 4.3.2 Diseño para el estado límite de servicio (ELS)

Ante la intensidad sísmica asociada al estado límite de servicio, la funcionalidad del edificio no debe ser interrumpida y su comportamiento debe permanecer dentro del rango elástico. Para controlar el daño del estado límite de servicio, se debe garantizar que la distorsión máxima de entrepiso, sea menor o igual, a la distorsión máxima permisible estipulada en los reglamentos de diseño sísmico.

El procedimiento de diseño para el estado límite de servicio es el siguiente:

1. Se adopta la geometría y cuantías de los elementos estructurales determinados para el estado auxiliar de fluencia incipiente, y se propone un valor de rigidez, congruente con el nivel de esfuerzo que se espera para el estado límite de servicio, como primera instancia, al igual que en el estado auxiliar de fluencia incipiente, se puede recurrir a lo estipulado en los reglamentos de diseño en lo concerniente a rigideces efectivas para el estado límite de servicio.
2. Con las masas provenientes de las cargas impuestas a la estructura, la geometría y rigidez de los elementos estructurales definidas en el punto anterior, y considerando zonas rígidas en vigas y columnas (debido a que la estructura debe permanecer elástica), y asumiendo la filosofía de diseño columna fuerte – viga débil, se obtiene, mediante un análisis elástico lineal ante la demanda sísmica asociada al estado límite de servicio, la distorsión máxima de entrepiso para el estado límite de servicio y los niveles de esfuerzo que presentan los elementos estructurales.
3. Se revisa que con las cuantías y geometría de las secciones de los elementos estructurales, las cuales provienen del diseño para el estado auxiliar de fluencia incipiente, se cumpla con la resistencia necesaria para el estado límite de servicio, y a su vez, que la distorsión máxima de entrepiso en servicio, sea menor o igual a la distorsión máxima permisible estipulada.
4. Con el nivel de esfuerzo de los elementos estructurales obtenido del punto 2, y la geometría, cuantía y rigidez propuestas en el punto 1, es posible realizar la primera iteración de la correlación resistencia-rigidez mediante las ecuaciones estipuladas en el subcapítulo 3.4.
5. Se comparan los valores de rigidez efectiva de los elementos estructurales obtenidos del punto anterior contra los propuestos en el punto 1; si su error relativo es del orden del 5%, se considera que la suposición base es correcta, en caso contrario, se toman los valores de la rigidez efectiva obtenidos del

punto anterior y se realiza nuevamente el proceso en forma iterativa hasta obtener errores relativos del orden estipulado o convergir.

### **4.3.3 Diseño para el estado límite de prevención del colapso (ELPC)**

Durante un evento sísmico extremo, es posible que el daño de la estructura sea irreparable, sin embargo, se debe garantizar la supervivencia de los ocupantes y evitar el colapso de la estructura. Los reglamentos de diseño sísmico consideran que este criterio se satisface si:

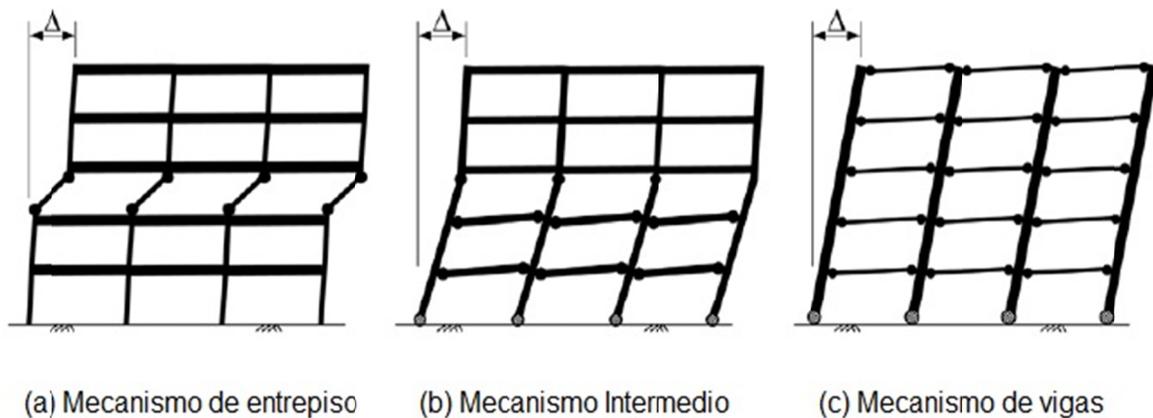
- La demanda de ductilidad global o espectral de la estructura ante el nivel de diseño sísmico correspondiente a este estado límite es menor o igual a su capacidad dúctil.
- Para controlar el daño del ELPC, se debe garantizar que la distorsión máxima de entrepiso para el ELPC, sea menor o igual a la distorsión máxima permisible estipulada en los reglamentos de diseño sísmico para este estado límite.
- El último criterio aplica para estructuras dúctiles, y establece que se debe garantizar el desarrollo de un mecanismo de colapso seguro, mediante la implementación de la filosofía de diseño columna fuerte – viga débil.

Consideraciones para garantizar el desarrollo de un mecanismo de colapso seguro.

Cuando un marco se desplaza lateralmente debido a una acción sísmica, la distribución del daño a través de la altura depende de la distribución de su distorsión lateral. Si el marco posee columnas débiles, la distorsión tiende a concentrarse en uno o pocos entrepisos Figura 4.5(a), y puede llegar a exceder la capacidad de deformación de las columnas. Por el contrario, si las columnas forman algo análogo a una columna vertebral que proporcione rigidez en toda la altura de la estructura, la distorsión se distribuirá de manera más uniforme Figura 4.5(c), y el daño localizado se verá reducido.

Es importante reconocer que las columnas para un entrepiso dado, soportan el peso de la estructura de los entrepisos superiores, mientras que las vigas solo soportan las cargas gravitacionales del entrepiso de las que forman parte; por lo tanto, la falla de una columna resulta en peores consecuencias que la falla de una viga. Debido a lo anterior, los reglamentos de diseño estipulan que las columnas deben ser más resistentes que las vigas que se conectan a ellas. Este principio de columna fuerte – viga débil es fundamental para lograr un comportamiento estructural seguro durante una acción sísmica severa.

Los diversos reglamentos para el diseño de estructuras de concreto, adoptan el principio de diseño columna fuerte – viga débil, al exigir que en los marcos que posean capacidad de deformación (marcos dúctiles), la suma de las resistencias de las columnas exceda la suma de las resistencias de las vigas en cada conexión viga-columna. Estudios realizados (Kuntz, et al., 2003), han demostrado que para lograr el mecanismo estructural mostrado en la Figura 4.5(c) la relación de resistencias de columna a viga debe ser relativamente grande (del orden de cuatro). Debido a que en la mayoría de los casos esta relación resulta impráctica, comúnmente, los reglamentos de diseño adoptan valores de relación de resistencias de 1.2 a 1.5. Por tanto, es de esperarse un posible desarrollo de un “mecanismo intermedio” derivado de la fluencia de algunas columnas como el que se muestra en la Figura 4.5(b).



**Figura 4.5 Distribución de daño y diversos mecanismos en marcos reticulares de concreto reforzado**

Debido a lo antes mencionado, los elementos estructurales en un marco dúctil, deben contar con un diseño especial, el cual, garantice que el marco posea cierta capacidad de deformación ante una acción sísmica.

El procedimiento de diseño para el estado límite de prevención del colapso es el siguiente:

1. Se crea un modelo de la estructura, en el cual, se establece una distribución de daño según lo mencionado en el subcapítulo 4.2.1; por medio de un análisis de valores característicos, se determina el periodo del modo fundamental de la estructura en su estado dañado  $T_{1D}$ , los desplazamientos correspondientes al modo fundamental y su distorsión máxima de entrepiso  $\delta_{1D_{max}}$ . Mediante la relación de los periodos de la estructura en su estado dañado y de fluencia incipiente, se calcula el valor del parámetro  $\alpha$  correspondiente al SR1GDL mediante la ecuación (4.6).

$$\alpha = \left( \frac{\omega_{1D}^2 \cdot m}{\omega_{1E}^2 \cdot m} \right) = \left( \frac{4\pi^2 / T_{1D}^2}{4\pi^2 / T_{1E}^2} \right) = \left( \frac{T_{1E}}{T_{1D}} \right)^2 \quad (4.6)$$

2. Se propone un valor de la distorsión de entrepiso de la estructura en su estado dañado  $\delta_{D\_perm}$ , el cual se encuentre dentro del rango de valores permitidos por los reglamentos para este estado límite (entre 0.025 a 0.03 comúnmente). Con la distorsión máxima de entrepiso correspondiente al modo fundamental de la estructura en su estado dañado obtenida en el punto anterior  $\delta_{1D\_max}$ , y la distorsión permisible de entrepiso para el ELPC  $\delta_{D\_perm}$ , se calcula el factor de escala  $f_e$ , para que la distorsión máxima de entrepiso correspondiente al modo fundamental sea igual a la distorsión permisible para el ELPC del marco de concreto.
3. Se escala el desplazamiento de azotea de la forma modal del modo fundamental de la estructura en su estado dañado por  $f_e$ ,  $\Phi_{1D\_azote} \cdot f_e$
4. A partir del desplazamiento de azotea escalado correspondiente al modo fundamental de la estructura en su estado dañado  $\Phi_{1D\_azote} \cdot f_e$ , se obtiene, mediante la ecuación (4.7), el desplazamiento espectral del SR1GDL correspondiente al ELPC  $Sd_{ELPC}$ .

$$Sd_{ELPC} = \frac{\Phi_{1D\_azote} \cdot f_e}{FP_{1D\_azotea}} \quad (4.7)$$

donde  $FP_{1D\_azotea}$  es el producto del factor de participación del modo fundamental de la estructura en su estado dañado por la amplitud de su forma modal en la azotea.

5. Se calcula la ductilidad de desplazamiento del SR1GDL  $\mu_{SR1GDL}$ , mediante la relación del desplazamiento espectral del SR1GDL correspondiente al ELPC y el desplazamiento de fluencia del SR1GDL, como se muestra en la ecuación (4.8).

$$\mu_{SR1GDL} = \frac{Sd_{ELPC}}{Sd_y} \quad (4.8)$$

6. Se calcula un espectro inelástico de resistencia por unidad de masa; correspondiente a los valores de  $\mu_{SR1GDL}$  y  $\alpha$ , con una fracción de amortiguamiento crítico  $\xi = 5\%$ . En este espectro, se lee para el periodo  $T_{1E}$  la

ordenada correspondiente  $R_y/m$ , cuyo valor, debe ser aproximado a  $Sa_y$ , lo anterior, con la finalidad de que esta resistencia por unidad de masa sea la adecuada para que el SR1GDL desarrolle la ductilidad global  $\mu_{SR1GDL}$ . En caso de que el valor leído sea diferente a  $Sa_y$ , se deberá proponer un nuevo valor de  $\delta_{D\_perm}$  que se encuentre dentro del rango de valores permitidos, con la finalidad de adecuar el valor de  $\mu_{SR1GDL}$ , de tal forma que  $R_y/m \approx Sa_y$ .

7. Obtener, mediante la ecuación (4.9), la aceleración espectral del SR1GDL correspondiente al ELPC  $Sa_{ELPC}$ , en esta etapa del análisis están definidos todos los parámetros de respuesta de la curva de comportamiento del SR1GDL.

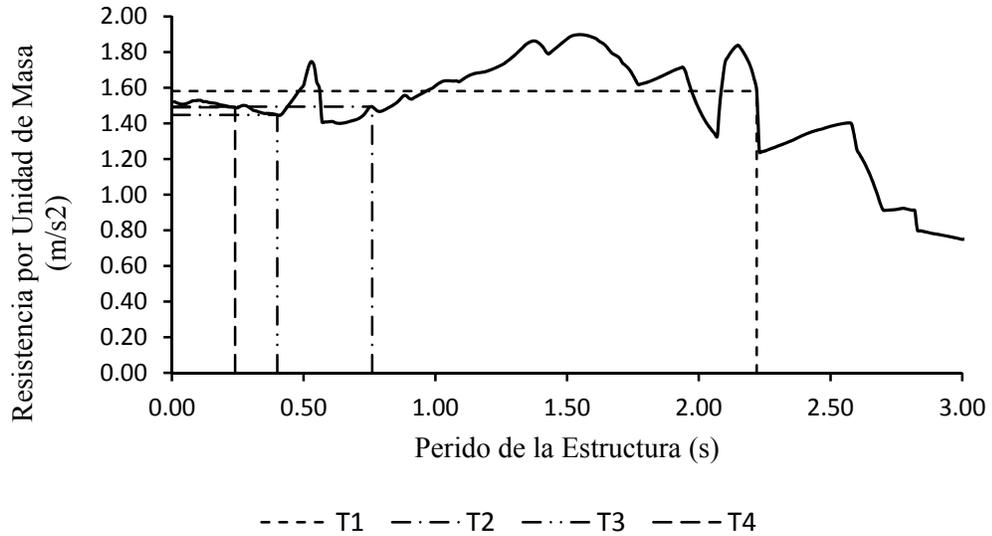
$$Sa_{ELPC} = Sa_y[1 + \alpha(\mu - 1)] \quad (4.9)$$

#### 4.3.4 Caracterización de la curva de capacidad de la estructura

Para obtener la curva de capacidad de la estructura, se procede como se describe a continuación.

1. Obtención de los parámetros de la respuesta elástica máxima de la estructura. Lo cual se logra mediante un análisis modal espectral a la estructura empleando el espectro inelástico (calculado en el punto 6 del subcapítulo 4.3.3) con las propiedades correspondientes a fluencia incipiente (definitivas del subcapítulo 4.3.1) y considerando las cargas gravitacionales. Para los periodos de los modos superiores de la estructura, se lee del espectro inelástico; su correspondiente resistencia de fluencia por unidad de masa, ver Figura 4.6.

Con los periodos de los modos superiores correspondientes a la estructura en su estado dañado (provenientes del subcapítulo 4.3.3 punto 1), se calculan sus respectivos valores del parámetro  $\alpha$ , de forma similar a lo establecido en la ecuación (4.6).



**Figura 4.6 Nivel de diseño sísmico del estado auxiliar de fluencia incipiente**

2. Se obtiene para cada modo, los parámetros de la respuesta inelástica máxima con la que contribuyen a la respuesta de la estructura.

A partir de las resistencias de fluencia de los modos superiores y sus respectivos valores del parámetro  $\alpha$  obtenidos en el punto anterior; se determinan sus ductilidades de desplazamiento empleando las relaciones de desplazamiento inelástico  $C_R$ , desarrolladas por (Ruiz-García, et al., 2006). Una vez calculadas las ductilidades de cada uno de los modos superiores, se determinan sus respectivas resistencias complementarias por unidad de masa mediante la siguiente ecuación.

$$Sa_j = R_y/m \cdot \alpha(\mu - 1) \quad (4.10)$$

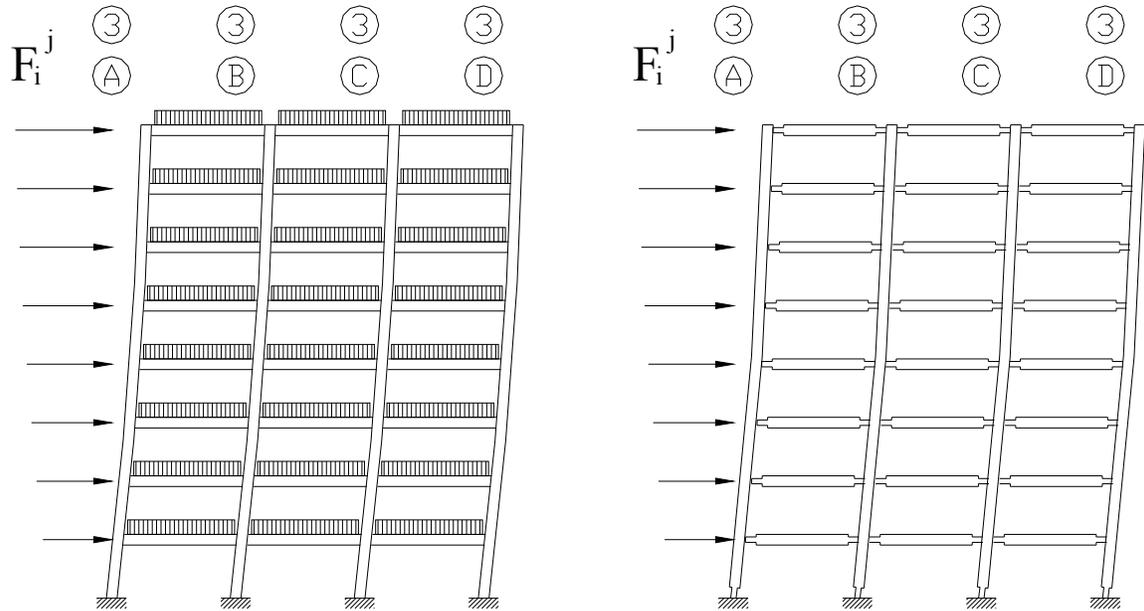
Con el valor de su resistencia complementaria se calcula para el  $j$  –ésimo modo de la estructura en su estado dañado, su vector de fuerzas laterales complementarias en los niveles  $F_i^j$ , empleando la siguiente ecuación:

$$F_i^j = Fp^j \varphi_i^j m_i R_y/m^j \alpha^j (\mu^j - 1) \quad (4.11)$$

donde  $Fp^j$  y  $\varphi_i^j$  son el factor de participación y la forma modal del modo  $j$  de la estructura en su estado dañado respectivamente, y  $m_i$  es la masa reactiva en

el nivel  $i$ . Con cada vector de fuerzas laterales, se realiza un análisis estático a la estructura con la distribución de daño propuesta y sin considerar las cargas gravitacionales, como se muestra en la Figura 4.7 (b). Los parámetros de respuesta asociados al  $j$  –ésimo modo obtenido de este análisis, se suman algebraicamente a los respectivos parámetros obtenidos del punto anterior, ver Figura 4.7 (a). Dichas sumas definen los parámetros de la respuesta inelástica máxima con la que contribuye el  $j$  –ésimo modo de la estructura. El cortante basal y el desplazamiento de azotea resultantes de la suma para cada uno de los modos, definen los puntos finales de sus respectivas curvas de capacidad.

3. Se obtienen los parámetros de la respuesta inelástica máxima de la estructura, para lo cual, las respectivas contribuciones de todos los modos a dicho parámetro, se combinan mediante el uso de una regla de combinación modal adecuada. Los elementos mecánicos de los miembros de la estructura derivados de esta combinación definirán su resistencia de diseño, y la máxima distorsión de entrepiso en la estructura será la de diseño para el ELPC. De forma análoga, el cortante basal y el desplazamiento lateral de azotea así determinados, definirán el punto final de la curva de capacidad de la estructura.



a) Contribución del modo  $j$  a la respuesta elástica de la estructura

b) Contribución del modo  $j$  a la respuesta complementaria de la estructura

**Figura 4.7 Análisis estáticos para la contribución modal de la estructura**

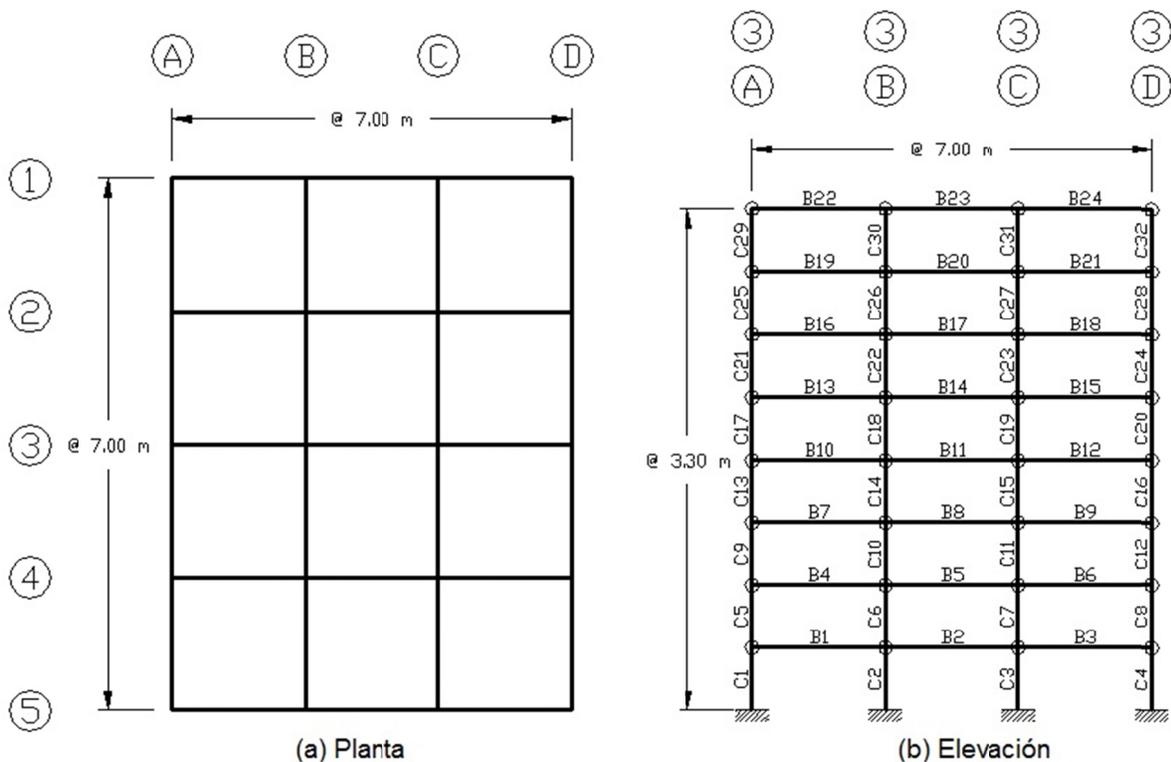
## 4.4 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Con el objetivo de ilustrar la aplicación del método de diseño propuesto, se presenta la metodología de diseño detallada para un edificio de 8 niveles de concreto reforzado con geometría regular en planta y elevación.

### 4.4.1 Consideraciones generales para la formulación del modelo

A continuación, se presentan las consideraciones generales que se emplearon para la representación; mediante un modelo matemático realizado en el programa de análisis y diseño de estructuras SAP2000, de un edificio regular en planta y elevación con uso y ocupación correspondiente a oficinas.

La estructura se idealiza mediante un marco plano de tres crujeas y 8 niveles; el cual posee entrepisos de 3.30 m de altura libre y claros de 7 m, se supone que el marco cuenta con una cimentación rígida, a como se esquematiza en la Figura 4.8.



**Figura 4.8 Geometría del marco plano de 8 niveles**

El criterio para el pre-dimensionamiento de los elementos estructurales es el siguiente: en las vigas se consideró que su altura total  $h_v$ , es igual a un doceavo del claro  $l_v$ , y se adoptó por conservar una proporción  $h_v/b_v = 2$ , donde  $b_v$  es el ancho de la viga. Para las columnas se propuso una sección cuadrada con longitudes por

lado igual a  $h_v$ . En la Tabla 4-1 se muestran las dimensiones propuestas de los elementos estructurales.

**Tabla 4-1 Secciones de elementos estructurales**

Elemento	Nivel	Sección Transversal
Viga	1-8	60 x 30 cm
Columna	1-8	60 x 60 cm

Las propiedades mecánicas de los materiales de los elementos estructurales son los que se presenta en tabla siguiente:

**Tabla 4-2 Propiedades mecánicas de los materiales**

Concreto			Acero de Refuerzo		
Resistencia a la Compresión	Módulo de Elasticidad	Peso Volumétrico	Esfuerzo de Fluencia	Esfuerzo Último a tensión	Módulo de Elasticidad
$f'_c$	$E_c$	$\gamma_c$	$F_y$	$F_u$	$E_s$
$kg/cm^2$	$kg/cm^2$	$kg/m^3$	$kg/cm^2$	$kg/cm^2$	$kg/cm^2$
250	221,360	2,400	4,200	6,300	2,039,000

Las cargas consideradas en los sistemas de piso son las que se muestran a continuación.

**Tabla 4-3 Análisis de cargas muertas**

LOSA MACIZA DE AZOTEA CON PENDIENTE < DEL 5%	Espesor cm	Peso Vol. $kg/m^3$	Peso $kg/m^2$
Concreto en losa maciza de 12 cm de espesor	12.00	2,400	288.00
Mortero en Lecho Superior	3.00	1,900	57.00
Relleno de Tezontle o Tepetate (espesor promedio)	10.00	1,100	110.00
Peso muerto de losas de concreto	-	-	40.00
Impermeabilizante e Instalaciones y plafón	-	-	25.00
		$W_D$	520.00
LOSA MACIZA DE ENTREPISO	Espesor cm	Peso Vol. $kg/m^3$	Peso $kg/m^2$
Concreto en losa maciza de 12 cm de espesor	12.00	2,400	288.00
Mortero en Lecho Superior	2.50	1,900	47.50
Piso como acabado en losa	-	-	32.00
Muros divisorios Durock	-	-	25.00
Peso muerto de losas de concreto	-	-	40.00
Instalaciones y plafón	-	-	25.00
		$W_D$	457.50

### Tabla 4-4 Cargas vivas unitarias

CARGAS VIVAS UNITARIAS, TABLA 6.1 NTC-04 -  $\text{kg/m}^2$

DESTINO DE PISO O CUBIERTA	W	Wa	Wm
Azoteas con pendiente no mayor de 5%	15	70	100
Oficinas, despachos y laboratorios	100	180	250

Donde:

W Carga Viva Media

Wa Carga Viva Instantánea

Wm Carga Viva Máxima

Se supone que las losas cuentan con la suficiente rigidez para ser consideradas como un diafragma rígido en el modelado de la estructura.

La distribución de masas nodales y las masas por entrepiso para el primer tanteo se muestran en la Figura 4.9(a) y Figura 4.9(b) respectivamente.

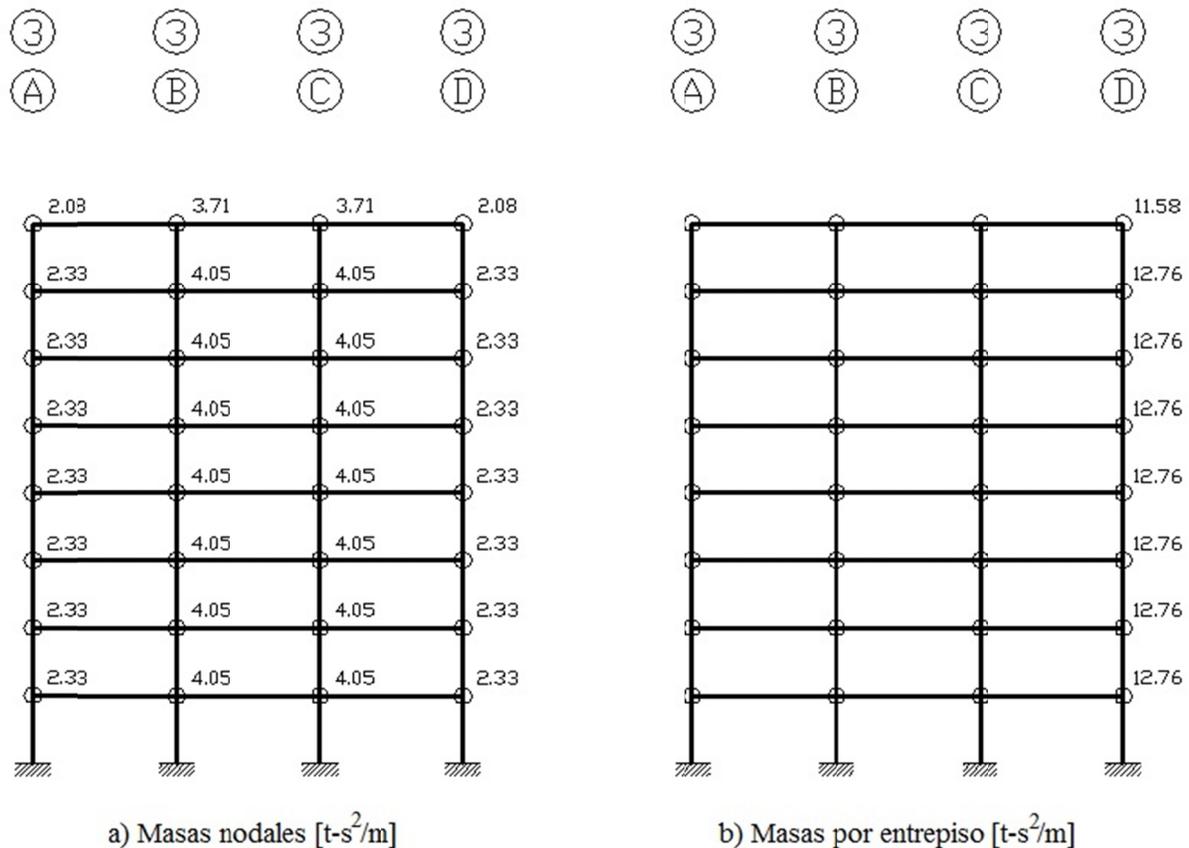


Figura 4.9 Masas nodales y masas por entrepiso

Con el objetivo de reducir el número de iteraciones en el cálculo de las inercias efectivas en los elementos estructurales, se propone una metodología para su estimación, de lo que se podría esperar como valor definitivo, mediante el uso de diversos reglamentos de diseño de estructuras de concreto y empleando el razonamiento que se expone a continuación.

- Inercia efectiva en vigas para el estado auxiliar de fluencia incipiente.

De acuerdo a lo definido en el subcapítulo 3.5, para determinar la inercia efectiva de las vigas en el estado auxiliar de fluencia incipiente se emplean las ecuaciones (3.6) o (3.7); las cuales corresponden a los resultados del estudio paramétrico obtenidos de la referencia (Khuntia, et al., [a] 2004) y expuestos anteriormente en este trabajo en el subcapítulo 3.3.1, de las cuales se puede observar que, definida la geometría y cuantía de la sección, es posible determinar un valor adecuado para el primer tanteo.

Partiendo del supuesto que la deformación de la estructura estará dominada por el modo fundamental, y debido a que la sección transversal en las vigas es constante en toda la estructura, es de esperarse que la cuantía de refuerzo sea proporcional a la magnitud de la distorsión del entrepiso. Es sabido que en estructuras dominadas por el modo fundamental, la máxima distorsión se presenta en el primer tercio de la estructura y disminuye proporcionalmente en los entrepisos superiores.

De acuerdo a lo mencionado en el párrafo anterior, y contemplando lo estipulado en el capítulo 7 “Marcos Dúctiles” de las (NTC-CONCRETO, 2004) referente a las cuantías máximas y mínimas permisibles, se proponen como primera iteración en base a la magnitud de la deformada del primer modo, las cuantías que se muestran en la Figura 4.11, y el valor estimado de las inercias efectivas en las vigas por entrepiso en la Figura 4.12.

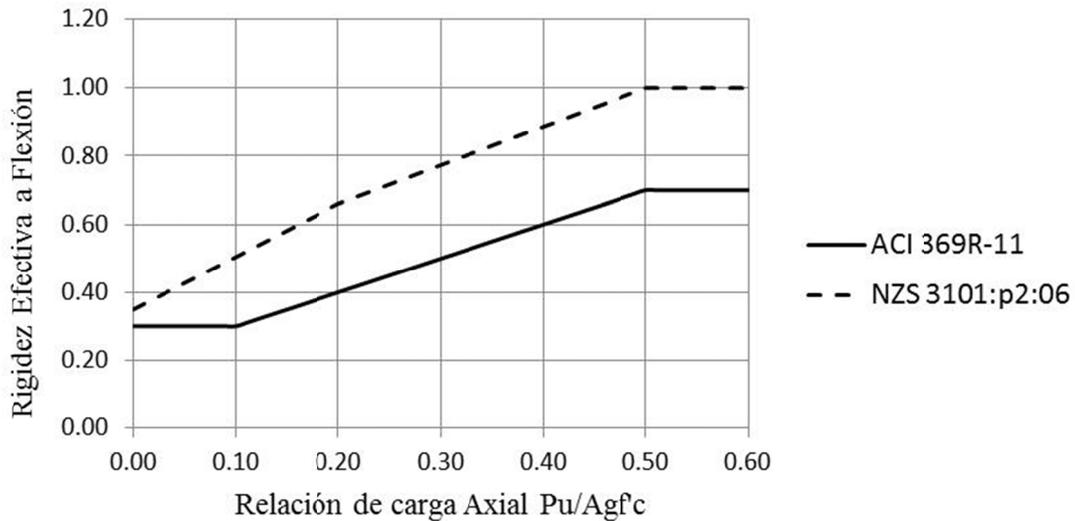
- Inercia efectiva en vigas para el ELS.

Como se ha venido mencionando anteriormente, ante la presencia de la demanda sísmica asociada al ELS, el comportamiento de la estructura debe permanecer en el rango elástico, por tanto, la presencia del agrietamiento en los elementos de concreto reforzado debe ser pequeña. El criterio de asignación para este estado límite se propone como el 90% de la inercia gruesa de la sección transversal, tal como se muestra en la Figura 4.12.

- Inercia efectiva en columnas para el estado auxiliar de fluencia incipiente.

Para asignar las inercias efectivas en las columnas, se recurre a lo estipulado en el (ACI committee 369, 2011), el cual, como se mencionó oportunamente en el subcapítulo 3.2.3, refleja los resultados del avance en las investigaciones recientes

en materia del desempeño sísmico de edificios de concreto reforzado. En la Figura 4.10, se grafica lo estipulado en este documento y cabe hacer mención que aplicará específicamente a las columnas en la base de la estructura, a como se indicó en el subcapítulo 4.2.1.



**Figura 4.10 Inercias efectivas en columnas**

Para asignar las inercias efectivas en las columnas de los entrepisos superiores, se recurre a lo estipulado en el (NZS3101:Part2:2006, 2006), el cual, como se mencionó oportunamente en el subcapítulo 3.2.2, considera el principio de diseño columna fuerte – viga débil, ver Figura 4.10.

Los valores de la relación carga axial sobre resistencia a compresión de la sección de concreto de la columna ( $P_u/Agf'_c$ ), necesarios para obtener los valores de la rigidez efectiva a flexión en la Figura 4.10, se proponen según el comportamiento esperado en las columnas ante una demanda sísmica, esto es, las columnas de los extremos presentarán menor carga axial que las columnas centrales, y a su vez, las columnas centrales de la planta baja presentarán la mayor relación de carga axial, siendo esta menor que 0.3, lo cual se considera un valor típico en columnas de edificaciones de concreto, y dicha relación decrecerá en los entrepisos superiores.

De acuerdo a lo mencionado en los párrafos anteriores, la inercia efectiva en columnas, se calculará según los resultados obtenidos de la Figura 4.10 al emplear los valores de relación de carga axial propuestos en la Figura 4.11.

- Inercia efectiva en columnas para el ELS

El criterio de asignación para este estado límite se propone como el 90% de la inercia gruesa de la sección transversal, tal como se muestra en la Figura 4.12.

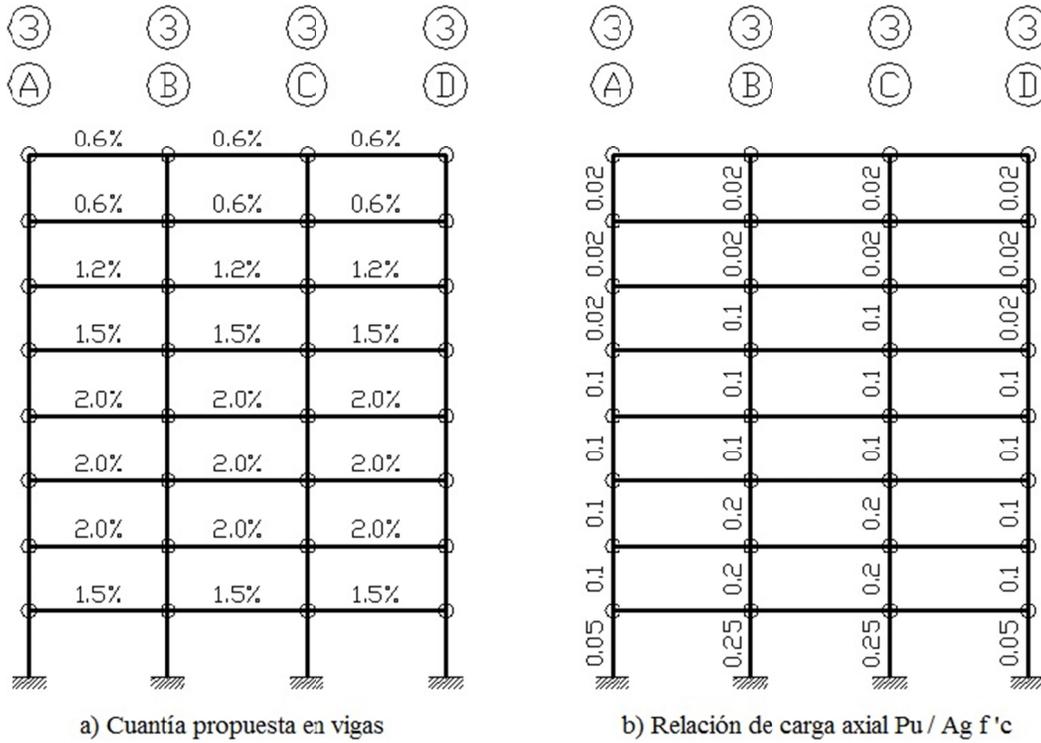


Figura 4.11 Cuantías en vigas y relación de carga axial propuestas

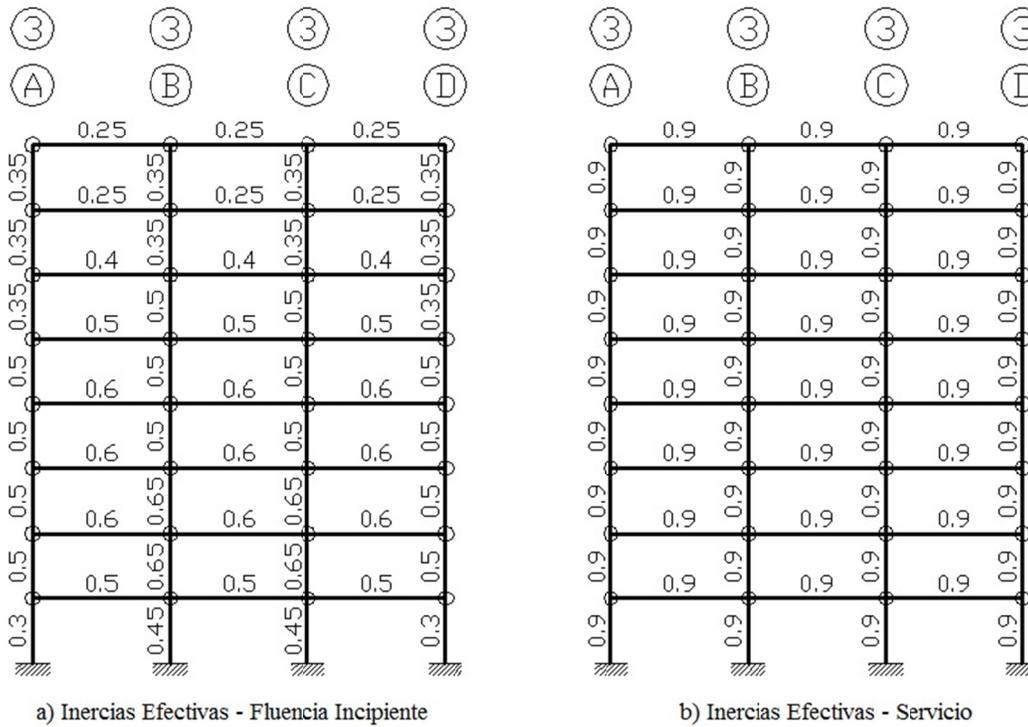


Figura 4.12 Inercias efectivas propuestas

Para el modelado de las zonas rígidas en los nudos, se considera lo mencionado en el subcapítulo 4.3, según el estado límite en cuestión.

La distribución de daño propuesta (localización de articulaciones plásticas), es conforme a lo estipulado en el subcapítulo 4.2.1, con lo cual, se pretende lograr un mecanismo de colapso seguro (principio de diseño columna fuerte- viga débil), según lo mencionado en el subcapítulo 4.3.3.

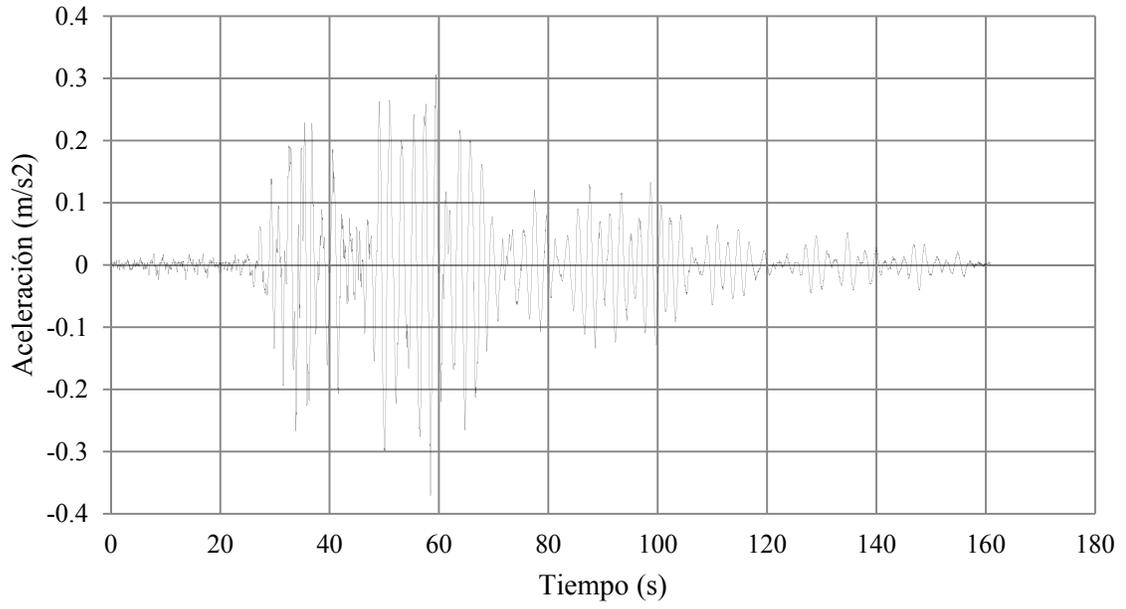
El diseño de los elementos de concreto reforzado se efectúa según lo estipulado en el capítulo 7 “Marcos Dúctiles” de las (NTC-CONCRETO, 2004).

Para definir las distorsiones permisibles de entrepiso para cada estado límite se emplean las (NTC-SISMO, 2004), siendo estas 0.004 para el ELS y 0.03 para el ELPC, lo cual es aplicable para el ejemplo mostrado.

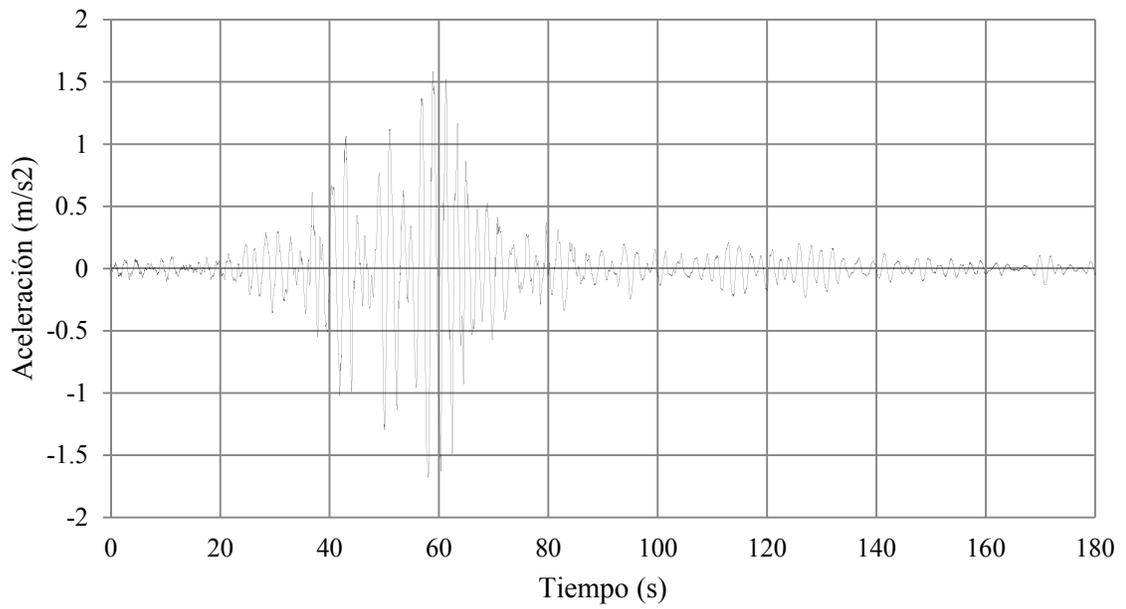
Se emplea como demanda sísmica para el ELS, el registro que produjo en la Ciudad de México el sismo del 25 de Abril de 1989, ver Figura 4.13, el cual, presenta ordenadas espectrales similares a las esperadas para un periodo de retorno de 10 años en la Ciudad de México, además de existir, según lo publicado en (Ordaz, et al., 2003), un acuerdo razonable entre los expertos consultados en el sentido que, durante un sismo como este, no deberían presentarse daños no estructurales en las edificaciones. Para el ELPC se emplea el registro obtenido en la SCT durante el sismo del 19 de Septiembre de 1985 (componente EW) mostrado en la Figura 4.14.

La curva de capacidad derivada de la aplicación del método de diseño propuesto, se compara contra la obtenida de un análisis estático no lineal (pushover), en el cual, la estructura está sujeta a cargas gravitacionales y a un patrón de carga lateral de intensidad monótona creciente, cuya magnitud se incrementa continuamente a través del comportamiento elástico e inelástico de la estructura hasta que se alcance el desplazamiento estipulado en el nodo de control. La configuración del patrón de cargas se basa en la deformada del primer modo de la estructura, el nodo de control se asigna en algún nodo extremo de azotea y la asignación de las articulaciones plásticas en los extremos de los elementos estructurales de acuerdo a lo estipulado en el FEMA-356 (ASCE., 2000).

Además, se realiza un análisis no lineal tiempo-historia considerando los efectos  $P-\Delta$ , para el cual, se considera una matriz de amortiguamiento proporcional a la masa y rigidez inicial (amortiguamiento de Rayleigh), la interacción carga axial y momento en las columnas, y se utilizan momentos de fluencia nominales para vigas y columnas sin considerar ningún criterio de uniformización.



**Figura 4.13 Registro del sismo del 25 de Abril de 1989**

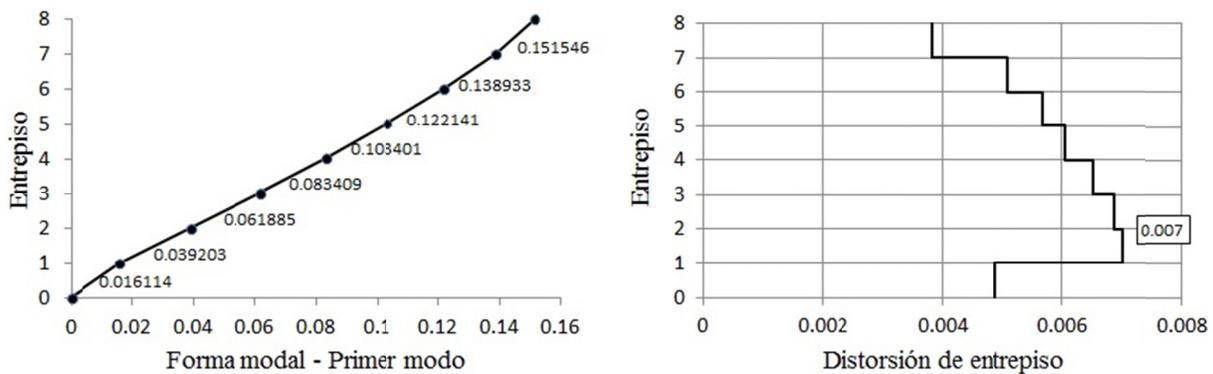


**Figura 4.14 Registro del sismo del 19 de Septiembre de 1985**

#### 4.4.2 Edificio de concreto reforzado de 8 niveles

Una vez definidas las consideraciones generales para la formulación del modelo matemático, se realizará paso a paso la metodología presentada en el subcapítulo 4.3 Descripción del procedimiento de diseño, con el objetivo de efectuar de manera clara y ordenada el procedimiento de diseño del ejemplo de aplicación.

- Caracterización para el estado auxiliar de fluencia incipiente
  1. El diseño preliminar de los elementos estructurales y su distribución de rigidez inicial, se basa según lo estipulado en el subcapítulo 4.4.1, lo cual se refleja en la Tabla 4-1 y Figura 4.12 respectivamente.
  2. Con las masas provenientes de las cargas impuestas a la estructura, la geometría y la rigidez efectiva propuesta en los elementos estructurales, Figura 4.9, Tabla 4-1 y Figura 4.12 (a) respectivamente, y considerando zonas rígidas en columnas y no rígidas en vigas debido a la filosofía de diseño columna fuerte – viga débil, se obtiene, mediante un análisis de valores característicos, la forma modal asociada al modo fundamental de la estructura, con la cual, se identifica la distorsión máxima de entrepiso, ver Figura 4.15.



**Figura 4.15 Distorsión máxima de entrepiso del primer modo**

3. Se obtiene la distorsión de fluencia del marco de concreto, para ello, se emplea la ecuación (4.3).

$$\delta_y = 0.5\varepsilon_y \frac{L_v}{h_v} = 0.5 \cdot 0.002 \frac{7}{0.6} = 0.0117$$

4. Con la distorsión máxima de entrepiso determinada en el punto 2 y la distorsión de fluencia determinada en el punto 3; se calcula el factor de escala  $f_e$ , para que la distorsión máxima de entrepiso sea igual a la distorsión de fluencia del marco de concreto.

$$f_e = \frac{0.0117}{0.007} = 1.67$$

5. Se escala el desplazamiento de azotea de la forma modal del modo fundamental de la estructura por  $f_e$ .

$$\Phi_{1azote} \cdot f_e = 0.151546 \cdot 1.67 = 0.2533$$

6. A partir del desplazamiento de azotea escalado correspondiente al modo fundamental de la estructura  $\Phi_{1azote} \cdot f_e$ , se obtiene el desplazamiento de fluencia  $Sd_y$ , del SR1GDL mediante la ecuación (4.4).

$$Sd_y = \frac{\Phi_{1azote} \cdot f_e}{FP_{1azotea}} = \frac{0.2533}{8.968889 \cdot 0.151546} = 0.1864 \text{ m} = 18.64 \text{ cm}$$

donde  $FP_{1azotea}$  es el producto del factor de participación del modo fundamental de la estructura por la amplitud de su forma modal en la azotea.

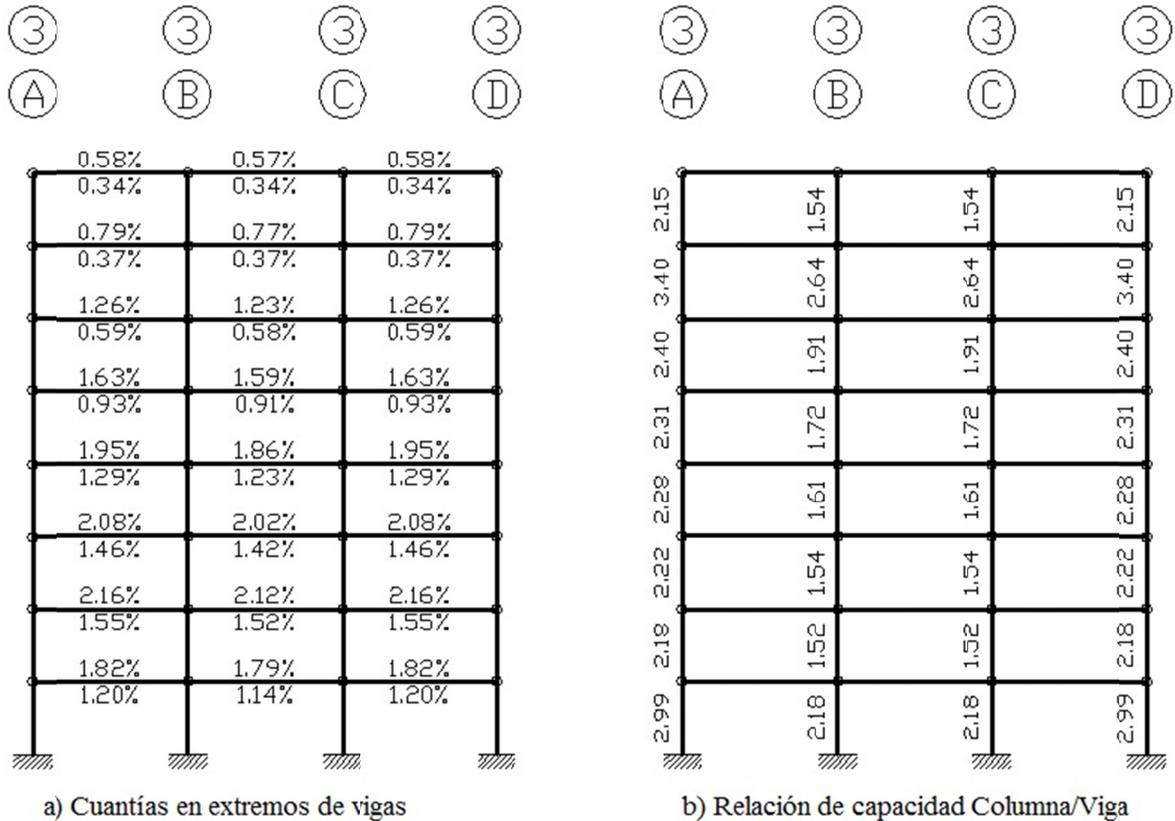
7. Calcular la correspondiente aceleración espectral mediante el uso de la ecuación (4.5).

$$Sa_y = \omega_{1E}^2 \cdot Sd_y = 8.4416 \cdot 18.64 = 157.35 \text{ cm/s}^2$$

donde  $\omega_{1E}^2$ , es la frecuencia natural del modo fundamental de la estructura en el estado de fluencia incipiente.

8. Se crea un espectro constante con el valor calculado de  $Sa_y$ , y contemplando las combinaciones pertinentes para cargas gravitacionales y accidentales, se realiza un análisis modal espectral considerando únicamente la contribución del primer modo.
9. Se diseña la estructura para la combinación crítica, considerando para ello la filosofía de diseño columna fuerte – viga débil. En la Figura 4.16, se muestra la cuantía requerida para la sección propuesta en vigas y la relación de capacidad columna/viga obtenida del diseño.
10. Con la cuantía y el nivel de esfuerzo de los elementos estructurales obtenidos del punto anterior, y la geometría y rigidez propuestas en el punto 1, es posible realizar la primera iteración de la correlación resistencia-rigidez mediante las ecuaciones estipuladas en el subcapítulo 3.4. En la Figura 4.17, se muestran los resultados de la primera iteración.
11. Se comparan los valores de rigidez efectiva de los elementos estructurales obtenidos del punto anterior contra los propuestos en el punto 1; si su error

relativo es del orden del 5%, se considera que la suposición base es correcta, en caso contrario, se toman los valores de la rigidez efectiva obtenidos del punto anterior y se realiza nuevamente el proceso en forma iterativa hasta obtener errores relativos del orden estipulado o convergir.

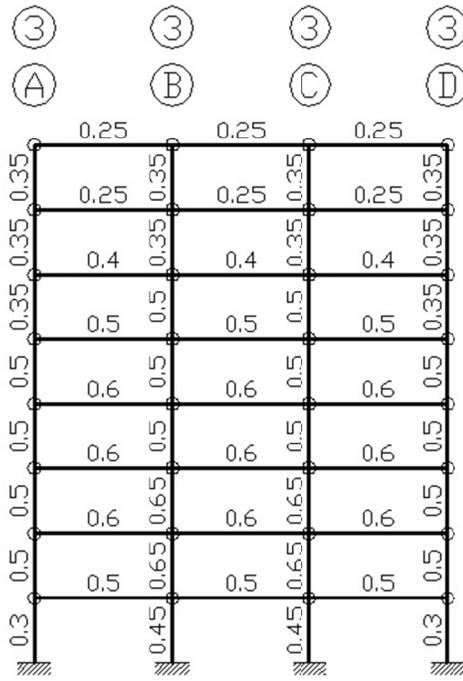


**Figura 4.16 Cuantía en vigas y relación de capacidad en primera iteración**

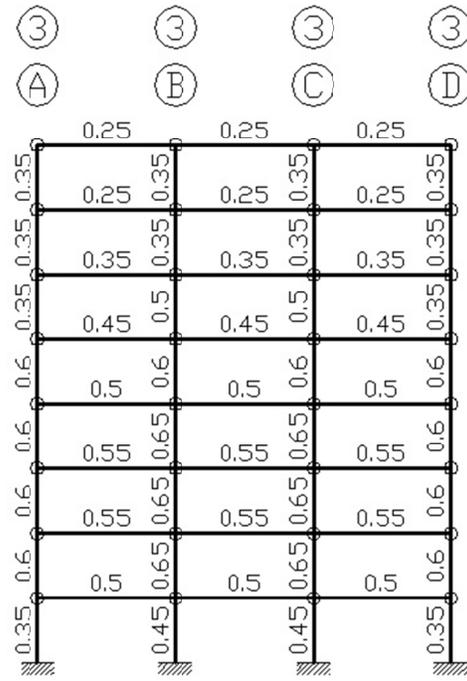
Para el desarrollo de este ejemplo fue necesario realizar el proceso en forma iterativa en tres ocasiones, obteniendo así, la convergencia esperada en los valores calculados. En la Figura 4.18, se muestran los resultados obtenidos para la segunda y tercera iteración en cuanto a inercias efectivas se refiere.

Para este ejemplo se conservaron las secciones propuestas inicialmente y la cuantía derivada de la última iteración es la mostrada en la Figura 4.19.

Al final del proceso de diseño del ejemplo de aplicación, se presentará a manera de resumen, una tabla que refleje los resultados destacados a través del proceso de diseño en sus diversas iteraciones. Cabe mencionar que el desplazamiento de fluencia  $S_{d,y}$  de la última iteración tiene un valor de 18.98 cm y una correspondiente aceleración espectral  $S_{a,y} = 151.62 \text{ cm/s}^2$ .

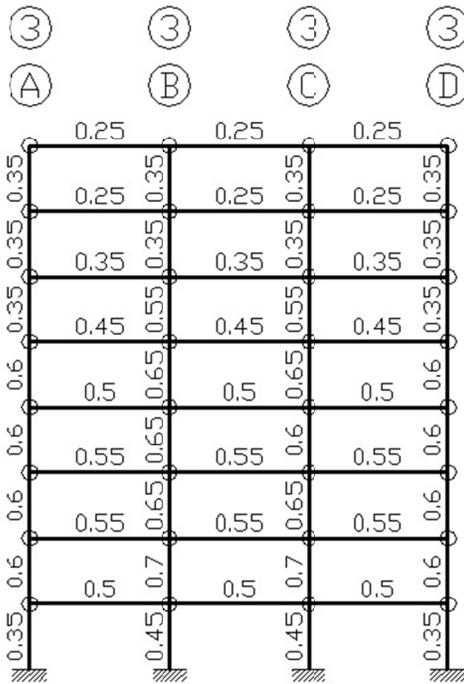


a) Inercias Efectivas Propuestas

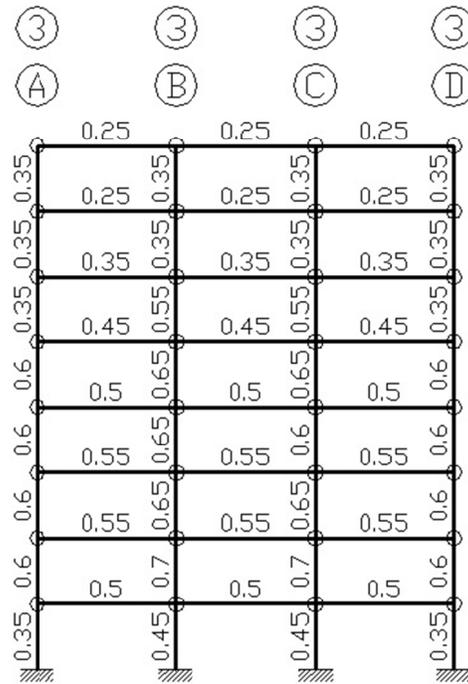


b) Inercias Efectivas Calculadas 1ra Iteración

**Figura 4.17 Inercias efectivas resultantes de la primera iteración**

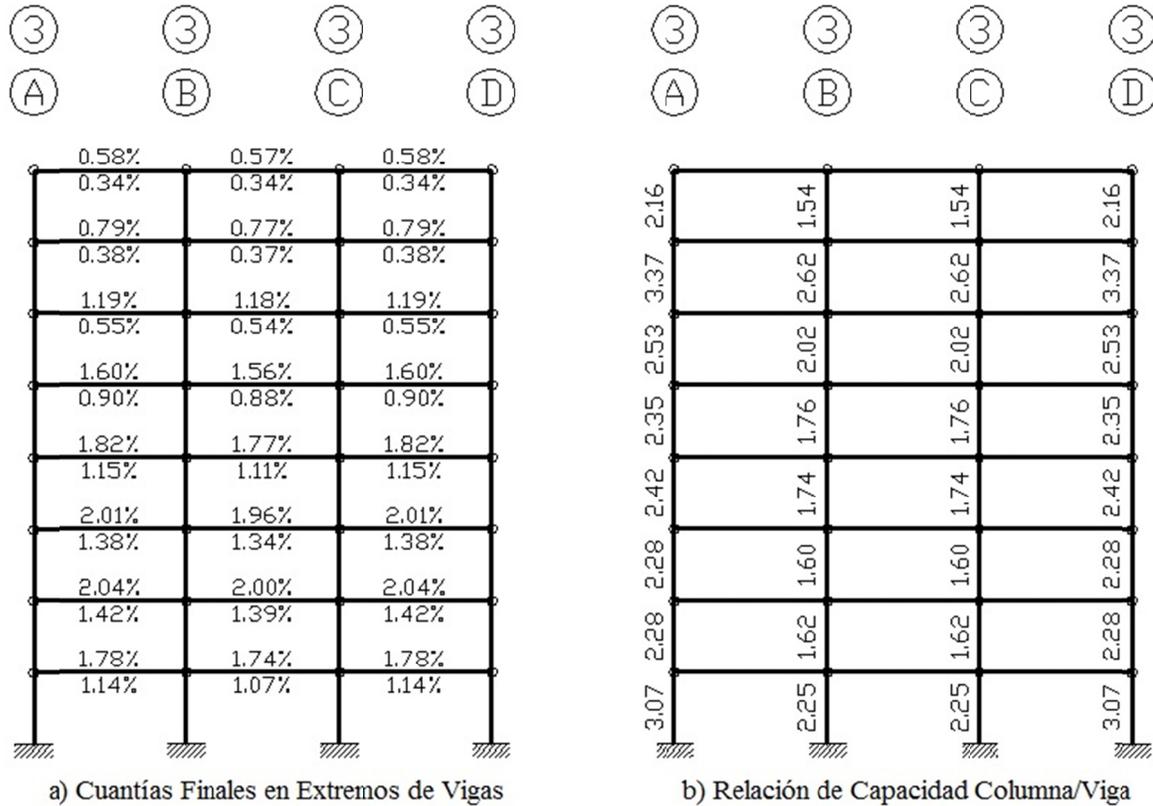


a) Inercias Efectivas Calculadas 2da Iteración



b) Inercias Efectivas Calculadas 3ra Iteración

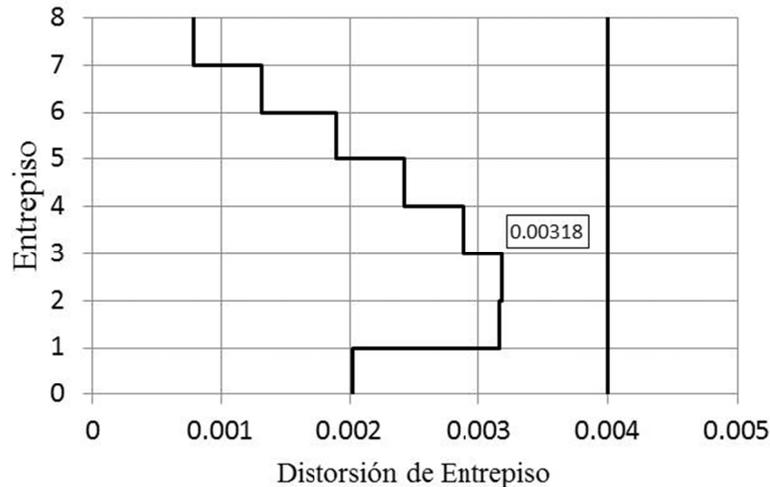
**Figura 4.18 Inercias efectivas resultantes de las iteraciones subsiguientes**



**Figura 4.19 Cuantías y relación de capacidad finales en fluencia**

- Diseño para el estado límite de servicio (ELS)
1. Se adopta la geometría y cuantías de los elementos estructurales determinados para el estado auxiliar de fluencia incipiente, y se propone un valor de rigidez, congruente con el nivel de esfuerzo que se espera para el estado límite de servicio. El criterio de asignación para este estado límite se propone como el 90% de la inercia gruesa de la sección transversal, tal como se mostró anteriormente en la Figura 4.12 (b).
  2. Con las masas provenientes de las cargas impuestas a la estructura, la geometría y rigidez de los elementos estructurales definidas en el punto anterior, Figura 4.9, Tabla 4-1 y Figura 4.12 (b) respectivamente, y considerando zonas rígidas en vigas y columnas (debido a que la estructura debe permanecer elástica), y asumiendo la filosofía de diseño columna fuerte – viga débil, se obtiene, mediante un análisis elástico lineal ante la demanda sísmica asociada al estado límite de servicio, la distorsión máxima de entrepiso para el estado límite de servicio y los niveles de esfuerzo que presentan los elementos estructurales.

3. Se revisa que con las cuantías y geometría de las secciones de los elementos estructurales, las cuales provienen del diseño para el estado auxiliar de fluencia incipiente, se cumpla con la resistencia necesaria para el estado límite de servicio, y a su vez, que la distorsión máxima de entrepiso en servicio, sea menor o igual a la distorsión máxima permisible estipulada, ver Figura 4.20.



**Figura 4.20 Distorsión máxima de entrepiso ELS con inercias propuestas**

4. Con el nivel de esfuerzo de los elementos estructurales obtenido del punto 2, y la geometría, cuantía y rigidez propuestas en el punto 1, es posible realizar la primera iteración de la correlación resistencia-rigidez mediante las ecuaciones estipuladas en el subcapítulo 3.4, en la Figura 4.21, se muestran los resultados de las iteraciones efectuadas.
5. Se comparan los valores de rigidez efectiva de los elementos estructurales obtenidos del punto anterior contra los propuestos en el punto 1; si su error relativo es del orden del 5%, se considera que la suposición base es correcta, en caso contrario, se toman los valores de la rigidez efectiva obtenidos del punto anterior y se realiza nuevamente el proceso en forma iterativa hasta obtener errores relativos del orden estipulado o convergir.

Para este ejemplo de aplicación, fue necesario realizar dos iteraciones para obtener errores relativos del orden estipulado, en la Figura 4.21, se muestran los resultados de las inercias efectivas calculadas en el proceso iterativo para el estado límite de servicio.

Empleando las inercias efectivas mostradas en la Figura 4.21 (b), se obtiene la distorsión máxima de entrepiso final, ver Figura 4.22, la cual satisface la distorsión máxima permisible estipulada para este estado límite.

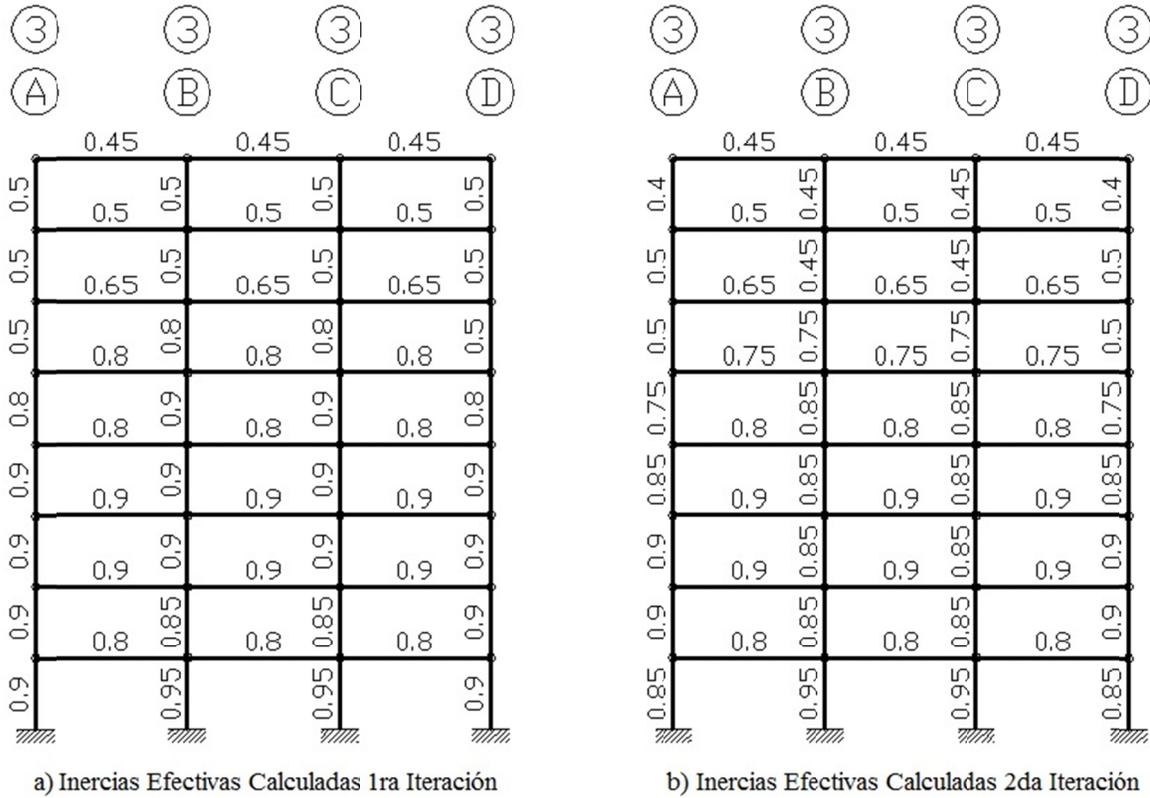


Figura 4.21 Inercias efectivas iteraciones subsiguientes ELS

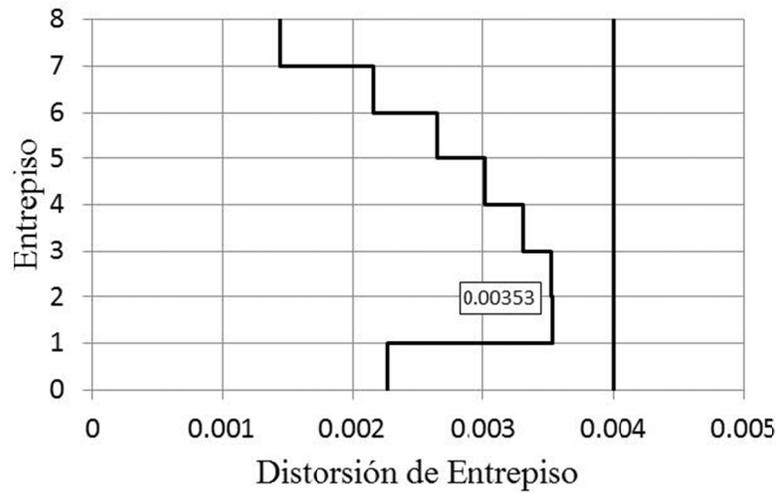
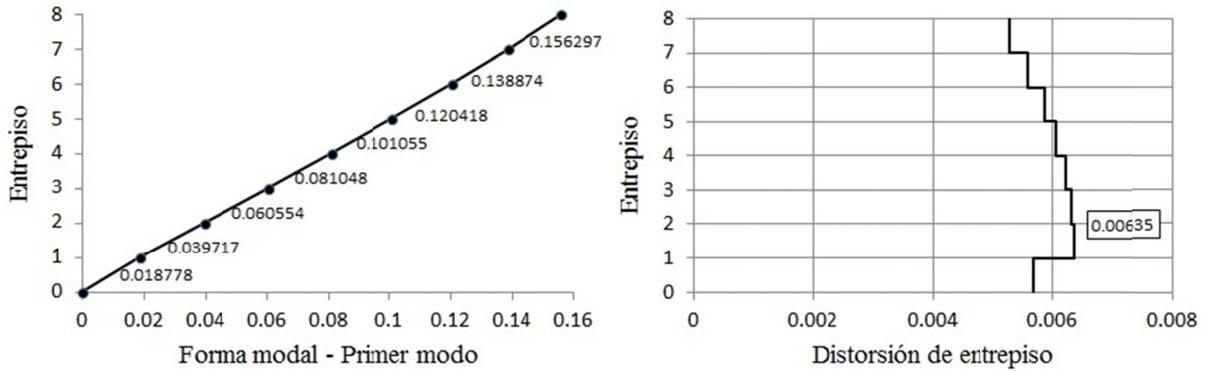


Figura 4.22 Distorsión de entrepiso ELS inercias efectivas 2da iteración

- Diseño para el estado límite de prevención del colapso (ELPC)
1. Se crea un modelo de la estructura, en el cual, se establece una distribución de daño según lo mencionado en el subcapítulo 4.2.1; por medio de un análisis de valores característicos, se determina el periodo del modo fundamental de la estructura en su estado dañado  $T_{1D}$ , los desplazamientos correspondientes al modo fundamental y su distorsión máxima de entrepiso  $\delta_{1D_{max}}$ . Mediante la relación de los periodos de la estructura en su estado dañado y de fluencia incipiente, se calcula el valor del parámetro  $\alpha$  correspondiente al SR1GDL mediante la ecuación (4.6).



**Figura 4.23 Distorsión máxima de entrepiso del primer modo ELPC**

$$\alpha = \left( \frac{\omega_{1D}^2 \cdot m}{\omega_{1E}^2 \cdot m} \right) = \left( \frac{4\pi^2 / T_{1D}^2}{4\pi^2 / T_{1E}^2} \right) = \left( \frac{T_{1E}}{T_{1D}} \right)^2 = \left( \frac{2.223}{8.219} \right)^2 = 0.0732$$

2. Se propone un valor de la distorsión de entrepiso de la estructura en su estado dañado  $\delta_{D_{perm}}$ , el cual se encuentre dentro del rango de valores permitidos por los reglamentos para este estado límite (entre 0.025 a 0.03 comúnmente). Con la distorsión máxima de entrepiso correspondiente al modo fundamental de la estructura en su estado dañado obtenida en el punto anterior  $\delta_{1D_{max}}$ , y la distorsión permisible de entrepiso para el ELPC  $\delta_{D_{perm}}$ , se calcula el factor de escala  $f_e$ , para que la distorsión máxima de entrepiso correspondiente al modo fundamental sea igual a la distorsión permisible para el ELPC del marco de concreto.

$$f_e = \frac{0.0271}{0.00635} = 4.267$$

3. Se escala el desplazamiento de azotea de la forma modal del modo fundamental de la estructura por  $f_e$ .

$$\Phi_{1D\_azote} \cdot f_e = 0.156297 \cdot 4.267 = 0.667$$

4. A partir del desplazamiento de azotea escalado correspondiente al modo fundamental de la estructura en su estado dañado  $\Phi_{1D\_azote} \cdot f_e$ , se obtiene, mediante la ecuación (4.7), el desplazamiento espectral del SR1GDL correspondiente al ELPC  $Sd_{ELPC}$ .

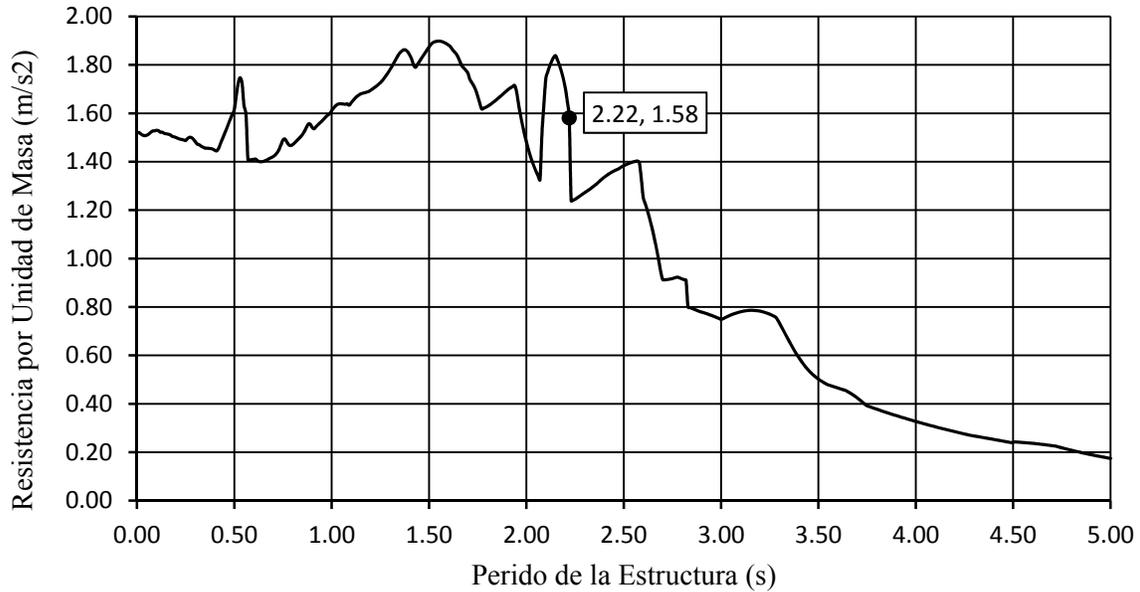
$$Sd_{ELPC} = \frac{\Phi_{1D\_azote} \cdot f_e}{FP_{1D\_azotea}} = \frac{0.667}{8.9638 \cdot 0.156297} = 0.4761m = 47.61cm$$

donde  $FP_{1D\_azotea}$  es el producto del factor de participación del modo fundamental de la estructura en su estado dañado por la amplitud de su forma modal en la azotea.

5. Se calcula la ductilidad de desplazamiento del SR1GDL  $\mu_{SR1GDL}$ , mediante la relación del desplazamiento espectral del SR1GDL correspondiente al ELPC y el desplazamiento de fluencia del SR1GDL.

$$\mu_{SR1GDL} = \frac{Sd_{ELPC}}{Sd_y} = \frac{47.61cm}{18.98cm} = 2.508$$

6. Se calcula un espectro inelástico de resistencia por unidad de masa; correspondiente a los valores de  $\mu_{SR1GDL}$  y  $\alpha$ , con una fracción de amortiguamiento crítico  $\xi = 5\%$ . En este espectro, se lee para el periodo  $T_{1E}$  la ordenada correspondiente  $R_y/m$ , cuyo valor, debe ser aproximado a  $Sa_y$ , lo anterior, con la finalidad de que esta resistencia por unidad de masa sea la adecuada para que el SR1GDL desarrolle la ductilidad global  $\mu_{SR1GDL}$ . En caso de que el valor leído sea diferente a  $Sa_y$ , se deberá proponer un nuevo valor de  $\delta_{D\_perm}$  que se encuentre dentro del rango de valores permitidos, con la finalidad de adecuar el valor de  $\mu_{SR1GDL}$ , de tal forma que  $R_y/m \approx Sa_y$ . Para este ejemplo de aplicación, la distorsión del estado daño adecuada para cumplir lo antes mencionada es de 0.0271. En la Figura 4.24, se muestra el espectro inelástico de resistencia por unidad de masa obtenido, y la lectura para el periodo  $T_{1E}$ .
7. Obtener, mediante la ecuación (4.9), la aceleración espectral del SR1GDL correspondiente al ELPC  $Sa_{ELPC}$ , en esta etapa del análisis están definidos todos los parámetros de respuesta de la curva de comportamiento del SR1GDL.



**Figura 4.24 Espectro inelástico de resistencia por unidad de masa**

$$S_{a_{ELPC}} = S_{a_y}[1 + \alpha(\mu - 1)] = 1.58[1 + 0.0732(2.508 - 1)] = 1.75 \text{ cm/s}^2$$

- Caracterización de la curva de capacidad de la estructura
1. Obtención de los parámetros de la respuesta elástica máxima de la estructura. Lo cual se logra mediante un análisis modal espectral a la estructura empleando el espectro inelástico con las propiedades finales correspondientes a fluencia incipiente y considerando las cargas gravitacionales. Para los periodos de los modos superiores de la estructura, se lee del espectro inelástico su correspondiente resistencia de fluencia por unidad de masa. Ver Tabla 4-5.

**Tabla 4-5 Parámetros de la respuesta elástica máxima**

OutputCase	ModalCase	StepType	StepNum	Period	DampRatio	S <sub>a<sub>y</sub></sub> = R <sub>1</sub> /m
Text	Text	Text	Unitless	Sec	Unitless	m/sec <sup>2</sup>
ACASE3	MODAL	Mode	1	2.2231	0.05	1.5810
ACASE3	MODAL	Mode	2	0.7616	0.05	1.4939
ACASE3	MODAL	Mode	3	0.4002	0.05	1.4472
ACASE3	MODAL	Mode	4	0.2421	0.05	1.4899
ACASE3	MODAL	Mode	5	0.1618	0.05	1.5139
ACASE3	MODAL	Mode	6	0.1370	0.05	1.5221
ACASE3	MODAL	Mode	7	0.1347	0.05	1.5221
ACASE3	MODAL	Mode	8	0.1157	0.05	1.5285

Con los periodos de los modos superiores correspondientes a la estructura en su estado dañado, se calculan sus respectivos valores del parámetro  $\alpha$ , de forma similar a lo establecido en la ecuación (4.6). Ver Tabla 4-6.

**Tabla 4-6 Resistencias complementarias por unidad de masa**

OutputCase	StepType	StepNum	Period Elástico	Period Dañado	$\alpha$	$\mu$	$Sa_y \alpha (\mu - 1)$	
Text	Text	Unitless	Sec	Sec	Unitless	Unitless	Gal	m/s <sup>2</sup>
MODAL	Mode	1	2.2231	8.21923	0.0732	2.50	17.349348	0.173493
MODAL	Mode	2	0.7616	1.831824	0.1729	2.01	26.084180	0.260842
MODAL	Mode	3	0.4002	0.705921	0.3214	1.70	32.557023	0.325570
MODAL	Mode	4	0.2421	0.350548	0.4771	1.43	30.563219	0.305632
MODAL	Mode	5	0.1618	0.208809	0.6008	1.21	19.100208	0.191002
MODAL	Mode	6	0.1370	0.149565	0.8395	1.13	16.611006	0.166110
MODAL	Mode	7	0.1347	0.144328	0.8708	1.14	18.556480	0.185565
MODAL	Mode	8	0.1157	0.136972	0.7139	1.15	16.368732	0.163687

2. Se obtiene para cada modo, los parámetros de la respuesta inelástica máxima con la que contribuyen a la respuesta de la estructura.

A partir de las resistencias de fluencia de los modos superiores y sus respectivos valores del parámetro  $\alpha$  obtenidos en el punto anterior; se determinan sus ductilidades de desplazamiento empleando las relaciones de desplazamiento inelástico  $C_R$ , desarrolladas por (Ruiz-García, et al., 2006). Una vez calculadas las ductilidades de cada uno de los modos superiores, se determinan sus respectivas resistencias complementarias por unidad de masa mediante la ecuación (4.10). Ver Tabla 4-6.

Con el valor de su resistencia complementaria se calcula para el  $j$  –ésimo modo de la estructura en su estado dañado, su vector de fuerzas laterales complementarias en los niveles  $F_i^j$ , empleando la ecuación (4.11).

$$F_i^j = Fp^j \varphi_i^j m_i R_y / m^j \alpha^j (\mu^j - 1)$$

donde  $Fp^j$  y  $\varphi_i^j$  son el factor de participación y la forma modal del modo  $j$  de la estructura en su estado dañado respectivamente, y  $m_i$  es la masa reactiva en el nivel  $i$ .

En la Tabla 4-7, se muestran los resultados de los vectores de fuerzas laterales complementarias calculados para los primeros cuatro modos de la estructura.

**Tabla 4-7 Vectores de fuerza complementarios para los primeros 4 modos**

Entrepiso	Modo			
	1	2	3	4
	Fuerza Estática (ton)			
1	-0.373	-0.628	-0.789	-0.711
2	-0.788	-1.173	-1.128	-0.563
3	-1.202	-1.458	-0.791	0.227
4	-1.609	-1.401	0.042	0.733
5	-2.006	-0.992	0.876	0.339
6	-2.391	-0.238	1.104	-0.531
7	-2.757	0.802	0.325	-0.598
8	-2.816	1.775	-1.039	0.481

Con cada vector de fuerzas laterales, se realiza un análisis estático a la estructura con la distribución de daño propuesta y sin considerar las cargas gravitacionales, como se muestra en la Figura 4.7 (b). Los parámetros de respuesta asociados al  $j$  –ésimo modo obtenido de este análisis, se suman algebraicamente a los respectivos parámetros obtenidos del punto anterior, ver Figura 4.7 (a). Dichas sumas definen los parámetros de la respuesta inelástica máxima con la que contribuye el  $j$  –ésimo modo de la estructura. El cortante basal y el desplazamiento de azotea resultantes de la suma para cada uno de los modos, definen los puntos finales de sus respectivas curvas de capacidad.

3. Se obtienen los parámetros de la respuesta inelástica máxima de la estructura, para lo cual, las respectivas contribuciones de todos los modos a dicho parámetro, se combinan mediante el uso de una regla de combinación modal adecuada. Los elementos mecánicos de los miembros de la estructura derivados de esta combinación definirán su resistencia de diseño, y la máxima distorsión de entrepiso en la estructura será la de diseño para el ELPC. De forma análoga, el cortante basal y el desplazamiento lateral de azotea así determinados, definirán el punto final de la curva de capacidad de la estructura.

A continuación, se muestra a manera de tablas, los diversos datos obtenidos de los análisis considerando los primeros cuatro modos, tanto para el modelo en fluencia como para el modelo dañado, se muestra el cálculo de los desplazamientos y las fuerzas para dichos modos en ambos modelos y el resultado de su combinación modal, lo anterior para definir la curva de capacidad de la estructura.

**Tabla 4-8 Resultados del análisis del modelo en fluencia – primera etapa**

MODO	1	2	3	4		
PERIODO - s	2.223111	0.761642	0.400189	0.242122		
FP Tonf-s2	-8.920454	3.392442	-2.146437	-1.577375		
U1Acc - m/s2	1.47457	1.49193	1.44716	1.48941		
$\omega^2$ - rad2/sec2	7.988	68.055	246.51	673.43		
Modal Shape	U1	U1	U1	U1	altura	masas
	m	m	m	m	m	Tonf-s2/m
BASE	0	0	0	0	0.00	0.60
1	0.015041	-0.041985	0.074912	0.109477	3.30	12.77
2	0.037356	-0.093336	0.130527	0.117903	3.30	12.77
3	0.060175	-0.124451	0.102641	-0.017032	3.30	12.77
4	0.082241	-0.123466	0.003016	-0.128531	3.30	12.77
5	0.103117	-0.087631	-0.103148	-0.069574	3.30	12.77
6	0.122735	-0.016944	-0.131968	0.098119	3.30	12.77
7	0.139895	0.07672	-0.029215	0.107062	3.30	12.77
8	0.152351	0.160152	0.133761	-0.103426	3.30	11.58

**Tabla 4-9 Desplazamientos y combinación SRSS (m) – primera etapa**

MODO	1	2	3	4	SRSS
BASE	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.000000
1	-0.02477	-0.00312	-0.00094	-0.00038	0.024985
2	-0.06151	-0.00694	-0.00164	-0.00041	0.061928
3	-0.09909	-0.00926	-0.00129	0.00006	0.099530
4	-0.13543	-0.00918	-0.00004	0.00045	0.135738
5	-0.16980	-0.00652	0.00130	0.00024	0.169933
6	-0.20211	-0.00126	0.00166	-0.00034	0.202119
7	-0.23036	0.00571	0.00037	-0.00037	0.230436
8	-0.25088	0.01191	-0.00169	0.00036	<b>0.251165</b>

**Tabla 4-10 Fuerzas y combinación SRSS (ton) – primera etapa**

MODO	1	2	3	4	SRSS
BASE	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
1	-2.52553	-2.71256	-2.97037	-3.28319	
2	-6.27244	-6.03023	-5.17558	-3.53588	
3	-10.10398	-8.04050	-4.06986	0.51079	
4	-13.80908	-7.97686	-0.11959	3.85462	
5	-17.31437	-5.66164	4.08996	2.08651	
6	-20.60842	-1.09471	5.23272	-2.94257	
7	-23.48976	4.95671	1.15842	-3.21077	
8	-23.21437	9.38972	-4.81308	2.81474	
SUMA	-117.33795	-17.17009	-6.66738	-3.70576	<b>118.83262</b>

**Tabla 4-11 Resultados del análisis del modelo dañado – segunda etapa**

MODO	1	2	3	4		
PERIODO - s	8.21923	1.831824	0.705921	0.350548		
FP Tonf-s2	-8.963803	3.562372	2.0739	1.428667		
U1Acc - m/s2	0.17349348	0.2608418	0.32557023	0.30563219		
$\omega^2$ - rad2/sec2	0.58438	11.765	79.222	321.27		
Modal Shape	U1	U1	U1	U1	altura	masas
	m	m	m	m	m	Tonf-s2/m
BASE	0	0	0	0	0.00	0.60
1	0.018778	-0.052986	-0.091565	-0.127597	3.30	12.77
2	0.039717	-0.098851	-0.130912	-0.100976	3.30	12.77
3	0.060554	-0.122901	-0.091821	0.040726	3.30	12.77
4	0.081048	-0.118094	0.004868	0.131566	3.30	12.77
5	0.101055	-0.083636	0.101587	0.060750	3.30	12.77
6	0.120418	-0.020041	0.128120	-0.095348	3.30	12.77
7	0.138874	0.067654	0.037683	-0.107358	3.30	12.77
8	0.156297	0.164877	-0.132893	0.095153	3.30	11.58

**Tabla 4-12 Desplazamientos y combinación SRSS (m) – segunda etapa**

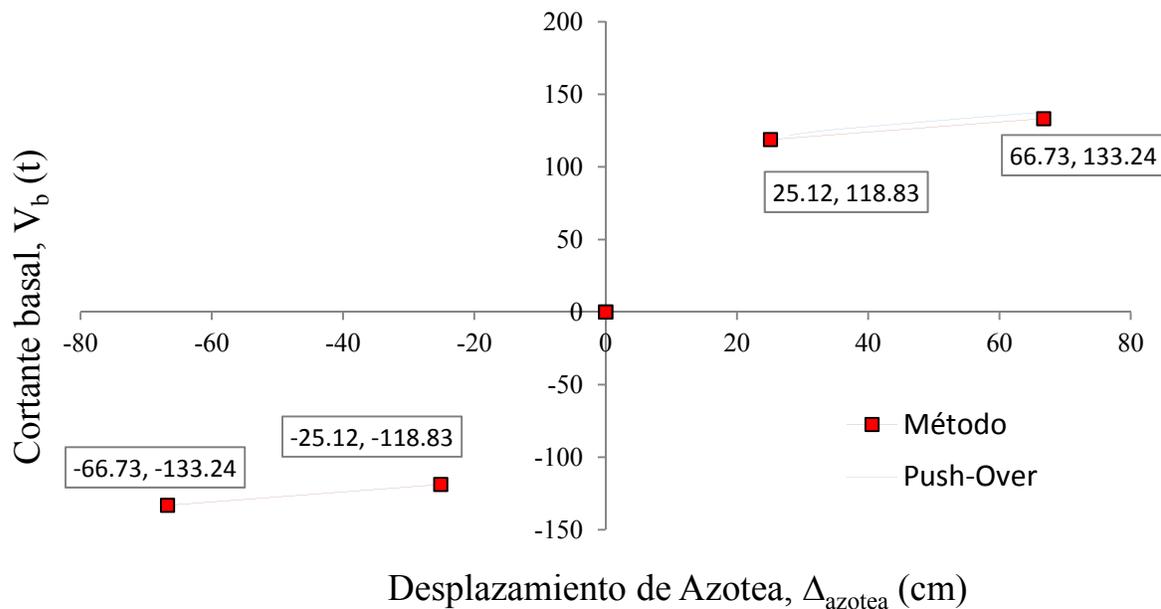
MODO	1	2	3	4	SRSS
BASE	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.000000
1	-0.04997	-0.00418	-0.00078	-0.00017	0.050154
2	-0.10570	-0.00781	-0.00112	-0.00014	0.105989
3	-0.16115	-0.00971	-0.00078	0.00006	0.161441
4	-0.21569	-0.00933	0.00004	0.00018	0.215888
5	-0.26893	-0.00661	0.00087	0.00008	0.269012
6	-0.32046	-0.00158	0.00109	-0.00013	0.320464
7	-0.36957	0.00534	0.00032	-0.00015	0.369612
8	-0.41594	0.01302	-0.00113	0.00013	<b>0.416145</b>

**Tabla 4-13 Fuerzas y combinación SRSS (ton) – segunda etapa**

MODO	1	2	3	4	SRSS
BASE	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
1	-0.37278	-0.62849	-0.78920	-0.71120	
2	-0.78845	-1.17252	-1.12833	-0.56282	
3	-1.20210	-1.45779	-0.79140	0.22700	
4	-1.60895	-1.40077	0.04196	0.73333	
5	-2.00612	-0.99205	0.87558	0.33861	
6	-2.39051	-0.23772	1.10427	-0.53145	
7	-2.75690	0.80248	0.32479	-0.59840	
8	-2.81569	1.77474	-1.03943	0.48130	
SUMA	-13.94150	-3.31213	-1.40177	-0.62364	<b>14.41144</b>

Como se mencionó anteriormente, para definir la curva de capacidad de la estructura, se deberá sumar algebraicamente los valores obtenidos en ambas etapas y graficarlos en un espacio cortante basal vs desplazamiento de azotea, ver Figura 4.25.

Para validar el método propuesto, se compara la curva de capacidad derivada del método con la obtenida mediante un análisis estático no lineal (pushover), al comparar ambas curvas, se puede observar que presentan una similitud muy cercana en los resultados obtenidos, tanto en desplazamientos de azotea como en cortante basal, ver Figura 4.25.



**Figura 4.25 Curva de capacidad de la estructura**

Cuando se alcanza la magnitud del desplazamiento de control (66 cm) en el nodo de control (nodo 9), generalmente ubicado en algún nodo extremo de azotea, la distribución de daño en los elementos estructurales es la mostrada en la Figura 4.26.

Con el objetivo de comparar ambas curvas con un análisis más refinado, se realizó un análisis tiempo-historia, cuyo resultado se muestran en la Figura 4.27, dicho análisis muestra que el comportamiento estimado de la estructura concuerda tanto con lo obtenido mediante el método de análisis propuesto como con el pushover, al observarse una misma tendencia en cuanto a la magnitud del cortante basal y el desplazamiento de azotea.

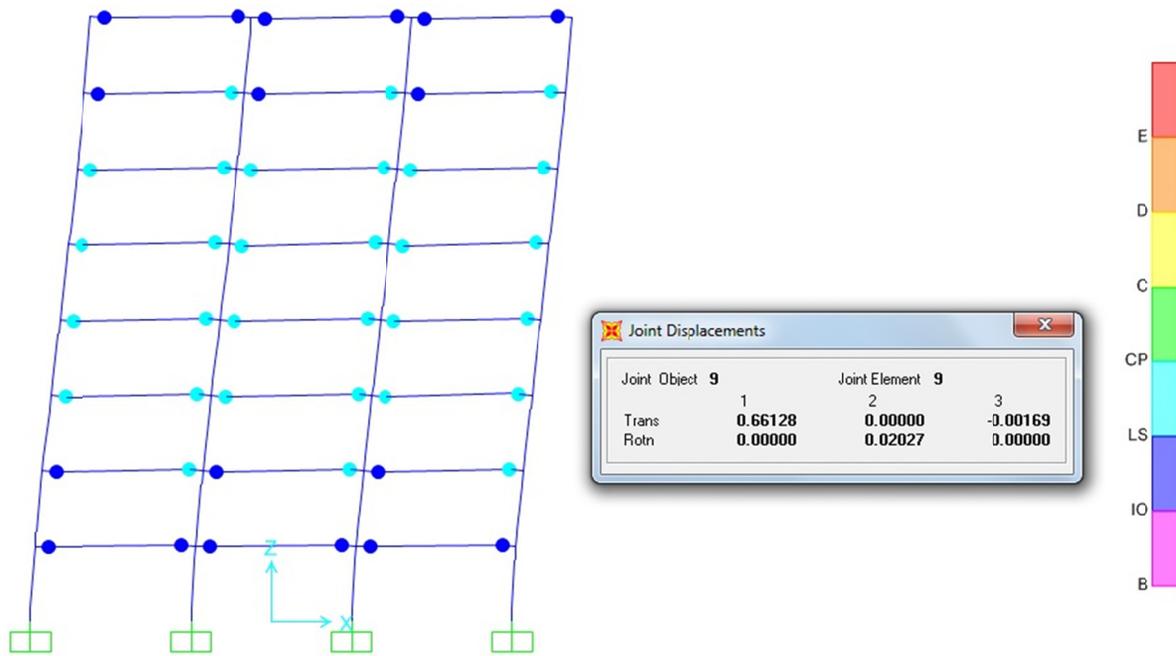


Figura 4.26 Distribución de daño del análisis pushover

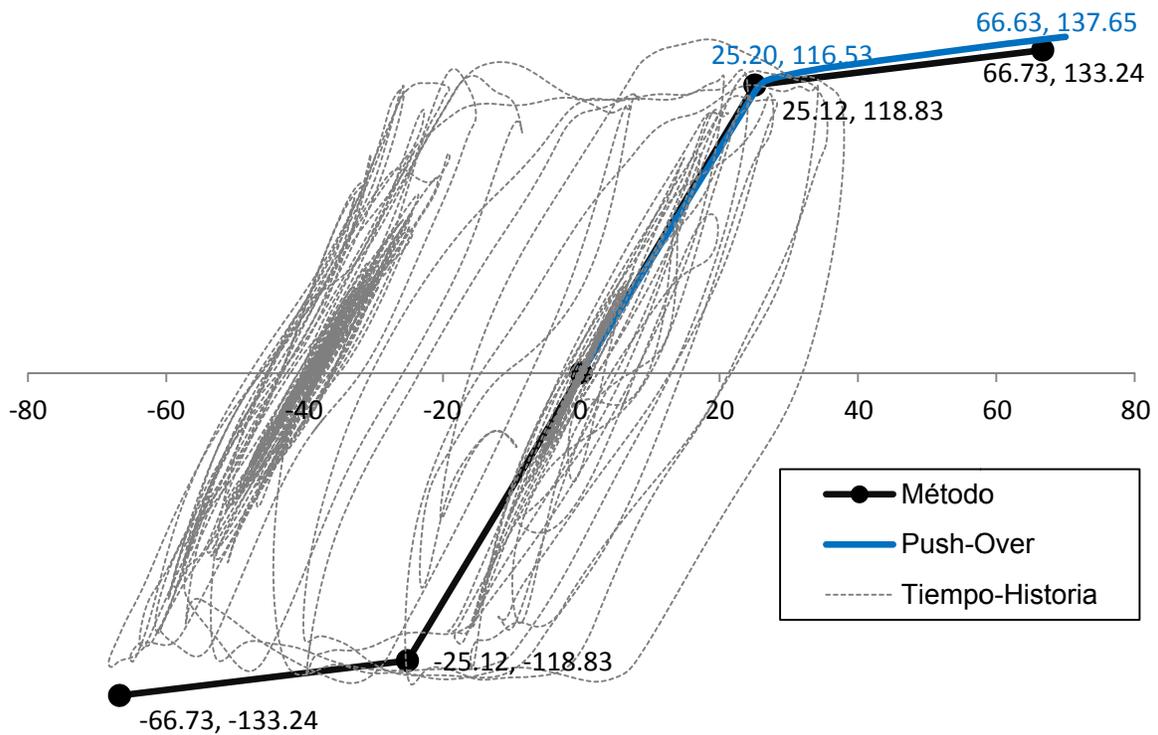


Figura 4.27 Comparación de las curvas de capacidad con el análisis no-lineal tiempo-historia

# CAPÍTULO 5

## CONCLUSIONES

A lo largo del desarrollo del ejemplo de diseño, en el cual, se aplica detalladamente el método de diseño sísmico propuesto, se observa que se logra satisfacer la distorsión asociada al estado límite de servicio, Figura 4.22, y a su vez, se logró obtener la capacidad de deformación inelástica requerida para el estado límite de prevención del colapso, según la distribución y la magnitud de daño mostrada en la Figura 4.26.

Se observa que la propuesta de que el daño se desarrolla en las secciones extremas de los elementos estructurales es congruente con los resultados obtenidos del “pushover”, pero cabe mencionar que para estructuras de gran altura esta suposición puede ser severamente innecesaria debido a que durante la respuesta dinámica inelástica de un marco reticular, las articulaciones plásticas en las vigas se van formando en grupos, típicamente de 2 a 5 niveles a la vez, y continúan formándose a lo largo de toda la altura de la estructura, como se menciona en el subcapítulo 4.2.1.

Se observa una correspondencia satisfactoria entre el desplazamiento de azotea y el cortante basal obtenidos del método propuesto con los resultados del análisis “pushover” y el no-lineal tiempo-historia.

Debido a la gran cantidad de trabajo numérico para el cálculo de las inercias efectivas en función del nivel de esfuerzo presente en los elementos estructurales, se puede optar por utilizar las simplificaciones estipuladas en los reglamentos existentes que reflejen los resultados del avance en las investigaciones recientes en materia del desempeño sísmico, los cuales se describen en el subcapítulo 3.2.

En cuanto a lo estipulado en los diversos reglamentos sobre la rigidez efectiva en los elementos de concreto reforzado para considerar el agrietamiento, se observa que en las NTC-04-CONCRETO los valores presentados no hacen distinción entre estados límite de diseño, y que además, dichos valores son independientes de la resistencia del elemento. Lo cual puede llevar al diseñador a incurrir en errores al momento de estimar la respuesta dinámica de la estructura y perder así el sentido del diseño estructural.

Se recomienda diseñar estructuras de gran altura o que presenten cierto grado de irregularidad bajo la acción de diversos registros sísmicos empleando el método de diseño sísmico propuesto con la finalidad de estudiar los resultados obtenidos y así detectar posibles deficiencias o implementar alguna optimización.

## REFERENCIAS

**ACI committee 318, . 2011.** "*ACI 318-11 Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary*". American Concrete Institute, Farmington Hills, MI.

**ACI committee 369, . 2011.** "*ACI 369-11 Guide for Seismic Rehabilitation of Existing Concrete Frame Buildings and Commentary*". American Concrete Institute, Farmington Hills, MI.

**ASCE [a], . 2007.** "*ASCE standard ASCE/SEI 41-06 Seismic Rehabilitation of Existing Buildings*". American Society of Civil Engineers. Reston, VA.

**ASCE [b], . 2007.** "*ASCE standard ASCE/SEI 41-06 Seismic Rehabilitation of Existing Buildings - Supplement 1*". American Society of Civil Engineers. Reston, VA.

**ASCE. 2000.** "*FEMA 356 Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings*". Federal Emergency Management Agency, Washington, DC.

**Berry, M.P. y Eberhard, M.O. 2007.** "*Performance Modeling Strategies for Modern Reinforced Concrete Bridge Columns*". Berkeley, CA : PEER-2007/07, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, CA.

**Berry, M.P., Parrish, M. y Eberhard, M.O. 2004.** "*PEER Structural Performance Database User's Manual*". Berkeley, CA. : Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California-Berkeley, CA. [www.ce.washington.edu/~peera1](http://www.ce.washington.edu/~peera1).

**Browning, J. 2001.** "*Proportioning of Earthquake-Resistant RC Building Structures*". USA : Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 127, N° 2.

**Castellanos, H., Ayala, A. G. y Barradas, J. E. 2010.** "*Correlation between strength and stiffness of reinforced concrete elements and its implications on displacement based seismic design of buildings*". 9th U.S. National and 10th Canadian Conference on Earthquake Engineering: Reaching Beyond Borders. Toronto, Canada.

**CEN/TC 250, Structural Eurocodes. 2003.** "*EN 1998-1 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings*". 2003.

**—. 2004.** *EN 1992-1-1 Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*.

**Chopra, A. K. y Goel, R. K. 2001.** *"A Modal Pushover Analysis Procedure to Estimate Seismic Demands for Buildings: Theory and Preliminary Evaluation"*. PEER, PEER report 2001/03. Berkeley, CA.

**Chopra, A.K. 2006.** *"Dynamics of structures - theory and applications to earthquake engineering"*. 3 Edición Prentice Hall, 729 pp. Detroit, MI.

**Chopra, A.K. y Goel, R.K. 2001.** *"Direct Displacement-Based Design: Use of Inelastic vs Elastic Design Spectra"*.: Earthquake Spectra, Vol. 17, N°1.

**EERI/PEER. 2006.** *"New Information on the Seismic Performance of Existing Concrete Buildings"*. : Seminar Notes, Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, CA.

**Elwood, K.J. y Eberhard, M.O. 2009.** *"Effective Stiffness of Reinforced Concrete Columns"*. ACI Structural Journal, V. 106, No 4, Julio - Agosto, pp. 476-484.

**Elwood, K.J. y Moehle, J.P. 2003.** *"Shake Table Tests and Analytical Studies on the Gravity Load Collapse of Reinforced Concrete Frames"*. Berkeley, CA. : PEER Report 2003/01, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California-Berkeley, CA.

**fib, Task Group. 2003.** *"Displacement-based seismic design of reinforced concrete buildings"*. state of art report, bulletin 25, 191 pp. Lausanne, Suiza.

**GODF. 2004.** *"Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal"*. No 8 - TER. México, D.F. : Gaceta oficial del Distrito Federal, pp. 55-115.

**JSCE, 2007.** *"Standard Specifications for Concrete Structures, design"*. Japan Society of Civil Engineers Tokyo, Japón.

**Khuntia, M. y Ghosh, S.K. [a] 2004.** *"Flexural Stiffness of Reinforced Concrete Columns and Beams: Analytical Approach"*. ACI Structural Journal, V. 101, No 3, Mayo - Junio, pp. 351-363.

—. **[b] 2004.** *"Flexural Stiffness of Reinforced Concrete Columns and Beams: Experimental Verification"*. ACI Structural Journal, V. 101, No 3, Mayo - Junio, pp. 364-374.

**Kuntz, G. L. y Browning, J. 2003.** *"Reduction of column yielding during earthquakes for reinforced concretes frames"*. ACI Structural Journal, V. 100, No 5, Sept - Oct, pp. 573-580.

**Lehman, D.E. y Moehle, J.P. 1998.** *"Seismic Performance of Well-Confined Concrete Bridge Columns"*. Berkeley, CA : PEER-1998/01, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley CA.

**MacGregor, J.C. y Hage, S.E. 1977.** *"Stability Analysis and Design of Concrete Frames"*.: Proceedings, ASCE Journal of the Structural Division, V. 103, No. ST 10, Oct, pp. 1953-1970.

**MacGregor, J.C., Breen, J.E. y Pfrang, E.O. 1970.** *"Design of Slender Concrete Columns"*. USA : ACI-ASCE Committee 441.

**Mehanny, S.S.F., Kuramoto, H. y Deierlein, G.G. 2001.** *"Stiffness Modeling of Reinforced Concrete Beam-Columns for Frame Analysis"*. ACI Structural Journal, V. 98, No 2, Marzo - Abril, pp. 215-225.

**Moehle, J.P. 1992.** *"Displacement-Based Design of RC Structures Subjected to Earthquakes"*. Earthquake Spectra, Vol. 8 No 3.

**Murià Vila, D., Fuentes O., L. y González A., R. 2000.** *"Uncertainties in the estimation of natural frequencies of buildings in México city"*. México, D.F. 12WCEE 2000, 8 pp.

**NEHRP. 2007.** *"Workshop on Meeting the Challenges of Existing Buildings, Part 1: Workshop Proceedings"*, National Earthquake Hazard Reduction Program Workshop, Redwood City, CA.

**NTC-CONCRETO. 2004.** *"Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto"*. Tomo I No. 103-BIS. México, D.F. : Gaceta oficial del Distrito Federal, pp. 88-194.

**NTC-SISMO. 2004.** *"Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo"*. Tomo II No. 103-BIS. México, D.F. : Gaceta oficial del Distrito Federal, pp. 55-77.

**NZS3101:Part1:2006. 2006.** *"CONCRETE STRUCTURES STANDARD Part 1 - The Design of Concrete Structures"*. Standars Council, Wellington, Nueva Zelanda.

**NZS3101:Part2:2006. 2006.** *"CONCRETE STRUCTURES STANDARD Part 2 - Commentary on the Design of Concrete Structures"*. Standars Council, Wellington, Nueva Zelanda.

**Ordaz, M. y Miranda, E. 2003.** *"Propuesta de espectros de diseño por sismo para el DF"*. Quito, Ecuador : Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras, V. 8, No 2, pp. 189-207.

**Panagiotakos, T.B. y Fardis, M.N. 1999.** *"Deformation-Controlled Earthquake-Resistant Design of RC Buildings"*. : Journal of Earthquake Engineering, Vol. 3 N° 4.

**Paulay, T. y Priestley, M.J.N. 1992.** *"Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings"*.: John Wiley & Sons, Inc., 767 pp. USA

**Priestley, M.J. y Kowalsky, M.J. 2000.** *"Direct Displacement-Based Seismic Design of Concrete Buildings"*. Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering, V. 33, No 4, pp. 421-444.

**Priestley, M.J.N, Calvi, G.M. y Kowalsky, M.J. 2007.** *"Displacement-based seismic design of structures"*. IUSS Press, 127 pp. Pavia, Italia

**Priestley, M.J.N. 1988.** *"Brief Comments on Elastic Flexibility of Reinforced Concrete Frames, and Significance to Seismic Design"*. Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering, V. 31, No 4, pp. 246-259.

**Priestley, M.J.N., et al. 1996.** *"Yield Displacement of Circular Bridge Columns"*.: Caltrans Seismic Research Workshop, California Department of Transportation, Sacramento, CA.

**Ruiz-García, J. y Miranda, E. 2003.** *"Inelastic displacement ratios for evaluation of existing structures"*: Earthquake Engineering and Structural Dynamics, V. 32, pp. 1237-1258, Stanford, CA.

— **2006.** *"Inelastic displacement ratios for evaluation of structures built on soft soil sites"*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, V. 35, pp. 679-694, Stanford, CA.

**Sezen, H. 2002.** *"Seismic Behavior and Modeling of Reinforced Concrete Building Columns"*. : PhD thesis, University of California, Berkeley, CA.

**Sezen, H. y Setzler, E.J. 2008.** *"Reinforcement Slip in Reinforced Concrete Columns"*. ACI Structural Journal Title no. 105-S27, 2008.

**Smith, R.S.H. y Tso, W.K. 2002.** *"Inconsistency of Force-Based Design Procedure"*. Iran : Journal of Seismology and Earthquake Engineering - JSEE, Spring 2002, Vol. 4, No. 1.

**Sozen, M.A. 1974.** *"Hysteresis in Structural Elements"*. : Applied Mechanics in Earthquake Engineering, V. 8.