



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA EN EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE RECURSOS NATURALES-
PERFORACIÓN

INCERTIDUMBRE EN TRAYECTORIAS Y PREDICCIÓN DEL TORQUE Y
ARRASTRE EN POZOS DIRECCIONALES

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
ING. EDDER OCIEL ORTA PÉREZ

TUTOR PRINCIPAL
M. EN C. JAIME ORTIZ RAMIREZ
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
PEMEX

MÉXICO, D. F. MAYO 2015

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Fernando Samaniego Verduzco

Secretario: Dr. Rubén Nicolás López

Vocal: M. en C. Jaime Ortiz Ramírez

1^{er.} Suplente: Dr. Erick Emanuel Luna Rojero

2^{d o.} Suplente: M.C. David Escobedo Zenil

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: México D.F.

TUTOR DE TESIS:

M. en C. Jaime Ortiz Ramirez

FIRMA

AGRADECIMIENTOS

Gracias a Dios y a la virgen de Guadalupe por darme la fortaleza, dedicación y sabiduría para poder concluir este trabajo.

A mis padres **Plutarco Elías** y **Maria Nunila** por su apoyo, el cual siempre me ha permitido conseguir todos los objetivos que me he propuesto hasta el momento, gracias a su ejemplo y educación, he podido forjar una manera de conducirme por la vida, la cual me ha traído grandes satisfacciones y logros.

Gracias a mis hermanos **Elías** y **Erick**, por sus comentarios y palabras de aliento durante todo este proceso, que debido a sus aciertos y equivocaciones, he podido aprender muchas lecciones de vida sin tener la necesidad de vivirlas, quiero que sepan que siempre serán un ejemplo para mí.

Al M. en C. Jaime Ortiz Ramirez, por haber creído en mi, que sin apoyo y conocimiento brindado, así como sus valiosos comentarios y puntos de vista, habría sido imposible lograr este excelente trabajo.

Al Dr. Fernando Samaniego Verduzco, por dedicarme parte de su tiempo, por compartirme parte de su conocimiento y por hacerme ver que siempre se pueden hacer mejor las cosas.

Al Dr. Rubén Nicolás López, por su valioso apoyo al proporcionarme las herramientas necesarias para poder enriquecer y lograr la culminación de este trabajo.

Al Dr. Erick E. Luna Rojero, por darse sus valiosas observaciones y puntos de vista, los cuales incrementaron la calidad de este trabajo.

Al M. en C. David Escobedo Zenil, por su gran apoyo para realizar con éxito este proceso de obtención de grado.

Gracias a Montserrat por incrementar mi fe en dios, por haber llegado al final de este proceso que sin su apoyo, amor y cariño hubiera podido concluir con éxito.

Gracias a toda mi familia por sus palabras de aliento, sobre todo a mi prima Karen Lizbeth por todo el apoyo que me brindaste, sin ti no lo hubiera logrado.

Gracias a todos los amigos y conocidos por brindarme siempre un consejo, orientación o palabra de ánimo en todos los momentos que los necesite.

Gracias a la UNAM por permitirme subir un escalón más en mi carrera profesional.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS.....	VI
LISTA DE TABLAS	VIII
RESUMEN.....	VIII
INTRODUCCIÓN.-.....	1
CAPÍTULO I.-	4
1.1.- Definición del problema.....	4
1.2.- Justificación.....	4
1.3.- Hipótesis.....	5
1.4.- Objetivo general.....	5
1.5.- Objetivos específicos	5
1.6.- Alcance y limitaciones.....	5
CAPÍTULO II.- Marco teórico	6
2.1.- Perforación.....	6
2.2.- Perforación direccional.....	6
2.3.- Planeando la trayectoria direccional.....	13
2.4.- Tipos de trayectorias de pozos direccionales	16
2.5.- Perforación por rotación y direccional. (Inglis, 1987)	21
2.6.- Incertidumbre y estadística.....	26
2.6.1.- Conceptos estadísticos fundamentales.....	30
2.7.- Conceptos básicos de torque y arrastre.....	31
2.7.1.- Torque y arrastre	34
2.8.- Métodos de cálculo de trayectorias y su aplicación	36
Métodos de cálculo de trayectorias	36
2.8.1.- Método tangencial	37
2.8.2.- Método tangencial balanceado	38
2.8.3.- Método del ángulo promedio.....	39
2.8.4.- Método de radio de curvatura.....	40
2.8.5.- Método de curvatura mínima.....	45
2.9.- Severidad de la pata de perro	47
CAPÍTULO III.- Errores en mediciones de registros direccionales.....	50

3.1.- Clasificación de errores.....	50
3.2.- Incertidumbre en trayectorias direccionales.....	52
3.3.- Modelo de análisis de incertidumbre en un registro direccional (Walstrom, 1969)	54
CAPÍTULO IV.- Torque y arrastre.....	66
4.1.- Modelo matemático de torque y arrastre (Johansick, Friesen, & Dawson, 1984).	67
CAPÍTULO V.- Análisis y visualización de la incertidumbre en la trayectoria y predicción del torque y arrastre.	70
5.1.- Análisis y visualización del pozo 101.....	70
5.1.1.- Trayectoria del pozo 101 con el método curvatura mínima.....	71
5.1.2.- Trayectoria del pozo 101 con el método tangencial.....	73
5.2.-Comparación de métodos.....	75
5.2.1.- Proyección vertical de la trayectoria	75
5.2.2.- Proyección horizontal de la trayectoria.....	76
5.2.3.- Proyección tercera dimensión de la trayectoria.....	77
5.3.- Incertidumbre en trayectorias	78
5.3.1.- Trayectorias secundarias.....	81
5.4.- Trayectorias real, secundaria máxima y secundaria mínima	85
5.5.- Arrastre en trayectoria direccional	87
5.5.1.- Arrastre en trayectoria real, secundaria máxima y secundaria mínima.....	88
5.6.- Torque en trayectoria real.....	91
5.6.1.- Torque en trayectorias	92
CONCLUSIONES	¡Error! Marcador no definido.
RECOMENDACIONES.....	¡Error! Marcador no definido.
REFERENCIAS.....	96
NOMENCLATURA.....	99
APÉNDICE A.....	100
DESARROLLO Y EXTENSIÓN A TRES DIMENSIONES DE LAS ECUACIONES PARA EL CÁLCULO DE LA MEDIA, VARIANZA Y COVARIANZA	100
APÉNDICE B.....	115
MODELO DE JOHANSICK PARA EL CÁLCULO DE TORQUE Y ARRASTRE.....	115

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.-	Perforación Direccional. (figura modificada de http://www.amerexco.com).	19
Fig. 2.-	(Sidetracking) Desvío de trayectoria original por obstrucción. (Pemex, 2000)	20
Fig. 3.-	Pozo direccional perforado por debajo de un domo de sal. (Inglis, 1987).	21
Fig. 4.-	Ejemplos de Pozos direccionales perforados debajo de locaciones inaccesibles (Inglis, 1987).	22
Fig. 5.-	Pozos de desarrollo perforados desde una plataforma fija (Inglis, 1987).	23
Fig. 6.-	Pozo Horizontal atravesando fracturas verticales. (Inglis, 1987).	24
Fig. 7.-	Trayectoria Incrementar-Mantener (Slant). (figura modificada de http://www.pdvsa.com).	29
Fig. 8.-	Trayectoria incrementar, mantener. (figura modificada de http://www.pdvsa.com).	29
Fig. 9.-	Trayectoria "S" modificada. (figura modificada de http://www.pdvsa.com).	30
Fig.10.-	Trayectoria Horizontal. Recuperado de (figura modificada de http://www.pdvsa.com).	31
Fig.11.-	Tipos de radios de curvatura en un pozo horizontal (Pemex Perforación y Mantenimiento de Pozos, 2000).	33
Fig.12.-	Momento o torque de una fuerza.	44
Fig.13.-	Diagrama de fuerzas y fricción en un cuerpo.	45
Fig.14.-	Método Tangencial (Inglis, 1987) .	49
Fig.15.-	Método Tangencial balanceado (Inglis, 1987).	51
Fig.16.-	Método Angulo promedio (Inglis, 1987).	52
Fig.17.-	Método Radio de Curvatura (Inglis, 1987).	56
Fig.18.-	Método Curvatura mínima (Inglis, 1987).	59
Fig.19.-	Severidad de pata de perro (Inglis, 1987).	61
Fig.20.-	Diagrama de fuerzas en una sección de tubería.	79
Fig.21.-	Fuerzas actuando en un elemento al sarta al sacar la tubería.	80
Fig.22.-	Proyección vertical de la trayectoria pozo 101 método curvatura mínima.	83
Fig.23.-	Proyección horizontal de la trayectoria pozo 101 método curvatura	84

	mínima.	
Fig.24.-	Proyección en tercera dimensión de la trayectoria pozo 101 método curvatura mínima	84
Fig.25.-	Proyección vertical de la trayectoria pozo 101 método tangencial.	85
Fig.26.-	Proyección horizontal de la trayectoria pozo 101 método tangencial.	86
Fig.27.-	Proyección tercera dimensión de la trayectoria pozo 101 método tangencial.	86
Fig.28.-	Proyección vertical métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101.	87
Fig.29.-	Proyección horizontal métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101.	88
Fig.30.-	Proyección en tercera dimensión métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101.	88
Fig.31.-	Incertidumbre en trayectorias, métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101 proyección vertical.	90
Fig.32.-	Incertidumbre en trayectorias, métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101 proyección horizontal.	90
Fig.33.-	Incertidumbre en trayectorias, métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101 proyección en tercera dimensión.	91
Fig.34.-	Método curvatura mínima, elipse de incertidumbre y trayectorias positivas y negativas pozo 101 proyección vertical.	92
Fig.35.-	Método curvatura mínima y trayectorias secundarias positivas y negativas de incertidumbre pozo 101 proyección vertical.	93
Fig.36.-	Método curvatura mínima, elipse de incertidumbre y trayectorias secundarias positivas y negativas pozo 101 proyección horizontal.	94
Fig.37.-	Método curvatura mínima y trayectorias secundarias positivas y negativas pozo 101 proyección horizontal.	94
Fig.38.-	Proyección vertical de la trayectorias, curvatura mínima, secundaria máxima y secundaria mínima para el pozo 101.	96
Fig.39.-	Proyección horizontal de las trayectorias, curvatura mínima, secundaria máxima y secundaria mínima pozo 101.	97
Fig.40.-	Perfil de tensiones pozo 101 trayectoria curvatura mínima.	98
Fig.41.-	Perfil de tensiones pozo 101 trayectorias, curvatura mínima, sec. máxima y sec. mínima pozo 101.	99
Fig.42.-	Perfil de tensiones descendentes trayectorias real, secundaria máxima y secundaria mínima	100
Fig.43.-	Perfiles de tensiones estáticas trayectoria real, secundaria máxima y secundaria mínima.	100
Fig.44.-	Perfil de tensiones ascendentes trayectorias real, secundaria máxima y secundaria mínima	101
Fig.45.-	Perfil de torque pozo 101 trayectoria curvatura mínima.	102
Fig.46.-	Perfil de torque pozo 101 trayectorias, curvatura mínima, sec. máxima y sec. mínima pozo 101.	103

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.-	Radios de curvatura pozos horizontales (Pemex, 2000)	33
Tabla 2.-	Planeación de registro direccional pozo 101.	83
Tabla 3.-	Comparación de métodos para calculo de trayectoria.	78
Tabla 4.-	Comparación de trayectorias y ejes de la elipse de incertidumbre	80
Tabla 5.-	Trayectorias de la elipse de Incertidumbre (proyección vertical)	82
Tabla 6.-	Trayectorias de la elipse de Incertidumbre (proyección horizontal)	84
Tabla 7.-	Trayectoria real y trayectorias secundarias máxima y mínima	97
Tabla 8.-	Trayectoria real y trayectoria secundarias máxima y mínima.	98
Tabla 9.-	Perfiles de tensión trayectorias real, secundaria máxima y secundaria mínima.	102
Tabla 10.-	Perfil de torque en las trayectorias real, secundaria máxima y secundaria mínima.	104

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es investigar los efectos de la incertidumbre, en el cálculo de la trayectoria de pozos direccionales y la variación del torque y arrastre en

trayectorias secundarias, generadas por elipsoides de incertidumbre en la trayectoria de los pozos.

Esta investigación se divide en tres partes: La comparación de métodos para el cálculo de la trayectoria, la determinación de la incertidumbre y trayectorias secundarias en la posición final del pozo y la cuantificación del torque y el arrastre en la trayectoria real y las secundarias generadas por las elipses de incertidumbre.

En la primera parte, se desarrollan los métodos más representativos para el cálculo de la trayectoria y se definen sus características; como la forma en la que suponen la trayectoria entre estaciones de medición(sea esta una línea recta o curva) y el modo con el que consideran los ángulos de inclinación y dirección. Logrando con esto demostrar, las diferencias que existen entre los desplazamientos de la trayectoria en los componentes Norte, Este, Profundidad Vertical Verdadera y el Desplazamiento Horizontal entre los métodos de cálculo. Se utilizaron y compararon dos métodos de cálculo para el pozo 101, obtenido diferencias en la posición final de 10 metros en el desplazamiento al Norte y 10 metros en el desplazamiento al Este para la proyección Horizontal y para la proyección Vertical de 14 metros en la Profundidad Vertical Verdadera y hasta 10 metros en el desplazamiento horizontal. Estas diferencias demuestran que para que los resultados obtenidos sean exactos, se necesitan condiciones ideales en la trayectoria de todo el pozo, la forma de esta entre estaciones de medición, debe de ser líneas rectas o curvas para todos los segmentos de la trayectoria.

La tesis se centra en la determinación de una elipse o elipsoide de incertidumbre en los casos de dos y tres dimensiones respectivamente, la cual se genera, a partir de las diferencias en los resultados obtenidos por los métodos de cálculo sumadas a los errores inherentes en las operaciones y calibraciones de los instrumentos de medición, mediante la implementación de un modelo probabilístico descrito por Walstrom en el cual se calcula la distribución de probabilidad a la variables que definen la trayectoria del pozo siendo estas;(los diferenciales de desplazamiento en la posición Norte, Este, Profundidad Vertical Verdadera y Desplazamiento Horizontal) de los resultados obtenidos es posible construir una elipse o elipsoide en cada una

de las estaciones de medición del registro direccional y a partir de estas obtener un cono de seguridad alrededor de la trayectoria principal, para el ejemplo del pozo 101 se obtuvieron en la posición final del pozo una distancia de los ejes de la elipse de 18 metros para el eje mayor y 15 metros para el eje menor en la proyección horizontal y para la proyección vertical una distancia de 23 metros para el eje mayor y 22 metros para el eje menor en la posición final del pozo. Se propone para esta proyección, que en los cuatro extremos del cono de seguridad, se proyecten trayectorias en cada uno de estos y a partir de estas obtener dos trayectorias graficando los dos extremos positivos para la trayectoria secundaria máxima y los dos extremos negativos para la trayectoria secundaria mínima, para las proyecciones vertical y horizontal de la trayectoria del pozo.

Finalmente con el modelo matemático descrito por Johansick para la predicción del torque y el arrastre en trayectorias direccionales, se presenta una comparación de la aplicación de este modelo para tres estados de la tubería, descendiendo, ascendiendo y estado estático, para la trayectoria considerada como real (método curvatura mínima) y la trayectorias secundarias máxima y secundaria mínima. Obteniendo un margen de seguridad para el torque de 941 lb-pie . El estudio para el arrastre se aplico a los tres estados de la sarta en las tres trayectorias, obteniendo márgenes de seguridad de 7317.2 lb-pie para el estado de descender la tubería, así como uno de 8695 lb-ft para el estado estático y 17740 lb-pie para el estado ascendente de la tubería.

Estos márgenes de seguridad pueden ser implementados en el diseño y la operación de la perforación de direccional. Se recomienda una investigación de todos aquellos parámetros que dependan de la trayectoria, con el fin de tener operaciones más seguras y bajar los costos de operación provocados por errores de diseño y operación.

ABSTRACT

The aim of this work is to investigate the effects of uncertainty in the calculation of the trajectory of directional wells and variation of torque and drag on secondary paths generated by ellipsoids of uncertainty in the path of the wells.

This research is divided into three parts: Comparison of methods for calculating the trajectory, the determination of the uncertainty and secondary paths in the final position of the well and the quantification of torque and drag in the actual path and the secondary generated by uncertainty ellipses.

In the first part, the most representative method for calculating the trajectory develop and their characteristics are defined; as the way involving the measurement path between stations (be it a straight line or curve) and the way in which they consider the angles of inclination and direction. Achieving this show, the differences between the displacements of the path components in the North, East, True Vertical Depth and Horizontal Movement between calculation methods. Were used and compared two methods of calculation for the well 101, obtained differences in final position 10 meters in traveling to the north and 10 meters in traveling to the East to the projection Horizontal and Vertical projection of 14 meters in depth Vertical True and up to 10 meters in horizontal scrolling. These differences demonstrate that the results are accurate, ideal conditions are needed in the path of the wellbore, the shape of this between measuring stations, must be straight or curved lines for all segments of the path

The thesis focuses on the determination of an ellipse or ellipsoid of uncertainty in the cases of two and three dimensions, respectively, which is generated from differences in the results obtained by the calculation methods added to the errors inherent in the operations and calibration of measuring instruments, by implementing a probabilistic model described by Walstrom in which the probability distribution of the variables that define the well trajectory these being calculated; (shift differentials in the North position, This, True Vertical Depth and Offset Horizontal) of the results is possible to construct an ellipse or ellipsoid in each of the measurement stations directional survey and from these obtain a safety cone around the main path, for example well 101 is obtained in the final position of the borehole distance of the axes of the ellipse of 18 meters for the major axis and 15 meters for the minor axis in the horizontal projection and vertical projection for a distance of 23 meters for the major axis and 22 meters for the minor axis in the final position of the well. It is proposed for this projection, that the four ends of safety cone, trajectories are projected onto each of these and from these to obtain two paths plotting the two positive ends for maximum secondary path and the two negative ends to the secondary path minimum, for vertical and horizontal projections of the well trajectory.

Finally with the mathematical model described by Johansick for predicting the torque and drag in directional paths, presents a comparison of the application of this model to three states of the pipe, descending, ascending and static state, for the record considered as a royal (minimum curvature method) and the maximum and minimum secondary paths. Getting a safety margin for the torque of 941 lb-ft. The study was applied for driving the three states of the string in the three paths, obtaining safety margins 7317.2 lb-ft for the state to go down the pipe, as well as one of 8695 lb-ft for static condition and 17740 lb-ft to the up state of the pipe.

The results of such comparisons generate safety margins which can be implemented in the design and operation of the directional drilling. An investigation of additional parameters that depend on the path, in order to have safer operations and lower operating costs caused by faulty design and operation is recommended.

INTRODUCCIÓN.-

La perforación Direccional ha sido descrita como el arte y la ciencia involucrada en la deflexión de la trayectoria de un pozo en una dirección específica, con el fin de alcanzar un objetivo pre-determinado debajo de la superficie de la tierra (Inglis, 1987).

La tecnología de la perforación direccional tuvo sus inicios en la década de los veinte. En 1930 se perforó el primer pozo direccional en Huntington Beach, California. En 1934 se perforó el primer pozo de alivio en Conroe, Texas. En nuestro país, el primer pozo direccional registrado fue perforado en 1960 en Las Choapas, Veracruz (Pemex, 2000).

En sus principios surgió como una operación de remedio, para resolver problemas operativos de obstrucciones en la trayectoria del pozo, debidas al abandono o pérdida de herramientas o para el alivio de pozos descontrolados, sin embargo, la perforación de pozos direccionales en México, se ha convertido en una técnica de suma importancia en los últimos años, debido a que se ha considerado como una herramienta para la optimización y el desarrollo de yacimientos.

El objetivo de este trabajo es analizar la precisión de los métodos más representativos para el cálculo de la trayectoria de un pozo direccional, a partir de los datos proporcionados por los instrumentos de medición utilizados en la industria. La forma en que cada método considera la trayectoria entre estaciones de medición de registros direccionales, genera una diferencia de resultados en la posición final del pozo.

Esta diferencia sumada a los errores inherentes en los instrumentos de medición, incrementa la inexactitud entra la posición real del pozo y la proporcionada por los métodos de cálculo. Con base en lo anterior se utilizará un modelo probabilístico para el análisis y la cuantificación de esta diferencia y así proporcionar un área de seguridad representada por una elipse o elipsoide, donde se localizará la posición final del pozo y en los extremos de la elipse trayectorias secundarias a la real del

pozo. Aplicando un modelo para la predicción del torque y arrastre en la trayectoria real y las trayectorias secundarias obtenidas, se puede generar un margen de seguridad debido a la diferencia que se obtiene en los valores de las trayectorias, con la finalidad reducir los costos por fallas y de tener operaciones de perforación y terminación de pozos más seguras.

Esta tesis está compuesta por cinco capítulos, el Capítulo primero presenta una introducción a la perforación direccional, y define los objetivos se abordaran en este trabajo.

El Capítulo segundo se presentan las palabras necesarias para entender este trabajo de tesis, un ejemplo de estas son; inclinación, dirección, trayectoria, ángulos, desplazamiento, proyección vertical y horizontal , así como se exponen las formulas y conceptos de probabilidad y estadística como lo son; variables continuas, discretas, media, varianza y covarianza. Los principios básicos de; fuerza normal, torque y arrastre y por último se desarrollan y explican cinco métodos para el cálculo de la trayectoria (método tangencial, tangencial balanceado, ángulo promedio, radio de curvatura y curvatura mínima) de un pozo direccional a partir de un registro mediciones direccionales.

El Capítulo tercero se clasifican los diferentes tipos de error que afectan las mediciones de un registro direccional y se describen los errores que generan la incertidumbre en la trayectoria de un pozo direccional, en la parte final se plantea el modelo para el cálculo de la incertidumbre en la trayectoria de un pozo direccional y se extiende el mismo de dos hasta tres dimensiones para poder obtener las elipses de incertidumbre en las proyecciones Vertical, Horizontal y Tercera dimensión.

En el Capítulo cuarto se describe el modelo para la predicción del torque y arrastre para tres estados diferentes de la tubería: introduciendo, sacando y estado de neutral en la trayectoria de un pozo direccional creado por Johansick, Friesen & Dawson.

En el Capítulo quinto se presentan la comparación y visualización de dos de los métodos de cálculo de trayectoria, la visualización y cuantificación de la elipse de incertidumbre en las proyecciones vertical, horizontal y tercera dimensión, la creación

del cono de incertidumbre alrededor de la trayectoria del pozo, así como la generación de las trayectorias secundarias en los semi-ejes mayores y menores de las elipses en cada estación, la proposición que a partir de las posiciones obtenidas por estas cuatro trayectorias en cada estación de medición, graficar las posiciones del semi-eje mayor y menor positivos y las del semi-eje mayor y menor negativo con la finalidad de obtener trayectorias que se denominaran trayectorias máxima y mínima para el pozo aquí presentado. Con la finalidad de mostrar una aplicación se predice el torque y el arrastre para los tres estados de la tubería en la trayectoria denominada como real (método de curvatura mínima) y las trayectorias secundarias máxima y mínima con la finalidad de obtener un margen de seguridad en estos parámetros para mejorar el diseño y las operaciones en campo.

Por último se presentan las conclusiones y recomendaciones con el fin que se pueda continuar con este trabajo de investigación.

CAPÍTULO I.-

1.1.- Definición del problema

Debido a que los métodos existentes para el cálculo de trayectoria de un pozo petrolero, consideran a la trayectoria del pozo entre estaciones de medición como un único tipo de línea, sean estas curvas o rectas. Esta consideración genera que los métodos de cálculo no sean exactos y que exista una diferencia entre sus resultados en los desplazamientos al Norte, Este, Profundidad Vertical Verdadera y Horizontal.

Esta diferencia, más errores generados por los instrumentos de medición y malas prácticas de operación genera una incertidumbre en la trayectoria final del pozo, al no saber la posición exacta del pozo se puede tener problemas de colisión trayectorias, aprovechamientos ineficientes de zonas productoras, así como inexactitud en parámetros que dependen de la trayectoria del pozo.

Uno de los parámetros que dependen de la trayectoria son el torque y el arrastre; el tener un desconocimiento de los valores de estos parámetros, genera problemas operativos de atrapamientos de tuberías así como una mala terminación del pozo, debido a que las tuberías de revestimiento no se introducen a la profundidad total del pozo.

1.2.- Justificación

Recientemente, ha surgido la necesidad de perforar un gran número de pozos direccionales, principalmente por que al hacerlo, trae reducción de costos y daños al medio ambiente, así como mejoras en la producción de los campos a explotar. Por lo que el conocimiento de la posición exacta del pozo debajo de la superficie terrestre, representa una prioridad para las operaciones previas y posteriores a la perforación de pozos petroleros.

1.3.- Hipótesis

Como se planteó en la Sección 1.1 del presente trabajo, La Incertidumbre en la trayectoria de los pozos direccionales requiere (a) la cuantificación de una elipse de incertidumbre alrededor de la trayectoria y (b) la obtención de trayectorias de incertidumbre a partir de la elipse cuantificada.

La obtención de la elipse y sus trayectorias de incertidumbre, permite conocer, si los datos obtenidos por otros métodos de cálculo, quedan dentro de esta elipse, así como obtener un margen de seguridad en los valores de parámetros que dependen de la posición del pozo como los de torque y arrastre.

1.4.- Objetivo general

Analizar los métodos más representativos de cálculo de trayectoria de un pozo direccional, la cuantificación y representación gráfica de la incertidumbre en la posición final de un pozo petrolero. Así como predecir el torque y el arrastre que tienen las tuberías de revestimiento y perforación.

1.5.- Objetivos específicos

- Desarrollo y aplicación de métodos de cálculo de trayectoria, en un registro de medición direccional y comparación de resultados.
- Obtención de la elipse de incertidumbre en la posición final y todas las estaciones de medición, generar un cono incertidumbre y trayectorias secundarias de incertidumbre.
- Predicción de valores de torque y arrastre en tres estados operación. Introduciendo tuberías, sacando tubería y estado neutral en trayectorias principales y secundarias de incertidumbre.

1.6.- Alcance y limitaciones

Se aplicará un modelo matemático para el cálculo de torque y arrastre, en la incertidumbre generada por los métodos de cálculo de trayectoria, cuantificando esta incertidumbre de la posición de pozo petrolero, con un modelo probabilístico.

CAPÍTULO II.- Marco teórico

En este capítulo, se recopila la teoría y principios básicos para el cálculo de la trayectoria en un pozo direccional, se definen conceptos utilizados para la obtención de parámetros que han sido desarrollados en este trabajo de investigación con la finalidad de calificar los términos y expresiones de las secciones posteriores.

2.1.- Perforación

Es la acción de atravesar las diferentes capas de corteza de la tierra mediante la rotación de la sarta de perforación y aplicando fuerza de empuje, utilizando en el fondo una barrena de corte para romper y penetrar las formaciones del subsuelo.

El objetivo de la perforación es conseguir un pozo útil: un conducto desde el yacimiento hasta la superficie, que permita su explotación racional en forma segura y al menor costo posible (Pemex Perforación y Mantenimiento de Pozos, 2000).

2.2.- Perforación direccional

Es el proceso de perforar a lo largo de una trayectoria planeada para atravesar un yacimiento en una posición predeterminada (objetivo), localizada a determinada distancia lateral de la localización superficial del equipo de perforación. En sus principios, esta tecnología surgió como una operación de remedio sin embargo debido a sus aplicaciones se ha común en las empresas que se dedican a la perforación.

La perforación direccional de un pozo petrolero, ya sea debido a problemas de perforación o a consideraciones económicas, surgió como operación de alivio para pozos descontrolados y con el paso del tiempo se han desarrollado muchas aplicaciones para la misma. (Inglis, 1987).

Estas aplicaciones se pueden agrupar en las categorías siguientes:

1. Perforación por obstrucción en agujero original (Sidetracking)
2. Evitar problemas geológicos
3. Controlar la verticalidad de un pozo
4. Perforar debajo de locaciones inaccesibles
5. Desarrollo de campos marinos

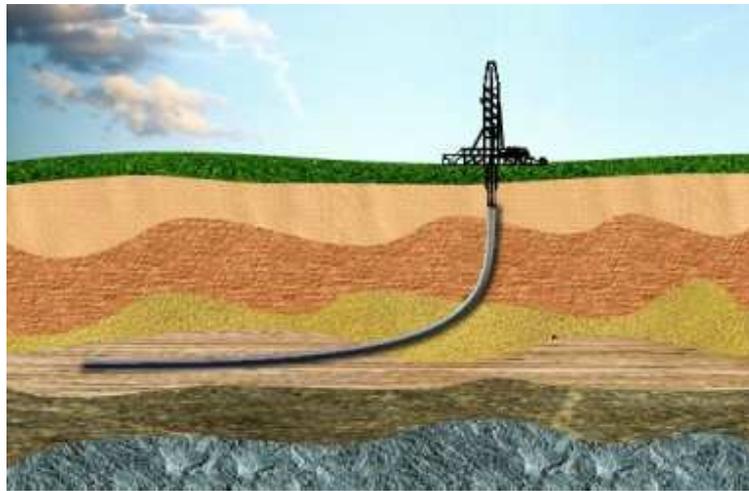


Fig. 1.- Perforación Direccional. (figura modificada de <http://www.amerexco.com>).

Perforación por obstrucción en agujero original (Sidetracking)

Durante la perforación de un pozo, una obstrucción (o pescado) puede atorarse en el fondo de un agujero, eso puede ser resultado de una falla en la sarta de perforación o de un abandono intencional de la parte inferior de la sarta en el agujero. No se puede avanzar más profundamente si él pescado no se puede extraer del agujero. En los inicios de la perforación direccional pronto se entendió que era mucho más barato perforar alrededor de la obstrucción en lugar de abandonar el agujero y volver a empezar.

El tapón de cemento se coloca en la parte superior del pescado y se deja fraguar, esto forma la nueva base a partir de la cual se puede empezar a construir la nueva sección del pozo. Un desviador de pared fue la primera herramienta diseñada para

desviar el pozo alrededor del pescado, pero motores de fondo y codos desviadores son los más usados en estos días. El codo desviador se puede orientar en la dirección requerida mediante el uso de un MWD o por instrumentos medición de dirección, el cual proporciona monitoreo continuo de la trayectoria del pozo. Una vez que el desvío ha sido perforado alrededor de la obstrucción, el agujero continúa hacia el objetivo.

El desvío en la perforación también puede realizarse debido a re-entradas o terminaciones de pozos mal realizadas. Si el pozo original no pudo atravesar la formación prevista o está produciendo desde una zona que se ha agotado, el agujero puede ser conectado de nuevo desde un desvío hasta un nuevo objetivo. Si el inicio de la desviación es en una sección de agujero revestido, una ventana debe de ser perforada en la tubería de revestimiento para permitir que la desviación pueda ser perforada (Inglis, 1987).

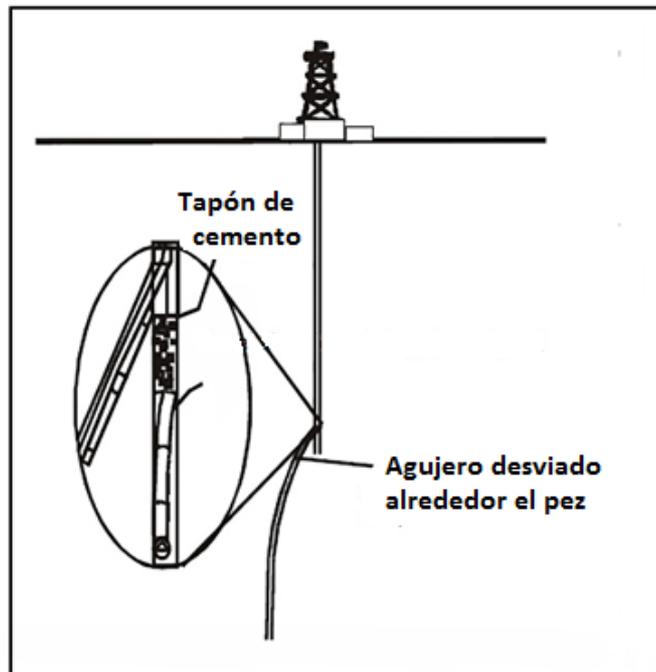


Fig. 2.- (Sidetracking) Desvío de trayectoria original por obstrucción. (Pemex, 2000).

Perforar para evitar problemas geológicos

En ocasiones los yacimientos petroleros se asocian a estructuras de domos de sal. Una parte del domo de sal puede estar directamente encima del yacimiento petrolero, es por esto que un pozo vertical tendría que penetrar la formación salina antes de alcanzar el objetivo. Perforar a través de formaciones salinas presenta ciertos problemas en la perforación, tales como deslaves, pérdida de circulación y corrosión. En esta situación sería más prudente evitar la formación salina mediante la perforación de un pozo direccional como se muestra en la Fig. 3 (Inglis, 1987).



Fig. 3.- Pozo direccional perforado por debajo de un domo de sal. (Inglis, 1987).

Controlando la verticalidad de un pozo

Para mantener los pozos verticales en un objetivo y evitar que se desvíen de los límites establecidos, se necesitan utilizar técnicas direccionales. Pequeñas desviaciones del curso planificado se pueden corregir mediante la alteración de cierto parámetros de perforación o cambiando el ensamble de fondo. Las desviaciones más graves pueden requerir el uso de un motor de fondo y un codo desviador para hacer una corrección de trayectoria o perforar un desvío de pozo. El mismo problema puede ocurrir en la sección tangencial de un pozo direccional (Inglis, 1987).

Locaciones inaccesibles

Los campos petroleros a menudo se encuentran directamente debajo de obstrucciones naturales o de origen humano. Los permisos para perforar podrían no ser concedidos en algunas áreas sensibles, donde podría haber riesgo ambiental, en tales casos, podría ser posible explotar estas reservas por la perforación de pozos direccionales desde una locación en superficie que se encuentre afuera de la sección de superficie.

Cuando se descontrola un pozo o tiene un reventón, causa daños al equipo de perforación, de tal manera que las operaciones para controlar el pozo son imposibles, pozos de alivio son perforados para poder controlar el reventón de una forma segura. Mejoras en las técnicas de perforación direccional han permitido a los pozos de alivio, alcanzar objetivos pequeños de menos de 10 pies de diámetro del reventón (Inglis, 1987).

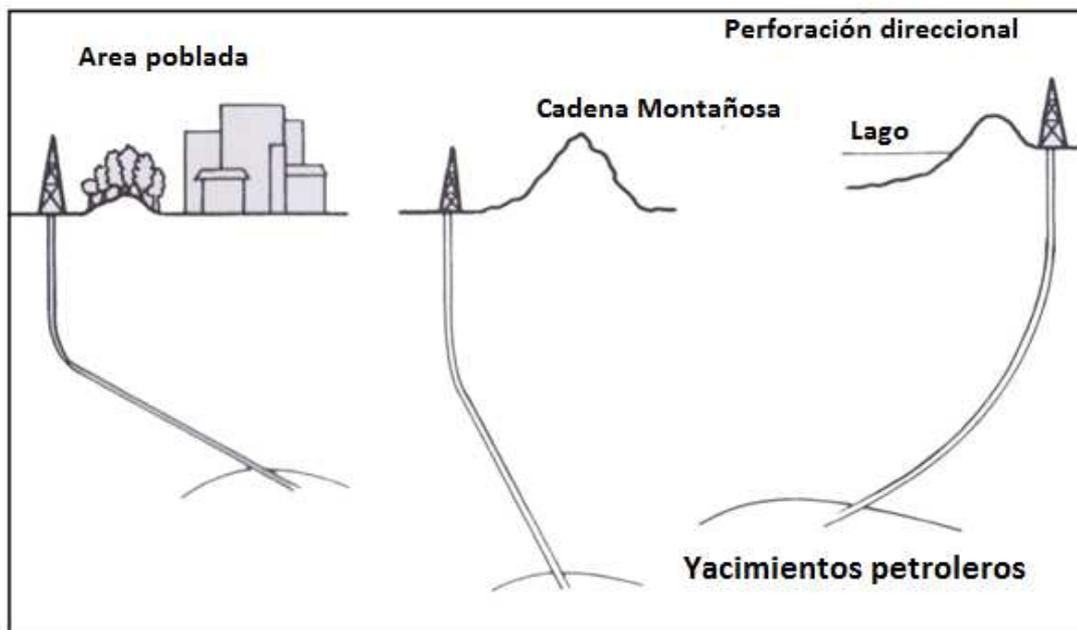


Fig. 4.- Ejemplos de Pozos direccionales perforados debajo de locaciones inaccesibles (Inglis, 1987).

Aplicación en campos marinos

Una de las mayores aplicaciones de la perforación direccional en los últimos 20 años ha sido en el desarrollo de campos marinos. Varios de los yacimientos de petróleo y gas en el golfo de México, mar del norte y otras áreas situadas más allá del alcance de los equipos de perforación terrestres. Perforar un gran número de pozos verticales desde una plataforma marina individual es claramente un recurso muy costoso e impráctico. El enfoque convencional para un gran yacimiento petrolífero ha sido la instalación de una plataforma fija en el lecho marino, a partir del cual se pueden perforar varios pozos direccionales. Más de 50 pozos pueden perforarse direccionalmente desde este tipo de plataformas.

En un desarrollo convencional, los pozos no pueden ser perforados hasta que las plataformas estén construidas e instaladas en posición, esto puede significar un retraso de 2-3 años antes de que se pueda comenzar la producción. Para reducir este retraso en el inicio de la producción, algunos de los pozos de desarrollo pueden ser pre-perforados a través de una plataforma flotante, mientras que la plataforma se está construyendo. Estos pozos se perforan direccionalmente a partir de una plataforma semi-sumergible y conectados a la plataforma una vez que se ha instalado (Inglis, 1987).

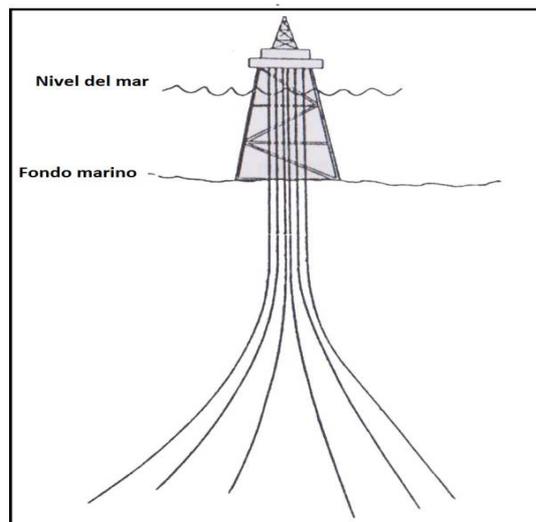


Fig. 5.-Pozos de desarrollo perforados desde una plataforma fija (Inglis, 1987).

Perforación de pozos horizontales.

Los pozos direccionales convencionales se perforan con una inclinación alrededor de 60°. Inclinaciones más allá de 60 ° dan lugar a muchos problemas de perforación que aumentan sustancialmente el costo del pozo. Sin embargo, hay ciertas ventajas en la perforación de pozos altamente desviados y pozos horizontales. Estas ventajas son:

- Aumenta el área de drene en el yacimiento
- Prevención de problemas de conificaciones de gas y agua
- Incrementa la penetración de la formación productora
- El aumento de la eficiencia en las técnicas de recuperación mejorada de petróleo
- La mejora de la productividad en yacimientos fracturados por la intersección de una serie de fracturas verticales.

El costo extra de la perforación de un pozo direccional puede ser justificado por el incremento en la productividad de éste. Los beneficios potenciales y los riesgos involucrados deben de ser considerados cuidadosamente antes de perforar el pozo. Los procedimientos normales de perforación tal vez tendrían que ser modificados y los equipos especiales de perforación tendrían que ser instalados para perforar y terminar un pozo horizontal (Inglis, 1987).

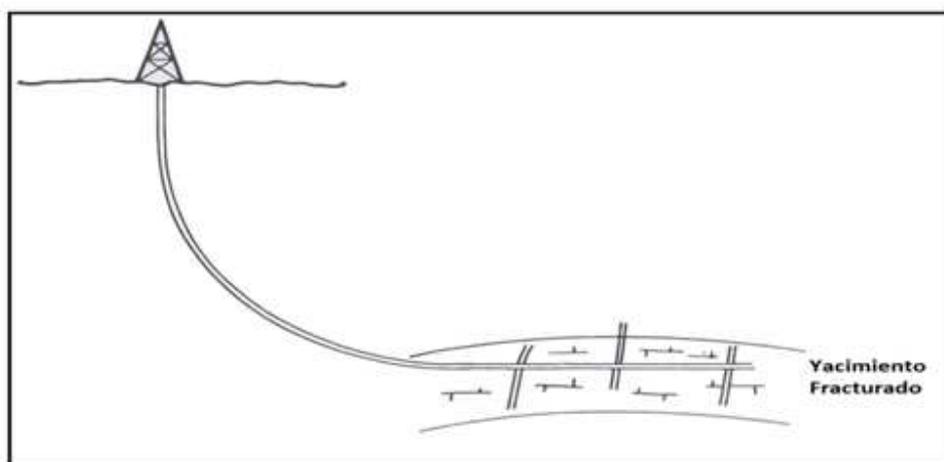


Fig. 6.- Pozo Horizontal atravesando fracturas verticales. (Inglis, 1987).

2.3.- Planeando la trayectoria direccional

La información de esta sección fue tomada de esta (Bourgoyne Jr et al., 1991)

El primer paso en la planeación de un pozo direccional, es diseñar la ruta, camino o trayectoria del agujero del pozo, para interceptar un objetivo dado. El diseño inicial puede proponer varios tipos de rutas que pueden ser económicamente viables para ser perforados. El segundo paso es el plan, que debe incluir los efectos de la geología en las conexiones de fondo que serán usadas, y otros factores que pueden influir en la trayectoria final del agujero del pozo.

Las consideraciones siguientes son necesarias para seleccionar el tipo de trayectorias a utilizar, los parámetros necesarios para la planeación de pozos direccionales dependen de la zona en que se realizará la perforación. De esta zona se deben conocer la litología, la situación estructural y la profundidad vertical de los posibles intervalos productores.

Realizando un análisis de esta información se deben de considerar los factores siguientes:

- **Características del objetivo**

La forma, tamaño y profundidad vertical del objetivo, son parámetros básicos que pueden obtenerse de los diferentes estudios realizados en la zona o región. La correcta caracterización de las formaciones por atravesar, constituye el factor básico para la selección de las condiciones óptimas de operación durante la perforación del pozo.

- **Profundidad vertical del objetivo**

Este dato no es posible modificarlo, ya que es función de la profundidad a la cual se encuentra la formación productora.

- **Localización del equipo**

La localización superficial del equipo de perforación depende de la distribución estructural de las formaciones a perforar. Se deberá aprovechar la tendencia que presentan determinadas formaciones de desviar el curso de la barrena o de mantener su rumbo durante la perforación, de tal manera que la barrena sea dirigida hacia el objetivo según la trayectoria planeada. El conocimiento de las tendencias de desviación y el tipo de formaciones, determinará la posición del equipo de perforación, la profundidad de inicio de desviación y en consecuencia, del desplazamiento horizontal a los objetivos.

- **Desplazamiento horizontal del objetivo**

Este valor es función de la localización superficial que tenga el equipo de perforación. Se supone que dicha localización fue determinada considerando la distribución estructural de las formaciones a perforar, por lo tanto puede considerarse como un dato fijo.

- **Profundidad de inicio de desviación (KOP)**

Este dato debe obtenerse considerando las características de las formaciones a perforar. Se recomienda que la etapa de incremento de ángulo se lleve a cabo en formaciones suaves a medias suaves, además es conveniente que las zonas geopresionadas se atraviesen con un ángulo constante. Puede considerarse que la profundidad del KOP y la velocidad de incremento de ángulo darán la pauta para elegir el patrón de desviación.

- **Velocidad de incremento de ángulo**

Si el espesor y la tendencia de presurización de las formaciones que se espera encontrar lo permiten, se pueden utilizar diferentes velocidades de incremento para calcular un juego de trayectorias. El contar con un conjunto de trayectorias para un mismo objetivo, le permitirá al personal encargado de las operaciones direccionales seleccionar la más conveniente de acuerdo a los ángulos máximos observados y a

la experiencia acumulada en otros pozos. Si de antemano se conoce la velocidad de incremento de ángulo con la cual se obtiene un buen desarrollo de la perforación, no será necesario diseñar trayectorias alternas.

- **Tipo de formación**

Siempre que se analice un estudio direccional, se deberá tomar en cuenta la columna geológica que se deberá perforar, clasificando la compacidad y la dureza de las formaciones a atravesar, así como los echados regionales para intentar predecir la variación del rumbo del pozo durante la perforación.

- **Diámetro del pozo.**

El diámetro del pozo y consecuentemente, el programa de tuberías de revestimiento, es un parámetro que depende de la profundidad del objetivo, de las características de las formaciones a perforar y de la producción esperada.

- **Fluido de perforación**

El tipo de lodo a utilizar, así como sus características de lubricación y arrastre son factores que deben supervisarse continuamente durante la perforación.

Para la perforación de un pozo direccional se han fijado ciertas restricciones en la desviación: en el tramo vertical, el pozo se debe de mantener dentro de un cilindro imaginario de 25 pies de radio, mientras que en la sección desviada no debe de salirse de un cilindro de 50 pies de radio, alcanzando el objetivo dentro de un diámetro de 50 pies. Al cilindro imaginario se le conoce como cilindro de control.

- **Consideraciones anticolidión**

La colisión con pozos vecinos puede ser un problema cuando se perforan varios pozos a partir de una misma localización superficial, lo cual es especialmente cierto en el caso de plataformas marinas que tienen pozos adyacentes en producción y una colisión podría resultar en una situación extremadamente peligrosa. La planeación de los parámetros de anticolidión comienza con la toma de registros de desviación

exactos del pozo en cuestión y con la recolección de registros de todos los pozos vecinos, así como de un juego completo de los programas de pozos a perforar en el futuro en la misma localización o plataforma. Los registros y los programas de los pozos se utilizan para "mapear" el pozo propuesto con respecto a todos los existentes y a los propuestos. Estos mapas llamados comúnmente "arañas" muestran la proyección horizontal de los conductores.

- **Ruta**

La industria del petróleo utiliza las palabras ruta y trayectoria de forma intercambiable, de acuerdo con la definición convencional, la ruta es la secuencia planificada de coordenadas que se puede utilizar para construir una forma o perfil sin ningún tipo de elemento de tiempo, mientras que la trayectoria es el seguimiento de la trayectoria planificada con respecto al tiempo

2.4.- Tipos de trayectorias de pozos direccionales

Las trayectorias de los pozos direccionales se clasifican de acuerdo a la forma que toma el ángulo de inclinación durante el proceso de operación, entre ellos se tiene:

Trayectoria Tipo "Slant" (incrementar y mantener)

En este tipo de trayectorias, el ángulo de inclinación deseado se obtiene a una profundidad determinada, dependiendo de la proximidad con los pozos vecinos que se encuentran localizados en el mismo campo a explotar. El incremento del ángulo con respecto a la vertical para este tipo de trayectorias genera una curva sencilla a lo largo de un rumbo fijo, el ángulo de inclinación es moderado y se mantienen los puntos de inicio de construcción de ángulo someros. En la Fig. 7 se muestra un ejemplo de esta trayectoria.

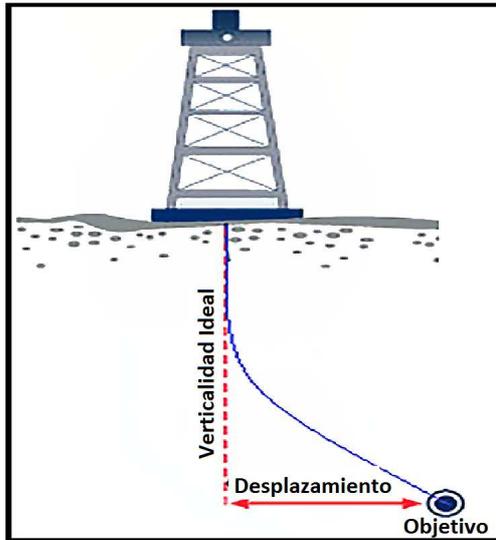


Fig. 7.-Trayectoria Incrementar-Mantener (Slant). (figura modificada de <http://www.pdvs.com>).

Trayectoria Tipo "S" incrementar, mantener y disminuir

Este tipo de trayectorias están conformadas por una zona de construcción de ángulo, una de zona tangencial donde se mantiene el ángulo y una última zona que decremento el ángulo hasta 0° .

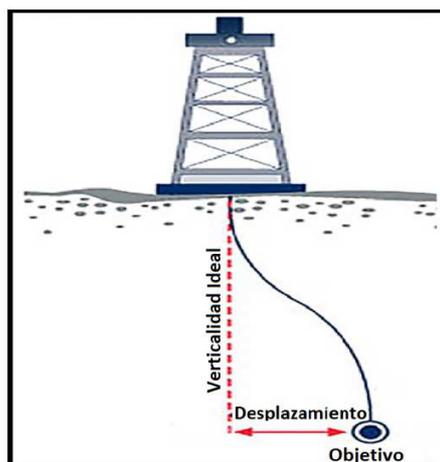


Fig. 8.-Trayectoria incrementar, mantener. (figura modificada de <http://www.pdvs.com>).

Trayectoria Tipo "S" modificada

En algunos casos después de volver al ángulo de inclinación a cero o la vertical, es necesario realizar otra desviación en la cual se vuelve a mantener un ángulo constante pero diferente de cero grados hasta llegar al objetivo.



Fig. 9.-Trayectoria "S" modificada. (figura modificada de <http://www.pdvsa.com>).

Trayectoria Tipo Horizontal

La perforación horizontal es el proceso de dirigir la barrena durante la perforación de un pozo en una dirección y orientación aproximada de 90° con respecto a la vertical para lograr extenderse varios cientos de metros dentro del yacimiento. Esta inicia con una sección vertical o un equipo con una cierta orientación, continuando la construcción de una curva de 0° a 90° antes de entrar al intervalo horizontal de interés. Esto último se logra con la aplicación de los métodos siguientes para el tipo de construcción de radio de curvatura:

- Método de radio de curvatura largo (Long Turn Radius)
- Método del radio de curvatura medio (Medium Turn Radius)
- Método del radio de curvatura corto (Short Turn Radius)
- Método del radio de curvatura ultra corto (Ultra Short Turn Radius)



Fig. 10.- Trayectoria Horizontal. Recuperado de (figura modificada de <http://www.pdvs.com>).

Pozos de Radio Largo

La curva se construye desde una profundidad determinada por encima del yacimiento, hasta lograr la dirección horizontal y completar la longitud a perforar y por lo tanto, la terminación del pozo.

Esta técnica es la más común y aplicable en pozos costa fuera. Es conocida como "largo alcance" o alcance extendido". Sin embargo, estos pozos son perforados de 70° a 80° sin alcanzar el objetivo en el plano horizontal. Esta técnica se aplica para minimizar los impactos ambientales y reducir los costos del campo desarrollado.

Pozos de radio medio

Esta técnica es la más usada en pozos terrestres. La curvatura tiene la función de proteger la ubicación del agujero cuando se tienen formaciones con fallas y estratos muy pronunciados, con ellos se logra que el pozo pueda perforarse y terminarse con herramientas convencionales en el tiempo estimado

La extensión máxima posible parece incrementarse día a día con longitudes realizadas de hasta 3000 pies. La aplicación de este sistema en los pozos genera un trabajo en la tubería de perforación y la tubería de revestimiento, creando problemas de fricción dentro de límites aceptables.

Pozos de radio corto

La tecnología de radio corto ha sido aplicada en la perforación de pozos en donde las formaciones tienen problemas geológicos por encima de la dirección del yacimiento o bien por razones económicas. De ésta manera el agujero se comunica y se extiende dentro del yacimiento. Anteriormente cuando se perforaba verticalmente era contraído por la formación. Esta técnica también es conveniente para una sección horizontal en pozos ya existentes con baja productividad y por cambio de objetivo.

Pozos radio ultra corto

Esta técnica es muy apropiada en la aplicación de inyección de agua en formaciones blandas, no consolidadas y de presionadas. La aplicación más común de la perforación radial dentro del yacimiento se usa para reducir a falta de presión del yacimiento por segregación gravitacional o para la inyección de vapores u otros fluidos, dentro del yacimiento que tiene recuperación de energía no natural.

Tabla 1 Radios de curvatura pozos horizontales (Pemex, 2000).

	Radio largo	Radio medio	Radio corto
Curvatura	Hasta 6° por cada 100 pies	De 6° a 20° por cada 100 pies.	De 1.5° a 3° por pie
Radio	De 1000 a 300 pies	950 a 290 pies	20 a 40 pies

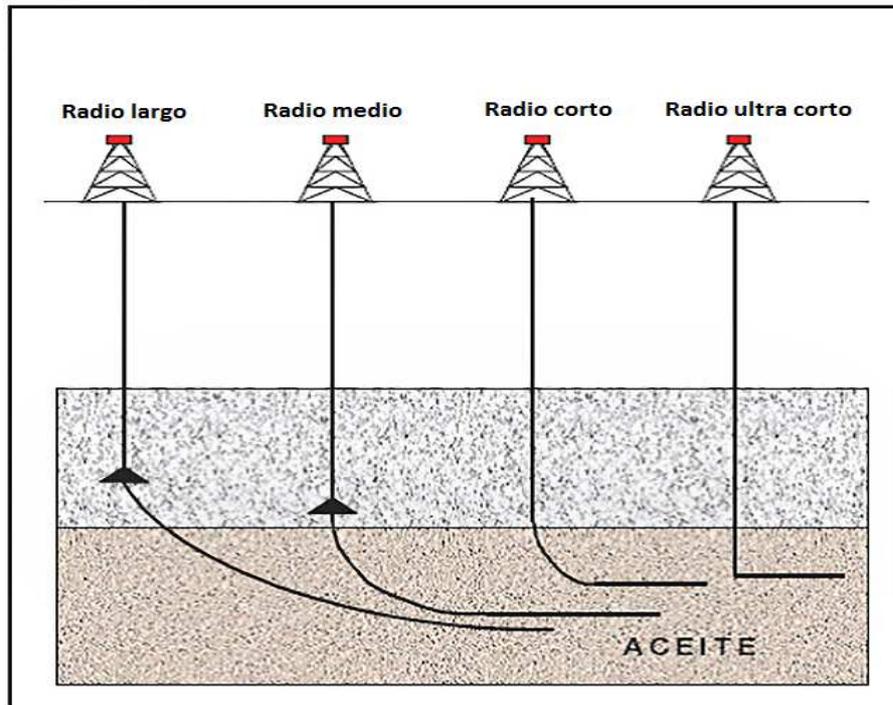


Fig. 11.-Tipos de radios de curvatura en un pozo horizontal (Pemex, 2000).

2.5.- Perforación por rotación y direccional. (Inglis, 1987)

Perforación por rotación

Consiste en realizar un agujero por medio de un movimiento rotatorio y una fuerza de empuje de la barrena sobre la roca, convirtiéndola en recortes.

Perforación por deslizamiento

Esta operación se realiza cuando se necesita generar un cambio en la dirección o ángulo de inclinación del pozo, para esto se detiene la columna de perforación, ubicando la sección curva del motor de fondo en la dirección de la nueva trayectoria a perforar. Esto hace que en la sarta de perforación, todo lo que está arriba del motor de fondo se deslice y la barrena solo gire por la acción del motor de fondo.

Profundidad Medida

Es la distancia medida a lo largo de la trayectoria real del pozo, desde el punto de referencia en la superficie, hasta el punto de registros direccionales. Esta profundidad siempre se conoce, midiendo la tubería necesaria introducida al agujero para perforar.

Profundidad Vertical Verdadera

Es la distancia vertical desde el punto de referencia (Superficie) hasta un punto en la trayectoria del pozo.

Angulo de Inclinación (Drift)

El ángulo de Inclinación, o ángulo de desviación, en cualquier punto del agujero es definido como el ángulo entre la línea tangente al pozo en un punto o estación de medición y una línea vertical pasando por ese punto, la cual es paralela a la gravedad de la tierra en ese punto.

Ángulo de Dirección (Azimut)

El ángulo de dirección, también llamado ángulo de azimut, se define como el ángulo entre la dirección norte y la línea tangente al pozo en un punto o estación de medición cuando se proyecta en un plano horizontal. Se mide desde 0° hasta 360° en sentido de las manecillas del reloj teniendo un ángulo de cero cuando está apuntando directo al norte.

El azimut de un pozo en un punto determinado, es la dirección del pozo sobre el plano horizontal, medido como ángulo en sentido de las manecillas del reloj, a partir del norte de referencia. Esta referencia puede ser el norte verdadero, el magnético o el del mapa.

- **Norte verdadero**

Es la dirección del polo norte geográfico, el cual yace sobre el eje de rotación de la tierra.

- **Norte cuadrícula o norte de mapa**

Es la dirección norte sobre un mapa. El norte cuadrícula o norte de mapa corresponde al norte verdadero solo en determinados meridianos. Todos los otros puntos deben corregirse por convergencia, esto es, por el ángulo entre el norte de mapa y el norte verdadero en cualquier punto.

- **Norte magnético**

Es la dirección de la componente horizontal del campo magnético terrestre en un punto seleccionado sobre la superficie de la tierra.

Lado alto del pozo

Es el lado del pozo directamente opuesto a la fuerza de gravedad. El punto que representa el lado alto es importante para la orientación de la cara del instrumento, en una inclinación 0° no existe lado alto del pozo

Herramienta de fondo

Cualquier elemento o dispositivo que se incluya en el aparejo de perforación y se opere dentro del pozo. Los motores de fondo, las camisas MWD, los instrumentos de registros geofísicos y los de registros direccionales.

Cara de la herramienta (Toolface)

El término se usa en la relación a las herramientas desviadoras o a los motores dirigibles y se puede expresar de dos formas:

Físicas.- El lugar sobre una herramienta desviadora, señalado comúnmente con una línea de marca, que se posiciona hacia una orientación determinada mientras se perfora, para determinar el curso futuro del pozo.

Conceptual.- En el pozo, el término "Cara de la herramienta (Toolface)" es a menudo utilizado como frase corta para referirse a la orientación de la misma. (Orientación Toolface).

Orientación de la cara de la herramienta

Como ya se mencionó, es la medida angular de la cara de la herramienta flexionada con respecto al lado alto del pozo o al norte.

Pata de perro (Dog leg)

Es la curvatura total del pozo (la combinación de cambios en inclinación y dirección) entre dos estaciones de medición de registros direccionales. La pata de perro se mide en grados.

Severidad de la pata de perro

Es la magnitud de la pata de perro, referida a un intervalo estándar (Por conveniencia se ha establecido de 100 pies o 30 metros). La severidad se reporta en grados por cada 100 pies o grados por cada 30 metros. En la conversación normal, la severidad se nombra como " pata de perro". Al principio esto puede causar confusión. Es conveniente mantener las severidades tan bajas como sea posible en la perforación convencional (menos de 4° o 5°/100 pies). Las severidades altas provocan problemas en el pozo tales como ojos de llave, atrapa miento de tubería, desgaste de la misma o de la tubería de revestimiento.

Cierre o desplazamiento horizontal (closure).

Este se define como una recta trazada desde el punto de referencia en superficie hacia cualquier coordenada rectangular en un plano horizontal. Generalmente, se

utiliza para definir el fondo del pozo. Esta magnitud se puede calcular utilizando el teorema de Pitágoras con el desplazamiento con respecto al Norte y el Este usándolos como catetos.

Pescado

Es cualquier objeto abandonado accidentalmente en el pozo durante las operaciones de perforación o terminación, el cual debe de recuperarse o se debe de eludir antes de que la operación pueda continuar.

Tasa de construcción de ángulo, Build Up Rate (BUR)

Es la tasa de variación de inclinación del pozo que nos permite obtener los doglegs en el proceso de perforación, éste puede presentarse como una tasa de incremento o disminución de ángulo dependiendo si se está construyendo o tumbando.

Punto de inicio de desviación (KOP)

Es el punto donde se inicia la sección de construcción, la selección de ambos tanto el punto de inicio de desviación y la tasa de construcción de ángulo depende de muchos factores incluyendo la formación, la trayectoria del pozo, el programa de TR, el programa de lodos, el desplazamiento horizontal requerido, el máximo permisible ángulo de pata de perro e inclinación.

Punto final de la construcción de ángulo (En of Build)

Es el punto donde termina la sección de construcción. La especificación del EOB debe tener en cuenta el ángulo de entrada para alcanzar objetivos secundarios y ángulo óptimo en la formación de interés para efectos de producción.

Sección de construcción

Es la sección del hoyo después del KOP, donde el ángulo de inclinación aumenta con cierta tasa, dependiendo de la formación y del ensamble de fondo implementado.

Sección tangencial

Es la sección del agujero donde el ángulo de inclinación y dirección permanecen constante hasta alcanzar el siguiente objetivo, se presenta después de la sección de construcción. El propósito de esta caída es generalmente posicionar el pozo en el yacimiento con la orientación óptima a la permeabilidad de la formación o a los esfuerzos de la misma.

Sección de descenso

Es la sección del agujero en la cual el ángulo de inclinación disminuye, esta se presenta después de la sección tangencial.

Medición registros direccionales, (Survey)

Son datos medidos mientras se realizan los trabajos de perforación, están disponibles en tiempo real, grabados en la locación y pudiendo ser transmitidos hacia un centro de operaciones. Estas mediciones proporcionan información del ángulo de inclinación y dirección en cierto punto del agujero.

2.6.- Incertidumbre y estadística

Incertidumbre en mediciones

Todas las mediciones tienen asociada una incertidumbre que puede deberse a los factores siguientes:

- La naturaleza de la magnitud que se mide
- el instrumento de medición
- el observador
- las condiciones externas

Cada uno de estos factores constituye por separado una fuente de incertidumbre y contribuye en mayor o menor grado a la incertidumbre total de la medida. La tarea de detectar y evaluar las incertidumbres no es simple e implica conocer diversos aspectos de la medición.

- **Errores accidentales o aleatorios** que aparecen .cuando mediciones repetidas de la misma variable dan valores diferentes, con igual probabilidad de estar por arriba o por debajo del valor real. Cuando la dispersión de las medidas es pequeña se dice que la medición es precisa.
- **Errores sistemáticos** que son una desviación constante de todas las medidas ya sea siempre hacia arriba o siempre hacia abajo del valor real y son producidos, por ejemplo, por la falta de calibración del instrumento de medición.

Incertidumbre en trayectorias de pozos direccionales

Es la acumulación de errores a lo largo de todas las estaciones de medición, desde la cabeza del pozo hasta la profundidad total medida. Los errores de las mediciones pueden deberse tanto al instrumento de medición como al medio ambiente. La posición final del pozo se considera dentro de un elipsoide de incertidumbre (EOU).

La incertidumbre en las mediciones de la dirección del pozo usualmente se describen en forma de errores de inclinación y de azimut.

Fuentes físicas de error (Williamson, 1999)

Una fuente de error es un fenómeno físico que contribuye a inexactitudes en los instrumentos de medición de Registros Direccionales (Survey).

- **Interferencia magnética causada por aparejo de fondo**
Son las interferencias magnéticas causadas por el acero del aparejo de fondo, las cuales se generan por el movimiento y roce del acero con la pared del agujero.
- **Desalineación del instrumento de medición**
Es el error causado en el eje a lo largo del pozo, debido a que el sensor direccional del instrumento se encuentra paralelo a la línea central del agujero.

- **Incertidumbre en el Campo magnético**

Para las mediciones básicas del instrumento de medición MWD solo el valor asumido por la declinación magnética afecta el azimut calculado. Sin embargo, las correcciones convencionales en la interferencia axial requieren estimaciones del ángulo de inmersión del campo magnético.

- **Electrónica del instrumento y su resolución**

La afectación global causada por las limitaciones de los componentes electrónicos del instrumento de medición y la resolución del sistema de telemetría.

- **Interferencia magnética externa**

Causado por campos magnéticos remanentes de tuberías de revestimiento de pozos vecinos o campos generados por la misma formación a perforar.

- **El efecto del intervalo entre estaciones de mediciones registro direccional y el método de cálculo**

Los diferentes métodos de cálculo consideran que la trayectoria tiene un tipo definido de forma entre estaciones de medición siendo estas líneas rectas o curvas, los cálculos serán exactos solo si la trayectoria mantiene la forma definida en todas las secciones entre estaciones de medición.

- **Incertidumbre en el campo gravitacional**

Diferencias entre las intensidades del campo de gravedad de la tierra nominales y reales.

- **Errores humanos**

Malos procedimientos de operación y malos procesos de aplicación generan errores en los instrumentos de medición de registros direccionales.

Modelos de cálculo de incertidumbre

- **Modelo de errores sistemáticos**

Considera que los errores generados en cada estación de medición de registro direccional (Survey), tienen la misma magnitud y sentido, presentes en todas las estaciones de medición el pozo.

- **Modelo de errores aleatorios**

Considera que algunos errores generados en las estaciones de medición de Survey la frecuencia de su presencia es aleatoriedad con respecto de una estación a otra ó el sentido de sentido de su magnitud cambia de una estación a otra haciendo esta acción que los errores se compensen.

Proyección vertical

En la proyección Vertical se grafica la profundidad Vertical Verdadera y el desplazamiento Horizontal alcanzados por el pozo. El agujero debe atravesar un objetivo vertical

Proyección horizontal

En la proyección horizontal se grafica la distancia recorrida por el pozo en la dirección Norte-Sur y la distancia recorrida en la dirección Este-Oeste ambos en el plano horizontal.

Proyección en tercera dimensión

En la proyección en tercera dimensión (3D) se grafica la distancia recorrida por el pozo en la dirección Norte-Sur, dirección Este-Oeste y Profundidad Vertical Verdadera.

2.6.1.- Conceptos estadísticos fundamentales (Walpole & Myers, 1994)

- **Variable aleatoria**

Es una función que asocia un número real a cada elemento de un espacio muestral de un suceso. Las variables aleatorias se dividen en:

- **Discretas**

Si el conjunto de posibles valores del espacio muestral es numerable.

- **Continuas**

Si el conjunto de posibles valores del espacio muestral es no numerable. Puede tomar todos los valores de un intervalo.

- **Distribución de probabilidad de una variable aleatoria**

Es una función que asigna a cada suceso definido sobre la variable aleatoria, la probabilidad de que dicho suceso ocurra.

- **Media o esperanza de una variable aleatoria**

Si X es una variable Aleatoria con distribución de probabilidad f(x). La Media o valor esperado de X es

$$\mu = E(X) = \sum_{i=1}^k x_i f(x)_i. \quad (2.1)$$

- **Varianza**

Sea X una variable aleatoria con distribución de probabilidad f(x) y media μ la varianza de x es:

Variables discretas

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \sum_{i=1}^k (x_i - \mu_x)^2 f(x)_i. \quad (2.2)$$

Variables continuas

$$\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \mu_x)^2 f(x)_i dx. \quad (2.3)$$

- **Desviación estándar**

Siendo X es continua, es la raíz cuadrada positiva de la varianza

- **Covarianza**

Siendo X y Y variables aleatorias con distribución de probabilidad conjunta f(x,y) la covarianza de X y Y

Variables discretas

$$\sigma_{XY} = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^k (X - \mu_x)(Y - \mu_y) f(xy)_{ij}. \quad (2.4)$$

Variables continuas

$$\sigma_{XY} = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (X - \mu_x)(Y - \mu_y) f(x)_i f(y)_j dx dy. \quad (2.5)$$

2.7.- Conceptos básicos de torque y arrastre (Gomez, 2005)

- **Momento**

Cuando se aplica una fuerza en algún punto de un cuerpo rígido, el cuerpo tiende a realizar un movimiento de rotación en torno a un eje. La propiedad de la fuerza para hacer girar al cuerpo se mide con una magnitud física que llamamos torque o momento de la fuerza. Se prefiere usar la palabra torque y no momento, porque esta última se emplea para referirse al momento lineal, momento angular o momento de inercia, que son todas las magnitudes físicas diferentes para las cuales se usa una misma palabra.

Se define el torque (**M**) de una fuerza (**F**) que actúa sobre algún punto del cuerpo rígido, en una posición (**r**) respecto de cualquier origen (**O**), por el que puede pasar un eje sobre el cual se produce la rotación del cuerpo rígido, como el producto vectorial entre la posición **r** y la fuerza aplicada **F**.

El torque es una magnitud vectorial, si $\theta = 90^\circ$ es el ángulo entre r y F , cuyo diagrama vectorial se muestra en la figura que sigue; su sentido está dado por la regla del producto vectorial o la regla de la mano derecha. En la regla de la mano derecha los cuatro dedos de la mano derecha apuntan a lo largo de r y luego se giran hacia F a través del ángulo θ , la dirección del pulgar derecho estirado es la dirección del torque y en general de cualquier producto vectorial.

$$M = rF. \quad (2.6)$$

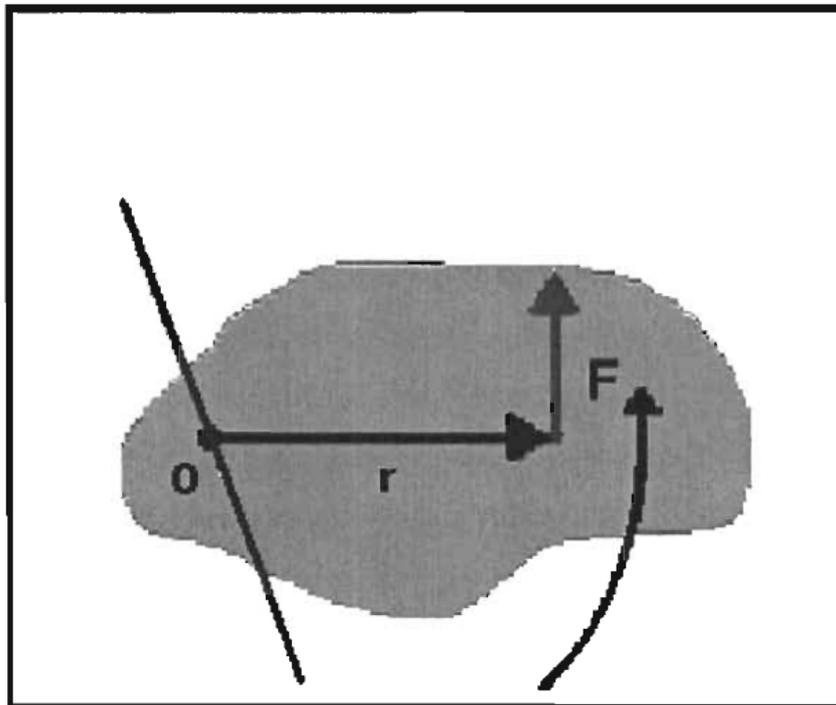


Fig. 12.- Momento o torque de una fuerza.

- **Fuerza de fricción**

La fuerza de fricción es la resistencia tangencial al movimiento que experimenta un cuerpo al moverse relativamente con respecto a otro, se trata de una fuerza virtual, cuya magnitud parecería lógica calcularla con la simple expresión.

$$F = \phi N. \quad (2.7)$$

El coeficiente de fricción (ϕ) tendrá valores distintos dependiendo de si se encuentra en una situación estática, dinámica o fricción bajo lubricación y evidentemente, serán diferentes al cambiar las superficies en contacto. Tradicionalmente, el mecanismo de fricción en contacto deslizante se explica mediante el efecto de adhesión entre las rugosidades superficiales.

La fuerza (\mathbf{N}) en un plano horizontal es la fuerza de reacción que ejerce el plano sobre el bloque y depende del peso del bloque. Si ahora, el plano está inclinado depende de la reacción del peso en un ángulo θ , el bloque está en equilibrio en sentido perpendicular al plano inclinado por lo que la fuerza normal \mathbf{N} , es igual a la componente del peso perpendicular al plano.

$$N = W \cos \theta, \quad (2.8)$$

$$F = \phi W \cos \theta. \quad (2.9)$$

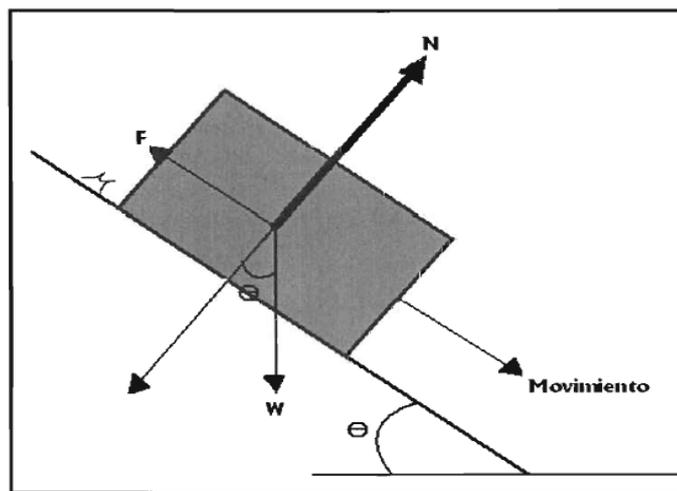


Fig. 13.- Diagrama de fuerzas y fricción en un cuerpo

El estudio del coeficiente de fricción para diferentes materiales ha generado muchas tablas que indican los diferentes valores (coeficientes estático o dinámico) de los materiales de contacto, pero estos valores se ven afectados si entre ellos interactúa un fluido que disminuya el factor de fricción dando lubricación o aumente el valor del coeficiente dando adherencia a la superficie de contacto.

Donde μ_s es el coeficiente de fricción estática antes de que comenzara el movimiento del cuerpo y μ_k es el coeficiente de fricción dinámico cuando el cuerpo está en movimiento.

2.7.1.- Torque y arrastre

En perforación de pozos la definición de torque y arrastre se ha sido definido por varios autores, entre las que destacan:

- **Torque**

Johancsik, define el torque (Fuerza de torsión) como el momento de fuerza requerido para girar la sarta de perforación.

Sheppard, define al torque como la pérdida de rotación de la sarta durante la perforación y es el poder de hacer girar la barrena para poder moler a la roca y es la fuerza que se aplica de la mesa rotaria a la sarta.

- **Arrastre**

Johancsik, define el arrastre como la fuerza que se requiere para generar movimiento axial de la sarta dentro del pozo para poder introducir y sacar la tubería.

Sheppard, define el arrastre como la adición de una carga al peso cuando va hacia afuera del pozo y una disminución de la carga cuando va hacia dentro del pozo.

Lo más crítico se presenta cuando se aplica una fuerza de torsión a la sarta mayor a la resistencia de la tubería de perforación que genere una ruptura o de formación permanente de la misma.

El arrastre resulta de adherirse la sarta con las paredes del pozo o tubería de revestimiento, esto se refleja en el indicador de peso del gancho como un incremento en el peso de la sarta si está sacando tubería y una disminución en el peso metiendo o deslizando tubería dentro del pozo.

En las perforaciones de pozos direccionales donde se alcanzan altos incrementos de ángulo de desviación, el fenómeno de torque y arrastre se hace más crítico y problemático en el proceso de perforación.

Origen del torque y arrastre

Torque y arrastre es un fenómeno asociado en su mayoría con pozos desviados. Hay una variedad de orígenes que van desde pegadura por presión diferencial de la tubería de perforación, ojos de llave, agujero inestable, mala limpieza del fondo del agujero y la interacción de fricción asociado al contacto de las paredes del pozo con la tubería a lo largo de toda la sarta. Esta característica de contacto entre paredes del pozo y la tubería es esencialmente determinada por la geometría del pozo, sin embargo es para propósitos de este estudio se separaran los problemas de arrastre, de causas como malas condiciones del agujero o inapropiada densidad del lodo y solo se estudiaran aquellas asociadas a la trayectoria del pozo.

La pegadura diferencial, genera un incremento en la fuerza necesaria para mover la sarta hacia arriba y hacia abajo, los ojos de llave agujeros inestables y mala limpieza

del fondo del agujero puede ocasionar al atrapamiento de la sarta, la fricción entre las paredes del pozo y la tubería es factor para el movimiento libre de la sarta.

Los parámetros de Torque y arrastre, cualquiera que sea su origen, son problemas en pozos direccionales o desviados, muchos casos de perforación se necesita un mayor ángulo de desviación para alcanzar la meta; el torque y el arrastre se hace un criterio crítico en estos puntos para la terminación con éxito del pozo.

2.8.- Métodos de cálculo de trayectorias y su aplicación

Calculando la trayectoria de un pozo

Un método normal para determinar la trayectoria de un pozo, es determinar las coordenadas mediante el uso de algún instrumento de medición y registrando la inclinación y la dirección a diferentes profundidades o estaciones denominadas (Survey), y a partir de estos datos calcular la trayectoria.

Hay una gran cantidad de instrumentos para medir la inclinación y la dirección de un pozo, como los dispositivos fotomecánicos, instrumentos direccionales y los MWD (Measurement While Drilling por sus siglas en inglés) por sus siglas en inglés. Así como también existen 18 ó más métodos de cálculo para determinar la trayectoria de un pozo. La diferencia principal en todos estos métodos es que un grupo de estos utiliza aproximaciones de líneas rectas y en el otro se, asume que el pozo es una línea curva entre segmentos de medición. Hacer una comparación de todos los métodos de cálculo está más allá de los alcances de este trabajo, sin embargo se utilizaron los más representativos y los que se consideraron más exactos. (Bourgoyne Jr., 1991).

Métodos de cálculo de trayectorias

En la descripción de los métodos utilizados para el cálculo de trayectorias es importante hacer referencia a los símbolos utilizados. El ángulo de inclinación será presentando por la letra griega θ y el ángulo de dirección o azimut por la letra griega β , el subíndice 1 denotara el ángulo medido en la estación superior o de menos profundidad y el subíndice 2 denota la estación inferior o de mayor profundidad. La

longitud de la trayectoria entre dos estaciones de medición está definida por la letra L la cual es igual a la diferencia en las profundidades de las estaciones de medición de registro direccional. Los símbolos X, Y y Z son los incrementos en distancia entre estaciones a lo largo de los tres ejes(Norte, Este y Vertical). La longitud de la trayectoria L se usará para calcular los incrementos tanto en los planos vertical como horizontal.

2.8.1.- Método tangencial

En este método la trayectoria del pozo se considera una línea recta definida por los ángulos de inclinación y azimuth en la estación de medición que se encuentra a mayor profundidad³. En la figura 14 se puede apreciar que los ángulos medidos en la estación menos profunda de la sección de la trayectoria medida no son usados en el análisis. De la figura 14 se pueden deducir las expresiones siguientes.

$$\Delta X = L \sin \theta_2 \cos \beta_2, \quad (2.10)$$

$$\Delta Y = L \sin \theta_2 \sin \beta_2, \quad (2.11)$$

$$\Delta Z = L \cos \theta_2. \quad (2.12)$$

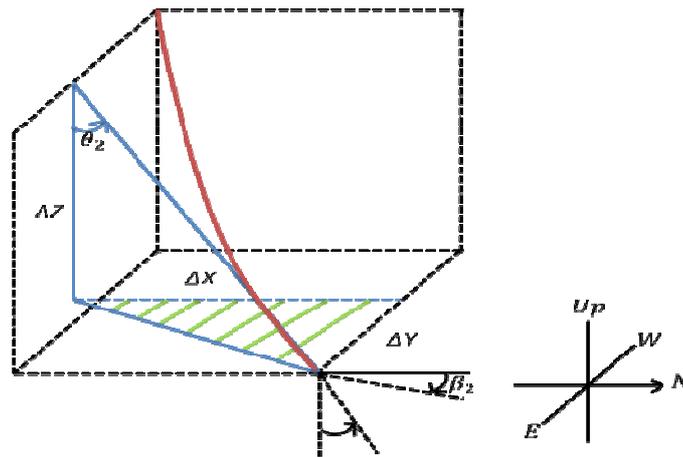


Fig. 14.- Método Tangencial (Ingilis, 1987)

Este método genera claramente grandes errores en la posición cuando la trayectoria tiene cambios significativos entre estaciones. En un pozo direccional, en intervalos relativamente cortos puede haber cambios significativos en la inclinación y en el azimut este método de cálculo no se recomienda debido a su gran porcentaje de error el cual incrementa por cada estación de medición.

2.8.2.- Método tangencial balanceado

Este método funciona igual que el método tangencial, solo que en lugar de tomar la sección perforada entre dos estaciones como una sola línea recta, divide la longitud de la sección en dos, haciendo que la trayectoria del pozo se asemeje a dos líneas rectas en vez de una, La línea recta superior o de menor profundidad está definida por los ángulos de inclinación y dirección, θ_1 y β_1 respectivamente mientras que la sección inferior o de mayor profundidad por los ángulos θ_2 y β_2 la longitud de cada segmento es igual a la longitud total entre las dos estaciones dividida entre 2. La Fig. 15 muestra un ejemplo de cómo se representa el método en una sección perforada del pozo

$$\Delta X = \frac{1}{2} L \text{ sen } \theta_1 \cos \beta_1 + \frac{1}{2} L \text{ sen } \theta_2 \cos \beta_2, \quad (2.12)$$

$$\Delta X = \frac{1}{2} L [\text{sen } \theta_1 \cos \beta_1 + \text{sen } \theta_2 \cos \beta_2], \quad (2.13)$$

$$\Delta Y = \frac{1}{2} L \text{ sen } \theta_1 \text{ sen } \beta_1 + \frac{1}{2} L \text{ sen } \theta_2 \cos \beta_2, \quad (2.14)$$

$$\Delta Y = \frac{1}{2} L [\text{sen } \theta_1 \cos \beta_1 + \text{sen } \theta_2 \cos \beta_2], \quad (2.15)$$

$$\Delta Z = \frac{1}{2} L \cos \theta_1 + \frac{1}{2} L \cos \theta_2, \quad (2.16)$$

$$\Delta Z = \frac{1}{2} L [\cos \theta_1 + \cos \theta_2]. \quad (2.17)$$

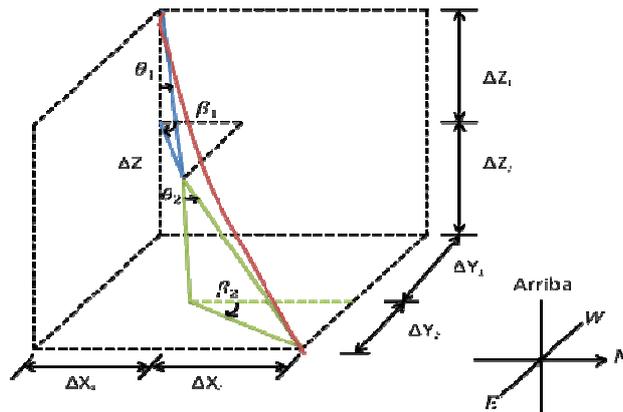


Fig. 15.- Método Tangencial balanceado (Inglis, 1987)

Este método se considera más exacto que el método tangencial, ya que éste toma en cuenta dos estaciones de medición de registro direccional (Surveys).

2.8.3.- Método del ángulo promedio

Este método al igual que el método tangencial establece la longitud de la sección perforada como una línea recta la cual intercepta la estación superior y la estación inferior. Esta línea recta se define, obteniendo el promedio de los ángulos de inclinación y dirección de las dos estaciones superior e inferior. En la Fig. 16 se puede observar una representación del método.

$$\Delta X = L \operatorname{sen} \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right) \cos \left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \right), \quad (2.18)$$

$$\Delta Y = L \operatorname{sen} \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right) \operatorname{sen} \left(\frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \right), \quad (2.19)$$

$$\Delta Z = L \cos \left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right). \quad (2.20)$$

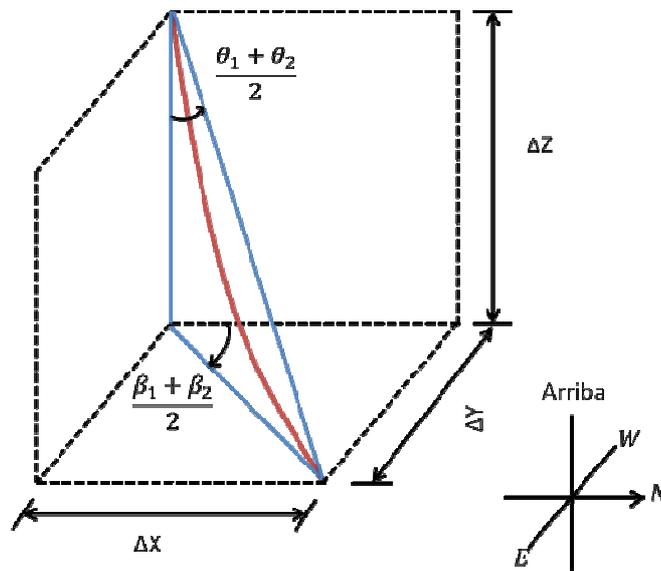


Fig. 16.- Método Angulo promedio (Inglis, 1987)

Este es un método muy popular, ya que produce resultados exactos y es fácil de usar con la ayuda de una calculadora de mano. Por esta razón es muy usado en la práctica mientras se está perforando el pozo, siempre y cuando la distancia entre las estaciones de medición o surveys no sea muy grande. Este método ha demostrado ser muy poco confiable en los pozos verticales debido a que se basa en un promedio de los ángulos construidos, de los cuales carece un pozo vertical.

2.8.4.- Método de radio de curvatura

Este método a diferencia de los anteriores que consideraban la trayectoria de la sección del pozo perforada como una línea recta, considera la sección como una línea circular tanto el plano vertical como en el plano horizontal. El arco formado por la línea circular es tangencial tanto a la inclinación como a la dirección en cada estación de medición de registro direccional (survey). Como se muestra en la figura 17. Es por eso que la trayectoria del pozo puede ser descrita como un arco en el plano vertical, lo que hace que se asemeje a la cara de un cilindro vertical.

El número π . Es el valor constante de la razón de la longitud de una circunferencia a su diámetro, se representa por la letra griega π (pi). Es decir:

$$\frac{C}{d} = \pi, \quad (2.21)$$

donde:

C es la longitud de una circunferencia

d es el diámetro de una circunferencia

π es 3.1415926535 \approx 3.1416

La longitud de una circunferencia es igual al duplo de π , multiplicado por el radio

$$\frac{C}{d} = \pi ; \quad (2.21)$$

despejando

$$C = \pi * d, \quad (2.22)$$

y como

$$d = 2 * R, \quad (2.23)$$

R es el radio de una circunferencia

Entonces:

$$C = 2 * \pi * R, \quad (2.24)$$

Longitud de un arco de circunferencia de θ°

Si $C = 2 * \pi * R$ es la longitud de la circunferencia (360°) la longitud de un arco de 1° será:

$$\frac{2 \pi R}{360}, \quad (2.25)$$

Porque 1° es $\frac{1}{360}$ de una circunferencia, La longitud, L, de un arco de θ° será:

$$L = R * \theta^\circ * \frac{2 \pi}{360}, \quad (2.26)$$

Por lo tanto:

$$L = \frac{\pi R \theta^\circ}{180^\circ}, \quad (2.27)$$

Despejando el radio de un arco es,

$$R = \frac{L}{\theta^\circ} \left(\frac{180}{\pi} \right), \quad (2.28)$$

En el plano vertical del pozo

$$\widehat{AOB} = \theta^\circ = \theta_2 - \theta_1 \quad (2.29)$$

$$\frac{\theta_2 - \theta_1}{360} = \frac{L}{2\pi R_v} \quad (2.30)$$

El radio en el plano vertical puede ser encontrado al despejarlo de la igualdad

$$R_v = \frac{L}{\theta_2 - \theta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right), \quad (2.31)$$

$$\Delta Z = R_v \sin \theta_2 - R_v \sin \theta_1 = R_v (\sin \theta_2 - \sin \theta_1), \quad (2.32)$$

Sustituyendo R_v , el incremento vertical (ΔZ) es,

$$\Delta Z = \frac{L}{\theta_2 - \theta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right) (\sin \theta_2 - \sin \theta_1), \quad (2.33)$$

El desplazamiento horizontal (ΔH) puede ser encontrado por;

$$\Delta H = R_v (\cos \theta_1 - \cos \theta_2), \quad (2.34)$$

En el plano horizontal,

$$\widehat{EOB} = \beta^\circ = \beta_2 - \beta_1, \quad (2.35)$$

Es por esto

$$\frac{\beta_2 - \beta_1}{360} = \frac{\Delta H}{2\pi R_h}, \quad (2.36)$$

El radio en el plano horizontal, R_h , se encuentra al despejar

$$R_h = \frac{\Delta H}{\beta_2 - \beta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right), \quad (2.37)$$

$$\Delta X = R_h \text{ sen } \beta_2 - R_h \text{ sen } \beta_1 = R_h (\text{sen } \beta_2 - \text{sen } \beta_1), \quad (2.38)$$

Sustituyendo R_h

$$\Delta X = \frac{\Delta H}{\beta_2 - \beta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right) (\text{sen } \beta_2 - \text{sen } \beta_1), \quad (2.39)$$

Sustituyendo ΔH

$$\Delta X = \frac{R_v (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)}{\beta_2 - \beta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right) (\text{sen } \beta_2 - \text{sen } \beta_1), \quad (2.40)$$

Sustituyendo R_v

$$\Delta X = \frac{L}{\theta_2 - \theta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right)^2 \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)(\sin \beta_2 - \sin \beta_1)}{\beta_2 - \beta_1}, \quad (2.41)$$

Se hace lo mismo para ΔY

$$\Delta Y = \frac{L}{\theta_2 - \theta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right)^2 \frac{(\cos \theta_1 - \cos \theta_2)(\cos \beta_1 - \cos \beta_2)}{\beta_2 - \beta_1}. \quad (2.42)$$

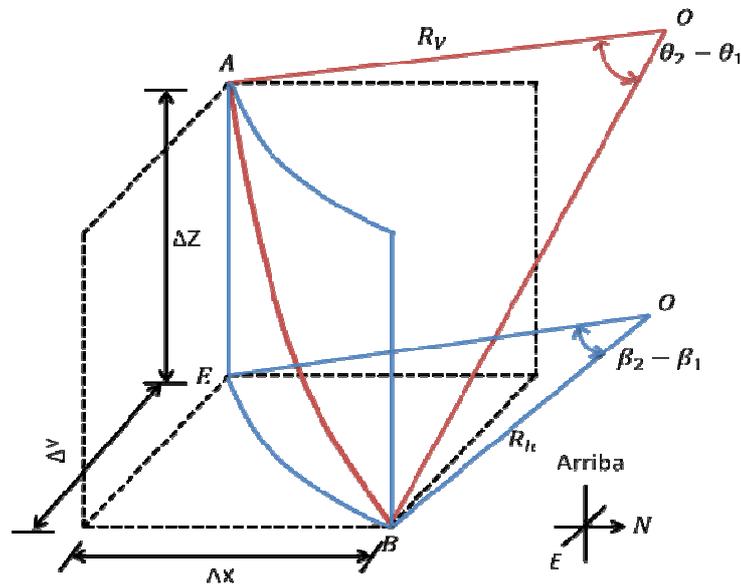


Fig. 17.- Método Radio de Curvatura (Inglis, 1987)

$$\Delta X = \begin{cases} \Delta H \cos \beta_2 & \text{Cuando } \Delta \theta = 0 \\ R_n (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) & \text{Cuando } \Delta \theta \neq 0 \end{cases} \quad (2.43)$$

$$\Delta Y = \begin{cases} \Delta H \sin \beta_2 & \text{Cuando } \Delta \theta = 0 \\ R_n (\sin \beta_1 - \sin \beta_2) & \text{Cuando } \Delta \theta \neq 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

$$\Delta Z = \begin{cases} \Delta L \cos \theta_2 & \text{Cuando } \Delta \theta = 0 \\ R_v (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) & \text{Cuando } \Delta \theta \neq 0 \end{cases} \quad (2.45)$$

$$\Delta H = \begin{cases} \Delta L \sin \theta_2 & \text{Cuando } \Delta \theta = 0 \\ R_v (\cos \theta_1 - \cos \theta_2) & \text{Cuando } \Delta \theta \neq 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

Donde:

$$R_v = \frac{L}{\theta_2 - \theta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right), \quad (2.51)$$

$$R_h = \frac{\Delta H}{\beta_2 - \beta_1} \left(\frac{180}{\pi} \right). \quad (2.52)$$

Con este método se obtienen mejores resultados que los del método de ángulo promedio en secciones del pozo donde la trayectoria se asemeja a un arco circular (por ejemplo en la sección de construcción de ángulo), Sin embargo, como establece un radio constante, tiende a tener un error en secciones de trayectoria largas, debido a que la construcción del ángulo no es constante durante toda la sección (Inglis, 1987).

2.8.5.- Método de curvatura mínima

Este método en realidad es una combinación del método tangencial balanceado y el método de radio de curvatura ya que asume, sin embargo en vez de asemejar la trayectoria del pozo entre dos secciones como dos líneas rectas, este método reemplaza a las líneas rectas por las de arcos circulares. Esto se hace mediante la aplicación de un factor de relación basado en la cantidad de flexión de la trayectoria del pozo entre las dos estaciones de la sección perforada (ángulo de la pata de perro). El ángulo de la pata perro puede ser calculado con:

$$\alpha = \cos^{-1}[\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\beta_2 - \beta_1)]. \quad (2.53)$$

De la figura 18 se puede observar que el factor de relación F puede ser calculado desde:

$$F = \frac{AB+BC}{\text{arco } AC}, \quad (2.54)$$

$$F = \frac{AB+BC}{\text{arco } AC}, \quad (2.55)$$

$$AB = BC = R \tan(\alpha/2), \quad (2.56)$$

y

$$\frac{AC}{2\pi} = \frac{\alpha}{360} \Leftrightarrow AC = \frac{\pi R \alpha}{180}, \quad (2.57)$$

es por esto que:

$$F = \frac{2}{\alpha} \left(\frac{180}{\pi} \right) \tan \left(\frac{\alpha}{2} \right). \quad (2.58)$$

Este factor de relación es entonces aplicado a los resultados de ΔV , ΔN y ΔE , como se dieron anteriormente para el método tangencial balanceado, Las ecuaciones para el método de mínima curvatura pueden ser resumidas como sigue:

$$\Delta X = F \frac{L}{2} [\text{sen } \theta_1 \cos \beta_1 + \text{sen } \theta_2 \cos \beta_2], \quad (2.59)$$

$$\Delta Y = F \frac{L}{2} [\text{sen } \theta_1 \cos \beta_1 + \text{sen } \theta_2 \cos \beta_2], \quad (2.60)$$

$$\Delta Z = F \frac{L}{2} [\cos \theta_1 + \cos \theta_2]. \quad (2.61)$$

El método de curvatura mínima es uno de los más usados para el cálculo de la trayectoria de los surveys direccionales. Debido al grado complicado de operaciones matemáticas involucradas, este método es más usado o calculado con una computadora en el equipo de perforación.

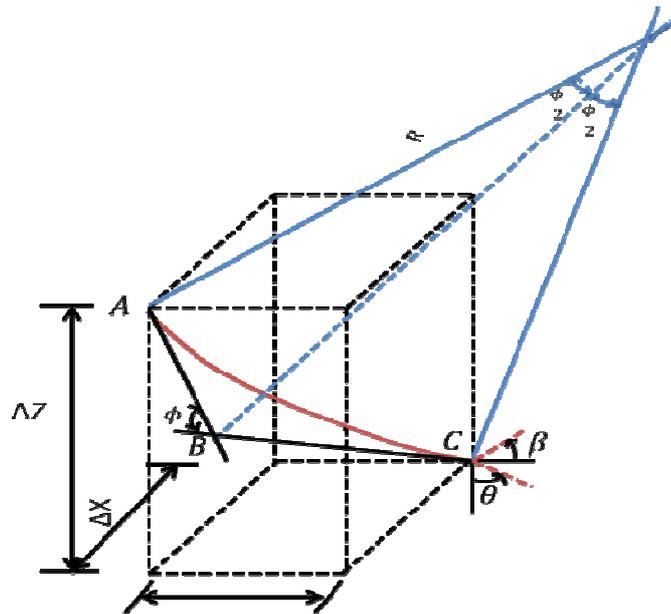


Fig. 18.- Método Curvatura mínima (Inglis, 1987)

Posición Final del Pozo esta Dado

$$X = \sum_{i=1}^n \Delta X_i, \quad (2.62)$$

$$Y = \sum_{i=1}^n \Delta Y_i, \quad (2.63)$$

$$Z = \sum_{i=1}^n \Delta Z_i. \quad (2.64)$$

2.9.- Severidad de la pata de perro

Para encontrar la fórmula para calcular el ángulo de pata de perro usado en los métodos anteriores, considere el registro de medición direccional de la Fig. 19, en la estación superior los ángulos de inclinación y el azimut tiene que ser representados como θ_1 y β_1 . Y para la estación inferior los ángulos serán representados como θ_2 y β_2 . Estos ángulos definen los dos segmentos de línea recta los cuales, su longitud está definida como L_1 y L_2 . El cambio total del ángulo ϕ entre estos dos segmentos de recta se muestra en el diagrama de la Fig. 19. El valor del ángulo ϕ puede ser determinado por la consideración del triángulo formado

por las líneas L_1 , L_2 , y L_3 . La longitud real de L_3 puede ser determinada considerando la profundidad vertical verdadera y el desplazamiento horizontal entre las estaciones 1 y 2:

$$Z = L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_2. \quad (2.65)$$

ΔH podría ser obtenida desde la proyección horizontal de L_1 y L_2 mediante la aplicación de la regla del coseno:

$$(\Delta H)^2 = (L_1 \sen \theta_1)^2 + (L_2 \sen \theta_2)^2 - 2L_1 \sen \theta_1 L_2 \sen \theta_2 \cos(180 - \Delta). \quad (2.66)$$

Donde $\Delta =$ es el cambio en azimut $= \beta_2 - \beta_1$ (en el plano horizontal). Ya que $\cos (180 - \Delta) = -\cos \Delta$, esto puede ser escrito como:

$$(\Delta H)^2 = (L_1 \sen \theta_1)^2 + (L_2 \sen \theta_2)^2 - 2L_1 \sen \theta_1 L_2 \sen \theta_2 \cos \Delta. \quad (2.67)$$

La longitud L_3 entonces puede ser determinada desde,

$$(L_3)^2 = (\Delta V)^2 + (\Delta H)^2, \quad (2.68)$$

Sustituyendo en ΔV y ΔH ,

$$(L_3)^2 = (L_1)^2 + (L_2)^2 + 2L_1 L_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sen \theta_1 \sen \theta_2 \cos \Delta). \quad (2.69)$$

Aplicando la regla del coseno al triangulo formado por las líneas L_1 , L_2 y L_3 .

$$\cos(180 - \alpha) = \frac{(L_1)^2 + (L_2)^2 - (L_3)^2}{2L_1 L_2} = -(\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sen \theta_1 \sen \theta_2 \cos \Delta), \quad (2.70)$$

$$\cos \alpha = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sen \theta_1 \sen \theta_2 \cos \Delta. \quad (2.71)$$

En su forma más común, el ángulo de la pata de perro puede ser expresado como,

$$\alpha = \cos^{-1}[\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\beta_2 - \beta_1)]. \quad (2.72)$$

La severidad de la pata de perro es calculada al dividir el ángulo de pata de perro entre la longitud del tramo de trayectoria, y es expresada en términos de grados entre 100 pies o 30 metros.

$$DLS = 100 \frac{\alpha}{L}. \quad (2.73)$$

Donde

α = ángulo de la pata de perro(en grados)

L = Diferencia en la profundidad del survey (pies o metros)

DLS = Severidad e la pata de perro (Grados/ 100 pies ft)

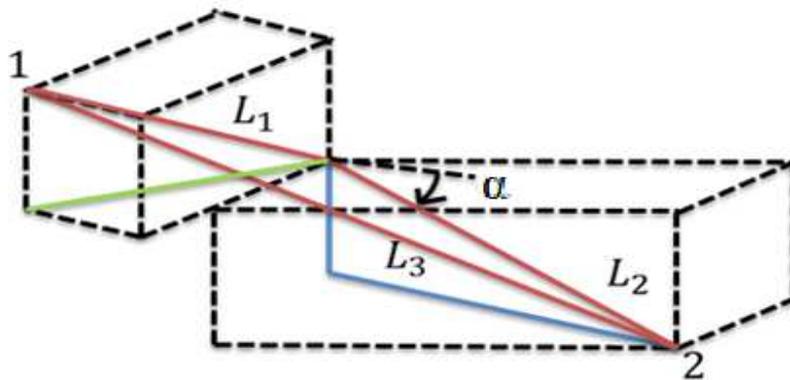


Fig. 19.- Severidad de pata de perro (Inglis, 1987)

CAPÍTULO III.- Errores en mediciones de registros direccionales

Como se vio en el capítulo dos, es crucial entender que en todas las mediciones de cantidades físicas, existen errores inherentes en la ejecución de las mismas, los cuales conllevan a tener una incertidumbre en los resultados de éstas. Medir cualquier cosa con exactitud es casi imposible. El objetivo en cualquier medición es hacer los errores tan pequeños como sea posible teniendo en cuenta que siempre estarán presentes.

Los registros de perforación direccional son como cualquier medición donde hay error o incertidumbres en los datos reportados, esto genera como resultado, una inexactitud en la determinación de la posición del pozo. Aunque actualmente existe la posibilidad de usar sofisticados instrumentos para medición de registros direccionales, las coordenadas del agujero del pozo nunca podrán ser determinadas con exactitud. Con el fin de manipular las mediciones de los registros direccionales adecuadamente y obtener conclusiones válidas, el error asociado a los registros direccionales se cuantifica de tal forma que permita especificar la posición del pozo dentro de límites de tolerancia. La exactitud con la cual se pueden medir la profundidad, la inclinación y la dirección en cada estación de registro direccional permite definir un área de incertidumbre alrededor de cada estación de medición, la forma de esta área en tres dimensiones es el de una elipsoide.

3.1.- Clasificación de errores

No existe ningún registro direccional que esté libre de error. Los errores encontrados en los registros direccionales pueden ser clasificados generalmente en tres tipos: errores aleatorios, errores sistemáticos y errores graves. Para poder entender tanto los efectos individuales como los combinados de los errores antes mencionados, es de gran importancia tener un buen conocimiento de la naturaleza y comportamiento de cada uno de ellos.

Errores aleatorios

Se definen como errores que pueden promediarse a través de un gran número de mediciones repetidas, son errores que están siempre presentes en cualquier medición. Los siguientes son algunos ejemplos en mediciones de registros direccionales:

Variaciones ambientales impredecibles

Errores de ortogonalidad cuando los sensores están girando

Bomba de lodo induce fluctuación en la presión.

Errores sistemáticos

Son los errores que están presentes típicamente. Las fuentes de estos son los instrumentos de medición, así como limitaciones físicas y humanas. Errores sistemáticos también se pueden definir como todos los errores que quedan cuando se eliminan los errores aleatorios y errores graves. Para un número dado de mediciones, un error sistemático tiene la misma magnitud, amplitud o geometría dependiendo su naturaleza.

Es importante saber que en la perforación direccional algunos errores son sistemáticos en cierto nivel y aleatorios en otro. Es típico que los errores que son sistemáticos en una medición de registro direccional, puedan ser aleatorios entre dos mediciones de registros direccionales diferentes para el mismo pozo. por ejemplo.

Errores en las correcciones de declinación magnética

Interferencia magnética de collares de perforación en MWD

Estos son dos errores que son sistemáticos para todos los registros direccionales en una región dada.

Mediciones magnéticas sin corrección de declinación magnética.

Errores en la red de referencia global

Errores técnicos

Estos errores son causados normalmente por fallas humanas o fallas del instrumento de medición en uso. Este tipo de errores son importantes y significativos para dirigir la industria petrolera. En registros de perforación direccional se pueden encontrar los siguientes ejemplos de errores técnicos:

Utilizar parámetros inicialización incorrectos.

Utilizar constantes de calibración incorrectos.

Operar instrumentos fuera de especificaciones de operación.

Falla en canal de comunicación del instrumento de medición.

Falla en la memoria de almacenamiento de la computadora.

3.2.- Incertidumbre en trayectorias direccionales

Existe una gran cantidad de fuentes de error que provocan inexactitud al determinar la localización y dirección del agujero de un pozo. A pesar del uso de sofisticados instrumentos de medición para los registros direccionales (surveys), las coordenadas del agujero descubierto nunca podrán ser determinadas con exactitud.

Es por esto, que los errores implicados necesitan ser cuantificados, de tal manera que sea posible especificar la posición dentro de cierta tolerancia, a partir del conocimiento de la precisión con la cual se puede medir la profundidad, inclinación y azimut en las estaciones de medición de registro direccional, se puede definir un área de incertidumbre en torno a la estación de medición de registro direccional (survey). Esta área generalmente toma la forma de una elipse en el caso de representar la trayectoria en dos dimensiones y una elipsoide en el caso de tres dimensiones, donde la posición real del pozo se encuentra dentro de ésta.

Fuentes de error

Errores relacionados en elección del método utilizado para calcular la posición

Como se describió anteriormente, existen diferentes métodos de cálculo de trayectoria que pueden ser utilizados en un pozo direccional, en el cual el azimut y la inclinación es probable que cambien en varias estaciones de la trayectoria del pozo, el método tangencial no es adecuado claramente; siempre que la distancia entre estaciones no sea larga, existe una pequeña diferencia en los resultados obtenidos de los métodos restantes. La mayoría de las operadoras de perforación han adoptado el método de mínima curvatura por ser el más exacto.

Errores relaciones con los instrumentos de medición

En ambos dispositivos, magnéticos y giroscópicos el mecanismo de funcionamiento que mide los ángulos requeridos tiene inexactitudes inherentes. La brújula magnética reacciona a cualquier presencia de un campo magnético, en algunos casos el campo magnético local junto con el acero de la sarta de perforación puede causar 10° de error en la lectura de la brújula; aunque ya han quedado casi obsoletas por la implementación de los instrumentos de medición como los MWD en el caso de los (gyro) una mala alineación del punto de referencia en la superficie, o la mala alineación de los ejes con respecto a su punto referencia, afectará todas las mediciones tomadas en las estaciones de medición en la trayectoria (Inglis, 1987).

Errores relacionados con las condiciones del agujero

Si la presión y la temperatura del fondo del pozo exceden el de las especificaciones del instrumento de medición de los registros direccionales (surveys), esto afectará el mecanismo interno del mismo haciendo que los resultados que nos muestre no sean confiables, las especificaciones de los mismas también pueden tener ciertas limitantes(los gyros no pueden ser operados con normalidad en pozos que tienen inclinaciones que exceden los 70°) . En altos ángulos de latitud el componente horizontal reducido del campo magnético de la tierra afecta la confiabilidad de una brújula magnética. Perforar en una dirección este-oeste también reducirá la confiabilidad de la brújula magnética

Errores relacionados con la profundidad de las estaciones de registro direccional

Así como los valores de inclinación y azimut deben de ser confiables, la profundidad, de la estación del registro medición (survey), también debe ser medida con exactitud, Errores pueden surgir de una medición errónea de las longitudes de la tubería de perforación, o de una medición inadecuada de la línea de acero. Otro error sería una instalación incorrecta en el collar de asentamiento de la herramienta dentro de la sarta de perforación, dejando una desigualdad entre la profundidad real de una estación de medición (survey) y la profundidad asumida de la misma (survey) (Inglis, 1987).

Aunque este tipo de errores se pueden minimizar, teniendo una buena práctica al usar los instrumentos de medición, así como un buen control en cuanto a mantenimiento de las mismas y una calibración antes de empezar a usarlas en cada corrida, siempre queda una incertidumbre con respecto a la trayectoria del pozo.

3.3.- Modelo de análisis de incertidumbre en un registro direccional (Walstrom, 1969)

Debido a la necesidad de perforar un gran número de pozos direccionales desde plataformas marinas y plataformas en tierra, se ha enfocado un gran interés en las mediciones de los registros direccionales y en la incertidumbre inherente en el cálculo de la posición final del fondo del agujero, u otros puntos de referencia en el pozo. El siguiente método usa los principios de la probabilidad y estadística para generar una elipse o elipsoide de incertidumbre con respecto a la posición final del pozo.

Este método consiste en un modelo probabilístico, el cual considera que la trayectoria del pozo está representada por un gran número de segmentos lineales denotado por la letra M, unidos de extremo a extremo en cada una de las estaciones de medición de los registros direccionales desde el inicio hasta el fondo del pozo.

Debido a que la cuantificación de los errores ocurridos con estas aproximaciones y a los referidos con respecto a calibraciones de la herramienta depende de información técnica, la cual no está siempre disponible para el público en general, este modelo asume como despreciables estos errores y no son considerados en este trabajo

Como se vio anteriormente cada segmento lineal del pozo tiene tres elementos, el primero es el ángulo de inclinación denotado por la letra θ_i , un ángulo de dirección con respecto al Norte de referencia denotado por la letra β_i y la longitud de la profundidad medida del pozo L_i . Los ángulos son medidos en radianes y la longitud en pies o metros.

Cada uno de los segmentos líneas "M" de la trayectoria del pozo, posee tres incrementos en las direcciones Norte (N) , Este (E) y Vertical(V). Éstos componentes son calculados con las ecuaciones 3.1, 3.2 y 3.3, semejantes a las vistas en el capítulo anterior.

$$\overline{\Delta X} = L_i \sin \overline{\theta}_i \cos \overline{\beta}_i, \quad (3.1)$$

$$\overline{\Delta Y} = L_i \sin \overline{\theta}_i \sin \overline{\beta}_i, \quad (3.2)$$

$$\overline{\Delta Z} = L_i \cos \overline{\theta}_i. \quad (3.3)$$

Las coordenadas del fondo del pozo están determinadas por la sumatoria de los resultados de estas fórmulas en cada segmento:

$$\overline{X} = \Sigma \overline{\Delta X}, \quad (3.4)$$

$$\overline{Y} = \Sigma \overline{\Delta Y}, \quad (3.5)$$

$$\overline{Z} = \Sigma \overline{\Delta Z}. \quad (3.6)$$

Mediante la operación de un instrumento de medición de registros direccionales bajando en el pozo a través de la trayectoria, mide los valores de Inclinación θ_i y Dirección β_i en las estaciones de medición. En general, debido a errores ocasionados por varias fuentes, las mediciones que se obtienen del instrumento no serán precisamente las que tenga en realidad la trayectoria del pozo. Es por esto que los ángulos de Inclinación y Dirección son tratados como variables aleatorias teniendo una función de probabilidad asociada $f_i(\theta_i)$ y $g_i(\beta_i)$ respectivamente, las cuales representan la distribución de mediciones potenciales de este agujero. Los valores de la longitud L_i entre estaciones de medición, se asume que son medidos con precisión.

Las variables aleatorias correspondientes a las coordenadas del fondo del pozo se obtienen con las siguientes ecuaciones, el subíndice está definido desde $i = 1$ hasta M ,

$$X = \sum L_i \sin \theta_i \cos \beta_i, \quad (3.7)$$

$$Y = \sum L_i \sin \theta_i \sin \beta_i, \quad (3.8)$$

$$Z = \sum L_i \cos \theta_i. \quad (3.9)$$

Desde otro punto de vista, los valores de la Inclinación θ_i y la Dirección β_i , se pueden considerar como datos que provienen de un registro direccional en particular, siendo así que las variables aleatorias X , Y y Z representarán las coordenadas del fondo del pozo. Este punto de vista es el más usado en la práctica y uno de los más usados para las aplicaciones descritas más adelante.

En el caso improbable de que exista más de un registro direccional para un pozo, cada uno de los registros serán mutuamente independientes y con errores

característicos similares. Los valores de inclinación $\bar{\theta}_i$ y dirección $\bar{\beta}_i$ utilizados pueden ser los promedios de los valores para cada estación de medición. Las funciones de densidad $f_i(I_i)$ y $g_i(A_i)$ deben de ser ajustadas apropiadamente desde que la distribución para las variables aleatorias I_i y A_i ahora son las distribuciones de los promedios y deben de reflejar la menor incertidumbre en las variables.

La variable aleatoria (θ_i) se consideran uniformemente distribuidas entre los limites inferior y superior de a_i y b_i . Similarmente, la (β_i) se considera uniformemente distribuida entre los limites inferior y superior c_i y d_i .

$$a_i \leq \theta_i \leq b_i \quad (3.10)$$

$$c_i \leq \beta_i \leq d_i \quad (3.11)$$

Especificando los límites superior e inferior se definen como sigue, donde α es igual 0.01745. (Walstrom, 1969)

$$a_i = \max [\bar{\theta}_i - 0.25^\circ \alpha, 0], \quad (3.12)$$

$$b_i = \bar{\theta}_i + 0.25^\circ \alpha, \quad (3.13)$$

$$\left. \begin{aligned} c_i &= \bar{\beta}_i - 180^\circ \alpha \\ d_i &= \bar{\beta}_i + 180^\circ \alpha \end{aligned} \right\} \text{para } \bar{I}_i \leq 0.25^\circ \alpha, \quad (3.13)$$

$$\left. \begin{aligned} c_i &= \bar{\beta}_i - 20^\circ \alpha \\ d_i &= \bar{\beta}_i + 20^\circ \alpha \end{aligned} \right\} \text{para } 0.25^\circ \alpha \leq \bar{I}_i \leq 1^\circ \alpha, \quad (3.14)$$

$$\left. \begin{aligned} c_i &= \bar{\beta}_i - 2^\circ \alpha \\ d_i &= \bar{\beta}_i + 2^\circ \alpha \end{aligned} \right\} \text{para } \bar{I}_i \geq 1^\circ \alpha. \quad (3.15)$$

Para valores muy pequeños de $\bar{\theta}_i$ (donde $\bar{\theta}_i$ es mayor que cero pero menor que $.25^\circ$), esta especificación de error es algo artificial, pero lo suficientemente precisa para los propósitos de este trabajo debido a que valores menores de $.25^\circ$ se pueden tomar

como errores de posición de posicionamiento de la herramienta y no como cambios en inclinación, esto se sabe en base a experiencia en la operación de herramientas de medición direccional.

Con este trabajo no se propone debatir el grado de exactitud del equipo de registro direccional. Sin embargo la precisión de las especificaciones de error de este modelo estadístico es realista, basado en discusiones con personal de varias empresas direccionales.

Las especificaciones de error incluyen los errores causados por limitación en la precisión del instrumento, errores de lectura, errores resultantes del instrumento al no estar posicionada de forma correcta en el agujero y otros errores aleatorios. El principal objetivo es desarrollar un método para determinar el efecto total de estos errores en el cálculo de la posición final del pozo.

Este método consiste en calcular las características de la distribución de probabilidad conjunta de las variables (X , Y y Z) , desde un conjunto de registros direccionales del pozo. Los resultados obtenidos indican que con las especificaciones de error antes mencionadas, es posible construir una elipse alrededor de la posición final de la trayectoria del pozo.

Sabiendo que el número de estaciones de medición en un pozo es grande y, considerando que los errores introducidos en una estación son independientes de los errores introducidos en cualquier otra estación, es muy razonable ocupar el teorema del límite central de probabilidad y estadística y deducir que las variables X , Y y Z están distribuidos normalmente en una buena aproximación. Es por esto que será necesario calcular las medias, varianzas y covarianzas con el fin de tener conocimiento total de la distribución del fondo del pozo.

Se determinarán las siguientes cantidades para poder determinar la incertidumbre en la posición final:

- 1.- Valor medio de X, Y, Z denotado como E(X), E(Y), E(Z)
- 2.- Varianza de X, Y, Z denotado como var (X), var (Y) var (Z)
- 3.- Covarianza de XY, XZ, YZ denotado como covar (X,Y) covar (X,Z) covar (Y,Z)

Para determinar estas variables en la posición final del pozo, se suman individualmente las cantidades equivalentes de cada una de las variables aleatorias, desde i=1 hasta M estaciones:

$$1.- E(X) = \sum E(X_i) \quad E(Y) = \sum E(Y_i) \quad E(Z) = \sum E(Z_i)$$

$$2.- \text{var}(X) = \sum \text{var}(X_i) \quad \text{var}(Y) = \sum \text{var}(Y_i) \quad \text{var}(Z) = \sum \text{var}(Z_i)$$

(Siempre y cuando X_i, Y_i, Z_i sean independientes)

$$3.- \text{covar}(X,Y) = \sum \text{covar}(X_i, Y_i) \text{ siempre que } X_i \text{ sea independiente de } Y_i$$

$$4.- \text{covar}(X,Z) = \sum \text{covar}(X_i, Z_i) \text{ siempre que } X_i \text{ sea independiente de } Z_i$$

$$5.- \text{covar}(Y,Z) = \sum \text{covar}(Y_i, Z_i) \text{ siempre que } Y_i \text{ sea independiente de } Z_i$$

Otras relaciones básicas usadas en los cálculos son:

$$\text{var}(X_i) = E[X_i - E(X_i)]^2 = E(X_i^2) - [E(X_i)]^2, \quad (3.18)$$

$$\text{var}(Y_i) = E[Y_i - E(Y_i)]^2 = E(Y_i^2) - [E(Y_i)]^2, \quad (3.19)$$

$$\text{var}(Z_i) = E[Z_i - E(Z_i)]^2 = E(Z_i^2) - [E(Z_i)]^2. \quad (3.20)$$

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = E\{[X_i - E(X_i)][Y_i - E(Y_i)]\} = E(X_i Y_i) - E(X_i)E(Y_i), \quad (3.21)$$

$$\text{covar}(X_i, Z) = E\{[X_i - E(X_i)][Z_i - E(Z_i)]\} = E(X_i Z_i) - E(X_i)E(Z_i), \quad (3.22)$$

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = E\{[Y_i - E(Y_i)][Z_i - E(Z_i)]\} = E(Y_i Z_i) - E(Y_i)E(Z_i). \quad (3.23)$$

Usando las ecuaciones originales (Ecuaciones 3.1, 3.2 y 3.3) se obtienen las siguientes:

Valor medio de las variables:

$$E(X_i) = L_i \int_c^d \int_a^b \text{sen}(u) \cos(v) f_i(u) g_i(v) du dv, \quad (3.24)$$

$$E(Y_i) = \int_c^d \int_a^b \text{sen}(u) \text{sen}(v) f_i(u) g_i(v) du dv, \quad (3.25)$$

$$E(Z_i) = L_i \int_a^b \cos(u) f_i(u) du. \quad (3.26)$$

Varianza:

$$\text{var}(X_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \text{sen}^2(u) \cos^2(v) f_i(u) g_i(v) du dv - E(X_i)^2, \quad (3.27)$$

$$\text{var}(Y_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \text{sen}^2(u) \text{sen}^2(v) f_i(u) g_i(v) du dv - E(Y_i)^2, \quad (3.28)$$

$$\text{var}(Z_i) = L_i^2 \int_a^b \cos^2(u) f_i(u) du - E(Z_i)^2. \quad (3.29)$$

Covarianza:

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \text{sen}^2(u) \text{sen}(v) \cos(v) f_i(u) g_i(v) du dv - E(X_i)E(Y_i), \quad (3.39)$$

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \text{sen}(u) \cos(u) \cos(v) f_i(u) g_i(v) du dv - E(X_i)E(Z_i), \quad (3.40)$$

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \text{sen}(u) \cos(u) \text{sen}(v) f_i(u) g_i(v) du dv - E(Y_i)E(Z_i). \quad (3.41)$$

Las integrales estarán en los rangos de definición de las variables $u = \theta_i$ y $v = \beta_i$.

El desarrollo teórico de la integración se encuentra en el apéndice A del presente trabajo.

Integrando las ecuaciones 3.24, 3.25 y 3.26 obtenemos:

$$E(X_i) = \frac{L_i[\cos(\alpha_i) - \cos(\beta_i)][\cos(\sigma_i) - \cos(\delta_i)]}{(b_i - a_i)(d_i - c_i)}, \quad (3.42)$$

$$E(Y_i) = \frac{L_i[\cos(\alpha_i) - \cos(\beta_i)][\sin(\delta_i) - \sin(\sigma_i)]}{(b_i - a_i)(d_i - c_i)}, \quad (3.43)$$

$$E(Z_i) = \frac{L_i[\sin(\beta_i) - \sin(\alpha_i)]}{(b_i - a_i)}. \quad (3.44)$$

de las ecuaciones 3.27, 3.28 y 3.29 obtenemos:

$$Var(X_i) = L_i^2 \left[\frac{2(b_i - a_i) + [\text{Sen}(2\alpha_i) - \text{Sen}(2\beta_i)]}{4(b_i - a_i)} \right] \left[\frac{2(d_i - c_i) + [\text{sen}(2\delta_i) - \text{sen}(2\sigma_i)]}{4(d_i - c_i)} \right] - [E(X_i)]^2, \quad (3.45)$$

$$Var(Y_i) = L_i^2 \left[\frac{2(b_i - a_i) + [\text{Sen}(2\alpha_i) - \text{Sen}(2\beta_i)]}{4(b_i - a_i)} \right] \left[\frac{2(d_i - c_i) + [\text{Sen}(2\sigma_i) - \text{Sen}(2\delta_i)]}{4(d_i - c_i)} \right] - [E(Y_i)]^2, \quad (3.46)$$

$$Var(Z_i) = L_i^2 \left[\frac{2(b_i - a_i) - [\text{Sen}(2\beta_i) - \text{Sen}(2\alpha_i)]}{4(b_i - a_i)} \right] - [E(Z_i)]^2. \quad (3.47)$$

de las ecuaciones 3.39 , 3.40 y 3.41 obtenemos

$$\text{Covar}(X_i, Y_i) = L_i^2 \left[\frac{2(b_i - a_i) + [\text{Sen}(2a_i) - \text{Sen}(2b_i)]}{4(b_i - a_i)} \right] \left[\frac{\text{sen}(a_i)^2 - \text{sen}(c_i)^2}{2(d_i - c_i)} \right] - [E(X_i)][E(Y_i)], \quad (3.48)$$

$$\text{Covar}(X_i, Z_i) = L_i^2 * \left[\frac{(\text{sen } b_i)^2 - (\text{sen } a_i)^2}{2(b_i - a_i)} \right] \left[\frac{\text{sen } d_i - \text{sen } c_i}{(d_i - c_i)} \right] - E(X_i)E(Z_i) \quad (3.49)$$

$$\text{Covar}(Y_i, Z_i) = L_i^2 \left[\frac{[\text{sen}(b_i)^2 - \text{Sen}(a_i)^2]}{2(b_i - a_i)} \right] \left[\frac{\text{sen}(d_i) - \text{sen}(c_i)}{(d_i - c_i)} \right] - [E(Y_i)][E(Z_i)]. \quad (3.50)$$

Por comodidad se proponen las definiciones siguientes:

$$\text{var}(X) = \sigma_x^2$$

$$\text{var}(Y) = \sigma_y^2$$

$$\text{var}(Z) = \sigma_z^2$$

$$E(X) = \mu_x$$

$$E(Y) = \mu_y$$

$$E(Z) = \mu_z$$

$$\rho(x, y) = \frac{\text{covar}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

$$\rho(x, z) = \frac{\text{covar}(X, Z)}{\sigma_x \sigma_z}$$

$$\rho(y, z) = \frac{\text{covar}(Y, Z)}{\sigma_y \sigma_z}$$

Donde:

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z =$ desviación estandar de X, Y y Z respectivamente.

$E(X) = \mu_x =$ valor medio o esperado de X

$E(Y) = \mu_y =$ valor medio o esperado de Y

$E(Z) = \mu_z =$ valor medio o esperado de Z

$\rho(x, y) =$ coeficiente de correlacion (para X y Y)

$\rho(x, y) =$ coeficiente de correlacion (para Y y Z)

$\rho(x, z) =$ coeficiente de correlacion (para X y Z)

Las mediciones de los registros de la posición del fondo del pozo sigue una distribución normal bivariada con una función de probabilidad conjunta dada por:

$$h(X,Y) = \omega e^{-\kappa(X,Y)/[2(1-\rho^2)]}, \quad (3.51)$$

$$h(X,Z) = \omega e^{-\kappa(X,Z)/[2(1-\rho^2)]}, \quad (3.52)$$

$$h(Y,Z) = \omega e^{-\kappa(Y,Z)/[2(1-\rho^2)]}. \quad (3.53)$$

Donde:

$$\omega^{-1} = 2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}, \quad (3.54)$$

$$\omega^{-1} = 2\pi\sigma_x\sigma_z\sqrt{1-\rho^2} \quad (3.55)$$

$$\omega^{-1} = 2\pi\sigma_y\sigma_z\sqrt{1-\rho^2}, \quad (3.56)$$

$$\kappa(X,Y) = \left(\frac{X-\mu_X}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{X-\mu_X}{\sigma_x}\right)\left(\frac{Y-\mu_Y}{\sigma_y}\right) + \left(\frac{Y-\mu_Y}{\sigma_y}\right)^2, \quad (3.57)$$

$$\kappa(X,Z) = \left(\frac{X-\mu_X}{\sigma_x}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{X-\mu_X}{\sigma_x}\right)\left(\frac{Z-\mu_Z}{\sigma_z}\right) + \left(\frac{Z-\mu_Z}{\sigma_z}\right)^2, \quad (3.58)$$

$$\kappa(Y,Z) = \left(\frac{Y-\mu_Y}{\sigma_y}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{Y-\mu_Y}{\sigma_y}\right)\left(\frac{Z-\mu_Z}{\sigma_z}\right) + \left(\frac{Z-\mu_Z}{\sigma_z}\right)^2. \quad (3.59)$$

La probabilidad de que la posición final del pozo este dentro de la elipse en las proyecciones vertical y horizontal están dadas por:

$$P(\lambda_H) = 1 - e^{-[\lambda^2/2(1-\rho^2)]}, \quad (3.60)$$

$$P(\lambda_V) = 1 - e^{-[\lambda^2/2(1-\rho^2)]}. \quad (3.61)$$

Donde:

$$\sqrt{(\kappa(X, Z))^2 + (\kappa(Y, Z))^2} = \lambda^2_V \quad (3.62)$$

$$\kappa(X, Y) = \lambda^2_H \quad (3.63)$$

El centro de las elipses está dado por $\mathbf{X} = \mu_x$ y $\mathbf{Y} = \mu_y$. Esto no es necesariamente la misma posición que la dada por las ecuaciones 3.4, 3.5 y 3.6. Si se utilizan nuevos ejes, dado por $\mathbf{X}' = \mathbf{X} - \mu_x$ y $\mathbf{Y}' = \mathbf{Y} - \mu_y$, la ecuación de la elipse con puede ser escrita como:

$$\frac{X'^2}{A^2} - BX'Y' + \frac{Y'^2}{C^2} = 1. \quad (3.64)$$

Donde:

$$A = \lambda\sigma_x \quad (3.65)$$

$$C = \lambda\sigma_y \quad (3.66)$$

$$B = \frac{2\rho\lambda^{-2}}{\sigma_x\sigma_y} = \left[\frac{2\text{covar}(X,Y)}{\text{var}(X)\text{var}(Y)} \right] \lambda^{-2}. \quad (3.67)$$

La ecuación de la elipse con centros fuera del origen es.

$$\frac{X'^2}{A^2} + \frac{Y'^2}{C^2} = 1, \quad (3.68)$$

donde A y C son los semi-ejes de la elipse.

Si la covarianza no es igual a cero, es posible calcular el ángulo a través del cual la elipse debe girar de modo que sus ejes son paralelos a los ejes coordinados. El ángulo θ está dado por:

$$\tan(2\theta) = \frac{BA^2C^2}{A^2 - C^2}. \quad (3.69)$$

Donde A,B, y C son los coeficientes de las ecuaciones 84 y 85. En este caso, A y C no son los semi-ejes de la elipse pero estos representan las intersecciones de la elipse con los ejes coordinados $X'=0$ y $Y'=0$.

La longitud de los semi-ejes de la elipse están por A' y C' por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{A'^2} = \frac{\cos^2(\theta)}{A^2} - B\sin(\theta)\cos(\theta) + \frac{\sin^2(\theta)}{C^2}, \quad (3.70)$$

$$\frac{1}{C'^2} = \frac{\sin^2(\theta)}{A^2} + B\sin(\theta)\cos(\theta) + \frac{\cos^2(\theta)}{C^2}. \quad (3.71)$$

CAPÍTULO IV.- Torque y arrastre

El Arrastre en la sarta de perforación es la fuerza requerida para mover la tubería hacia arriba o hacia abajo en el agujero; torque es el momento requerido para hacer girar la tubería. Las fuerzas de arrastre, por lo general se miden con respecto al peso de la sarta cuando está rotando, pero no, al sacar o introducir la tubería al agujero. Medir a partir del peso de la sarta rotando, genera que el arrastre al sacar la tubería sea usualmente un poco más grande que el arrastre al meter la tubería. Las magnitudes de torque y arrastre están relacionadas para cualquier pozo en particular. Altas fuerzas de arrastre y cargas de torque excesivo normalmente ocurren juntas.

Existen diferentes causas para tener torque y arrastre excesivo en un pozo, algunas de éstas podrían ser, condiciones de agujero estrecho, derrumbes de la pared del pozo, ojos de llave, pega diferencial, acumulación de recortes por falta de limpieza y la fricción por deslizamiento. Con la excepción de fricción por deslizamiento, estas causas están asociadas con condiciones problemáticas del pozo. Sin embargo, en pozos con buenas condiciones de limpieza y de operación la fuente principal del torque y arrastre es la fricción por deslizamiento.

Torque y arrastre generado por cualquier fuente tiende a ser más problemático en pozos direccionales. Agujeros profundos y altamente desviados pueden ser diseñados para minimizar estos parámetros, este criterio puede ser utilizado para seleccionar el tipo de trayectoria y asegurar operaciones de perforación exitosas a lo largo de toda la profundidad del pozo. Un mejor conocimiento de las cargas en el agujero permite utilizar técnicas mejoradas en el diseño de sargas de perforación.

La capacidad de predecir las cargas de fricción en la tubería de perforación tiene dos beneficios principales: Primero, pozos profundos y altamente desviados pueden ser planeados para minimizar el torque y el arrastre. Al utilizar estos parámetros como criterio para seleccionar la mejor trayectoria pueden asegurarse operaciones de perforación exitosas a lo largo de toda la profundidad del pozo. Segundo, Un conocimiento más completo de las cargas en la sarta de perforación permite utilizar técnicas mejoradas del diseño de las mismas. Los componentes de la sarta pueden ser escogidos mediante el uso de un enfoque sistemático que tenga en cuenta el extra de fuerzas involucradas.

4.1.- Modelo matemático de torque y arrastre (Johansick, Friesen, & Dawson, 1984).

Este modelo consiste en asumir que, tanto el torque como el arrastre son causados completamente por fuerzas de fricción por deslizamiento, las cuales son resultado del contacto entre la sarta de perforación y las paredes del agujero del pozo. Otras fuentes menos importantes no se consideran para este modelo.

Dos factores son los que afectan la fricción por deslizamiento, la fuerza de contacto normal y el coeficiente de fricción entre las superficies de contacto. El producto de estos dos factores representa la magnitud de las fuerzas de fricción por deslizamiento.

Existen varios factores de los que depende la fuerza de contacto normal entre la tubería y la pared del pozo. Para fines de este trabajo de investigación se considerarán solo dos, los efectos de la gravedad en la tubería de perforación y los efectos de la tensión actuando a través de la curvatura del pozo en el agujero. Estas fuerzas y su contribución a la fuerza normal se muestran en la Figura. 20, Otras fuentes como el pandeo en la tubería contribuyen pequeñas fuerzas normales pero no se consideran en este trabajo.

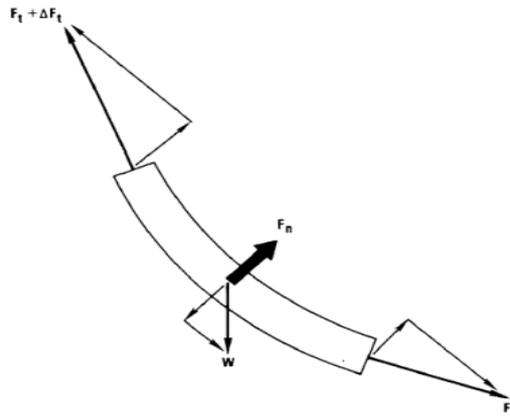


Fig. 20.- Diagrama de fuerzas en una sección de tubería.

La relación entre la fuerza de fricción y la fuerza normal de contacto, genera el coeficiente de fricción por deslizamiento. En realidad estos valores dependen específicamente del contacto entre los materiales y el grado de lubricación en diferentes profundidades del pozo. Sin embargo, en este trabajo para un pozo en particular, un solo coeficiente de fricción representa las condiciones promedio de todas las fuentes posibles.

La determinación de estos coeficientes de fricción es fundamental para la aplicación práctica de este modelo.

Este modelo de torque y arrastre desarrollado por Johansick, Friesen y Dawson es el denominado también "modelo suave de Johansick", es decir, no se toma en cuenta la inercia de los componentes de la sarta de perforación.

Una vez que se tiene el coeficiente de fricción se puede hacer el cálculo de torque y arrastre como se describe a continuación. El cálculo para determinar el coeficiente de fricción a partir de datos de torque y arrastre, se realiza al asumir un coeficiente y haciendo una iteración de los datos hasta que coincidan los que ya se tienen.

En cualquiera de los dos casos antes mencionados es necesario especificar, la descripción de la sarta de perforación, datos de los registros direccionales y el coeficiente de fricción. Los cálculos empiezan en el fondo de la sarta de perforación y van avanzando hacia arriba. Cada elemento de la sarta contribuye con pequeños incrementos de la carga axial y de torsión. El cálculo de la fuerza normal es el primer

paso para después calcular los incrementos de la carga para cada elemento en la sarta.

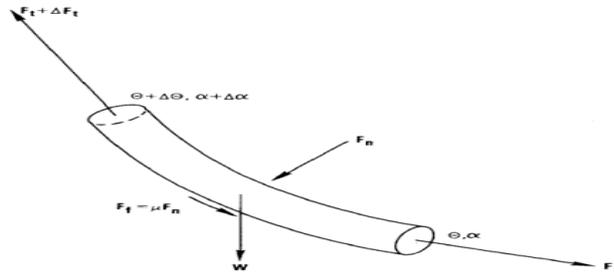


Fig. 21.- Fuerzas actuando en un elemento al sarta al sacar la tubería

La fuerza normal neta F_N es la suma vectorial negativa de los componentes del peso, W y de dos componentes de la fuerza de tensión T y $T+\Delta T$. Aunque el eje del elemento de la sarta se asume como un arco de una circunferencia y tiene proyecciones en ambos planos tanto vertical como horizontal. Afortunadamente, para calcular la fricción solo se requiere su magnitud más no su dirección.

La magnitud de la fuerza normal neta es:

$$F_N = [(F_t \Delta\beta \text{sen}\bar{\theta})^2 + (F_t \Delta\theta + W \text{sen}\bar{\theta})^2]^{1/2}. \quad (4.1)$$

La ecuación de la fuerza normal lleva inmediatamente a las ecuaciones para el incremento de la tensión:

$$\Delta F_t = W \text{cos}\bar{\theta} \pm \phi F_N. \quad (4.2)$$

Para la ecuación 88 la cual contiene un signo +/- , el cual denota la dependencia del termino de fricción al movimiento de la tubería, cuando el movimiento es hacia afuera del pozo el signo a utilizar en la ecuación será aditivo, ya que la fricción incrementa el peso aparente de la sarta (arrastre hacia arriba). Cuando se introduce la tubería al pozo, el termino de fricción se resta del peso de la sarta (arrastre hacia abajo), los

términos de $\Delta\theta$ y $\Delta\beta$ deben de ser introducidos en radianes (o multiplicarse por $\pi/180$).

El subíndice "i" se refiere al elemento i de la sarta, para el cálculo del presente trabajo se refiere a un tramo de tubería de la sarta de perforación, entre dos estaciones de mediciones de registro direccional

la pérdida de torque sobre un elemento i se obtiene con:

$$\Delta M = \phi F_N r \quad (4.3)$$

La derivación matemática de las ecuaciones 4.1, 4.2 y 4.3 se encuentran en el apéndice B.

CAPÍTULO V.- Análisis y visualización de la incertidumbre en la trayectoria y predicción del torque y arrastre.

En este capítulo se evaluarán los métodos para el cálculo de trayectorias y se hará una comparación entre ellos para un pozo direccional. Después de haber cotejado los métodos de cálculo, se tomará como trayectoria real de los pozos al método de curvatura mínima y se analizará la incertidumbre en su posición generando dos trayectorias secundarias.

Se predecirá el torque y arrastre generados tanto en la trayectoria calculada por el método de curvatura mínima, así como en las trayectorias de secundarias obtenidas con el fin de generar un margen de seguridad de estos parámetros para prevenir problemas en las operaciones de perforación y terminación de pozos.

5.1.- Análisis y visualización del pozo 101

El pozo 101 es un pozo con trayectoria horizontal, el cual comprende de 4 etapas de perforación con tuberías de revestimiento de 16" , 10 3/4" , 7 5/8" para terminar con una combinación de tuberías de 5 1/2 " hasta los 5984 pies y 4 1/2" hasta los 13615 PIES. De acuerdo con el reporte de perforación este pozo no se encontró con ningún problema para la instalación de la tubería de revestimiento hasta su profundidad total

de 13615 pies. Los registros direccionales las severidades en este pozo se mantuvieron bajas y lo que ocasionó una terminación exitosa del pozo.

Tabla 2.- Planeación de registro direccional pozo 101.

Planeación de las secciones Del pozo 101								
Sec.	MD (m)	Inc. (°)	Azi (°)	TVD (mts.)	Desp. Norte (pies)	Desp. Este (pies)	Severidad DL. (°/100pies)	Desp. S.V. (pies)
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	150	0	0	150	0	0	0	0
3	1003	0	0	1003	0	0	0	0
4	2605	65	135	2479	-271	295	3.5	358
5	4150	90	135	2583	-1345	1339	2	1899

5.1.1.- Trayectoria del pozo 101 con el método curvatura mínima

Como se observo con anterioridad en el capitulo segundo, el método de curvatura mínima es uno de los más exactos que existen, debido a que toma en cuenta la trayectoria del pozo entre estaciones de medición como dos líneas curvas, asemejando dos arcos circulares a los cuales les aplica un factor de relación basado en la cantidad de flexión de la trayectoria. es por esto que se tomara este método como el más exacto y será la base para los cálculos posteriores.

En las Fig. 22 y 23 se puede observar como a partir del registro de mediciones direccionales anterior y aplicando el método de curvatura mínima, se generan los diferenciales en las coordenadas Norte y Este para la proyección horizontal, así como Profundidad Vertical Verdadera y desplazamiento horizontal para la proyección vertical, con estas dos proyecciones es posible graficar la proyección en tercera dimensión Fig. 24, ya que esta depende de los diferenciales Norte, Este y Profundidad Vertical Verdadera.

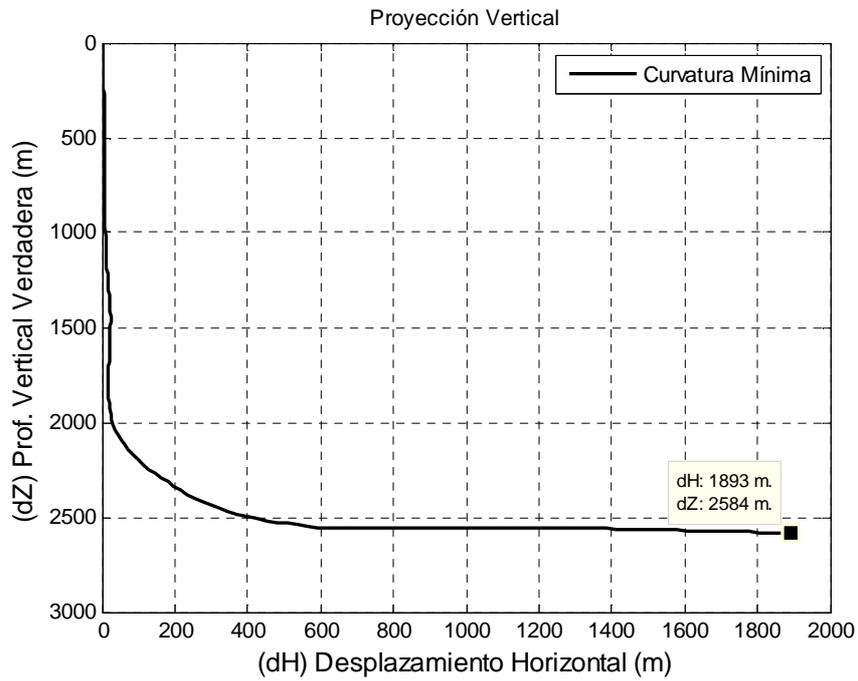


Fig. 22.- Proyección vertical de la trayectoria pozo 101 método curvatura mínima.

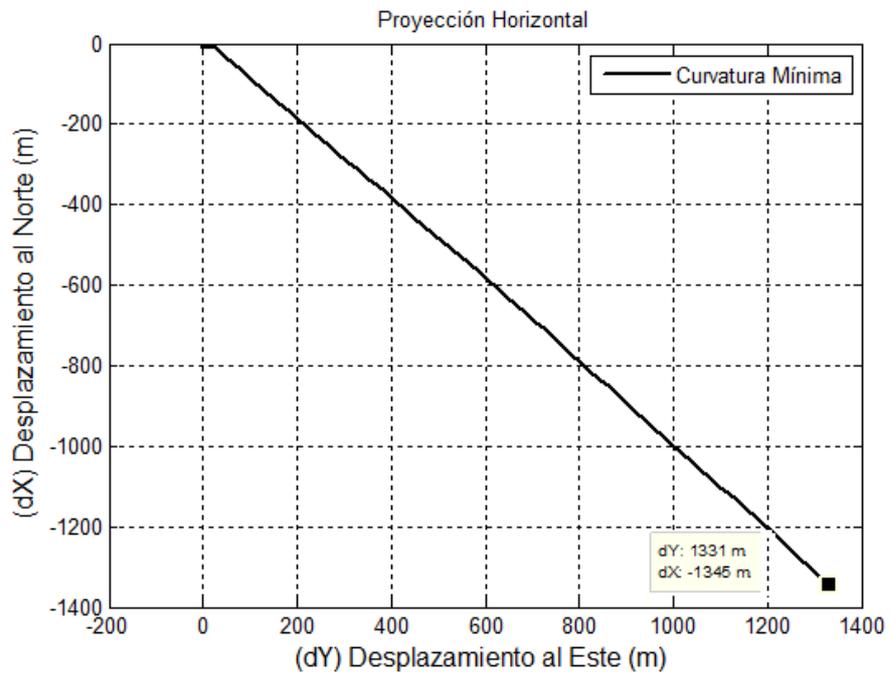


Fig. 23.- Proyección horizontal de la trayectoria pozo 101 método curvatura mínima.

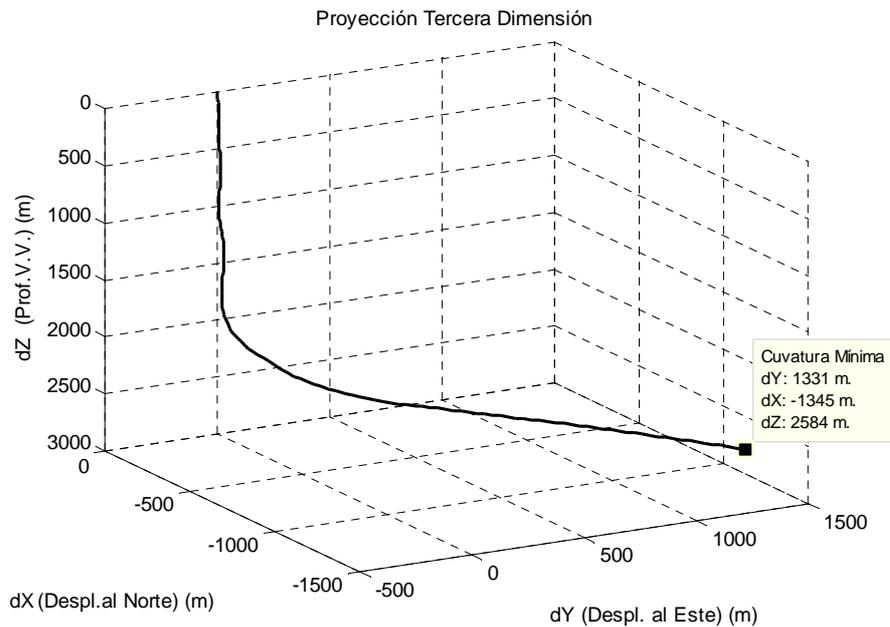


Fig. 24.- Proyección tercera dimensión de la trayectoria pozo 101 método curvatura mínima.

5.1.2.- Trayectoria del pozo 101 con el método tangencial

Se calculará la trayectoria con el método tangencial, este método considera la trayectoria entre estaciones de medición como líneas rectas lo que lo hace más sencillo y práctico de utilizar, sin embargo esta consideración genera que este método sea uno de los más inexactos de los antes mencionados.

En las Fig. 25, 26 y 27 se calcula la trayectoria para el pozo 101 con el método tangencial, para las proyecciones vertical, horizontal y tercera dimensión respectivamente, Con la finalidad de poder comparar ambos métodos, visualmente se percibe una similitud muy grande entre ambos, sin embargo al hacer una comparación numérica se pueden observar diferencias considerables.

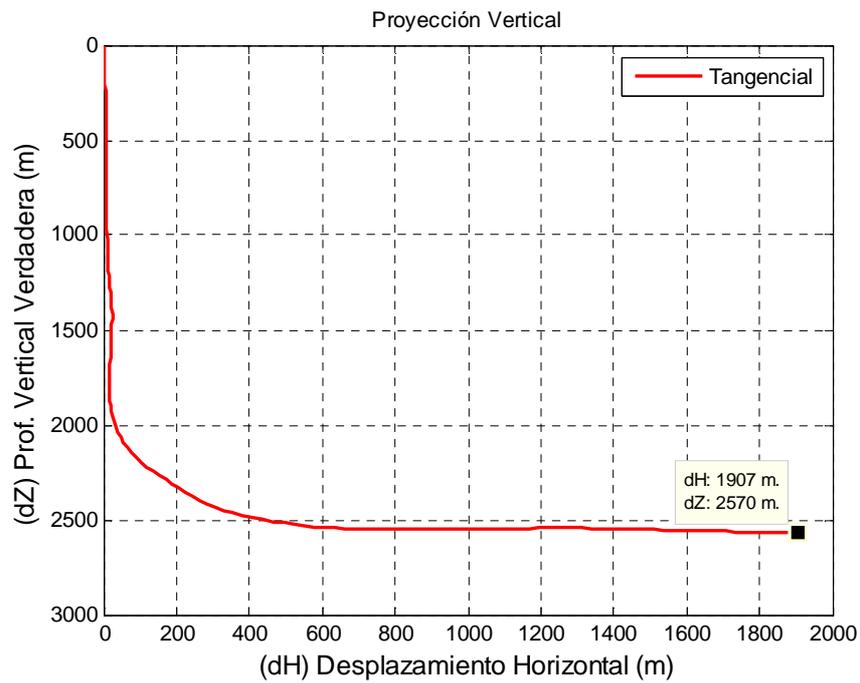


Fig. 25.- Proyección vertical de la trayectoria pozo 101 método tangencial.

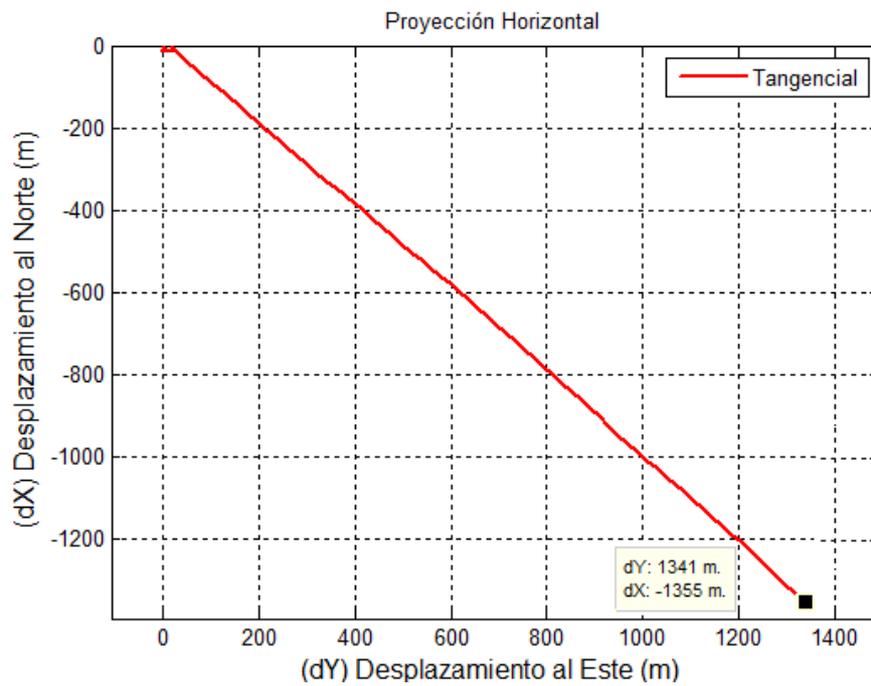


Fig. 26.- Proyección Horizontal de la trayectoria pozo 101 método tangencial.

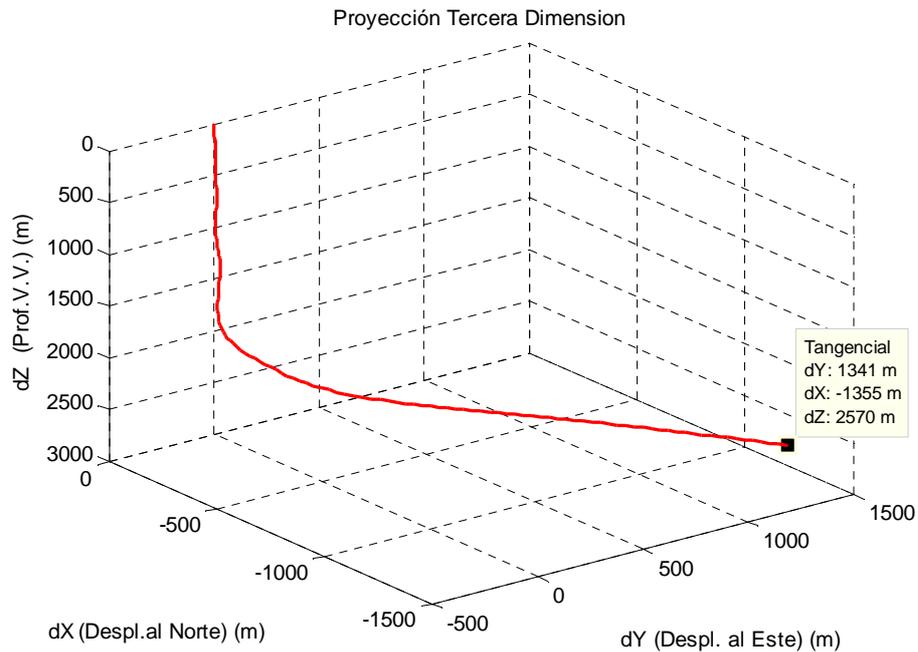


Fig. 27.- Proyección tercera dimensión de la trayectoria pozo 101 método tangencial.

5.2.-Comparación de métodos

5.2.1.- Proyección vertical de la trayectoria

En la Fig. 28 se puede apreciar la similitud visual que existe entre los dos métodos, sin embargo haciendo un estudio más a fondo se puede observar que existen diferencias una diferencia de 46 pies en la profundidad vertical verdadera y una de 46 pies en el desplazamiento horizontal, considerando que la medición del registro direccional se hizo con exactitud se puede observar que el simple hecho de utilizar un método de cálculo diferente, puede variar la posición final del pozo.

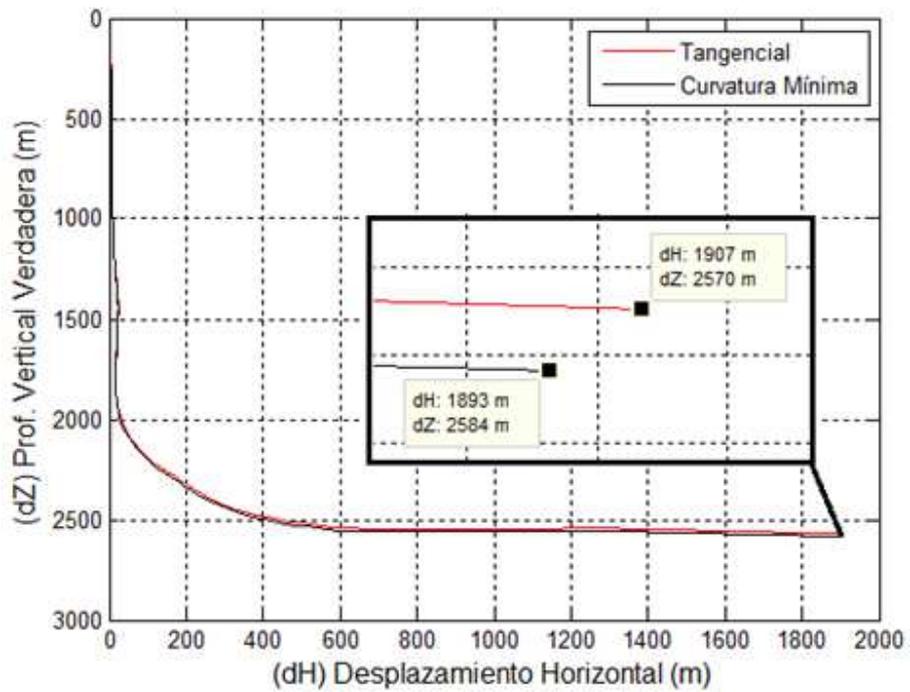


Fig. 28.- Proyección vertical métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101

5.2.2.- Proyección horizontal de la trayectoria

En la Fig. 29, al igual que en la Fig. anterior se puede apreciar una similitud muy grande visualmente hablando de los dos métodos de cálculo, sin embargo podemos observar que existe una diferencia numérica de 33 pies en el desplazamiento al Este del pozo 101 y una diferencia de 32 pies en el desplazamiento al norte.

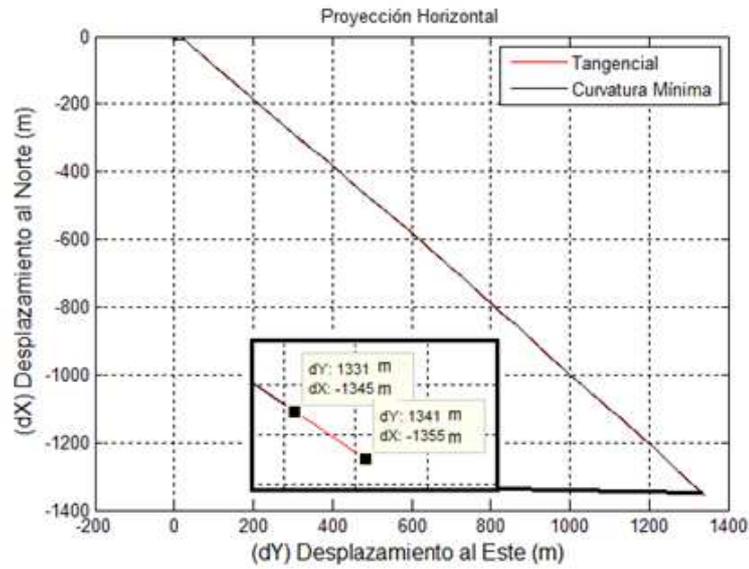


Fig. 29.- Proyección horizontal métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101

5.2.3.- Proyección tercera dimensión de la trayectoria

La proyección de la Fig. 30, debido a que es una proyección en tercera dimensión toma en cuenta los mismos desplazamiento que los de la Fig. 28 y 29, esta proyección es muy útil en el diseño de anticollisión de pozos direccionales.

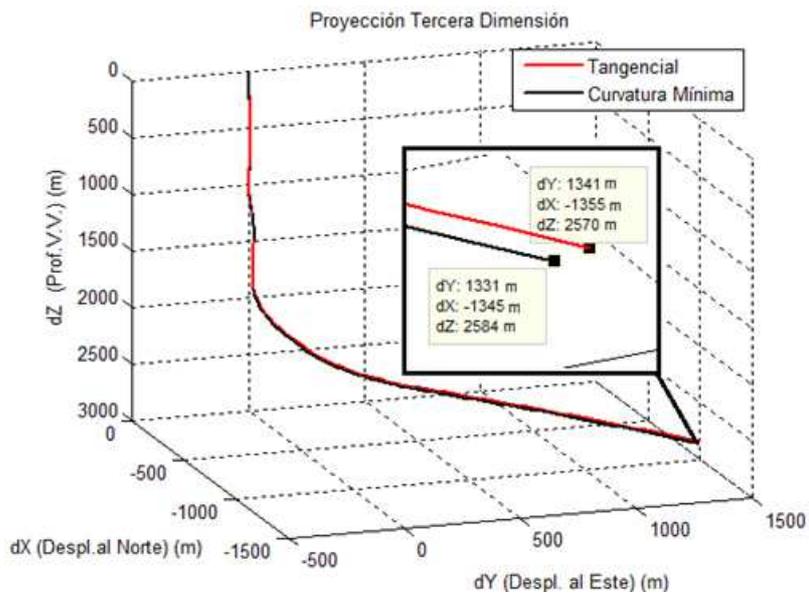


Fig. 30.- Proyección en tercera dimensión métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101.

Tabla 3.- Comparación de métodos para calculo de trayectoria.

Comparación Métodos de Cálculo de Trayectoria		
Desplazamiento Pozo 101	Trayectoria Método Curvatura Mínima	Trayectoria Método Tangencial
Norte dY (m)	-1345	-1355
Este dX (pies)	1331	1341
Profundidad Vertical Verdadera dZ (m)	2584	2570
Horizontal dH (m)	1893	1903

Como se puede observar en la tabla 3, siempre existirá una diferencia entre los resultados obtenidos, por los métodos de cálculo de trayectoria, en cualquiera de sus tres proyecciones: Vertical, Horizontal y Tercera Dimensión, la cual incrementa dependiendo de varios factores entre los que están: el diseño de la trayectoria del pozo, las operaciones de perforación direccional, el tener cambios de severidad de ángulo altos y la forma en que se considere los segmentos de trayectorias entre estaciones de medición.

Esta diferencia adicionada a los errores que se tienen en las medición de los registros direccionales, generan una incertidumbre en la posición real del pozo, la cual será cuantificada y visualizada por el modelo probabilístico de Walstrom.

5.3.- Incertidumbre en trayectorias

En las figuras 31,32 y 33 se pueden observar las elipses y elipsoides generadas alrededor de los métodos de cálculo de trayectoria, como se puede observar las trayectorias generadas por los métodos de cálculo quedan dentro de las elipses o elipsoide, lo cual indica que el modelo de incertidumbre utilizado, funciona bastante bien al cuantificar los errores generados por los métodos sin importar con que forma consideren la trayectoria del pozo.

Se realizará una cuantificación de la incertidumbre generada en el pozo 101.

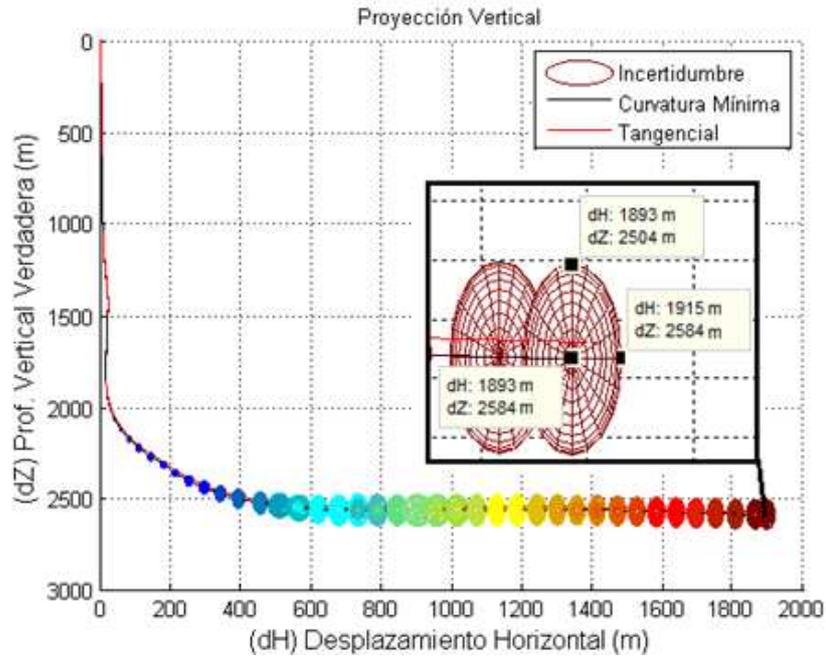


Fig. 31.- Incertidumbre en trayectorias, métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101 proyección vertical.

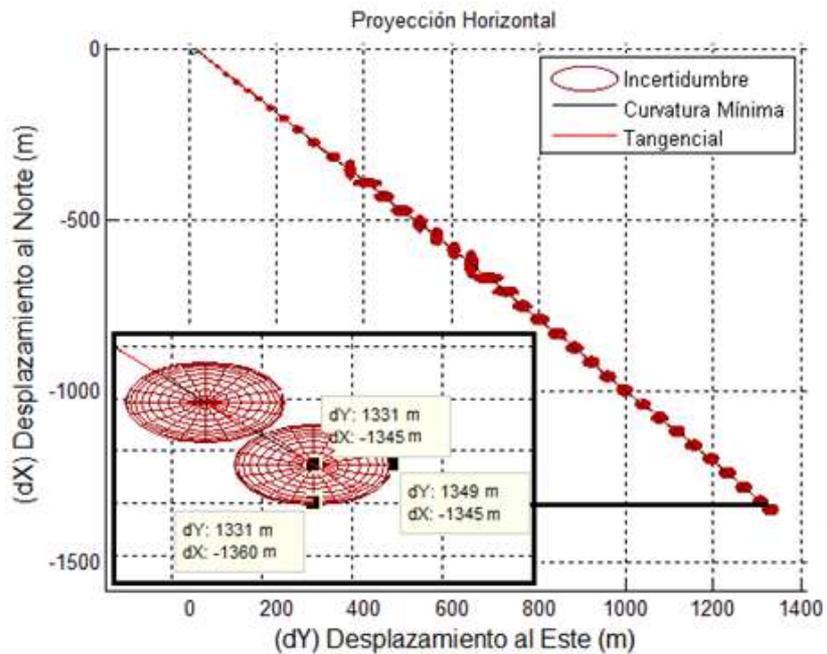


Fig. 32.- Incertidumbre en trayectorias, métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101 proyección horizontal.

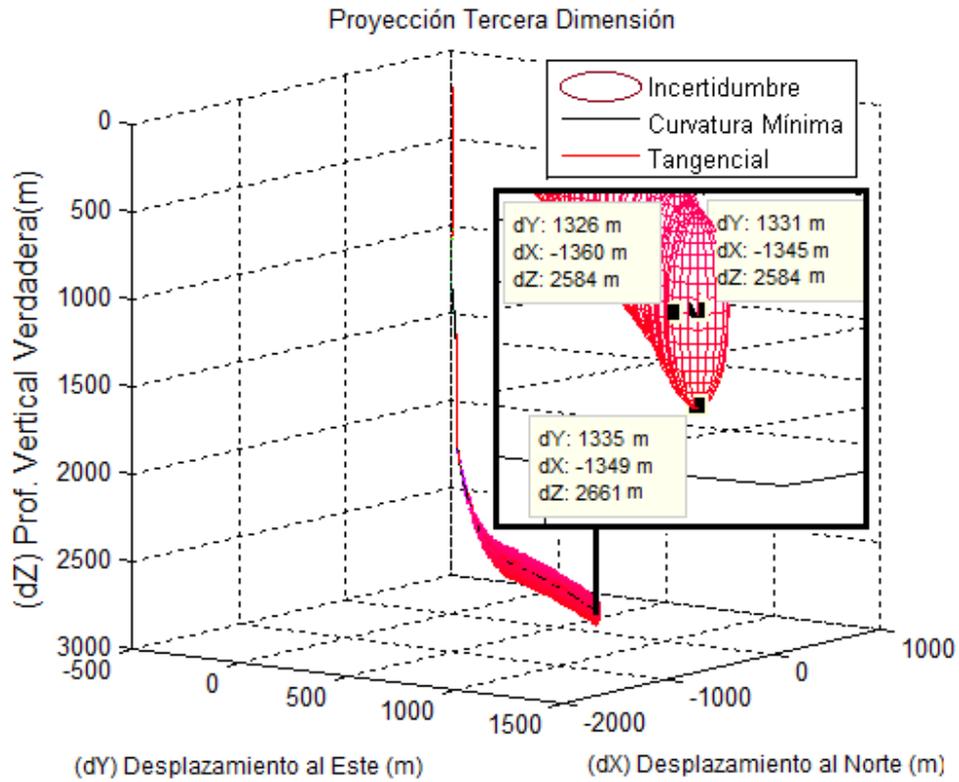


Fig. 33.- Incertidumbre en trayectorias, métodos curvatura mínima y tangencial pozo 101 proyección en tercera dimensión.

Tabla 4.- Comparación de trayectorias y ejes de la elipse de Incertidumbre.

Comparación de Trayectorias y Ejes de la Elipse de Incertidumbre			
Desplazamiento Pozo 101	Trayectoria Método Curvatura Mínima	Trayectoria Método Tangencial	Elipse de Incertidumbre
Norte dY (m)	-1345	-1355	-1360
Este dX (m)	1331	1341	1349
Profundidad Vertical Verdadera dZ (m)	2584	2570	2561
Horizontal dH (m)	1893	1903	1915

En la Tabla 4 se muestra la comparación de los dos métodos de cálculo y los desplazamientos obtenidos de los bordes de la elipse de incertidumbre, sabiendo que los desplazamientos obtenidos por la elipse son positivos y negativos ya que es necesario para poder crearla, un cuatro semi-ejes, dos que son positivos y dos que son negativos, estos ejes son calculados por el modelo probabilístico que se mostro en el capítulo 4.

Es por esto que en este trabajo se propone generación de cuatro trayectorias a partir de estos ejes para cada proyección (vertical y horizontal), las cuales se nombrarán trayectorias positivas y negativas, las cuales comprenderán de: una trayectoria mayor positiva y una mayor negativa, así como una menor positiva y una menor negativa. A continuación se muestra la visualización de estas trayectorias en ambas proyecciones.

5.3.1.- Trayectorias secundarias

En las Fig. 34 y 35 se puede observar los cuatro semi-ejes de la elipse los cuales se encuentran en el borde de las elipses para la proyección vertical.

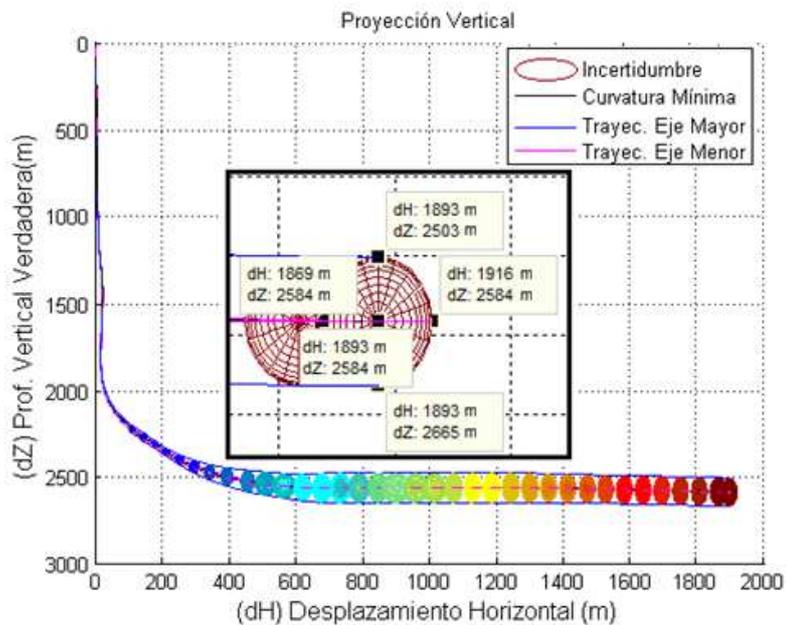


Fig. 34.- Método curvatura mínima, elipse de incertidumbre y trayectorias positivas y negativas pozo 101 proyección vertical.

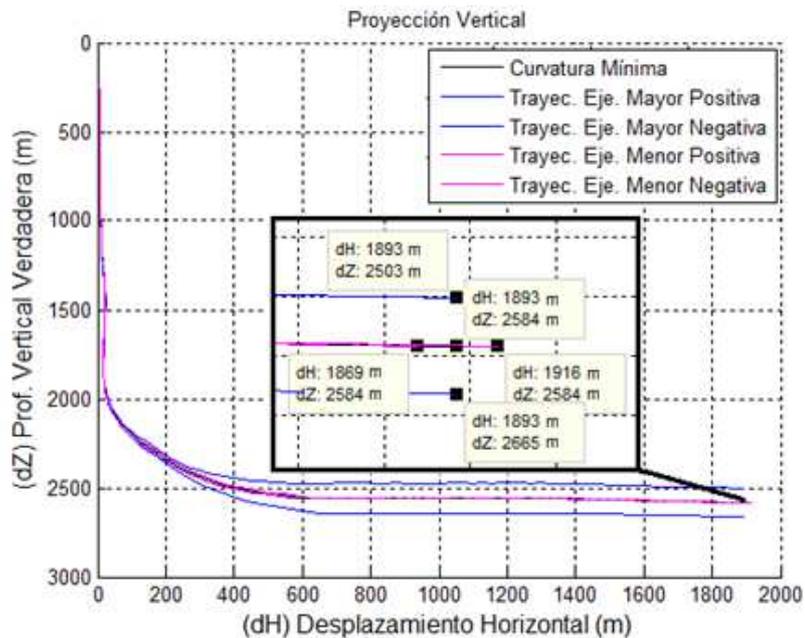


Fig. 35.- Método curvatura mínima y trayectorias secundarias positivas y negativas de incertidumbre pozo 101 proyección vertical.

Tabla 5.- Trayectorias de la elipse de incertidumbre (proyección vertical).

Comparación de Trayectorias				
Desplazamiento Pozo 101	Traectoria Eje Mayor Positivo	Traectoria Eje Mayor Negativo	Traectoria Eje Menor Positivo	Traectoria Eje Menor Negativo
Profundidad Vertical Verdadera dZ (m)	2503	2665	2584	2584
Horizontal dH (m)	1893	1893	1916	1869

En la Tabla 5 se muestran los desplazamientos que tiene cada uno de los cuatro semi-ejes en la proyección vertical, se hace notar que los ejes mayores, solo tiene cambio en la profundidad vertical verdadera y su desplazamiento horizontal se mantiene constante, mientras que en los ejes menores ocurre lo contrario solo tienen cambio en el desplazamiento horizontal y su profundidad vertical verdadera permanece constante.

En las Fig. 36 y 37 se puede observar los cuatro semi-ejes de la elipse los cuales se encuentran en el borde de las elipses para la proyección horizontal.

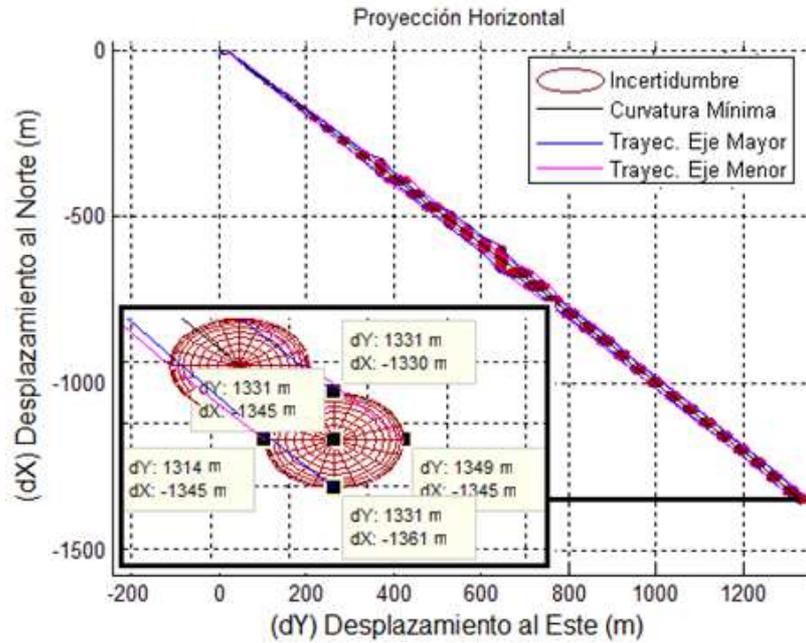


Fig. 36.- Método curvatura mínima, elipse de incertidumbre y trayectorias secundarias positivas y negativas pozo 101 proyección horizontal.

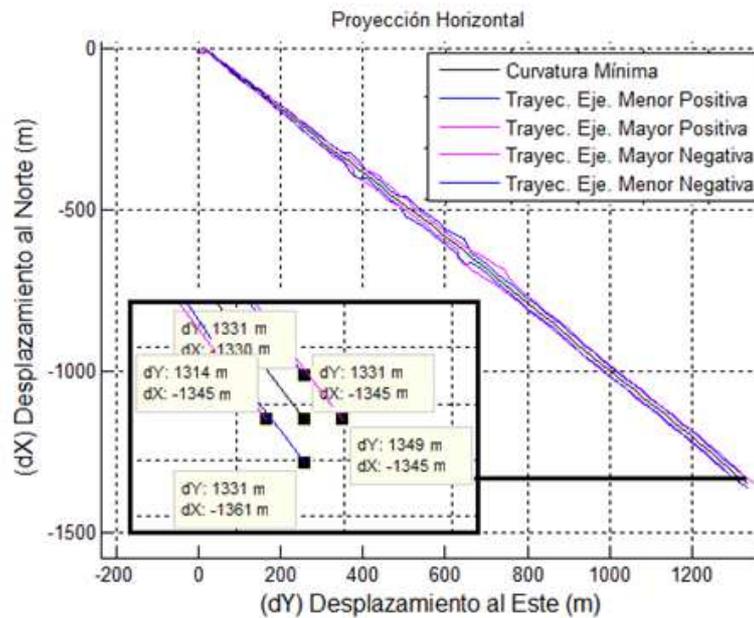


Fig. 37.- Método curvatura mínima y trayectorias secundarias positivas y negativas pozo 101 proyección horizontal.

Tabla 6.- Trayectorias de la elipse de incertidumbre (proyección horizontal).

Comparación de Trayectorias				
Desplazamiento Pozo 101	Trayectoria Eje Mayor Positivo	Trayectoria Eje Mayor Negativo	Trayectoria Eje Menor Positivo	Trayectoria Eje Menor Negativo
Norte dY (m)	1314	1349	1331	1331
Este dX (pies)	-1345	-1345	1361	1330

En la Tabla 6 se muestra los desplazamientos que tienen cada uno de los cuatro semi-ejes en la proyección horizontal, como se muestra el eje mayor de la elipse, solo muestra cambio en el desplazamiento al norte, mientras que el eje menor solo muestra cambio al este. Esto se debe a que la elipse de incertidumbre queda perpendicular a la trayectoria.

A partir de estas cuatro trayectorias generadas por la elipse, se generarán dos trayectorias, los valores de esta trayectorias son obtenidos sumando la distancia de los cuatro semi-ejes de la elipse, a cada punto calculado por el método de curvatura mínima (trayectoria real).

Para la trayectoria a la que denominaremos secundaria máxima se graficaran los resultados de los ejes positivos de las sumas anteriores (semi-eje mayor y semi-eje menor), y para la trayectoria secundaria mínima se graficaran los resultados de las sumas de los ejes negativos (semi-eje mayor y semi-eje menor), este procedimiento se hará para cada una de las proyecciones (vertical y horizontal).

A continuación se muestran los resultados y las graficas de las trayectorias secundarias máxima y mínima, así como una tabla de comparación en las que se pueden observar los cambios que muestran estas trayectorias generadas en comparación con la trayectoria obtenida por el método de curvatura mínima.

5.4.- Trayectorias real, secundaria máxima y secundaria mínima

En las Fig. 38 y 39 se pueden observar las trayectorias secundarias máxima y mínima, para cada una de las proyección del pozo 101, graficadas junto a la trayectoria del método de curvatura mínima para demostrar la diferencia entre las mismas. Una de las aplicaciones que se proponen para estas trayectorias secundarias obtenidas es la que se presenta a continuación.

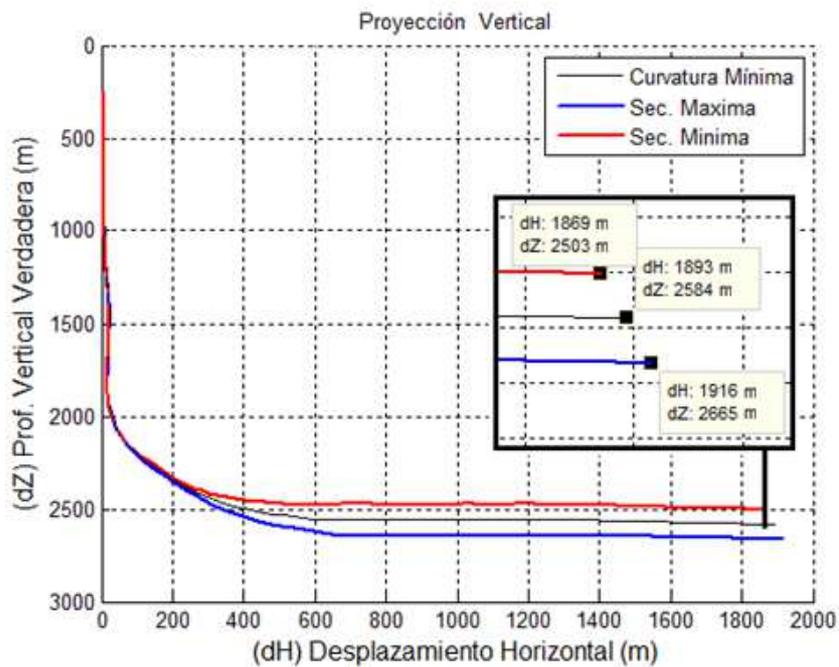


Fig. 38.- Proyección vertical de la trayectorias, curvatura mínima, secundaria máxima y secundaria mínima para el pozo 101.

Tabla 7.- Trayectoria real y trayectorias secundarias máxima y mínima.

Comparación de Trayectorias (Proyección Vertical)			
Desplazamiento Pozo 101	Trayectoria Método Curvatura Mínima (Real)	Trayectoria Sec. Máxima	Trayectoria Sec. Mínima
Profundidad Vertical Verdadera dZ (m)	2584	2665	2503
Horizontal dH (m)	1893	1916	1869

En la Tabla 7 se muestran las diferencias en desplazamiento entre las tres trayectorias de las Fig. 38, podemos observar que a comparación de la Tabla 5 donde solo cambiaba un valor, en esta tabla para cada una de las trayectorias existen un cambio tanto en profundidad vertical verdadera como en desplazamiento horizontal.

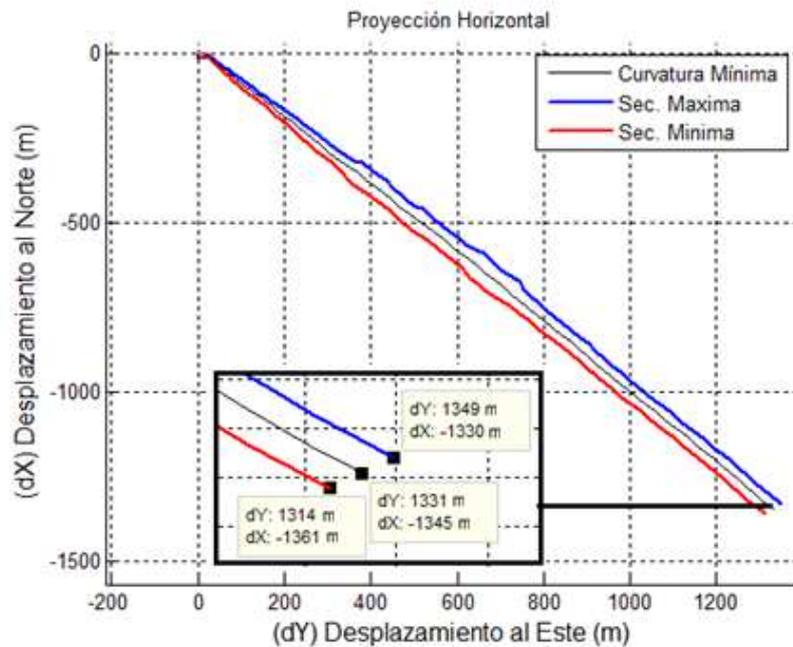


Fig. 39.- Proyección horizontal de las trayectorias, curvatura mínima, secundaria máxima y secundaria mínima pozo 101.

Tabla 8.- Trayectoria real y trayectoria secundarias máxima y mínima.

Comparación de Trayectorias (Proyección Horizontal)			
Desplazamiento Pozo 101	Trayectoria Método Curvatura Mínima (Real)	Trayectoria Sec. Máxima	Trayectoria Sec. Mínima
Norte dY (m)	1331	1349	1314
Este dX (pies)	-1345	-1330	-1361

Como se muestra en la Tabla 8, para cada una de las trayectorias secundarias, existe un cambio tanto en desplazamiento al norte como en desplazamiento al este con respecto de la trayectoria real (método curvatura mínima).

5.5.- Arrastre en trayectoria direccional

En la Fig. 40 se representa la tensión o arrastre generado por la tubería en toda la profundidad del pozo, para los tres estados de la tubería, Descendente, que es cuando la tubería se introduce al pozo este valor es el menor de todo debido a que la fricción actúa en contra del movimiento, (en sentido hacia arriba) por consiguiente va en contra de la magnitud del peso (que siempre va en sentido de la fuerza de gravedad), por consiguiente se tiene una disminución en el peso o tensión de la tubería. Al contrario en el movimiento ascendente o hacia afuera del pozo la fricción vuelve a actuar en contra del movimiento de la tubería pero en el mismo sentido del peso, generando un aumento en el peso o tensión de la misma. El estado Estático al no haber movimiento de la tubería se desprecia la fricción por lo tanto el valor del peso o tensión es el que tiene la tubería el cual no se comporta lineal debido a que en la parte de construcción del pozo se recarga la tubería sobre la parte baja del agujero.

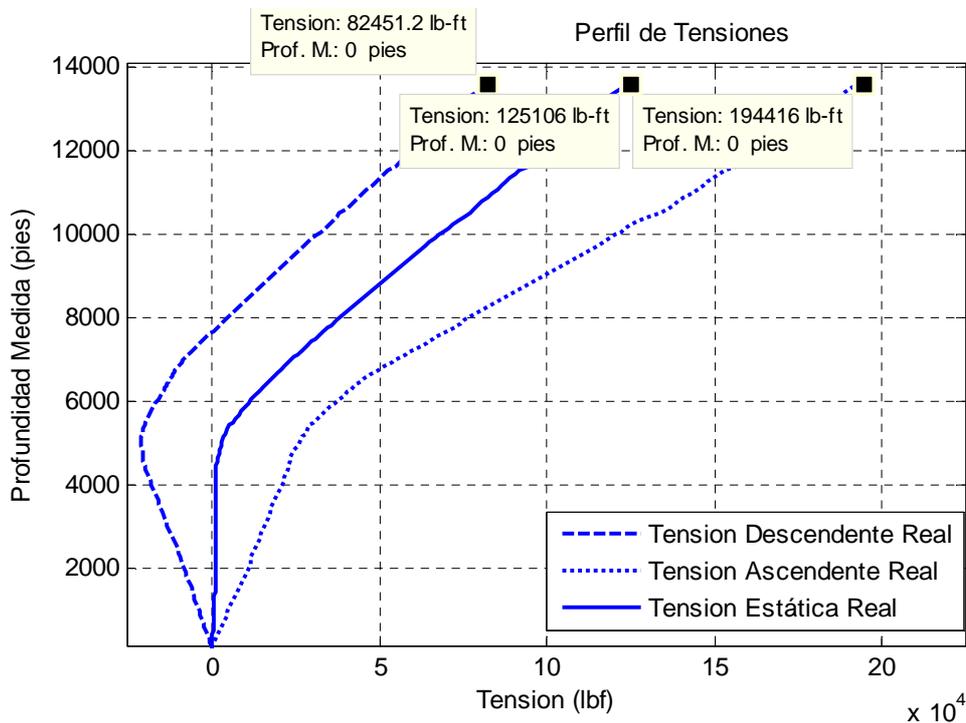


Fig.40.- Perfil de tensiones pozo 101 trayectoria curvatura mínima.

5.5.1.- Arrastre en trayectoria real, secundaria máxima y secundaria mínima.

Es posible obtener el registro direccional de las trayectorias secundarias generadas, es decir los cambios que sufrieron estas, tanto en inclinación como en dirección, el ángulo de inclinación se obtienen a partir de los desplazamiento en la proyección vertical, a los desplazamientos en cada estación de medición generada por la trayectoria secundaria, se le aplicara la función tangente inversa y así se obtiene el ángulo. Para el ángulo de dirección se aplica la misma metodología solo que en la proyección horizontal.

Aplicando el modelo para el cálculo de torque y arrastre a las tres trayectorias obtenidas, se obtiene un margen de seguridad para los valores de este parámetro, con el fin de mejorar las operaciones de terminación de los pozos.

En la Fig. 41 se observa la tensión en el gancho o peso de la tubería para los tres estados de la sarta, en las tres trayectorias obtenidas, trayectoria real (método curvatura mínima), secundaria máxima y secundaria mínima.

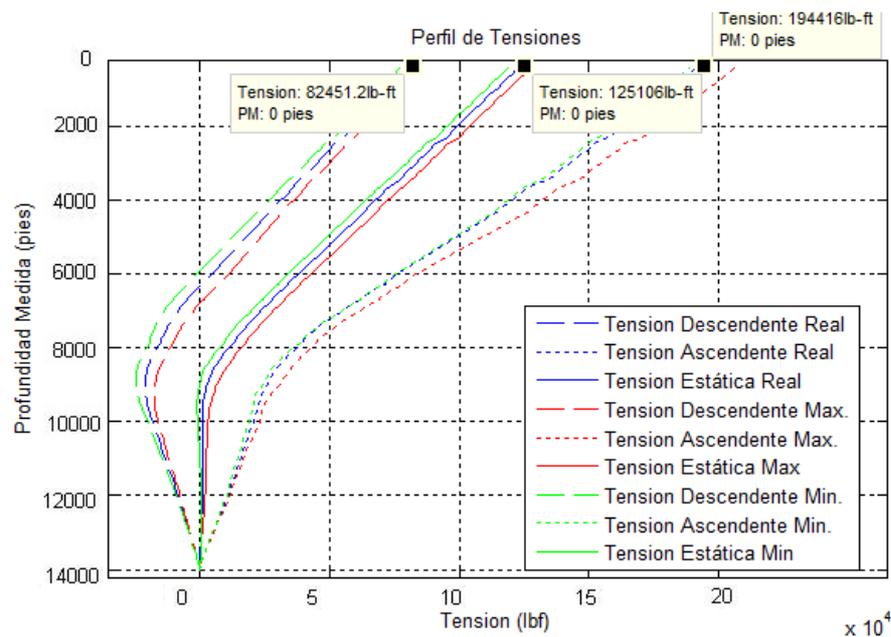


Fig. 41.- Perfil de tensiones pozo 101 trayectorias, curvatura mínima, sec. máxima y sec. mínima pozo 101.

En las Fig. 42, 43 y 44 se puede observa una ampliación de la Fig. 41, para cada uno de los tres estados de la tubería, en las tres trayectorias (real, secundaria máxima y secundaria mínima).

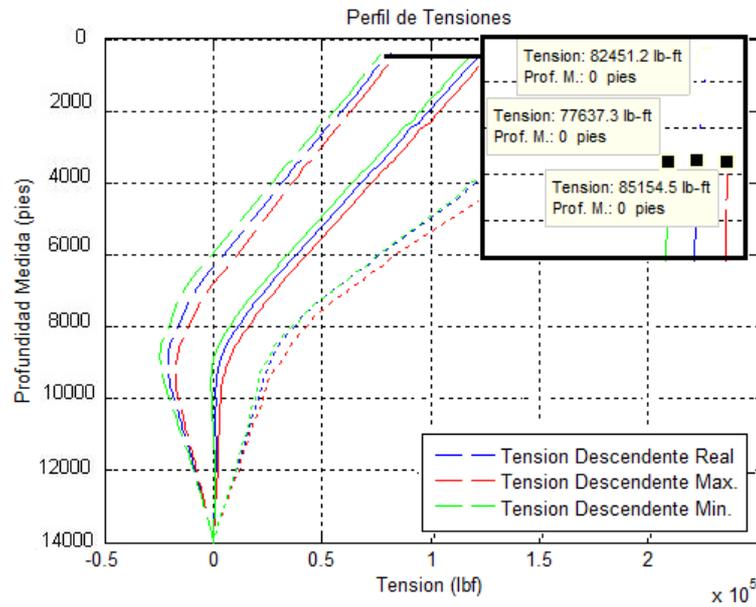


Fig. 42.- Perfil de tensiones descendentes trayectorias real, secundaria máxima y secundaria mínima.

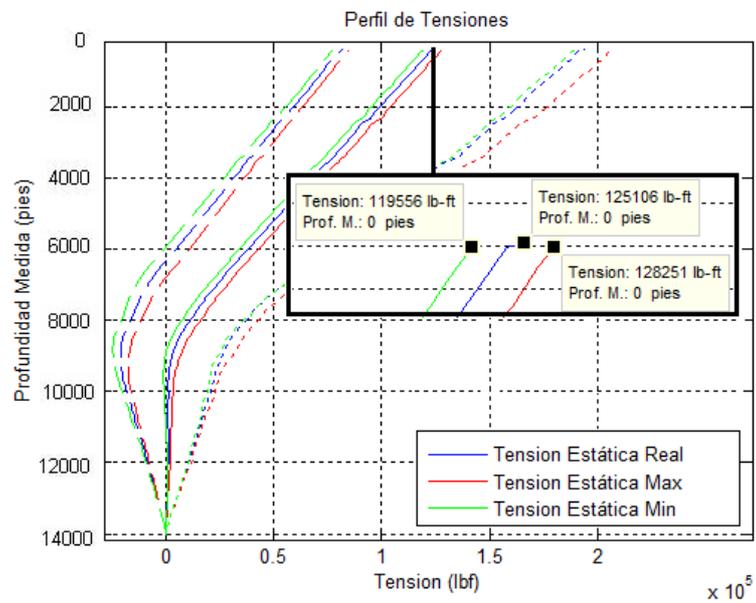


Fig. 43.- Perfiles de tensiones estáticas trayectoria real, secundaria máxima y secundaria mínima.

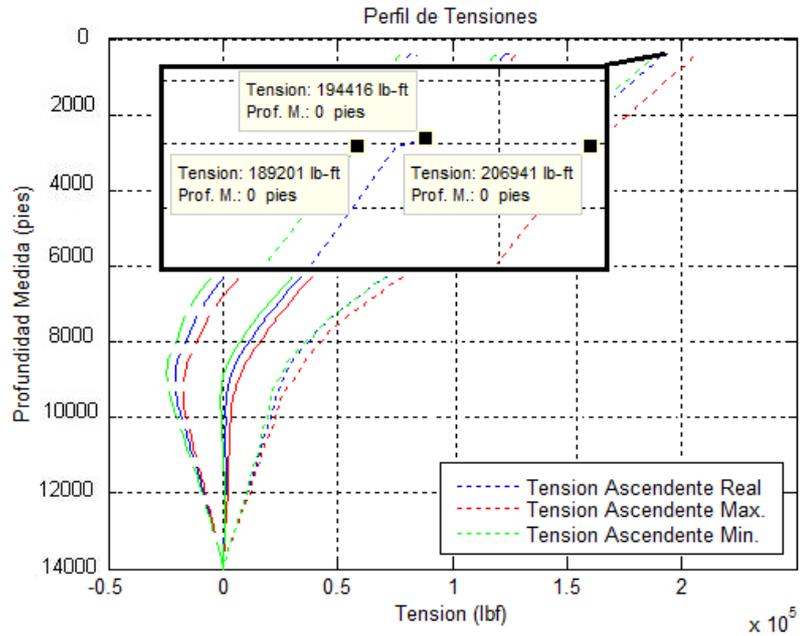


Fig. 44.- Perfil de tensiones ascendentes trayectorias real, secundaria máxima y secundaria mínima.

Tabla 9.- Perfiles de tensión trayectorias real, secundaria máxima y secundaria mínima.

Comparación de Perfiles Tensión pozo 101 (lb-ft)			
Estado de la Tubería	Trayectoria Secundaria Máxima	Trayectoria Real	Trayectoria Secundaria Mínima
Descendiendo (Metiendo tubería)	85154.5	82451.2	77837.3
Tubería Estática	128251	125106	119556
Ascendiendo (Sacando Tubería)	206941	194416	189201

La Tabla 9 es el resultado de las Fig. 42, 43 y 44, en esta se ejemplifica la comparación de la tres trayectorias en los tres estados de la sarta, y se entiende para el estado en el que está descendiendo la tubería se tiene un margen de 73172 lb-ft, para la sarta estática uno de 8695 lb-ft y para el estado ascendiendo uno de 17740 lb-ft.

5.6.- Torque en trayectoria real.

En la Fig. 45 se representan los valores de torque obtenidos por el modelo de Johansick para el estado neutral de la sarta de perforación. se puede observar cómo el valor se va incrementado desde el punto más profundo del pozo en la sección horizontal en la cual tiene un comportamiento lineal, en la sección de construcción debido a los cambios de ángulo se observa un comportamiento no lineal, en la parte vertical ya que se infiere que la tubería tiene poco o nulo contacto con la pared del pozo es por esto que este valor se mantiene estático en esta zona del pozo y no cambia hasta la superficie de 9042 lb-ft de torque.

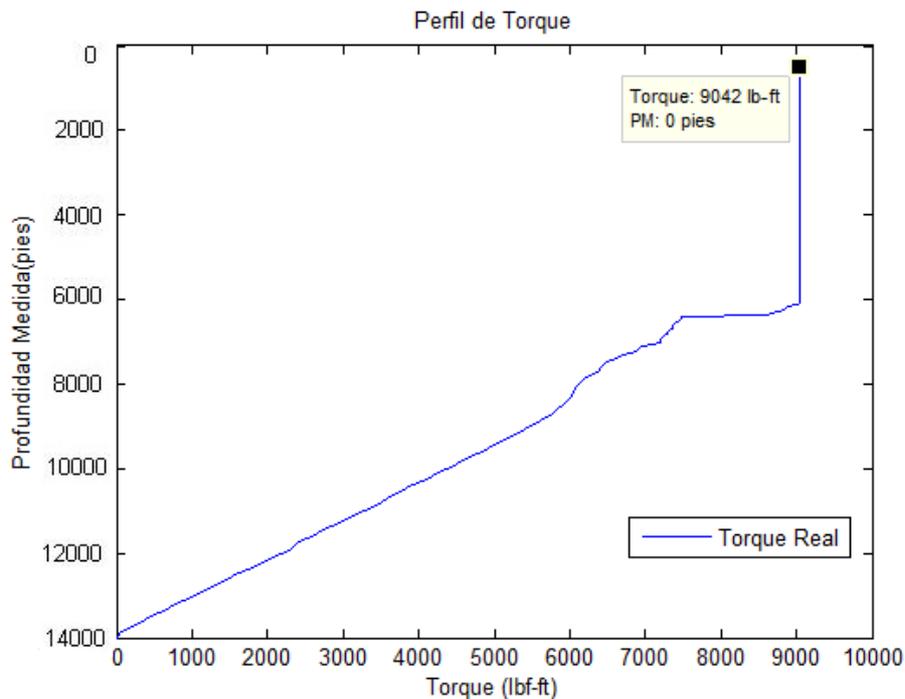


Fig. 45.- Perfil de torque pozo 101 trayectoria curvatura mínima

Aunque es posible hacer el estudio del torque para los tres estados de la sarta de perforación (ascendiendo, descendiendo y estático), este estudio se delimita al estado estático debido a su precisión, ya que en los otros dos es muy difícil conseguir datos confiables por la naturaleza de los mismos.

5.6.1.- Torque en trayectorias

En la Fig. 46 se observa la comparación de valores entre las tres trayectorias, obteniéndose un comportamiento similar entre éstas, como se vio en la tensión o peso de la tubería haciendo posible al igual que para la tensión mejorar los diseños de los pozos y las operaciones de perforación y asentamiento de tuberías de revestimiento.

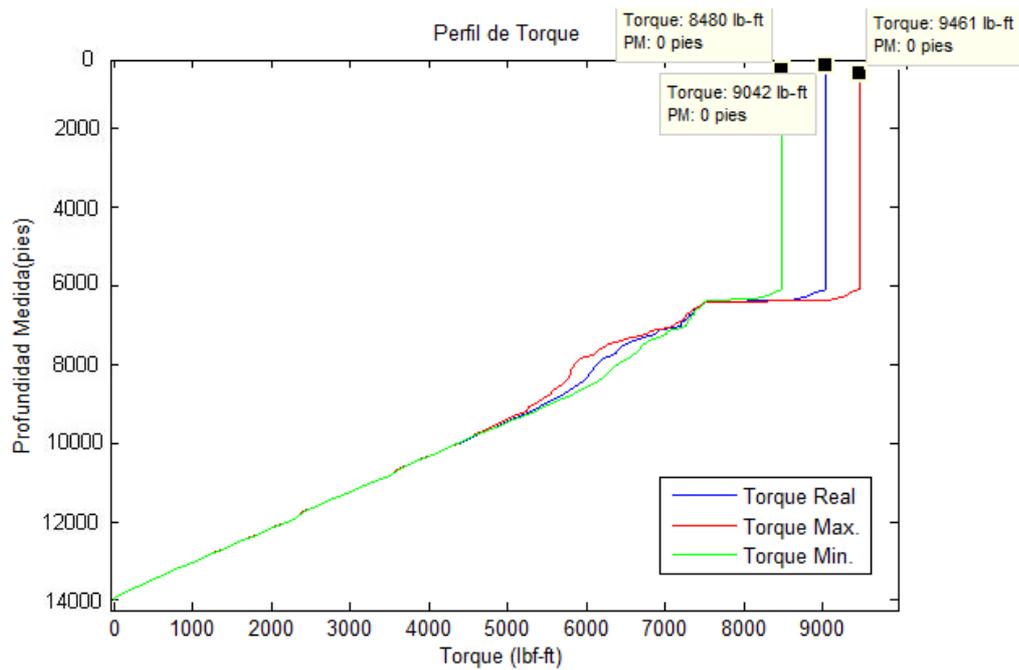


Fig. 46.- Perfil de torque pozo 101 trayectorias, curvatura mínima, sec. máxima y sec. mínima pozo 101.

Tabla 10.- Perfil de torque en las trayectorias real, secundaria máxima y secundaria mínima.

Comparación de Perfiles Torque pozo 101 (lb-ft)			
Estado de la Tubería	Trayectoria Secundaria Máxima	Trayectoria Real	Trayectoria Secundaria Mínima
Estado Estático	9461	9042	8480

Se puede observar un margen de seguridad para el torque en el estado estático, de 981 lb-ft entre la trayectoria secundaria máxima y la trayectoria secundaria mínima para el pozo 101.

CONCLUSIONES

Se revisaron los fundamentos analíticos de la perforación direccional de pozos petroleros. Esto incluyó el análisis numérico de las aplicaciones, métodos de cálculo de trayectorias y los errores asociados con cada método. Sobre todo, se realizó la cuantificación de estos errores aplicando el modelo probabilístico descrito por Walstrom 1969. A partir de esta cuantificación, además de la trayectoria real, se obtuvieron dos trayectorias adicionales probables. Adicionalmente, se implementó el modelo matemático de Johansick 1984 para el cálculo de torque y arrastre en la trayectoria real y en las dos secundarias. Con base en esto, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Se evaluaron los métodos Tangencial, Tangencial Balanceado, Angulo Promedio, Radio de Curvatura y Curvatura mínima para el cálculo de la trayectoria a partir de un registro real de mediciones direccionales. Se observó que las diferencias más significativas entre estos, es causado porque algunos métodos de cálculo toma la forma de la trayectoria como línea recta, mientras que otros lo hacen como si fuera una línea curva.
- La diferencia numérica entre los métodos depende de la forma que tiene la trayectoria del pozo. Esto es resultado de la manera como se perfora el pozo entre las estaciones de medición, ya sea que se rote o deslice la sarta. Por necesidades de reducir de tiempo de perforación, la trayectoria del pozo es generada mediante la combinación de rotar y deslizar; esto hace imposible determinar con exactitud la forma que tiene la trayectoria entre estaciones de medición.
- La utilización de cualquier método de acuerdo con los puntos anteriores, siempre se tendrá errores en el cálculo de la trayectoria del pozo sin importar el método utilizado y por consiguiente se desconocerá la posición real del pozo.

- Se cuantificaron los errores existentes en las mediciones de registro direccional junto con los errores inherentes a los métodos de cálculo. A partir de estos, se determinó construir una elipse o elipsoide de incertidumbre con el modelo de Walstrom, alrededor de la trayectoria calculada o medida. El resultado fue el área o margen seguridad donde se podría encontrar la trayectoria real del pozo.
- Se observó que el área generada alrededor de la trayectoria es veraz, debido a que los resultados obtenidos por el método Tangencial (considerado el más inexacto) están incluidos dentro de esta elipse y por consiguiente engloba a los demás métodos de cálculo.
- Las fronteras de la elipse corresponden a los puntos de máximo error. Por lo tanto, a partir de los ejes mayor y menor de la elipse de incertidumbre, se generaron dos trayectorias secundarias máximas, una basada en los dos semi-ejes positivos y la otra considerando los dos semi-ejes negativos (semi-eje mayor y semi-eje menor respectivamente).
- Se utilizó un modelo matemático para calcular el torque y arrastre en la trayectoria medida y las dos secundarias máximas generadas. Se observó diferencias entre los resultados obtenidos entre trayectorias, a partir de esta diferencia, se obtuvo un margen de seguridad para los parámetros de torque y arrastre. Esto ayudará a mejorar las operaciones de perforación y asentamiento de tuberías de revestimiento.

RECOMENDACIONES

Como resultado de la presente investigación y con el fin de iniciar líneas de investigación en trabajos posteriores. Se proponen las siguientes recomendaciones.

- Utilizar reportes de registros direccionales, donde sea especificado cuantos metros fueron perforados y cuantos metros deslizados entre cada estación de medición. En caso de no haberlos solicitar a la compañía de direccional el reporte de estos.
- Combinar los métodos de cálculo de trayectoria con la finalidad de generar un método múltiple, el cual responda a la manera en que se perforo el intervalo entre estaciones de medición, sin importar si se intercalaron las operaciones de perforación (rotar y deslizar la sarta).
- Se puede extender el estudio realizado en este trabajo, haciendo una regresión del mismo y determinar la posibilidad de utilizarlo en la geo-navegación de estratos de espesor delgado. A partir del cálculo de torque y arrastre estimar los cambios del mismo en trayectorias en tercera dimensión, haciendo referencia que si los valores de torque o arrastre se incrementan o disminuyen, el pozo podría estar cambiando su trayectoria en un sentido o dirección diferente a la programada.
- Realizar una investigación similar a esta, tomando en cuenta otros parámetros que dependan de la posición del pozo como: la presión fondo, el drene del yacimiento y observar si estos tienen cambios en la trayectoria real y en las secundarias obtenidas.

REFERENCIAS

1. Ajetunmobi, M.O. 2012. Depth Issues in the Oil Patch: A Study of Wellbore Position Uncertainty in the Ekofisk Field. MS thesis, University of Stavanger, Faculty of Science and Technology, Stavanger, Norway. <http://hdl.handle.net/11250/183473> (acceso 14 de noviembre de 2014).
2. Amorin R., Broni-Bediako R., 2010 Application of Minimum Curvature Method to Wellpath Calculations *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology* 2 (7): 679-686 ISSN: 2040-7467 <http://maxwellsci.com/print/rjaset/v2-679-686.pdf>
3. Arrestad T.V., 1994 Torque and Drag- Two Factors in Extended-Reach Drilling *J Pet Tech* 46(9): 800-803_SPE-27491-PA <http://dx.doi.org/10.2118/27491-PA>.
4. Baldor, J.A. 2005. *Geometría Plana y del Espacio: Con Una Introducción a la Trigonometría*. México: Grupo Patria Cultural.
5. Bourgoyne, A.T. Jr., Millheim, K.K., Chenevert, M.E. et al. 1986. *Applied Drilling Engineering*. Richardson, Texas: SPE.
6. Holmes, A. 1987. A Method to Analyze Directional Surveying. Presentado en SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, septiembre 27-30. SPE-16680-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/16680-MS>.
7. Inglis, T.A. 1987. *Directional Drilling*. London: Graham & Trotman.

8. Jiménez Gómez, S. 2005. Análisis del Efecto del Ángulo de Desviación Sobre el Torque y Arrastre en la Tubería de Perforación. Tesis de licenciatura, UNAM, Facultad de Ingeniería, México, D.F.
9. Johancsik, C.A., Friesen, D.B. y Dawson, R. 1984. Torque and Drag in Directional Wells-Prediction and Measurement. *J Pet Tech* **36** (6): 987-992. SPE-11380-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/11380-PA>.
10. Méndez Gerónimo, J. 2004. Optimización de Trayectorias de Perforación en Pozos Altamente Desviados a Partir de Requerimientos de Torque y Arrastre. Tesis de maestría, UNAM, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, México, D.F.
11. Okechukwu R.J. 2013 Monte Carlo Simulation of Bottomhole Coordinates in Directional Drilling, Nsukka, Nigeria, ISSN 2249-0582. http://rrpjournals.org/-wjepas/en/wjepas_vol_3_iss_1_pg_21_25.pdf
12. Oren, K.C. 2014 Understanding the trade-offs in drilling the perfect Horizontal Well. Presentado en Unconventional Resources Technology Conference, Denver, Colorado, Agosto 25-27 SPE-1894404-MS <http://dx.doi.org/10.15530/urtec-2014-1894404>
13. Pemex Perforación y Mantenimiento de Pozos. 2000. *Un Siglo de Perforación en México*. México: Pemex.
14. Stockhausen, E.J. y Lesso, W.G. Jr. 2003. Continuous Direction and Inclination Measurements Lead to an Improvement in Wellbore Positioning. Presentado en SPE/IADC Drilling Conference, Ámsterdam, Holanda, febrero 19-21. SPE-79917-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/79917-MS>.
15. Torgeir T., Håvardstein S.T., Weston J., Ekseth R., 2008 Prediction of Wellbore Position Accuracy When Surveyed With Gyroscopic Tools *SPE*

Drilling & Completion 23 (1): 5-12 SPE-90408-PA <http://dx.doi.org/10.2118/90408-PA>.

16. Walpole, R.E. y Myers, R.H. 1994. *Probabilidad y Estadística*. Naucalpan de Juárez, Edo. de México: McGraw-Hill/Interamericana de México.

17. Walstrom, J.E., Brown, A.A. y Harvey, R.P. 1969. An Analysis of Uncertainty in Directional Surveying. *J Pet Tech* 21 (4): 515-522. SPE-2181-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/2181-PA>.

18. Williamson, H.S. 1999. Accuracy Prediction for Directional MWD. Presentado en SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas, octubre 3-6. SPE-56702-MS. <http://dx.doi.org/10.2118/56702-MS>.

19. Wolff C.J.M., Wardt, J.P. 1981 Borehole Position Uncertainty-Analysis of Measuring Methods and Derivation of Systematic Error Model. *J Pet Tech* 33 (12): 2339 - 2350. SPE-9223-PA <http://dx.doi.org/10.2118/9223-PA>

NOMENCLATURA

Variables

β	Azimut, °
α	Angulo de pata de perro
X	Coordenada Norte de la trayectoria
Y	Coordenada Este de la trayectoria
Z	Coordenada Vertical de la trayectoria
σ_{XY}	Covarianza entre X y Y, pies o metros
σ_{XZ}	Covarianza entre X y Z, pies o metros
σ_{YZ}	Covarianza entre Y y Z, pies o metros
$\rho(X,Y)$	Coeficiente de correlación entre X y Y
$\rho(X,Z)$	Coeficiente de correlación entre X y Z
$\rho(Y,Z)$	Coeficiente de correlación entre Y y Z
ϕ	Coeficiente de fricción
ω	Distribución normal bivariada
ΔH	Desplazamiento del pozo a lo largo del eje Horizontal, Pies O metros
N	Fuerza Normal
θ	Inclinación
ΔX	Incremento de distancia entre estaciones a lo largo del eje Norte, pies ó metros
ΔY	Incremento de distancia entre estaciones a lo largo del eje Este, pies ó metros
ΔZ	Incremento de distancia entre estaciones a lo largo del eje Vertical, pies ó metros
A	Límite inferior de la variable aleatoria θ'
B	Límite superior de la variable aleatoria θ'
C	Límite inferior de la variable aleatoria β'
D	Límite inferior de la variable aleatoria β'
L	Longitud del tramo perforado
μ	Media o Esperanza de una variable
μ_X	Media o valor esperado de X , pies o metros
μ_Y	Media o valor esperado de Y, pies o metros
μ_Z	Media o valor esperado de Z, pies o metros
M	Segmento lineal del pozo
σ_X	Varianza del X, pies o metros
σ_Y	Varianza del Y, pies o metros
σ_Z	Varianza del Z, pies o metros
λ	(Landa) Genera familias de elipses
χ	Distribución de probabilidad conjunta

APÉNDICE A

DESARROLLO Y EXTENSIÓN A TRES DIMENSIONES DE LAS ECUACIONES PARA EL CÁLCULO DE LA MEDIA, VARIANZA Y COVARIANZA

A partir de las ecuaciones 3.1, 3.2 y 3.3 para el cálculo de ΔX , ΔY y ΔZ . Al aplicar una función densidad de probabilidad, se obtienen las siguientes expresiones para el cálculo de la media o tendencia central de cada una de las posiciones del pozo.

Al integrar y evaluar la fórmula 3.24 del capítulo tres, se obtiene la media aritmética de ΔX ,

$$E(X_i) = L_i \int_c^d \int_a^b \text{sen}(u) \cos(v) f_i(u) g_i(v) du dv, \quad (3.24)$$

Siendo:

$$\text{Funciones de distribución Normal.} \quad \begin{cases} f_i(u) = \frac{1}{b-a} \\ g_i(v) = \frac{1}{d-c} \end{cases} \quad \begin{matrix} (A.2) \\ (A.3) \end{matrix}$$

Sustituyendo las funciones de distribución normal.

$$E(X_i) = L_i \int_c^d \int_a^b \text{sen}(u) \cos(v) \left(\frac{1}{b-a}\right) \left(\frac{1}{d-c}\right) du dv. \quad (A.4)$$

Resolviendo la integral,

$$E(X_i) = L_i \left[\left(\frac{-\cos(u)}{b-a} \right) \left(\frac{\text{sen}(v)}{d-c} \right) \right]_{a,d}^{b,c} \quad (A.5)$$

Al evaluar se obtiene la ecuación 3.42 , con la que se calcula la media de ΔX la cual es la fórmula del capítulo tres antes mencionada.

$$E(X_i) = \frac{L_i[\cos(a_i) - \cos(b_i)][\cos(c_i) - \cos(d_i)]}{(b_i - a_i)(d_i - c_i)}, \quad (3.42)$$

Para obtener la esperanza o media aritmética en el ΔY se integra y se evalúa la ecuación 3.25 del capítulo tres.

$$E(Y_i) = \int_c^d \int_a^b \text{sen}(u) \text{sen}(v) f_i(u) g_i(v) du dv. \quad (3.25)$$

Sustituyendo las funciones de distribución Normal

$$E(Y_i) = \int_c^d \int_a^b \text{sen}(u) \text{sen}(v) \left(\frac{1}{b-a}\right) \left(\frac{1}{d-c}\right) du dv, \quad (A.6)$$

Resolviendo la integral,

$$E(Y_i) = L_i \left[\left(\frac{-\cos(u)}{b-a}\right) \left(\frac{-\cos(v)}{d-c}\right) \right]_{a d}^{b c} \quad (A.7)$$

Al evaluar se obtiene la ecuación (3.43), con la que se calcula la media de la ΔY la cual es, la formula antes mencionada en el capítulo tres.

$$E(Y_i) = \frac{L_i[\cos(a_i) - \cos(b_i)][\text{sen}(d_i) - \text{sen}(c_i)]}{(b_i - a_i)(d_i - c_i)}, \quad (3.43)$$

Para obtener la esperanza o media aritmética en el ΔZ se integra y se evalúa la ecuación 3.26.

$$E(Z_i) = L_i \int_a^b \cos(u) f_i(u) du. \quad (3.26)$$

Sustituyendo las funciones de distribución Normal,

$$E(Z_i) = L_i \int_a^b \cos(u) \left(\frac{1}{b-a}\right) du, \quad (A.8)$$

Resolviendo la integral,

$$E(Z_i) = L_i \left[\left(\frac{\sin(u)}{b-a}\right) \right]_a^b \quad (A.9)$$

Al evaluar se obtiene la ecuación 3.44 con la se calcula la media de ΔZ , ésta es la misma ecuación antes mencionada en el capítulo tres:

$$E(Z_i) = \frac{L_i[\sin(b_i) - \sin(a_i)]}{(b_i - a_i)}. \quad (3.44)$$

Ecuaciones para cálculo de la varianza de ΔX , ΔY y ΔZ

Elevando al cuadrado las ecuaciones 3.24, 3.25 y 3.25(capitulo tres) y restándoles la media o esperanza elevada al cuadrado. se obtiene la varianza para cada diferencial de la posición de la posición (ΔX , ΔY y ΔZ).

Para obtener la varianza de ΔX se integra y se evalúa la ecuación 3.27, vista anteriormente en el capítulo tres:

$$\text{var}(X_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \text{sen}^2(u) \cos^2(v) f_i(u) g_i(v) du dv - E(X_i)^2, \quad (3.27)$$

Se sustituye la identidad trigonométrica:

$$\text{sen}^2(u) = \frac{1 - \cos 2u}{2}, \quad (A.10)$$

$$\text{var}(X_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \left[\frac{1 - \cos 2u}{2} \right] du * \cos^2(v) f_i(u) g_i(v) dv - E(X_i)^2, \quad (A.11)$$

Separando términos,

$$\text{var}(X_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \left[du - \left(\frac{\cos 2u}{2} \right) du \right] f_i(u) * \cos^2(v) g_i(v) dv - E(X_i)^2, \quad (A.12)$$

Realizando cambio de variable

$$g = 2u$$

$$\frac{dg}{du} = 2$$

$$du = \frac{dg}{2}$$

Sustituyendo:

$$\text{var}(X_i) = L_i^2 \int_c^d \frac{1}{2} \int_a^b \left[du - (\cos g) \frac{dg}{2} \right] f_i(u) * \cos^2(v) g_i(v) dv - E(X_i)^2, \quad (A.13)$$

Integrando,

$$\text{var}(X_i) = L_i^2 \left[\frac{u}{2} - \frac{\text{sen } g}{4} \right] f_i(u) \int_c^d \cos^2(v) g_i(v) dv - E(X_i)^2. \quad (\text{A.14})$$

Sustituyendo la identidad trigonométrica.

$$\cos^2(v) = \frac{\cos 2v + 1}{2}, \quad (\text{A.15})$$

$$\text{var}(X_i) = L_i^2 \left[\frac{2u - \text{sen } 2u}{4} \right]_a^b f_i(u) * \frac{1}{2} \int_c^d [\cos 2v dv + dv] * g_i(v) - E(X_i)^2. \quad (\text{A.16})$$

Realizando Cambio de variable

$$f = 2v$$

$$\frac{df}{dv} = 2$$

$$dv = \frac{df}{2}$$

Sustituyendo,

$$\text{var}(X_i) = L_i^2 \left[\frac{2u - \text{sen } 2u}{4} \right]_a^b f_i(u) * \left[\frac{1}{2} \int_c^d \left[\cos f \frac{df}{2} \right] + \int_c^d dv \right] * g_i(v) - E(X_i)^2, \quad (\text{A.17})$$

Integrando,

$$\text{var}(X_i) = L_i^2 \left[\frac{2u - \text{sen } 2u}{4} \right]_a^b f_i(u) * \left[\frac{\text{sen } v}{4} + \frac{v}{2} \right]_c^d * g_i(v) - E(X_i)^2, \quad (\text{A.18})$$

$$\text{var}(X_i) = L_i^2 \left[\frac{2u - \text{sen } 2u}{4} \right]_a^b f_i(u) * \left[\frac{\text{sen } 2v + 2v}{4} \right]_c^d * g_i(v) - E(X_i)^2, \quad (\text{A.19})$$

Sustituyendo funciones de distribución normal,

$$\text{var}(X_i) = L_i^2 \left[\frac{2u - \text{sen } 2u}{4} \right]_a^b * \left(\frac{1}{b-a} \right) * \left[\frac{\text{sen } 2v + 2v}{4} \right]_c^d * \left(\frac{1}{d-c} \right) - E(X_i)^2, \quad (\text{A.20})$$

Al evaluar se obtiene la ecuación 3.45, con la cual se calcula la varianza de X, esta es la misma ecuación antes mencionada en el capítulo tres

$$\text{Var}(X_i) = L_i^2 \left[\frac{2(b_i - a_i) + [\text{Sen}(2a_i) - \text{Sen}(2b_i)]}{4(b_i - a_i)} \right] \left[\frac{2(d_i - c_i) + \text{sen}(2c_i) - \text{sen}(2d_i)}{4(d_i - c_i)} \right] - [E(X_i)]^2, \quad (3.45)$$

Para obtener la varianza de ΔY se integra y se evalúa la ecuación 3.28, vista anteriormente en el capítulo tres.

$$\text{var}(Y_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \text{sen}^2(u) \text{sen}^2(v) f_i(u) g_i(v) du dv - E(Y_i)^2, \quad (3.28)$$

Se sustituye la identidad trigonométrica usada con anterioridad:

$$\text{sen}^2(u) = \frac{1 - \text{cos } 2u}{2}, \quad (\text{A.10})$$

$$\text{var}(Y_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \left[\frac{1 - \cos 2u}{2} \right] du * f_i(u) \text{sen}^2(v) g_i(v) dv - E(Y_i)^2, \quad (\text{A.21})$$

Separando términos:

$$\text{var}(Y_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \left[du - \left(\frac{\cos 2u}{2} \right) du \right] * f_i(u) \text{sen}^2(v) g_i(v) dv - E(Y_i)^2, \quad (\text{A.22})$$

Realizando cambio de variable

$$g = 2u$$

$$\frac{dg}{du} = 2$$

$$du = \frac{dg}{2}$$

Sustituyendo:

$$\text{var}(Y_i) = L_i^2 \int_c^d \frac{1}{2} \int_a^b \left[dg - (\cos g) \frac{dg}{2} \right] f_i(u) * \text{sen}^2(v) g_i(v) dv - E(X_i)^2, \quad (\text{A.23})$$

Integrando,

$$\text{var}(Y_i) = L_i^2 \left[\frac{u}{2} - \frac{\text{sen } g}{4} \right] f_i(u) \int_c^d \text{sen}^2(v) g_i(v) dv - E(X_i)^2. \quad (\text{A.24})$$

Sustituyendo la identidad trigonométrica.

$$\text{sen}^2(v) = \frac{1 - \cos 2v}{2}, \quad (\text{A.25})$$

$$\text{var}(Y_i) = L_i^2 \left[\frac{2u - \text{sen } 2u}{4} \right] f_i(u) * \frac{1}{2} \int_c^d [dv - (\cos 2v) dv] * g_i(v) - E(X_i)^2. \quad (\text{A.26})$$

Cambiando de variable

$$f = 2v$$

$$\frac{df}{dv} = 2$$

$$dv = \frac{df}{2}$$

$$\text{var}(Y_i) = L_i^2 \left[\frac{2u - \text{sen } 2u}{4} \right]_a^b f_i(u) * \frac{1}{2} \left[\int_c^d dv - \int_c^d \cos f \frac{df}{2} \right] * g_i(v) - E(X_i)^2, \quad (\text{A.27})$$

Integrando,

$$\text{var}(Y_i) = L_i^2 \left[\frac{2u - \text{sen } 2u}{4} \right]_a^b f_i(u) * \left[\frac{v}{2} - \frac{\text{sen } f}{4} \right]_c^d * g_i(v) - E(X_i)^2, \quad (\text{A.28})$$

$$\text{var}(Y_i) = L_i^2 \left[\frac{2u - \text{sen } 2u}{4} \right]_a^b f_i(u) * \left[\frac{v}{2} - \frac{\text{sen } f}{4} \right]_c^d * g_i(v) - E(X_i)^2, \quad (\text{A.29})$$

Sustituyendo funciones de distribución normal,

$$\text{var}(Y_i) = L_i^2 \left[\frac{2u - \text{sen } 2u}{4} \right]_a^b \left(\frac{1}{b-a} \right) * \left[\frac{2v - \text{sen } 2v}{4} \right]_c^d * \left(\frac{1}{d-c} \right) - E(X_i)^2, \quad (\text{A.30})$$

Al evaluar se obtiene la ecuación 3.45, con la cual se calcula la varianza de X, esta es la misma ecuación antes mencionada en el capítulo tres.

$$\text{Var}(Y_i) = L_i^2 \left[\frac{2(b_i - a_i) + [\text{Sen } 2(a_i) - \text{Sen } 2(b_i)]}{4(b_i - a_i)} \right] \left[\frac{2(d_i - c_i) + [\text{Sen } 2(c_i) - \text{Sen } 2(d_i)]}{4(d_i - c_i)} \right] - [E(Y_i)]^2, \quad (\text{3.46})$$

Para obtener la varianza de ΔZ se integra y se evalúa la ecuación 3.28, vista anteriormente en el capítulo tres.

$$\text{var}(Z_i) = L_i^2 \int_a^b \cos^2(u) f_i(u) du - E(Z_i)^2. \quad (3.29)$$

Sustituyendo la identidad trigonométrica utilizada con anterioridad.

$$\cos^2(u) = \frac{\cos 2u + 1}{2}, \quad (A.15)$$

$$\text{var}(Z_i) = L_i^2 \int_a^b \left[\frac{\cos 2u + 1}{2} \right] du f_i(u) - E(Z_i)^2, \quad (A.31)$$

Separando términos,

$$\text{var}(Z_i) = L_i^2 \frac{1}{2} \int_a^b [\cos 2u du + du] f_i(u) - E(Z_i)^2, \quad (A.32)$$

Cambiando de variable,

$$q = 2u$$

$$\frac{dq}{du} = 2$$

$$du = \frac{dq}{2}$$

Sustituyendo,

$$\text{var}(Z_i) = L_i^2 \frac{1}{2} \left[\int_a^b \cos q \frac{dq}{2} + \int_a^b du \right] f_i(u) - E(Z_i)^2 \quad (A.33)$$

Integrando,

$$\text{var}(Z_i) = L_i^2 \frac{1}{2} \int_a^b \left[\frac{1}{2} (\text{sen } \varphi) + u \right] f_i(u) - E(Z_i)^2 \quad (\text{A.34})$$

Sustituyendo funciones de distribución normal,

$$\text{var}(Z_i) = L_i^2 \left[\frac{\text{sen } 2u}{4} + \frac{u}{2} \right]_a^b \left(\frac{1}{b-a} \right) - E(Z_i)^2, \quad (\text{A.35})$$

Al evaluar se obtiene la ecuación 3.47, con la cual se calcula la varianza de Z, esta es la misma ecuación antes mencionada en el capítulo tres.

$$\text{var}(Z_i) = L_i^2 \left[\frac{\text{sen } 2b - \text{sen } 2a + 2(b-a)}{4(b-a)} \right] - E(Z_i)^2. \quad (3.47)$$

Covarianza de (X_i, Y_i) , (X_i, Z_i) y (Y_i, Z_i)

Las ecuaciones de la covarianza (3.39, 3.40 y 3.41) se obtienen, a partir de la combinación de las varianzas y medias de dos variables.

Para la covarianza de (X_i, Y_i) se integra y evalúa la ecuación 3.48 vista con anterioridad en el capítulo tres.

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^2 \int_a^d \int_a^b \text{sen}^2(u) \text{sen}(v) \cos(v) f_i(u) g_i(v) du dv - E(X_i)E(Y_i), \quad (3.39)$$

Se sustituye la identidad trigonométrica usada con anterioridad:

$$\text{sen}^2(u) = \frac{1 - \cos 2u}{2}, \quad (\text{A.10})$$

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^{-2} \int_c^d \int_a^b \left[\frac{1 - \cos 2u}{2} \right] du * f_i(u) * \text{sen}(v) \cos(v) g_i(v) dv - E(X_i)E(Y_i), \quad (\text{A.36})$$

Separando términos,

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^{-2} \int_c^d \frac{1}{2} \left[\int_a^b du - \int_a^b \cos 2u du \right] * f_i(u) * \text{sen}(v) \cos(v) g_i(v) dv - E(X_i)E(Y_i), \quad (\text{A.37})$$

Cambiando de variable

$$g = 2u$$

$$\frac{dg}{du} = 2$$

$$du = \frac{dg}{2}$$

Sustituyendo,

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^{-2} \int_c^d \frac{1}{2} \left[\int_a^b du - \int_a^b \cos g \frac{dg}{2} \right] * f_i(u) * \text{sen}(v) \cos(v) g_i(v) dv - E(X_i)E(Y_i), \quad (\text{A.38})$$

Separando términos:

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^{-2} \int_c^d \frac{1}{2} \left[\int_a^b du - \int_a^b \cos g \frac{dg}{2} \right] * f_i(u) * \text{sen}(v) \cos(v) g_i(v) dv - E(X_i)E(Y_i), \quad (\text{A.38})$$

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^{-2} \int_c^d \frac{1}{2} \left[\int_a^b du - \int_a^b \cos g \frac{dg}{2} \right] * f_i(u) * \text{sen}(v) \cos(v) g_i(v) dv - E(X_i)E(Y_i). \quad (\text{A.39})$$

Realizando la integral,

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^{-2} \int_c^d \left[\frac{u}{2} - \frac{\text{sen} g}{4} \right]_a^b * f_i(u) * \text{sen}(v) \cos(v) g_i(v) dv - E(X_i)E(Y_i), \quad (\text{A.40})$$

Acomodando términos

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^2 \left[\frac{u}{2} - \frac{\text{sen } 2u}{4} \right]_a^b * f_i(u) \int_c^d \text{sen}(v) \cos(v) g_i(v) dv - E(X_i)E(Y_i), \quad (\text{A.41})$$

Realizando cambio de variable

$$w = \text{sen } v$$

$$\frac{dw}{dv} = \cos v$$

$$dv = \frac{dw}{\cos v}$$

Sustituyendo variables.

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^2 \left[\frac{u}{2} - \frac{\text{sen } 2u}{4} \right]_a^b * f_i(u) \int_c^d w * \cos(v) * \frac{dw}{\cos v} * g_i(v) - E(X_i)E(Y_i), \quad (\text{A.42})$$

Eliminando términos,

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^2 \left[\frac{u}{2} - \frac{\text{sen } 2u}{4} \right]_a^b * f_i(u) \int_c^d w dw * g_i(v) - E(X_i)E(Y_i), \quad (\text{A.43})$$

Integrando,

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^2 \left[\frac{u}{2} - \frac{\text{sen } 2u}{4} \right]_a^b * f_i(u) * \left[\frac{w^2}{2} \right]_c^d * g_i(v) - E(X_i)E(Y_i), \quad (\text{A.44})$$

$$\text{covar}(X_i, Y_i) = L_i^2 \left[\frac{u}{2} - \frac{\text{sen } 2u}{4} \right]_a^b * \left(\frac{1}{b-a} \right) * \left[\frac{\text{sen } v^2}{2} \right]_c^d * \left(\frac{1}{d-c} \right) - E(X_i)E(Y_i), \quad (\text{A.45})$$

Al evaluar se obtiene la ecuación 3.48, con la cual se calcula la covarianza de $Covar(X_i, Y_i)$, esta es la misma ecuación antes mencionada en el capítulo tres.

$$covar(X_i, Y_i) = L_i^2 \left[\frac{2(b_i - a_i) + [\text{Sen}(2a_i) - \text{Sen}(2b_i)]}{4(b_i - a_i)} \right] \left[\frac{\text{sen}(d_i)^2 - \text{sen}(c_i)^2}{2(d_i - c_i)} \right] - [E(X_i)][E(Y_i)], \quad (3.48)$$

Para la covarianza de (X_i, Z_i) se integra y evalúa la ecuación 3.40 vista con anterioridad en el capítulo tres.

$$covar(X_i, Z_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \text{sen}(u) \cos(u) \cos(v) f_i(u) g_i(v) du dv - E(X_i)E(Z_i), \quad (3.40)$$

Sustituyendo por cambio de variable:

$$p = \text{sen } u$$

$$\frac{dp}{du} = \cos u$$

$$du = \frac{dp}{\cos u}$$

$$covar(X_i, Z_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b [p \cos(u)] \frac{dp}{\cos u} * f_i(u) * \cos(v) g_i(v) dv - E(X_i)E(Z_i), \quad (A.46)$$

Eliminando términos,

$$covar(X_i, Z_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b p dp * f_i(u) * \cos(v) g_i(v) dv - E(X_i)E(Z_i), \quad (A.47)$$

Realizando Integral,

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = L_i^2 * \left[\frac{E^2}{2} \right]_a^b * f_i(u) * \int_c^d \cos(v) dv * g_i(v) - E(X_i)E(Z_i), \quad (\text{A.48})$$

Sustituyendo funciones de densidad normal

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = L_i^2 * \left[\frac{(\text{sen } u)^2}{2} \right]_a^b \left(\frac{1}{b-a} \right) * \left[\text{sen } v \right]_c^d \left(\frac{1}{d-c} \right) - E(X_i)E(Z_i), \quad (\text{A.49})$$

Al evaluar se obtiene la ecuación 3.49, con la cual se calcula la covarianza de $\text{Covar}(X_i, Y_i)$, esta es la misma ecuación antes mencionada en el capítulo tres.

$$\text{covar}(X_i, Z_i) = L_i^2 * \left[\frac{(\text{sen } b)^2 - (\text{sen } a)^2}{2(b-a)} \right] \left[\frac{\text{sen } d - \text{sen } c}{(d-c)} \right] - E(X_i)E(Z_i) \quad (3.49)$$

Para la covarianza de (Y_i, Z_i) se integra y evalúa la ecuación siguiente:

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b \text{sen}(u) \cos(u) \text{sen}(v) f_i(u) g_i(v) du dv - E(X_i)E(Z_i), \quad (\text{A.50})$$

Sustituyendo por cambio de variable :

$$p = \text{sen } u$$

$$\frac{dp}{du} = \cos u$$

$$du = \frac{dp}{\cos u}$$

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b [p \cos(u)] \frac{dp}{\cos u} * f_i(u) * \text{sen}(v) g_i(v) dv - E(X_i)E(Z_i) \quad (\text{A.51})$$

Eliminando términos

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = L_i^2 \int_c^d \int_a^b p dp * f_i(u) * \text{sen}(v) g_i(v) dv - E(X_i)E(Z_i), \quad (\text{A.52})$$

Realizando la integral,

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = L_i^2 * \left[\frac{p^2}{2} \right]_a^b * f_i(u) * \int_c^d \text{sen}(v) dv * g_i(v) - E(X_i)E(Z_i), \quad (\text{A.53})$$

$$\text{covar}(Y_i, Z_i) = L_i^2 * \left[\frac{(\text{sen } u)^2}{2} \right]_a^b \left(\frac{1}{b-a} \right) * [-\cos v]_c^d \left(\frac{1}{d-c} \right) - E(X_i)E(Z_i), \quad (\text{A.54})$$

Al evaluar se obtiene la ecuación 3.50, con la cual se calcula la covarianza de $\text{Covar}(Y_i, Z_i)$, esta es la misma ecuación antes mencionada en el capítulo tres:

$$\text{Covar}(Y_i, Z_i) = L_i^2 \left[\frac{[\text{Sen}(b_i)^2 - \text{Sen}(a_i)^2]}{2(b_i - a_i)} \right] \left[\frac{\cos(c_i) - \cos(d_i)}{(d_i - c_i)} \right] - [E(Y_i)][E(Z_i)]. \quad (3.50)$$

APÉNDICE B

MODELO DE JOHANSICK PARA EL CÁLCULO DE TORQUE Y ARRASTRE

Si consideramos una longitud muy pequeña del elemento de sarta mostrado en la Fig. 4 entonces el cambio en tensión es despreciable, es decir:

$$F_T + \Delta F_T \equiv T, \quad (\text{B.1})$$

en el punto medio del elemento, tenemos la inclinación y azimut dadas por:

$$\bar{\theta} = \frac{\theta + (\theta + \Delta\theta)}{2} = \theta + \frac{\Delta\theta}{2}, \quad (\text{B.2})$$

$$\bar{\beta} = \frac{\beta + (\beta + \Delta\beta)}{2} = \beta + \frac{\Delta\beta}{2}, \quad (\text{B.3})$$

Los componentes de las fuerzas actuando en a, b en la dirección $\bar{\mathbf{I}}$ están dadas por:

$$F'_a = -F'_b = F_T \cos\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right), \quad (\text{B.4})$$

y las componentes en la dirección normal a $\bar{\mathbf{I}}$ son:

$$F''_a = -F''_b = F_T \operatorname{sen}\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right), \quad (\text{B.5})$$

las componentes del peso del elemento son en la dirección axial y normal respectivamente:

$$F_W' = W \cos \bar{\theta}, \quad (\text{B.6})$$

$$F_W'' = W - \text{sen } \bar{\theta}, \quad (\text{B.7})$$

asumiendo que la fuerza de contacto N_V ocurre en una dirección normal al eje $\bar{\theta}$ (ver la Fig. hacer figura del bloque.) y se opone a las componentes de tensión: entonces la suma de fuerzas actuando sobre el elemento en esta dirección es:

$$\sum F_N = F_a'' + F_b'' + F_W'' - N_V = 0 \quad (\text{B.8})$$

y

$$N_V = F_a'' + F_b'' + F_W'' \quad (\text{B.9})$$

donde N_V es la componente de la fuerza lateral en el plano vertical. Sustituyendo las ecuaciones B.5 y B.6 EN LA ECUACIÓN B.10, obtenemos:

$$N_V = F_T \text{sen} \left(\frac{\Delta \theta}{2} \right) + F_T \text{sen} \left(\frac{\Delta \theta}{2} \right) - W \text{sen} \bar{\theta}, \quad (\text{B.10})$$

$$N_V = 2F_T \text{sen} \left(\frac{\Delta \theta}{2} \right) - W \text{sen} \bar{\theta}. \quad (\text{B.11})$$

asumiendo finalmente que el cambio en ángulo sobre un elemento corto es muy pequeño y, así el seno del ángulo es igual al propio ángulo expresado en radianes,

$$N_V = 2F_T \left(\frac{\Delta\theta}{2} \right) - W \text{sen} \bar{\theta}, \quad (\text{B.12})$$

la primera ecuación de intereses es:

$$N_V = F_T \Delta\theta - W \text{sen} \bar{\theta}, \quad (\text{B.13})$$

la ecuación **13** representa la componente de la fuerza de contacto en el plano vertical, y es equivalente a una expresión (si el peso es despreciado) descrita por Lubinski.

Ahora, debido a que el pozo puede también estar curvado en el plano horizontal, debemos también considerar esta componente de fuerza lateral debida solo a tensión. La componente de tensión actuando en el punto medio del elemento en la dirección horizontal es:

$$F_{TH} = F_T \text{sen} \bar{\theta}, \quad (\text{B.14})$$

entonces en el plano horizontal en los puntos a y b, y tomando en cuenta que el peso no actúa en el plano horizontal, tenemos:

$$F''_{aH} = F''_{bH} = (F_T \text{sen} \bar{\theta}) \text{sen} \left(\frac{\Delta\theta}{2} \right), \quad (\text{B.15})$$

y de la sumatoria de fuerzas en el plano horizontal:

$$N_H = F''_{aH} + F''_{bH}, \quad (\text{B.16})$$

Sustituyendo B.14 en B.15:

$$N_H = 2(F_T \text{sen}\bar{\theta}) \text{sen}\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right), \quad (\text{B.17})$$

considerando nuevamente que el cambio de ángulo es muy pequeño, de tal manera que el seno de este ángulo es igual a su valor expresado en radianes, entonces:

$$N_H = (F_T \text{sen}\bar{\theta}) \text{sen}\Delta\beta, \quad (\text{B.18})$$

La magnitud de la fuerza de contacto total es obtenida de la suma vectorial de sus componentes horizontal y vertical, como se observo en el capítulo cuatro:

$$F_N = [(F_t \Delta\beta \text{sen}\bar{\theta})^2 + (F_t \Delta\theta + W \text{sen}\bar{\theta})^2]^{1/2}, \quad (4.1)$$

la ecuación (4.1) es la ecuación de interés.

La tensión incremental sobre un elemento i de la sarta en cuestión es obtenida a partir de la combinación del componente axial del peso y la carga con fricción. Combinando las ecuaciones B.6 y 4.1, y aplicando un coeficiente de fricción de deslizamiento, μ , obtenemos:

$$\Delta F_t = W \cos\bar{\theta} \pm \phi F_N. \quad (4.2)$$

y la pérdida de torque sobre un elemento es:

$$\Delta M = \phi F_n r \quad (4.3)$$