



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

RECONSTRUCCIÓN DE IMÁGENES DE
PERMITIVIDAD ELÉCTRICA MEDIANTE LA
INVERSIÓN DE DATOS DE TOMOGRAFÍA DE
CAPACITANCIA ELÉCTRICA

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO GEOFÍSICO

PRESENTA

ARMANDO ESPÍNDOLA CARMONA

DIRECTOR DE TESIS

DR. J. CARLOS ORTIZ ALEMÁN



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO D.F., 2015

Agradecimientos

Al Dr. Carlos Ortiz Alemán por su paciencia y apoyo durante el desarrollo de este trabajo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México y a Facultad de Ingeniería por todo el conocimiento y experiencia brindados.

A mis padres por todo el apoyo y motivación entregados a lo largo de tantos años.

Gracias.

*

Abstract

In this work, the Electrical Capacitance Tomography (ECT) technique is applied in monitoring internal deformation of geological analog models, which are used to study structural deformation mechanisms, in particular for simulating migration and emplacement of allochthonous salt bodies. In this work, the monitoring of these models consists in the reconstruction of permittivity images from the capacitance measurements obtained by introducing the analog model inside the ECT sensor. Simulated Annealing (SA) algorithm is used as reconstruction method, and is optimized by taking full advantage of special features in this inverse problem.

As a second part of this work the introduced image reconstruction algorithm is applied to synthetic models, where its performance is evaluated in comparison to other commonly used algorithms in the literature (Linear Back-Projection, Landweber Iteration).

Finally, the SA method is applied to image simple geological analog models, encouraging results were obtained in terms of quality of the reconstructed images, as main interfaces corresponding to geological units in the analog model were clearly distinguishable.

Resumen

En este trabajo se aplica la técnica de Tomografía de Capacitancia Eléctrica (TCE) en el monitoreo de la deformación interna en modelos geológicos análogos, los cuales son empleados para estudiar mecanismos de deformación estructural, en particular para simular la migración y emplazamiento de cuerpos salinos alóctonos. En este trabajo, se propone el monitoreo de tales modelos mediante la reconstrucción de imágenes de permitividad eléctrica, a partir de mediciones registradas al introducir el modelo en el interior de un sensor. Para este trabajo se emplea el algoritmo de reconstrucción denominado Cristalización Simulada, el cual es optimizado numéricamente aprovechando las características especiales de este problema inverso.

Como segunda parte de este trabajo se presentan modelos sintéticos, en donde se evalúa el rendimiento del algoritmo de reconstrucción propuesto, con respecto a los usados comúnmente en la literatura (Linear Back-Projection, Landweber Iterativo).

Finalmente, se aplica el método de Cristalización Simulada a algunos modelos geológicos análogos simples, obteniendo muy buenos resultados en cuanto a la resolución de las imágenes reconstruidas, permitiendo distinguir las principales interfases que constituyen cada horizonte geológico en el modelo análogo.

ÍNDICE

Agradecimientos	ii
Abstract	iv
Resumen.....	v
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Objetivos	3
1.3. Justificación	3
2. Fundamentos teóricos de la Tomografía de Capacitancia Eléctrica.....	4
2.1. Problema directo	4
2.2. Mapas de sensibilidad	7
2.3. Problema inverso	10
2.3.1. Linear Back-Projection.....	11
2.3.2. Landweber Iterativo	13
2.3.3. Cristalización Simulada	14
3. Diseño del sensor en la mesa de deformación.....	18
3.1. Sensor de monitoreo TCE	18
3.2. Funcionamiento del sensor TCE.....	20
4. Simulaciones numéricas y experimentos con datos reales	23
4.1. Método de Volumen Finito (MVF).....	23
4.2. Cálculo del potencial eléctrico.....	25
4.3. Cálculo de capacitancias.....	25
4.4. Matriz de sensibilidad.....	28
4.5. Inversión de modelos sintéticos	33
4.6. Modelos geológicos análogos.....	43
5. Resultados y conclusiones.....	45
5.1. Conclusiones.....	46
Bibliografía	48

*

1. Introducción

1.1. Antecedentes

La tomografía de capacitancia eléctrica TCE, fue desarrollada a finales de los años 80, con el objetivo inicial de obtener imágenes de corte transversal del interior de una tubería de forma no intrusiva (Gamio, 1977). Desde entonces se ha aplicado a varias áreas de la ingeniería para medición y monitoreo no invasivo. Un ejemplo de la aplicación de esta técnica es la visualización interna de procesos bifásicos industriales constituidos por materiales eléctricamente aislantes, dieléctricos (Gamio y Ortiz-Alemán, 2005). La TCE se encuentra actualmente en proceso de perfeccionamiento y es un tema de investigación muy importante en varias universidades e institutos de distintos países.

Un sistema típico de TCE consiste en: un sensor de múltiples electrodos, circuitos electrónicos del sensor, una computadora para el control del hardware y el algoritmo de reconstrucción de imágenes, como se muestra en la figura 1.1.

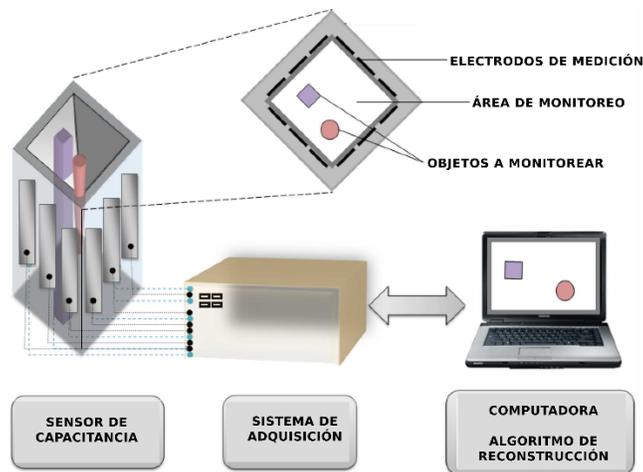


Figura 1. 1 Sistema básico de TCE, sensor de capacitancia (a la izquierda), sistema de adquisición (en el centro), computadora de control (a la derecha). (Figura modificada de Ala'S, Al-Afeef, 2010)

Capítulo 1 Introducción

La técnica de TCE consiste en la medición de capacitancias, las cuales se obtienen a partir de múltiples electrodos que se encuentran montados en la periferia del objeto a medir, por lo general los electrodos se encuentran montados en sensores circulares, aunque actualmente en la literatura se encuentran sensores cuadrados (Yang *et al.*, 1999). Usando los instrumentos adecuados, se deben medir las capacitancias inducidas entre las distintas posibles combinaciones de electrodos (Xie *et al.*, 1992), las cuales dependen del valor de las constantes dieléctricas de los distintos materiales o componentes que se tengan, como también de la distribución espacial de estos materiales dentro del sensor ya sea circular o rectangular. El siguiente paso es obtener por medio de un algoritmo de reconstrucción de imágenes adecuado, una imagen de la distribución de fases o componentes que se encuentren dentro del sensor empleado, a partir de las mediciones de capacitancia.

La TCE al ser una técnica no invasiva y tener un gran éxito en el monitoreo de procesos industriales, motivo el desarrollo de un sistema mecatrónico de simulación y visualización de modelos geológicos análogos en el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP), el cual tiene entre uno de sus componentes un tomógrafo de capacitancia eléctrica. El uso de la TCE en este sistema mecatrónico tiene como propósito monitorear la evolución de modelos geológicos análogos sometidos a distintos procesos de deformación. Los modelos geológicos análogos son utilizados para el estudio de los mecanismos de deformación estructural, en particular para el estudio de la tectónica salina en el Golfo de México.

El empleo de modelos geológicos análogos en caja de arena es una técnica experimental que ha permitido el estudio de procesos geológicos a través del análisis de modelos construidos y deformados en escala espacial y temporal reducida. Esta técnica tiene como ventaja principal que hace posible implementar diversas configuraciones, para simular una amplia variedad de condiciones geológicas, que pueden aplicarse en conjunto o individualmente. Por ejemplo, extensión, compresión, presencia de fallas, deslizamientos debido a la inclinación o debido a esfuerzos gravitacionales, acuñamientos, etc. En el dispositivo experimental construido en el IMP, el control de las condiciones en el proceso de deformación de un modelo análogo es totalmente automático, esto se hace por medio de un sistema mecatrónico, donde es posible programar las condiciones específicas para cada etapa de deformación en el modelo geológico análogo.

1.2. Objetivos

En este trabajo existen dos objetivos principales. Uno de ellos es desarrollar una técnica robusta y altamente eficiente para la reconstrucción de imágenes de permitividad eléctrica de corte transversal. Esta técnica consiste en la aplicación del algoritmo de inversión denominado Cristalización Simulada (Simulated Annealing), en idioma inglés) en la reconstrucción de imágenes a partir de los datos de TCE. El segundo objetivo es aplicar la técnica de reconstrucción de la TCE para la visualización no invasiva de modelos geológicos análogos para el estudio de los mecanismos de deformación asociados con el tectonismo salino en el Golfo de México.

1.3. Justificación

El problema principal de la técnica de TCE, como el de todas las técnicas de visualización tomográfica, radica en la complejidad creciente de los algoritmos de reconstrucción de imágenes y de los sistemas de adquisición de datos. En cuanto a las imágenes obtenidas actualmente, la resolución espacial depende fuertemente del tiempo de cómputo empleado por el método de reconstrucción. Uno de los algoritmos muy comúnmente utilizados en la tomografía de procesos industriales es el denominado Linear Back-Projection (LBP), a pesar de ser uno de los algoritmos más simples y suficientemente rápidos para trabajar en tiempo real, se obtienen imágenes relativamente difusas y distorsionadas (Yang y Peng, 2003). Por lo tanto, existe una gran cantidad de trabajos de investigación recientes enfocados al desarrollo de nuevas técnicas que arrojen mejoras en la resolución de las imágenes de permitividad eléctrica reconstruidas a partir de datos de TCE para diversas aplicaciones industriales. Al existir esta problemática con los algoritmos de reconstrucción, una de las líneas a explorar es el empleo de técnicas heurísticas como el algoritmo de Cristalización Simulada (SA).

El algoritmo de Cristalización Simulada es un método de búsqueda global, que explora todo el dominio de soluciones durante el proceso de inversión. Sin embargo, para localizar el mínimo global de la función objetivo, se necesita un gran número de iteraciones, lo cual no representa un grave problema para los casos en que el modelo directo puede ser calculado rápidamente. En el caso de la TCE, es posible optimizar el problema directo, de manera que solo represente una multiplicación de un vector por una fila de una matriz. Debido a esta reducción significativa de la carga computacional asociada con el cálculo del problema directo, se decidió emplear este método de inversión (SA), debido a las condiciones favorables del problema directo de la TCE.

2. Fundamentos teóricos de la Tomografía de Capacitancia Eléctrica

El problema de la TCE se divide en dos problemas principales por resolver (Flores-Guzmán, 2007), que son:

Problema directo: es determinar los valores de capacitancia entre los pares de electrodos, a partir de la distribución de permitividad dentro del sensor. Lo anterior es posible al resolver la ecuación de derivadas parciales, que gobierna la técnica de TCE.

Problema Inverso: es determinar la distribución de permitividad eléctrica dentro del sensor, a partir de las medidas de capacitancia (observaciones). El resultado de la inversión regularmente es representado como una imagen y a este proceso se le llama la reconstrucción de la imagen de permitividad.

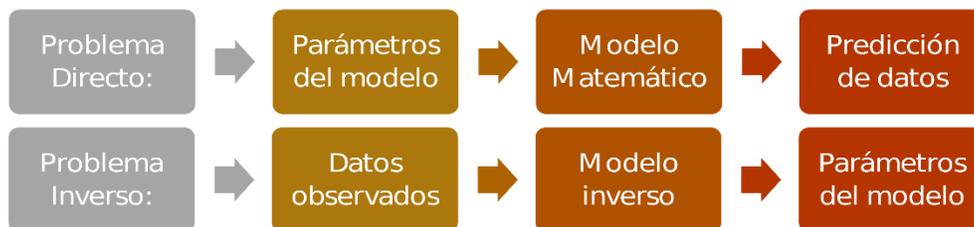


Figura 2. 1 Representación gráfica general del problema inverso y directo

2.1. Problema directo

El modelo directo, como ya se dijo anteriormente, es una predicción de datos (capacitancias), usando un modelo matemático, con condiciones específicas o parámetros (distribución de permitividad). Lo anterior se puede expresar de forma matemática de acuerdo a la ecuación (2.1).

$$C_{ij} = F[\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{x}, \mathbf{y})] \quad (2.1)$$

Donde C_{ij} son las capacitancias y F es una función no lineal que relaciona la distribución de permitividad con las medidas de capacitancia.

En la mayoría de los sistemas de TCE la frecuencia de la corriente eléctrica que da origen al campo eléctrico en cada uno de los electrodos es del orden de 1 [Mhz]. De acuerdo a esta frecuencia, la longitud de la onda electromagnética es del orden de cientos de metros:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{10^6} = 3 \times 10^2 \text{ [m]} \quad (2.2)$$

Donde c es la velocidad de propagación de la onda electromagnética en el vacío y f es la frecuencia. Por lo tanto, la longitud de onda es más grande que la longitud del sensor de tomografía, que para este trabajo es de 1.20 [m]. Tomando en cuenta lo anterior, la distribución del campo eléctrico dentro del sensor puede ser definida como un campo electrostático (Dyakowski y Laurent, 2000).

La relación que existe entre la distribución de permitividad en el interior del sensor y las capacitancias medidas puede derivarse de la ecuación de Maxwell. Por medio de la ley de Gauss el campo de desplazamiento eléctrico D se representa por la ecuación (2.3).

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(x, y) = \rho_v(x, y) \quad (2.3)$$

Donde $\rho_v(x, y)$ es la densidad de carga volumétrica y $\nabla \cdot$ es la divergencia. Para el caso del sistema TCE, solo a uno de los electrodos se le aplica una corriente eléctrica, mientras todos los demás siempre se encuentran en tierra (potencial cero). Por lo tanto, el flujo eléctrico calculado sobre la superficie de cada electrodo, es igual a cero y como resultado se obtiene que la densidad de carga volumétrica es también igual a cero.

Considerando que el campo de desplazamiento eléctrico se define de la siguiente forma:

$$\mathbf{D}(x, y) = \varepsilon(x, y)\mathbf{E}(x, y) \quad (2.4)$$

Si se define el campo eléctrico a partir del potencial eléctrico se obtiene:

$$\mathbf{E}(x, y) = -\nabla\phi(x, y) \quad (2.5)$$

Sustituyendo la ecuación (2.5) en la ecuación (2.4) se obtiene:

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -\varepsilon(\mathbf{x}, \mathbf{y})\nabla\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{y}) , \quad (2.6)$$

donde $\varepsilon(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ es la distribución de permitividad y $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ es el potencial eléctrico. Sustituyendo la ecuación (2.6) en la ecuación (2.3) se obtiene la ecuación de Laplace

$$\nabla \cdot [\varepsilon(\mathbf{x}, \mathbf{y})\nabla\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{y})] = 0 \quad (2.7)$$

El modelo completo, considerando condiciones de frontera para la ecuación (2.7), como condiciones tipo Dirichlet (Flores-Guzmán y Gamio, 2005), tales condiciones son:

$$\varphi_i = \begin{cases} V_i & (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \subseteq \Gamma_i \\ 0 & (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \subseteq \Gamma_j \quad (j = 1, \dots, n; j \neq i) \text{ y } (\mathbf{x}, \mathbf{y}) \subseteq (\Gamma_s + \Gamma_g) \end{cases} , \quad (2.8)$$

En donde Γ_i es la ubicación espacial del electrodo fuente, Γ_j es la ubicación de los 15 electrodos detectores, Γ_s es la localización espacial de la pantalla aterrizada que rodea al sensor, y Γ_g son los 16 electrodos de guarda ubicados entre los electrodos de medición.

Usando la ecuación (2.7) y sus condiciones de frontera (2.8), se puede obtener la distribución del potencial eléctrico a partir de la distribución de permitividad eléctrica dentro del sensor. De esta manera, será posible resolver el problema directo calculando las capacitancias inducidas entre todos los posibles pares de electrodos.

Existen una variedad de métodos numéricos para obtener la distribución del potencial eléctrico $\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ y aproximar el campo eléctrico en el sistema de TCE:

- Método de diferencias finitas (FDM)
- Método de elementos finitos (FEM)
- Métodos de volumen finito (FVM)
- Métodos de elementos de frontera (BEM)

Para este trabajo se usó el método de volumen finito para la aproximación tanto del potencial como del campo eléctrico, para la simulación numérica del sistema de TCE. En el capítulo 4 del

presente trabajo se describirá dicho método y su implantación para la modelación del sistema de TCE.

Una vez que la distribución del potencial eléctrico es encontrada, se procede a calcular los valores de capacitancia entre pares de electrodos del sensor, que para este caso son 120 capacitancias distintas, que dependen de la distribución de permitividad eléctrica dentro del sensor. Para obtener los valores de capacitancia, primero se calcula la carga eléctrica en cada detector por medio de la ley de Gauss:

$$Q_j = \oint_{\Gamma_j} (\varepsilon(x, y) \nabla \phi(x, y) \cdot \mathbf{n}) ds , \quad (2.9)$$

donde Γ_j es la curva cerrada que rodea al electrodo detector y \mathbf{n} es el vector normal a lo largo de Γ_j . Conociendo la carga eléctrica, por lo tanto se puede expresar la capacitancia del par de electrodos i, j de la forma:

$$C_{ij} = -\frac{Q_j}{V_i} , \quad (2.10)$$

donde Q_j es la carga en el electrodo detector j , V_i es la diferencia de potencial entre el electrodo fuente y el electrodo detector. En este caso, V es el potencial del electrodo fuente i , ya que el potencial en el electrodo detector es igual a cero volts.

El siguiente paso para resolver por el modelo directo es llevar a cabo el cálculo de la matriz Jacobiana o mapas de sensibilidad, para linealizar el problema inverso. De esta forma, se pueden aplicar distintos métodos de inversión lineal, ya sean iterativos o no-iterativos (Yang y Peng, 2003).

2.2. Mapas de sensibilidad

Los mapas de sensibilidad (matriz de sensibilidad) son una linealización del problema directo, los cuales relacionan linealmente la distribución de permitividad dentro del sensor, con las medidas de capacitancia. Los mapas de sensibilidad pueden ser determinados experimentalmente para un sensor en particular, colocando al interior del sensor un objeto de prueba, aunque esto es una tarea que consume varios días de trabajo. Una forma más práctica de determinar los mapas de sensibilidad es haciendo simulaciones numéricas, efectuando cada medición para las distintas ubicaciones del objeto de prueba.

Sin importar la forma en que se calculan los mapas de sensibilidad mencionados anteriormente, éstos parten del mismo fundamento teórico, el cual está definido por la ecuación (2.11), que es la forma lineal discreta del modelo directo.

$$\lambda_{M \times 1} = S_{M \times N_p} g_{N_p \times 1} \quad , \quad (2.11)$$

donde λ es el vector de capacitancias normalizado, g es el vector de permitividad normalizado y S es la matriz de sensibilidad de capacitancias normalizadas con respecto a la permitividad normalizada, M es el número de capacitancias independientes (120 capacitancias), N_p es el número de elementos en que se discretizará el interior del sensor y que será usado para resolver numéricamente con el método de volumen finito.

Para llegar a la ecuación (2.11), se parte de la consideración de que se divide el interior del sensor en un número de pixeles de la misma área, dando como resultado la discretización del problema, de acuerdo con la ecuación (2.12)

$$C = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix} = f(\epsilon) = \begin{bmatrix} f_1(\epsilon) \\ \vdots \\ f_m(\epsilon) \end{bmatrix} \text{ con } \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_{N_p} \end{bmatrix} \quad , \quad (2.12)$$

donde C es el vector de capacitancias, f_i son funciones no lineales y ϵ es el vector de permitividad que corresponde al número de pixeles o regiones en el área de monitoreo (Gamio y Ortiz-Alemán, 2005). La normalización del problema consiste en:

$$g_i = \frac{\epsilon_i - \epsilon_{min}}{\epsilon_{max} - \epsilon_{min}} \quad \text{y} \quad \lambda_i = \frac{c_i - c_{i(vacío)}}{c_{i(lleno)} - c_{i(vacío)}} \quad , \quad (2.13)$$

donde ϵ_{max} y ϵ_{min} son los límites tanto máximo como mínimo de los valores que puede tomar cada elemento del vector de permitividades. La capacitancia $c_{i(vacío)}$, indica cuando todas las componentes del vector de permitividad ϵ son iguales a una permitividad mínima ϵ_{min} . Y $c_{i(lleno)}$ cuando todas las componentes del vector de permitividad ϵ son igual a una permitividad máxima ϵ_{max} .

Al aplicar la normalización al vector de permitividades g , su rango de variación será $0 < g < 1$ que corresponde a la variación entre una ϵ_{min} y ϵ_{max} . La normalización del problema se puede representar conforme a la ecuación (2.14), donde la función que relaciona las capacitancias

normalizadas con la distribución de permitividad normalizada, tiene forma no lineal, por lo que falta un paso más para conseguir linealizar el problema directo.

$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_m \end{bmatrix} = \mathbf{h}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1(\boldsymbol{\varepsilon}) \\ \vdots \\ \mathbf{h}_m(\boldsymbol{\varepsilon}) \end{bmatrix} \text{ con } \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{N_p} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Este paso consiste en aplicar la serie de Taylor, despreciando los términos de orden mayor a dos, para poder aproximar \mathbf{h} en el origen, esto es $\mathbf{g}=0$, como se muestra en la ecuación (2.15) y tomando en cuenta que $\lambda|_{\mathbf{g}=0}=\mathbf{h}(0)=0$ de la ecuación (2.14).

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{h}(\mathbf{g}) \approx \mathbf{S}\mathbf{g} \quad (2.15)$$

Donde \mathbf{S} es la matriz de derivadas parciales o la matriz Jacobiana y se define como:

$$\mathbf{S} = [s_{ij}] = \left[\frac{\partial h_i}{\partial g_j} \right] \text{ cuando } g_j = 0$$

para $i = 1, \dots, m$ y $j = 1, \dots, N_p$ (2.16)

Los elementos de la matriz \mathbf{S} se pueden aproximar usando diferencias finitas como:

$$s_{ij} = \frac{h_i(\mathbf{g}_j) - h_i(0)}{1 - 0} = \frac{h_i(\mathbf{g}_j)}{1} = h_i(\mathbf{g}_j) \quad (2.17)$$

donde \mathbf{g}_j tiene como valor en todas sus componentes igual a cero, excepto el elemento j , el cual es igual a uno. Esto corresponde al vector $\boldsymbol{\varepsilon}_j$ en donde todas sus componentes tienen un valor igual $\boldsymbol{\varepsilon}_{\min}$, con excepción del elemento j , que tiene como valor $\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}$.

Por lo tanto la matriz \mathbf{S} queda definida de acuerdo a la ecuación (2.18). La matriz \mathbf{S} también se le llama matriz de sensibilidad, pues representa la sensibilidad a un cambio infinitesimal en la distribución de permitividad.

$$s_{ij} = \lambda_i|_{g_j} = \frac{c_i|_{\boldsymbol{\varepsilon}_j} - c_i(\text{vacío})}{c_i(\text{lleno}) - \boldsymbol{\varepsilon}_i(\text{vacío})} = \frac{f_i(\boldsymbol{\varepsilon}_j) - f_i(\boldsymbol{\varepsilon}_{\min})}{f_i(\boldsymbol{\varepsilon}_{\max}) - f_i(\boldsymbol{\varepsilon}_{\min})} \quad (2.18)$$

De esta forma se linealiza el problema directo, el cual es representado por la ecuación (2.11). A partir del modelo lineal es posible aplicar una variedad de métodos de inversión, ya sean iterativos y no-iterativos, en nuestro caso se aplicará el método de Cristalización Simulada (SA) que es el más importante. También serán aplicados el de Linear Back-Projection y Landweber iterativo, con propósitos de comparación en la precisión de la imagen reconstruida.

El uso de la ecuación (2.11), para la reconstrucción de imágenes de permitividad, tiene varias dificultades, por las características especiales de la matriz de sensibilidad, al obtener su inversa (Yang y Peng, 2003).

1. La matriz S no tiene inversa directamente, por lo regular el número de mediciones m es menor al número de píxeles, por lo que se tiene una matriz no cuadrada.
2. Existen muy pocas medidas de capacitancia con relación al número de píxeles, por lo que existe varias imágenes que produzcan las mismas mediciones de capacitancia.
3. Existe correlación entre las medidas. Por lo que los elementos de la matriz S no son totalmente independientes.

2.3. Problema inverso

El problema inverso como ya se dijo anteriormente, es obtener a partir del valor de las capacitancias la distribución de permitividad que se encuentra en el interior del sensor de TCE, en otras palabras es la reconstrucción de una imagen de permitividad del interior del sensor.

La reconstrucción de la imagen de permitividad tiene varias características especiales, las cuales convierten la resolución del problema inverso en un problema desafiante, estas características se mencionan a continuación:

- El problema inverso es mal condicionado. Matemáticamente un sistema es mal condicionado cuando pequeños cambios en la función de entrada, resulta en grandes cambios en la función de salida, lo que da como resultado a una solución inestable. En el caso de la TCE, la sensibilidad cerca de la pared de Nylamid es muy alta, a diferencia a la sensibilidad en el centro del sensor que es muy baja, dando distintas soluciones para el mismo problema (Xie *et al.*, 1992).
- Se tiene un número pequeño de mediciones independientes que se ven involucradas en la técnica de TCE. Esto es el porqué se tienen una resolución pobre en las imágenes reconstruidas.

- El problema inverso es indeterminado, esto es que existe un gran número de soluciones para un mismo problema (S.Al-Afeef, 2010). Para la TCE el número de incógnitas (píxeles de la imagen) es más grande que el número de ecuaciones (medidas de capacitancia).

A pesar de las características especiales que tiene el reconstruir la imagen de permitividad eléctrica, se han desarrollado distintos métodos para la resolución de este problema. Estos métodos de resolución del problema inverso se pueden clasificar en dos tipos, iterativos y no iterativos.

En los métodos no iterativos (Directos), la imagen reconstruida es obtenida en un solo paso matemático y por el otro lado los métodos iterativos es una serie de funciones objetivo que se van optimizando iterativamente. Dentro de los métodos no iterativos que se usarán en este trabajo será el de Linear Back-Projection y en cuanto a los métodos iterativos se usarán Landweber Iterativo y Cristalización Simulada.

Regularmente, los algoritmos de reconstrucción son evaluados de acuerdo a la precisión de la imagen reconstruida y la velocidad de reconstrucción de la imagen. En general cada algoritmo de reconstrucción tiene sus ventajas y desventajas en cuanto a la precisión de la imagen reconstruida y la velocidad de reconstrucción. Por lo que depende del objetivo del trabajo, si se quiere una imagen precisa con un tiempo mayor en la reconstrucción o viceversa, una imagen no tan precisa en un tiempo menor de la reconstrucción.

Antes de describir cada método de inversión es necesario aclarar que para todos los métodos usados en este trabajo para la reconstrucción de la imagen de permitividad, se usa la matriz de sensibilidad S , que es la linealización del problema directo y que relaciona las medidas de capacitancia con la distribución de permitividad linealmente de acuerdo a la ecuación (2.11).

2.3.1. Linear Back-Projection

Linear Back-Projection (LBP) es considerado uno de los primeros algoritmos de reconstrucción usados en la TCE (Xie *et al.*, 1992). LBP es un algoritmo lineal que usa como base la matriz de sensibilidad que relaciona las capacitancias con la distribución de permitividad dentro del sensor. Para aplicar este método de reconstrucción es necesario resolver la ecuación (2.19).

$$\mathbf{g}_{N_p \times 1} = \mathbf{S}_{M \times N_p}^{-1} \boldsymbol{\lambda}_{M \times 1} \quad (2.19)$$

Sin embargo para calcular la matriz inversa de la sensibilidad es necesario que la matriz sea cuadrada. En nuestro caso no es posible debido a que la matriz de sensibilidad no es cuadrada, por lo que el método de LBP aproxima la matriz inversa con la transpuesta de la matriz de sensibilidad, dando como resultado la ecuación (2.20).

$$\mathbf{g}_{N_p \times 1} = (\mathbf{S}_{M \times N_p})^T \boldsymbol{\lambda}_{M \times 1} \quad (2.20)$$

En la práctica el método LBP es simple y computacionalmente rápido, porque solo es una multiplicación de una matriz por un vector, pero por otro lado su gran desventaja es que se obtiene imágenes borrosas, especialmente para objetos complejos (Xie *et al.*, 1992). La baja calidad en las imágenes, se debe a que el método de LBP ignora la no linealidad del problema. En la literatura se recomienda hacer una normalización más a la matriz de sensibilidad, para obtener una aproximación más realista y corregir los efectos de escalamiento de la imagen (Xie *et al.*, 1992), esta normalización se hace de acuerdo a la ecuación (2.21).

$$\mathbf{R}_{ij} = \left[\frac{s_{ij}}{\sum_{i=1}^M s_{ij}} \right]^T \quad (2.21)$$

Sustituyendo la ecuación (2.21) en la ecuación (2.20), se obtiene finalmente el método de LBP, que se define de acuerdo a la ecuación (2.22).

$$\mathbf{g}_{N_p \times 1} = \mathbf{R}_{N_p \times M} \boldsymbol{\lambda}_{M \times 1} \quad (2.22)$$

para

$$\mathbf{R}_{ij} = \left[\frac{s_{ij}}{\sum_{i=1}^M s_{ij}} \right]^T .$$

donde $\boldsymbol{\lambda}$ es el vector de capacitancias normalizado, \mathbf{g} es el vector de capacitancias normalizado y \mathbf{R} es la matriz de transpuesta de sensibilidad de capacitancias normalizadas con respecto a la permitividad normalizada, M es el número de capacitancias independientes (120 capacitancias), N_p es el número de elementos en que se discretizará el interior del sensor.

2.3.2. Landweber Iterativo

Landwber iterativo es una variación del método de gradiente descendiente, que es ampliamente utilizado en la teoría de optimización (Yang y Spink, 1999). La meta de este algoritmo es minimizar la función objetivo, ecuación (2.23), lo cual se obtiene encontrando \mathbf{g} tal que minimice la función objetivo $f(\mathbf{g})$.

$$\begin{aligned} f(\mathbf{g}) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{Sg} - \boldsymbol{\lambda}\|^2 \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{Sg} - \boldsymbol{\lambda})^T (\mathbf{Sg} - \boldsymbol{\lambda}) \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{g}^T \mathbf{S}^T \mathbf{Sg} - 2\mathbf{g}^T \mathbf{S}^T \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\lambda}^T \boldsymbol{\lambda}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

El gradiente de $f(\mathbf{g})$ puede ser calculado de la siguiente manera:

$$\nabla f(\mathbf{g}) = \mathbf{S}^T \mathbf{Sg} - \mathbf{S}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{S}^T (\mathbf{Sg} - \boldsymbol{\lambda}). \quad (2.24)$$

El método de gradiente descendiente decide la dirección en la cual $f(\mathbf{g})$ decrece más rápido y la elige como nueva dirección de búsqueda para la siguiente iteración. Esta nueva dirección es contraria a la dirección del gradiente de $f(\mathbf{g})$ en el punto actual.

El procedimiento iterativo se define de la siguiente manera:

$$\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{g}_k - \alpha_k \nabla f(\mathbf{g}_k) = \mathbf{g}_k - \alpha_k \mathbf{S}^T (\mathbf{Sg}_k - \boldsymbol{\lambda}). \quad (2.25)$$

Donde α_k es un escalar positivo, que decide el tamaño de paso en cada iteración, también puede ser definido α_k tal que sean ortogonales en cada iteración. Sin embargo calcular en cada iteración α_k es necesario más tiempo de ejecución, por lo que se fija su valor desde la iteración inicial, dando como resultado una disminución en el tiempo de ejecución. Para calcular α_k , se debe cumplir el criterio de convergencia (Yang y Peng, 2003) de acuerdo a la ecuación (2.26).

$$\|\alpha \mathbf{S}^T \mathbf{S}\| < 2; \alpha = 2/\lambda_{max} \quad (2.26)$$

Donde α puede ser estimado por la ecuación (2.26), de la cual λ_{max} es máximo eigenvalor de $S^T S$. Un problema con el método de Landweber iterativo, como se definió en la ecuación (2.25), es que su convergencia es pobre. Una solución a este problema es limitar el espacio de soluciones a un rango máximo y mínimo en la distribución de permitividad. Esta modificación se le llama Landweber iterativo proyectado, que se define de la siguiente manera.

$$\mathbf{g}_{k+1} = P[\mathbf{g}_k - \alpha S^T (S \mathbf{g}_k - \boldsymbol{\lambda})],$$

$$P[f(x)] = \begin{cases} 0 & f(x) < 0 \\ f(x) & 0 \leq f(x) \leq 1 \\ 1 & f(x) > 1 \end{cases} \quad (2.27)$$

Las limitaciones impuestas por el operador P , dan como resultado una imagen reconstruida no negativa y con un límite superior definido. En cuanto al método de Landweber iterativo su convergencia es mejor, sin embargo no necesariamente converge rápidamente.

Uno de las desventajas de este método, es que converge a un mínimo local, el cual se alcanza en un número pequeño de iteraciones relativamente comparado con los métodos de búsqueda global como Cristalización Simulada. Al alcanzar este mínimo local, si se deja que el algoritmo siga iterando, el error en la imagen incrementa, por lo tanto se debe de tener un criterio de cuantas iteraciones son necesarias para que se logren los resultados deseados.

2.3.3. Cristalización Simulada

El método de cristalización simulada es un método probabilístico que busca los mínimos o máximos globales de funciones, a pesar de que estas funciones tengan mínimos y máximos locales respectivamente. El principio general del método es la simulación del proceso termodinámico de cristalización de los minerales. En la cristalización de un mineral se parte de un fluido que se encuentra en una temperatura alta, en otras palabras en un estado de alta energía. La premisa de este método inicia a partir de este fluido que se encuentra en una temperatura alta y que se va enfriando lentamente hasta alcanzar un estado de energía bajo, dando lugar a la formación de cristales muy bien definidos (mínimo global). Esta analogía es utilizada en el contexto de los métodos de optimización para encontrar modelos potencialmente útiles (mínimos o máximos globales).

La estado de mínima energía que se pretende alcanzar está íntimamente relaciona con la función de costo, que esta a su vez está asociada con el grupo de parámetros implicados en el modelo

inverso y que en nuestro caso son los píxeles de la imagen de permitividad. La energía del sistema viene definida de la siguiente manera

$$E = \frac{\sum_{i=1}^m [c(i)_{obs} - c(i)_{calc}]^2}{\sum_{i=1}^m [c(i)_{obs}]^2}, \quad (2.28)$$

donde $c(i)_{obs}$ son las capacitancias medidas por el sensor y $c(i)_{calc}$ son las capacitancias calculadas por medio del modelo directo para una distribución de permitividad dada. La ecuación (2.28) no es más ni menos que la norma L_2 , la cual es usada frecuentemente en problemas de inversión de propiedades físicas a partir de datos reales medidos.

El estado de mínima energía será por lo tanto aquel con los valores de sus parámetros (píxeles de la imagen de permitividad) se obtenga el error mínimo con respecto a las capacitancias observadas. Para lograr este objetivo se parte de un modelo inicial, del cual se hacen variar cada uno de sus parámetros. Para cada perturbación de cada uno de los parámetros, la función de costo de todo el sistema es evaluada. Si la energía del sistema ΔE con el parámetro recién alterado es menor que la del sistema con el parámetro sin alterar, entonces el modelo es aceptado y se pasa a modificar el siguiente parámetro, para el cual se vuelve a hacer la misma evaluación. En caso de que la energía del sistema ΔE con el parámetro alterado sea mayor que a del parámetro sin modificar, la variación es sometida al criterio de metrópolis. De acuerdo a éste, la probabilidad de que la modificación sea aceptada está dada por

$$P(\Delta E) = e^{\left(\frac{-\Delta E}{T}\right)}, \quad (2.29)$$

donde ΔE es la diferencia de errores de los modelos con parámetros modificados y sin modificar y T es la temperatura.

Una de las partes más importantes de este algoritmo es la función de enfriamiento, la cual nos permite disminuir la temperatura lentamente para poder alcanzar el estado de energía deseado. La función usada para este trabajo es exponencial (Ingber, 2015) y que se define por la ecuación (2.30), donde k es el número de iteración para la reducción de temperatura, RT es un factor entre $0.99 \leq RT \leq 0.99$ y el cual se elige de acuerdo a las condiciones del problema.

$$T_{k+1} = T_k e^{\left(\frac{RT-1}{k}\right)} \quad (2.30)$$

Como se puede observar en la figura 2.2, la temperatura disminuye exponencialmente de acuerdo a la ecuación (2.30)

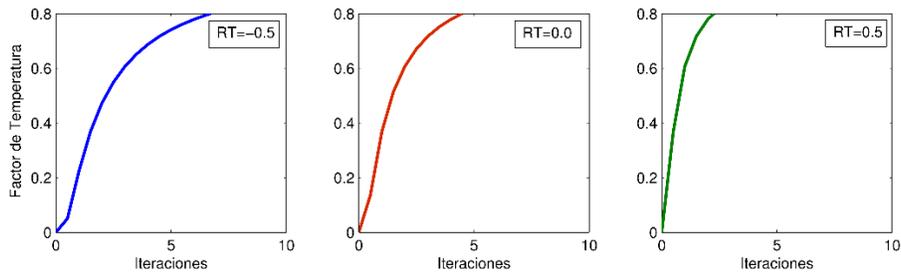


Figura 2. 2 En esta figura se muestra la variación del factor de reducción de temperatura de acuerdo al número de iteraciones y el factor RT. Si el factor $RT < 0$ la reducción de temperatura es más rápido (izquierda), si $RT = 0$ disminuye lentamente (centro) y si $RT > 0$ la temperatura se reduce desde las primeras iteraciones muy lento (derecha).

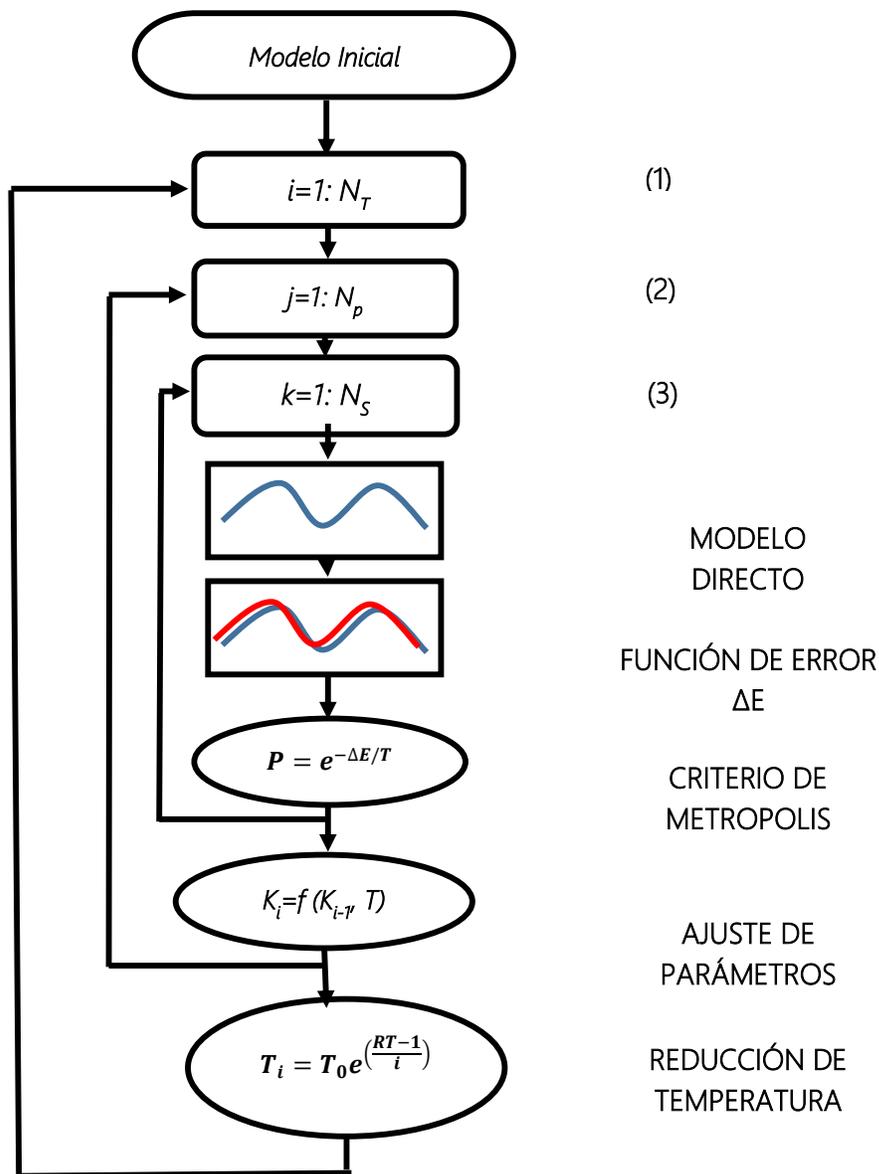


Figura 2. 3 Diagrama de flujo del método de Cristalización Simulada

En la figura 2.3 se muestra el diagrama de flujo del método de cristalización simulada. En esta se puede observar la estructura del algoritmo y que está conformado por tres ciclos anidados. El ciclo externo (1) es el que controla la reducción de la temperatura N_T , el ciclo intermedio (2) se encarga de la perturbación de cada parámetro N_p y por último el ciclo interior (3) que realiza la perturbación del mismo parámetro sin hacer la reducción de temperatura y el ajuste delta N_S . Este último nos sirve para realizar una búsqueda más intensiva en el espacio de soluciones y así garantizar que se llegue a un estado de energía mínimo.

3. Diseño del sensor en la mesa de deformación

Este sistema mecatrónico fue desarrollado por el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) y con colaboración del Centro de Investigación en Matemáticas de Guanajuato (CIMAT). Este sistema es una mesa de deformación que conforma varios subsistemas individuales, cada uno con un propósito definido, para que en conjunto simulen las condiciones que sean necesarias para cada modelo geológico análogo. Estos subsistemas son: el de inyección de silicón, inclinación, deformación y monitoreo, que se muestran en la figura 3.1. El sistema de monitoreo es el más importante en este trabajo porque se encuentra el sensor de ECT y es el que se describirá con detalle.

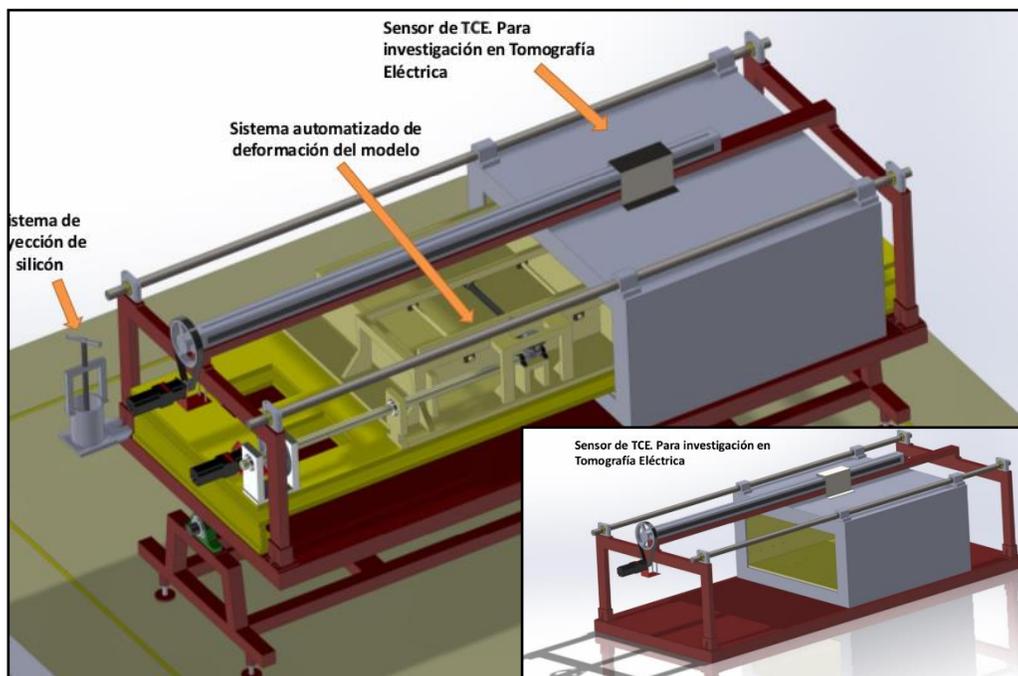


Figura 3. 1 Sistema Mecatrónico y sus subsistemas que lo componen.

3.1. Sensor de monitoreo TCE

El sensor de TCE se diseñó con el seguimiento actual del estado del arte, a partir de esto se obtuvieron los materiales, grosores, dimensiones y formas, que en conjunto aseguran un buen funcionamiento para la medición de capacitancias.

Capítulo 3 Diseño del sensor en la mesa de deformación

El diseño del sensor es óptimo, es un sensor rectangular que consta de 32 electrodos (16 electrodos de medición y 16 de guarda) de cobre de diferente tamaño, que están montados alrededor de un rectángulo de Nylamid. Las dimensiones internas del Nylamid son de 1207.3 [mm] de ancho y 512.3 [mm] de alto; las dimensiones externas son de 1220 [mm] de ancho y 534 [mm] de alto. El Nylamid es un plástico rígido con una permitividad relativa igual a 3.7.

Electrodos de guarda

Los electrodos de guarda tienen varias funciones, una de ellas es confinar el campo eléctrico en la región de interés, que regularmente es la sección transversal del sensor, otra función es evitar efectos de borde (deformación del campo eléctrico en los bordes de los electrodos de medición) y con esto evitar capacitancias parásitas entre los electrodos (Yixin y Ling-An, 1999).

Protección y aislamiento

Las capacitancias obtenidas entre electrodos es del orden de picofaradios, por lo que debe colocarse una pantalla conectada a tierra rodeando los electrodos, para eliminar los efectos de señales externas y variaciones en las capacitancias parásitas entre los electrodos, que de otro modo podrían predominar y distorsionar la mediciones (Khan y Abdullah, 1993).

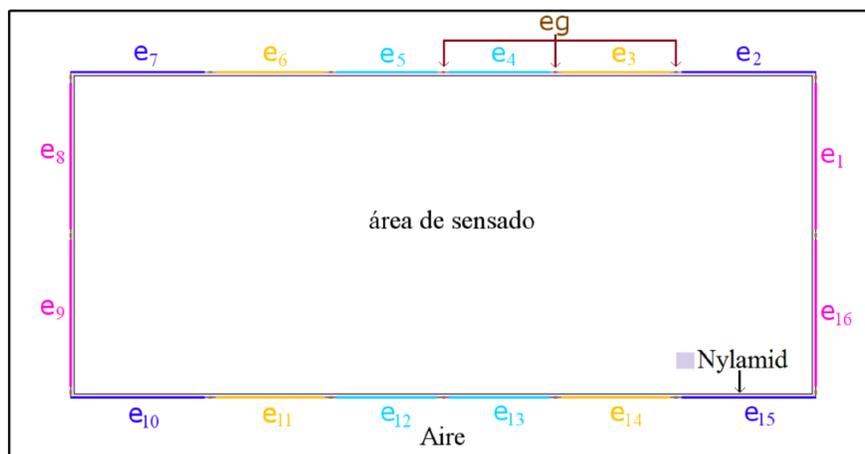


Figura 3. 2 Diagrama del sensor con 16 electros de medición y sus 16 electrodos de guarda.

En la figura 3.2 se muestra un diagrama de la sección transversal del sensor donde los e_i son los electrodos agrupados en colores de acuerdo a su tamaño. Esto es, los electrodos e_1, e_8, e_9 y e_{16} miden 240 [mm]; e_2, e_7, e_{10} y e_{15} miden 220 [mm]; e_3, e_6, e_{11} y e_{14} miden 180 [mm]; e_4, e_5, e_{12} y e_{13} miden 165 [mm]. Los electrodos eg mostrados de color marrón son los electrodos de guarda de tamaño 6 [mm] y en total son 16 electrodos de guarda. La separación entre electrodos es de 6

mutuas. Las capacitancias mutuas dependen totalmente de la distribución de permitividad dentro del sensor y de la geometría, por otro lado las capacitancias propias son función de las capacitancias mutuas, por lo tanto no contribuyen con nueva información y por lo tanto son redundantes en las mediciones.

Escribiendo la ecuación (3.2) en forma matricial tenemos,

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

que es lo mismo

$$Q = C V \quad (3.4)$$

La matriz C es la matriz de capacitancia del sistema. Las capacitancias propias y las mutuas son los elementos de matriz y que algunas veces se les llama coeficientes de capacitancia o coeficientes de inducción respectivamente. Los coeficientes de la matriz de capacitancia dependen solamente de la geometría y de la distribución de permitividad del sistema y tienen las siguientes propiedades importantes (Gamio, 1977):

1. Las capacitancias propias son siempre negativas
2. Las capacitancias mutuas son siempre negativas
3. Para cada conductor (electrodo) se tiene

$$c_{i1} + c_{i2} + \cdots + c_{in} \geq 0 \quad (3.5)$$

4. Para la capacitancias mutuas se tiene

$$c_{ij} = c_{ji} \quad (3.6)$$

La matriz C caracteriza por completo el sistema de conductores y esta es función no-lineal de la geometría del sistema y de la distribución de permitividad en el sensor. En nuestro caso el sistema de TCE la geometría nunca cambia por lo tanto cualquier variación en la matriz C se debe al cambio en la distribución de permitividad.

Teniendo en cuenta las propiedades de la matriz de capacitancias, solo se está interesado en las capacitancias mutuas que representan menos de la mitad de los coeficientes de C , por la relación

Capítulo 3 Diseño del sensor en la mesa de deformación

de reciprocidad, así que se puede decir que la información de cualquier cambio de la distribución de permitividad se encontrará en el triángulo superior (o inferior) de la matriz de capacitancias C .

4. Simulaciones numéricas y experimentos con datos reales

La resolución del problema directo como se mencionó en el capítulo anterior, se resolvió por el método de volumen finito, por lo que se dará una breve descripción del método y de la forma en que fue utilizado para resolver el problema.

4.1. Método de Volumen Finito (MVF)

El método de volumen finito es muy utilizado para la simulación numérica de varios tipos de leyes de conservación (elíptica, parabólica o hiperbólica). Este método ha sido muy utilizado en varios campos de ingeniería, por tener varias ventajas importantes con relación a los otros métodos que existen, algunas de ellas es que se puede utilizar en distintas geometrías, usando mallas estructuradas o no estructuradas y que tiene un esquema muy robusto. Una de las características por el cual el método es muy utilizado es la clara relación que existe entre el algoritmo numérico y el principio físico de conservación (Tannehill, 1984). El MVF como se ha mencionado, se deriva de la forma conservativa de las ecuaciones de balance, el cual divide el dominio de estudio en un número de volúmenes de control, los cuales no se traslapan, dando como resultado que cada volumen rodee un punto de la malla, véase figura 4.1. El siguiente paso es integrar la ecuación de balance sobre cada volumen de control, lo cual es equivalente aplicar la ecuación de balance global sobre cada volumen control. Los flujos a través de cada cara del volumen de control se aproximan usando diferentes métodos de interpolación, al realizar lo anterior para cada volumen se obtiene un sistema de ecuaciones discretas, las cuales se deben de resolver por un método numérico adecuado.

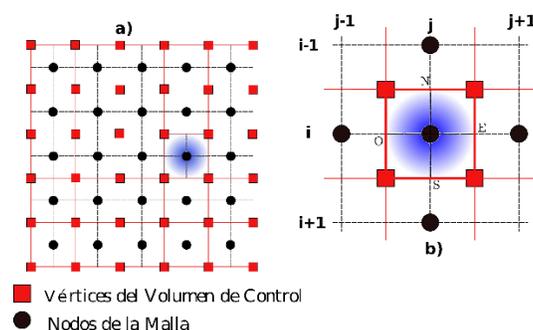


Figura 4. 1 Dominio de estudio discretizado en volúmenes de control en 2-D.

Para dejar más claro el funcionamiento de MVF y su aplicación, se usará como ejemplo la ecuación (2.7), la que rige la técnica de la TCE. El primer paso es generar la malla de volúmenes que no se traslapen y que conformen el dominio del problema figura 4.1.

El segundo paso es integrar sobre uno de los volúmenes de control, como se muestra en la figura 4.1 (b), esta integración se define de la siguiente manera.

$$\iiint_{v_i} \nabla \cdot [\varepsilon(x, y) \nabla \varphi(x, y)] dv = 0 \quad (4.1)$$

En donde v representa el volumen de control, si se le aplica el teorema de la divergencia a la ecuación (4.1), se obtiene:

$$\oint_S \varepsilon(x, y) \nabla \varphi(x, y) \cdot \mathbf{n} dS = 0, \quad (4.2)$$

donde S representa la superficie de integración, \mathbf{n} es el vector normal a la superficie de control. La ecuación (4.2) representa la forma integral de la ley de conservación, para este caso el problema es 2-D, el "volumen" tiene una profundidad de una unidad, por lo tanto en dos dimensiones se puede representar $\mathbf{n} ds$ como $\mathbf{i} dy - \mathbf{j} dx$ para una integración en dirección de las manecillas del reloj. Por lo tanto la integral de superficie se puede representar como el flujo neto a través de la superficie del volumen, se puede evaluar de acuerdo a la ecuación (4.3).

$$\oint_S \left[\varepsilon(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} dy - \varepsilon(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} dx \right] = 0 \quad (4.3)$$

La ecuación (4.3) se puede expresar como la suma de los flujos a través de las caras S_N, S_S, S_E, S_O , como se muestra en la figura 4.1 (b), por lo tanto la integral se puede expresar como

$$\begin{aligned} & \left[\varepsilon(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Delta y \right]_{i, j + \frac{1}{2}} - \left[\varepsilon(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Delta y \right]_{i, j - \frac{1}{2}} \\ & + \left[\varepsilon(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Delta x \right]_{i + \frac{1}{2}, j} - \left[\varepsilon(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Delta x \right]_{i - \frac{1}{2}, j} = 0. \end{aligned} \quad (4.4)$$

La ecuación (4.4) es un sistema de ecuaciones discretas que resuelve el problema directo, donde las incógnitas del sistema es el valor del potencial en cada punto de la malla. El sistema completo es similar al sistema de ecuaciones laplaciano ya discretizado, el cual es una matriz diagonal

bandada, definida positivamente y no simétrica (Saad, 2003), características que se usarán en la resolución de este sistema por medio del Bi-Gradiente Conjugado.

4.2. Cálculo del potencial eléctrico

Para el cálculo del potencial eléctrico se usó el lenguaje de programación FORTRAN 90, en el cual la discretización fue de 1 [mm] por 1 [mm], la cual resulto en una malla de 774 por 1460 nodos. Esta discretización resulto en una matriz rala cuadrada de [11,300,040 , 11,300,040] elementos, que para poder guardar cada uno de sus elementos se necesitaba una gran cantidad de memoria, lo cual no es muy eficiente, por lo que al saber que es una matriz rala, solo se guardaron los elementos diferentes de cero en el fomato de CRS (Compressed Row Storage), el cual facilita las operaciones entre matrices, dando como resultado que se guardarán solo 5,362,468 elementos y ahorrando un 99 % de memoria.

El potencial que se le aplico a cada electrodo fue de 10 [v], este valor fue asignado de acuerdo al usado en el sensor real y se usaron las condiciones de frontera mencionas en el capítulo 2, ecuación (2.8). En la figura 4.2 se muestra la distribución de potencial para cada uno de los electrodos fuente.

4.3. Cálculo de capacitancias

Una vez ya calculado el potencial eléctrico para cada electrodo, se prosigue a calcular los valores de capacitancia para cada par de electrodos independientes, que en total son 120 medidas de capacitancia.

El cálculo de las capacitancias se realiza de acuerdo a la ecuación (2.9) y (2.10), por lo que primero se necesita calcular el gradiente para cada electrodo detector, el cual fue aproximado con diferencias finitas de cuarto orden, de acuerdo a la ecuación (4.5).

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{12} \varphi_{i-2,j} - \frac{2}{3} \varphi_{i-1,j} + \frac{2}{3} \varphi_{i+1,j} - \frac{1}{12} \varphi_{i+2,j} \quad (4.5)$$

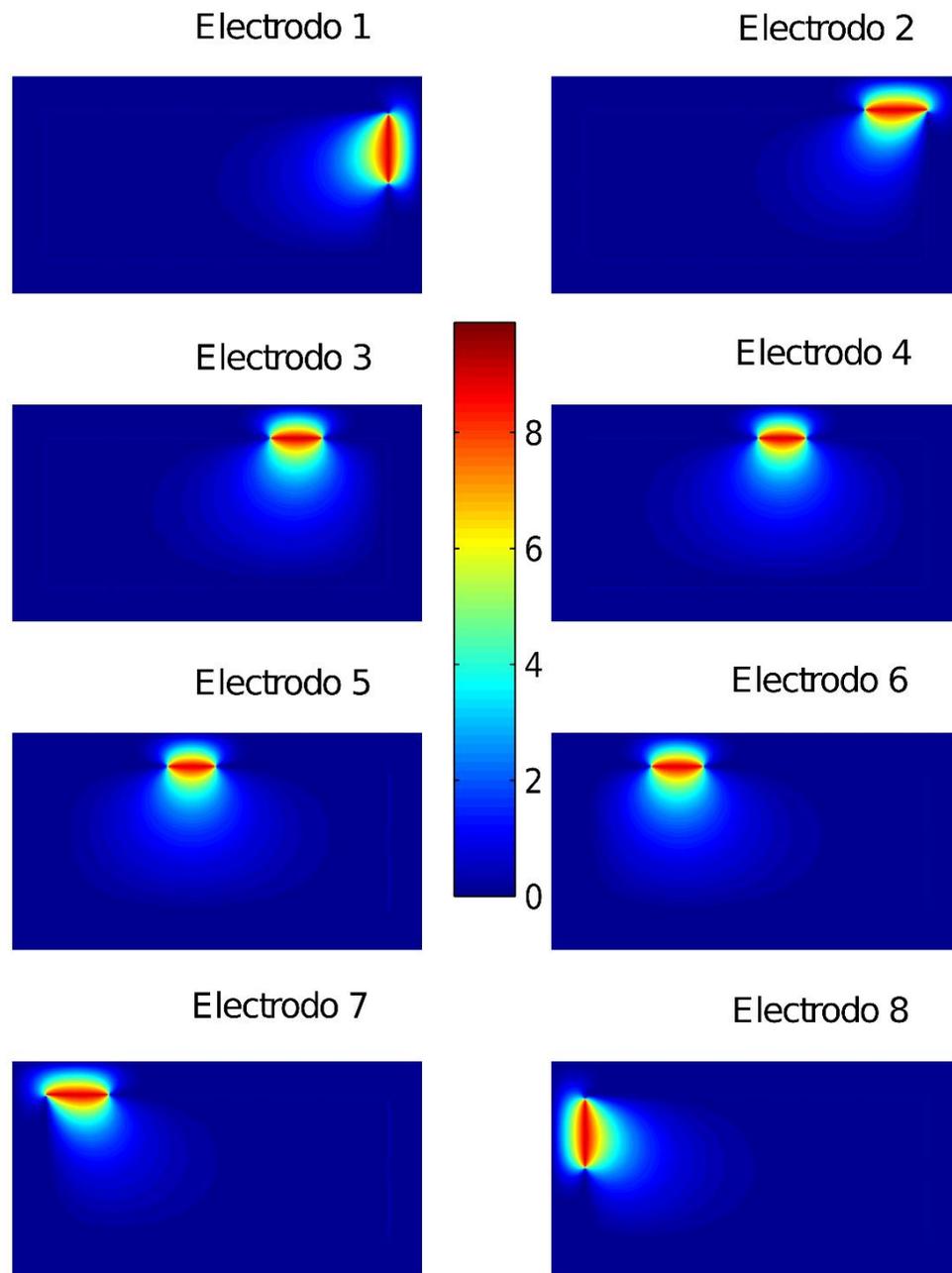


Figura 4. 2 Distribución del potencial eléctrico para los primeros ocho electrodos actuando como electrodos fuente.

El siguiente paso es calcular la integral de línea sobre el electrodo, la cual fue aproximada por medio de la regla del trapecio y así obteniendo la carga para cada electrodo detector. El último paso es dividir el valor de carga de cada electrodo por la diferencia de potencial entre el electrodo fuente y detector, que para fines prácticos es el valor de potencial asignado a electrodo fuente, ya que los electrodos detectores se mantienen en potencial cero durante las mediciones.

El procedimiento para el cálculo de capacitancias mencionado anteriormente se resume en el siguiente diagrama de flujo figura 4.3 y esa fue la forma en que fue programado en Fortran.

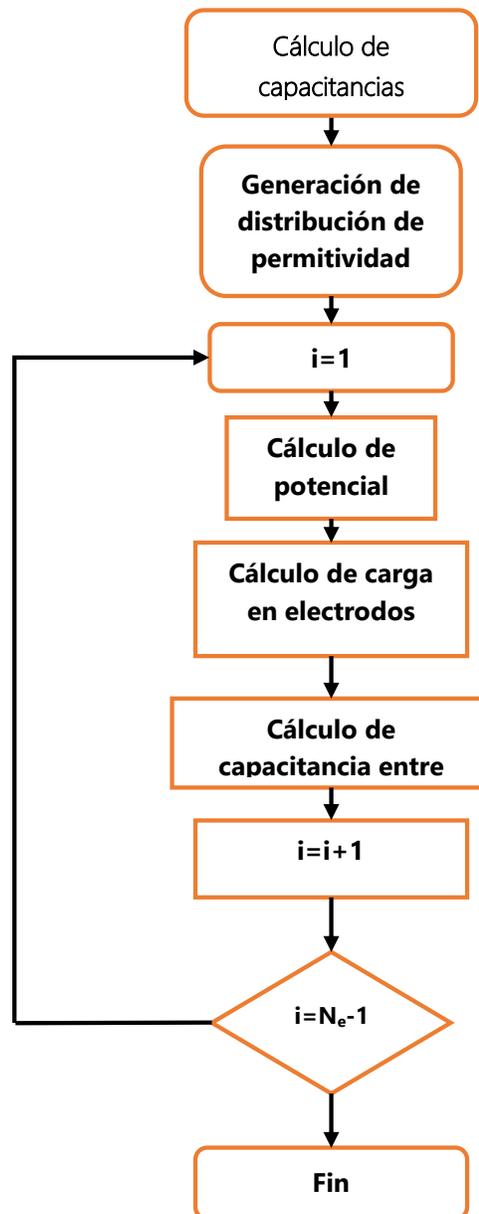


Figura 4. 3 Diagrama de flujo para el cálculo de capacitancias entre electrodos.

En la figura 4.4 se muestra los valores de capacitancia calculados cuando el sensor se encuentra vacío ($\epsilon=1.0$) y los valores medidos por el sensor de TCE, para el electrodo uno actuando como fuente, mientras los demás actúan como detectores. Se puede ver que la precisión del modelo directo es muy alta, tal que da un error cercano al 5.28 %, calculado por la norma L_2 con respecto a los datos de capacitancia observados, con estos resultados es posible continuar con la construcción de la matriz de sensibilidad y los cuales nos aseguran una buena precisión al realizar la reconstrucción de las imágenes de permitividad.

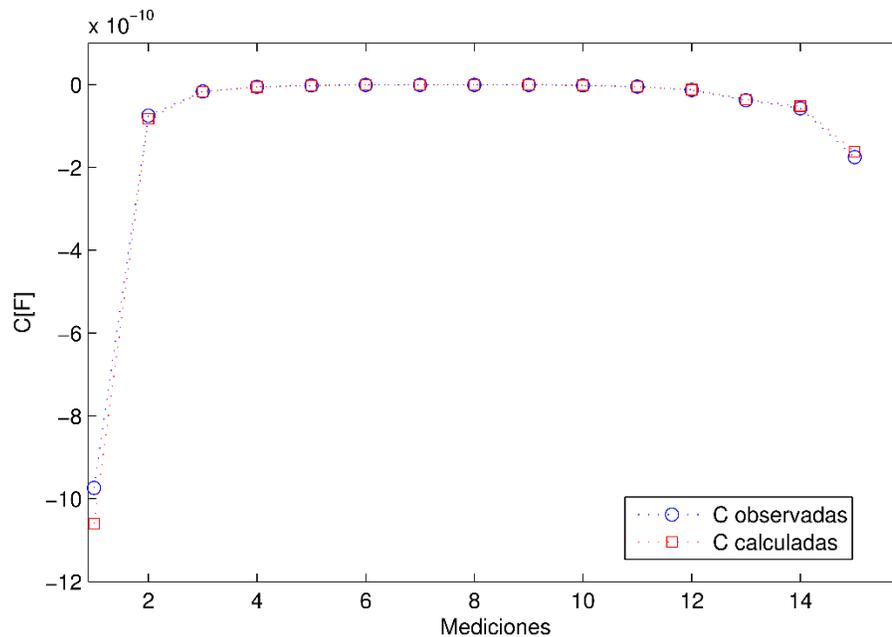


Figura 4. 4 Valores de capacitancia calculados por el modelado directo cuando el sensor se encuentra vacío ($\epsilon=1.0$), valores medidos por la TCE cuando el sensor se encuentra sin nada en su interior (aire).

4.4. Matriz de sensibilidad

El cálculo de cada matriz de sensibilidad para cada par de electrodos es una tarea muy demandante en lo que se refiere a tiempo computacional, esto se debe a la resolución del problema directo, que se debe ejecutar tantas veces como píxeles se consideren en la discretización.

Para ilustrar el tiempo que es necesario para calcular las matrices de sensibilidad, como ejemplo digamos que tenemos una discretización del interior de sensor de 100 por 100 píxeles, por lo tanto se tendrá una imagen con 10,000 píxeles, por lo que se tendrá que ejecutar el modelo directo ese número de veces. Si el tiempo de ejecución del modelo directo en forma secuencial

es de 8 minutos y este a su vez se multiplica por el número de píxeles, nos da como resultado un tiempo de ejecución de 55.55 días para obtener las matrices de sensibilidad. Este tiempo de ejecución es inaceptable, tomando en cuenta el número de píxeles empleados en la discretización del sensor, por lo que se debe optimizar el modelo directo para que no se convierta en un cuello de botella.

Una de las modificaciones aplicadas al modelo directo consiste en considerar la simetría que tienen las funciones de sensibilidad. Esta simetría nos permite calcular únicamente los mapas de sensibilidad de los primeros cuatro electrodos ($i=1,\dots,4$ S_{ij} para $j=i,\dots, 16$) y, a partir de estos, se construyen los 66 mapas de sensibilidad restantes, para ensamblar la matriz de sensibilidad global.

A la hora de programar la resolución del problema directo, solo es necesario obtener la distribución del potencial eléctrico en los primeros 4 electrodos, no en los 16 electrodos, como se hacía anteriormente. A partir de los mapas de sensibilidad calculados se obtienen los faltantes por medio de una transformación lineal, la cual en otras palabras es solo la traslación y reflejo de los mapas de sensibilidad ya calculados.

Esta modificación al programa nos da un ahorro en tiempo computacional del 75 por ciento, de tardar el modelo directo 8 minutos, ahora solo tarda un tiempo de 2 minutos. Por lo tanto esta modificación en la resolución problema directo es muy útil, para reducir el tiempo de ejecución.

Una siguiente modificación al problema directo es la paralelización del código lo cual nos permite usar más procesadores de una computadora, a comparación cuando el programa solo se ejecuta en forma secuencial, donde solo se usa un procesador, mientras los demás no realizan ningún trabajo.

Hoy en día esto es posible ya que las computadoras actuales no solo cuentan con un solo procesador, sino son computadoras con multiprocesadores, permitiendo el uso de los demás procesadores por medio de librerías especializada en el cómputo paralelo.

La paralelización del código, fue hecha con el uso de OpenMP, el cual es un conjunto de librerías y variables de entorno para computadoras con arquitecturas de memoria compartida (Hermanns, 2002). La parte del código que se paralelizo fue el cálculo de los potenciales eléctricos de los primero cuatro electrodos, por lo que la resolución para cada uno de los electrodos fuente se dividió en cada procesador. De esta manera cada procesador ejecutaba la resolución del potencial eléctrico de cada electrodo al mismo tiempo, y con esto reduciendo el tiempo de

cómputo en un 75 por ciento, por lo que el tiempo de ejecución del modelo directo tendrá un tiempo de 30 segundos.

Para el ejemplo hipotético anterior, si se resuelve por medio del algoritmo ya optimizado y paralelizado, se obtiene un tiempo de ejecución por modelo directo de 0.5 minutos, que multiplicado por el número de pixeles, obtenemos un tiempo de 3.47 días que representa el 5 por ciento del tiempo calculado anteriormente. El tiempo anterior de ejecución no es el mejor, existe todavía más modificaciones que pueden ayudar en acelerar el problema directo, pero para fines de este trabajo es más que suficiente la optimización que se le realizó al código, tal vez una mejora sería la programación del modelo directo en tarjetas gráficas (CUDA) para acelerar aún más la resolución del problema directo.

En la figura 4.5 se muestra el diagrama de flujo de la resolución del modelo directo en forma secuencial y en paralelo, donde se observa que el ciclo que se paralelizo fue el que controla la resolución de la distribución del potencial.

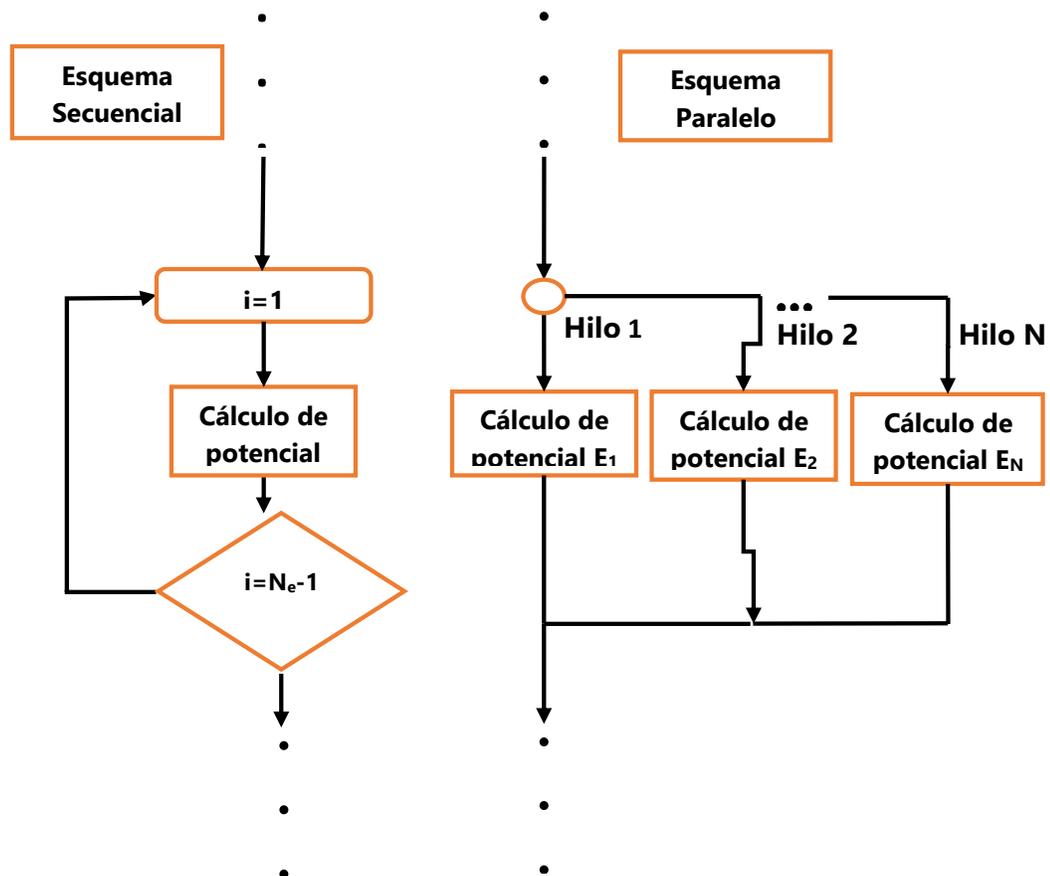


Figura 4. 5 Diagramas de flujo de la resolución del potencial eléctrico en forma secuencial y en paralelo.

Capítulo 4 Simulaciones numéricas y experimentos con datos reales

La computadora en la que se realizaron las simulaciones numéricas es una máquina de 8 procesadores (16 hilos) Intel(R) Xenon(R) E5-2687W, con 32 Gb de memoria RAM y con Red Hat 6.3 como sistema operativo.

La construcción de los mapas de sensibilidad usados en este trabajo para la reconstrucción de las imágenes de permitividad y la construcción de la matriz de sensibilidad, tienen una resolución de vertical de 2[mm] y una resolución horizontal de 5 [mm], por lo que se tiene una discretización del sensor de 153 por 133 píxeles, dando un total de 20,349 píxeles que representan el interior del sensor en su totalidad.

El rango usado en la normalización de las permitividades es de una $\epsilon_{\min}=1.0$ y una $\epsilon_{\max}=80.0$, los cuales son usados para obtener los valores de capacitancia cuando el sensor se encuentra lleno por una ϵ_{\min} y ϵ_{\max} , para la construcción de la matriz de sensibilidad.

Para obtener la matriz de sensibilidad, se hicieron tres programas en Fortran que en conjunto crean en su totalidad la matriz de sensibilidad. El primer programa calcula los valores de capacitancia cuando el sensor se encuentra en su totalidad lleno ya sea por una permitividad alta o baja, las cuales representan los límites de los valores que puede tomar la distribución de permitividad dentro del sensor. Los valores de capacitancia para cada caso respectivamente se guardan en un archivo de texto.

El segundo programa es el que calcula los valores de capacitancia cuando uno de los píxeles tiene permitividad alta mientras los demás tienen una permitividad baja y este va guardando los valores de capacitancia en un archivo binario para cada píxel dentro del sensor. Por último el tercer programa usa los archivos de los programas anteriores, para crear la matriz de sensibilidad, realizando las transformaciones lineales correspondientes para obtener en su totalidad la matriz de sensibilidad y guardándola en un archivo binario, donde este último archivo es el que será usado para las inversiones (reconstrucción de la imagen de permitividad).

Las dimensiones de la matriz de sensibilidad S son de [120,20349], la cual será usada para las simulaciones sintéticas como también para los experimentos con los datos reales. En la figura 4.7 se muestra algunos de los mapas de sensibilidad formados por el electrodo uno actuando como electrodo fuente.

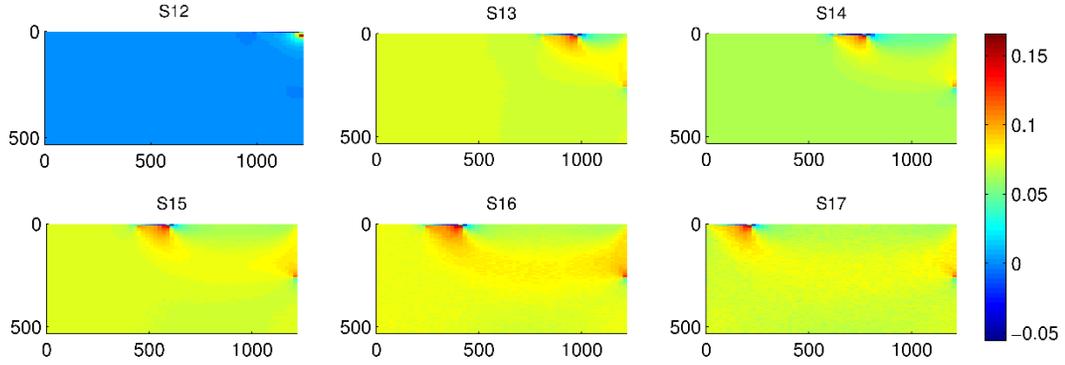


Figura 4. 6 Mapas de sensibilidad para el electrodo uno actuando como fuente y los demás como detectores.

En la figura 4.6 se puede observar que la sensibilidad para electrodos que son adyacentes S_{12} es muy alta cercana a los electrodos, pero su sensibilidad es casi nula en el área del sensor, por lo que se puede esperar que para los valores de capacitancia entre electros adyacentes ($C_{12}, C_{23}, \dots, C_{15 16}$) no se tenga información de la distribución de permitividad, solamente en el caso especial que exista una variación de permitividad muy cercana a los electros adyacentes en cuestión. Para los pares de electrodos que no son adyacentes, se tiene una sensibilidad buena del interior del sensor, a pesar de que la sensibilidad va disminuyendo conforme se acerca al centro del sensor, este podría ser un problema para la reconstrucción de las imágenes, por lo que en la literatura se propone una normalización más a la matriz de sensibilidad.

La normalización sirve para que compensar la alta sensibilidad que tiene el sensor cerca de los electrodos y la baja sensibilidad en el centro del sensor. La normalización consiste en normalizar los distintos mapas de sensibilidad, por la suma de todos sus pixeles y viene representado por la ecuación (4.6).

$$S_{ij}^* = \frac{S_{ij}}{\sum_{e=1}^{N_p} S_{ij}(e)} \quad (4.6)$$

Donde S_{ij}^* es la matriz normalizada con respecto a la suma de los pixeles de cada mapa de sensibilidad. Esta normalización es muy útil también para los métodos iterativos, porque ayuda en el ritmo de convergencia, para la reconstrucción de la imagen de permitividad.

Los mapas de sensibilidad ya normalizados se muestran en la figura 4.7, para el electrodo uno actuado como fuente y los demás de receptores.

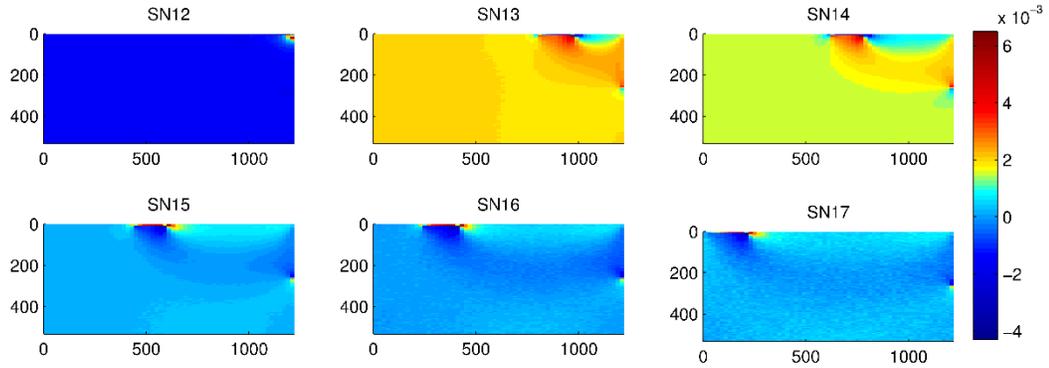


Figura 4. 8 Mapas de sensibilidad normalizados para el electrodo uno actuando como fuente. Se puede observar que se compenso la alta sensibilidad en la cercanía de los electrodos.

4.5. Inversión de modelos sintéticos

Antes de realizar las reconstrucciones de imágenes de permitividad de datos reales, se hicieron pruebas con modelos sintéticos, para poder afinar los parámetros de cada método de inversión, con esto asegurando una mejor imagen reconstruida para los datos reales.

Se generaron dos modelos sintéticos de permitividad. El primero consta de cinco círculos con permitividad relativa de 3.0, que se encuentra en un medio con permitividad relativa de 1.0, cuatro de los círculos se encuentran situados en cada esquina del sensor y el círculo faltante en centro del sensor, este modelo se muestra en la figura 4.8. El segundo modelo son tres líneas de permitividad relativa de 3.0 ubicadas en el centro del sensor, que se encuentran en un medio de permitividad relativa de 1.0, como se muestra en la figura 4.9.

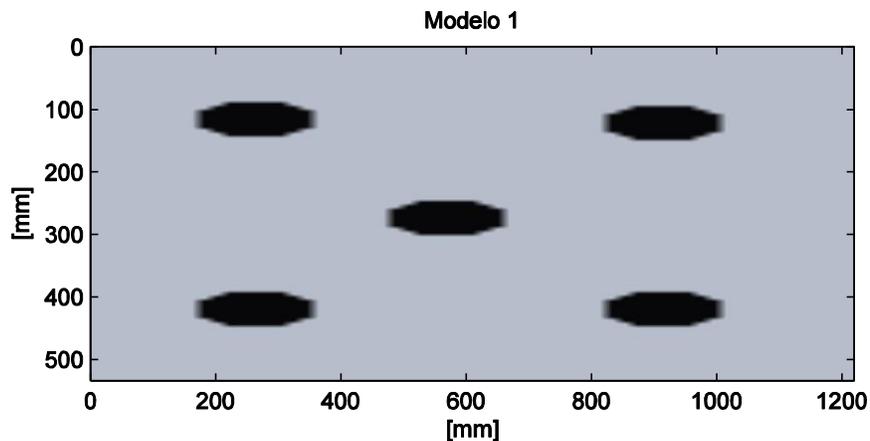


Figura 4. 9 Modelo sintético 1

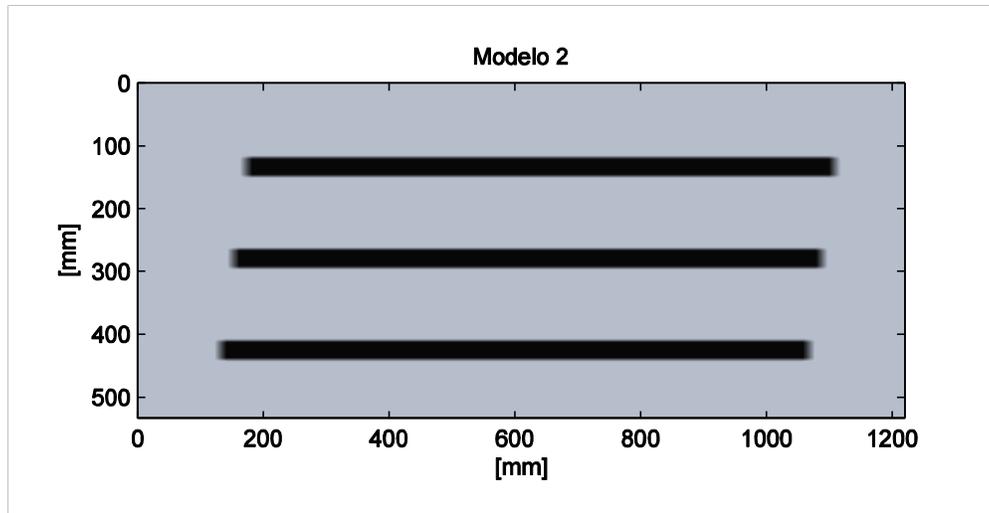


Figura 4. 10 Modelo sintético 2

Los modelos de distribución de permitividad creados fueron ingresados en el programa del modelo directo para calcular los valores de capacitancia sintéticos, a los cuales se les agrego un cinco por ciento de ruido aleatorio, para simular los datos reales de capacitancia.

Como en este trabajo se aplicarán distintos algoritmos de reconstrucción, estos algoritmos se evaluaron de acuerdo a tres criterios, los cuales son:

1. Error relativo de la imagen, ecuación 4.7.
2. Norma L_2 en los valores de capacitancia (Yang y Peng, 2003), ecuación 4.8.
3. Coeficiente de correlación entre el modelo de prueba sintético y la imagen reconstruida (Xie *et al.*, 1992), ecuación 4.9.

$$EI = \frac{\|\hat{g} - g\|}{\|g\|} \quad (4.7)$$

$$EC = \frac{\sum_{i=1}^m [c(i)_{obs} - c(i)_{calc}]^2}{\sum_{i=1}^m [c(i)_{obs}]^2} \quad (4.8)$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{Np} (\hat{g}_i - \bar{g})(g_i - \bar{g})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{Np} (\hat{g}_i - \bar{g})^2 \sum_{i=1}^{Np} (g_i - \bar{g})^2}} \quad (4.9)$$

Donde \mathbf{g} es la verdadera distribución de permitividad del modelo de prueba, $\hat{\mathbf{g}}$ es la distribución de permitividad reconstruida, $\bar{\hat{\mathbf{g}}}$ y $\bar{\mathbf{g}}$ es la media de la imagen reconstruida y la media de la imagen real respectivamente.

En el método de LBP y Landweber iterativo, no es posible hacerles grandes modificaciones a los algoritmos, ya que en ellos no existe un parámetro que al modificarlo se tenga una imagen mejor reconstruida. Por lo que no hubo necesidad de realizar modificaciones, que ayuden a la convergencia. Por lo que fueron programados de acuerdo a sus fundamentos teóricos de cada método en particular, que se mencionaron en el capítulo 2. Por otro lado para el método de Cristalización Simulada, se realizaron algunas modificaciones al algoritmo, aprovechando las características especiales del problema.

La primera modificación que se realizó al algoritmo, se debe a que durante el proceso de reconstrucción de la imagen de permitividad por el método de Cristalización Simulada, es necesario resolver el modelo directo para un número finito de distribuciones de permitividad, mientras el método converge a la solución global. Dado que cada solución varía muy poco con respecto a su anterior, es posible acelerar el proceso completo, reduciendo dramáticamente el número de operaciones de punto flotante (Ortiz-Alemán y Martin, 2005). Lo anterior es posible eliminando la multiplicaciones redundantes entre la matriz de sensibilidad \mathbf{S} y el vector de permitividades \mathbf{g} . Para explicar este desarrollo numérico en el cálculo del problema directo, consideremos el caso cuando el elemento g_i del vector de permitividades es perturbado en el ciclo interior del método de Cristalización Simulada:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1i} & \cdots & S_{1N_p} \\ S_{21} & \cdots & S_{2i} & \cdots & S_{2N_p} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{m1} & \cdots & S_{mi} & \cdots & S_{mN_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_i + \Delta g_i \\ \vdots \\ g_{N_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_m \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

donde Δg_i es la perturbación al parámetro g_i . Se puede observar en la ecuación (4.10) solo un elemento del vector de permitividades es modificado, mientras los demás siguen siendo los mismos, por lo que cada modelo nuevo creado puede ser considerado como un factor de corrección en los valores de capacitancia, calculados previamente. Este factor de corrección se define como:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1^{k+1} \\ \vdots \\ \lambda_m^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1^k \\ \vdots \\ \lambda_m^k \end{bmatrix} + \Delta g_i \begin{bmatrix} S_{1i} \\ \vdots \\ S_{mi} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

De esta manera, la reconstrucción de la imagen de permitividad por el método de Cristalización Simulada es acelerado y el tiempo de cómputo es comparable a los métodos de inversión lineales, como el de Landweber iterativo proyectado.

La segunda modificación que se realizó al algoritmo para reducir el tiempo de cómputo, fue la aproximación de la imagen de permitividad por píxeles de dimensiones variables. Esto significa que la reconstrucción de la imagen, inicia con píxeles más grandes y va disminuyendo conforme la inversión va transcurriendo. Lo anterior es con la finalidad de poder encontrar los contrastes de permitividad más grandes y conforme avanza el proceso de reconstrucción, ir detallando la imagen con aproximaciones más finas.

Para poder implementar esta modificación en el algoritmo de Cristalización Simulada, se agregó un ciclo externo que controle el tamaño de los píxeles y el cual va refinando la resolución de la imagen invertida. Las ventajas de ir realizando esta aproximación por píxeles de diferentes tamaños, son que se reduce el número de parámetros a invertir y le permite al algoritmo encontrar el mínimo global en un número menor de iteraciones. Las dimensiones de los píxeles usados para las aproximaciones fueron de $[4 \times 4]$, $[2 \times 2]$, $[1 \times 1]$ píxeles (véase figura 4.10) y en donde la única diferencia entre los tamaños de los píxeles era el número de parámetros a invertir por el método de inversión.

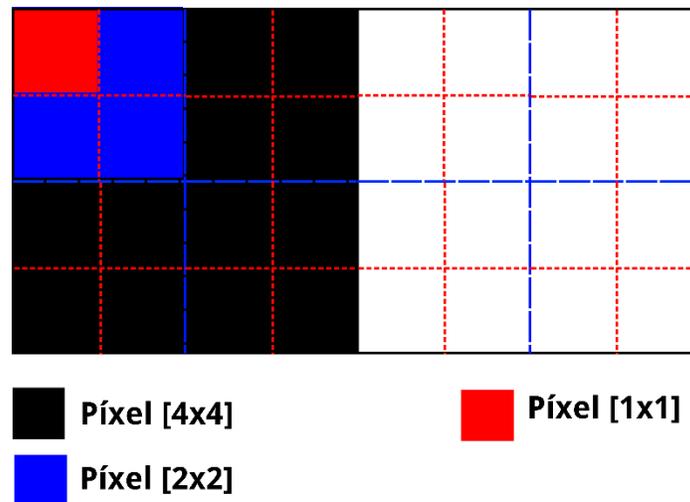


Figura 4. 11 Dimensiones de los píxeles para la reconstrucción de la imagen por medio de píxeles variables.

La última modificación que se realizó al algoritmo de inversión, fue que para cada tamaño de píxel se eligiera una temperatura inicial diferente, cumpliéndose que la temperatura inicial más alta fuera para el tamaño de píxeles más grande y que fuera disminuyendo conforme el tamaño de píxeles usados en la aproximación. Esto se debe que cuando se aproximaba la imagen con el tamaño de píxeles mediano, esta destruía la solución anterior de la aproximación con píxeles grandes, por lo que la implementación de píxeles variables no servía de mucho.

En la reconstrucción de los modelos sintéticos de permitividad propuestos, se aplicaron tres algoritmos de reconstrucción (LBP, Landweber iterativo, Cristalización Simulada), de los cuales el más importante para este trabajo es el algoritmo de Cristalización Simulada. Lo anterior fue con la finalidad de comparar rendimiento del algoritmo propuesto con los usados en la literatura comúnmente.

Las imágenes reconstruidas de los modelos sintéticos por el algoritmo LBP se muestran en la figura 4.11, 4.12. Se puede observar que las imágenes resultantes son muy borrosas y que no se puede detectar ninguna geometría como las presentes en los modelos sintéticos. Lo único que se puede observar en ambas imágenes, son sombras y que en este caso se podrían deber a los objetos de los modelos sintéticos. Estos resultados eran en parte esperados, ya que este algoritmo de reconstrucción no toma en cuenta la no linealidad del problema y además es un algoritmo directo. Dados los resultados de este algoritmo, no es de utilidad en la reconstrucción de imágenes de modelos reales, debido a la complejidad de las geometrías presentes en cada modelo geológico análogo. Por lo tanto se decidió no aplicar el algoritmo LBP para los datos reales de capacitancia.

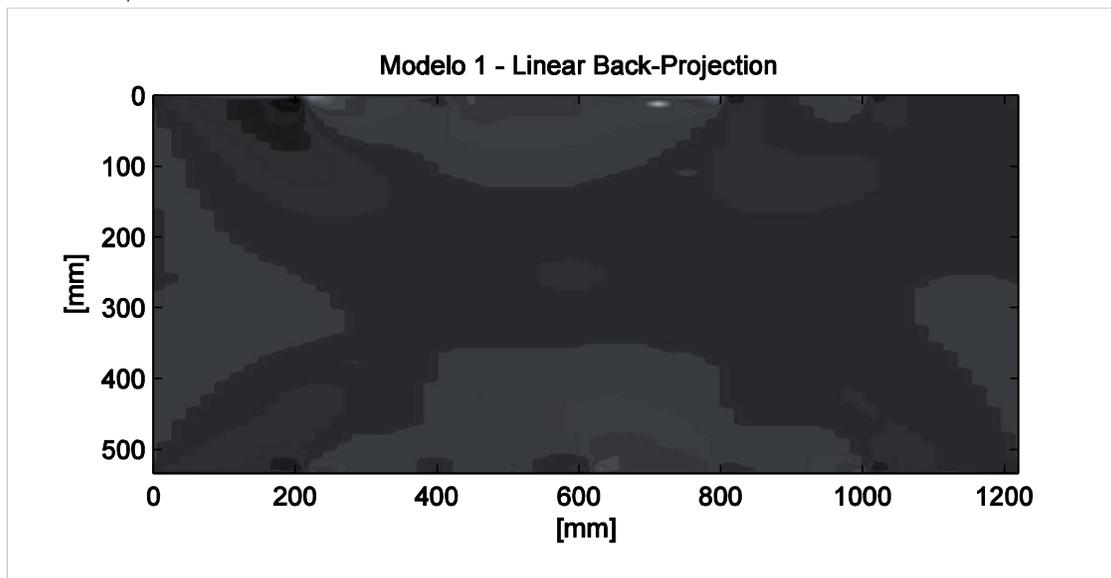


Figura 4. 12 Reconstrucción por Linear Back-Projection, Modelo sintético 1.

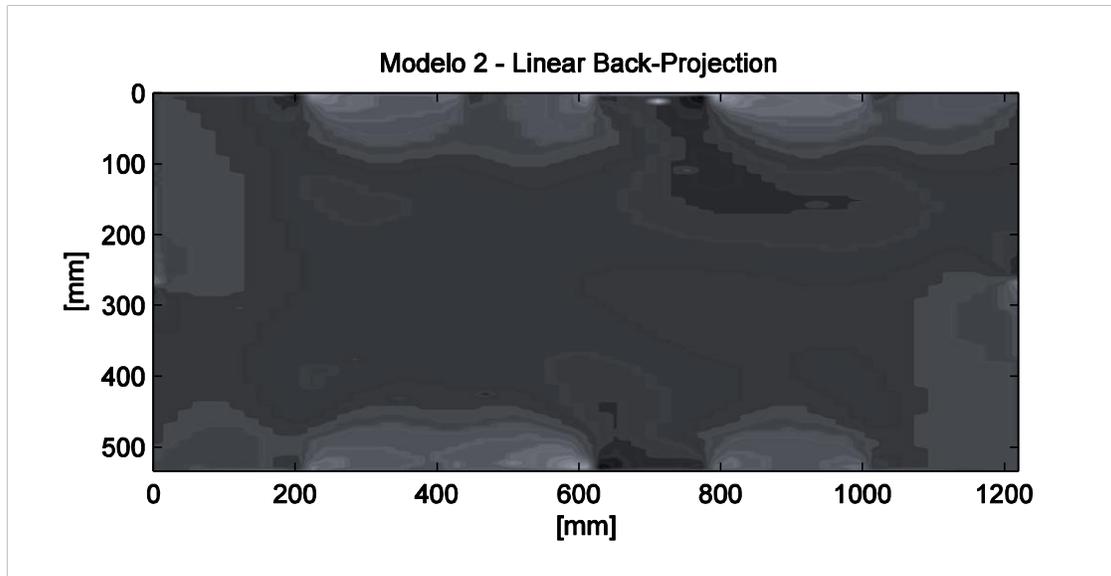


Figura 4. 13 Reconstrucción por Linear Back-Projection, Modelo sintético 2.

En el caso de las imágenes reconstruidas por el algoritmo Landweber iterativo, se obtienen mejores resultados, debido a que este algoritmo es iterativo y no lineal. Para el caso de la reconstrucción del modelo sintético constituido por varios círculos, figura 4.8, se obtiene resultados muy buenos. En esta imagen se pueden identificar muy bien cada uno de los objetos con distinto valor de permitividad, también estos se encuentran ubicados en la posición correcta con respecto al modelo sintético. En donde existen algunos errores es en el tamaño de cada objeto que son más grandes con respecto al modelo original, pero a pesar de esto se obtienen una buena imagen (véase figura 4.13). En el caso del modelo sintético de tres líneas de distinto valor de permitividad, figura 4.9, el resultado obtenido no llegan a ser tan bueno como la imagen anterior, ya que se obtiene una imagen borrosa y solo se observa dos de la tres líneas que se encuentran en el modelo sintético. La línea que está situada en el centro del sensor no es reconstruida, de alguna forma el algoritmo trata de compensar esto, haciendo más gruesas las otras líneas, para poder dar la misma respuesta en el valor de las capacitancias (véase figura 4.14). Lo anterior se debe a que este algoritmo converge a un mínimo local y que no necesariamente es la mejor solución para el problema. Dados los resultados para este último caso, no es indicado aplicar este algoritmo para los modelos reales. Lo anterior se debe a que la geometría de los modelos geológicos es más compleja y lo que tendera hacer este algoritmo será en unificar la respuesta del todo el modelo en un solo bloque y lo cual no es útil porque el objetivo es identificar interfases entre distribuciones de permitividad que constituyen el modelo geológico análogo.

Para las dos imágenes reconstruidas se usó un número máximo de iteraciones de $n_{iter}=250,000$. Este número de iteraciones fue elegido, porque es donde ocurre el mayor descenso del error.

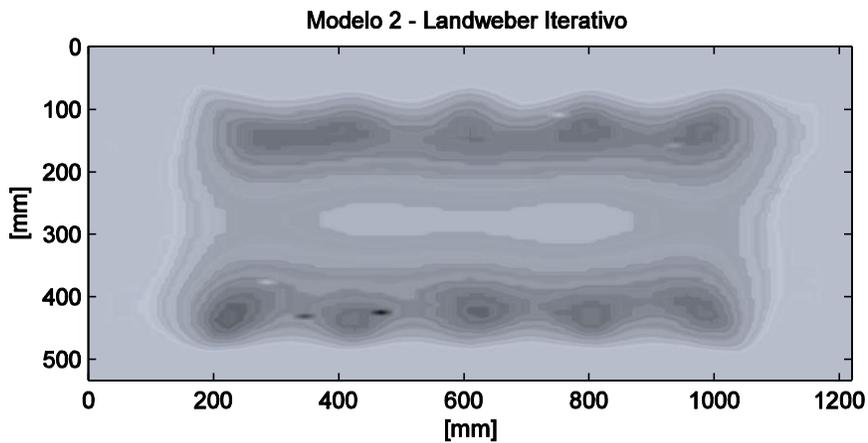


Figura 4. 14 Reconstrucción por Landweber Iterativo, Modelo sintético 2.

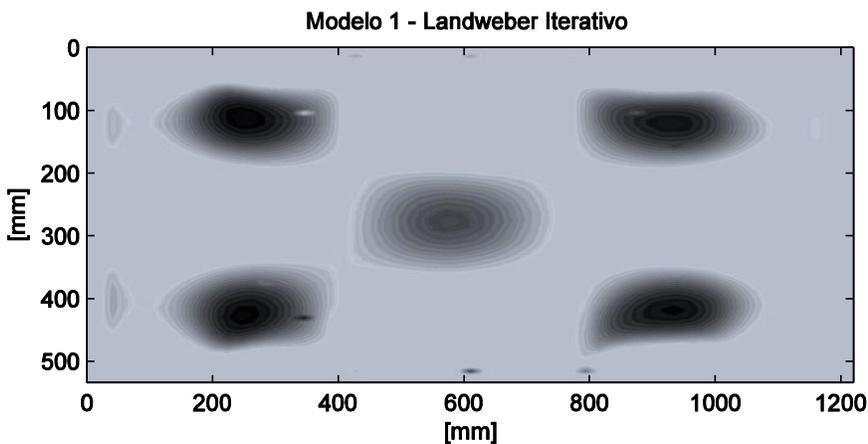


Figura 4. 15 Reconstrucción por Landweber Iterativo, Modelo sintético 1.

Por último para el algoritmo de Cristalización Simulada se obtuvieron muy buenos resultados, para ambas imágenes reconstruidas se observa una buena delimitación de las geometrías y buena ubicación espacial con respecto a los modelos sintéticos (véase figura 4.15, 4.16).

Para los dos casos se aplicó la metodología mencionada anteriormente, que es la aproximación por píxeles variables. Se puede observar en los dos casos para la imagen con píxeles más grandes, se encuentra el mínimo global rápidamente, ya que es un número menor de parámetros a invertir. Para la imagen con un tamaño de píxeles mediano, en esta se comienza a detallar las geometrías presentes, sin destruir el modelo creado por los píxeles más grandes y por último para la imagen de píxeles pequeños, se afina por completo la imagen reconstruida, detallando las estructuras más pequeñas y sus límites, que se presentan en el modelo.

En cuanto a la variación del error con respecto a las capacitancias, el error baja rápidamente con la aproximación de píxeles grandes y mientras se va disminuyendo el tamaño de los píxeles el error disminuye, pero lo hace lentamente.

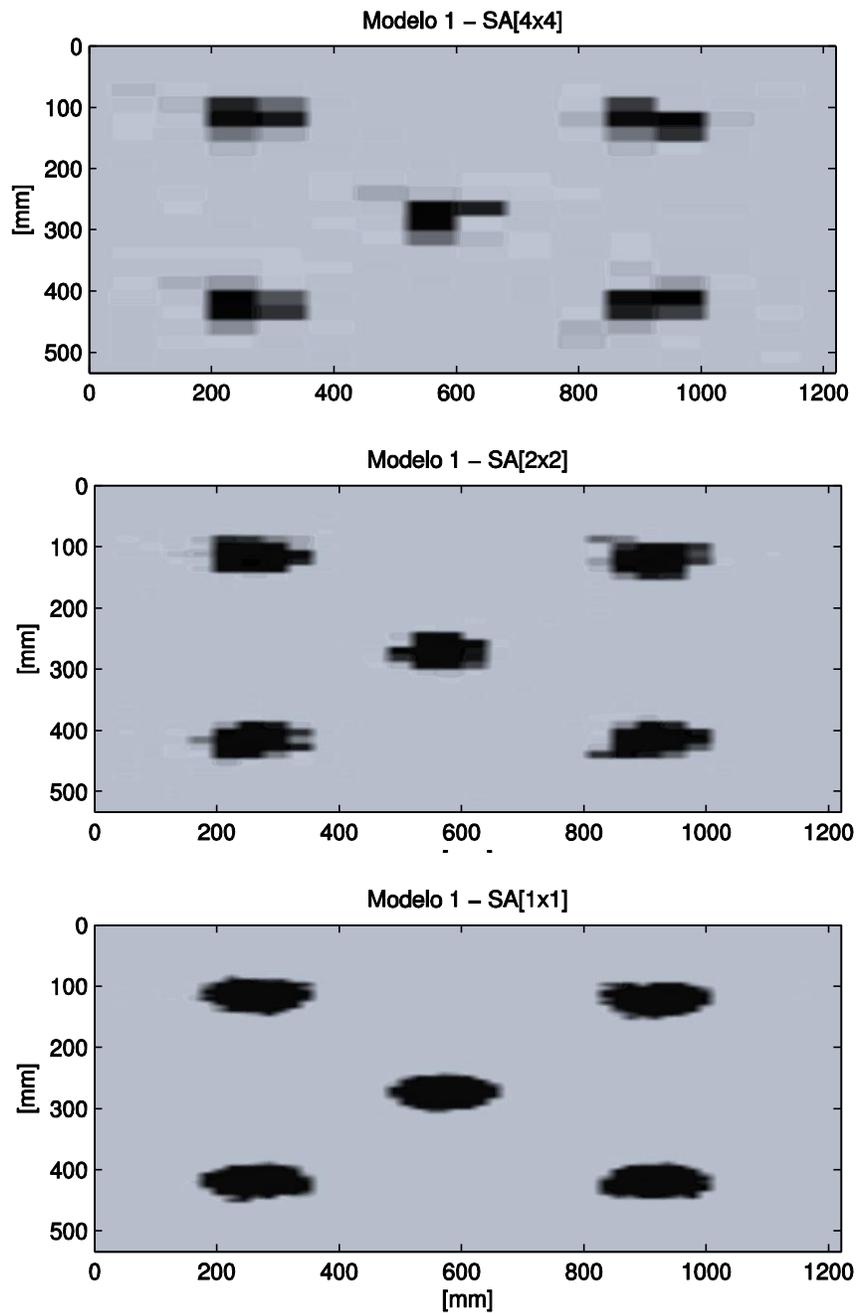


Figura 4. 16 Reconstrucción por Cristalización Simulada, Modelo sintético 1.

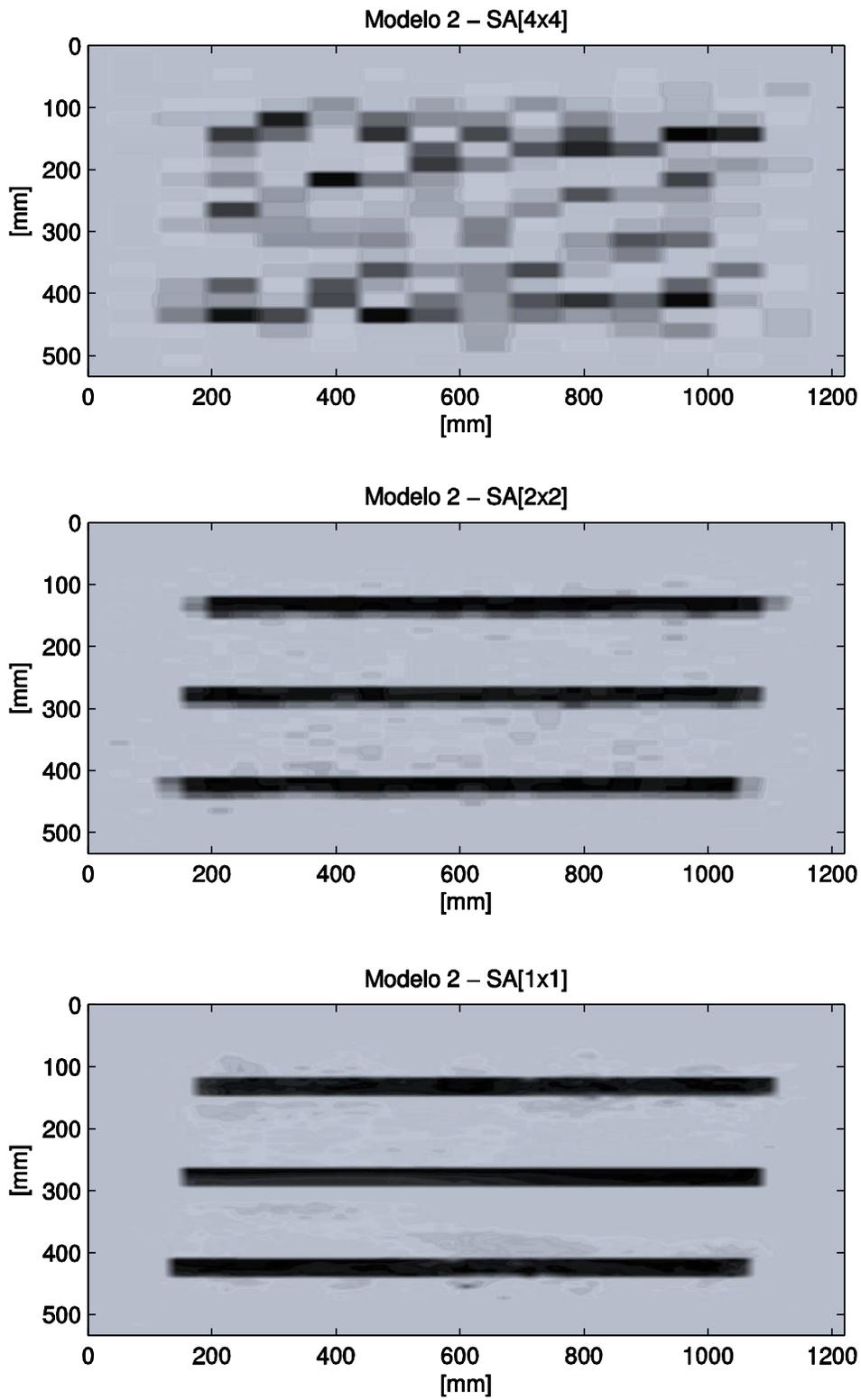


Figura 4. 17 Reconstrucción por Cristalización Simulada, Modelo sintético 2.

La temperatura inicial para cada aproximación de acuerdo al tamaño de píxel, se definió de la siguiente manera: 1.0 píxel [4x4], 0.01 píxel [2x2] y 1×10^{-4} [1x1]. El número de iteraciones para cada aproximación fue de 10,000, 20,000 y 20,000 respectivamente.

Por último al algoritmo de reconstrucción se le aplico un filtro de la mediana, entre las aproximaciones de imágenes de distintos tamaño de píxel. Usando la imagen de salida después de aplicar el filtro como modelo inicial para la siguiente aproximación. El filtro de la mediana, es un filtro espacial no lineal, que es utilizado regularmente en el tratamiento de imágenes, para eliminar el ruido que estas contengan (Pertusa, 2010). Su aplicación consiste en sustituir los valore de cada píxel de la imagen con la mediana de su vecindad. Por lo tanto este filtro se aplicó a los valores de permitividad en una malla de [3x3] píxeles, asignando el valor de la mediana en el punto central. Un ejemplo de la aplicación de este filtro observa en la figura 4.17.



Figura 4. 18 Aplicación del filtro de la mediana, se puede observar que en la imagen b) se definen mejor los bordes de los objetos y les da una forma más real.

En la tabla 4.1 se resume los tres criterios usados para la evaluación de cada algoritmo de reconstrucción y los parámetros usados para cada método respectivamente. En esta figura se puede observar las ventajas y desventajas de cada algoritmo de reconstrucción, para los modelos sintéticos usados.

	Modelo Sintético 1			Modelo Sintético 2			Iteraciones
	EI	EC	R	EI	EC	R	
Cristalización Simulada	0.11014112	6.45E-005	0.99999986	9.23E-002	6.80E-005	0.99999978	50000
Linear Back-Projection	0.99698372	14.1024328	0.86340888	0.99553752	20.1484295	0.3012945	NA
Landweber Iterativo	0.29068881	1.57E-002	0.99990096	0.44873654	4.93E-003	0.99998822	250000

Tabla 4. 1 Criterios de evaluación en la reconstrucción de las imágenes de permitividad, EI (Norma L_2 entre distribución de permitividad), EC (Norma L_2 capacitancias), R (Coeficiente de correlación entre imágenes).

4.6. Modelos geológicos análogos

Como se ha mencionado uno de los objetivos de este trabajo es aplicar la técnica de TCE a modelos geológicos análogos, para su monitoreo, los cuales son usados para el modelado de mecanismos de deformación y evolución de cuerpos salinos. Sin embargo como el tema de este trabajo es la reconstrucción de imágenes de permitividad, no se hablara acerca de los fundamentos para la construcción de los modelos geológicos análogos ya que es toda una disciplina y que está más allá de los fines de este trabajo. Por lo que solo se hablara de los materiales que fueron usados para la construcción de tales modelos y de sus propiedades físicas.

Los materiales usados para la construcción de los modelos geológicos análogos fueron: arena de cuarzo seca caracterizada con una densidad de 1500 kg/m^3 y una permitividad relativa de 3.8-4.0, polímero SGM 36 (silicón) con una densidad de 970 kg/m^3 que es útil en el modelado de secuencias ductiles y con una permitividad relativa de 9-10.0, por último trazador eléctrico de óxido de titanio para arenas con permitividad relativa de 80-86.

El primer modelo geológico análogo construido, consiste de cinco estratos separados cada centímetro por el marcador de óxido de titanio, figura 4.19. Cada estrato está constituido por arena de cuarzo. Las dimensiones del modelo son 5 [cm] de alto, 75 [cm] de largo y 30 [cm] de ancho.

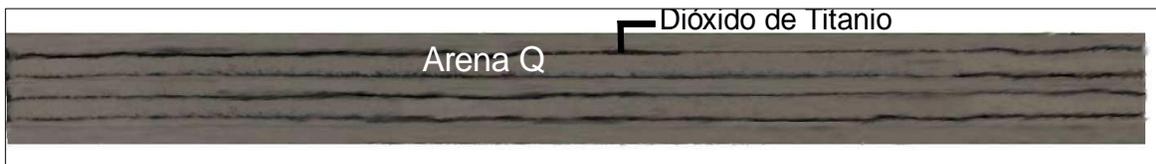


Figura 4. 19 Recorte del primer modelo geológico análogo constituido por cinco estratos

El segundo modelo, tiene una geometría más compleja que el anterior y también tiene una fase más con distinta permitividad (silicón) a diferencia del modelo anterior. El modelo simula una cuenca sedimentaria, en donde posteriormente se simuló el depósito de evaporitas (silicón). Una vez construida la cuenca sedimentaria, se depositaron cuatro centímetros de arena de cuarzo, con marcadores cada centímetro, véase figura 4.20. Las dimensiones de este modelo son 8 [cm] de alto, 75 [cm] de largo y 30 [cm] de ancho.

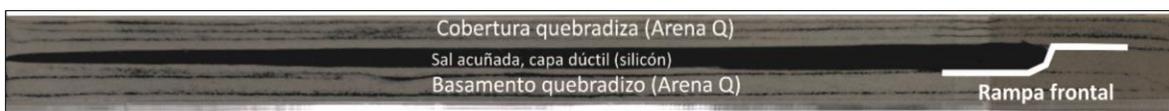


Figura 4. 20 Recorte del segundo modelo geológico análogo.

Capítulo 4 Simulaciones numéricas y experimentos con datos reales

Para cada modelo analógico, se midieron los valores de capacitancia, obtenidos del tomógrafo y las cuales son usadas en la reconstrucción. Para la inversión se usó solo el algoritmo de Cristalización Simulada, el cual tuvo los mejores resultados en las imágenes reconstruidas de los modelos sintéticos. En ambos casos la reconstrucción se realizó con la aproximación de píxeles variables.

5. Resultados y conclusiones

En la reconstrucción de las imágenes de permitividad, a partir de las mediciones de capacitancia observadas producidas por los modelos geológicos análogos, se usaron los siguientes parámetros para el algoritmo de cristalización simulada. La temperatura inicial para cada aproximación de acuerdo al tamaño de píxel, se definió de la siguiente manera: 1.0 píxel [4x4], 0.01 píxel [2x2] y 1×10^{-2} [1x1]. El número de iteraciones para cada aproximación fue de 100,000, 200,000 y 10,000,000 respectivamente.

En cada aproximación de la imagen de píxeles variables se aplicó el filtro de la mediana, en el que la imagen resultante después de aplicar el filtro era usada como modelo inicial en la siguiente aproximación de la imagen.

En la figura 5.1 se observa las imágenes reconstruidas del primer modelo analógico planteado. Se puede observar en la imagen final que las interfases entre cada estrato se encuentran bien definidas, a pesar de que estén un poco difusas, pero si se llega a determinar cada uno de los estratos observados en los modelos geológicos análogos, que están delimitados por el óxido de titanio. En cuanto a las arenas que constituyen cada estrato, solo se observa en la imagen un medio borroso, pero que se mantiene uniforme entre cada interfaz, que se podría asociar a las arenas. Lo anterior se podría deber a la gran diferencia de permitividad con respecto al óxido de titanio.

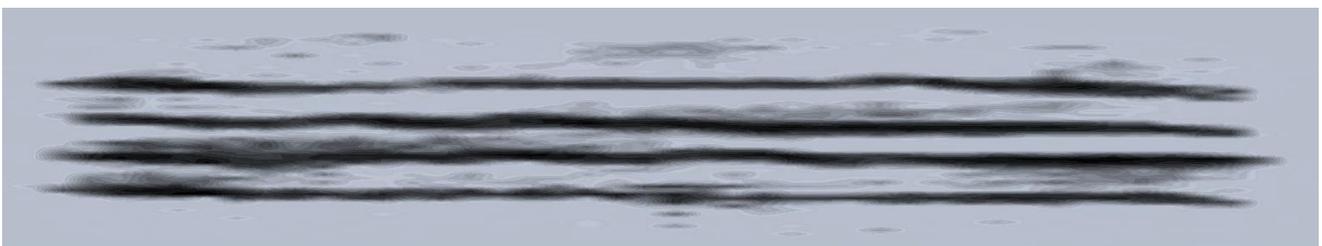


Figura 5. 1 Reconstrucción del primer modelo analógico.

En la figura 5.2 se observan la imagen reconstruida del segundo modelo analógico planteado. En la imagen final se puede observar muy bien definidos cada uno de las interfases, para el caso de la cuenca sedimentaria representada en el modelo analógico, la reconstrucción no están buena como en la interfases, pero si se pueden ver muy bien los límites de las cuenca y su delimitación. En cuanto a las arenas y el silicón en la reconstrucción, solo se observa un medio borroso y que es más intenso para el silicón por la diferencia de permitividades, que es más grande la permitividad para el silicón.

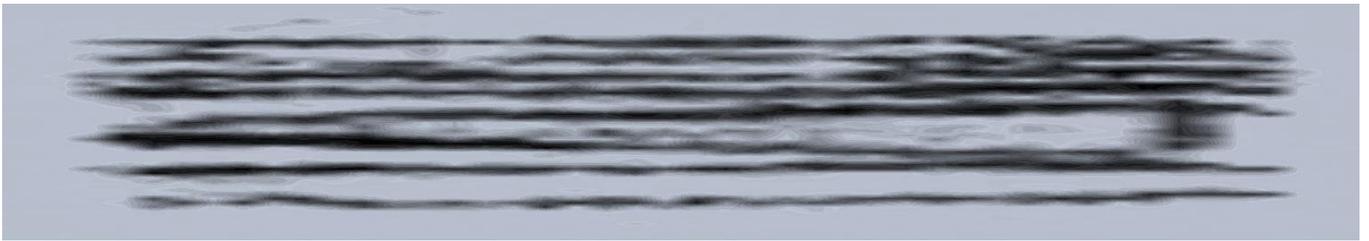


Figura 5. 2 Reconstrucción del segundo modelo analógico.

A las imágenes reconstruidas de los modelos geológicos análogos se les aplico un procesado, con el fin de mejorar aún más las imágenes, el cual consistió en la interpolación lineal de las imágenes dando un mayor contraste en estas y como último proceso se aplicó un filtro laplaciano, para detectar bordes, de esta manera se definían mejor las interfases en cada una de las imágenes.

5.1. Conclusiones

El uso del algoritmo de inversión denominado Cristalización Simulada en datos de TCE, tanto para datos sintéticos como reales, permite obtener mejores resultados en cuanto a la calidad de las imágenes reconstruidas, con respecto de los algoritmos usados comúnmente en la literatura especializada: Linear Back-Projection y Landweber Iterativo.

La calidad realizada de las imágenes, no solo se debe al algoritmo de inversión, sino también a la gran precisión en el modelado directo, que es resuelto con el método de volumen finito (VF), en este trabajo. El método VF permitió disminuir el error entre los datos de capacitancia observados y los calculados por el modelado directo al rango necesario para aproximar la muy alta precisión del sensor real (del orden de Pico Faradios).

La principal desventaja de usar el método de inversión de Cristalización Simulada, comparado con los otros métodos de inversión lineal, es que este necesita un mayor tiempo de cómputo. Lo anterior se debe a que el algoritmo de Cristalización Simulada, es un método de optimización global y necesita un número mayor de iteraciones para alcanzar el modelo óptimo. A pesar de las modificaciones que se realizaron, tanto en el modelo directo como en el modelo inverso, para acelerar todo el proceso en la reconstrucción de las imágenes con tal algoritmo, este aún requiere un tiempo computacional mayor, que los otros algoritmos lineales usados en este trabajo. Por lo tanto, el empleo del algoritmo de Cristalización Simulada para la reconstrucción de imágenes de permitividad en tiempo real, no es posible actualmente, por el tiempo relativamente alto que consume, a diferencia de los algoritmos lineales (Linear Back-Projection). Sin embargo, en el monitoreo de los modelos geológicos análogos no es necesario reconstruir las imágenes de permitividad en tiempo real, ya que estas imágenes son usadas como una herramienta más en el proceso de interpretación. Por lo tanto, la reconstrucción de las imágenes se puede hacer después del experimento, aunque las medidas de capacitancia si son registradas en tiempo real.

En resumen, el uso de la técnica de Tomografía de Capacitancia Eléctrica, en el monitoreo de modelos geológicos análogos aplicados al estudio de los mecanismos de deformación y evolución de cuerpos salinos, se obtuvieron muy buenos resultados en términos de la calidad de las imágenes reconstruidas. Se implantó una variante del algoritmo de inversión denominado Cristalización Simulada, reduciendo su carga computacional mediante la optimización numérica del problema directo, cumpliendo de esta forma los objetivos planteados para este trabajo, tomando en cuenta que se pretende evaluar la aplicabilidad de la TCE como una alternativa para la visualización no invasiva de modelos geológicos análogos.

Por último, todas a las aproximaciones de las imágenes de permitividad se realizaron con el modelo directo linealizado, por lo que en un trabajo futuro se podría aplicar el algoritmo de cristalización simulada para un modelado directo no lineal y estimar la diferencia en los resultados obtenidos, posibilitando una mejora adicional en la resolución de las imágenes.

Bibliografía

Dyakowski T., Laurent, F.C. Jeanmeure, Artur J. Jaworski, (2000). Applications of electrical tomography for gas-solids and liquid-solids flows - a review. *Powder Technology* , Vol. 112, pp. 174-192.

Flores-Guzmán N., (2007). Redes neuronales artificiales para reconstrucción de imágenes en tomografía de capacitancia eléctrica. Tesis doctoral. Instituto Mexicano del Petróleo, IMP.

Flores-Guzmán N., Gamio, J.C., Ortiz-Alemán, C., Damian E., (2005). Sensor modeling for an electrical capacitance tomography system applied to oil industry. *COMSOL Multiphysics User's Conference Boston*, pp. 195-200.

Gamio J.C., (1977). A high-sensitivity flexible-excitation electrical capacitance tomography system. PhD Thesis, Institute of Science and Technology, University of Manchester.

Gamio J.C., Ortiz-Alemán C., Martin R., (2005). Electrical capacitance tomography two-phase oil gas pipe flow imaging by the linear back-projection. *Geofísica Internacional* , Vol. 44 , pp. 265-273.

Hermanns M., (2002). Parallel Programming in Fortran 95 using OpenMP., School of Aeronautical Engineering, Universidad Politécnica de Madrid.

Ingber L., (2015). Adaptive Simulated Annealing Options. 1-22. Lester Ingber Research [URL:http://www.ingber.com/asa11_options.pdf]

Khan S.H., Abdullah F., (1993). F. Finite element modeling of multielectrode capacitive systems for flow imaging. *IEE PROCEEDINGS-G*, Vol. 140, pp 216-222.

Martínez-Olmos A., (2009). Nuevas estrategias y sistemas de medida para tomografía eléctrica de capacitancia. Tesis Doctoral. Departamento de Electrónica y Tecnología de Computadoras, Universidad de Granada.

Ortiz-Alemán C., Martin R., (2005). Inversion of electrical capacitance tomography data by simulated annealing: Application to real two-phase gas-oil flow imaging. *Flow Measurement and Instrumentation*, Vol. 16, pp. 157-162.

S.Al-Afeef, A., (2010). Image reconstructing in electrical capacitance tomography of manufacturing processes using genetic programming. PhD Thesis. Al-Balqa Applied University.

Saad Y., (2003). Iterative Methods for Sparse Linear Systems. Society for Industrial and Applied Mathematics, Second Edition.

Tannehill, J. C., Anderson A. Dale, (1984). Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. Taylor&Francis, Second Edition.

Xie C. G., Huang S.M., Hoyle B.S., (1992). Electrical capacitance tomography for flow imaging: system model for development of image reconstruction algorithms and design of primary sensors. IEE PROCEEDINGS-G, Vol. 139, pp. 89-98.

Yang W.Q., Liu S., (1999). Electrical Capacitance Tomography with a Square Sensor. 1 st World Congress on Industrial Process Tomography, pp. 313-317.

Yang W.Q., Spink D.M., (1999). An image-reconstruction algorithm based on Landweber's iteration method for electrical-capacitance tomography. Meas. Sci. Technol., Vol. 10, pp. 1065-1069.

Yang, W.Q., Peng, L. (2003). Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography. Meas. Sci. Technol , 14, pp. R1-R13.

Yixin M., Ling-An X., (1999). Experimental study of the guard electrodes in a ERT system. 1 st World Congress on Industrial Process Tomography, Buxton, Greater Manchester.