



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO**



FACULTAD DE INGENIERÍA

PROGRAMA ÚNICO DE ESPECIALIZACIONES DE INGENIERÍA

CAMPO DE CONOCIMIENTO: INGENIERÍA CIVIL

***MODELACIÓN DE TRANSITORIOS HIDRÁULICOS EN LA C. H.  
FERNANDO HIRIART CON EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS  
UTILIZANDO EXCEL.***

**T E S I N A**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**ESPECIALISTA EN HIDRÁULICA**

PRESENTA:

**ING. CÉSAR JOSAFAT CABALLERO MEJÍA**

DIRECTORA DE TESINA: M. en C. LIBIA GEORGINA CARMONA PAREDES  
MÉXICO, D.F.

AGOSTO 2015



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
PROGRAMA ÚNICO DE ESPECIALIZACIONES DE INGENIERÍA

Recibí notificación para formar parte del jurado para el examen del alumno: CÉSAR JOSAFAT CABALLERO MEJÍA.

ESPECIALIZACIÓN EN HIDRÁULICA PLAN 11-3157.

	JURADO	FIRMA	FECHA
PRESIDENTE:	DR. GABRIEL ECHÁVEZ ALDAPE		28 julio 15
PRIMER VOCAL:	M. EN C. LIBIA GEORGINA CARMONA PAREDES		29/julio/2015
SEGUNDO VOCAL:	M. EN I. ALEJANDRO SÁNCHEZ HUERTA		3/Agosto/2015
TERCER VOCAL:	M. EN I. ALEJANDRO MAYA FRANCO		29/julio/2015
SECRETARIO:	ING. GERMÁN ARTURO MARTÍNEZ SANTOYO		10/ago/2015

BJS



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
PROGRAMA ÚNICO DE ESPECIALIZACIONES DE INGENIERÍA

Recibí copia de Trabajo desarrollado por el alumno: CÉSAR JOSAFAT CABALLERO MEJÍA.

Para presentar examen de grado de ESPECIALIZACIÓN EN HIDRÁULICA.

Plan: 11-3157.

	JURADO	FIRMA	FECHA
PRESIDENTE:	DR. GABRIEL ECHÁVEZ ALDAPE		28 julio 15
PRIMER VOCAL:	M. EN C. LIBIA GEORGINA CARMONA PAREDES		29/julio/2015
SEGUNDO VOCAL	M. EN I. ALEJANDRO SÁNCHEZ HUERTA		31 agosto /2015
TERCER VOCAL	M. EN I. ALEJANDRO MAYA FRANCO		29/Julio/2015
SECRETARIO	ING. GERMÁN ARTURO MARTÍNEZ SANTOYO		10 agosto 2015

BJS

# AGRADECIMIENTOS.

*“Para ser irremplazable, uno debe buscar siempre ser diferente”*

*Gabrielle “Coco” Chanel*

Tantas personas a agradecer, y es cuando me gustaría agradecer a todas, el problema es que no sé cómo iniciar.

A mi familia, principalmente mis padres Clara y Josafat, mis hermanas, por su gran apoyo y respaldo que me han dado durante todas las decisiones que he tomado, este éxito no es únicamente mío, es también de ustedes.

A la M.C. Libia Carmona Paredes, que sin su dedicación, el tiempo y la paciencia para aclararme cualquier cuestión sobre el presente trabajo. Fue más que una directora de tesina, fue una guía.

A mis amigos Cinthya, Gabriela y Valentín, que siempre me han apoyado y han sido parte de mi vida, que con su honestidad he cambiado y mejorado tanto personalmente como profesionalmente.

A mis jefas del Laboratorio de Hidráulica, Adriana Cafaggi y Nikte Ocampo, quienes aparte de que fueron mis jefas, primero fueron mis maestras, a quienes les debo mi gusto por la hidráulica y por haberme brindado mi primer trabajo y hacerme participe del otro lado de la escuela, la docencia.

A mis compañeros del Laboratorio de Hidráulica que siempre me apoyaron en cuestiones personales como técnicas, haciendo no solo formar un equipo de trabajo en el laboratorio, sino siendo una familia del laboratorio.

A mis compañeros de CIEPS consultores, que he conocido, han sido conocer no solo una empresa sino lo que es el compañerismo, todos se apoyan, y también me apoyan. Gracias al Ing. Óscar Vega Roldán quien me haya aceptado formar parte de su empresa.

A todos y a los demás que faltan por nombrar, gracias.

# ÍNDICE GENERAL

<b>1. OBJETIVO</b>	<b>1</b>
<b>2. INTRODUCCIÓN</b>	<b>2</b>
2.1. LOCALIZACIÓN GEOGRÁFICA	2
2.2. OBRA DE CONTENCIÓN	3
2.3. OBRA DE GENERACIÓN	4
2.3.1. TÚNEL DE CONDUCCIÓN	4
2.3.2. POZO DE OSCILACIÓN.	5
2.3.3. TUBERÍA DE PRESIÓN	5
2.3.4. UNIDADES GENERADORAS	6
2.4. PRINCIPALES PROBLEMAS EN LA OBRA DE CONDUCCIÓN	7
<b>3. TRANSITORIOS HIDRÁULICOS EN TUBERÍAS QUE TRABAJAN A PRESIÓN</b>	<b>8</b>
3.1. INTRODUCCIÓN	8
3.2. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE LA ONDA DE PRESIÓN	9
3.3. CELERIDAD EN TÚNELES	10
3.4. ECUACIONES FUNDAMENTALES DEL GOLPE DE ARIETE.	10
<b>4. MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS.</b>	<b>12</b>
4.1. SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE GOLPE DE ARIETE	12
4.2. CONDICIÓN AGUAS ARRIBA	15
4.3. CONDICIÓN AGUAS ABAJO	16
4.4. CAMBIO DE TUBERÍA	20
4.5. POZO DE OSCILACIÓN	21
4.5.1. OPERACIÓN DEL POZO DE OSCILACIÓN	21
4.6. MODELO MATEMÁTICO	23
<b>5. MODELACIÓN DE LA OPERACIÓN TRANSITORIA DE LA C. H. ZIMAPÁN EN EXCEL.</b>	<b>25</b>
5.1. PARÁMETROS QUE REPRESENTAN LA OPERACIÓN HIDRÁULICA DE LA C. H. ZIMAPÁN.	25
5.2. DETERMINACIÓN DE $\Delta x$ Y $\Delta t$	28
5.3. RESULTADOS DEL ANÁLISIS NUMÉRICO	30
5.4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS OBTENIDOS CON EXCEL Y EL SISTEMA TRANS	44
<b>6. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS.</b>	<b>46</b>
<b>7. REFERENCIAS</b>	<b>47</b>

## Índice de figuras.

FIGURA 2.1.1 IMAGEN SATELITAL DEL EMBALSE DE LA PRESA ZIMAPÁN (GOOGLE EARTH, 2015).....	2
FIGURA 2.3.1 PRINCIPALES SECCIONES TRANSVERSALES QUE SE PRESENTAN A LO LARGO DE LA CONDUCCIÓN.....	4
FIGURA 2.3.2 SECCIÓN TRANSVERSAL DEL POZO DE OSCILACIÓN. ....	5
FIGURA 2.3.3 CORTE TRANSVERSAL AL EJE DE LA TURBINA. ....	6
FIGURA 2.3.4 TURBINA PELTON EN LA CASA DE MÁQUINAS EN LA C. H. ZIMAPÁN. ....	6
FIGURA 4.1.1 PUNTOS DE CÁLCULO PARA APLICAR EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS.....	13
FIGURA 4.1.2 LOS VALORES DE LAS VARIABLES EN P EN $T+\Delta T$ DEPENDEN DE SUS VALORES EN LOS PUNTOS A Y B EN EL INSTANTE T .....	13
FIGURA 4.3.1 ESQUEMA BOQUILLA INYECTOR DE LA TURBINA PELTON. ....	16
FIGURA 4.3.2 LEY DE CIERRE DEL INYECTOR DE LA TURBINA PELTON.....	18
FIGURA 5.3.1 PROGRAMACIÓN DE ECUACIONES FRONTERA AGUAS ARRIBA EN HOJA DE CÁLCULO. ....	32
FIGURA 5.3.2 PROGRAMACIÓN DE ECUACIONES PARA CAMBIOS DE DIÁMETRO EN HOJA DE CÁLCULO.....	33
FIGURA 5.3.3 PROGRAMACIÓN EN EXCEL DE LAS ECUACIONES DEL POZO DE OSCILACIÓN.....	34
FIGURA 5.3.4 COMPARACIÓN ENTRE LA LEY DE CIERRE Y UN CIERRE LINEAL. ....	35
FIGURA 5.3.5 COMPARACIÓN DE LAS VARIACIONES EN EL POZO DE OSCILACIÓN, CON DIFERENTES LEYES DE CIERRE. ....	37
FIGURA 5.3.6 COMPORTAMIENTO DEL NIVEL DENTRO DEL POZO DE OSCILACIÓN. ....	38
FIGURA 5.3.7 COMPORTAMIENTO DE LA CARGA PIEZOMÉTRICA AGUAS ABAJO Y AGUAS ARRIBA DEL POZO. ....	38
FIGURA 5.3.8 COMPORTAMIENTO DEL GASTO AGUAS ARRIBA Y AGUAS ABAJO DEL POZO. ....	39
FIGURA 5.3.9 VARIACIÓN DE LA CARGA EN EL EXTREMO AGUAS ABAJO DE LA CONDUCCIÓN. ....	40
FIGURA 5.3.10 OSCILACIONES PRESENTES EN LOS CIERRES DE 10 Y 40 SEGUNDOS. ....	41
FIGURA 5.3.11 VARIACIÓN DEL NIVEL DEL AGUA EN EL P.O. ....	42
FIGURA 5.3.12 ENVOLVENTES DE PRESIÓN MÁXIMA Y MÍNIMA EN LA CONDUCCIÓN.....	43
FIGURA 5.4.1 COMPARACIÓN DE SIMULACIONES MEDIANTE EXCEL Y EL SISTEMA TRANS RESPECTO AL NIVEL DEL POZO.....	44
FIGURA 5.4.2 COMPARACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DEL NIVEL DE AGUA EN EL POZO CON O SIN TUBERÍA DE CONEXIÓN CON ORIFICO. ....	45

## Índice de tablas.

TABLA 4.3.1 VARIACIONES DEL GASTO RESPECTO A UNA CARRERA RELATIVA.....	16
TABLA 4.3.2 VALORES COMPLEMENTARIOS PARA VALORES DE 0 Y 1.....	17
TABLA 4.3.3 VARIACIÓN DEL GASTO UNITARIO RESPECTO A UN TIEMPO UNITARIO.....	17
TABLA 4.3.4 VARIACIÓN DEL GASTO UNITARIO CUANDO EL TIEMPO INICIA EN EL INICIO DEL CIERRE DEL INYECTOR.....	18
TABLA 5.1.1. DETERMINACIÓN DE LOS VALORES DE LA CELERIDAD PARA LAS DIFERENTES SECCIONES DE LA CONDUCCIÓN. ....	26
TABLA 5.1.2. COEFICIENTES DE FRICCIÓN POR EL DIAGRAMA DE MOODY. ....	27
TABLA 5.1.3. COEFICIENTE DE FRICCIÓN OBTENIDO MEDIANTE LA ECUACIÓN COLEBROOK-WHITE.....	28
TABLA 5.2.1. TIEMPO DE RECORRIDO DE LA ONDA DE PRESIÓN EN LAS DIFERENTES SECCIONES DE LA CONDUCCIÓN. ....	29
TABLA 5.2.2. NÚMERO DE TRAMOS Y LONGITUD ANALIZADA.....	29
TABLA 5.2.3. CORRECCIÓN A LA CELERIDAD PARA EL MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS. ....	30
TABLA 5.3.1. PROPIEDADES DE LAS DIFERENTES SECCIONES DE TUBERÍA, ASÍ COMO SUS CONSTANTES $C_A$ Y $C_F$ .....	31
TABLA 5.3.2. DOS COLUMNAS POR CADA PUNTO DE ANÁLISIS PARA GASTO Y CARGA PIEZOMÉTRICA. ....	31
TABLA 5.3.3. DATOS Y CONSTANTES DEL POZO DE OSCILACIÓN.....	33
TABLA 5.3.4 RESUMEN DE LA HOJA DE CÁLCULO SIMULADO EL TRANSITORIO EN LA CONDUCCIÓN DE LA C.H. ZIMAPÁN, PRIMERO 30 SEGUNDOS.....	36
TABLA 5.3.5 PROMEDIO DE OSCILACIONES RÁPIDAS EN UN TIEMPO DE CIERRE DE 40 SEGUNDOS.....	41
TABLA 5.3.6 PROMEDIO DE OSCILACIONES RÁPIDAS EN UN TIEMPO DE CIERRE DE 10 SEGUNDOS.....	42

# 1. OBJETIVO

Los objetivos del presente trabajo son:

- Implementar el método de las características en una hoja de cálculo en Excel para analizar la respuesta del pozo de oscilación de la presa Zimapán, ante el cierre de los inyectores del distribuidor así como reconocer las limitantes de realizarse por este medio.
- Corroborar el efecto que tiene el uso de la ley de cierre para inyectores de turbina Pelton, propuesta para este proyecto, (basada en el libro *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas* (unidades didácticas 5 y 6) de J. M. Herandez Krahe *referencia 6*) respecto a un cierre lineal.
- Comparar la presión aguas abajo del pozo de oscilación obtenida con la hoja de cálculo y la registrada en prototipo.
- Conocer la importancia del método de las características para determinar el incremento del tiempo, así como los ajustes necesarios para mantener dicho parámetro constante.

## 2. INTRODUCCIÓN

La Central Hidroeléctrica Fernando Hiriart Balderrama, comúnmente conocida como Zimapán, perteneciente a la Gerencia Regional de Producción Central de la Comisión Federal de Electricidad, se localiza entre los límites de los estados de Hidalgo y Querétaro y aprovecha el potencial del río Moctezuma, el cual forma parte del sistema hidrológico del río Pánuco.

Inició operaciones en 1995 como instalación primordial para el Sistema Eléctrico Nacional por su capacidad de rápida respuesta en la generación de la energía eléctrica para la zona central del país debido a su facilidad de interconexión con el Sistema Eléctrico Nacional.

Se caracteriza por contar con un túnel de conducción hacia dos unidades generadoras. En 1995, debido a su longitud de 21 kilómetros aproximadamente la posicionó como la más larga del mundo; y su altura de 203 metros, como la cortina más alta en su tipo.

Las dos unidades generadoras con las que cuenta la central son tipo Pelton verticales, cada turbina tiene un diámetro de 4.5 metros, genera 146MW de potencia, alcanza una velocidad de 300 RPM con un consumo específico de 0.7 m<sup>3</sup> por cada KWh de energía eléctrica generada, en promedio generan anualmente 1'292.4 GWh, lo que la convirtió en el año de 1995 en la central hidroeléctrica con mayor potencia instalada en ese tipo de turbinas.

### 2.1. LOCALIZACIÓN GEOGRÁFICA

El proyecto hidroeléctrico se localiza en el límite de los estados de Hidalgo y Querétaro, en el cañón El Infiernillo, mismo que es formado por los ríos San Juan y Tula, los cuales se unen para formar el río Moctezuma. La central aprovecha el gran potencial del río Moctezuma, mismo que forma parte del sistema hidrológico del río Pánuco, cuya principal finalidad es suministrar energía en la parte central del país. Esta central se encuentra interconectada al Sistema Eléctrico Nacional Interconectado por su cercanía con las centrales termoeléctricas de El Sauz, Qro. y Tula, Hgo.

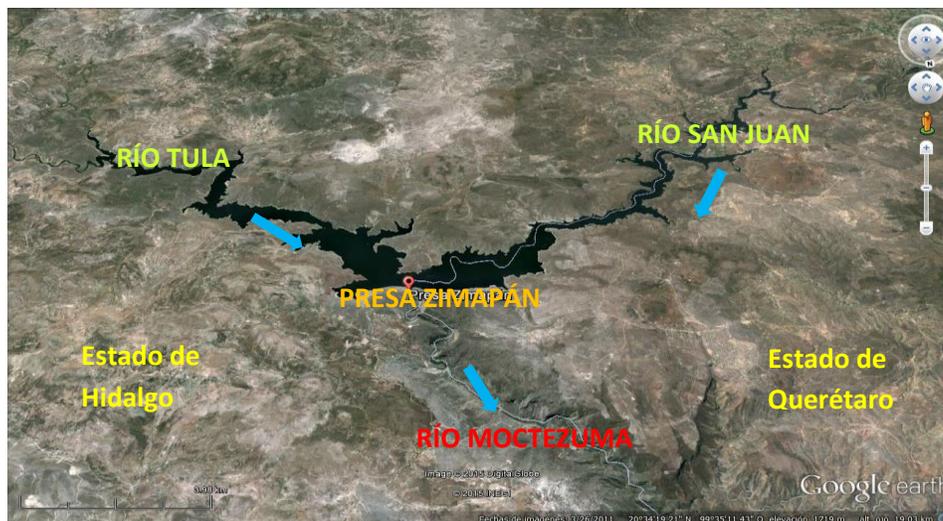


Figura 2.1.1 Imagen satelital del embalse de la presa Zimapán (Google Earth, 2015).

La presa inunda terrenos de los municipios de Zimapán, Tasquillo y Tecozautla, del estado de Hidalgo y el municipio de Cadereyta de Montes del estado de Querétaro, en la cual está en el límite político entre ambos estados de acuerdo a la *Figura 2.1.1*.

La obra de contención está ubicada en el cañón El Infiernillo entre los límites de los estados de Hidalgo y Querétaro, la característica principal de la central es su conducción, con una longitud de 21 kilómetros en el estado de Hidalgo; se ubica en las coordenadas 20°40' N y 99°30' O a una altitud de 1870 m.s.n.m. Esto hace que el proyecto se divida en dos áreas de trabajo, la zona de la boquilla y la zona de máquinas.

## 2.2. OBRA DE CONTENCIÓN

La cortina de la central hidroeléctrica Zimapán es de tipo arco-bóveda. Debido a las características geológicas y topográficas de la boquilla ubicada dentro del cañón de El Infiernillo, la cortina tiene una altura desde el desplante hasta la corona de 203 metros.

La cortina tiene en su base 22 metros de ancho y en la corona 5 metros, cuenta con una ampliación a un camino carretero con 2 bandas de circulación que sirve para unir las poblaciones de Cadereyta Qro. y Zimapán Hgo. con una longitud sobre la cortina de 130 metros.

Para la adecuada cimentación de la cortina se removieron los bloques sueltos y de roca alterada y descomprimida, así como el material aluvial del cauce.

Para el empotramiento de la cortina se requirió el empleo de la técnica de “pre corte” cuyo objetivo fue reducir el fracturamiento inducido en la roca por el uso de explosivos.

### Principales características de la cortina

#### Tipo: Arco-bóveda de concreto

Elevación de la corona	1,565.00 msnm
Longitud de la corona	115 m
Altura total del desplante	203 m
Volumen de concreto	220,000 m <sup>3</sup>
Elevación del desplante	1,362.00 msnm
Bordo libre	2 m

#### Niveles característicos

Nivel de agua mínimo de operación (NAMINO)	1,520.00 msnm
Nivel de agua máximo de operación (NAMO)	1,560.00 msnm
Nivel de agua máximo extraordinario (NAME)	1,563.00 msnm

## 2.3. OBRA DE GENERACIÓN

La obra de generación se conforma por una obra de toma de sección herradura de 4.70 m de diámetro y 21 km de longitud, al término del túnel de conducción se dispone de una tubería blindada con acero de 4.0 m de diámetro, uniendo a la conducción con un pozo de oscilación de 12 m de diámetro y 132.0 m de altura, esto se complementa mediante una tubería de acero de 3.50 m de diámetro y 1080 m de longitud que trabaja a presión, en su parte final, antes de llegar a la casa de máquinas, se bifurca en ramales de 2.10 m de diámetro cada uno.

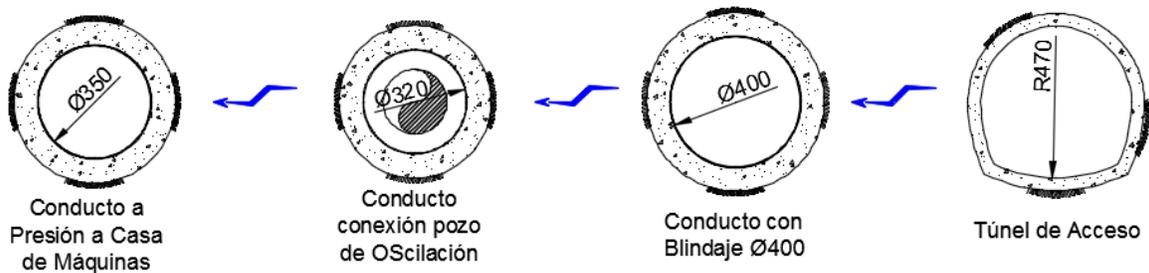
### 2.3.1. TÚNEL DE CONDUCCIÓN

La conducción del agua desde la obra de toma hasta el pozo de oscilación es por medio de un túnel de sección herradura de 4.70 m de altura desde el desplante hasta la clave del túnel y 21 km de longitud, cuenta con un revestimiento de concreto simple prácticamente en toda su longitud, esta tubería tiene una pendiente de 0.00207 para un gasto de diseño de 29.50 m<sup>3</sup>/s por unidad las principales secciones presentes en la conducción se muestran en la *Figura 2.3.1*.

Sus principales dimensiones son:

#### Túnel de conducción

Diámetro, sección herradura	4.70	m
Longitud	20,964.78	m



*Figura 2.3.1 Principales secciones transversales que se presentan a lo largo de la conducción.*

### 2.3.2. POZO DE OSCILACIÓN.

Tiene un diámetro de 12 m y 135.76 m de altura, el cual cuenta con un revestimiento de concreto armado. Su función principal es proporcionar rápidamente el agua necesaria durante los aumentos de la demanda de carga eléctrica y amortiguar y controlar las variaciones de presión debido al fenómeno transitorio llamado Golpe de Ariete producido por demandas y rechazos súbitos de carga eléctrica, se localiza en las coordenadas  $E=452,138.902$ ,  $N=2'304,260.458$ . Ver figura 2.3.2.

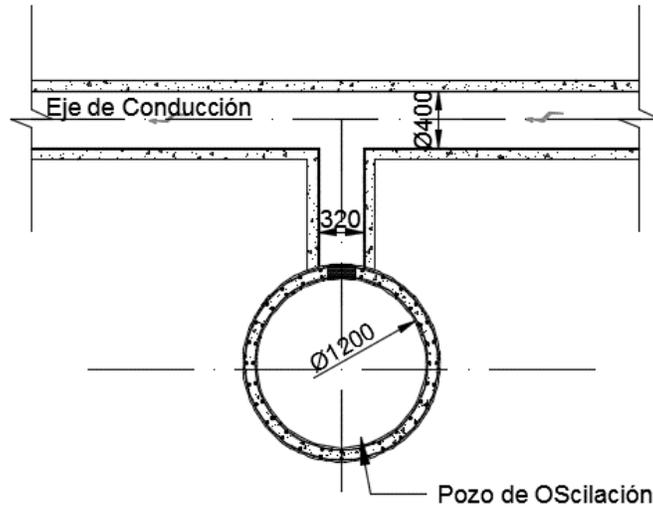


Figura 2.3.2 Sección transversal del pozo de oscilación.

Sus principales dimensiones son:

Pozo de Oscilación		
Altura	132.00	m
Diámetro	12.0	m
Elevación de desplante	1354.243	msnm
Diámetro de orificio	2.0	m

### 2.3.3. TUBERÍA DE PRESIÓN

Después del pozo de oscilación, la obra de generación se complementa mediante una tubería de acero cuyo diámetro interior con camisa metálica empacada en concreto es de 3.5m, tiene una longitud de 1,050 m y antes de llegar a las unidades se bifurca en dos conducciones de 2.10 m de diámetro para alimentar a cada turbina.

Sus principales dimensiones son:

### Tubería a Presión

Diámetro	3.5	m
Longitud	1,050	m
Diámetro bifurcación	2.10	m
Longitud de bifurcación	43.0	m

### 2.3.4. UNIDADES GENERADORAS

Las dos turbinas Pelton de eje vertical se localizan en la casa de máquinas construida dentro de una caverna. Ver figura 2.3.3 y 2.3.4..

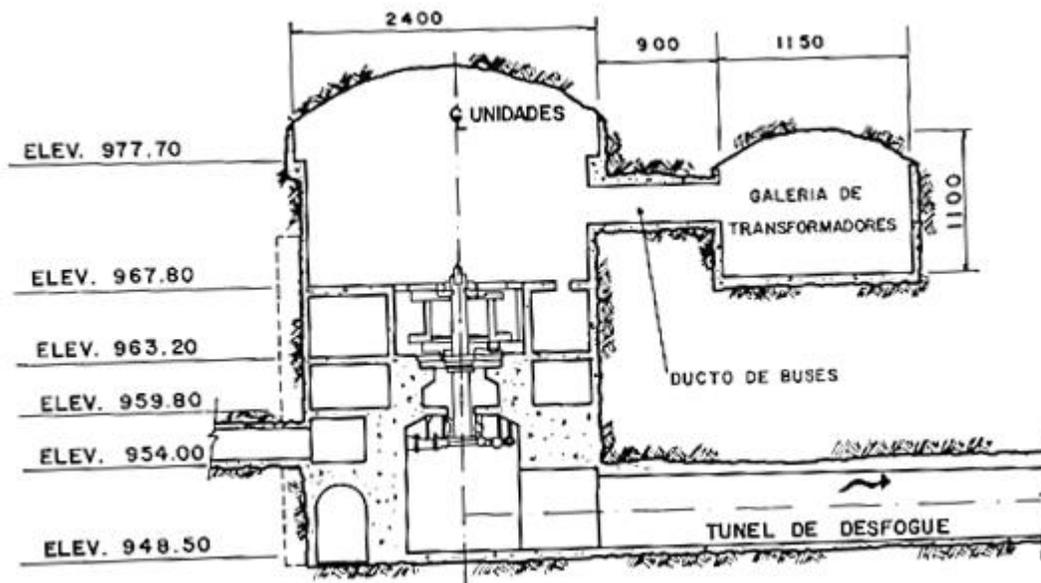


Figura 2.3.3 Corte transversal al eje de la turbina.



Figura 2.3.4 Turbina Pelton en la casa de máquinas en la C. H. Zimapán.

Sus principales parámetros son:

<b>Turbinas</b>		
Tipo	Pelton	
Número de Unidades	2	
Velocidad de rotación	300	RPM
Gasto de diseño por unidad	29.5	m <sup>3</sup> /s
Nivel del eje del distribuidor	957.00	msnm
Nivel medio de desfogue	951.80	msnm
Carga bruta máxima	603	m
Carga bruta mínima	563	m
Carga bruta de diseño	593	m
Carga neta de diseño	553	m
Factor de planta media anual	0.53	

## **2.4. PRINCIPALES PROBLEMAS EN LA OBRA DE CONDUCCIÓN**

En el año 2002 se encontraron bloques de concreto en los inyectores 5 y 6 de la unidad 2 de la C.H. Fernando Hiriart Balderrama, Zimapán, Hgo., razón por la que se realizó una inspección, en la cual se detectaron presencia de desprendimientos de concreto en los cadenamientos **18+720** y **20+660**, cerca del inicio de la tubería a presión. En términos generales esto fue originado por el diferencial de velocidades y consecuentemente de presiones en el interior del túnel, debido a ello el arrastre de materia se debió al efecto combinado de las fuerzas de sustentación y arrastre del flujo.

## 3. TRANSITORIOS HIDRÁULICOS EN TUBERÍAS QUE TRABAJAN A PRESIÓN

### 3.1. INTRODUCCIÓN

Las conducciones a presión normalmente operan en condiciones a flujo permanente para cumplir con su objetivo. Sin embargo, en su operación son inevitables regímenes de transición de un flujo permanente, esto es frecuente cuando se cambia el caudal de operación, cuando se presenta una falla en el suministro eléctrico del bombeo y después de presentarse demanda o rechazo de carga eléctrica en sistemas de generación.

La duración de un régimen de transición o transitorio y el efecto que tiene éste sobre el sistema hidráulico, depende de la causa que lo originó, estos se pueden clasificar en los siguientes tres tipos:

#### **Transitorios muy lentos o cuási-estáticos**

En estos transitorios las variables del flujo cambian de manera muy lenta respecto al tiempo, debido a que estas variaciones son muy lentas, en sus métodos de análisis no se considera la inercia del flujo ni las propiedades elásticas del fluido y de las tuberías. Este se puede modelar con una aplicación sucesiva de un modelo estático. También se le conoce con el nombre de análisis de períodos extendidos.

#### **Transitorios lentos u oscilación de masa**

El periodo de este transitorio es normalmente de minutos a horas y se puede modelar considerándola tubería rígida y el agua incompresible.

#### **Transitorio rápido o golpe de ariete:**

Este es generado por cambios bruscos en la operación derivados de maniobras rápidas como la parada repentina del sistema, el cierre rápido de válvulas y cambios repentinos en la demanda de energía eléctrica. Por consecuencia, se originan cambios muy rápidos en la velocidad del líquido y en la carga de presión que pueden alcanzar valores que pueden dañar la tubería, por lo que es necesario considerarlos en el diseño de cualquier conducción a presión. Las variaciones de gasto y presión se propagan como ondas de perturbación a lo largo de la conducción. El modelo matemático de columna elástica tiende al modelo de columna rígida esto siempre cuando la celeridad tiende al infinito

### 3.2. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE LA ONDA DE PRESIÓN

A la velocidad de propagación de la onda de presión se le llama celeridad. Para estimar su valor se considera un conjunto de parámetros que involucran las propiedades del fluido y la elasticidad de la tubería. Cabe resaltar que la ecuación a emplear para calcular la celeridad depende de la forma en que la tubería esté anclada.

1. Tubería anclada sólo en su extremo aguas arriba.
2. Tubería anclada para evitar movimientos axiales.
3. Tubería anclada con juntas de dilatación.

La ec. 3.2.1 es la ecuación propuesta por *Joukowski* para estimar la celeridad ( $a$ ), de una tubería de espesor delgado ( $D/e > 10$ ):

$$a^2 = \frac{K/\rho}{1 + [(K/E)(D/e)]c_1} \quad \text{ec. 3.2.1}$$

Donde:

- $K$  Módulo de elasticidad volumétrica en el agua, en  $\text{N/m}^2$ .
- $\rho$  Densidad del fluido, en  $\text{kg/m}^3$ .
- $E$  Módulo de elasticidad (módulo de Young) del material del tubo, en  $\text{N/m}^2$ .
- $D$  Diámetro interior del tubo, en m.
- $e$  Espesor de la pared del tubo, en m.
- $\mu$  Coeficiente de Poisson.
- $c_1$  Coeficiente que depende de las condiciones de apoyo que tiene la tubería, para tubería de pared delgada ( $e/D \leq 0.1$ ). Referencia 2.

Caso 1. (Totalmente restringido el movimiento en sentido axial)

$$c_1 = 1 - \mu^2$$

Caso 2. (Parcialmente restringido el movimiento)

$$c_1 = 1.25 - \mu$$

Caso 3. (Con juntas de expansión)

$$c_1 = 1$$

El numerador  $K/\rho$  se conoce como el cuadrado de la velocidad de propagación de la perturbación en el fluido.

De acuerdo a las características de la hidroeléctrica Zimapán, la conducción, ésta se encuentra en su totalidad en túneles, por lo que implica que además de la tubería o concreto, según sea el caso, la roca con la que se encuentra inmersa la tubería trabaja en conjunto con la conducción, por lo que se tiene que considerar en la determinación de la celeridad.

### 3.3. CELERIDAD EN TÚNELES

Una particularidad de este proyecto es que la conducción, desde el túnel de acceso hasta llegar a los inyectores de las unidades generadoras, es un túnel, por ende al obtener la celeridad en estas tuberías se deberá considerar el soporte que brinda la roca la cual está cubierta, lo que resulta una celeridad similar a la que se presenta en un cilindro rígido, lo que coincide con lo que señala Thorley, *referencia 10*.

Para el caso donde se utilice un túnel de sección circular, el espesor tiende a un valor tal que el diámetro del túnel  $(D + e) \gg D$  de los coeficientes de contención anteriores se reduce su aplicación únicamente a tuberías de espesor delgado, por lo que se utiliza el siguiente coeficiente:

$$c_1 = \frac{2e}{D}(1 + \mu) \quad \text{ec. 3.3.1}$$

Sustituyendo la *ec. 3.3.1* en la *ec. 3.1.1* tenemos la expresión para estimar la celeridad en un túnel:

$$a = \left\{ \rho \left( \frac{1}{K} + \frac{2(1 + \mu)}{G} \right) \right\}^{-1/2} \quad \text{ec.3.3.2}$$

Cuando se cuenta con túneles con recubrimiento o blindaje de acero se encuentran en la literatura muchas ecuaciones a emplear, para el análisis de la tubería a tratar en este trabajo se empleará la ecuación propuesta por Halliwell (1963) debido a que deja la celeridad en función de las propiedades de la tubería como la roca, y el líquido.

$$a = \left\{ \rho \left( \frac{1}{K} + \frac{2D}{GD + 2Ee} \right) \right\}^{-1/2} \quad \text{ec.3.3.3}$$

Donde G es el módulo de rigidez de la roca donde se localiza el túnel.

### 3.4. ECUACIONES FUNDAMENTALES DEL GOLPE DE ARIETE.

El fenómeno del golpe de ariete es un transitorio rápido, el modelo matemático que lo representa está formado por las ecuaciones de continuidad (*ec. 3.4.1*) y dinámica (*ec. 3.4.2*).

En la **ecuación de continuidad** que señala que en un volumen de control en el que no hay fuentes ni sumideros, la cantidad de masa que entra es la misma que sale, se consideraran las propiedades elásticas de la tubería y la compresibilidad del fluido.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \text{ec. 3.4.1}$$

Donde:

- $a$  Es la celeridad de la onda de presión en la tubería, en m/s.
- $A$  Es el área transversal de la tubería, en m<sup>2</sup>.
- $g$  Es la aceleración de la gravedad, en m/s<sup>2</sup>.
- $H$  Es la carga piezométrica, en m.

La **ecuación dinámica** supone que la suma de fuerzas que actúan sobre un fluido en un volumen de control es igual a la masa del volumen por su aceleración, por lo que la segunda Ley de Newton toma la forma de:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad \text{ec.3.4.2}$$

Donde:

- $D$  Es el diámetro de la tubería, en m.
- $f$  Es el coeficiente de Darcy-Weisbach para la fricción, según el tipo de tubería en estudio.

Estas ecuaciones permiten determinar la carga piezométrica y el gasto en cualquier sección de la conducción durante el flujo transitorio en función de la coordenada curvilínea  $x$  y el tiempo  $t$ .

## 4. MÉTODO DE LAS CARACTERÍSTICAS.

### 4.1. SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DE GOLPE DE ARIETE

El fenómeno de golpe de ariete tiene una descripción matemática mediante ecuaciones diferenciales parciales cuasi-lineales de primer orden (ecuación de continuidad y la ecuación dinámica).

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \text{ec. 4.1.1}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad \text{ec.4.1.2}$$

Este sistema cuenta con dos variables independientes ( $x$  y  $t$ ) y dos variables dependientes ( $H$  y  $Q$ ), el parámetro  $A$  es el área transversal y  $D$  el diámetro de la conducción, éstos son características de la conducción independientes del tiempo pero pueden estar en función de la posición. La celeridad  $a$  de la onda de presión que depende de las características de la conducción se considera invariante en el tiempo, pero puede depender de la posición. El coeficiente de fricción  $f$  varía conforme cambia el número de Reynolds, este se puede considerar constante por efectos de su variación en el estado transitorio en lapsos cortos de tiempo, aunque de un tramo de conducción a otro puede variar.

Un método numérico para resolver el sistema de ecuaciones anterior es el método de las características, en éste las ecs. (4.1.1 y 4.1.2) se reducen a las ecuaciones 4.1.5 y 4.1.6 que son ecuaciones diferenciales totales con una variable ( $t$ ) pero que son válidas cuando se cumplen las relaciones  $\partial x / \partial t = a$  y  $\partial x / \partial t = -a$ .

Cuando  $\frac{\partial x}{\partial t} = a$ , se obtiene:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad \text{ec.4.1.5}$$

Cuando  $\frac{\partial x}{\partial t} = -a$ , se obtiene:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad \text{ec.4.1.6}$$

Las relaciones  $\partial x / \partial t = a$  y  $\partial x / \partial t = -a$  representan una familia de rectas con pendiente  $\pm 1/a$  a las que se les conoce como rectas características, las cuales “marcan el camino” por donde van avanzando las perturbaciones de presión y gasto en la tubería través del tiempo.

Este método es de gran aporte ya que brinda información en diferentes tramos de longitud debido a que para aplicarlo, la línea de conducción se divide imaginariamente en  $n$  segmentos de longitud  $\Delta x$  de tal forma que la carga y el gasto se calculan en  $n+1$  puntos de la conducción, como lo muestra la figura 4.1.1.

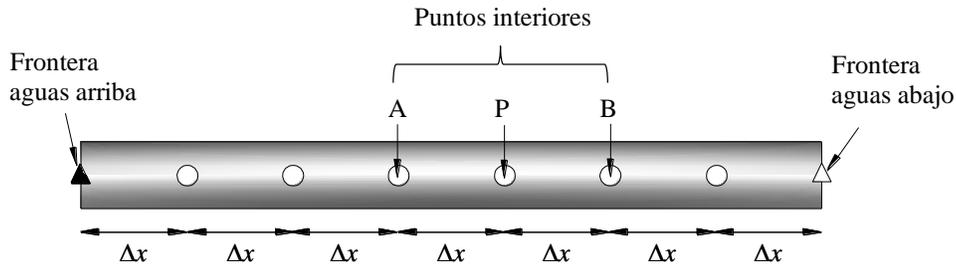


Figura 4.1.1 Puntos de cálculo para aplicar el método de las características.

A los puntos extremos se les conoce como punto de frontera aguas arriba y punto de frontera aguas abajo, a los puntos intermedios se les conoce simplemente como puntos interiores.

El método nos indica que una vez iniciado el transitorio, en el sitio en donde se origina el transitorio la onda de perturbación se traslada a lo largo de la conducción alejándose del punto donde inició a una velocidad que depende de las características de la conducción, del fluido y de los atraques de la conducción, la onda de carga de presión se reflejará y transmitirá en los elementos con los que incida.

Estas perturbaciones se propagan a una velocidad finita, esto hace que los valores de carga y gasto en un punto P dependan de los valores de los puntos anterior y posterior (A y B respectivamente) en el instante anterior  $t - \Delta t$ .

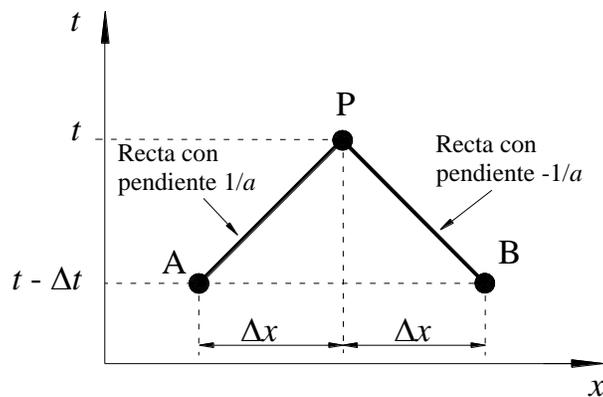


Figura 4.1.2 Las variables en P en  $t+\Delta t$  dependen de sus valores en los puntos A y B en el instante  $t$

La ec. 4.1.5 se puede escribir en diferencias finitas como:

$$(Q_P - Q_A) + \frac{gA}{a}(H_P - H_A) + \frac{f\Delta t}{2DA}Q_A|Q_A| = 0 \quad \text{ec. 4.1.7}$$

En la *ec. 4.1.7* se tiene que el subíndice A se refiere a los valores de Q y H del punto A en el instante  $t - \Delta t$ , y el subíndice P a los valores de Q y H en el punto P en el instante  $t$ , ver *figura 4.1.2*.

$$(Q_P - Q_B) - \frac{gA}{a}(H_P - H_B) + \frac{f\Delta t}{2DA}Q_B|Q_B| = 0 \quad \text{ec. 4.1.8}$$

De la misma manera que en la *ec. 4.1.7* los subíndices B y P que aparecen en la *ec. 4.1.8*, tienen un significado similar, ver *figura 4.1.2*.

Para facilitar la aplicación del método de las características, se definen los siguientes parámetros.

$$C_p = Q_A + \frac{gA}{a}H_A - \frac{f\Delta t}{2DA}Q_A|Q_A| \quad \text{ec. 4.1.9}$$

$$C_n = Q_B - \frac{gA}{a}H_B - \frac{f\Delta t}{2DA}Q_B|Q_B| \quad \text{ec. 4.1.10}$$

$$C_a = \frac{gA}{a} \quad \text{ec. 4.1.11}$$

Se observa que  $C_p$  y  $C_n$  dependen de Q y H en los puntos A y B en el tiempo  $t - \Delta t$ , los cuales cambian a través del tiempo y  $C_a$  depende únicamente de las propiedades de la tubería.

Con las definiciones propuestas (*ec. 4.1.9- 4.1.11*), las ecs (4.1.7 y 4.1.8) se pueden escribir como las ecuaciones lineales *ec. 4.1.12* y *ec. 4.1.13*, las cuales se utilizarán para el desarrollo del modelo de transitorios en la conducción de la C.H. Zimapán.

Por lo que se tiene:

$$Q_P = C_p - C_a H_P \quad \text{ec. 4.1.12}$$

$$Q_P = C_n + C_a H_P \quad \text{ec. 4.1.13}$$

A las *ec. 4.1.12* y *ec. 4.1.13* se les llama ecuación de la característica positiva y ecuación de la característica negativa, respectivamente. Este par de ecuaciones forman un sistema lineal cuyas incógnitas son el gasto  $Q_P$  y la carga  $H_P$ .

La aplicación del método de las características se esquematiza a través de una malla como la que se muestra en la *figura 4.1.3*, para obtener la carga y el gasto en los puntos interiores, se resuelve el sistema de ecuaciones lineales *ec. 4.1.12* y *ec. 4.1.13*.

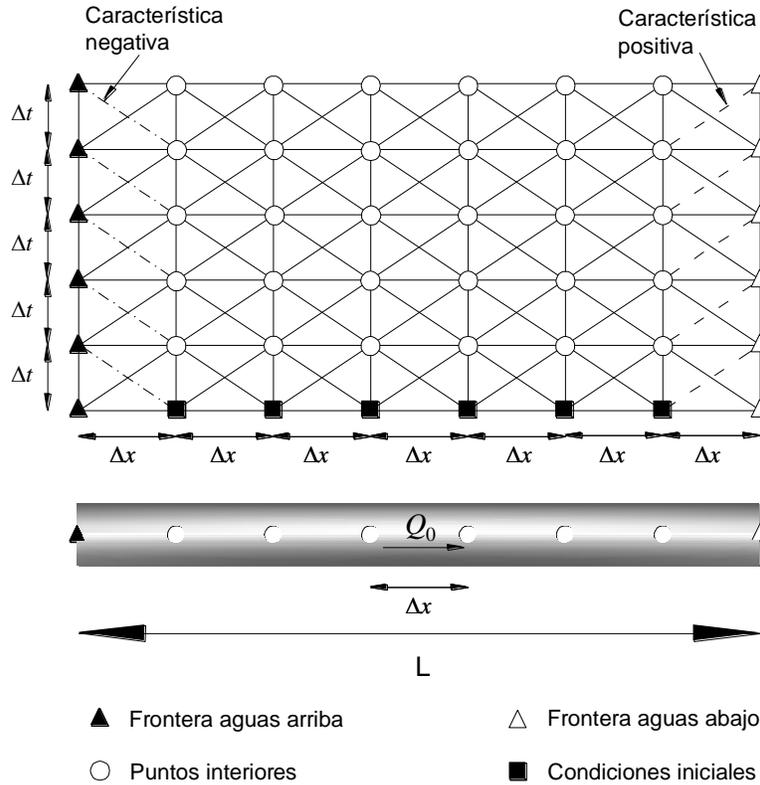


Figura 4.1 Malla de cálculo en el método de las características

## 4.2. CONDICIÓN AGUAS ARRIBA

Para obtener información el punto extremo aguas arriba de la conducción se debe utilizar la ecuación de la característica negativa y la condición de frontera.

Para el caso de la C. H. Zimapán, aguas arriba de la conducción, en la obra de toma se tiene el nivel de la presa, este varía según sea temporada de estiaje o de lluvias, para analizar la conducción se cuenta con información de un registro por lo que se considerará el nivel de la presa en el momento de dicho registro. Una simplificación para el método, es considerar que las pérdidas de energía, a la entrada de la conducción, y la carga de velocidad se desprecia, por lo que la carga en el extremo aguas arriba es constante, es decir

$$H_p = H_{res}$$

$$Q_p = C_n + C_a H_p$$

En la igualdad anterior,  $H_p$  es la carga en el extremo aguas arriba y  $H_{res}$  la cota del agua en el tanque.

### 4.3. CONDICIÓN AGUAS ABAJO

Como se ha mencionado, la central hidroeléctrica Zimapán tiene como unidades generadoras dos turbinas Pelton verticales las cuales cuentan con un arreglo de seis inyector, estos inyector tienen como función controlar el gasto suministrado a las turbinas, por lo que para el cierre y abertura controlado se hará uso de la ley de cierre de dicho elemento.

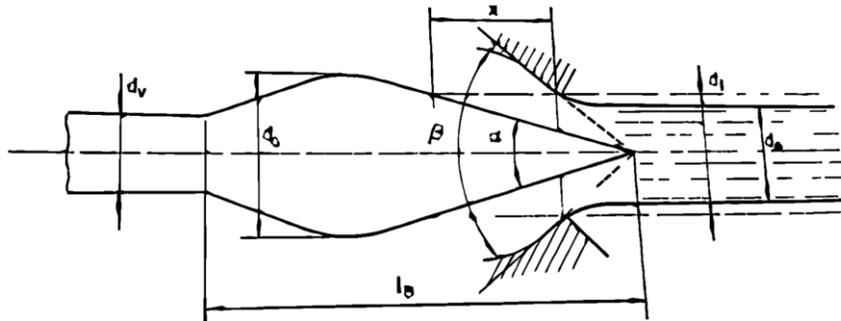


Figura 4.3.1 Esquema boquilla inyector de la turbina Pelton.

En el inyector de la turbina Pelton, como se muestra en la *figura 4.3.1* se observa que su principal funcionamiento es desplazar el embolo hasta dejar completamente obstruido el paso del agua, el cual a esta distancia es conocida como carrera ( $x$ ), por lo que conforme se desplace el embolo tendremos variaciones del gasto suministrado.

De acuerdo con el libro “*Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas*” referencia 6 , se retoma la *tabla 4.3.1* que muestra las variaciones del gasto unitario ( $Q_x/Q_0$ ) respecto a una carrera relativa la cual tiende a valores de uno cuando está totalmente abierta, y cuando sea próxima a cero es cuando se tendrá totalmente cerrado el paso del líquido.

Tabla 4.3.1 Variaciones del gasto respecto a una carrera relativa

$x/1$	$d_x/d_1$	$S_x/S_1$	$(K_{c0})x/1$	$Q_x/Q_0$
0.1	0.35	0.12	0.77	0.09667
0.2	0.48	0.24	0.91	0.2157
0.3	0.59	0.35	0.95	0.3287
0.4	0.67	0.45	0.97	0.45
0.5	0.75	0.56	0.97	0.56
0.6	0.81	0.66	0.97	0.65
0.7	0.86	0.75	0.97	0.75
0.8	0.91	0.84	0.97	0.83
0.9	0.96	0.92	0.97	0.92

Para la utilización de los valores experimentales de la tabla se complementaron los valores extremos de ésta, por lo que se asignaron los valores del gasto unitario cuando  $x/1$  vale 0 y 1, obteniendo la *tabla 4.3.2*.

Tabla 4.3.2 Valores complementarios para valores de 0 y 1

$x/1$	$d_x/d_1$	$S_x/S_1$	$(K_{c0})x/1$	$Q_x/Q_0$
0				0
0.1	0.35	0.12	0.77	0.09667
0.2	0.48	0.24	0.91	0.2157
0.3	0.59	0.35	0.95	0.3287
0.4	0.67	0.45	0.97	0.45
0.5	0.75	0.56	0.97	0.56
0.6	0.81	0.66	0.97	0.65
0.7	0.86	0.75	0.97	0.75
0.8	0.91	0.84	0.97	0.83
0.9	0.96	0.92	0.97	0.92
1				1

Al observar tanto las *tablas 4.3.1.* y *4.3.2.* se tiene que la relación del gasto está en función del desplazamiento del inyector, por lo que se propone que la variación que se tiene del gasto respecto al tiempo, tendrá el mismo comportamiento que el de la carrera relativa es decir:

$$x = t$$

Por lo que se tiene la *tabla 4.3.3.*

Tabla.4.3.3. Variación del gasto unitario respecto a un tiempo unitario.

$t/1$	$Q_t/Q_0$
0	0
0.1	0.09667
0.2	0.2157
0.3	0.3287
0.4	0.45
0.5	0.56
0.6	0.65
0.7	0.75
0.8	0.83
0.9	0.92
1	1

Con la *tabla 4.3.3.* se puede observar que cuando se está en el tiempo 0 se tiene un gasto unitario igual a cero, como caso contrario, cuando se está en el tiempo 1 se presenta un gasto unitario igual a 1, por lo que para desarrollar la ley de cierre de este elemento se propone el cambio de variable que se indica en la segunda columna de la *tabla 4.3.4.*

Tabla 4.3.4 Variación del gasto unitario cuando el tiempo inicial se presenta en el inicio del cierre del inyector

$t/t_c$	$\tau=1-(t/t_c)$	$Q_t/Q_0$
0	1	0
0.1	0.9	0.09667
0.2	0.8	0.2157
0.3	0.7	0.3287
0.4	0.6	0.45
0.5	0.5	0.56
0.6	0.4	0.65
0.7	0.3	0.75
0.8	0.2	0.83
0.9	0.1	0.92
1	0	1

Donde

$t_c$  Es conocido como el tiempo necesario para abrir el embolo del inyector.

$\tau$  Es el tiempo unitario que tarda en cerrar el embolo del inyector, que vale cero cuando está totalmente abierto, y 1 cuando está totalmente cerrado.

Con la nueva información obtenida, al graficar estos valores observamos un comportamiento muy similar a una función polinómica de quinto grado como se observa en la figura 4.3.2.

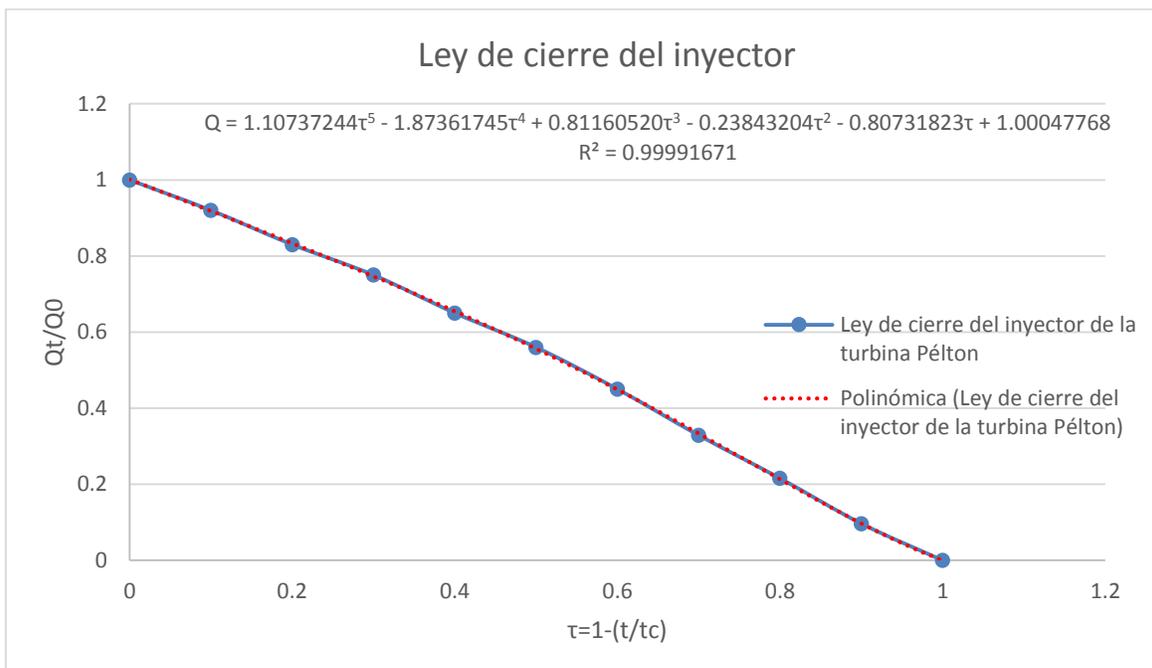


Figura 4.3.2 Ley de cierre del inyector de la turbina Pelton.

La ecuación que describe la ley de cierre del inyector está dado por:

$$q = 1.10737244\tau^5 - 1.87361745\tau^4 + 0.81160520\tau^3 - 0.23843204\tau^2 - 0.80731823\tau + 1.00047768$$

ec. 4.3.1

Delimitada únicamente en el caso de que exista un tiempo menor al tiempo de cierre del inyector, teniendo tiempos mayores a este el gasto será nulo.

Donde:

$\tau$       Tiempo de cierre unitario del inyector

$$\tau = \frac{t_i}{t_c}$$

$t_i$       Tiempo en el instante i, en segundos

$t_c$       Tiempo de cierre del inyector, en segundos.

Con la ley de cierre del inyector, se brindan las condiciones de frontera aguas abajo de la conducción, y con la información brindada por la característica positiva en esta frontera, se puede hacer uso del método de las características.

## 4.4. CAMBIO DE TUBERÍA

Al tener un cambio de diámetro ya sea para una ampliación, reducción o simplemente cambios en el material de la tubería, tenemos modificaciones de sus propiedades; debido a estos cambios el modelo matemático deberá de incluir las propiedades de ambas tuberías, para el cual se despreciarán las pérdidas por velocidad en la región muy cercana a la unión de las dos tuberías y la pérdida de carga en la junta.

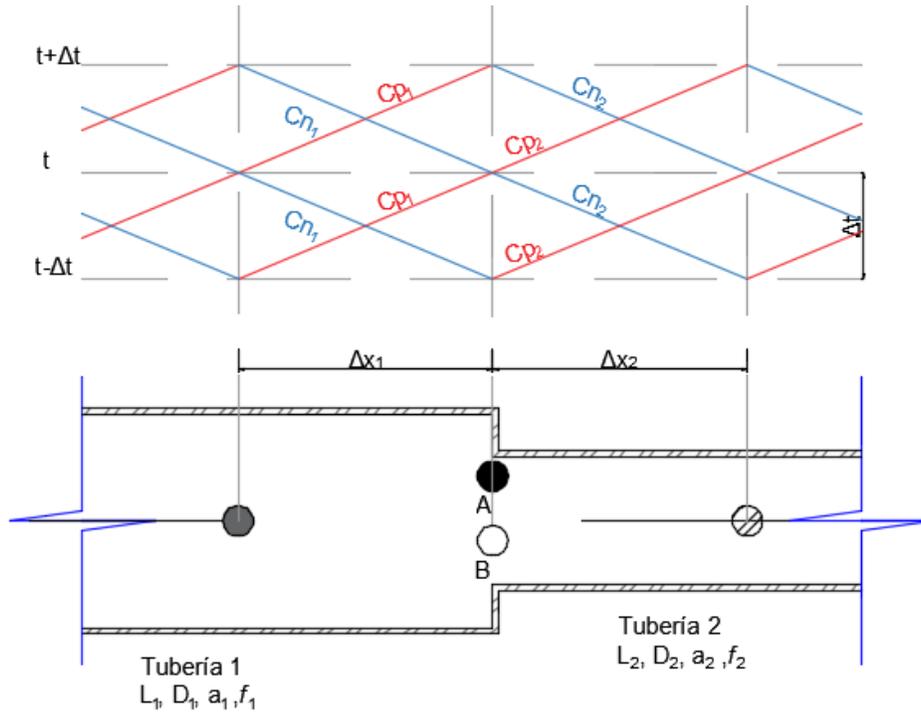


Figura 4.4 Análisis del método de las características en cambio de tubería

De acuerdo con la figura 4.4.1, para cumplir con la condición de la celeridad  $a = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  y de acuerdo con las propiedades de la tubería se tienen diferentes celeridades. Una vez determinado un incremento en el tiempo  $\Delta t$ , para que éste permanezca constante para tuberías con diferentes celeridades los incrementos en la posición serán  $\Delta x = a * \Delta t$ . Los puntos de análisis A y B corresponden al final de la tubería 1 e inicio de la tubería 2 respectivamente, los parámetros correspondientes a cada tubería se identifican con los subíndices 1 y 2.

Como se menciona previamente se desprecian las pérdidas en dicho cambio, por lo que se tiene que la carga en el punto A como en el punto B son la misma; y por la ecuación de continuidad tenemos que los gastos en ambos puntos son los mismos.

$$h_A(t) = h_B(t) = h_p(t) \quad ec.4.4.1$$

$$q_A(t) = q_B(t) \quad ec.4.4.2$$

En el empleo del método de las características las ecuaciones a emplear para el gasto en el punto A como en B son:

$$q_A(t) = Cp_1 - Ca_1 h_A(t) \quad ec.4.4.3$$

$$q_B(t) = Cn_2 + Ca_2 h_B(t) \quad ec.4.4.4$$

Al tener este sistema de ecuaciones (ec. 4.4.1, 2, 3, 4), por medio de sustitución tenemos la ec. 4.4.5, donde queda la carga en los puntos A y B en función de las características en el instante anterior:

$$h_p(t) = \frac{Cp_1 - Cn_2}{Ca_1 + Ca_2} \quad ec.4.4.5$$

## 4.5. POZO DE OSCILACIÓN

Debido a las fluctuaciones de la carga de presión en la conducción, por consecuencia a las variaciones en el gasto, se requiere de dispositivos controladores de presión. Entre la gran variedad de dispositivos se trabajará con el pozo de oscilación.

Previamente al describir el funcionamiento del pozo de oscilación, cabe recordar el significado del término de tiempo característico (T), el cual es el tiempo que tarda una onda de presión que se originó en un extremo de la conducción en recorrer la conducción hasta el otro extremo y regresar al punto de origen. Dicho tiempo es  $T = 2L/a$  donde L es la longitud de la tubería y a la velocidad de propagación de la onda.

### 4.5.1. OPERACIÓN DEL POZO DE OSCILACIÓN

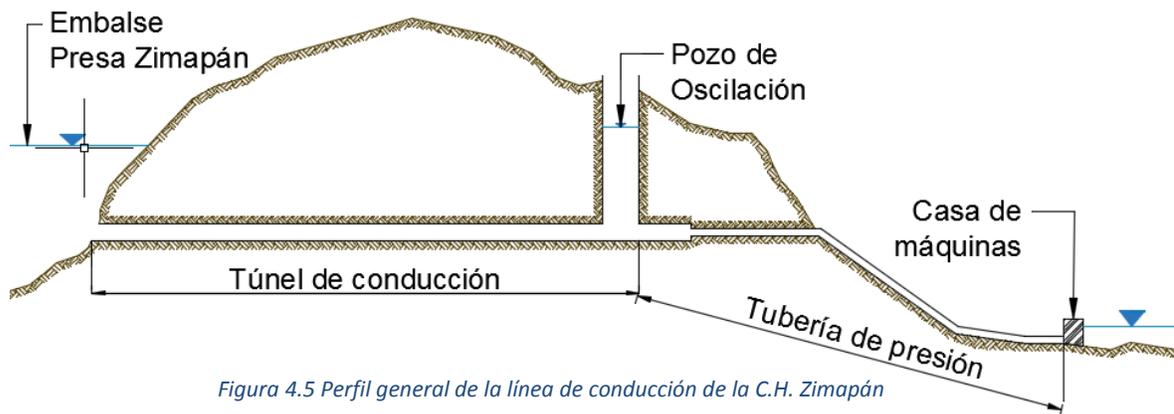


Figura 4.5 Perfil general de la línea de conducción de la C.H. Zimapán

Para entender mejor el funcionamiento del pozo de oscilación, supóngase que en una conducción a presión fluye un gasto constante y por razones de operación en un instante dado, se cierra una válvula o inyector (distribuidor) de las turbinas, en forma rápida; si no se contara con el pozo de oscilación en la conducción, se alteraría la velocidad del líquido rápidamente y se provocaría una transformación de energía cinética a energía de presión, generando aparición de incrementos en la presión cerca del origen de este cambio, generando ondas de presión y gradientes que inducen a propagarse. Este cierre provocará una onda de sobrepresión que viajaría hacia aguas arriba por la tubería de presión hasta el almacenamiento, donde se reflejaría para regresar a su origen y por efecto de la fricción poco a poco se desaparecerían las ondas de presión.

Si se tiene el pozo de oscilación, como lo cuenta la conducción de la C. H. Zimapán en el escenario anterior (*ver figura 4.5.1*), y se considera que la masa de agua dentro del pozo de oscilación es lo suficientemente significativa, se crea un punto de reflexión donde gran parte de la onda recorre únicamente el tramo entre el pozo y la casa de máquinas. Cuando la onda de presión llega al pozo, se completa la desaceleración iniciada por la fricción y el régimen en el túnel comienza a alterarse. Comienza a fluir dentro del pozo, provocando que el nivel del agua en el pozo comience a incrementarse, cuando el líquido llegue a un nivel donde el agua totalmente se desacelere, en este instante, el nivel en el pozo de oscilación es el máximo. Para dicho nivel se crea un gradiente negativo respecto al almacenamiento, por lo que el sentido de flujo dentro del túnel comienza a invertirse, disminuyendo el nivel en el pozo. Debido a la inercia de la masa de agua, el nivel continúa decreciendo hasta llegar a un nivel mínimo; luego vuelve a ascender, y así sucesivamente. En este tipo de maniobra las oscilaciones se atenúan por las pérdidas de fricción en el túnel a establecer un nivel que corresponde al almacenamiento.

De acuerdo con las características de la central hidroeléctrica Zimapán, las principales funciones del pozo de oscilación que podemos mencionar son:

- 1) Reducir las zonas de influencia de las fluctuaciones de presión en una abertura o cierre de los inyectores de las turbinas. Al colocar el pozo de oscilación en la conducción que comunica el almacenamiento con las turbinas, se confina el fenómeno de golpe de ariete entre el pozo y la casa de máquinas por lo que el tramo que se debe proteger de este fenómeno es menor en comparación de la longitud total de la conducción.  
Cabe mencionar que el pozo de oscilación, intercepta totalmente las ondas de sobrepresión debidas al golpe de ariete, y solamente la conducción aguas arriba de pozo tendrá variaciones de gasto y carga debidas a la oscilación de masa.
- 2) Mejorar las características de regulación de las turbinas. El tiempo de aceleración de las turbinas es función directa de la longitud del conducto a presión; por lo tanto, al contar con el pozo de oscilación, se acorta dicha longitud y se reduce el tiempo de aceleración hidráulica de la turbina, lo cual favorece la regulación de la planta.
- 3) Proporcionar la masa de agua necesaria en maniobras de arranque de la planta, suponiendo la ausencia de esta estructura, en un instante dado que se abre el distribuidor de forma repentina la inercia de la masa de agua es significativamente mayor, por lo que dicha masa no se acelera con tanta rapidez, por lo que provoca una onda de presión negativa, la cual puede ocasionar que el gradiente quede por debajo de la tubería y se presente separación de la columna líquida. Teniendo instalada esta estructura proporciona el líquido necesario a la tubería a presión mientras se acelera el agua en el túnel de acceso, evitando así que el gradiente baje demasiado.



Realizando sustituciones de las *ecs.* 4.6.3 y 4.6.4 en las *ecs.* 4.6.5 y 4.6.6 respectivamente y sustituyendo las ecuaciones que se obtienen en la *ec.* 4.6.1 para sustituir la expresión que se obtiene para  $q_{T(t)}$  en la *ec.* 4.6.2. Con esto se obtiene la *ec.* 4.6.7 la cual está en función de las características del instante anterior.

$$Z_{T(t)} = \frac{Cp_1 - Cn_2 + \left(\frac{A_T}{\Delta t} Z_{T(t-1)}\right)}{Ca_1 - ca_2 + \left(\frac{A_T}{\Delta t}\right)} \quad ec.4.6.7$$

## 5. MODELACIÓN DE LA OPERACIÓN TRANSITORIA DE LA C. H. ZIMAPÁN EN EXCEL.

### 5.1. PARÁMETROS QUE REPRESENTAN LA OPERACIÓN HIDRÁULICA DE LA C. H. ZIMAPÁN.

De acuerdo con la información con que se cuenta, se sabe que la conducción se encuentra enterrada en túneles por lo que para obtener la velocidad de la onda de presión se hará mediante el empleo de las ecuaciones de la celeridad tanto para túneles simplemente revestidos como blindados usando las *ecs. 5.1.1 y 5.1.2* respectivamente para cada caso

$$a = \left\{ \rho \left( \frac{1}{K} + \frac{2(1 + \mu)}{G} \right) \right\}^{-1/2} \quad \text{ec.5.1.1}$$

$$a = \left\{ \rho \left( \frac{1}{K} + \frac{2D}{GD + 2Ee} \right) \right\}^{-1/2} \quad \text{ec5.1.2}$$

Cabe resaltar que las ecuaciones para la celeridad aplican únicamente para sección circular, en el caso del túnel de acceso de sección herradura se empleará el uso de un diámetro equivalente ( $D_{eq}$ ) que cumpla con la misma área.

$$A_{TunelAcceso} = 18.3197 [m^2]$$
$$A_{Equivalente} = \frac{\pi * D_{eq}^2}{4} = 18.3197 [m^2]$$
$$D_{eq} = 4.83 [m]$$

Para determinar el módulo de rigidez ( $G$ ) de la roca en la cual se encuentra inmersa la conducción y de acuerdo a la información geológica del proyecto, se tiene la presencia de la formación geológica “**Las Trancas**”, la cual indica presencia de rocas ígneas extrusivas, las cuales en gran presencia se tiene al granito, debido a ello se considerará el módulo de rigidez del granito cuyo valor es de **50 [GPa]**. *Referencia 1.*

Los valores restantes se consideraron para agua a 20°C a 1atm de los cuales se tiene:

$$\text{Módulo de compresibilidad del agua } K = 2.19 \left[ \frac{GN}{m^2} \right]$$

$$\text{Módulo de Young para el concreto } E_1 = 20.00 \left[ \frac{GN}{m^2} \right]$$

$$\text{Módulo de Young para el acero } E_2 = 172.00 \left[ \frac{GN}{m^2} \right]$$

Cabe resaltar que los valores de los parámetros anteriores se obtuvieron del libro de Chaudry, referencia 5.

En la *tabla 5.1.1* se muestran los valores obtenidos de la celeridad para las diferentes secciones de la conducción.

*Tabla.5.1.1. Determinación de los valores de la celeridad para las diferentes secciones de la conducción.*

SECCIÓN	D [m]	Módulo de rigidez de la roca (G) [GN/m <sup>2</sup> ] ó [GPa]	Módulo de compresibilidad del agua (K) [GN/m <sup>2</sup> ]	Módulo de Young del concreto (E <sub>1</sub> ) [GN/m <sup>2</sup> ]	Módulo de Young del acero E <sub>2</sub> [GN/m <sup>2</sup> ]	Espesor del túnel (e) [m]	Densidad del agua (ρ) [kg/m <sup>3</sup> ]	Temperatura [°C]	Celeridad [m/s]
Herradura, revestida con concreto simple	4.83	50	2.19	20		0.4000	998	20	1424.0058
Blindada D=400	4.00	50	2.19	20	172	0.0254	998	20	1422.8383
Blindada D=350	3.50	50	2.19	20	172	0.0254	998	20	1423.1659
Blindada D=210	2.10	50	2.19	20	172	0.0254	998	20	1424.8527

Para obtener los coeficiente de fricción para cada sección y debido a la escasez de información, se hizo uso de la ecuación propuesta por Darcy-Weisbach (*ec. 5.1.3*), la cual es de tipo universal y se empleará el diagrama universal de Moody.

$$hf = f \frac{L V^2}{D 2g} \quad ec.5.1.3$$

Para el valor de la rugosidad del material se utilizó el valor propuesto en el diagrama de Moody de 0.0001 m para el acero y de 0.002 m para el concreto; se consideraron los valores de la viscosidad cinemática del agua (*v*) y el módulo de compresibilidad del agua correspondientes a una temperatura de 20°C, en la *tabla 5.1.2* se indican los valores leídos en el diagrama de Moody.

Tabla 5.1.2. Coeficientes de fricción por el Diagrama de Moody.

Canal de acceso (sección herradura)		
Datos		
D=	4.7000	m
$\theta_2$ =	0.0000	rad
A=	18.3197	m <sup>2</sup>
P=	15.3550	m
Rh=	1.1931	m
Q=	15.6400	m <sup>3</sup> /s
V=	0.8537	m/s
v=	0.0000	m <sup>2</sup> /s
Re=	3.65E+06	
$\epsilon$ =	0.0020	m
$\epsilon/D$ =	0.0004	
<i>f</i> según Moody=	0.0160	

Sección blindada diámetro 400 cm		
Datos		
D=	4.0000	m
A=	12.5664	m <sup>2</sup>
P=	12.5664	m
Rh=	1.0000	m
Q=	15.6400	m <sup>3</sup> /s
V=	1.2446	m/s
v=	0.0000	m <sup>2</sup> /s
Re=	4.53E+06	
$\epsilon$ =	0.0001	m
$\epsilon/D$ =	0.000025	
<i>f</i> según Moody=	0.0105	

Sección blindada diámetro 350 cm		
Datos		
D=	3.5000	m
A=	9.6211	m <sup>2</sup>
P=	9.6211	m
Rh=	1.0000	m
Q=	15.6400	m <sup>3</sup> /s
V=	1.6256	m/s
v=	0.0000	m <sup>2</sup> /s
Re=	5.17E+06	
$\epsilon$ =	0.0001	m
$\epsilon/D$ =	0.000029	
<i>f</i> según Moody=	0.0106	

Tubería bifurcación diámetro 210 cm		
Datos		
D=	2.1000	m
A=	3.4636	m <sup>2</sup>
P=	3.4636	m
Rh=	1.0000	m
Q=	15.6400	m <sup>3</sup> /s
V=	4.5155	m/s
v=	0.0000	m <sup>2</sup> /s
Re=	8.62E+06	
$\epsilon$ =	0.0001	m
$\epsilon/D$ =	0.00005	
<i>f</i> según Moody=	0.0098	

Se observa que en todos los casos el número de Reynolds es mayor a 4000 por lo que se pueden comparar los valores obtenidos por medio del diagrama de Moody con la ecuación propuesta por Colebrook-White (ec. 5.1.3) la cual puede ser aplicada para tubos lisos o rugosos en zona de transición o turbulenta.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right) \quad \text{ec. 5.1.3}$$

Debido a que la ec. 5.1.3 no se puede despejar para obtener propiamente el valor de *f*, se deberán de hacer iteraciones para obtener dicho valor. Se utilizó la herramienta de Excel *Función Objetivo*, para obtener los valores de cada coeficiente. Se observa en la *tabla 5.1.3* que los valores propuestos mediante el diagrama de Moody y los obtenidos con la ecuación propuesta por Colebrook-White son próximos entre sí. De igual manera el primer término se refiere a  $\frac{1}{\sqrt{f}}$ , el segundo término a  $\frac{\epsilon/D}{3.71}$ ,

seguido del tercer término  $\frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}}$ , y el término “-2LOG” se refiere a la parte derecha después de la igualdad de la ec. 5.1.3.

Tabla.5.1.3. Coeficiente de fricción obtenido mediante la ecuación Colebrook-White

SECCIÓN	D [m]	A [m <sup>2</sup> ]	V [m/s]	Re	ε/D	f	1 <sup>er</sup> termino	2 <sup>do</sup> termino	3 <sup>er</sup> termino	"-2LOG"	F.O.
Canal de acceso (sección herradura)	4.83	18.3197	0.8537	3.65E+06	4.26E-04	0.016265	7.8410	0.0001	0.0000	7.8410	0.0000
Sección blindada diámetro 400 cm	4.00	12.5664	1.2446	4.53E+06	2.50E-05	0.010353	9.8281	0.0000	0.0000	9.8281	0.0000
Sección blindada diámetro 350 cm	3.50	9.6211	1.6256	5.17E+06	2.86E-05	0.010393	9.8089	0.0000	0.0000	9.8089	0.0000
Tubería bifurcación diámetro 210 cm	2.10	3.4636	4.5155	8.62E+06	4.76E-05	0.010824	9.6119	0.0000	0.0000	9.6119	0.0000

Los coeficientes de fricción obtenidos con ambos métodos son semejantes, como era esperarse debido a que el diagrama de Moody fue construido por las ecuaciones de Colebrook-White y otras más; sin embargo se utilizaron valores de los coeficientes obtenidos por la ecuación de Colebrook-White, referencia 9.

## 5.2. DETERMINACIÓN DE Δx Y Δt

De acuerdo con el método de las características las líneas características positivas y negativas cuentan con pendientes constantes e igual a  $1/a$  y  $-1/a$ , respectivamente, las cuales están en función de los incrementos de tiempo ( $\Delta t$ ) y distancia ( $\Delta x$ ).

$$a = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Cabe resaltar que se tiene en la conducción el tramo comprendido por la tubería de diámetro de 2.10m correspondiente a la bifurcación, se cuenta con una longitud de 43m, por cuestiones para reducir el número de puntos de análisis y con ello incrementar los valores de  $\Delta x$  se dejará para el análisis una longitud de 100m.

Debido a los cambios de diámetro y de material de las diferentes secciones de la conducción se tienen diferentes celeridades. En la malla de cálculo (Figura 4.6.1.) el incremento en el tiempo (o intervalo de integración) permanece constante a lo largo de toda la conducción. Para mantener constante el incremento del tiempo ante diferentes celeridades es necesario que tuberías con diferentes celeridades tengan diferentes incrementos en la posición. Es decir, para que  $\Delta t$  sea constante,  $\Delta x$  se debe modificar.

$$\Delta x = a * \Delta t$$

El intervalo de integración debe ser menor o igual al menor tiempo que tarda la onda de presión en recorrer cada tramo de conducción.

En la *tabla 5.2.1* se observa que  $\Delta t$  debe ser menor o igual que 0.0702 s, en ésta  $t_{\text{recorrido onda}}$  es:

$$T = \frac{a_i}{L_i}$$

*Tabla 5.2.1. Tiempo de recorrido de la onda de presión en las diferentes secciones de la conducción.*

SECCIÓN	Celeridad [m/s]	L [m]	$t_{\text{recorrido onda}}$
Herradura, revestida con concreto simple	1424.0	21000.0	14.7471
Blindada D=400	1422.8	114.0	0.0801
Blindada D=350	1423.2	885.0	0.6219
Blindada D=210	1424.9	100.0	0.0702

Por lo tanto, para mantener constante la pendiente de las rectas características los valores de  $\Delta x$  para cada tubería serán de:

$$\Delta x_1 = 1424.01[m/s] \cdot 0.0702[s] = 99.94[m]$$

$$\Delta x_2 = 1422.84[m/s] \cdot 0.0702[s] = 99.86[m]$$

$$\Delta x_3 = 1423.17[m/s] \cdot 0.0702[s] = 99.88[m]$$

$$\Delta x_4 = 1424.85[m/s] \cdot 0.0702[s] = 100.00[m]$$

El número de puntos de cálculo en cada tramo de la conducción ( $j_i$ ) es el entero más cercano que resulta de dividir la longitud de la tubería ( $L_i$ ) entre el correspondiente incremento en la posición  $\Delta x_i$ , los resultados obtenidos se indican en la *tabla 5.2.2*.

*Tabla 5.2.2. Número de tramos y longitud analizada*

SECCIÓN	Celeridad [m/s]	$L_i$ [m]	$\Delta x$ [m]	$j_i$	$L_i^*$	Error [m]
Herradura, revestida con concreto simple	1424.0	21000.0	99.94	210.00	20987.52	12.4830220237964
Blindada D=400	1422.8	114.0	99.86	1.00	99.86	14.1413805775992
Blindada D=350	1423.2	885.0	99.88	9.00	898.93	-13.9344855677729
Blindada D=210	1424.9	100.0	100.00	1.00	100.00	0.00

Al mantener la pendiente constante en las rectas características se introduce un error en la longitud de los tramos de conducción, como se señala en la última columna de la *tabla 5.2.2*.

Con la finalidad de conservar el tiempo de recorrido de la onda de presión, *tabla 5.2.3*, se ajusta la celeridad para que la onda recorra las nuevas longitudes ( $L_i^*$ ) en el mismo tiempo que recorre las longitudes originales ( $L_i$ ). La celeridad ajustada se denota como  $c_i^*$  (ec. 5.2.1).

$$a_i^* = \frac{L_i^*}{t_{\text{recorrido onda}}} \quad \text{ec. 5.2.1}$$

Tabla 5.2.3. Corrección a la celeridad para el método de las características.

SECCIÓN	Celeridad [m/s]	$t_{\text{recorrido onda}}$	$L_i^*$	$C_i^*$	% error
Herradura, revestida con concreto simple	1424.0	14.7471	20987.52	1423.16	0.06
Blindada D=400	1422.8	0.0801	99.86	1246.34	12.40
Blindada D=350	1423.2	0.6219	898.93	1445.57	-1.57
Blindada D=210	1424.9	0.0702	100.00	1424.85	0.00

Una vez obtenidas las celeridades ajustadas y con los valores de  $\Delta x_i$  previamente calculados, se pueden calcular las constantes  $C_a$  y  $C_f$  y programar la hoja de cálculo para simular el transitorio que se genera al cerrar los inyectores de la turbina.

### 5.3. RESULTADOS DEL ANÁLISIS NUMÉRICO

La finalidad del análisis numérico es calcular las variaciones del nivel del agua en el pozo de oscilación cuando se cierra el distribuidor de la turbina y obtener la presión que debe soportar la tubería de presión inmediatamente aguas arriba del distribuidor.

Debido a que se tiene información de un registro tomado en prototipo cuando el sistema operaba con una sola turbina, el registro señala que la conducción llevaba un gasto de 15.64 m<sup>3</sup>/s, con un nivel en la presa de 1563.45 msnm y el cierre de un inyector en 300 segundos.

Antes de mencionar los resultados del análisis, se darán a conocer los valores constantes y específicos de cada sección de tubería, las características de las secciones y las constantes  $C_a$  y  $C_f$  requeridas en el método de las características se señalan en la *tabla 5.3.1*.

Tabla 5.3.1. Propiedades de las diferentes secciones de tubería, así como sus constantes  $C_a$  y  $C_f$ .

Canal de acceso (sección herradura)				
Datos			CONSTANTES	
a=	1423.3442	m/s	$C_f$	0.000094
l=	21000	m	$C_a$	0.1263
D=	4.7	m		
$\theta_2$ =	0	rad		
A=	18.3197	m <sup>2</sup>		
$\Delta t$ =	0.07018	s		
f=	0.01627			
Q=	15.64	m <sup>3</sup> /s		
$\Delta L$ =	99.9470	m		
$V^2/2g$ =	0.037	m		
#puntos	211			

Sección blindada diámetro 400 cm				
Datos			CONSTANTES	
a=	1246.33918	m/s	$C_f$	0.000063
l=	114	m	$C_a$	0.1366
D=	4.7	m		
A=	17.349445	m <sup>2</sup>		
$\Delta t$ =	0.07018	s		
f=	0.01035			
Q=	15.64	m <sup>3</sup> /s		
$\Delta L$ =	99.8586	m		
# puntos	2			
$V^2/2g$ =	0.041	m		

Sección blindada diámetro 350 cm				
Datos			CONSTANTES	
a=	1445.5739	m/s	$C_f$	0.000154
l=	885	m	$C_a$	0.0653
D=	3.5	m		
A=	9.621128	m <sup>2</sup>		
$\Delta t$ =	0.07018	s		
f=	0.01039			
Q=	15.64	m <sup>3</sup> /s		
$\Delta L$ =	99.8816	m		
# puntos	10			
$V^2/2g$ =	0.135	m		

Tubería bifurcación diámetro 210 cm				
Datos			CONSTANTES	
a=	1424.85	m/s	$C_f$	0.000744
l=	100	m	$C_a$	0.0238
D=	2.1	m		
A=	3.463606	m <sup>2</sup>		
$\Delta t$ =	0.07018	s		
f=	0.01082			
Q=	15.64	m <sup>3</sup> /s		
$\Delta L$ =	100	m		
# puntos	2			
$V^2/2g$ =	1.039	m		

Para hacer uso del método de las características en una hoja de cálculo, en este caso Excel, se requerirá para cada punto de análisis dos columnas, las cuales corresponderán a la carga piezométrica y el gasto en este punto. Ver *tabla 5.3.2*.

Tabla 5.3.2. Dos columnas por cada punto de análisis para gasto y carga piezométrica.

Punto 11		Punto 12		Punto 13		Punto 14		Punto 15	
h(11)	q(11)	h(12)	q(12)	h(13)	q(13)	h(14)	q(14)	h(15)	q(15)
1563.3221	15.64	1563.3093	15.64	1563.2965	15.64	1563.2837	15.64	1563.2710	15.64
1563.3221	15.64	1563.3093	15.64	1563.2965	15.64	1563.2837	15.64	1563.2710	15.64
1563.3221	15.64	1563.3093	15.64	1563.2965	15.64	1563.2837	15.64	1563.2710	15.64
1563.3221	15.64	1563.3093	15.64	1563.2965	15.64	1563.2837	15.64	1563.2710	15.64
1563.3221	15.64	1563.3093	15.64	1563.2965	15.64	1563.2837	15.64	1563.2710	15.64
1563.3221	15.64	1563.3093	15.64	1563.2965	15.64	1563.2837	15.64	1563.2710	15.64
1563.3221	15.64	1563.3093	15.64	1563.2965	15.64	1563.2837	15.64	1563.2710	15.64
1563.3221	15.64	1563.3093	15.64	1563.2965	15.64	1563.2837	15.64	1563.2710	15.64
1563.3221	15.64	1563.3093	15.64	1563.2965	15.64	1563.2837	15.64	1563.2710	15.64

De acuerdo al valor de  $\Delta x$  para cada sección de la conducción se tendrán el número de puntos de análisis, es decir, el número de puntos será igual a entero más cercano del cociente de la longitud de la sección entre  $\Delta x$ , cabe resaltar que a este número se le agregará un punto adicional, esto es, debido a que deben existir puntos extremos para cada sección, debido a ello se tendrán en los cambios de

tubería o de material dos puntos en el mismo lugar, con ello se deberá de considerar que ambos puntos tienen tanto la misma carga como gasto. Para el caso de la tubería de 21 Km se tienen presentes 210 puntos de análisis más el correspondiente al extremo final dando un total de 211 puntos de análisis. Con ello para la sección de la tubería de 4 metros de diámetro contará únicamente con 2 puntos, los puntos extremos; en el resto de los casos se tendrán 10 y 2 puntos de análisis para las secciones de 3.5 y 2.10 metros de diámetro respectivamente.

Para el análisis se utilizó cada fila para el valor del tiempo de análisis incrementando en cada caso el valor de  $\Delta t = 0.0702[s]$ , iniciándose en el tiempo 0 el cual es cuando no se han iniciado maniobras en el inyector de la turbina por lo que se tiene el gasto de operación a flujo estacionario. A partir de este tiempo inicial y hasta los 300 segundos de análisis se cierra el inyector. La variación del gasto como función del tiempo se simula a través del polinomio de 5° grado *ec. 4.3.1*. Para observar la importancia de la ley de cierre se realizó una simulación considerando un cierre lineal y se compararon los resultados obtenidos.

Mencionado anteriormente, para el caso del tiempo cero, se tendrá para todos los puntos de análisis de la conducción el gasto será constante  $q_{op} = 15.64[m^3/s]$  y las cargas piezométricas variarán debido al efecto de la fricción en cada sección de tubería

Frontera aguas arriba.

En el caso de la frontera aguas arriba como se menciona en el **capítulo 4.2**, se tiene un tanque de carga constante y únicamente se cuenta con la *ec 4.1.13* que describe la ecuación de la recta de la característica negativa. Conociendo que la carga del tanque es de 1563.45 msnm, la variable que falta por determinar en el tiempo  $t$  es el gasto, el cual se obtiene usando en la ecuación de la característica negativa la información del punto 2 en el instante  $t - \Delta t$ , como se observa la *figura 5.3.1*.

$$H_p = 1563.45[msnm]$$

$$Q_p = C_{n1} + C_{a1} H_p$$

t [s]	punto 1		punto 2	
	h(1)	q(1)	h(2)	q(2)
0	1563.45	15.64	1563.4372	15.64
0.07018269	1563.45	15.64	1563.4372	15.64
0.14036538	1563.45	15.64	1563.4372	15.64
0.21054807	1563.45	15.64	1563.4372	15.64
0.28073076	1563.45	15.64	1563.4372	15.64
0.35091345	1563.45	15.64	1563.4372	15.64
0.42109615	1563.45	15.64	1563.4372	15.64
0.49127884	1563.45	15.64	1563.4372	15.64

Figura 5.3.1 Programación de ecuaciones frontera aguas arriba en hoja de cálculo.

Cambio de diámetro.

Para aclarar mejor el cambio de diámetro, los puntos 211 y 212 los cuales corresponden al término e inicio de las tuberías de 4.7 y 4.0 metros respectivamente, los cuales aun siendo dos puntos de análisis se localizan en el mismo lugar con ello para el uso de las ecuaciones (ecs. 4.4.3 al 4.4.5) del modelo para el cambio de tubería. Para calcular los valores de  $C_p$  y  $C_n$  (ec. 4.1.9 y 4.1.10 respectivamente) se requiere el uso de los parámetros del instante anterior en los puntos 210 y 213 respectivamente. Ver figura 5.3.2.

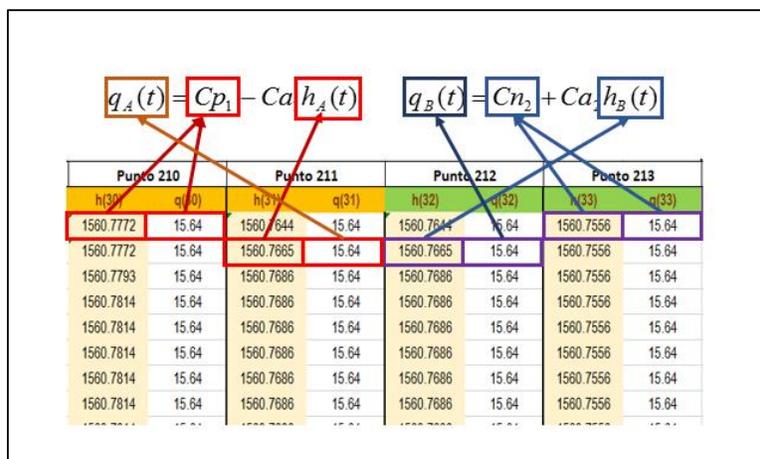


Figura 5.3.2 Programación de ecuaciones para cambios de diámetro en hoja de cálculo.

Para el caso de los puntos donde se tiene presente el cambio de tubería, se hará uso de la ecs 4.4.5 para obtener la carga y cualquiera de las ecs 4.4.3 o 4.4.4 para estimar el gasto.

Pozo de Oscilación.

Para el caso del pozo de oscilación, de acuerdo a las ecuaciones que describen su comportamiento (ec.5.2.1-5.2.7) se emplearán únicamente dos columnas como en el resto de los puntos, para la carga y gasto en la conexión entre el pozo y la línea de conducción. El gasto se considera positivo para el caso de ingreso de agua al pozo y por ende incremento en su nivel y negativo cuando el pozo entrega gasto al sistema y el nivel descenderá. Así como en el caso de las propiedades de las secciones de la tubería, también se realiza una tabla donde se tienen los datos del pozo. Ver tabla 5.3.3.

Tabla 5.3.3. Datos y constantes del pozo de oscilación

Pozo de oscilación				
Datos			Constantes	
h=	132.00	m	$A_T/\Delta t=$	1891.2397 $m^2/s$
$D_T=$	13.00	m	Desplante=	1454.243 msnm
$A_T=$	132.7323	$m^2$		
$\Delta t=$	0.07018	s		

El pozo de oscilación se localiza entre los puntos 213 y 214 en donde por comodidad se agregaron dos columnas en la hoja de cálculo. En la *figura 5.3.3* se indican las ecuaciones correspondientes a las celdas de cálculo. Los puntos C y D corresponden a los puntos 213 y 214.

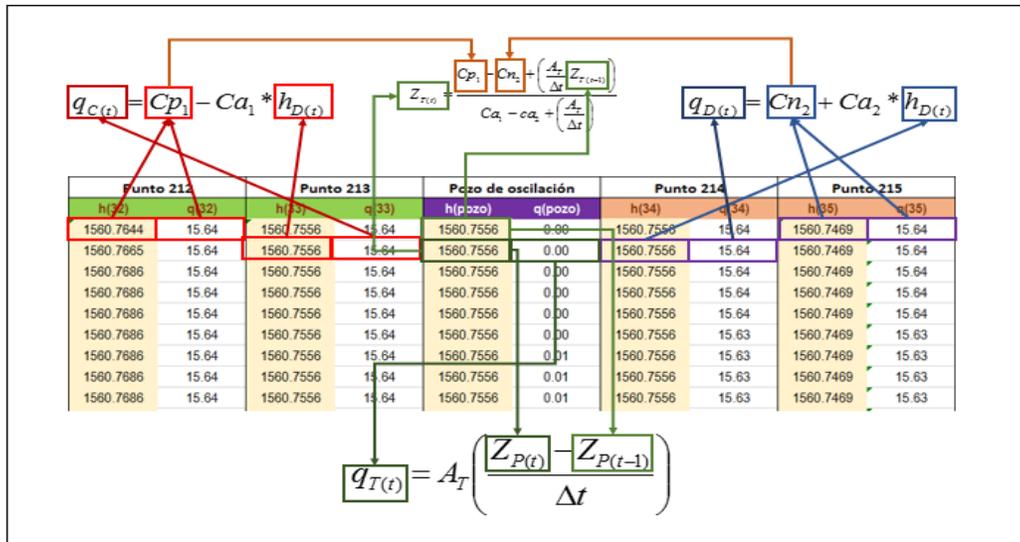


Figura 5.3.3 Programación en Excel de las ecuaciones del pozo de oscilación.

Frontera aguas abajo.

Para el último punto, el gasto lo determina la ley de cierre propuesta anteriormente (ec. 4.3.1) la cual es una ecuación adimensional. Para este caso, en el que los inyectores cierran en 300 segundos y el gasto de operación es de 15.64 m<sup>3</sup>/s se obtiene la ec. 5.3.1.

$$q_i = 15.64 \left( 1.10737244\tau^5 - 1.87361745\tau^4 + 0.81160520\tau^3 - 0.23843204\tau^2 - 0.80731823\tau + 1.00047768 \right)$$

ec. 5.3.1

$$\text{Si } t \leq 300[s]$$

$$\tau = \frac{t_i}{300}$$

$$\text{Si } t > 300[s]$$

$$q_i = 0$$

donde

$t_i$  Valor del tiempo del análisis.

$q_i$  Gasto en el tiempo  $t_i$

Y para el comportamiento de la carga piezométrica en este punto, de acuerdo a la malla generada por el método únicamente se cuenta con la línea característica positiva con ello tenemos que:

$$Q_A(t) = Cp_1 - Ca_1 H_A(t)$$

Donde el subíndice A corresponde a este mismo punto, despejando el valor de  $H_A$ , tenemos la ecuación:

$$H_A(t) = \frac{Cp_1 - Q_A(t)}{Ca_1}$$

Para calcular los valores de  $Cp$  se requerirán los valores de gasto y carga del punto anterior en el tiempo anterior.

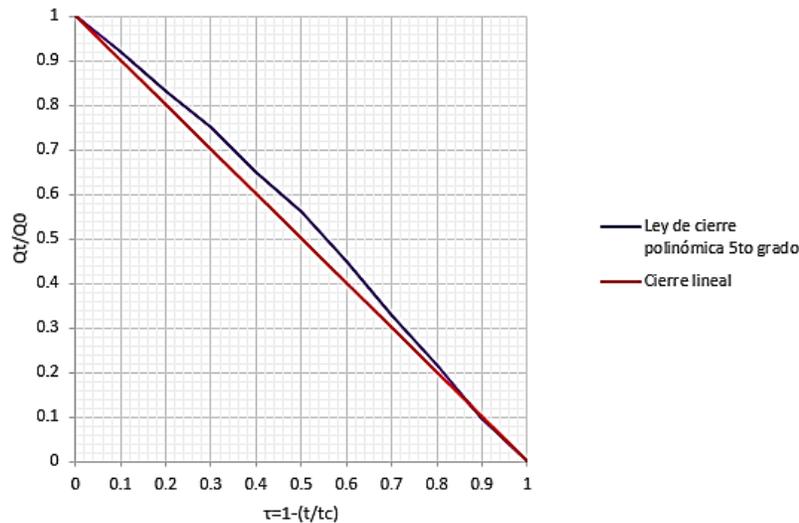


Figura 5.3.4 Comparación entre la ley de cierre y un cierre lineal.

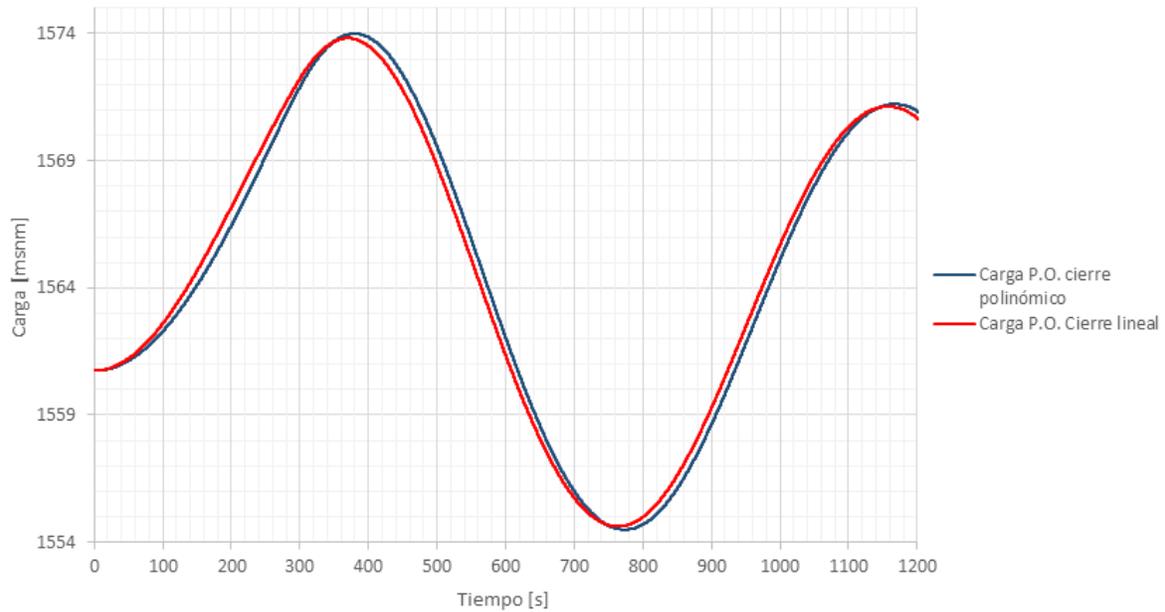
Se observa en la figura 5.3.4 la comparación entre la ley de cierre polinómica y un cierre lineal, el cual se observa que a partir de  $\tau=0.05$  hasta  $\tau=0.85$  se tienen diferencias entre ambas, y mínimamente entre  $\tau=0.88$  y  $\tau=1.00$ .

Ya obtenidas las condiciones iniciales y con las ecuaciones que describen al fenómeno transitorio, se emplea el mismo procedimiento para los siguientes incrementos de  $\Delta t$  que se deseé. Se muestra en la tabla 5.3.4 los puntos de análisis 1, 2, 212, 213, pozo, 214, 215, 222, 223, 224 y 225. Esto es debido a la repetición de valores y para reducir la tabla de simulación. Durante los primeros 30 incrementos de  $\Delta t$ .

Tabla 5.3.4 Resumen de la hoja de cálculo simulado el transitorio en la conducción de la C.H. Zimapan, primeros 30 segundos.

$t$ [s]	punto 1	punto 75	punto 211	punto 212	punto 213	Pozo de oscilación		punto 214	punto 223	punto 224	punto 225
	$h(1)$	$h(75)$	$h(211)$	$h(212)$	$h(213)$	$h(P.O.)$	$q(P.O.)$	$q(214)$	$h(223)$	$h(224)$	$h(225)$
0.0000	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7517	15.6400	1560.7426	0.0000	1560.7426	15.6400	1560.6606	15.6400
0.0702	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7511	15.6401	1560.7426	0.0022	1560.7426	15.6449	1560.5539	15.6445
0.1405	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7505	15.6401	1560.7426	0.0043	1560.7426	15.6455	1560.5132	15.6416
0.2107	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7506	15.6401	1560.7426	0.0063	1560.7426	15.6389	1560.5829	15.6386
0.2809	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7506	15.6401	1560.7426	0.0084	1560.7426	15.6343	1560.6219	15.6357
0.3509	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7506	15.6401	1560.7426	0.0104	1560.7426	15.6309	1560.6098	15.6327
0.4211	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7506	15.6401	1560.7426	0.0125	1560.7426	15.6271	1560.6120	15.6297
0.4913	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7506	15.6401	1560.7426	0.0145	1560.7426	15.6238	1560.6379	15.6268
0.5615	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7506	15.6401	1560.7426	0.0166	1560.7426	15.6212	1560.6655	15.6238
0.6316	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7506	15.6401	1560.7426	0.0186	1560.7426	15.6184	1560.6769	15.6179
0.7018	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7506	15.6401	1560.7426	0.0207	1560.7426	15.6153	1560.6934	15.6150
0.7720	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7506	15.6401	1560.7426	0.0228	1560.7426	15.6123	1560.7086	15.6120
0.8422	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7506	15.6401	1560.7426	0.0246	1560.7426	15.6094	1560.7214	15.6090
0.9124	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7506	15.6401	1560.7427	0.0262	1560.7427	15.6065	1560.7348	15.6061
0.9826	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7507	15.6401	1560.7427	0.0277	1560.7427	15.6035	1560.7494	15.6031
1.0527	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7507	15.6401	1560.7427	0.0290	1560.7427	15.6005	1560.7637	15.6005
1.1229	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7507	15.6401	1560.7427	0.0300	1560.7427	15.5975	1560.7775	15.5972
1.1931	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7507	15.6401	1560.7427	0.0314	1560.7427	15.5946	1560.7915	15.5942
1.2633	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7507	15.6401	1560.7427	0.0327	1560.7428	15.5915	1560.8056	15.5913
1.3335	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7507	15.6401	1560.7428	0.0339	1560.7428	15.5884	1560.8196	15.5883
1.4037	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7507	15.6401	1560.7428	0.0350	1560.7428	15.5853	1560.8337	15.5853
1.4738	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7508	15.6401	1560.7428	0.0360	1560.7428	15.5823	1560.8478	15.5824
1.5440	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7508	15.6401	1560.7428	0.0369	1560.7429	15.5793	1560.8619	15.5794
1.6142	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7508	15.6401	1560.7429	0.0377	1560.7429	15.5763	1560.8760	15.5765
1.6844	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7509	15.6401	1560.7429	0.0385	1560.7430	15.5733	1560.8901	15.5735
1.7546	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7509	15.6401	1560.7429	0.0392	1560.7430	15.5703	1560.9042	15.5705
1.8247	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7509	15.6401	1560.7430	0.0399	1560.7430	15.5673	1560.9183	15.5676
1.8949	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7510	15.6401	1560.7430	0.0406	1560.7430	15.5643	1560.9324	15.5646
1.9651	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7510	15.6401	1560.7430	0.0412	1560.7431	15.5613	1560.9465	15.5616
2.0353	1563.4500	1562.4392	15.6400	1560.7510	15.6401	1560.7431	0.0418	1560.7431	15.5583	1560.9606	15.5583

En la *figura 5.3.5* se muestra la comparación de la oscilación del nivel del agua en el pozo cuando se considera en el inyector la ley de cierre polinomial y la lineal. En esta figura se observa un desfaseamiento entre el inicio de la variación del pozo al igual como una diferencia entre las oscilaciones máximas y mínimas



*Figura 5.3.5 Comparación de las variaciones en el pozo de oscilación, con diferentes leyes de cierre.*

Debido a que se conoce la ley de cierre polinómica que describe el comportamiento del cierre del inyector, se empleará dicha ley para comparar con el registro de la oscilación máxima y mínima cuyos valores son de **1570.438msnm** y **1555.153msnm** respectivamente.

Al comparar los valores obtenidos con la simulación y los valores máximos y mínimos registrados en el pozo de oscilación se observa que las oscilaciones obtenidas en la simulación son de mayor amplitud, Ver *figura 5.3.6*. Esto se debe a que no se consideró en el modelo del pozo las pérdidas que produce el orificio. También se observa que se tiene una diferencia mayor entre las oscilaciones máximas que entre las oscilaciones mínimas. Esto confirma que los valores propuestos son próximos a las condiciones reales presentes en la conducción.

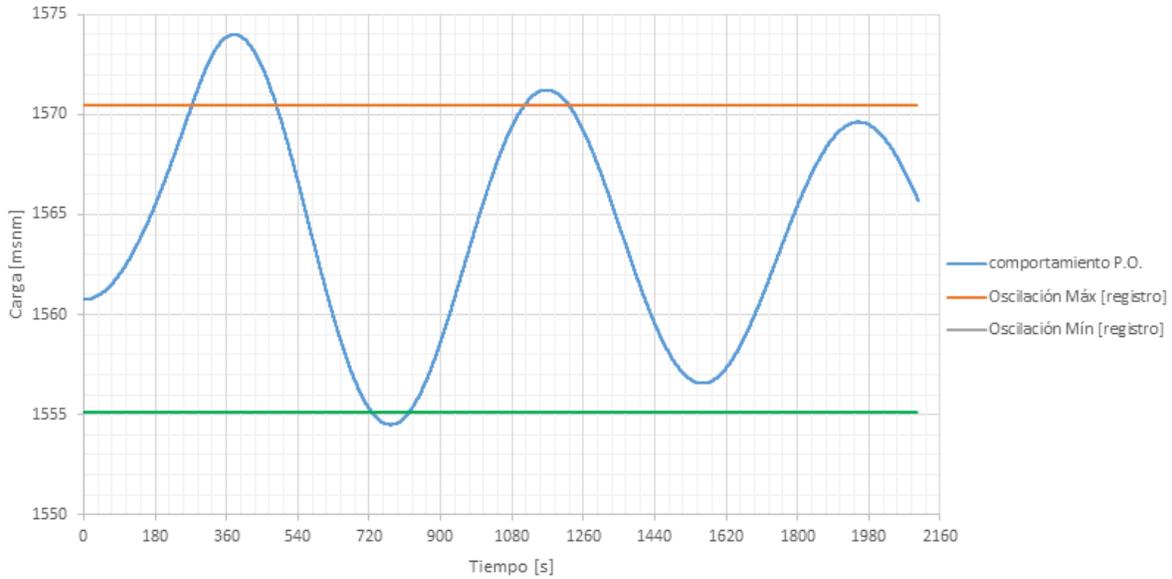


Figura 5.3.6 Comportamiento del nivel dentro del pozo de oscilación.

En la *figura 5.3.7* se observan las variaciones de presión a 700 metros alejados del pozo aguas arriba y aguas abajo respectivamente. Debido a que el transitorio se produjo por una maniobra lenta (el inyector cerró en 300 segundos comparado con el tiempo característico del tramo de conducción comprendido entre el pozo y las turbinas  $T_c = 2L/C = 1.365$  s se trata de un fenómeno de oscilación de masa, razón por la cual la presión varía de manera similar en ambos puntos.

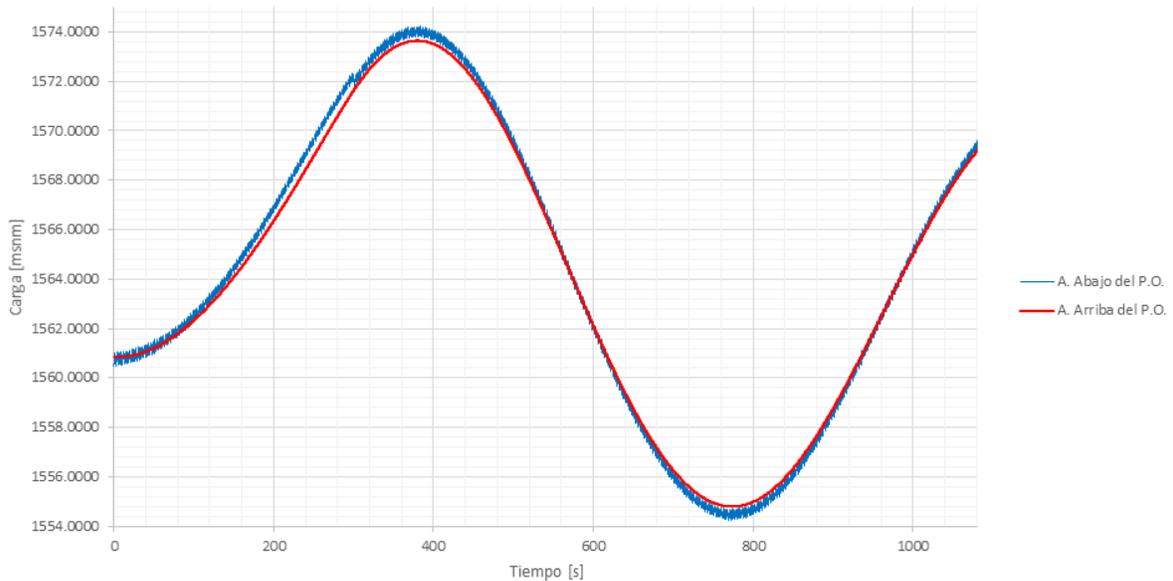


Figura 5.3.7 Comportamiento de la carga piezométrica aguas abajo y aguas arriba del pozo.

En la *figura 5.3.8* se observa cómo, en relación al gasto, el pozo de oscilación, divide a la conducción en dos tramos. Aguas abajo del pozo el gasto se hace cero siguiendo la ley de cierre del inyector, la

tubería se queda con agua pero sin flujo. Aguas arriba del pozo, la variación del gasto que se observa señala que el agua fluye entre la presa y el pozo hasta que por efecto de fricción ésta se detenga.

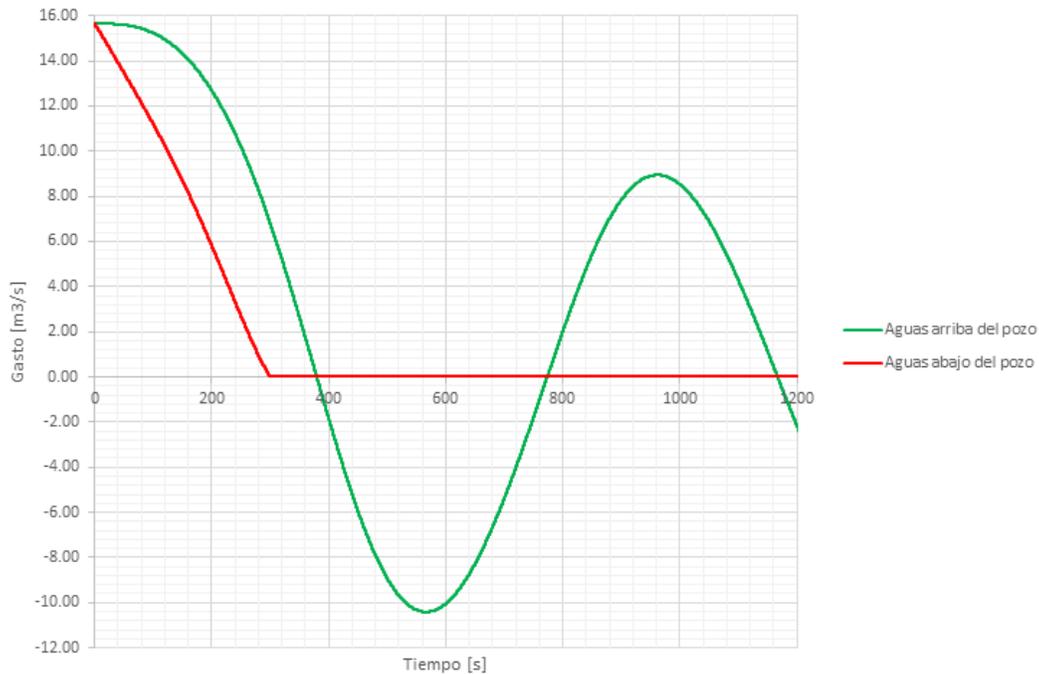


Figura 5.3.8 Comportamiento del gasto aguas arriba y aguas abajo del pozo.

Con los datos simulados previamente, se observa que la maniobra presente en la simulación tiene un tiempo de cierre de 300 segundos, el cual es mayor al tiempo característico de la conducción el cual tiene el valor de:

$$T_c = \frac{2L}{c} = \left( \frac{2 * 885}{1445.57} + \frac{2 * 100}{1424.85} \right) = 1.365[s]$$

Comparado el tiempo de cierre controlado del registro con el tiempo característico de la tubería se tiene la presencia de una maniobra lenta, esto se corrobora al observar la figura 5.3.7 cuyo comportamiento es el mismo tanto aguas arriba como aguas abajo.

Actualmente la C. H. cuenta con válvulas de contingencias para tener cierres rápidos, haciendo su uso exclusivo para emergencias. Para observar el fenómeno de golpe de ariete en la conducción de la C. H. Zimapán, dada la escasez de información acerca de la válvula de contingencias se propuso diferentes tiempos de cierre, los cuales aún en su clasificación son maniobras lentas (cuyo tiempo es menor al tiempo característico de la conducción) se aproximan a dicho tiempo, estos cierres se simularan en los tiempos de 10, 40 y 300 segundos con las condiciones para un gasto de  $Q = 29.5[m^3/s]$  y un nivel en la presa de  $H = 1563.00[msnm]$  equivalente a estar en el NAME.

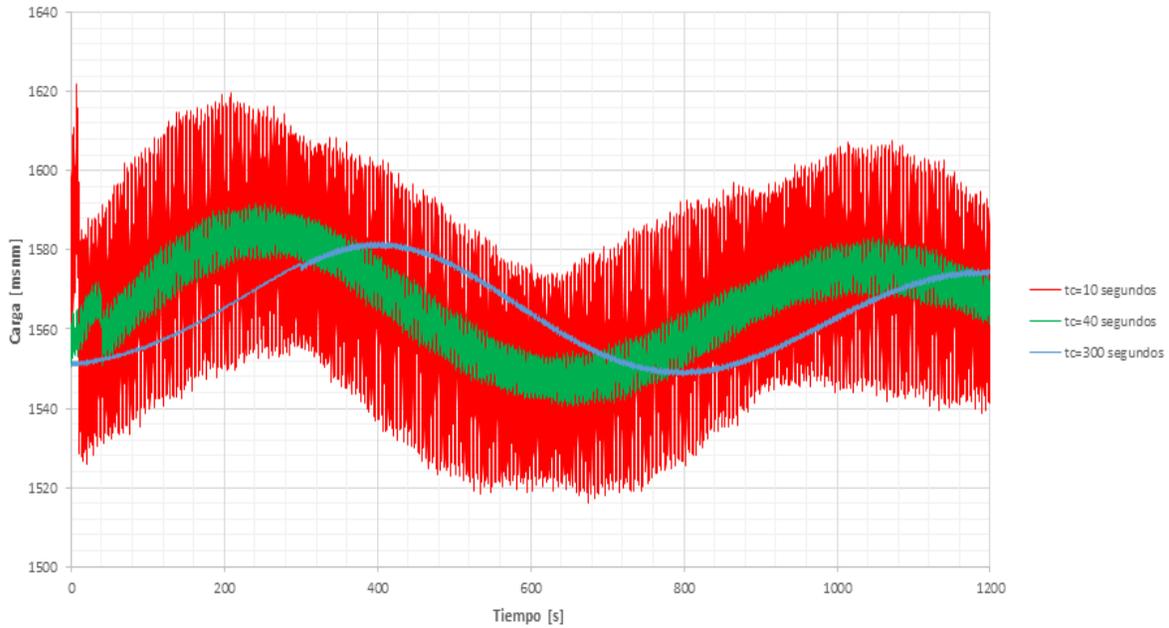


Figura 5.3.9 Variación de la carga en el extremo aguas abajo de la conducción.

Respecto al comportamiento de la variación de la carga en el extremo aguas abajo de la conducción se observa en la *figura 5.3.9* que las variaciones son mínimas para el caso de un tiempo de cierre de 300 segundos, el cual se presenta únicamente oscilación de masa; caso opuesto se presenta para el tiempo de cierre de 10 segundos, las variaciones son mayores teniendo presente variaciones asociadas al fenómeno de golpe de ariete, caso particular se observa en el tiempo de cierre de 40 segundos se observan variaciones cuyo comportamiento es similar al cierre de 10 segundos, aunque la variación es menor.

Comparando estos cierres con el tiempo característico de la conducción cuyo valor es de  $T_c = 1.365[s]$  son cierres o maniobras lentas, sin embargo, de acuerdo a la *figura 5.3.9* observamos que para el tiempo de cierre en 300 segundos se tiene oscilaciones del periodo:

$$T = t_{amplitud_{max 2}} - t_{amplitud_{max 1}} = 405.02[s] - 1175.63[s] = 770.61[s]$$

Para el caso del cierre a 40 segundos se presentan dos tipos de oscilaciones, para observar detalladamente dichas oscilaciones se observa la *figura 5.3.10* donde se muestran dichas oscilaciones.

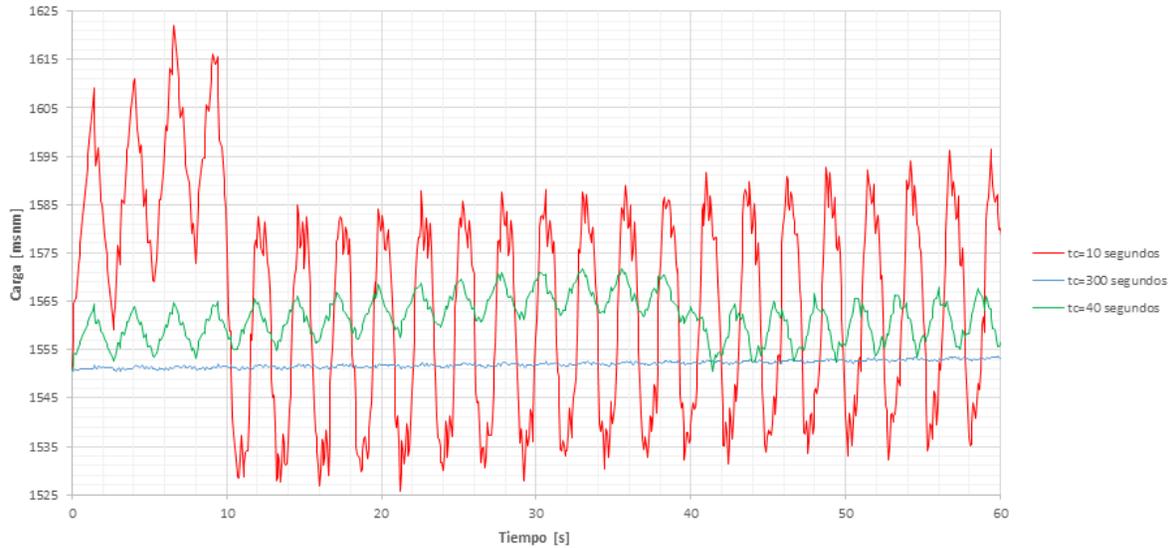


Figura 5.3.10 Oscilaciones presentes en los cierres de 10 y 40 segundos.

De acuerdo a la figura 5.3.10 se tienen oscilaciones rápidas dentro de la misma oscilación lenta, por lo que para el cierre de 40 segundos tenemos para la oscilación lenta ( $T_1$ )

$$T_1 = t_{\max 2} - t_{\max 1} = 1047.40[s] - 253.50[s] = 793.90[s]$$

Para periodo de las oscilaciones rápidas únicamente se hará mediante el promedio aritmético cuando se presenten las amplitudes máximas tomando como información a la figura 5.3.10, este promedio se muestra en la tabla 5.3.5.

Tabla 5.3.5 Promedio de oscilaciones rápidas en un tiempo de cierre de 40 segundos.

Tiempo [s]	Amplitudes máximas $t_c=40s$ [msnm]	$\Delta t$ [s]
42.7416	1563.7180	
45.3380	1565.0267	2.5964
48.0050	1566.6619	2.6669
50.8123	1565.5226	2.8073
53.3388	1566.4277	2.5266
56.0058	1568.1023	2.6669
58.6727	1566.9443	2.6669
Promedio		2.6552

De igual manera para el tercer caso, cuando se tiene un cierre a 10 segundos, observamos que al igual al cierre de 40 segundos tenemos presencia de dos tipos de oscilaciones, lentas ( $T_1$ ) y rápidas.

$$T_1 = t_{\max 2} - t_{\max 1} = 1071.97[s] - 209.57[s] = 862.40[s]$$

Empleando el mismo procedimiento y tomando como información a la figura 5.3.10 el periodo promedio de las amplitudes máximas rápidas, de acuerdo a la tabla 5.3.6 es de 2.6143 [s]

Tabla 5.3.6 Promedio de oscilaciones rápidas en un tiempo de cierre de 10 segundos.

Tiempo [s]	Amplitudes máximas $t_c=10s$ [msnm]	$\Delta t$ [s]
12.0714	1582.4179	
14.5980	1584.9692	2.5266
17.3351	1582.6368	2.7371
19.7915	1584.0629	2.4564
22.5988	1588.0285	2.8073
25.2658	1585.6452	2.6669
27.7923	1587.6328	2.5266
30.5997	1588.0825	2.8073
32.9859	1587.6309	2.3862
Promedio		2.6143

Al comparar los 3 casos respecto al nivel del pozo se observa en la figura 5.3.11 donde se muestra que para el cierre de 10 y 40 segundos tienen un comportamiento similar cuyas diferencias radican en el desfaseamiento del tiempo debido al cierre.

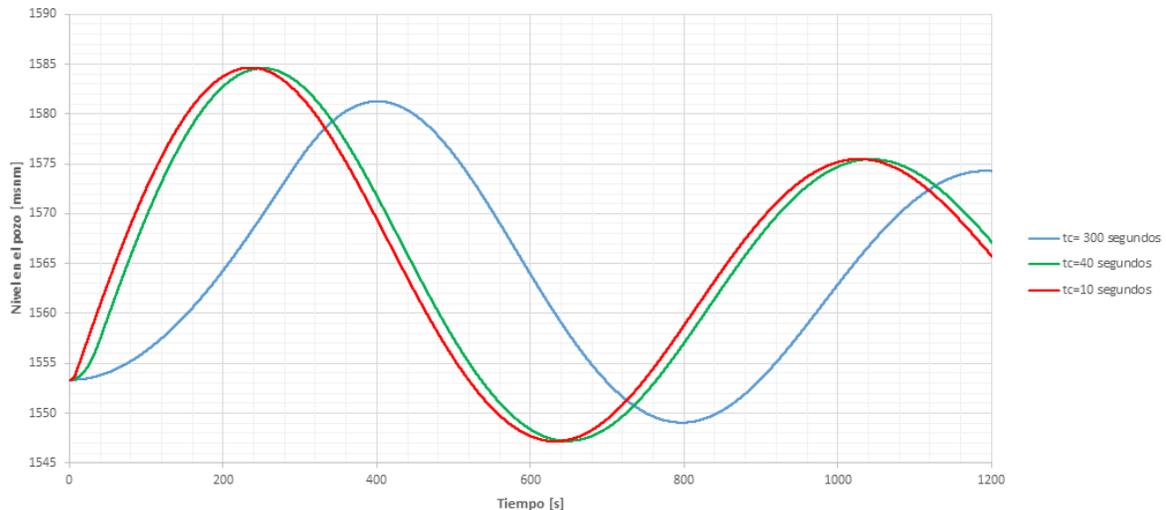


Figura 5.3.11 Variación del nivel del agua en el P.O.

Haciendo la comparación entre las variaciones del nivel en el pozo para los diferentes cierres se observa en la figura 5.3.11 diferencias entre los diferentes casos, se observa un comportamiento similar entre el tiempo de cierre de 10 y 40 segundos, las cuales tienen oscilaciones máximas de 22.875 y 22.921 m y mínimas de -0.533y -0.603 m respecto al nivel inicial. Ambos difieren totalmente del tiempo de cierre de 300 segundos, aunque los 3 casos son maniobras lentas.

Para los tiempos del cierre de 40 y 10 segundos, además de las oscilaciones clásicas del fenómeno de oscilación de masa cuyo periodo promedio es de  $T = 828.15[s]$  se presentan oscilaciones rápidas que se asocian al fenómeno de golpe de ariete debido a su periodo de oscilación promedio  $T = 2.6348[s]$ , ya que el periodo de oscilación de la onda de presión en la conducción entre el pozo y la casa de máquinas es de:

$$T_{propagaci\acute{o}n} = \frac{4L}{c} = \left( \frac{4 * 885}{1,445.574} \right) + \left( \frac{4 * 100}{1,4424.853} \right) = 2.7296[s]$$

Con los diferentes casos simulados, se observa en la *figura 5.3.12* dos tramos divididos por el pozo de oscilación, la sección entre la cortina de la presa y el pozo de oscilación y la sección que va del pozo de oscilación hacia la casa de máquina, así mismo se observan las envolventes de la carga de presión en sus valores máximos y mínimos que se hace presentes a lo largo de toda la conducción debido a diferentes cierres.

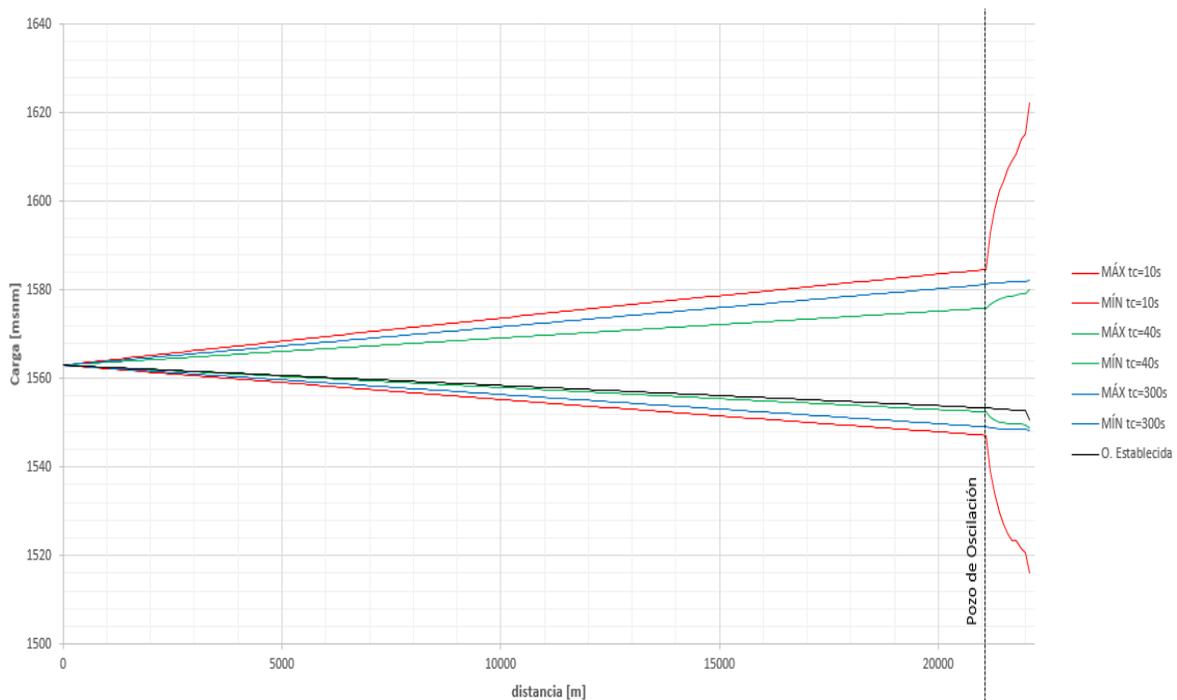


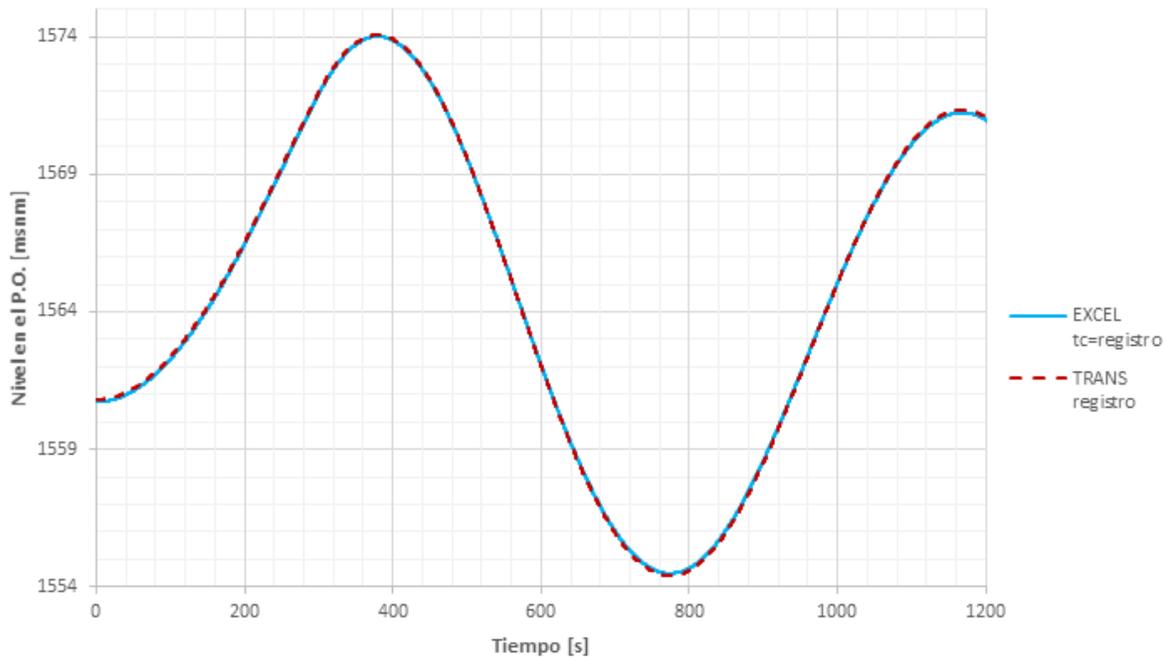
Figura 5.3.12 Envolventes de presión máxima y mínima en la conducción.

Al comparar las oscilaciones máximas y mínimas a lo largo de la conducción se observa que las magnitudes de las oscilaciones que se presentan para el tiempo de cierre de 40 segundos están entre las correspondientes a los cierres de 10 y 300 segundos. Así mismo se observa la funcionalidad del pozo, confinando el fenómeno de golpe de ariete entre el pozo y el inyector de la turbina. Ver *figura 5.3.12*.

## 5.4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS OBTENIDOS CON EXCEL Y EL SISTEMA TRANS

Se realizaron simulaciones mediante el sistema Trans del Instituto de Ingeniería de la UNAM, con los datos recopilados y características de la conducción de la C. H. Zimapán, utilizados previamente en la simulación en Excel.

Una primera simulación se realizó sin considerar la tubería de conexión de la conducción al pozo y del orificio presente en este. Considerando los datos de la simulación en Excel cuyo gasto es de  $Q = 15.64[m^3/s]$  y una nivel en la presa de  $H = 1563.45[msnm]$ , en la *figura 5.4.1* se muestra la comparación entre la variación en el pozo tanto de la simulación en Excel como del sistema Trans, la cual muestra que los resultados de ambas simulaciones son idénticas. Esto demuestra que la simulación hecha en Excel, es correcta de acuerdo a las ecuaciones y datos propuestos.



*Figura 5.4.1 Comparación de simulaciones mediante Excel y el sistema Trans respecto al nivel del pozo.*

Por otro lado, al simular en el sistema Trans considerando la tubería de conexión de la conducción al pozo cuya longitud es de **12 metros**, con un diámetro de **3.20 metros** y un orificio a la entrada del pozo de diámetro de **2.00 metros** se obtienen nuevas variaciones, que al compararlas con el registro, como se observa en la *figura 5.4.2* muestra una disminución en comparación a las oscilaciones realizadas en Excel.

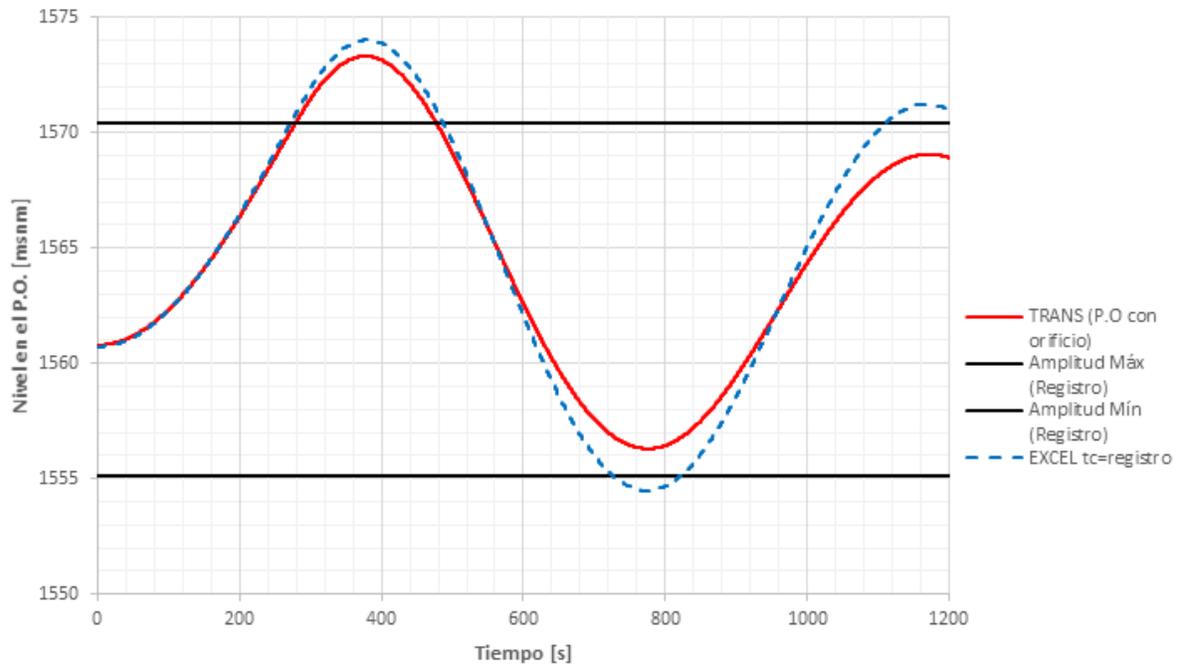


Figura 5.4.2 Comportamiento del nivel de agua en el pozo con y sin tubería de conexión con orificio.

## 6. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS.

Se realizó de manera satisfactoria la simulación de la operación del pozo de oscilación de la C. H. Zimapán, por medio del método de las características, observamos que no simplemente podemos conocer las cargas en el pozo, sino en diferentes puntos de la conducción.

Debido a la misma naturaleza del método de las características se requiere para simular en alguna plataforma de computadora, software con gran potencial, esto es dependiendo de la longitud de la conducción a simular; actualmente se cuentan con programas especializados para simular transitorios, la mayoría basados en este método, simulando en hojas de cálculo podemos obtener resultados preliminares y conocer que valores se pueden obtenerse al utilizar algún software especializado.

Como se observó al comparar las simulaciones tanto de la ley de cierre propuesta para inyectores de turbinas Pelton y un cierre lineal, ambas con el mismo tiempo de cierre, se tienen comportamientos similares, con un desfase en el origen de la onda de presión esto es debido a las diferencias entre ambos cierres respecto al gasto. Así mismo se observan diferencias entre las alturas de oscilaciones mínimas y máximas; aunque al tener el cierre lineal, se observó una disminución de las oscilaciones y la diferencia entre oscilaciones máximas y mínimas del registro se ve reducida. Las diferencias mínimas entre las oscilaciones demuestran que se puede utilizar la ley de cierre lineal en el caso de que no se cuente con información de inyector. Sin embargo, en las simulaciones presentes en este trabajo se utiliza de la ley de cierre para inyectores propuesta en la referencia 3.

Al realizarse simulaciones con diferentes tiempo de cierre lento tienden a presentar características de un cierre rápido, esto se observó cuando se tiene el cierre de 40 segundos, el cual es mayor al tiempo característico de la conducción, presentando un comportamiento similar en el pozo de oscilación, aunque las variaciones de la carga de presión respecto al tiempo tiende a ser al del cierre rápido.

De acuerdo al comportamiento de la carga de presión en cada caso se tiene la presencia de la oscilación de masa como de oscilaciones asociadas al golpe de ariete, exceptuando para el tiempo de cierre de 300 segundos el cual únicamente presenta oscilación de masa. Para los casos restantes se observa después de su cierre frecuencias de oscilaciones la cuales tiende a ser igual al periodo de oscilación de la onda de presión en el golpe de ariete.

La hoja de cálculo realizada en este trabajo se adecuó a las condiciones de la conducción de la C. H. Zimapán por lo que para simular otro sistema se puede tomar como base, cambiando y modificándolo a las condiciones del sistema que se quiera simular.

## 7. REFERENCIAS

1. Informe “*Excavación de galerías de inyección, drenaje e inspección del proyecto hidroeléctrico Zimapán*” Ing. Arévalo Mendoza Vicente. México.
2. Cafaggi Félix, Amalia A., E. A. Rodal Canales y A. Sánchez Huerta, *Sistemas de Bombeo*, México, UNAM Facultad de Ingeniería, 2011.
3. Informe “*Proyecto Hidroeléctrico Zimapán, Hgo.*”, México, CFE.
4. Publicación “*Central Hidroeléctrica Zimapán*”, México, CFE, 1994.
5. Chaudry, H. *Applied Hydraulic Transients*. New York, Van Nostrand Reinhold Company, 1979.
6. Hernández, J. M Krahe. *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas (Unidades didácticas 5 y 6)*, Madrid, Universidad Nacional de educación a distancia, 1995.
7. Revista vol. 5,”*Contribución al estudio geológico del macizo rocoso calcáreo El doctor, Querétaro*” México UNAM Instituto de Geología, 1981.
8. Marengo M., Humberto, *La ingeniería de presas y obras hidráulicas*, México, Fundación ICA, 2005.
9. Sotelo Ávila, G. *Hidráulica general*. México, Limusa, 1999.
10. Thorley, A. R. D. *Fluid Transients in pipeline Systems*. England, D & W George LTD, 1991.
11. Wylie, E. Benjamin, Streeter, Victor L., *Fluid transients in systems*. Michigan University, Prentice Hall, 1993.
12. Zipparro, Vincent J. Hansen Hans, *Davis’ Handbook of Applied Hydraulics*, Michigan University, McGraw-Hill, 1993.