

## 5. Diseño de prácticas

### 5.1. Prácticas propuestas

En el presente trabajo se incluyen dos prácticas para que el alumno las desarrolle usando el software de LabVIEW. La primera usa el módulo de presión y la segunda usa módulo de posición-velocidad.

En la práctica 1 “Módulo de presión” se busca que el alumno comprenda que, la mayoría de las veces en el mundo real, no se conoce la función de transferencia de la planta a controlar y que esto no es un obstáculo para la aplicación de algún tipo de controlador. Se pretende que el alumno aplique un controlador *PID* a una planta (compresor) cuya función de transferencia se desconoce, observando la respuesta de la planta a una entrada escalón y variando las ganancias del controlador *PID* hasta obtener la respuesta deseada. Así mismo, se busca que el alumno pueda apreciar el efecto que tiene el controlador *PID* en la salida de la planta cuando existen perturbaciones externas que afectan el funcionamiento de esta.

En la práctica 2 “Módulo de posición-velocidad” se busca que el alumno obtenga la función de transferencia de la planta en lazo abierto y lazo cerrado de manera experimental sin conocer todos los datos técnicos de la planta (motor). Se pretende que el alumno comprenda que se pueden calcular de manera experimental los datos de fábrica necesarios para calcular la función de transferencia de la planta a controlar y así poder aplicar algún tipo de controlador. También se le pide sintonice el controlador *PID* para que observe los efectos de este a la salida de la planta, tanto en lazo abierto como en lazo cerrado.

## 5.2. Práctica 1 Módulo de presión

### 5.2.1. Objetivos.

1. Conocer cada elemento del módulo  $G35A/EV$ , así mismo, la unidad exterior de generación de la magnitud física  $TY35/EV$ .
2. Utilizar los transductores de presión.
3. Entender los conceptos: lazo abierto, realimentación o *feedback*, estabilidad y los tipos de respuesta del sistema.
4. Conocer el funcionamiento de un  $PID$ .
5. Realizar la función de transferencia a partir de la respuesta transitoria.
6. Manejar la tarjeta de adquisición de datos USB-6009.

### 5.2.2. Material a utilizar

- Fuente  $PS1/EV$ , figura 37.



Figura 37: Fuente de 24V y  $\pm 12V$ .

- Módulo de Presión *G36/EV*, figura 38.

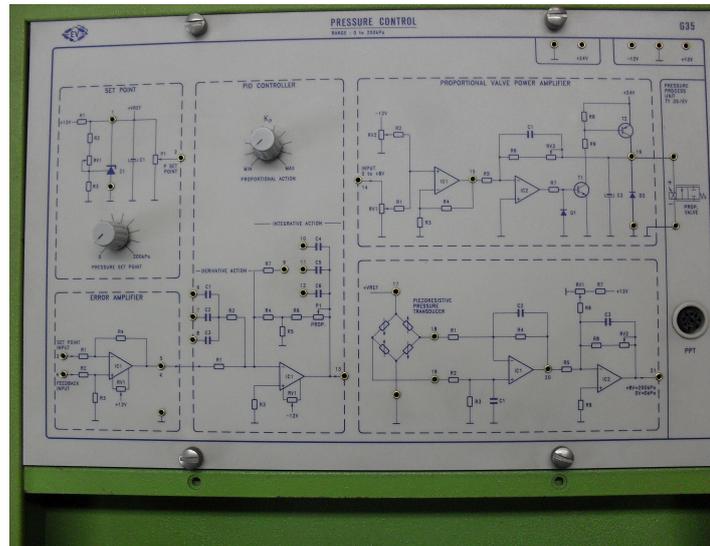


Figura 38: Módulo de Presión.

- Unidad Exterior de Generación de la magnitud física *TY36/EV*, figura 39.



Figura 39: Unidad exterior.

- Acondicionamiento de señal, figura 40.



Figura 40: Acondicionamiento de señal.

- Multímetro, figura 41.

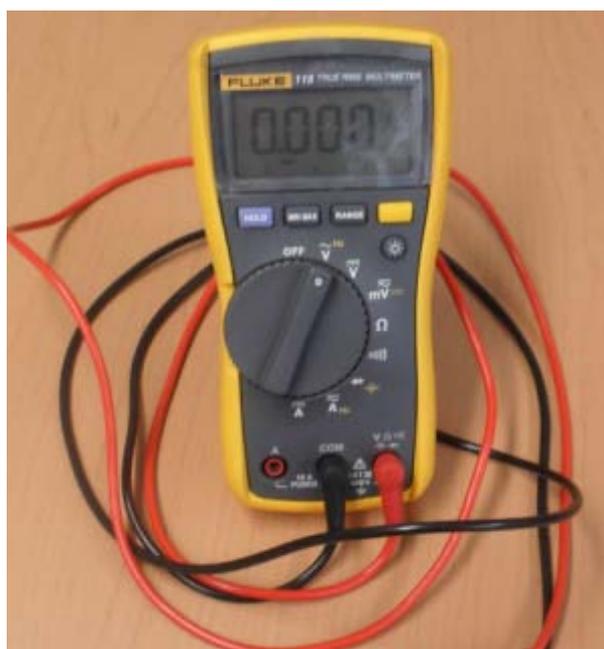


Figura 41: Multímetro digital

- Juego de cables, figura 42.

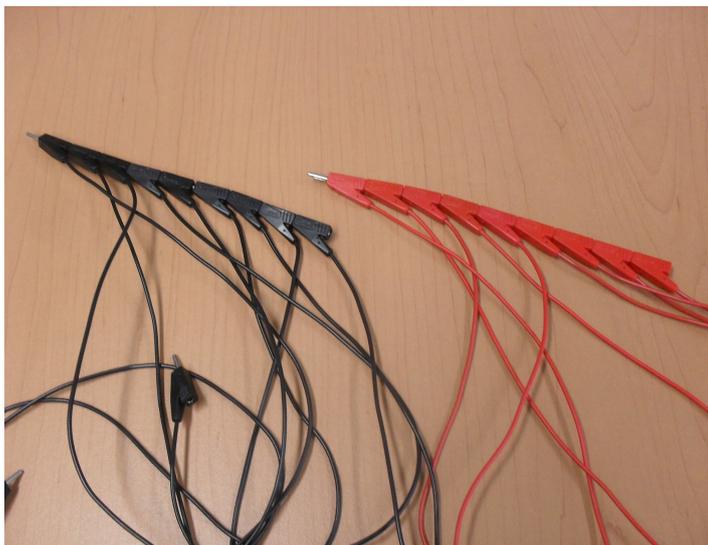


Figura 42: Cables

- Cable conexión DIN 8, figura 43.



Figura 43: Cable DIN 8.

- Cables de alimentación, figura 44.



Figura 44: Cable de alimentación

- Tarjeta USB-6009, figura 45.



Figura 45: Tarjeta de adquisición de datos.

### 5.2.3. Desarrollo.

#### *Ajuste del equipo.*

Conectar y encender la fuente, ajustar a cero el valor de la corriente, girar hasta que se encienda en indicador CV. Ajustar el voltaje a 24V. APAGAR LA FUENTE.

Conectar la tarjeta *USB – 6009* a la PC. Para verificar que está en perfectas condiciones, abrir el programa *National Instruments, Measurement* del escritorio, aparecerá una pantalla como la mostrada en la figura 46.

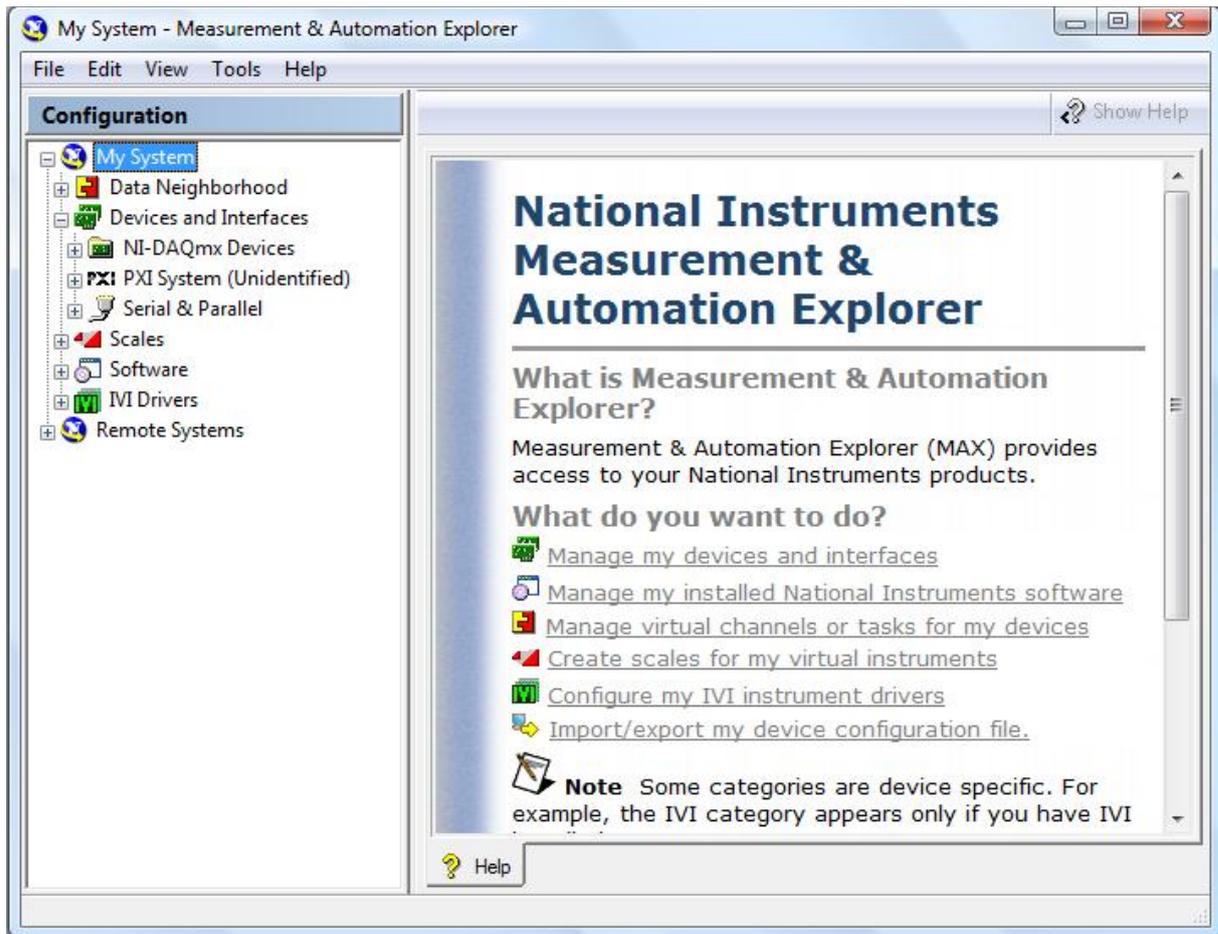


Figura 46: My System-Measurement & Automation Explorer.

En la caja *Configuration*, elegir *My System/Devices and Interfaces/NI-DAQmx Devices*, aparecerá una pantalla como la mostrada en la figura 47.

Dar click derecho sobre el dispositivo coloreado en verde de la pantalla para desplegar el menú y elegir *Test Panels* como se muestra en la figura 48.

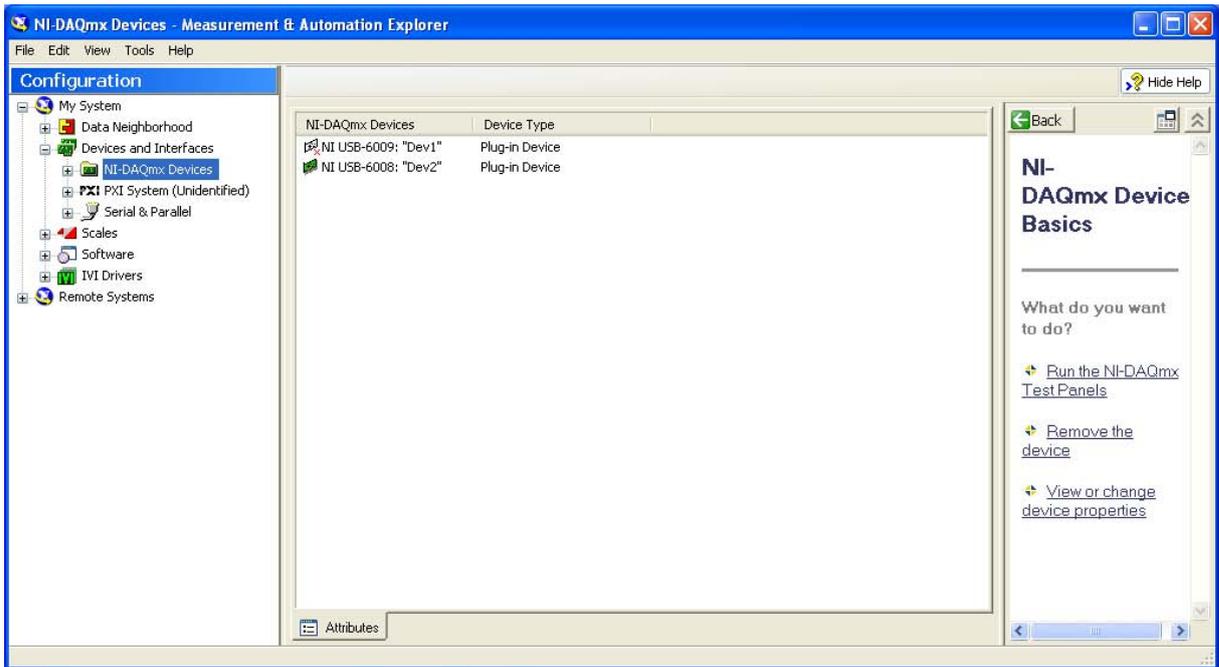


Figura 47: Configuración del sistema.

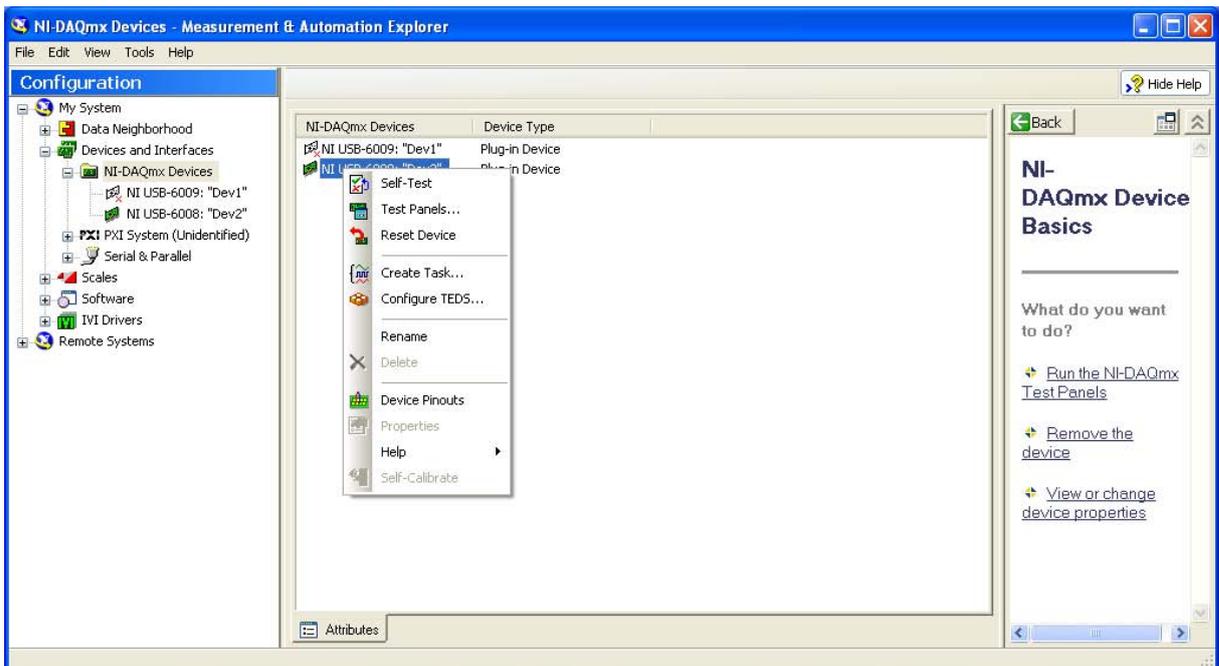


Figura 48: Menú del dispositivo NI USB-6009.

Se desplegará un menú con varias pestañas, pero sólo se utilizarán las pestañas *Analog Input*, *Analog Output*.

En *Analog Input* están las opciones:

- *Channel Name*, donde se escoge el canal que será usado como entrada.
- *Mode*, donde se establece la manera en que se adquirirán los datos.
- *Input Configuration* donde se establece cómo operará la entrada. En modo diferencial se usa como referencia un nivel bajo distinto de la tierra física, permitiendo voltajes de entrada de  $[-20V, 20V]$ , en modo *RSE* se usa como referencia a la tierra física, permitiendo voltajes de entrada de  $[-10V, 10V]$ .
- *Max Input Limit* y *Min Input Limit* establecen los límites máximo y mínimo de tensión de entrada respectivamente.

Lo anterior se puede observar en la figura 49.

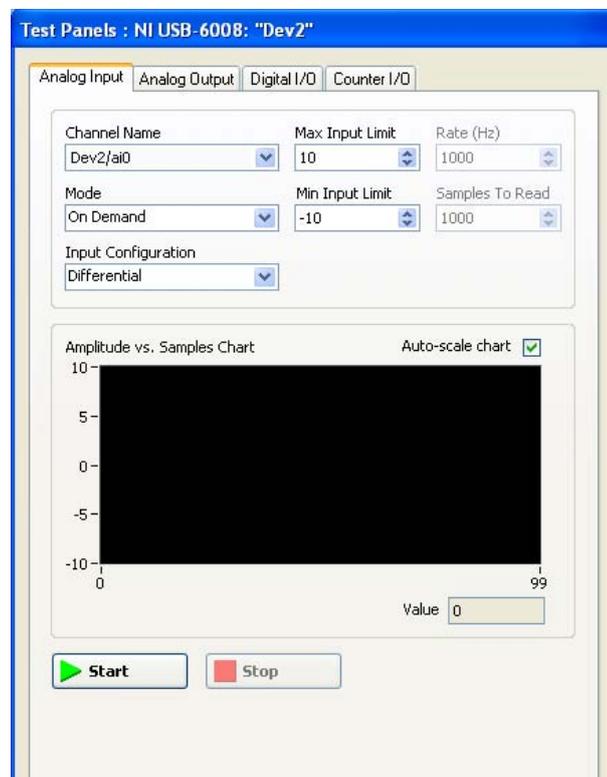


Figura 49: Pestaña Analog Input del menú Test Panels.

En *Analog Output* están las opciones:

- *Channel Name*, donde se escoge el canal que será usado como salida.
- *Mode* que establece la manera en que se enviarán los datos.
- *Max Output Limit* y *Min Output Limit* que establecen los límites máximo y mínimo de tensión de salida respectivamente.
- *Output Value* que es el valor que el *Test Panels* enviará a la salida escogida por el usuario.

Lo anterior se puede observar en la figura 50.

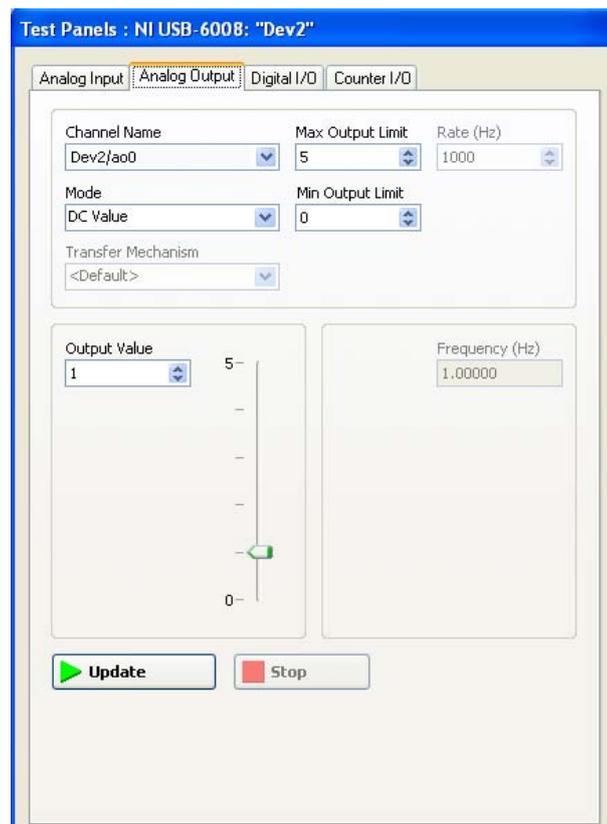


Figura 50: Pestaña Analog Output del menú Test Panels.

En la pestaña *Analog Input*, se usan los valores predeterminados y se da click en <Start>. Se observará una gráfica en la que el voltaje será 0V o tendrá un valor muy cercano a él. Si es así, significa que la tarjeta funciona bien, si da una lectura muy distinta de cero, significa que la entrada está dañada y habrá que elegir otra entrada y probarla de la misma manera.

En la pestaña *Analog Output* usar los valores predeterminados y en el campo *Analog Value* establecer un valor entre 0V y 5V de salida y medir el valor con el multímetro en el canal de salida seleccionado por el usuario. Si el valor medido con el multímetro corresponde al valor que el usuario estableció en el campo *Analog Value*, significa que el canal de salida funciona bien, si los valores son distintos por un valor muy grande, significa que ese canal de salida está dañado, habrá que elegir otro y probar de nuevo.

Conectar el equipo de la siguiente manera:

- Conectar los voltajes de polarización que se encuentran en la parte superior derecha del Módulo *G36/EV*.
- Conectar una entrada de la tarjeta *USB-6009* al borne 23 del módulo *G36/EV*.
- Conectar la salida del acondicionamiento al borne 18.
- Conectar los bornes 26 con 27 y 29 con el borne 30.
- Conectar el módulo *G36/EV* con la unidad exterior *TY36/EV* mediante el cable DIN 8.

Una vez comprobada la tarjeta de adquisición de datos, abrir LabVIEW 8.5 y buscar el programa en el escritorio de la PC *Presión*, la figura 51 muestra el panel frontal del programa. En la pantalla se observan los siguientes elementos:

- Set Point en *kP*
- Interruptor *ON – OFF*, que acciona el *PID*.
- Cuadro de ganancias del *PID*

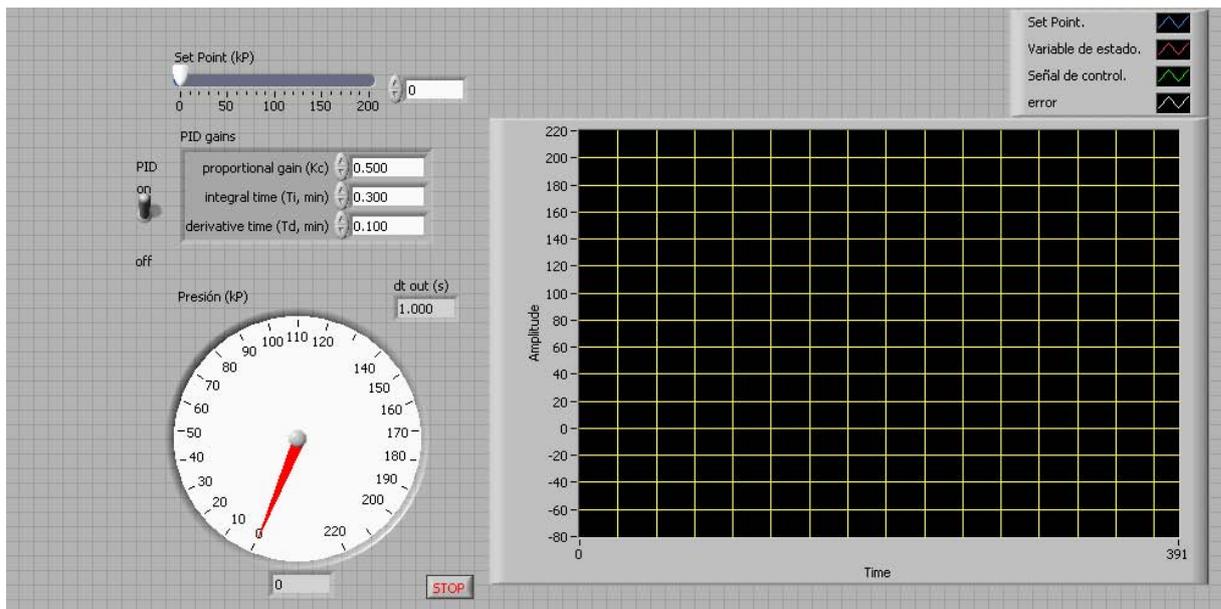


Figura 51: Panel Frontal del programa Posición- velocidad.

En la Unidad exterior de generación de la magnitud física *TY36/EV* se encuentra la válvula auxiliar 5b mostrada en la figura 52, que moveremos cuidadosamente en sentido antihorario, verificar que ésta sólo rota media vuelta.



Figura 52: Válvula manual 5b.

En el programa de *Presión* colocaremos el set point en  $100kP$  como referencia. El interruptor en *ON*. Verificar que la válvula auxiliar 5b este cerrada.

#### 5.2.4. Actividad 1 *Análisis de un Sistema Amortiguado.*

Para diseñar un control *PID* se utiliza el método manual de sintonización mediante ensayo y error, en los siguientes rangos:

$$0,047 \leq K_C \leq 0,052$$

$$0,295 \leq T_i \leq 0,305$$

$$0,000 \leq T_d \leq 0,003$$

El método consiste en:

- Aumentar la ganancia hasta que la respuesta a los cambios de consigna sea rápida, pero sin oscilación.
- Introducir el término integral, comenzando por un valor de  $T_i$  igual al tiempo de estabilización.
- Disminuir  $T_i$  para aumentar la rapidez de la respuesta, siempre y cuando no aparezca oscilación.
- Si se desea acción derivativa, comenzar con un valor de  $T_d$  igual a la tercera parte del retraso puro del sistema.
- Aumentar  $T_d$  hasta el valor máximo para el cual la respuesta no es oscilante. Intentar aumentar la ganancia.

Para obtener una respuesta lenta sin sobrepaso y utilizando el método manual, se obtienen las siguientes constantes:

$$K_C = 0,500$$

$$T_i = 0,300$$

$$T_d = 0$$

Por lo que la respuesta transitoria se comporta como se muestra en figura 53.

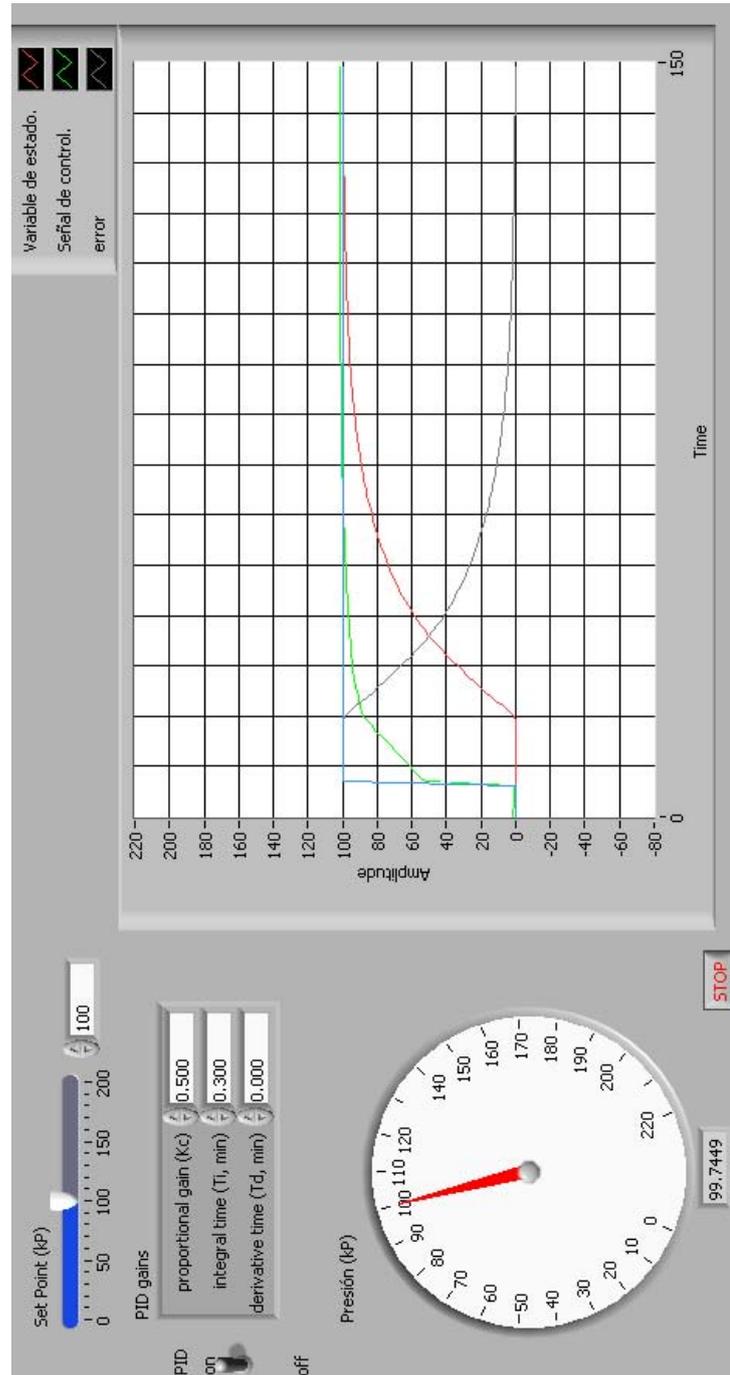


Figura 53: Sistema amortiguado

Con la gráfica podemos obtener su función de transferencia que tiene la forma

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \dots (1)$$

De la gráfica se observa que el voltaje de entrada es de  $4V$  entonces la ganancia vendrá dada por el valor final en régimen permanente ponderado por la amplitud del escalón.

$$k = \frac{100}{4} = 25$$

La constante de tiempo  $\tau$  es igual al tiempo que tarda la salida en alcanzar un  $63,212\%$  del valor final, matemáticamente la salida alcanza su valor final en un tiempo infinito pero en el sistema lo hace en tiempo finito, por lo cual se utilizan dos criterios:  $98\%(4\tau)$  y el de  $95\%(5\tau)$ , entonces el sistema tarda  $9s$  en alcanzar el  $98\%$  de su valor final y la constante es:

$$\begin{aligned} 4\tau &= 9s \\ \tau &= \frac{9}{4} = 2,25s \end{aligned}$$

Sustituyendo  $\tau$  en la ecuación (1) tenemos:

$$G(s) = \frac{25}{2,25s + 1}$$

Normalizando la expresión anterior obtenemos la función de transferencia.

$$G(s) = \frac{11,111}{s + 0,444} \dots (2)$$

### 5.2.5. Actividad 2 *Sistema Subamortiguado.*

Aplicar el método de la actividad anterior para obtener las constantes que satisfagan una respuesta rápida con sobrepaso, utilizando el rango:

$$0,995 \leq K_C \leq 1,005$$

$$0,045 \leq T_i \leq 0,055$$

$$0,000 \leq T_d \leq 0,003$$

Ya aplicado el método se obtuvieron las constantes que satisfacen un sistema subamortiguado:

$$K_C = 1,000$$

$$T_i = 0,050$$

$$T_d = 0$$

La gráfica del sistema subamortiguado es la que se muestra en la figura 54.

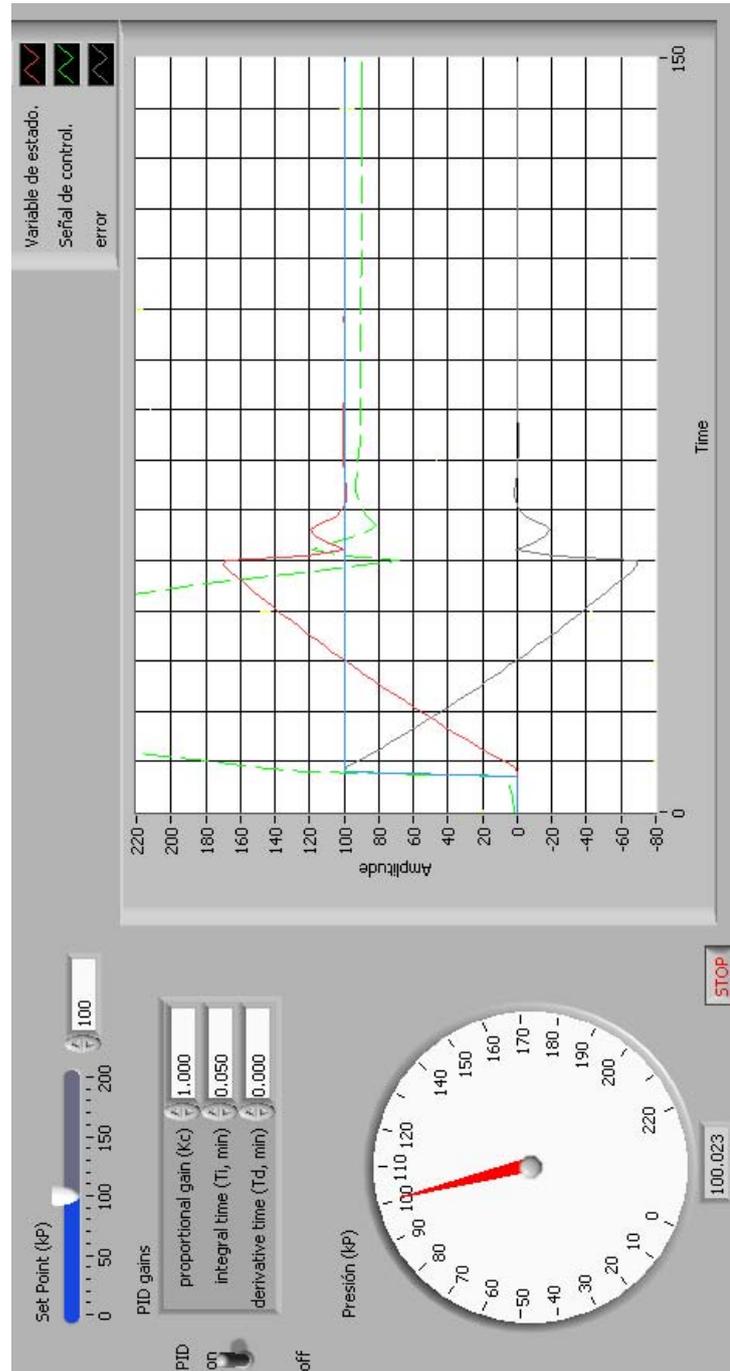


Figura 54: Sistema Subamortiguado

Ahora se calcula su función que satisface la forma siguiente:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \dots (3)$$

De la gráfica se puede obtener el valor del sobrepaso:

$$M_p = \frac{170 - 100}{100} = 0,7$$

El tiempo de asentamiento  $t_s$  se puede obtener de la gráfica:

$$t_s = 10s$$

$$t_s = 4T = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{\sigma} \Rightarrow \sigma = \frac{4}{10} = 0,4$$

Conociendo el factor de amortiguamiento  $\sigma$  y conociendo que el valor del sobrepaso se obtiene la frecuencia natural amortiguada  $\omega_d$ .

$$M_p = e^{-\frac{(\zeta\omega_n)\pi}{\omega_d}} = e^{-\left(\frac{\sigma}{\omega_d}\right)\pi} \Rightarrow \ln M_p = \ln e^{-\left(\frac{\sigma}{\omega_d}\right)\pi}$$

$$\omega_d = \frac{-\sigma\pi}{\ln M_p} = \frac{-(0,4)\pi}{\ln(0,7)}$$

$$\omega_d = 0,3523$$

Ya teniendo el valor de  $\omega_d$  obtenemos la frecuencia natural no amortiguada del sistema  $\omega_n$

$$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega_d^2} = \sqrt{0,4^2 + 0,3638^2}$$

$$\omega_n = 0,5406$$

Sustituyendo los valores del factor de amortiguamiento  $\sigma$  y de la frecuencia natural amortiguada  $\omega_d$  en la expresión  $\sigma = \zeta\omega_n$  se obtiene el coeficiente de amortiguamiento.

$$\zeta = \frac{\sigma}{\omega_n} = \frac{0,4}{0,5406}$$

$$\zeta = 0,7399$$

Sustituimos los valores del coeficiente de amortiguamiento  $\zeta$  y de la frecuencia de natural no amortiguada en la expresión (3).

$$G(s) = \frac{0,5406^2}{s^2 + 2(0,7399)(0,5406)s + 0,5406^2}$$

Finalmente se obtiene la función de transferencia.

$$G(s) = \frac{0,2922}{s^2 + 0,7999s + 0,2922}$$

### 5.2.6. Actividad 3 *Compensador*.

Utilizaremos la válvula 5b mostrada en la figura 52 con el sistema subamortiguado. Abrir o cerrar esta válvula crea perturbaciones que el compensador debe eliminar. La válvula es muy sensible, por lo que debe accionarse sólo parcialmente. A este sistema se aplicará el controlador *PID* con las constantes obtenidas en la actividad anterior, mover la válvula 5b ligeramente y observar en la gráfica que el control será capaz de compensar la señal. Así mismo cerrar la válvula y también ver como lo compensa.

Lo anterior se observa en la figura 55.

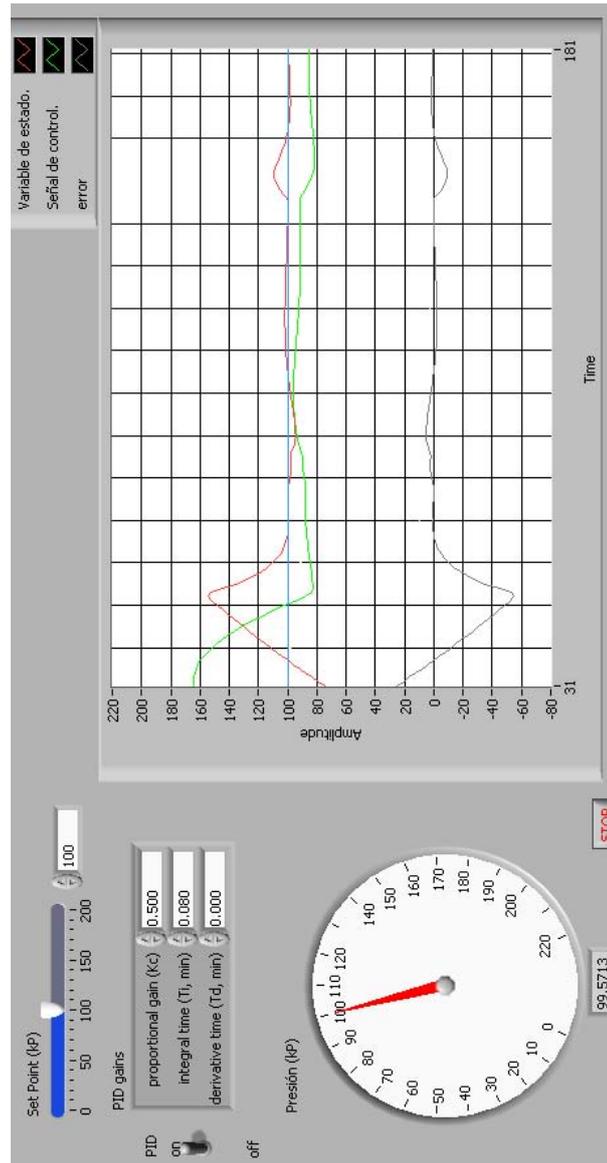


Figura 55: Sistema con perturbaciones.

### 5.2.7. Informe.

Llena la siguiente tabla

Ganancia	Sistema Sobreamortiguado	Sistema Subamortiguado
$K_C$	0,500	1
$t_i$	0,300	0,050
$t_d$	0	0

Para todos los casos realizados en el trabajo hacer la Función de Transferencia y presentar la gráfica correspondiente indicando los parámetros necesarios.

- Gráfica del sistema amortiguado

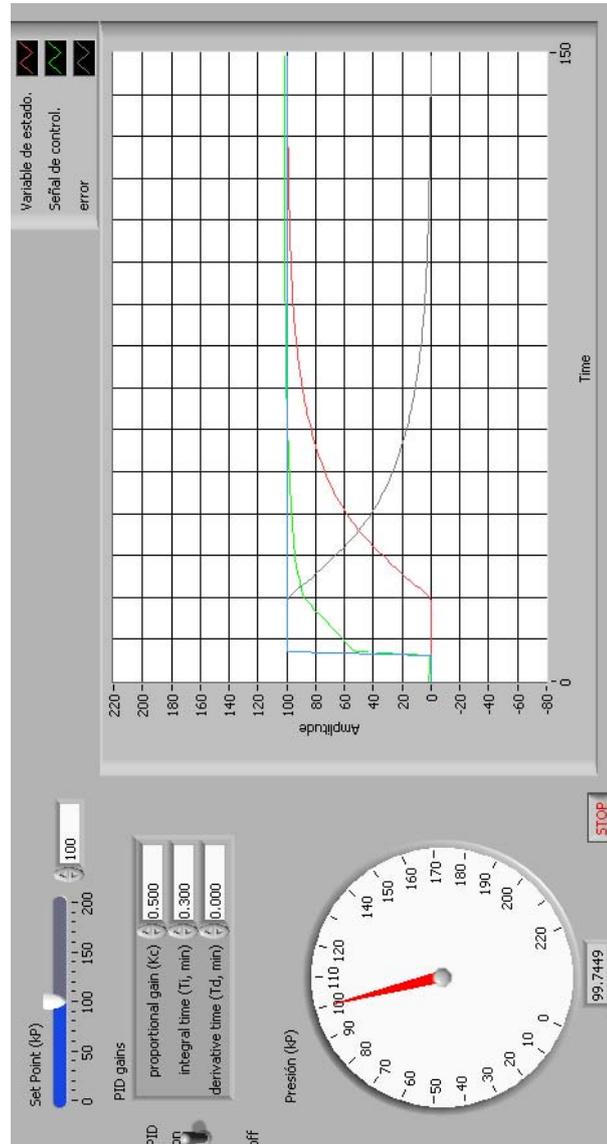


Figura 56: Sistema amortiguado

La función de transferencia corresponde a:

$$G(s) = \frac{11,111}{s + 0,444} \dots (1)$$

- Gráfica del sistema subamortiguado

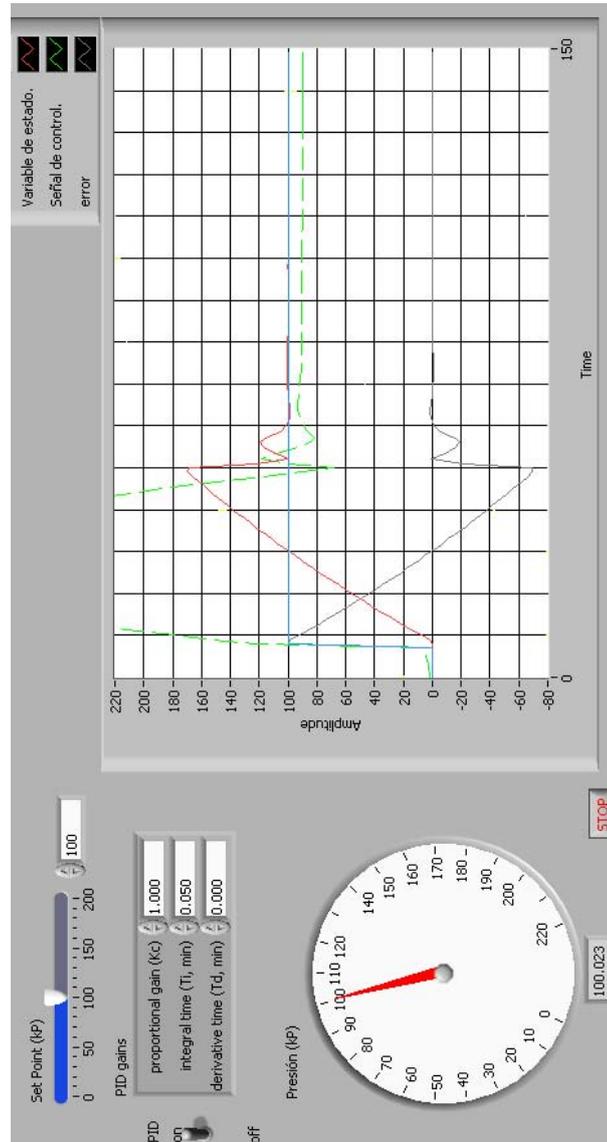


Figura 57: Sistema Subamortiguado

La función de transferencia corresponde a:

$$G(s) = \frac{0,2922}{s^2 + 0,7999s + 0,2922}$$

- Al girar la válvula observamos que nuestro control *PID* obtenido en la actividad 2 compensa las perturbaciones y se comporta de la siguiente manera.

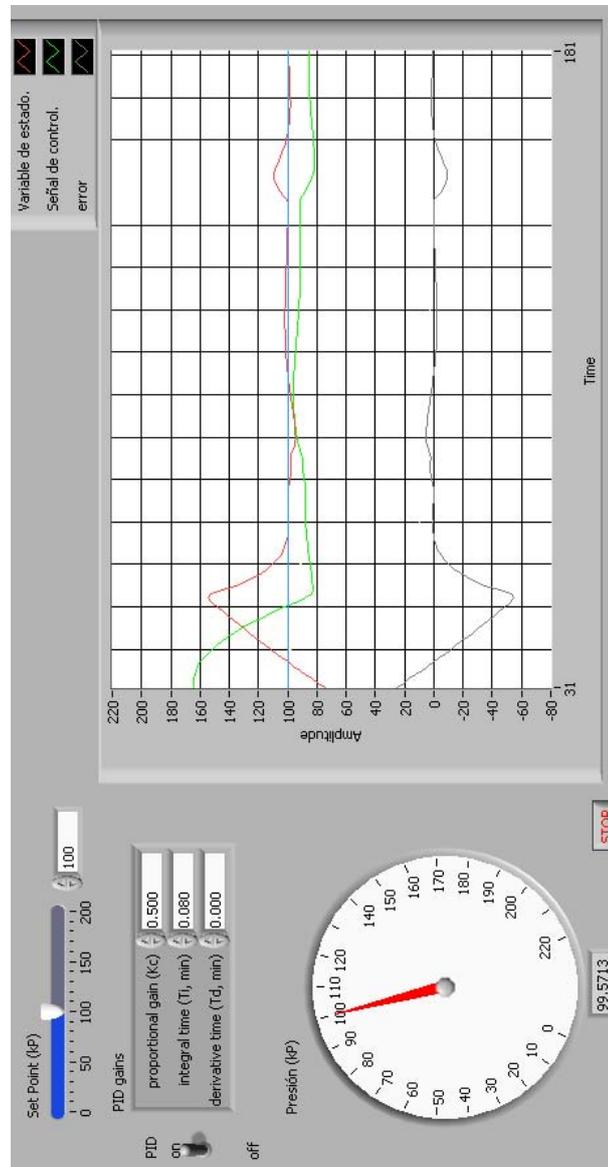


Figura 58: Sistema con perturbaciones

*Explique los diferentes efectos que tienen cada una de las acciones de control  $K_C$ ,  $t_i$ ,  $t_d$ , en la respuesta del sistema.*

- $K_C$ : Es la ganancia, ésta no puede tomar un valor muy grande ya que el sistema se hará inestable y comenzará a oscilar, entonces se aumenta hasta que la respuesta sea rápida sin oscilaciones.
- $t_i$ : El tiempo integral es el que ajusta la acción integral, mejora la respuesta permanente.
- $t_d$ : El tiempo derivativo tiene carácter de previsión, lo que hace más rápida la acción de control, pero amplifica las señales de ruido.

Presentar otra forma de sintonización de controladores *PID*, además de la manual.

Para afinar controladores *PID* con base a una respuesta experimental Ziegler y Nichols definieron:

*Reglas de Ziegler-Nichols.*

De la planta se obtiene la respuesta experimental a una entrada escalón, si la respuesta posee un retardo tal que se forma una *s*, como se muestra en la figura 59.

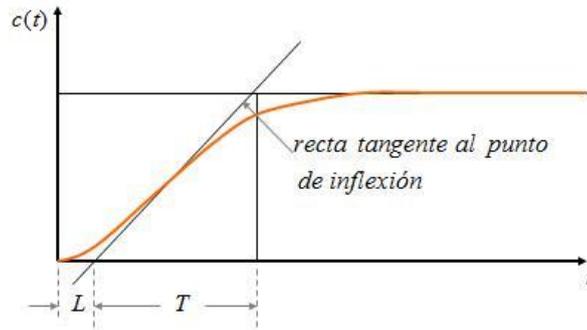


Figura 59: Curva experimental

Se pueden obtener los parámetros del controlador *PID*, la característica de esta respuesta con el tiempo de atraso *L* y la constante de tiempo *T*, puede aproximarse a un sistema de primer orden.

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K_e^{-Ls}}{T_s + 1}$$

Se traza una recta tangente al punto de inflexión de la respuesta del sistema, la intersección con el eje del tiempo y el valor final de la amplitud forman las distancias *L* y *T*, con estos se obtienen los parámetros del controlador *PID* utilizando la siguiente tabla figura 60.

Tipo de controlador	$K_p$	$\tau_i$	$\tau_d$
<i>P</i>	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
<i>PI</i>	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
<i>PID</i>	$1.2\frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

Figura 60: Tabla de ganancias.

*Explicar ¿Por qué un control PID es capaz de compensar cualquier perturbación constante?*

Porque al tener una acción derivativa mejora la respuesta transitoria y al tener una acción integral mejora el error en estado estable.

### 5.3. Práctica 2 Módulo de Posición-Velocidad.

#### 5.3.1. Objetivos.

1. Conocer cada elemento del módulo *G36A/EV*, así mismo, conocer la unidad exterior de generación de la magnitud física *TY36/EV*.
2. Utilizar los transductores de velocidad.
3. Entender los conceptos: lazo abierto, realimentación o *feedback*, estabilidad y tipos de respuesta del sistema.
4. Conocer el funcionamiento de un *PID*.
5. Calcular la función de transferencia a partir de la respuesta transitoria.
6. Manejar la tarjeta de adquisición de datos USB-6009.

#### 5.3.2. Material a utilizar.

- Fuente *PS1/EV*, ver figura 61.



Figura 61: Fuente de 24V y  $\pm 12V$ .

- Módulo de Posición-Velocidad *G36/EV*, ver figura 62.

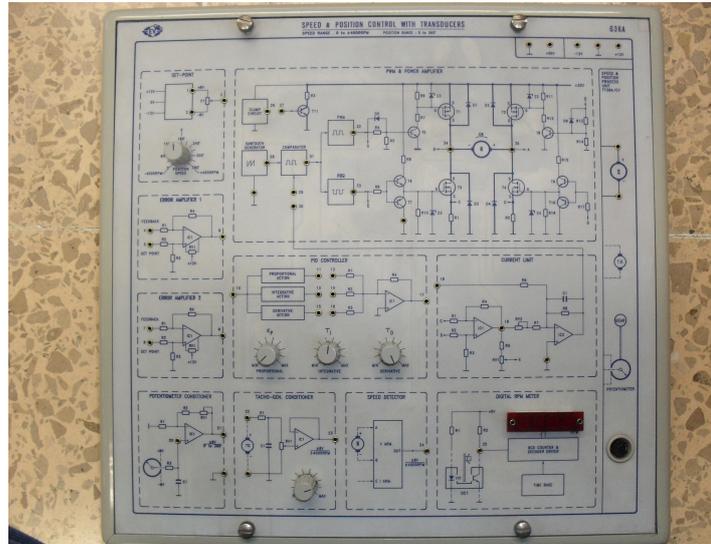


Figura 62: Módulo de Posición-Velocidad

- Unidad Exterior de Generación de la magnitud física *TY36/EV*, ver figura 63.

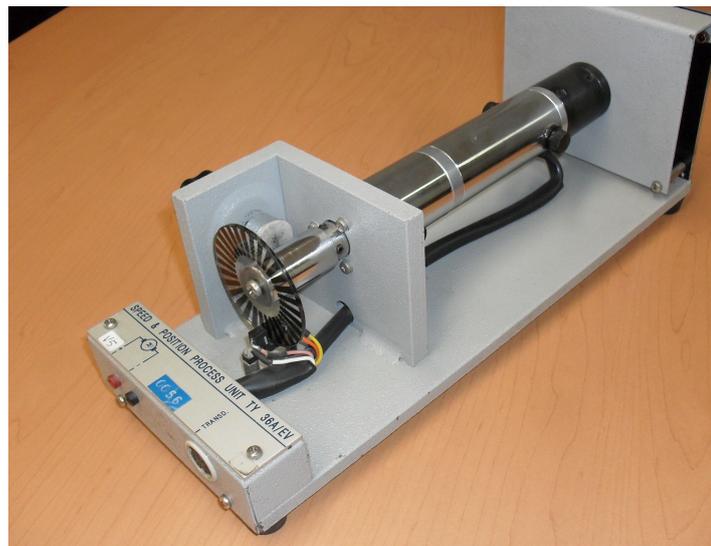


Figura 63: Unidad Exterior.

- Acondicionamiento de señal, figura 64. .



Figura 64: Acondicionamiento de señal.

- Multímetro, ver figura 65.

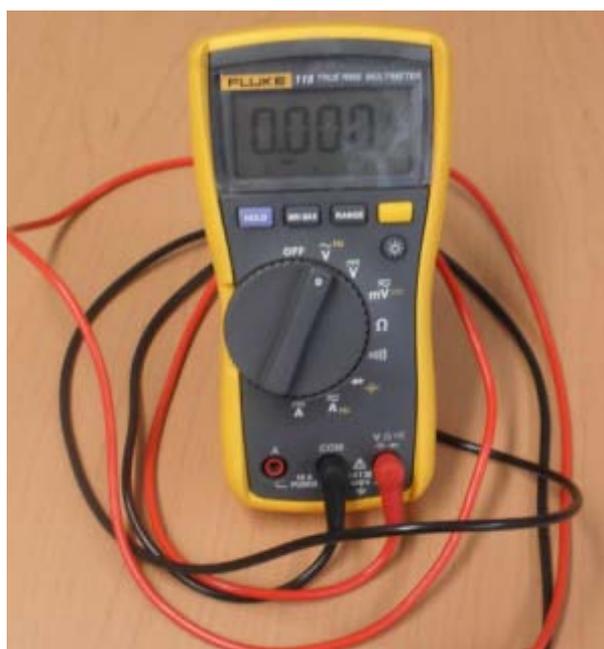


Figura 65: Multímetro digital

- Juego de cables, ver figura 66.

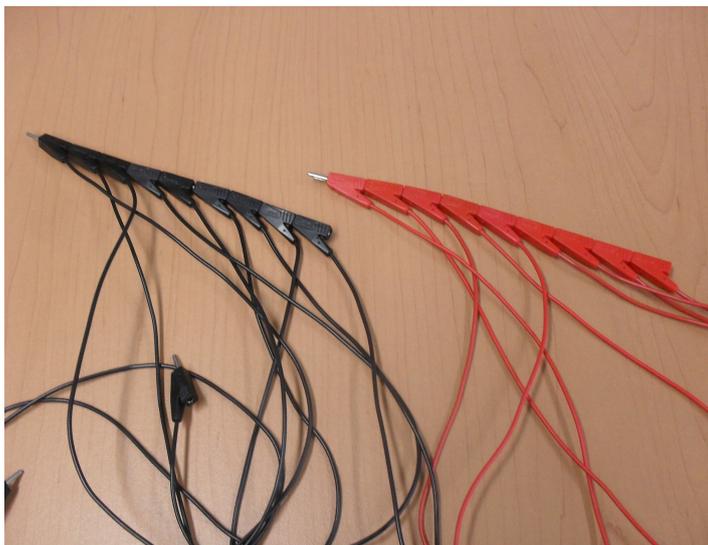


Figura 66: Cables

- Cable conexión DIN 8, ver figura 67.



Figura 67: Cable DIN 8.

- Cables de alimentación, ver figura 68.



Figura 68: Cable de alimentación.

- Tarjeta USB-6009, ver figura 69.



Figura 69: Tarjeta de adquisición de datos.

### 5.3.3. Desarrollo.

#### *Ajuste del equipo.*

Conectar y encender la fuente, ajustar a cero el valor de la corriente, girar hasta que se encienda en indicador CV. Ajustar el voltaje a 24V. APAGAR LA FUENTE.

Conectar la tarjeta *USB – 6009* a la PC. Para verificar que está en perfectas condiciones, abrir el programa *National Instruments, Measurement* del escritorio, aparecerá una pantalla como la mostrada en la figura 70.



Figura 70: My System-Measurement & Automation Explorer.

En la caja *Configuration*, elegir *My System/Devices and Interfaces/NI-DAQmx Devices*, aparecerá una pantalla como la mostrada en la figura 71.

Dar click derecho sobre el dispositivo coloreado en verde de la pantalla para desplegar el menú y elegir *Test Panels* como se muestra en la figura 72.

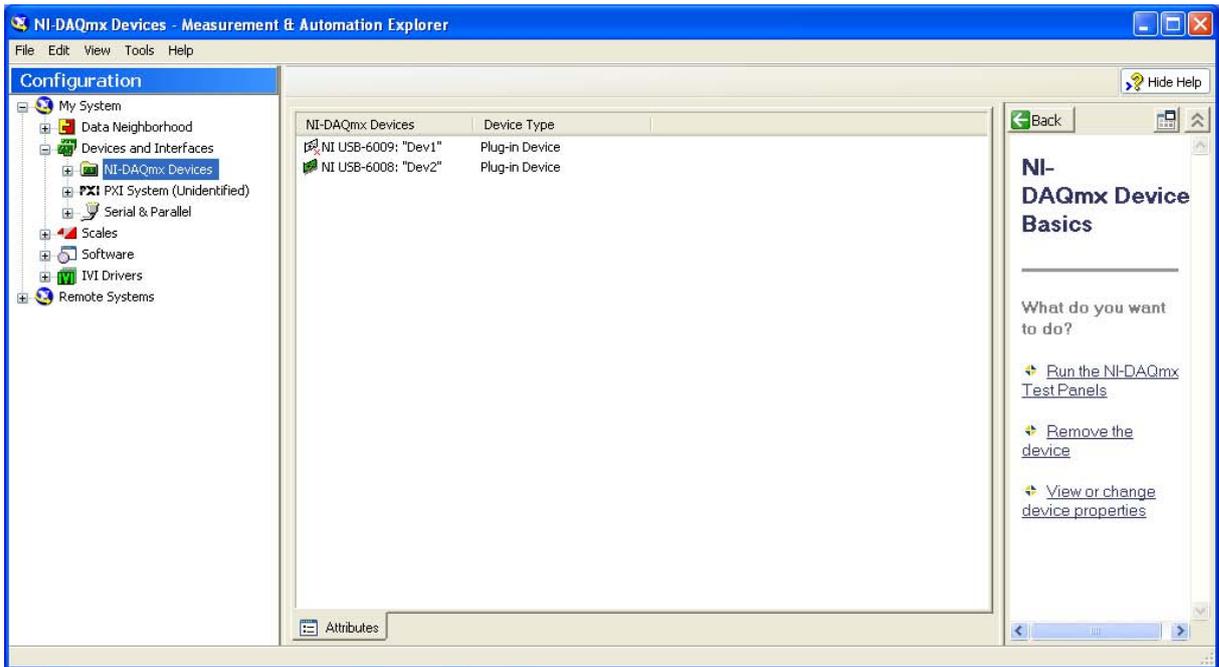


Figura 71: Configuración del sistema.

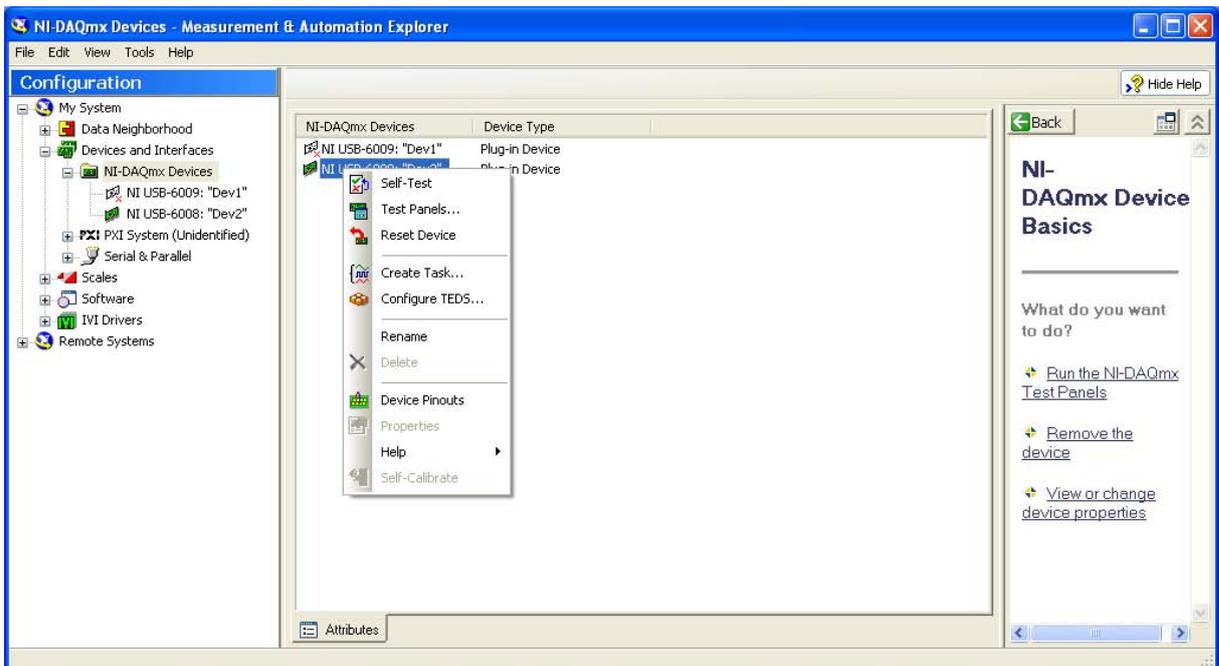


Figura 72: Menú del dispositivo NI USB-6009.

Se desplegará un menú con varias pestañas, pero sólo se utilizarán las pestañas *Analog Input*, *Analog Output*.

En *Analog Input* están las opciones:

- *Channel Name*, donde se escoge el canal que será usado como entrada.
- *Mode*, donde se establece la manera en que se adquirirán los datos
- *Input Configuration* donde se establece cómo operará la entrada. En modo diferencial se usa como referencia un nivel bajo distinto de la tierra física, permitiendo voltajes de entrada de  $[-20V, 20V]$ , en modo *RSE* se usa como referencia a la tierra física, permitiendo voltajes de entrada de  $[-10V, 10V]$ .
- *Max Input Limit* y *Min Input Limit* establecen los límites máximo y mínimo de tensión de entrada respectivamente.

Lo anterior se puede observar en la figura 73.

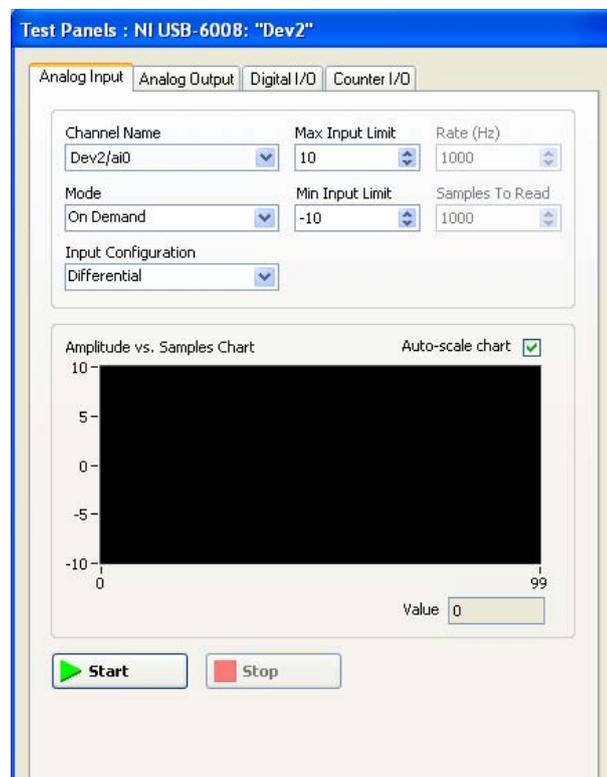


Figura 73: Pestaña Analog Input del menú Test Panels.

En *Analog Output* están las opciones:

- *Channel Name*, donde se escoge el canal que será usado como salida.
- *Mode* que establece la manera en que se enviarán los datos.
- *Max Output Limit* y *Min Output Limit* que establecen los límites máximo y mínimo de tensión de salida respectivamente.
- *Output Value* que es el valor que el *Test Panels* enviará a la salida escogida por el usuario.

Lo anterior se puede observar en la figura 74.

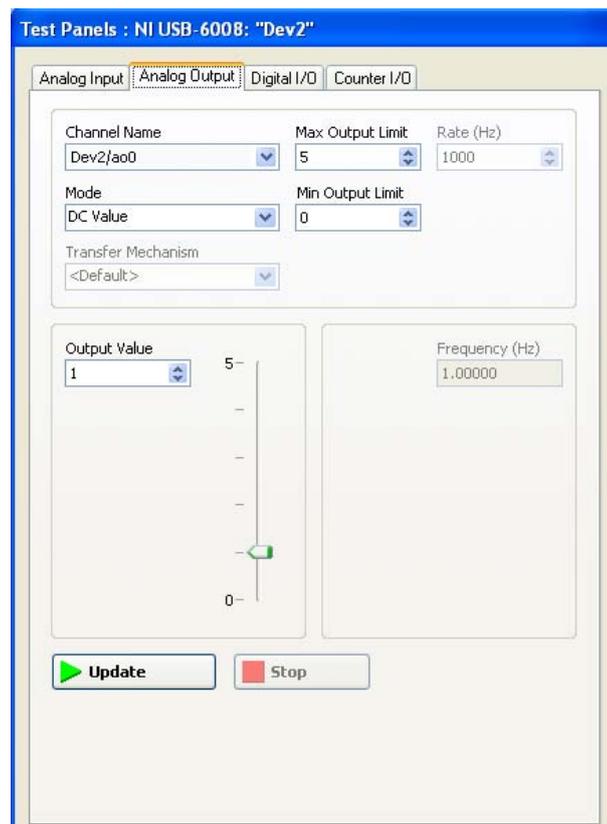


Figura 74: Pestaña Analog Output del menú Test Panels.

En la pestaña *Analog Input*, se usan los valores predeterminados y se da click en <Start>. Se observará una gráfica en la que el voltaje será 0V o tendrá un valor muy cercano a él. Si es así, significa que la tarjeta funciona bien, si da una lectura muy distinta de cero, significa que la entrada está dañada y habrá que elegir otra entrada y probarla de la misma manera.

En la pestaña *Analog Output* usar los valores predeterminados y en el campo *Analog Value* establecer un valor entre 0V y 5V de salida y medir el valor con el multímetro en el canal de salida seleccionado por el usuario. Si el valor medido con el multímetro corresponde al valor que el usuario estableció en el campo *Analog Value*, significa que el canal de salida funciona bien, si los valores son distintos por un valor muy grande, significa que ese canal de salida está dañado, habrá que elegir otro y probar de nuevo.

Conectar el equipo de la siguiente manera:

- Conectar los voltajes de polarización que se encuentran en la parte superior derecha del Módulo *G36/EV*.
- Conectar una entrada de la tarjeta *USB-2009* al borne 23 del módulo *G36/EV*.
- Conectar la salida del acondicionamiento al borne 18.
- Conectar los bornes 26 con 27 y 29 con el borne 30.
- Conectar el módulo *G36/EV* con la unidad exterior *TY36/EV* mediante el cable DIN 8.

Una vez comprobada la tarjeta de adquisición de datos, abrir LabVIEW 8.5 y buscar el programa en el escritorio de la PC *Posición-Velocidad*, la figura 75 muestra el panel frontal del programa. En la pantalla se observan los siguientes elementos:

- Set Point en *RPM*
- Interruptor *ON – OFF*, que acciona el *PID*.
- Cuadro de ganancias del *PID*

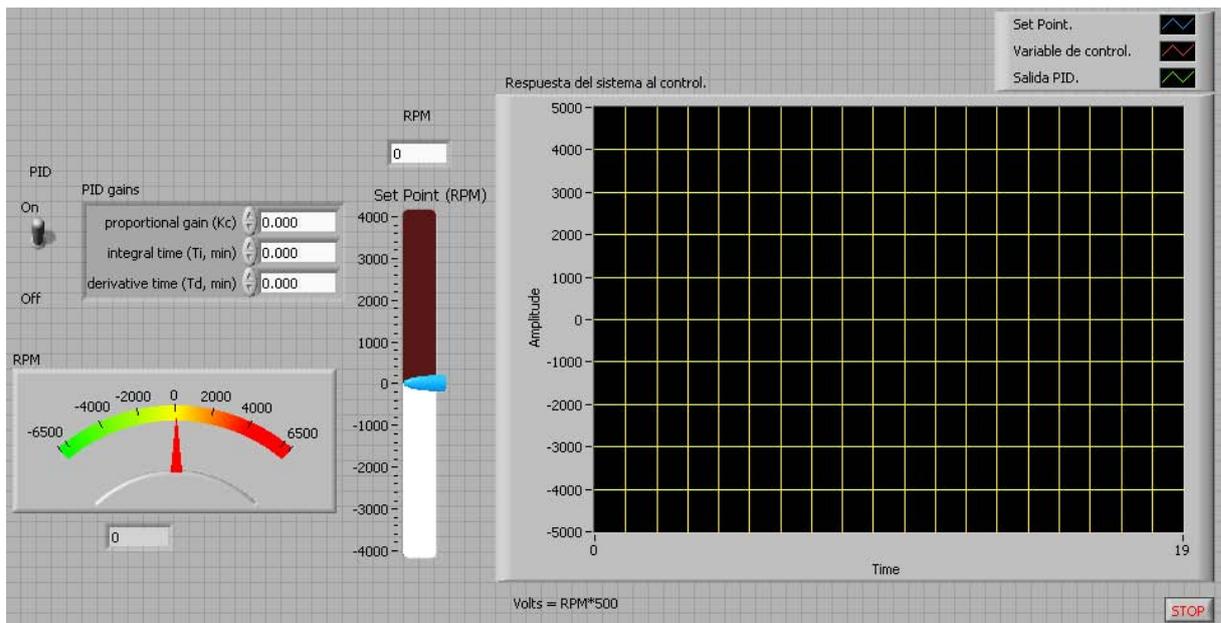


Figura 75: Panel Frontal del programa Posición- velocidad.

### 5.3.4. Actividad 1 *Lazo abierto*

Colocar el interruptor *PID* en <OFF> implica desconectar el control *PID* y dejar el sistema en lazo abierto. Aplicar una entrada escalón de 1200 *RPM* con el set point, y observar la gráfica que se obtiene.

Para obtener la función de transferencia relacionamos la velocidad angular del eje del motor  $\omega$  con la tensión de entrada  $v$ .

Si la velocidad angular  $\omega$ , esta dada por:

$$e = K_e \cdot \omega \dots (1)$$

$$v = e + i \cdot R + L \frac{di}{dt} \dots (2)$$

$$\tau = K_T \cdot i \dots (3)$$

$$\tau = J \cdot a + b \cdot \omega \Rightarrow K_T \cdot i = J \frac{d\omega}{dt} + b \cdot \omega \dots (4)$$

Las transformadas de Laplace de la velocidad  $\omega(t)$  su derivada son:

$$L[\omega(t)] = \Omega(s) \dots (5)$$

$$L\left[\frac{d\omega(t)}{dt}\right] = s \cdot \Omega(s) - \omega(0) = s \cdot \Omega(s) \dots (6)$$

Con lo cual nos quedan las siguientes ecuaciones:

$$E(s) = K_e \cdot \Omega(s) \dots (7)$$

$$V(s) = (L \cdot s + R) \cdot I(s) + E(s) \dots (8)$$

$$T(s) = K_T \cdot I(s) = (J \cdot s + b) \cdot \Omega(s) \dots (9)$$

Operando algebraicamente, para obtener la función de transferencia de la velocidad angular, donde la variable dependiente sea la tensión y la independiente sea la velocidad angular:

$$V(s) = (L \cdot s + R) \cdot I(s) + K_e \cdot \Omega(s) = \frac{\Omega(s)(J \cdot s + b)}{K_T} \cdot (L \cdot s + R) + K_e \cdot \Omega(s) \dots (10)$$

$$V(s) = \Omega(s) \cdot \left[ K_e + \frac{(J \cdot s + b)(L \cdot s + R)}{K_T} \right] \dots (11)$$

$$\frac{V(s)}{\Omega(s)} = \frac{K_e \cdot K_T + (J \cdot s + b)(L \cdot s + R)}{K_T} \dots (12)$$

$$\frac{V(s)}{\Omega(s)} = \frac{K_T}{K_e \cdot K_T + (J \cdot s + b)(L \cdot s + R)} \dots (13)$$

$$\frac{V(s)}{\Omega(s)} = \frac{K_T}{K_e \cdot K_T + (J \cdot s + b)(L \cdot s + R)} \dots (14)$$

$$\frac{V(s)}{\Omega(s)} = \frac{K_T}{s^2(J \cdot L) + s(J \cdot R + b \cdot L) + b \cdot R + K_e \cdot K_T} \dots (15)$$

**\*Parámetros del motor.**

Se obtienen los parámetros  $J, L, R, b, K_e, K_T$ . Algunos de estos son proporcionados por el fabricante y los encontramos en el manual de usuario de la unidad TY36A, en las especificaciones del motor, de los cuales se utilizarán los siguientes:

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Tensión Nominal	$v$	24	$V$
Velocidad Nominal	$\omega$	4000	$RPM$
Constante de Par	$K_T$	0,046	$Nm/A$
Resistencia	$R$	5,5	$\Omega$
Momento de inercia rotórico	$J$	$5,18E^{-6}$	$Kgm^2$
Inductancia	$L$	2,8	$mH$

Cuadro 1: 1

Para hallar el valor de  $K_e$ , según la Ley de Faraday, si hay una espira de alambre en una campo variable, se inducirá una diferencia de potencial en las terminales de la espira.

$$v_b(t) = -\frac{d\phi}{dt} \dots (16)$$

Donde  $v_b(t)$  es la tensión inducida y  $\phi$  el flujo magnético que pasa a través de la espira. Como sabemos el flujo se define como:

$$\phi = BA \dots (17)$$

Aquí  $B$  es el campo magnético (que se considera constante) y  $A$  el área del medio cilindro encerrado por la espira. Sustituyendo el valor del flujo en (16) tenemos:

$$v_b(t) = -B \frac{dA}{dt} \dots (18)$$

El área a través de la cual pasa el flujo del centro a la superficie es el producto de la longitud de la circunferencia, si dividimos el área en dos partes nos queda como muestra la figura 76.

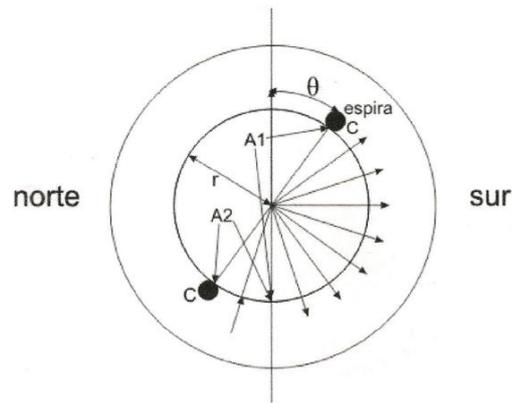


Figura 76:

$$A = A_1 - A_2 \dots (19)$$

$$A_1 = r(\pi - \theta)l \dots (20)$$

$$A_2 = r \cdot \theta \cdot l \dots (21)$$

Sustituyendo  $A$  en la ecuación 18 tenemos:

$$v_b(t) = -\frac{dB(A_1 - A_2)}{dt} \dots (22)$$

$$v_b(t) = -Brl \frac{d(\pi - 2\theta)}{dt}$$

$$v_b(t) = 2Brl \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_b(t) = 2Brl\omega$$

Realizando el siguiente cambio de variable:

$$K_e = 2Brl \dots (23)$$

Sustituyendo (23) en (22) tenemos:

$$v_b(t) = K_e\omega \dots (24)$$

Analizando la fuerza en el rotor del motor podemos encontrar la relación entre  $K_e$  y  $K_T$ . Sabemos que una corriente eléctrica que fluye a través de un alambre de longitud  $l$  en presencia de un campo magnético  $B$  experimenta una fuerza  $F$  tangencial al núcleo. Esto es:

$$F = 2Bli.....(25)$$

Como el radio de la armadura es  $r$ , el par desarrollado es :

$$T = rF.....(26)$$

$$T = r2Bli$$

$$T = K_T i.....(27)$$

Se observa que:

$$K_T = 2bRL.....(28)$$

Expresando a  $K_T$  en  $Nm/A$  y  $K_e$  en  $Vs/rad$  por lo que ambas tienen exactamente el mismo valor numérico (esto no ocurre si se utilizan otros sistemas de unidades):

$$K_T = 0,046Nm/A$$

y

$$K_e = 0,046Vs/rad$$

Sabiendo que el sistema de primer orden queda descrito como:

$$Y(s) = \frac{p}{s+p} \cdot \frac{1}{a}.....(29)$$

por lo que la respuesta del sistema es:

$$Y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{p}{s+p} = 1.....(30)$$

$$Y(t) = 0,98 = 1 - e^{pt}$$

$$e^{pt} = ,02$$

Observando la gráfica obtenida experimentalmente (que se muestra en la figura 77), a una entrada escalón, obtenemos el tiempo de asentamiento  $t_s = 4 \text{ s}$ .

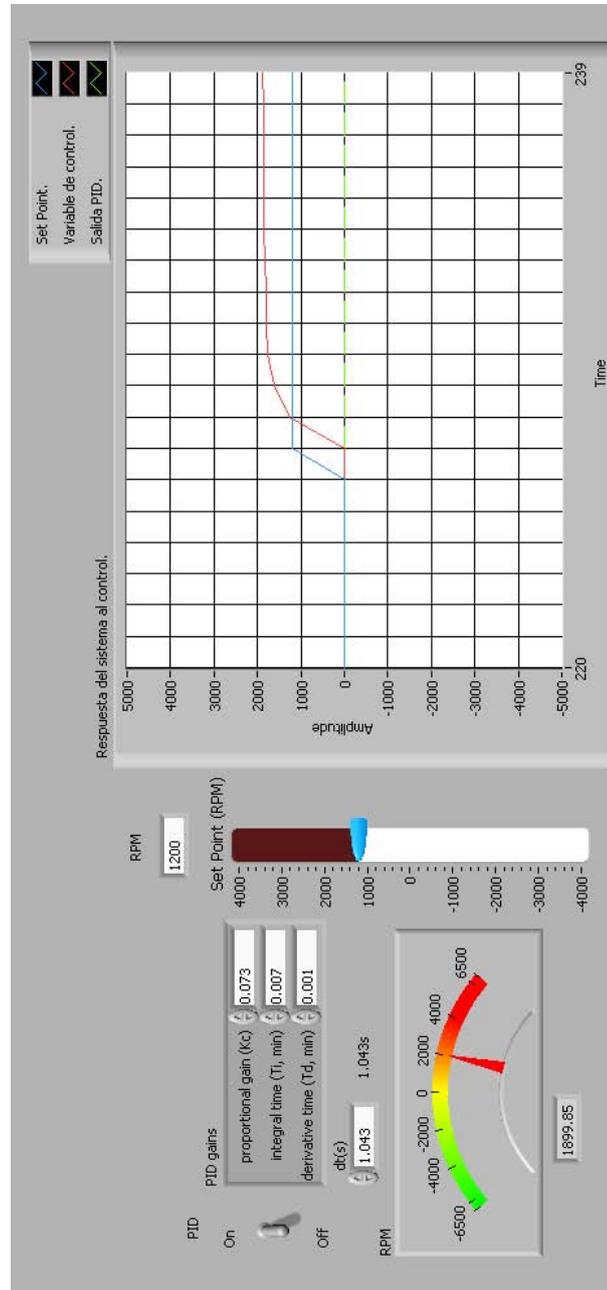


Figura 77: Lazo Abierto

Despejando  $p$  obtenemos:

$$Lne^{pt} = Ln0,02$$

$$-pt = -3,912$$

$$p = \frac{3,912}{4} = 0,978$$

Sí sabemos que  $p$  es la constante mecánica del sistema y queda definida por:

$$p = \frac{b}{J} \dots (31)$$

Entonces obtendremos el valor de  $b$  de la siguiente manera:

$$b = p \cdot J$$

$$b = (0,978) \cdot (5,18 \cdot 10^{-6})$$

$$b = 5,066 \cdot 10^{-6}$$

Sustituyendo el valor de  $b$  en la ecuación (15) además de utilizar los parámetros dados por el fabricante obtenemos:

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{k_t}{s^2 JL + s(JR + bL) + bR + k_e k_T} \dots (15)$$

$$JL = 1,4504 \cdot 10^{-8}$$

$$JR + bL = 2,8504 \cdot 10^{-5}$$

$$bR + k_e k_T = 2,1438 \cdot 10^{-3}$$

Por lo que nuestra función de transferencia queda de la forma:

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{0,046}{(1,4504 \cdot 10^{-8})s^2 + (2,8504 \cdot 10^{-5})s + 2,1438 \cdot 10^{-3}} \dots (32)$$

Normalizando la función de transferencia expresada en la ecuación (32).

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{3,171 \cdot 10^6}{s^2 + (1,965 \cdot 10^3)s + 1,478 \cdot 10^5}$$

### 5.3.5. Actividad 2 *Análisis de un Sistema Sobreamortiguado.*

Accionar el interruptor *PID* y aplicar una entrada escalón de 2500 *RMP*.

Para diseñar un control se utiliza el método manual de sintonización mediante ensayo y error, en los siguientes rangos:

$$0,069 \leq K_C \leq 0,076$$

$$0,019 \leq T_i \leq 0,022$$

$$0,000 \leq T_d \leq 0,003$$

El método consiste en:

- Aumentar la ganancia hasta que la respuesta a los cambios de consigna sea rápida, pero sin oscilación.
- Introducir el término integral, comenzando por un valor de  $T_i$  igual al tiempo de estabilización.
- Disminuir  $T_i$  para aumentar la rapidez de la respuesta, siempre y cuando no aparezca oscilación.
- Si se desea acción derivativa, comenzar con un valor de  $T_d$  igual a la tercera parte del retraso puro del sistema.
- Aumentar  $T_d$  hasta el valor máximo para el cual la respuesta no es oscilante. Intentar aumentar la ganancia.

Para obtener una respuesta lenta sin sobrepaso y utilizando el método manual, se obtienen las siguientes constantes:

$$K_C = 0,073$$

$$T_i = 0,021$$

$$T_d = 0$$

Por lo que la respuesta transitoria se comporta como se muestra figura 78.

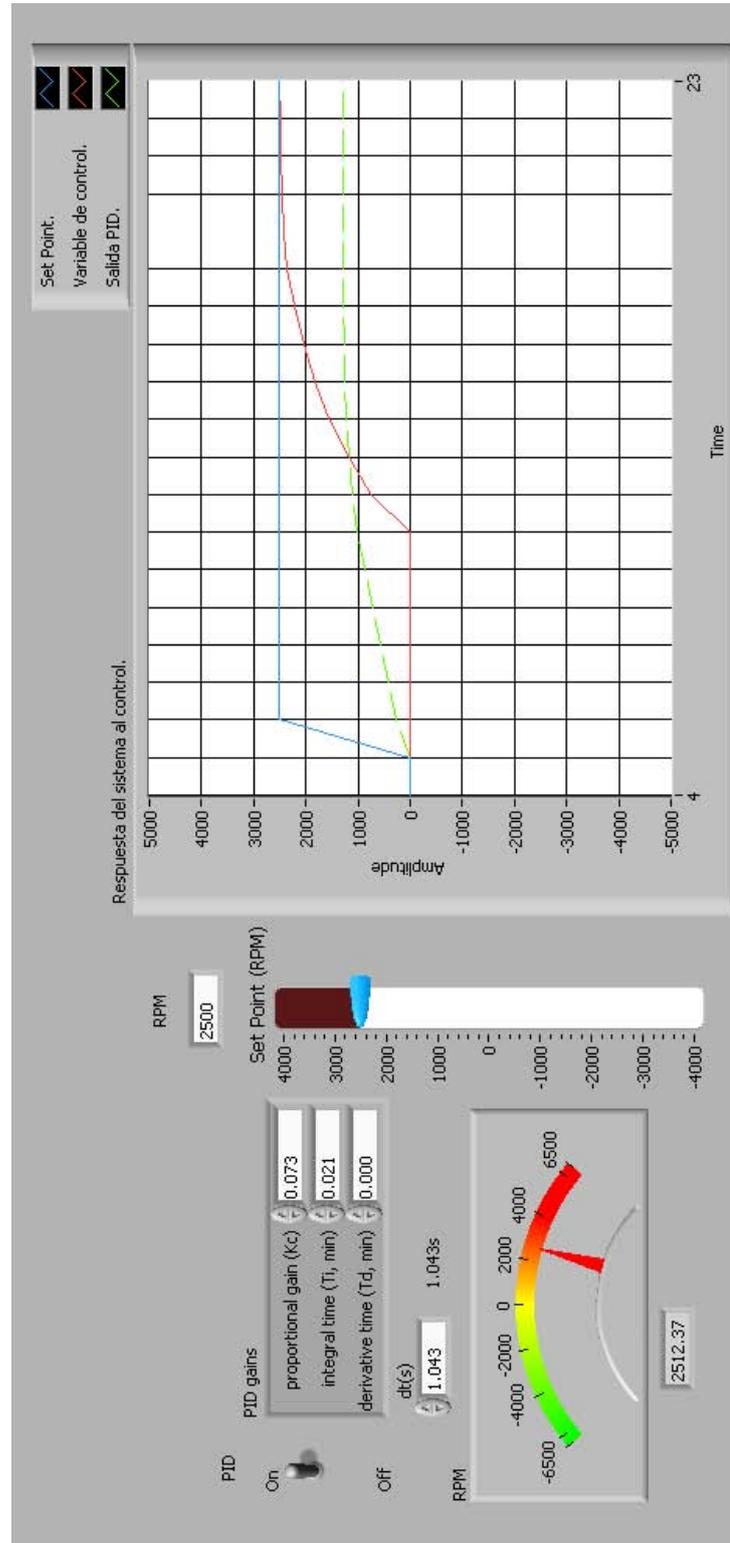


Figura 78: Sistema Sobreamortiguado

A partir de la gráfica de la figura 78 podemos obtener la función de transferencia del sistema amortiguado que tiene la forma:

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \dots (34)$$

De la gráfica se observa que el voltaje de entrada es de 5V entonces la ganancia vendrá dada por el valor final en régimen permanente ponderado por la amplitud del escalón.

$$k = \frac{2500}{5} = 500$$

La constante de tiempo  $\tau$  es igual al tiempo que tarda la salida en alcanzar un 63,212% del valor final, matemáticamente la salida alcanza su valor final en un tiempo infinito pero en el sistema lo hace en tiempo finito, por lo cual se utilizan dos criterios: 98%(4 $\tau$ ) y el de 95%(5 $\tau$ ), entonces el sistema tarda en alcanzar el 98% de su valor final en 14s esta es:

$$4\tau = 14s$$

$$\tau = \frac{14}{4} = 3,5s$$

Sustituyendo en la ecuación (34) tenemos:

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{500}{3,5s + 1}$$

Normalizando la expresión anterior obtenemos la función de transferencia.

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{142,8571}{s + 0,2857} \dots (35)$$

### 5.3.6. Actividad 3 *Análisis de un Sistema Subamortiguado.*

Aplicar el mismo método para obtener las constantes que satisfagan una respuesta rápida con sobre paso, utilizando el rango:

$$0,069 \leq K_C \leq 0,076$$

$$0,095 \leq T_i \leq 0,013$$

$$0,000 \leq T_d \leq 0,003$$

Ya aplicado el método se obtuvieron los siguientes valores de las constantes que satisfacen un sistema subamortiguado:

$$K_C = 0,073$$

$$T_i = 0,010$$

$$T_d = 0$$

La gráfica del sistema subamortiguado se muestra en la figura 79.

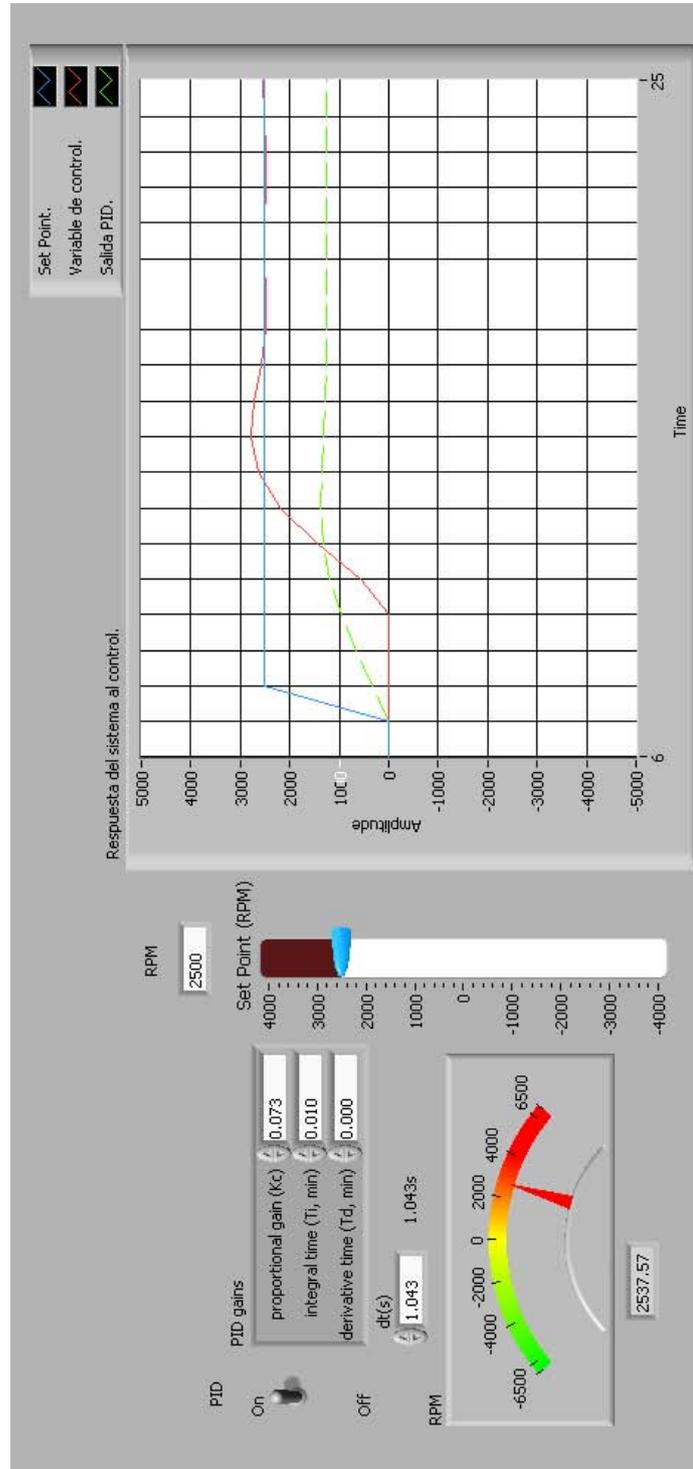


Figura 79: Sistema Subamortiguado

La función de transferencia de un sistema subamortiguado tiene la siguiente forma:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \dots (36)$$

De la gráfica se puede obtener el valor del sobrepaso.

$$M_p = \frac{2750 - 2500}{2500} = 0,1$$

El tiempo de asentamiento  $t_s$  también puede obtenerse de la gráfica.

$$t_s = 15s$$

Se calcula el factor de amortiguamiento  $\sigma$  a partir del tiempo de asentamiento  $t_s$ :

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{\sigma} \Rightarrow \sigma = \frac{4}{15} = 0,2666$$

Conociendo el valor del factor de amortiguamiento  $\sigma$  y conociendo que el valor de sobrepaso se puede obtener la frecuencia natural amortiguada  $\omega_d$ :

$$M_p = e^{-\frac{(\zeta\omega_n)\pi}{\omega_d}} = e^{-\left(\frac{\sigma}{\omega_d}\right)\pi} \Rightarrow \ln M_p = \ln e^{-\left(\frac{\sigma}{\omega_d}\right)\pi}$$

$$\omega_d = \frac{-\sigma\pi}{\ln M_p} = \frac{-(0,2666)\pi}{\ln(0,1)}$$

$$\omega_d = 0,3638$$

Ya teniendo el valor de  $\omega_d$ , obtenemos la frecuencia natural no amortiguada del sistema  $\omega_n$ .

$$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega_d^2} = \sqrt{0,2666^2 + 0,3638^2}$$

$$\omega_n = 0,4510$$

Sustituyendo los valores de la frecuencia natural amortiguada  $\omega_d$  y del factor de amortiguamiento  $\sigma$  en  $\sigma = \zeta\omega_n$  se obtiene el coeficiente de amortiguamiento relativo  $\zeta$ :

$$\zeta = \frac{\sigma}{\omega_n} = \frac{0,2666}{0,4510}$$

$$\zeta = 0,5911$$

Ya encontrados todos los parámetros necesarios para encontrar la función de transferencia, sustituiremos los valores en (36)

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{0,4510^2}{s^2 + 2(0,5911)(0,4510)s + 0,4510^2}$$

Finalmente queda

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{0,2034}{s^2 + 0,5332s + 0,2034}$$

### 5.3.7. Informe.

Llena la siguiente tabla

Ganancia	Sistema Sobreamortiguado	Sistema Subamortiguado
$K_C$	0,073	0,073
$t_i$	0,021	0,010
$t_d$	0	0

Para todos los casos realizados en el trabajo calcular la función de transferencia y presentar la gráfica correspondiente indicando los parámetros necesarios.

- Gráfica del sistema en lazo abierto.

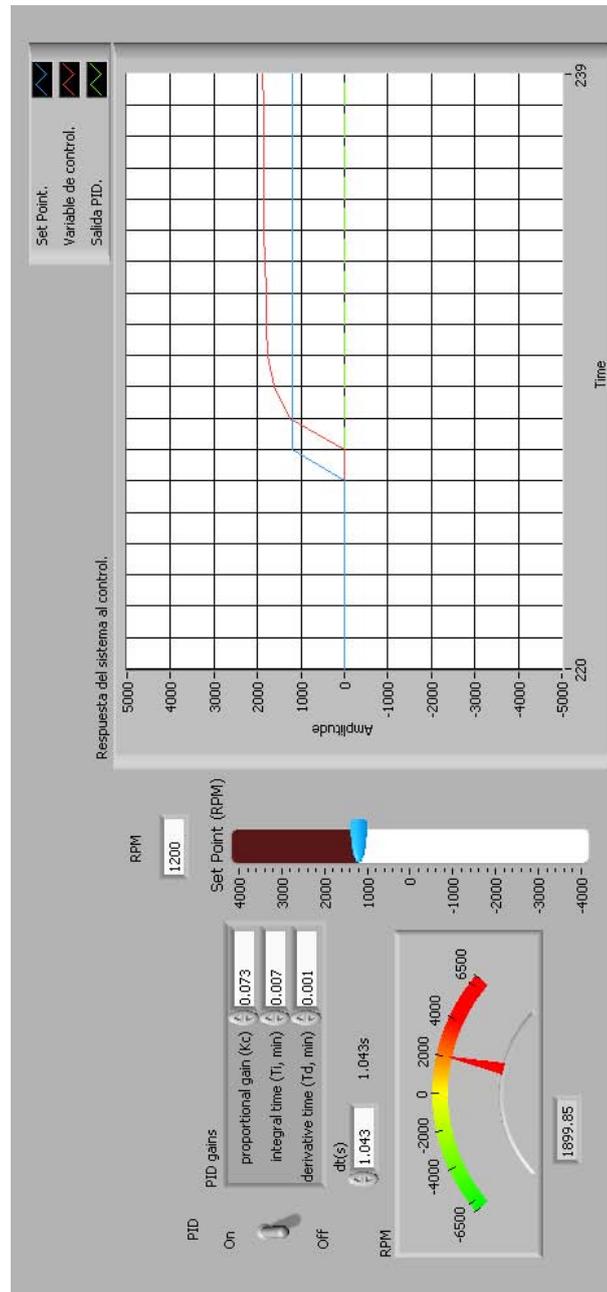


Figura 80: Lazo Abierto

La función de transferencia corresponde a:

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{3,171 \cdot 10^6}{s^2 + (1,965 \cdot 10^3)s + 1,478 \cdot 10^5}$$

- Gráfica del sistema sobreamortiguado.

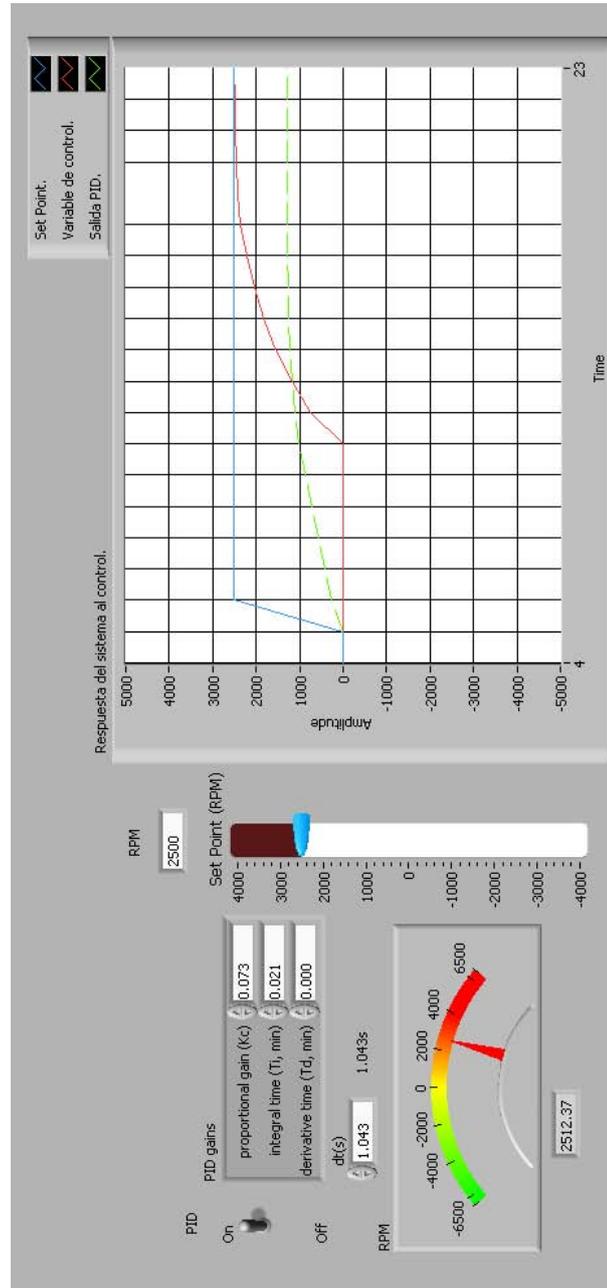


Figura 81: Sistema Sobreamortiguado

La función de transferencia corresponde a:

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{142,8571}{s + 0,2857}$$

- Gráfica del sistema subamortiguado.

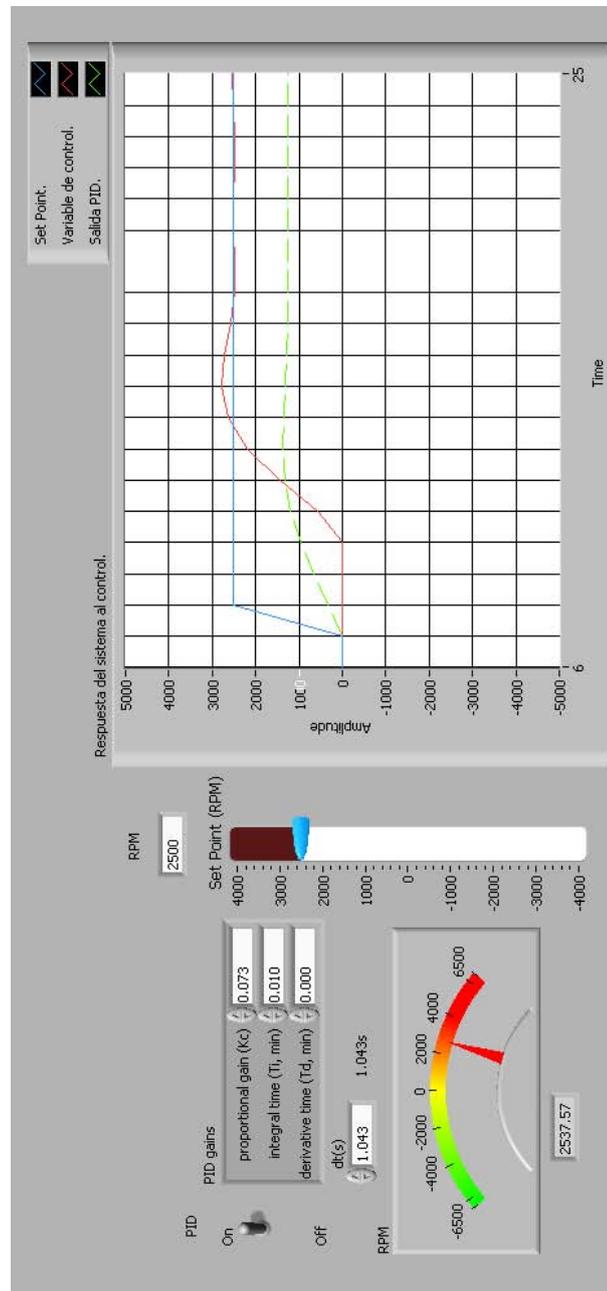


Figura 82: Sistema Subamortiguado

La función de transferencia corresponde a:

$$\frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{0,2034}{s^2 + 0,5332s + 0,2034}$$

Explique los diferentes efectos que tienen cada una de las acciones de control  $K_C$ ,  $t_i$ ,  $t_d$ , en la respuesta del sistema.

- $K_C$ : Es la ganancia, esta no puede ser aumentada al infinito ya que el sistema se hará inestable y comenzará a oscilar, entonces se aumenta hasta que la respuesta sea rápida sin oscilaciones.
- $t_i$ : El tiempo integral es lo que ajusta la acción integral, aumenta la rapidez de la respuesta.
- $t_d$ : El tiempo derivativo tiene carácter de previsión, lo que hace más rápida la acción de control, pero amplifica las señales de ruido.

Presentar otra forma de sintonización de controladores  $PID$ , además de la manual.

Para afinar controladores  $PID$  con base a una respuesta experimental Ziegler y Nichols definieron:

Reglas de Ziegler-Nichols.

De la planta se obtiene la respuesta experimental a una entrada escalón, si la respuesta posee un retardo tal que se forma una  $s$ , como se muestra en la figura 83.

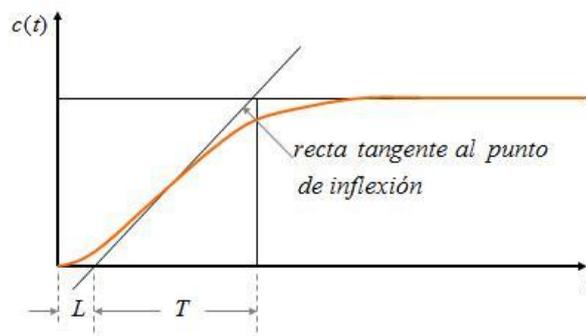


Figura 83: Curva experimental

Se pueden obtener los parámetros del controlador  $PID$ , la característica de esta respuesta con el tiempo de atraso  $L$  y la constante de tiempo  $T$ , puede aproximarse a un sistema de primer orden.

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{K_e^{-Ls}}{T_s + 1}$$

Se traza una recta tangente al punto de inflexión de la respuesta del sistema, la intersección con el eje del tiempo y el valor final de la amplitud forman las distancias  $L$  y  $T$ , con estos se obtienen los parámetros del controlador  $PID$  utilizando la tabla de la figura 84.

Tipo de controlador	$K_p$	$\tau_i$	$\tau_d$
$P$	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
$PI$	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
$PID$	$1.2\frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

Figura 84: Tabla de ganancias.

*Explicar ¿Por qué un control PID es capaz de compensar cualquier perturbación cons-tante?*

Porque al tener una acción derivativa mejora la respuesta transitoria y al tener una acción integral mejora el error en estado estable.