



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO I

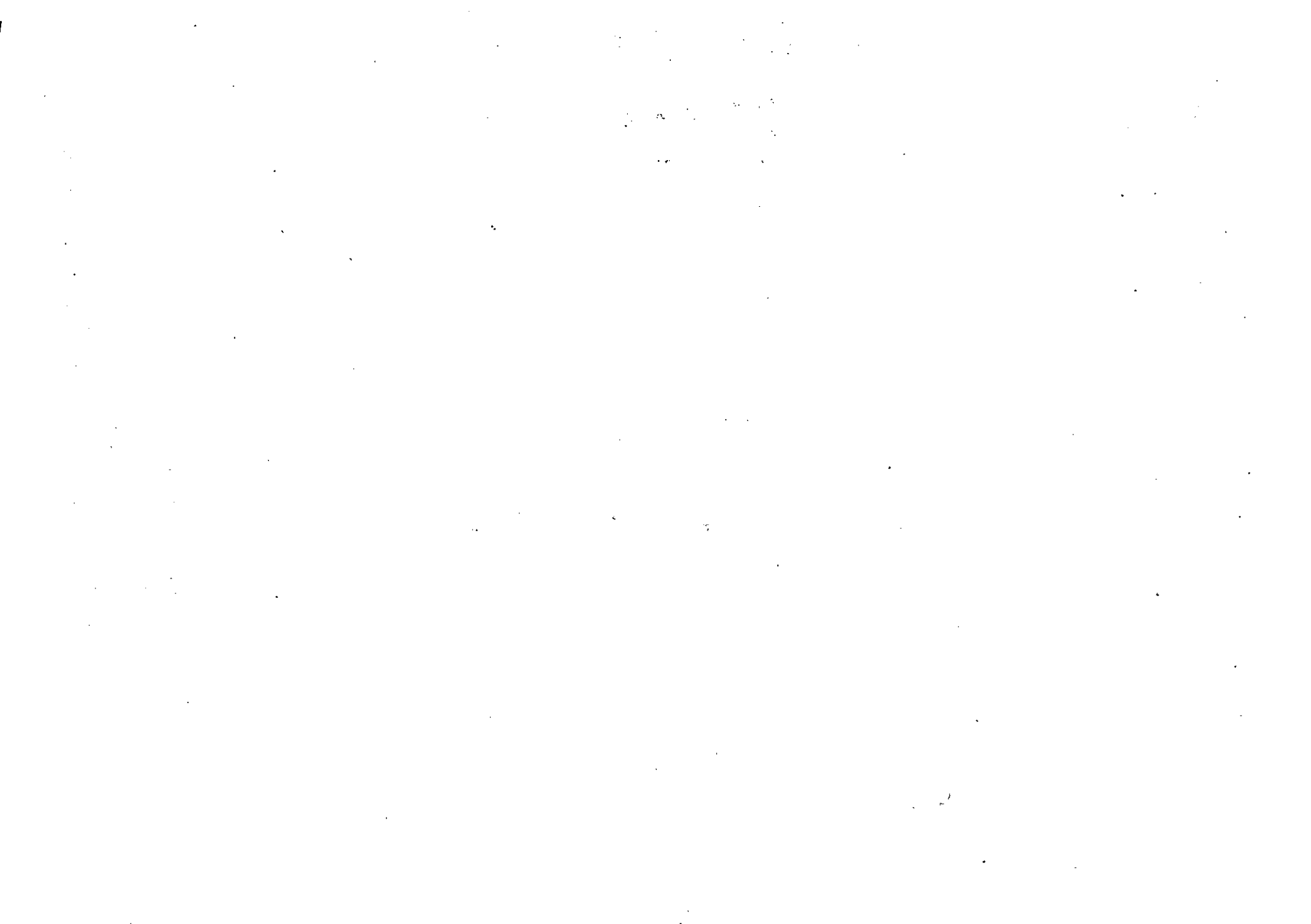
SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

Del 28 de septiembre al 6 de octubre de 1992

I N T R O D U C C I O N

ING. JACINTO VIQUEIRA LANDA

SEPTIEMBRE - OCTUBRE - 1992



3. CARACTERISTICAS TECNICAS DE LOS SISTEMAS ELECTRICOS

Un sistema para el suministro de energía eléctrica está constituido por una gran diversidad de cargas eléctricas repartidas en una región, por las plantas generadoras para producir la energía eléctrica consumida por las cargas, una red de transmisión y de distribución para transportar esa energía de las plantas generadoras a los puntos de consumo y todo el equipo adicional necesario para lograr que el suministro de energía se realice con la calidad requerida.

Características de la carga de un sistema eléctrico.

La carga global de un sistema está constituida por un gran número de cargas individuales de diferentes clases (industrial, comercial, residencial).

En general una carga absorbe potencia real y potencia reactiva; es el caso por ejemplo de un motor de inducción. Naturalmente, las cargas puramente resistivas (lámparas incandescentes, calefactores eléctricos) absorben únicamente potencia real.

La potencia suministrada en cada instante por un sistema es la suma de la potencia absorbida por las cargas más las pérdidas en el sistema. Aunque la conexión y desconexión de las cargas individuales es un fenómeno aleatorio, la potencia total varía en función del tiempo siguiendo una curva que puede predeterminarse con bastante aproximación y que depende del ritmo de las actividades humanas en la región servida por el sistema.

En la Fig. 3.1 se muestra la curva que representa la variación de la potencia real suministrada por un sistema, en función del tiempo, durante un periodo de 7 días. El área bajo la curva representa la energía eléctrica generada durante ese periodo de tiempo.

La demanda de energía eléctrica presenta variaciones muy amplias, siguiendo los ciclos diarios, semanales y anuales de las actividades de la sociedad y las influencias de los cambios estacionales.

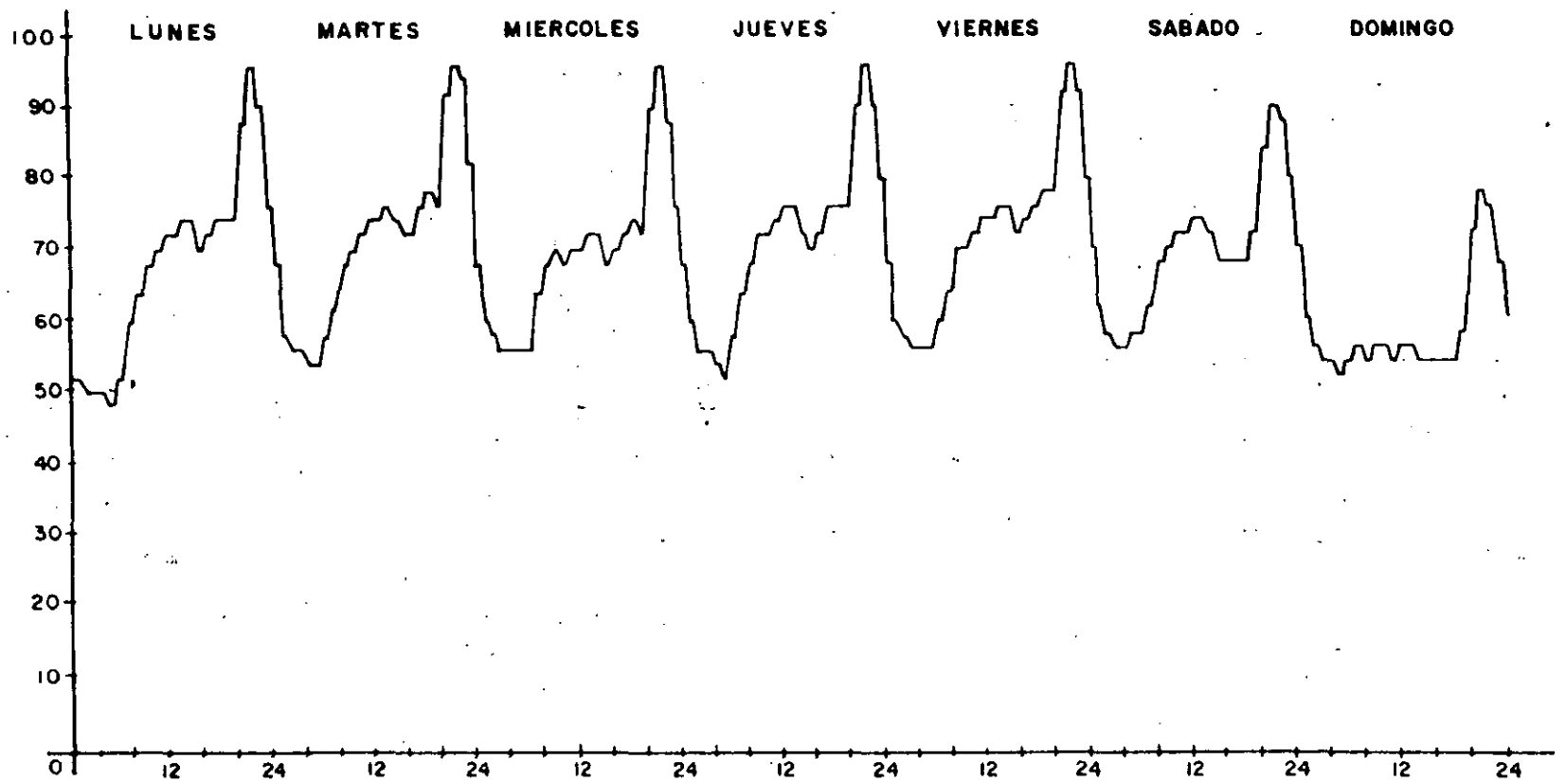


Fig. 3.1 Curvas diarias de demanda eléctrica

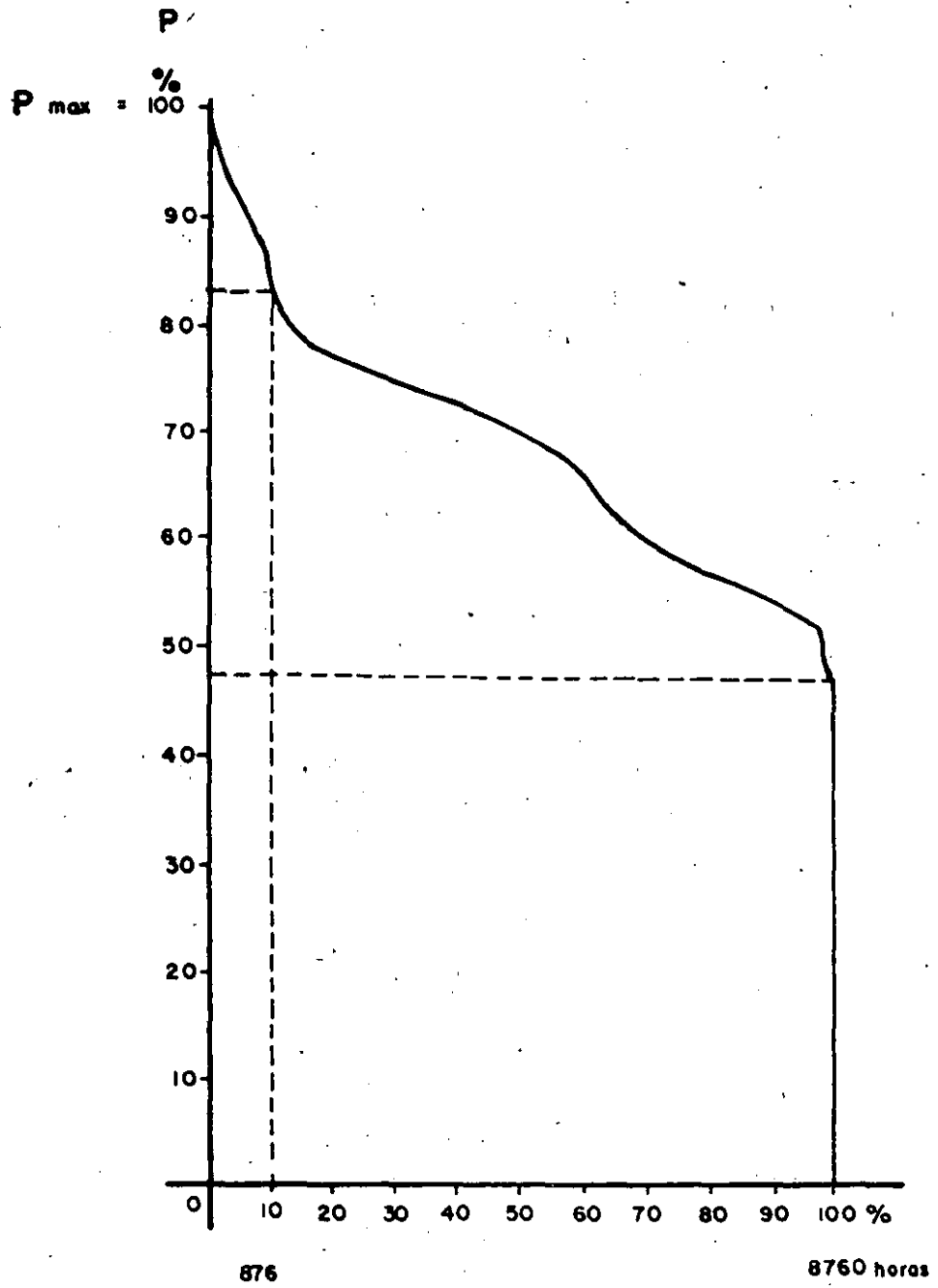


Fig. 3.2 Curva de duración de carga

En la Fig. 3.2 se representa una curva de duración de carga anual, la cual se obtiene, para un año determinado, a partir de las curvas de demanda diarias correspondientes a todos -- los días de ese año, ordenando la demanda horaria de potencia real de mayor a menor e indicando en las abcisas la duración anual, en horas, de los distintos valores de la potencia real. Cada punto de la curva de duración de carga anual indica que la magnitud de la potencia real demandada es -- igual o mayor a la ordenada correspondiente a ese punto durante un número de horas anuales igual al valor de la abcisa -- del punto considerado.

La ordenada máxima de la curva de duración de carga anual determina la capacidad de generación de que se debe disponer -- para poder satisfacer la demanda y el área bajo la curva corresponde a la energía eléctrica que hay que suministrar durante el año. La relación entre el área bajo la curva y el área que se obtendría si la demanda se mantuviese a su valor máximo durante todo el periodo de tiempo considerado se llama factor de carga.

Fuentes de energía eléctrica.

La energía eléctrica suministrada por un sistema eléctrico -- procede principalmente de alguna de las siguientes fuentes: .

- Aprovechamiento de caídas de agua.
- Combustibles fósiles (petróleo, gas natural, carbón).
- Fisión nuclear.

Otras fuentes que han tenido una utilización limitada hasta la fecha son la energía geotérmica y la energía producida -- por las mareas. También se han utilizado para generación de pequeñas cantidades de energía eléctrica en forma intermitente la fuerza del viento y la energía solar.

A continuación se hace una breve descripción de los tipos -- más usuales de plantas generadoras de energía eléctrica, mencionando las partes esenciales. En realidad las plantas tienen, además, otros dispositivos y sistemas necesarios para -- operarlas con seguridad, para mejorar su eficiencia y para -- disminuir los impactos ambientales.

En la Fig. 3.3 se representa esquemáticamente una planta hidroeléctrica. Mediante el aprovechamiento de una diferencia de nivel, la energía potencial del agua almacenada en un embalse producido por una presa construida en un lugar favorable, se convierte en energía cinética que mueve a la turbina hidráulica que a su vez impulsa al generador eléctrico.

En la Fig. 3.4 se muestra el diagrama esquemático de una planta termoeléctrica que utiliza como combustible combustóleo o gas natural. El poder calorífico del combustible se convierte en calor mediante su combustión en el generador de vapor o caldera; este calor se utiliza para producir vapor de agua, que se conduce a la turbina donde su energía cinética se convierte en energía mecánica, que se transmite al generador eléctrico acoplado a la turbina de vapor para producir energía eléctrica. El vapor que sale de la turbina se convierte en agua en el condensador, enfriándolo mediante el sistema de enfriamiento indicado, el agua se inyecta al generador de vapor para completar el ciclo termodinámico.

Si en lugar de utilizar un combustible líquido (combustóleo) o gaseoso (gas natural) se utiliza un combustible sólido (carbón) como se indica en la Fig. 3.5, se requiere pulverizar dicho combustible y controlar las cenizas volátiles producto de la combustión del carbón mediante un precipitador electrostático, de manera que no se envíen a la atmósfera.

En el caso de una planta geotermoeléctrica (Fig. 3.6), el vapor para impulsar la turbina se obtiene de pozos geotérmicos y si éstos producen una mezcla de vapor y agua es necesario primero separar el vapor mediante un separador, para inyectar vapor seco a la turbina.

En la Fig. 3.7 se muestra el diagrama esquemático de una planta generadora de electricidad con turbinas de gas. La turbina es impulsada por gases de combustión comprimidos y a alta temperatura que se obtienen por la combustión de un combustible gaseoso (gas natural) o líquido (diesel) en una cámara de combustión en la que se inyecta, además del combustible, aire a presión.

Como los gases que salen de la turbina de gas están a una temperatura muy elevada pueden utilizarse para producir vapor de agua en un generador de vapor, que se conduce a una turbina de vapor. Se tiene así una planta de ciclo combinado, como se muestra en la Fig. 3.8, con unos generadores impulsados por las turbinas de gas y otros generadores impulsados por las turbinas de vapor.

Para alimentar cargas pequeñas en lugares alejados de la red eléctrica se puede utilizar un generador eléctrico movido por un motor de combustión interna, generalmente un motor diesel por su mayor eficiencia, como se muestra en la Fig. 3.9, el cual utiliza como combustible diesel o una mezcla de diesel y combustóleo.

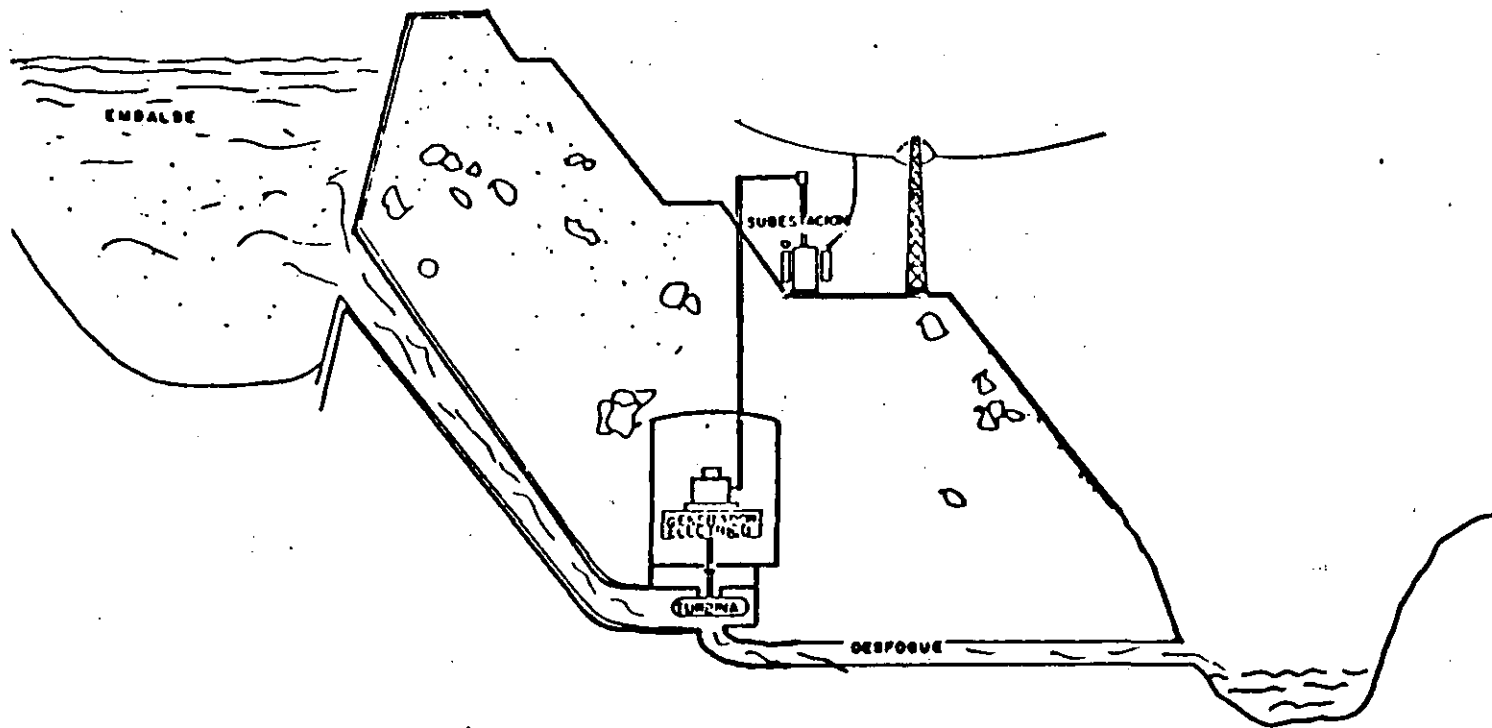


Fig. 3.3 Planta hidroeléctrica

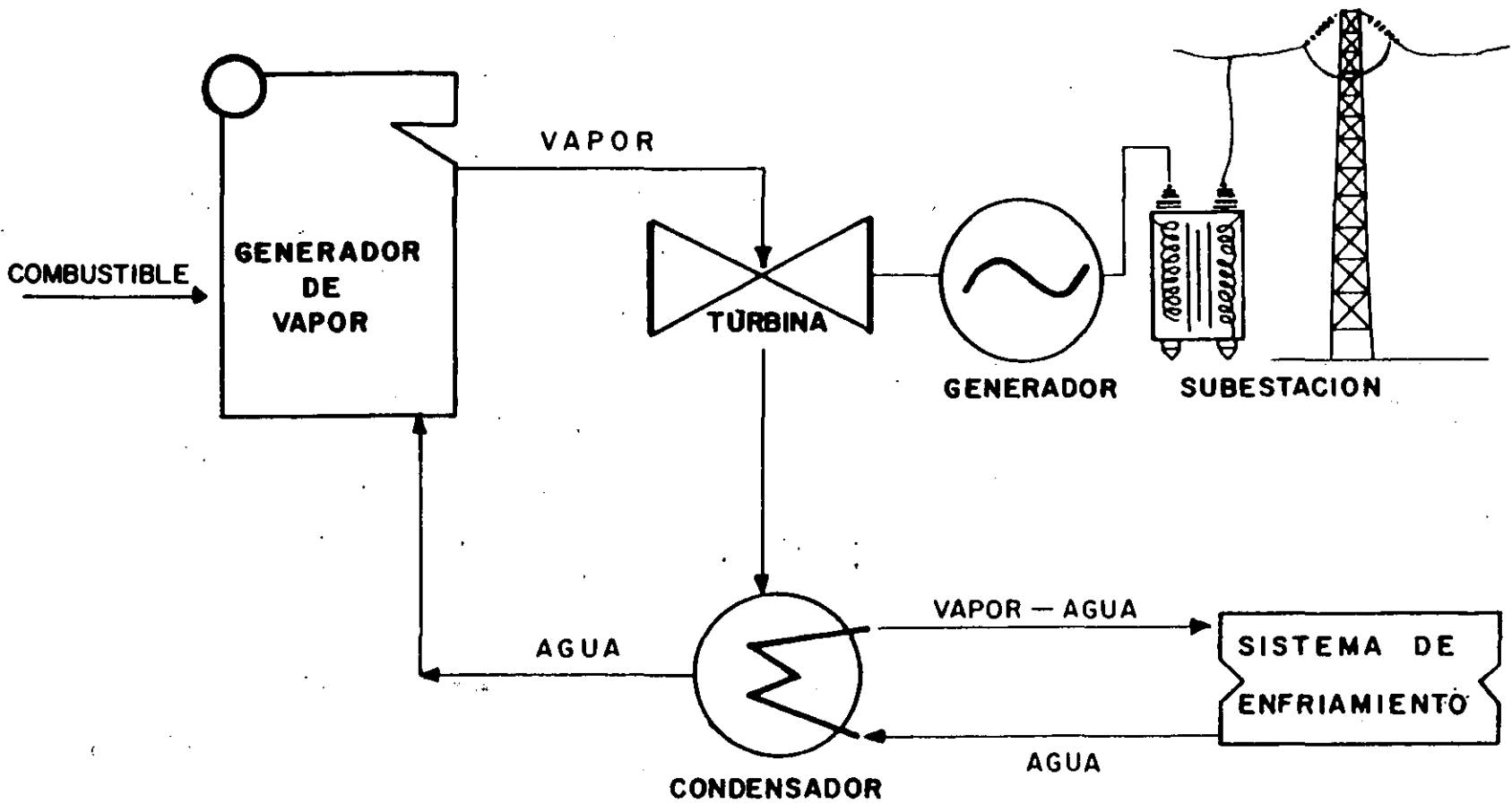


Fig. 3.4 Planta termoelectrica que utiliza combustoleo o gas natural

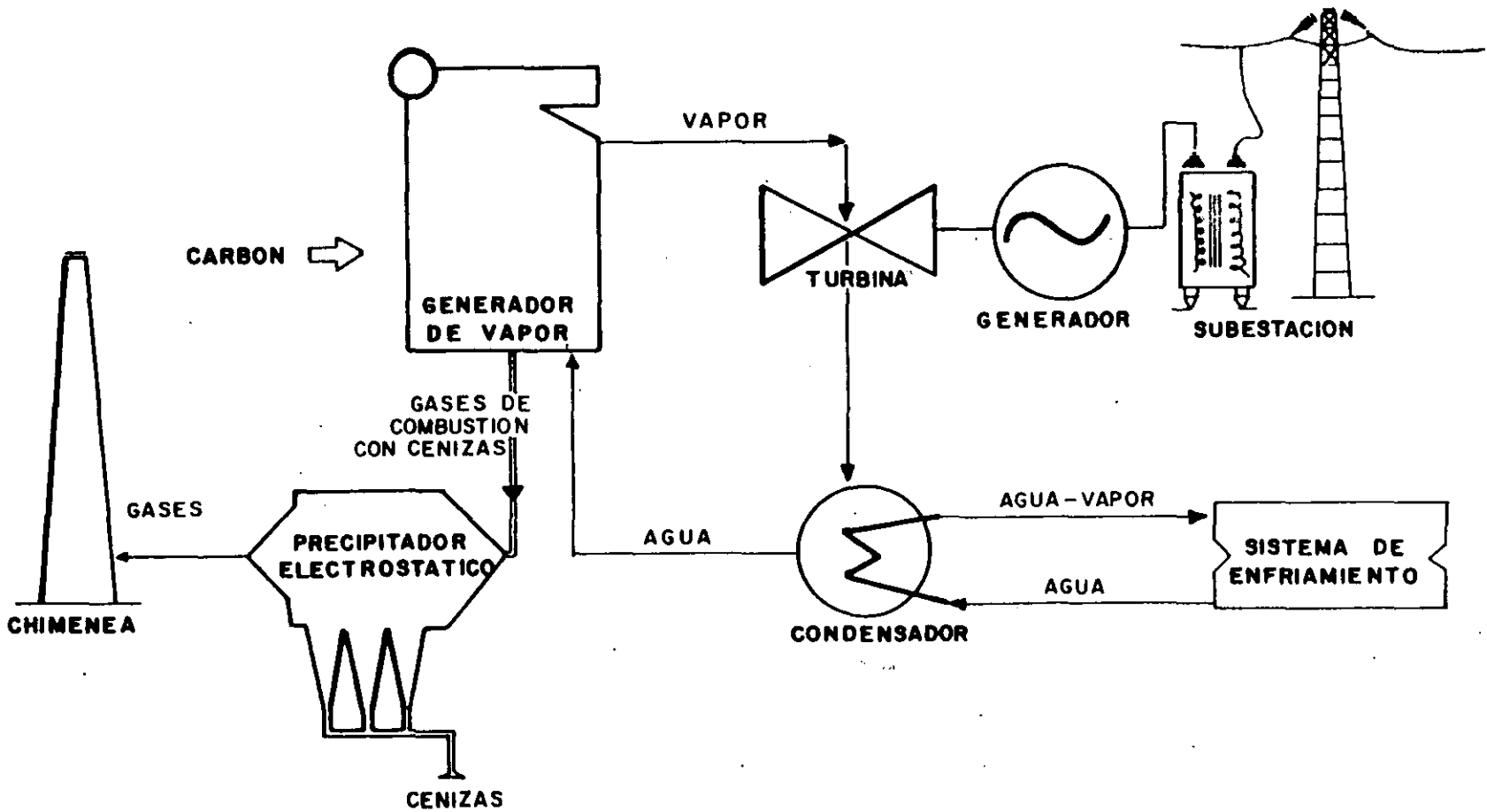


Fig. 3.5 Planta termoelectrica que utiliza carbón.

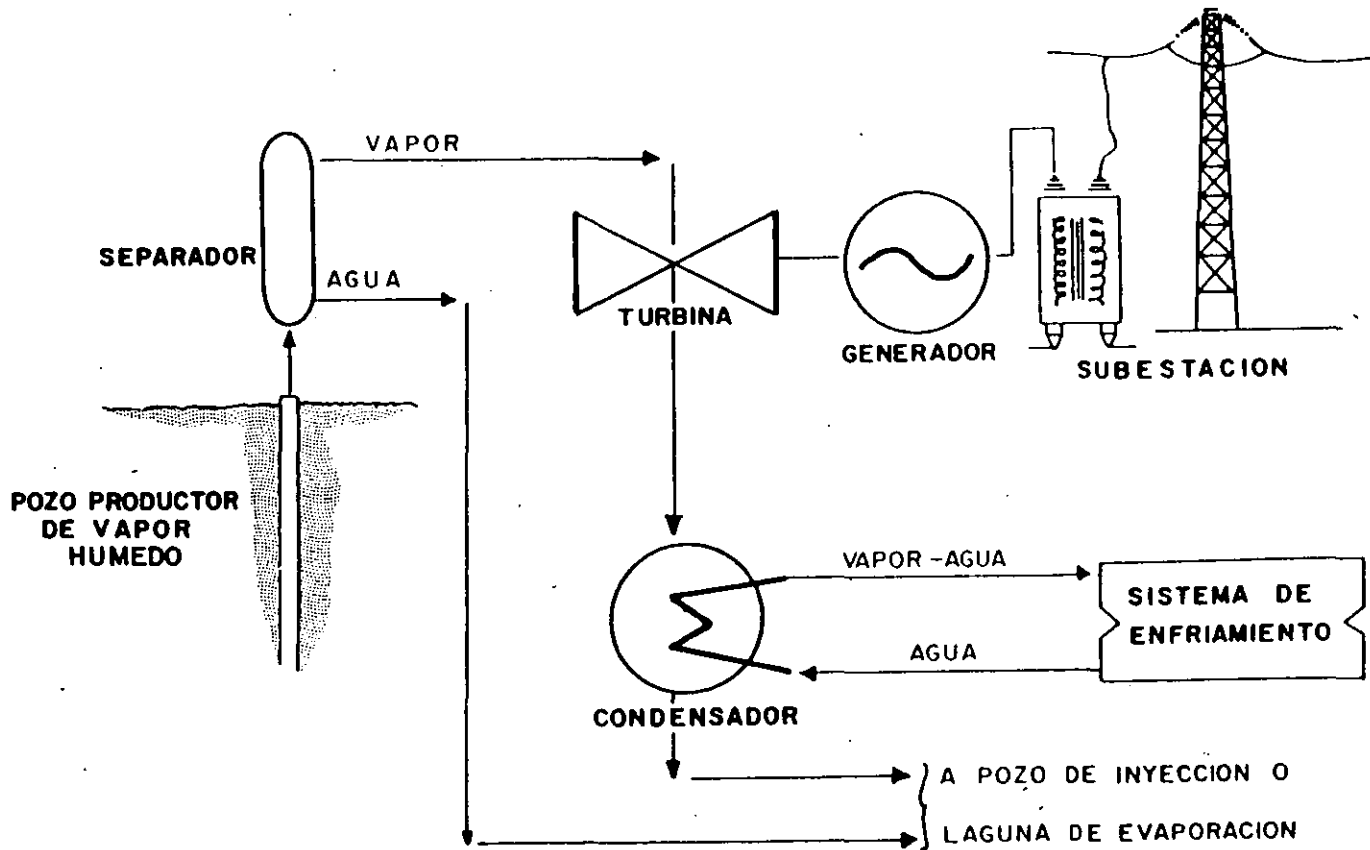


Fig. 3.6 Planta termoeléctrica que utiliza vapor geotérmico

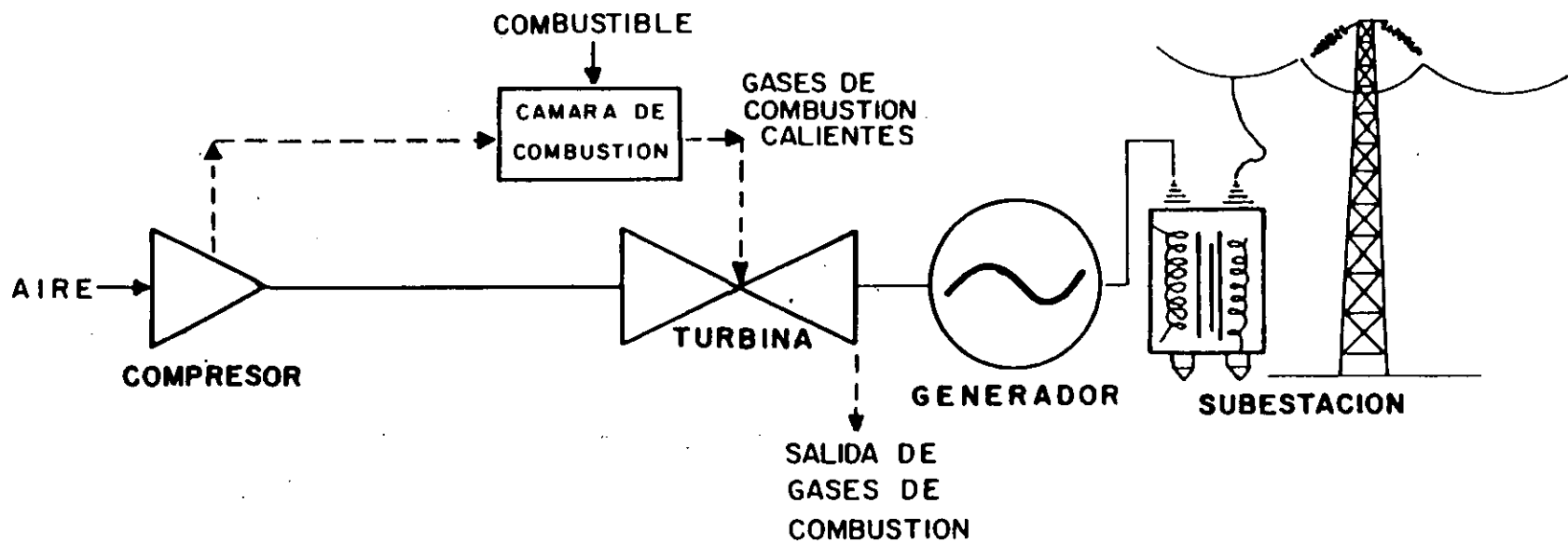


Fig. 3.7 Planta termoelectrica con turbinas de gas

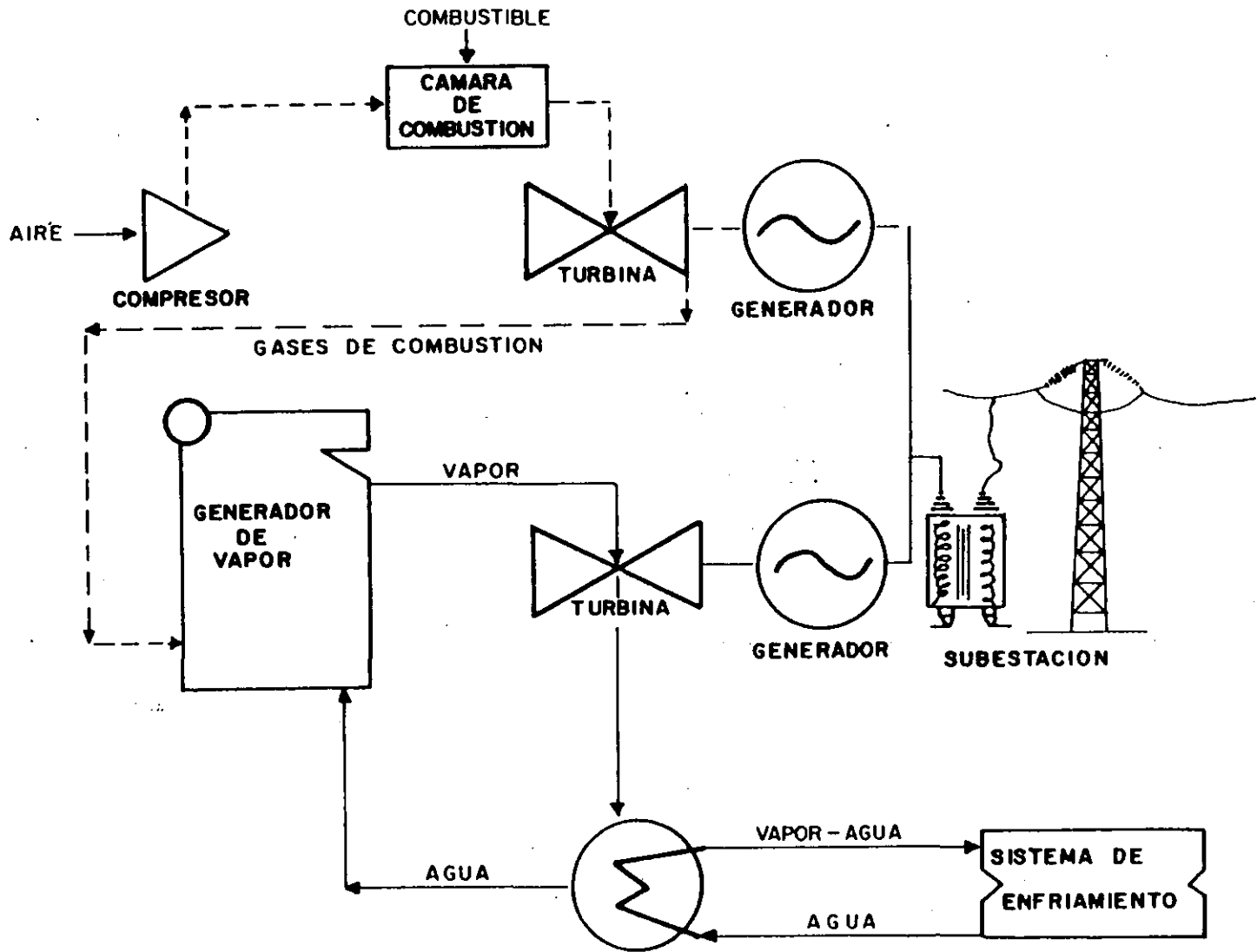


Fig. 3.8 Planta termoeléctrica de ciclo combinado

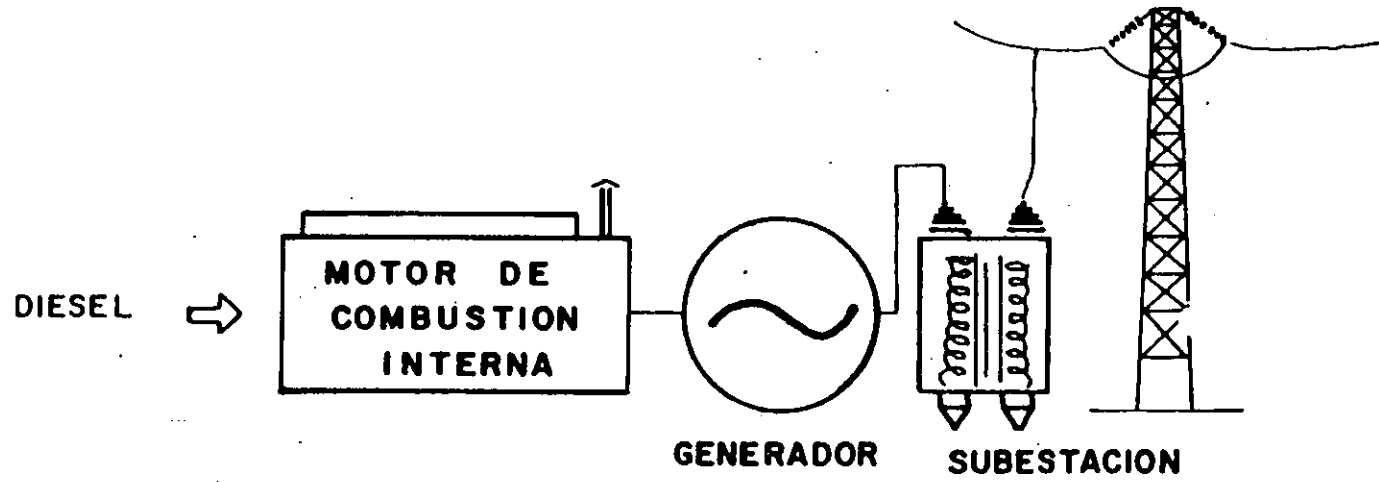


Fig. 3.9 Planta termoeléctrica con motor de combustión interna

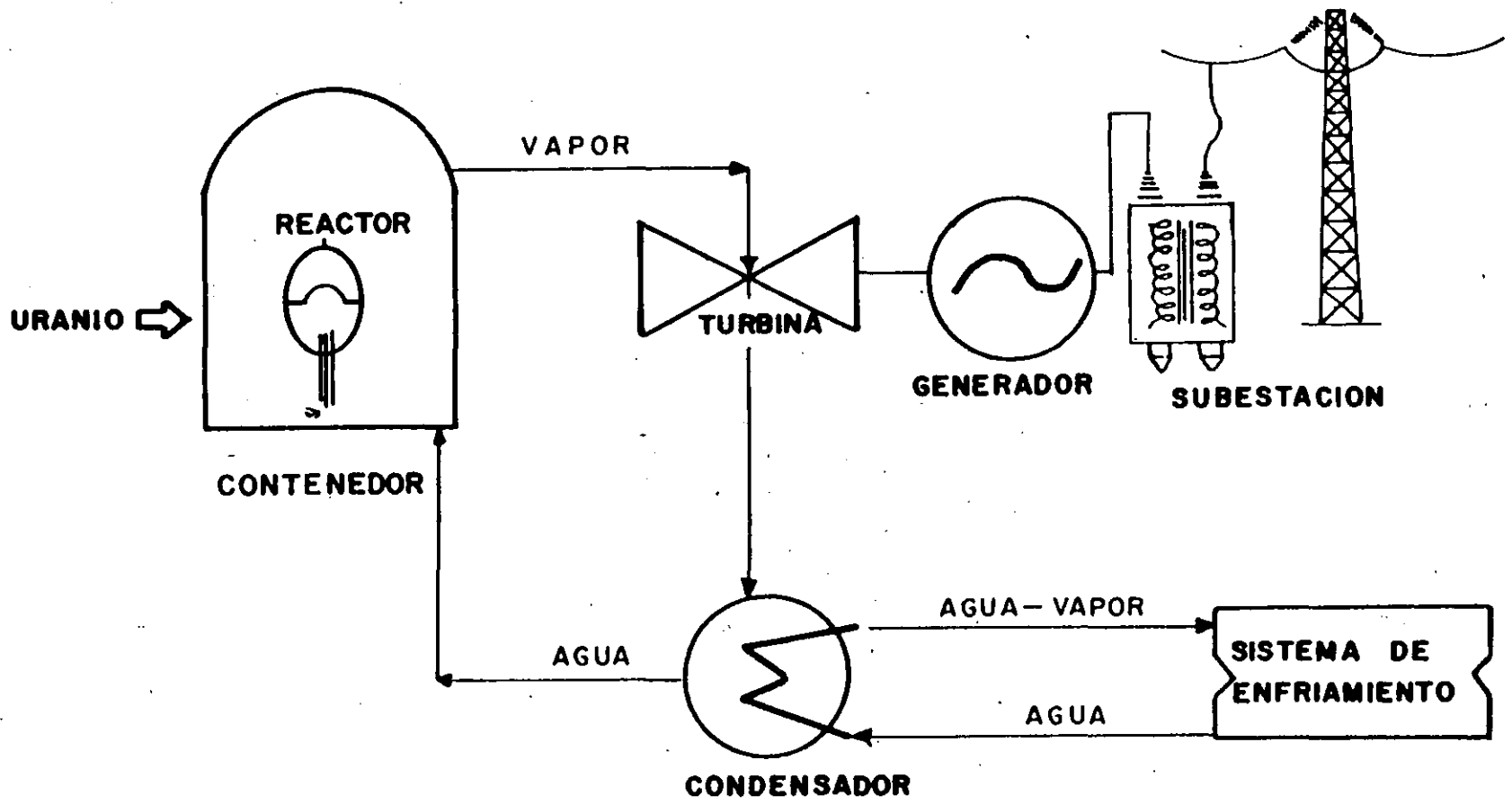


Fig. 3.10 Planta termoelectrica con reactor de fisión nuclear

1. Núcleo del reactor
2. Barras de control
3. Cambiador de calor
4. Presurizador
5. Vasija del reactor

6. Turbina
7. Generador eléctrico
8. Bomba de alimentación
9. Condensador
10. Agua de enfriamiento

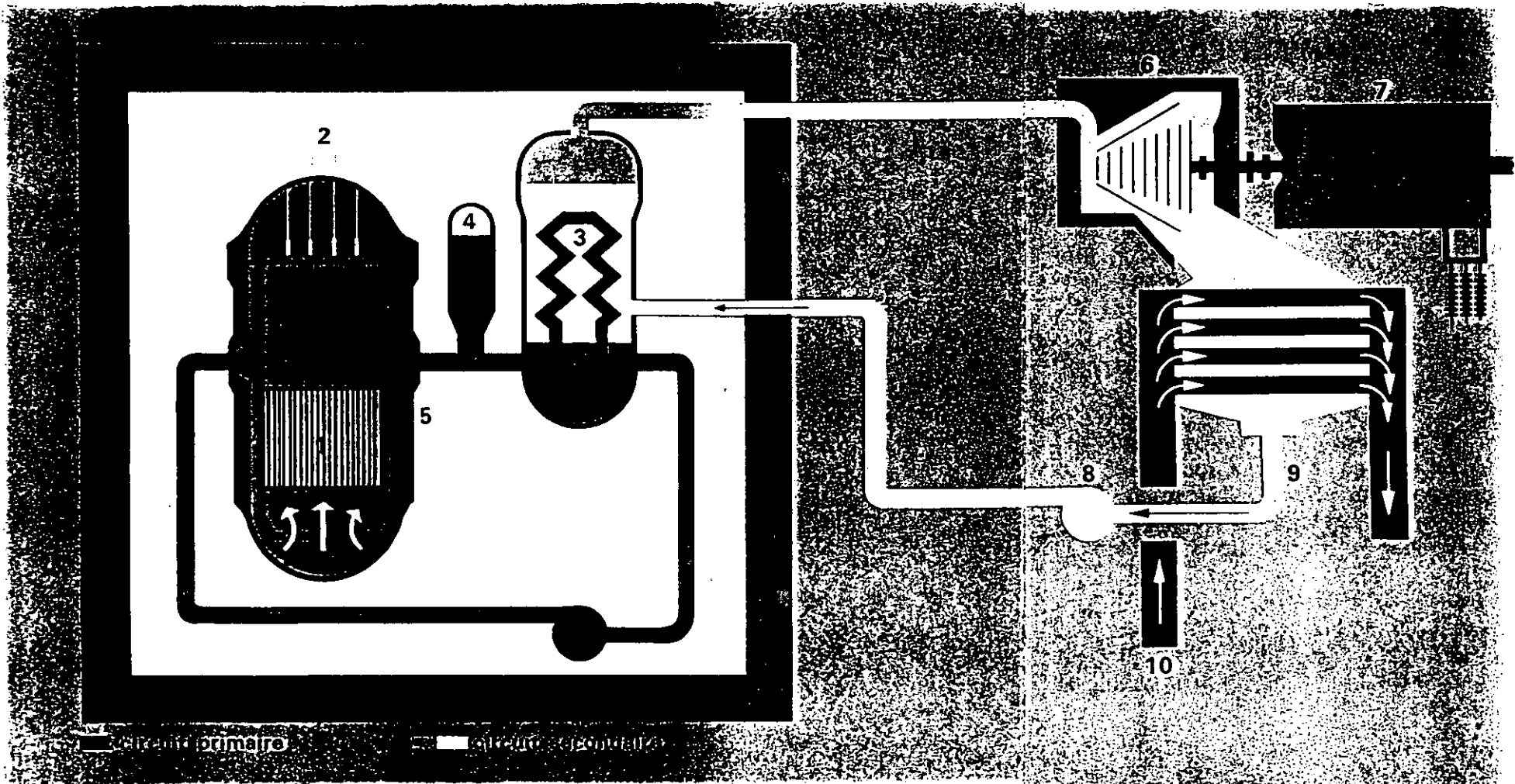


Fig. 3.11 Planta termoeléctrica con reactor de fisión nuclear del tipo de agua a presión

1. Núcleo del reactor
2. Barras de control
3. Separador
4. Secador
5. Vasija del reactor

6. Turbina
7. Generador eléctrico
8. Bomba de alimentación
9. Condensador
10. Agua de enfriamiento

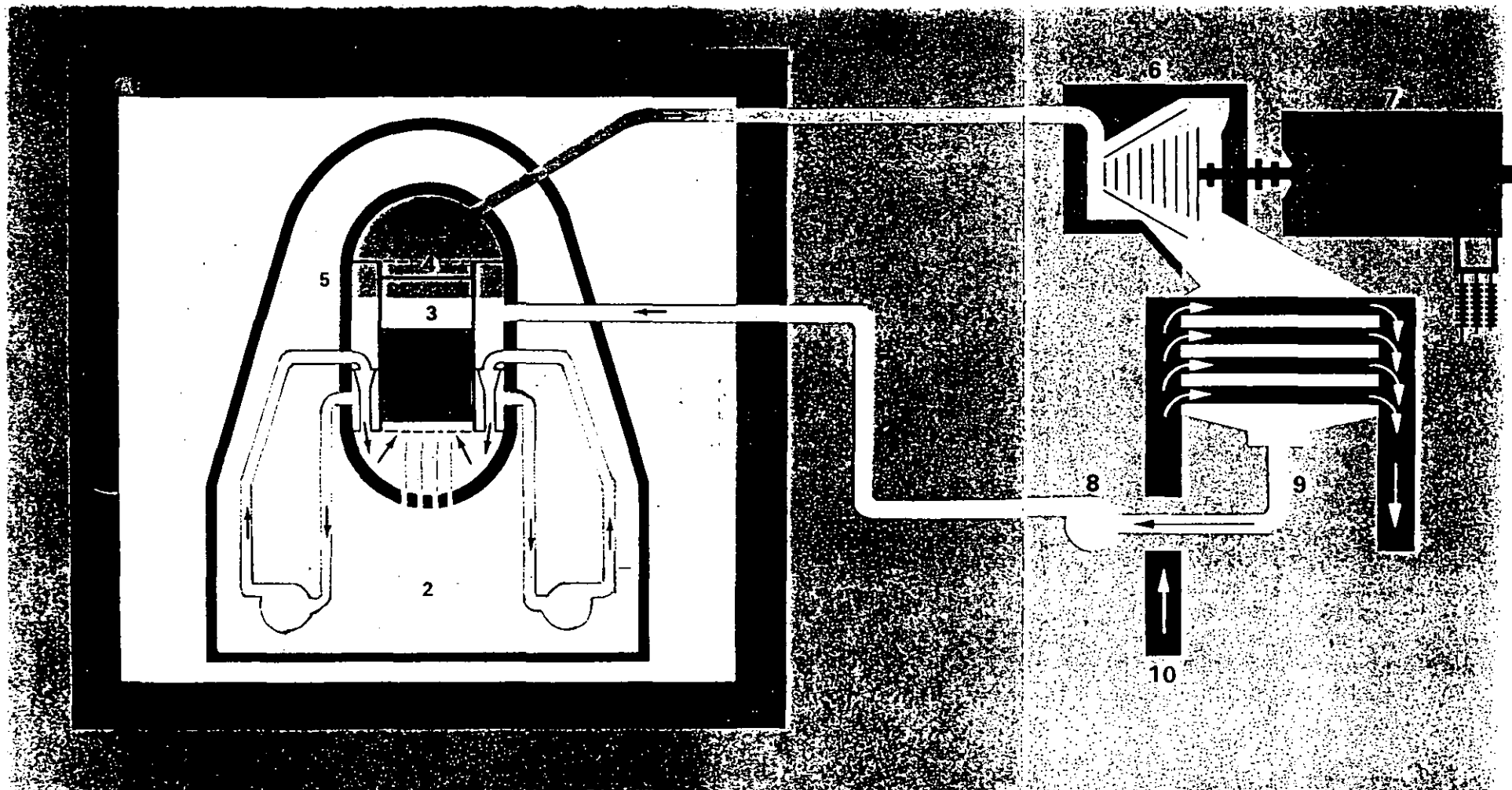


Fig. 3.12 Planta termoelectrica con reactor de fisión nuclear del tipo de agua en ebullición

En una planta nucleoelectrica, en lugar de obtener la energía térmica para producir vapor de agua mediante la combustión de un combustible fósil, se produce el calor mediante la fisión nuclear del uranio 235 en el interior de un reactor, como se indica en la Fig. 3.10. Existen varios tipos de reactores de fisión, como resultado de las distintas combinaciones de los elementos comunes: material fisiónable, moderador y refrigerante. Los más comunes comercialmente son los dos siguientes, identificados por las siglas en inglés:

PWR. Reactor de uranio ligeramente enriquecido, moderado y enfriado por agua ligera a presión (Fig. 3.11).

BWR. Reactor de uranio ligeramente enriquecido, moderado y enfriado por agua ligera en ebullición (Fig. 3.12).

La localización de las plantas generadoras, en el caso de las plantas hidroeléctricas y maremotrices o de las plantas geotérmicas, está determinada por el lugar donde se dan las condiciones naturales para realizar una conversión económica de la energía en energía eléctrica (incluyendo en la evaluación de la economía del proyecto el costo de la transmisión de la energía eléctrica hasta los lugares de consumo). En general - este tipo de desarrollos queda localizado lejos de los centros de consumo y requiere un sistema de transmisión de alta tensión para el transporte de la energía eléctrica.

En lo que se refiere a las plantas termoeléctricas que utilizan combustibles fósiles, resulta en general más económico -- transportar el combustible que la energía eléctrica, de manera que la tendencia en el pasado ha sido instalarlas cerca de los centros de consumo. Esto seguirá siendo aplicable para -- las plantas generadoras con turbinas de gas, que se usan para operar durante las horas de demanda máxima y durante emergencias. En cambio para las plantas con turbinas de vapor la utilización de grandes unidades generadoras, que permite reducir el costo por KW instalado, conduce a instalarlas en lugares -- donde puede disponerse de agua suficiente para la refrigeración (si esto no es posible se utilizan torres de enfriamiento, pero esta solución encarece la instalación), donde puedan obtenerse terrenos a un costo razonable y pueda disponerse de combustible barato. Todos estos factores y los problemas de -- contaminación atmosférica contribuyen a alejar este tipo de -- plantas de los centros urbanos y por lo tanto hacen necesaria la instalación de un sistema de transmisión de alta tensión.

En las plantas nucleares el costo del transporte del material de fisión es despreciable y no existe emisión de gases de -- combustión a la atmósfera, pero como en el caso anterior, el gran tamaño de las unidades, la necesidad de agua de refrigeración y consideraciones de seguridad hacen que tampoco se -- instalen en la proximidad de los centros de consumo.

Sistemas de transmisión y de distribución

En la Fig. 3.13 se representan esquemáticamente los principales elementos de un sistema de suministro de energía eléctrica.

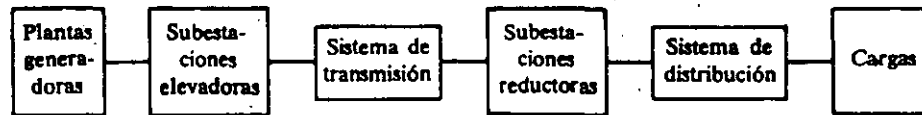


Fig. 3.13 Representación esquemática de un sistema de energía eléctrica.

Los sistemas de transmisión y distribución tienen como función hacer llegar a las instalaciones de los consumidores la energía eléctrica producida en las plantas generadoras.

En la Fig. 3.14 se muestra el diagrama unifilar simplificado de la red de alta tensión de un sistema eléctrico, indicando también las plantas generadoras y las cargas conectadas a la red. Estas cargas están constituidas por las subestaciones del sistema de distribución, el cual alimenta a los distintos consumidores servidos por el sistema. En la Fig. 3.15 se muestra un sistema de distribución radial.

En general, como ya se dijo, las plantas generadoras están alejadas de los centros de consumo y conectadas a éstos a través de una red de alta tensión, aunque algunas plantas generadoras pueden estar conectadas directamente al sistema de distribución.

La tensión se eleva a la salida de los generadores para realizar la transmisión de energía eléctrica en forma económica y se reduce en la proximidad de los centros de consumo para alimentar el sistema de distribución a una tensión adecuada. Esta alimentación puede hacerse directamente desde la red de transmisión, reduciendo la tensión en un solo paso al nivel de distribución, o a través de un sistema de subtransmisión o repartición, utilizando un nivel de tensión intermedio.

La elevación y la reducción de la tensión y la interconexión de los distintos elementos del sistema se realiza en las subestaciones, que constituyen los nudos de la red, cuyas ramas están constituidas por las líneas. De acuerdo con la función que realizan, las subestaciones pueden clasificarse en:

- a) Subestaciones elevadoras de las plantas generadoras.
- b) Subestaciones de interconexión de la red de alta tensión.
- c) Subestaciones reductoras para alimentar los sistemas de subtransmisión o de distribución.

Los sistemas de distribución pueden adoptar diversas disposiciones, ya sea que la distribución se haga con líneas aéreas o subterráneas y diversos arreglos de la topología del sistema: radial, en anillo o en red. Esto depende en gran parte de la densidad de carga en un área determinada y del tipo de carga.

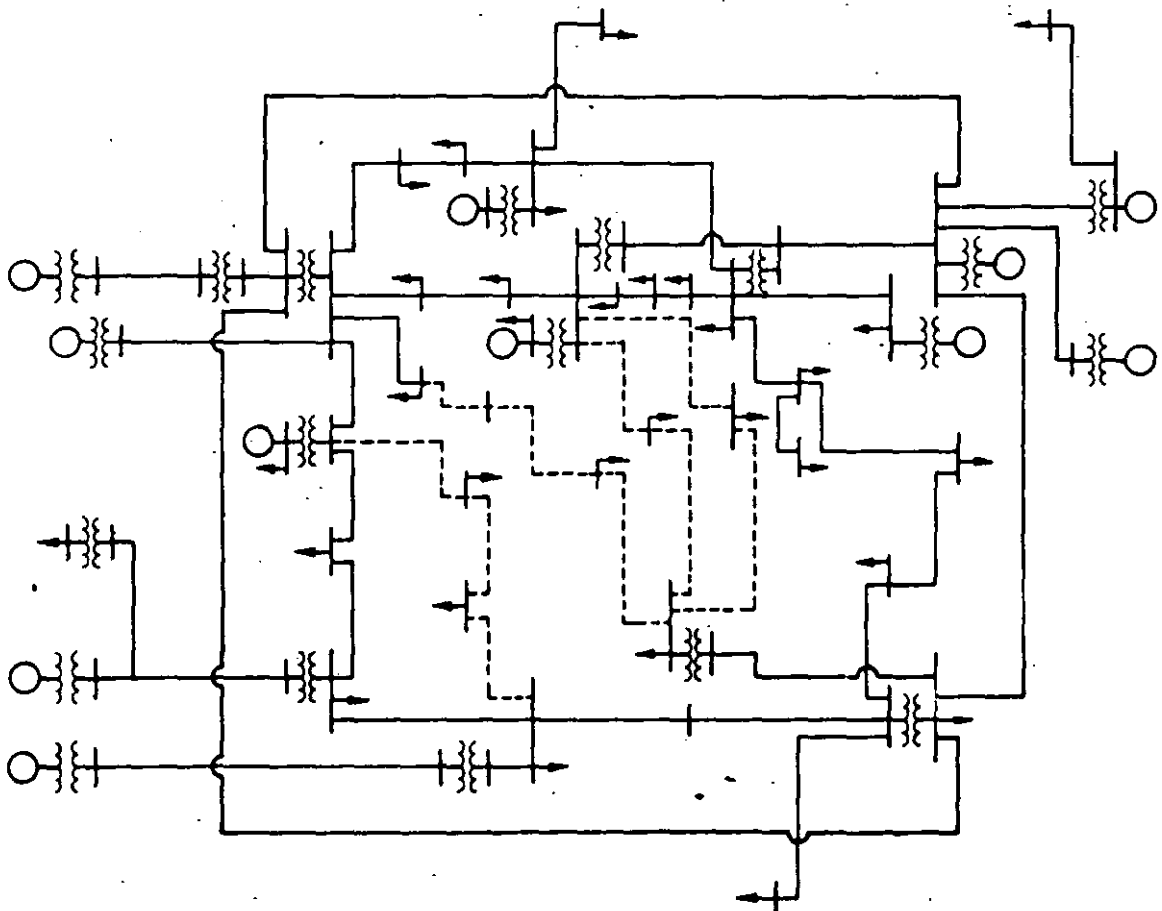


Fig. 3.14 Diagrama unifilar de una red de transmisión

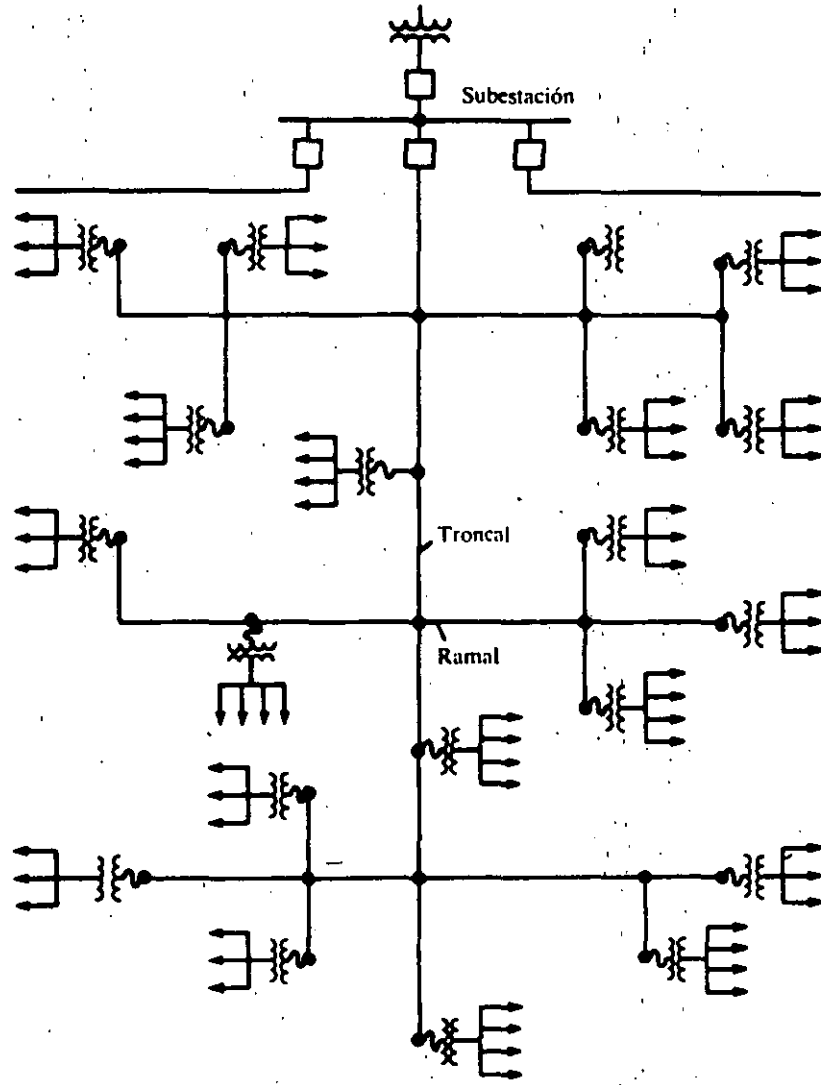


Fig. 3.15 Diagrama unifilar de un sistema de distribución radial

Calidad del servicio

La energía eléctrica ha adquirido tal importancia en la vida moderna que una interrupción de su suministro causa trastornos y pérdidas económicas insoportables e incluso puede tener consecuencias sociales graves como ocurrió con el "apagón" de más de 9 horas que afectó a la ciudad de Nueva York el 13 de julio de 1977.

El suministro de energía eléctrica tiene características específicas, que lo diferencian del suministro de otras energías secundarias, como son, por ejemplo los productos petrolíferos o el gas. La energía eléctrica no puede almacenarse económicamente en cantidades significativas por lo que la potencia eléctrica generada debe ser igual en cada instante a la potencia demandada por los consumidores más las pérdidas del sistema.

Además, la energía eléctrica debe suministrarse con una calidad adecuada, de manera que los aparatos que la utilizan funcionen correctamente. La calidad del suministro queda definida por los siguientes tres aspectos: continuidad prácticamente total del servicio, control de la frecuencia a un valor prácticamente constante y regulación del voltaje dentro de límites aceptables.

Las anteriores características han determinado la estructura actual de los sistemas eléctricos y condicionarán cualquier cambio que se pretenda hacer a esa estructura.

Continuidad del servicio.- Para mejorar la continuidad del servicio se ha recurrido a la interconexión de las plantas generadoras de electricidad mediante la extensión del sistema de transmisión de alta tensión, cuya finalidad inicial era básicamente transmitir la energía eléctrica generada hasta las cargas eléctricas. Esta interconexión permite, además, obtener economías de escala al utilizar unidades generadoras más grandes y compartir la reserva de generación para casos de emergencia, reduciendo así las inversiones necesarias en capacidad de generación.

La interconexión tiene una serie de consecuencias sobre la operación de los sistemas eléctricos.

En primer lugar hay que concebir y operar el sistema de manera que las corrientes que circulan por los elementos de la red no los sobrecarguen. En caso de falla de uno de esos elementos (un generador, una línea de transmisión o un transformador), la nueva distribución de las corrientes no debe provocar una desconexión en cascada de otros elementos por sobrecarga, que podría conducir a un colapso del sistema.

En segundo lugar en los sistemas eléctricos de corriente alterna todos los generadores deben funcionar en sincronismo, o sea - -

girar a la velocidad angular de rotación nominal, proporcional a la frecuencia eléctrica del sistema y al número de polos magnéticos de los generadores y deben mantener ese sincronismo -- tanto en operación normal, con cambios graduales de la carga, como en condiciones anormales, cuando pueden producirse cambios bruscos debidos a fallas de aislamiento en algún punto o a otras causas.

La preservación del equipo y de las instalaciones en caso de falla hace necesario disponer de un sistema de protección automático, que desconecte rápidamente la sección del sistema eléctrico afectada por la falla, para limitar los daños y para conservar el funcionamiento en sincronismo de los generadores y evitar así la desarticulación del sistema. Este sistema de protección es actuado generalmente por señales de corriente y de voltaje locales y actúa a su vez, también localmente, sobre dispositivos de interrupción.

Control de la frecuencia. - Considérese ahora otro de los factores que contribuyen a la calidad del servicio: el control de la frecuencia eléctrica del sistema. Una variación de la frecuencia con respecto a su valor nominal (60 ciclos por segundo en México) refleja un desequilibrio entre la potencia eléctrica total que están generando las unidades generadoras y la potencia total que están demandando las cargas eléctricas más las pérdidas reales del sistema. Este desequilibrio se manifiesta en cada unidad generadora por una variación de su velocidad de rotación. Los reguladores de velocidad o gobernadores de cada turbina u otro primomotor que impulse al generador, registran esta variación de velocidad y actúan sobre las válvulas de admisión de fluido al primomotor, llegándose a un nuevo estado de equilibrio; sin embargo esto se logra a una frecuencia ligeramente distinta de la nominal, debido a las características de operación de los reguladores de velocidad, necesarias para lograr que la operación de varias unidades generadoras en paralelo sea estable. Para restablecer la frecuencia del sistema a su valor nominal se requiere un control adicional centralizado, que establece el error de frecuencia del sistema y actúa sobre las unidades generadoras para anularlo. Este control centralizado se puede regionalizar si al error de frecuencia se le añade el error de intercambio de potencia entre subsistemas.

Regulación del voltaje. - Por último considérese el tercer factor que contribuye a la calidad del servicio: la regulación del voltaje.

Los aparatos conectados a los sistemas eléctricos están diseñados para operar a un valor determinado del voltaje, característica que ya se cumplía en el sistema de voltaje constante con cargas conectadas en paralelo concebido por Edison. El funcionamiento de esos aparatos será satisfactorio siempre que el --

voltaje aplicado no varíe más allá de ciertos límites; una variación de $\pm 5\%$ en los puntos de utilización, con respecto al voltaje nominal, se considera generalmente adecuada.

Si un sistema tuviese una carga fija y un régimen de generación fijo, sería posible mantener un voltaje determinado en cualquier punto del sistema mediante la elección adecuada de la relación de transformación de los transformadores. Sin embargo la carga de un sistema eléctrico varía considerablemente durante el transcurso de cada día. En los sistemas de corriente alterna esa carga está constituida por la potencia real o activa que requieren los aparatos que utilizan la energía eléctrica (entre los que los motores representan una proporción elevada) y también por la potencia reactiva, que es el resultado de la oscilación de potencia entre las inductancias y las capacitancias del sistema debido al cambio de polaridad de la corriente, que ocurre 120 veces en cada segundo en un sistema con frecuencia de 60 Hz.

La variación de la carga obliga a variar la generación para adaptarla en cada instante a la demanda de los consumidores, todo lo cual modifica la potencia real y reactiva que circula por las líneas de transmisión y los transformadores, lo que causa una modificación de las caídas de voltaje en los distintos elementos del sistema eléctrico. En efecto la variación de voltaje en cualquier punto del sistema es función de la variación de la potencia real y de la potencia reactiva en ese punto.

La potencia real se produce en los generadores eléctricos y se transmite a las cargas a través de los sistemas de transmisión y de distribución. En cambio la potencia reactiva puede suministrarse, además de hacerlo con los generadores funcionando con factor de potencia atrasado (sobre-excitados), mediante capacitores (condensadores industriales) y motores síncronos y es absorbida por las inductancias del sistema y por los generadores y motores síncronos funcionando con factor de potencia adelantado (sub-excitados) y por los motores de inducción.

En consecuencia la potencia reactiva puede y debe suministrarse lo más cerca posible de las cargas que van a absorberla, adaptando ese suministro a las necesidades de la carga, que varían a lo largo del día, disminuyendo así las variaciones de voltaje en el sistema y las pérdidas de potencia real, que serían mayores si toda la potencia reactiva se suministrara con los generadores.

Además hay que tener en cuenta que los distintos elementos inductivos del sistema absorberán más o menos potencia reactiva, según sea la magnitud de la corriente que circule por esas inductancias. Como esta corriente varía al variar la carga y el régimen de generación, hay que prever los medios de compensación de potencia reactiva adecuados para mantener los voltajes dentro de límites tolerables en los distintos puntos del sistema.

Lo anterior muestra que la regulación del voltaje da lugar a un control descentralizado, que pueda responder a señales de voltaje y corriente locales.

Las características de los sistemas eléctricos que se acaban de describir indican que estos sistemas deben concebirse y operarse como un conjunto donde todos los elementos y funciones, desde las plantas generadoras a las cargas, están estrechamente relacionados.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

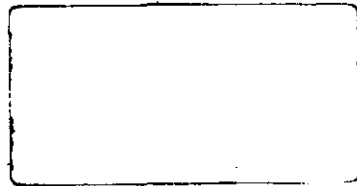
MODULO I

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

Del 28 de septiembre al 6 de octubre de 1992

I N T R O D U C C I O N

SEPTIEMBRE - OCTUBRE - 1992



VOLTAJES DE OPERACION

Table 1-1

Voltage class	Nominal line voltage
Low	120/240 V (single phase)
	208 V
	240 V
	480 V
	600 V
Medium	2.4 kV
	4.16 kV
	4.8 kV
	6.9 kV
	12.47 kV
	13.2 kV
	13.8 kV
	23.0 kV
	24.94 kV
	34.5 kV
	46.0 kV
High	69.0 kV
	115 kV
	138 kV
	161 kV
Extra high	230 kV
	345 kV
	500 kV
	765 kV

ESTRUCTURA DE UN SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA

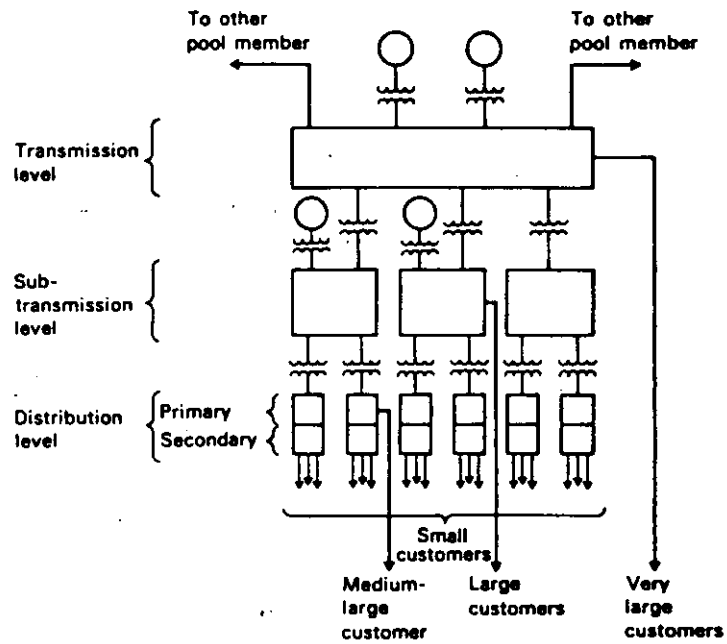
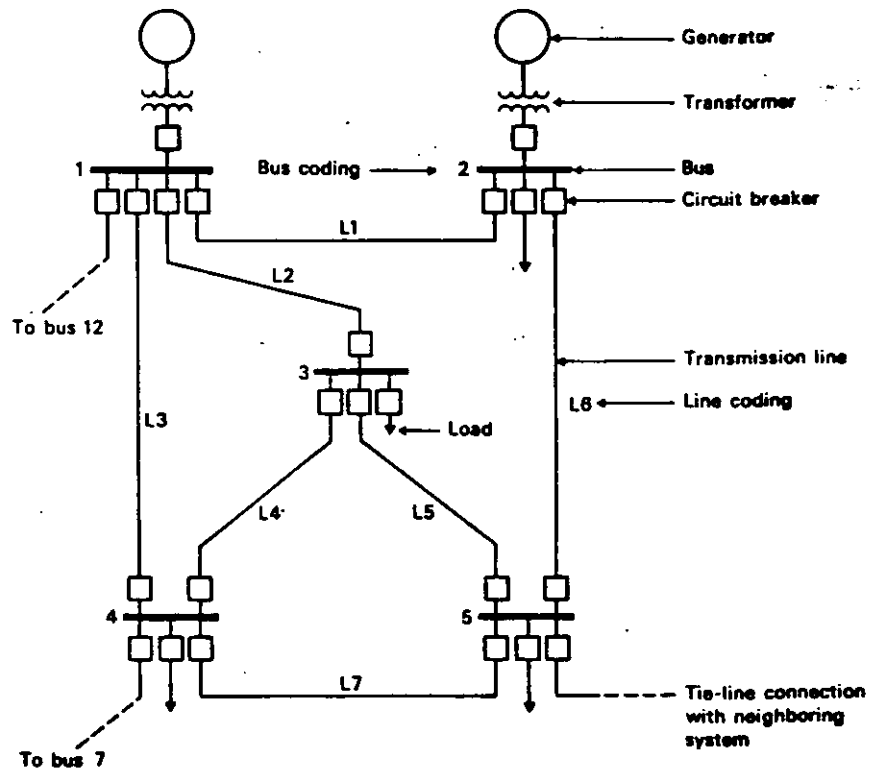


DIAGRAMA UNIFILAR DE UN SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA



PARA LA SOLUCION DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA UTILIZANDO COMPUTADORAS DIGITALES SE DEBEN SEGUIR LOS SIGUIENTES PASOS:

- a) Definición del problema
- b) Formulación matemática
- c) Selección de la Técnica de Solución
- d) Diseño del Programa
- e) Programación
- f) Verificación del Programa
- g) Aplicación

2.- El Generador Sincrono

A 7

- Generan el 100% de la energía eléctrica en los Sistemas Electricos de Potencia.
- Incorporan una mayor función de control en el sistema.

Analisis del Generador Sincrono

- En Estado estable
- En Estado transitorio o dinámico.

Tipos de Generadores sincronos.

- Máquina de polos lisos o de rotor cilíndrico.
- Máquina de polos salientes.

2.- El Generador Sincrono

- Generan el 100% de la energía eléctrica en los Sistemas Electricos de Potencia.
- Incorporán una mayor función de control en el sistema.

Analisis del Generador Sincrono

- En Estado estable
- En Estado transitorio o dinámico.

Tipos de Generadores sincronos.

- Máquina de polos lisos o de rotor cilíndrico.
- Máquina de polos salientes.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

C U R S O S A B I E R T O S

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

PRIMER MODULO:

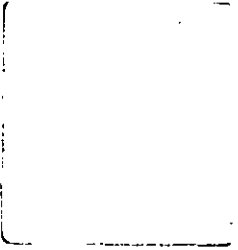
SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

COMPONENTES DE LOS SISTEMAS ELECTRICOS

EXPOSITOR:

ING. ALFREDO LOPEZ TAGLE

SEP-OCT. 92





II.— PRINCIPIO DE OPERACION DE LOS TRANSFORMADORES

- 1.— INTRODUCCION
- 2.— LÉYES FUNDAMENTALES
- 3.— PRINCIPIO DE OPERACION
- 4.— COMENTARIOS.

1.— INTRODUCCION.

Los transformadores son uno de los principales elementos que se encuentran invariablemente en un Sistema Eléctrico por grande o pequeño que éste sea, son estos elementos los que han permitido el desarrollo de la Industria Eléctrica hasta las magnitudes en que actualmente se encuentra, pues debido a que es posible la transformación de los parámetros, voltaje y corriente, se tiene la posibilidad de transmitir a grandes distancias, grandes bloques de energía permitiendo ésto disponer de las fuentes de energía (hidroeléctricas, geotermoeléctricas, nucleoeeléctricas, termoeeléctricas, etc.) por retiradas que se encuentren de los centros de consumo. Son también las máquinas más eficientes que se conocen, pues al no tener partes en movimiento no existen pérdidas por fricción o rozamiento y por otra parte la calidad de los materiales ferromagnéticos que componen al núcleo ha ido en aumento, lo cual permite que las eficiencias de estos equipos sean del orden del 98 al 99%.

2.— LEYES FUNDAMENTALES.

El principio de operación de los transformadores se puede comprender muy fácilmente si se consideran las siguientes leyes elementales:

a).— LEY DE OERSTED.- Cuando por un conductor circula una corriente, alrededor de este conductor se origina un campo magnético cuyo sentido depende del sentido de la corriente (Fig. No. 1).

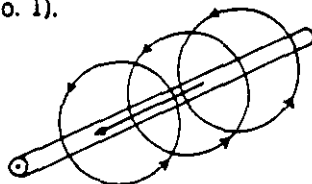


Fig. No. 1

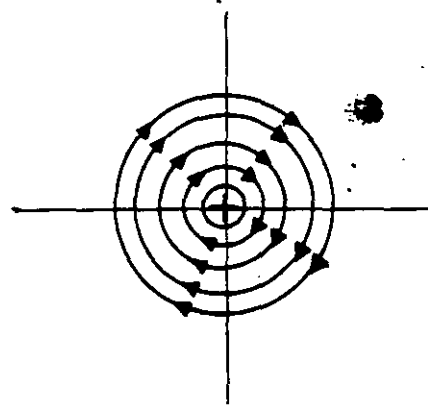


Fig. No. 2

En la Fig. No. 1 se muestra el campo magnético producido por la corriente que fluye por un conductor; el dedo pulgar de la mano derecha, muestra la dirección de la corriente y el resto de los dedos, la dirección del campo.

b).— LEY DE FARADAY.- Cuando se mueve un conductor cortando las líneas de un campo magnético (movimiento relativo entre campo y conductor), se genera una F. E. M. en las terminales del conductor cuya magnitud depende de la intensidad del campo, de la velocidad con que el conductor corta las líneas de flujo y por supuesto es función directa del número de conductores, lo cual matemáticamente se expresa como:

$$E = - N \frac{d\phi}{dt} = B l v$$

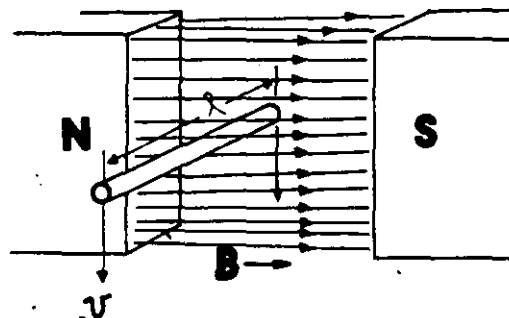
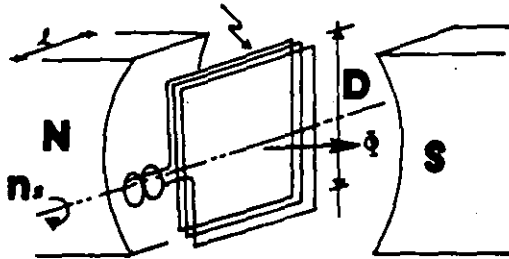


Fig. No. 3

El conductor al girar corta las líneas del campo, generando una F. E. M. detectada por el voltmetro.

N. Espiras



c.— LEY DE LENZ.- Establece que una corriente inducida tiene siempre una dirección tal, que se opone a la causa que la produce.

d).—LEYES DE KIRCHOFF.-1a. La suma vectorial de las caídas de voltaje en un circuito es igual a la suma de las fuentes que se encuentran en él (Fig. No. 3).

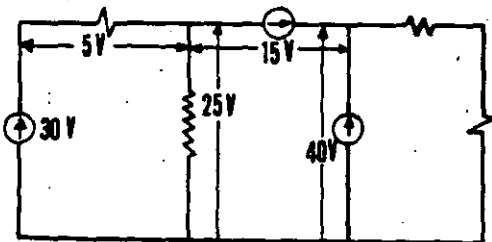


Fig. No. 3

2b.— La suma vectorial de las corrientes que entran en el nodo de un circuito eléctrico es igual a la suma de las corrientes que salen de ese nodo (Fig. 4).

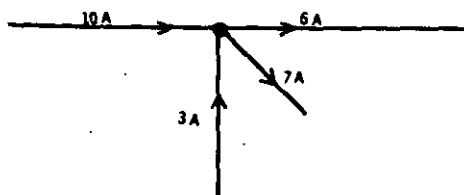


Fig. No. 4

3.— Principio de Operación: El principio del Transformador se basa en la transferencia de la energía eléctrica por inducción de un arrollamiento a otro, lo cual se puede comprender si tomamos en cuenta las siguientes consideraciones:

a).- Cuando por un conductor arrollado en espiras se hace circular una corriente se produce un flujo magnético como el que se representa en la Fig. 5.

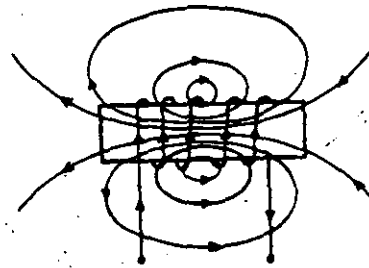


Fig. No. 5

Flujo que se origina en un arrollamiento con núcleo de aire.

b).- Si el mismo arrollamiento se desarrolla sobre un núcleo de material ferromagnético, se produce un campo concentrado cuyo camino principal está determinado por el circuito del material magnético, como el que se muestra en la Figura No. 6; dicho campo es alterno y su frecuencia, depende de la frecuencia de la fuente.

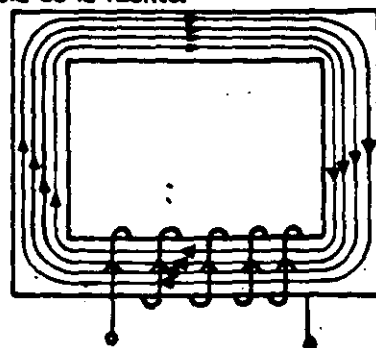
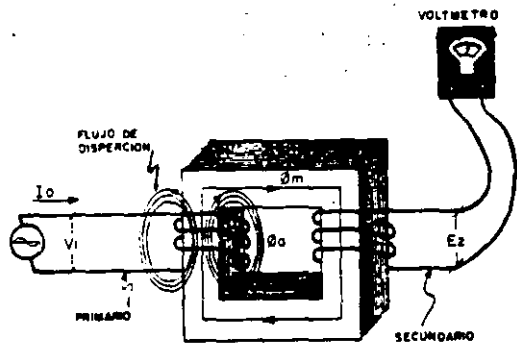


Fig. No. 6

c).- De acuerdo con la Ley de Faraday ya mencionada, si arrollamos un segundo conductor en el núcleo de material ferromagnético mostrado en la Figura No. 6 se obtendrá un F. E. M. inducida en las terminales de dicho conductor, como se muestra en la Figura No. 7.



NOTA: Se le llama primario, al devanado al cual se conecta la fuente y secundario al devanado al cual se conecta la carga.

d).- El diagrama vectorial que nos representa la condición anterior, es el que se muestra en la Figura No. 8 y nos indica que:

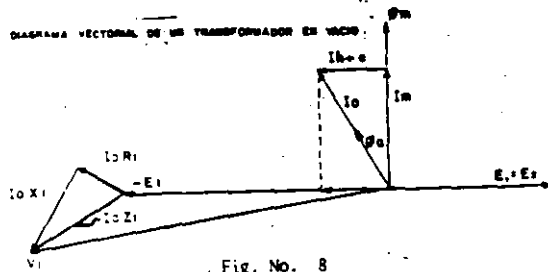
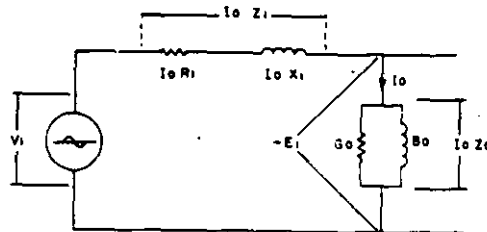


Fig. No. 8

Quando se aplica un voltaje V_1 al devanado del primario, estando abierto el secundario, circulará una corriente I_0 por el devanado primario, como se muestra en la Fig. No. 7 y 8, la cual por ser un circuito altamente inductivo se encuentra atrasada casi 90° con respecto al voltaje V_1 .

El hecho de que el desplazamiento no sea de 90° ; se debe a la corriente I_{h+e} la cual origina las pérdidas en el núcleo del transformador, la componente I_m , es la que origina el flujo magnético ϕ_m , el cual corta tanto a las bobinas del primario como a las del secundario. Por la acción de este flujo y de acuerdo con la Ley de Faraday se inducirán las fuerzas electromotrices E_1 y E_2 en los devanados correspondientes, el sentido de las cuales y de acuerdo a la Ley de Lenz, deberá de ser de 180° . (Ver Fig. No. 9. Debido a la resistencia del cobre del devanado, se tiene una caída de voltaje $I_0 R_1$, la cual se encuentra en fase con I_0 ; a 90° adelante con respecto a $I_0 X_1$, la cual es originada por el flujo de dispersión ϕ_a , que solo afecta a este devanado, como se muestra en las Figuras No. 7 y 8; de lo anterior se puede elaborar un circuito compuesto por una fuente V_1 y las cargas Z_1 y $Z_0 = \frac{E_1}{I_0}$ a la cual se le llama impedancia de excitación (Ver Fig. No. 9).



CIRCUITO EQUIVALENTE DEL PRIMARIO DE UN TRANSFORMADOR EN VACIO

Fig. No. 9

- e).- Al cerrar el circuito del secundario por medio de una carga (Ver Fig. No. 10) circulará una corriente I_2 cuyo sentido, de acuerdo con la Ley de Lenz, tendrá que ser tal que el flujo que genere esta corriente I_2 se debe oponer al flujo principal, que originó la corriente I_1 , a este efecto que origina el sentido de la corriente, se le conoce como POLARIDAD.

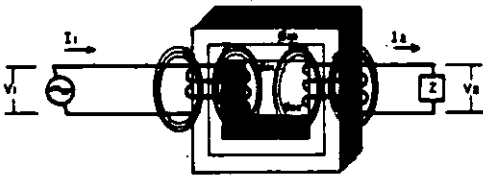


Fig. No. 10

El flujo producido por I_2 provoca una disminución en el flujo ϕ_m y por lo tanto una reducción en las FEMS E_1 y E_2 , por lo que al aumentar la diferencia entre V_1 y E_1 entra al transformador una corriente mayor a I_1 que se compone de la corriente original I_0 y una corriente I_1' la cual forma una FMM $I_1' N_1$ que es igual y opuesta a $I_2 N_2$, llevando el flujo ϕ_m a su valor original. Esto sucede durante todo el rango de trabajo del transformador. Si I_2 disminuye, crece el flujo ϕ_m y aumenta E_1 y E_2 al disminuir la diferencia entre V_1 y E_1 disminuye I_1 de tal manera que ϕ_m se conserva en el mismo valor.

Esta regulación automática de los amper vueltas primarios y secundarios, es el mecanismo de la transferencia de energía que permite conservar prácticamente constantes los voltajes inducidos y por tanto los voltajes terminales.

- f).- El diagrama vectorial que nos representa a un transformador cuando se conecta una carga en el secundario, cuya característica predominante es inductiva, es el que se muestra en la Figura No. 11.

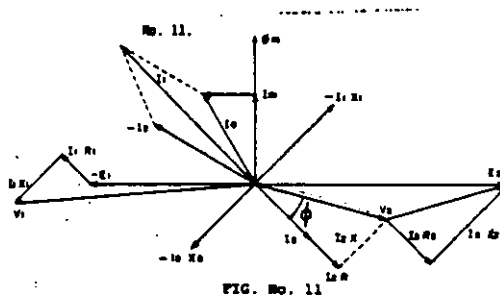


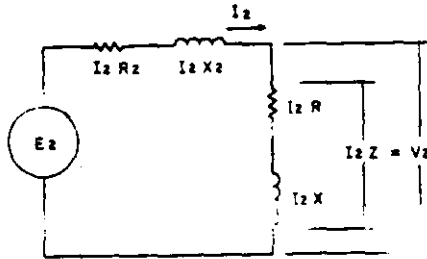
FIG. No. 11

DIAGRAMA VECTORIAL DE UN TRANSFORMADOR CON CARGA.

Como se mencionó anteriormente cuando se energiza el primario de un transformador y el secundario se encuentra vacío, aparece una FEM E_2 en las terminales del secundario; en el momento en que se aplica carga al secundario, el voltaje en las terminales del secundario irá variando de acuerdo con las características de la carga y la impedancia propia del transformador.

Las características de la carga (R , X), definirán el ángulo ϕ que existe entre el voltaje aplicado a la carga y la corriente que circulará por ésta (Al coseno del ángulo ϕ se le conoce como factor de potencia) la caída $I_2 R_2$ se encuentra en fase con la corriente I_2 , en donde R_2 es la resistencia ohmica del devanado secundario, la caída $I_2 X_2$ depende del flujo de dispersión ϕ_a .

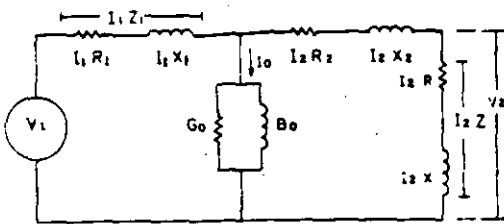
En forma similar el circuito mostrado en la Figura No. 9 se puede establecer para el secundario el siguiente circuito (Ver Fig. No. 12).



CIRCUITO EQUIVALENTE DEL SECUNDARIO DE UN TRANSFORMADOR CON CARGA

Fig. No. 12

g).- Para fines de cálculo se puede establecer el diagrama equivalente (Fig. 13) que considera a los dos devanados en un solo circuito eléctrico, no obstante que la conexión entre ellos es magnética y no eléctrica. Este diagrama es el general y se debe considerar de acuerdo con el estudio que se esté realizando, pues dependiendo de dicho estudio, se pueden despreciar algunos de estos parámetros.



CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN TRANSFORMADOR CON CARGA.

Fig. No. 13

Para poder elaborar este diagrama, se requiere referir los valores del secundario con respecto al primario o a la inversa, lo cual se puede obtener mediante las siguientes consideraciones:

$V_1 I_1 = V_2 I_2$ (Capacidad del primario = Capacidad del secundario, despreciando las pérdidas del transformador).

$N_1 I_1 = N_2 I_2$ (Fuerza magnetomotriz del primario = Fuerza magnetomotriz del secundario).

De donde:

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$ a (Relación de Transformación).

$I_1 = \frac{I_2}{a} I_2$ (Corriente del secundario referido al primario).

$V_1 = a V_2 = V_2'$ (Voltaje del secundario referido al primario).

$I_2' R_2' = a (I_2 R_2)$ si $I_2' = I_2/a$

Se deduce:

$R_2' = a^2 R_2$ (Resistencia del secundario referida al primario).

En la misma forma:

$X_2' = a^2 X_2$ (Reactancia del secundario referida al primario).

Y:

$Z_2' = a^2 Z_2$ (Impedancia del secundario referida al primario).

4.— COMENTARIOS:

Los conceptos vertidos en este capítulo, tienen como finalidad establecer los principios básicos requeridos para comprender el funcionamiento del transformador.

Se considera que dichos conceptos, reforzaran los conocimientos académicos del Ingeniero novel que se inicia en las actividades de mantenimiento.



III. TIPOS DE TRANSFORMADORES



III.- TIPOS DE TRANSFORMADORES

Los transformadores pueden clasificarse desde diferentes puntos de vista, empezaremos por su forma y proporción del núcleo.

1.- TIPO DE NUCLEO

a).- ACORAZADO (Shell).- Tiene como característica que el núcleo es el que envuelve a las bobinas (ver Figura No. 1).

Este tipo de diseño tiene algunas ventajas: Alta resistencia mecánica, baja impedancia, facilidad para transportar en mayores potencias, mejor regulación, también tiene desventajas que se deben considerar como: Costo inicial, costo de reparación, etc.

b).- DE COLUMNAS.- Su característica principal es que las bobinas envuelven al núcleo (ver Figura No. 2).

Se utiliza generalmente en mediana y baja potencia, con algunas ventajas como:

- 1.- Bajo costo
- 2.- Mayor impedancia
- 3.- Menor costo

Sin embargo presenta algunas desventajas como:

- 1.- Menor resistencia mecánica
- 2.- Menor regulación.

2.- TIPO DE ENFRIAMIENTO

a).- OA Sumergido en líquido aislante (enfriamiento natural).

b).- OA/FA Sumergido en líquido aislante (enfriamiento con aire forzado).

c).- OA/FA/FOA Sumergido en líquido

aislante (enfriamiento con circulación de aceite y ventilación forzada).

d).- FOA (sumergido en líquido aislante con enfriamiento por aceite y aire forzado).

e).- OW Sumergido en líquido aislante enfriamiento con agua).

f).- FOW (Sumergido en líquido aislante, con enfriamiento de aceite forzado con enfriadores de agua forzada).

g).- AA (Tipo seco, con enfriamiento propio).

h).- AFA (Tipo seco, con enfriamiento por aire forzado).

i).- AA FA (Tipo seco con enfriamiento natural con enfriamiento por aire forzado).

La descripción de cada uno de éstos tipos, se encuentra detallada en sección No. 6 de este manual.

3.- POR EL NUMERO DE FASES

- a).- Monofásicos
- b).- Trifásicos.

En sistemas de potencia el transformador monofásico tiende a desaparecer, por el alto costo y área de instalación, debido a que los diseños modernos dan mayor confiabilidad a los transformadores trifásicos.

4.- POR SU LOCALIZACION

- a).- Interior
- b).- Interperie.

Esta clasificación depende del diseño de la Subestación, pero para transformadores de gran potencia, es recomen-

dable el tipo intemperie debido a su volumen.

5.- POR SU CAPACIDAD

- a).- De potencia 500 KWA y mayor
- b).- De distribución 500 KWA y menor.

6.- POR SU APLICACION.

- a).- Elevador
- b).- Reductor
- c).- De instrumentos
- d).- De tierras
- e).- Regulador, etc.

7.- POR TIPO DE PRESERVACION DEL ACEITE.

Respiración a través de sílica.
 Sello de Nitrógeno (N2)
 Aislado con Bolsa o Diafragma.
 Respiración libre.

CON TANQUE CONSERVADOR

SIN TANQUE CONSERVADOR

Respiración a través de sílica.
 Sellado con gas (aire ó nitrógeno).

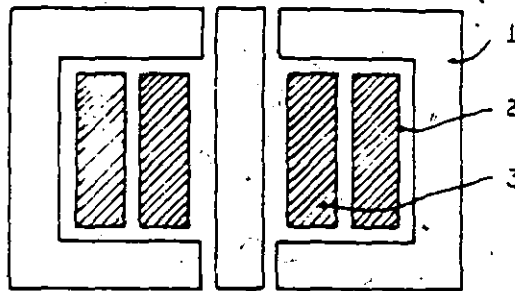
NOTA: Para mayor información ver sección No. 7 ACEITES AISLANTES.

8.- POR CONEXION.

Las conexiones más comunes son:

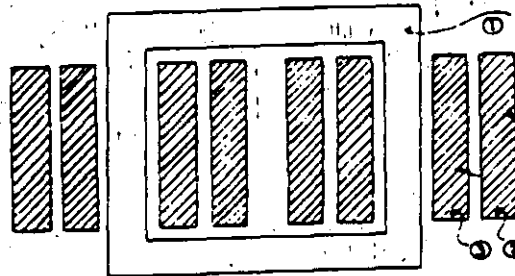
- a).- Delta Estrella
- b).- Estrella Estrella
- c).- Estrella Estrella Delta
- d).- Delta Delta
- e).- Zig-Zag (Estrella rota)
- f).- Estrella Delta

Aunque existen otras conexiones menos utilizadas en nuestro sistema.



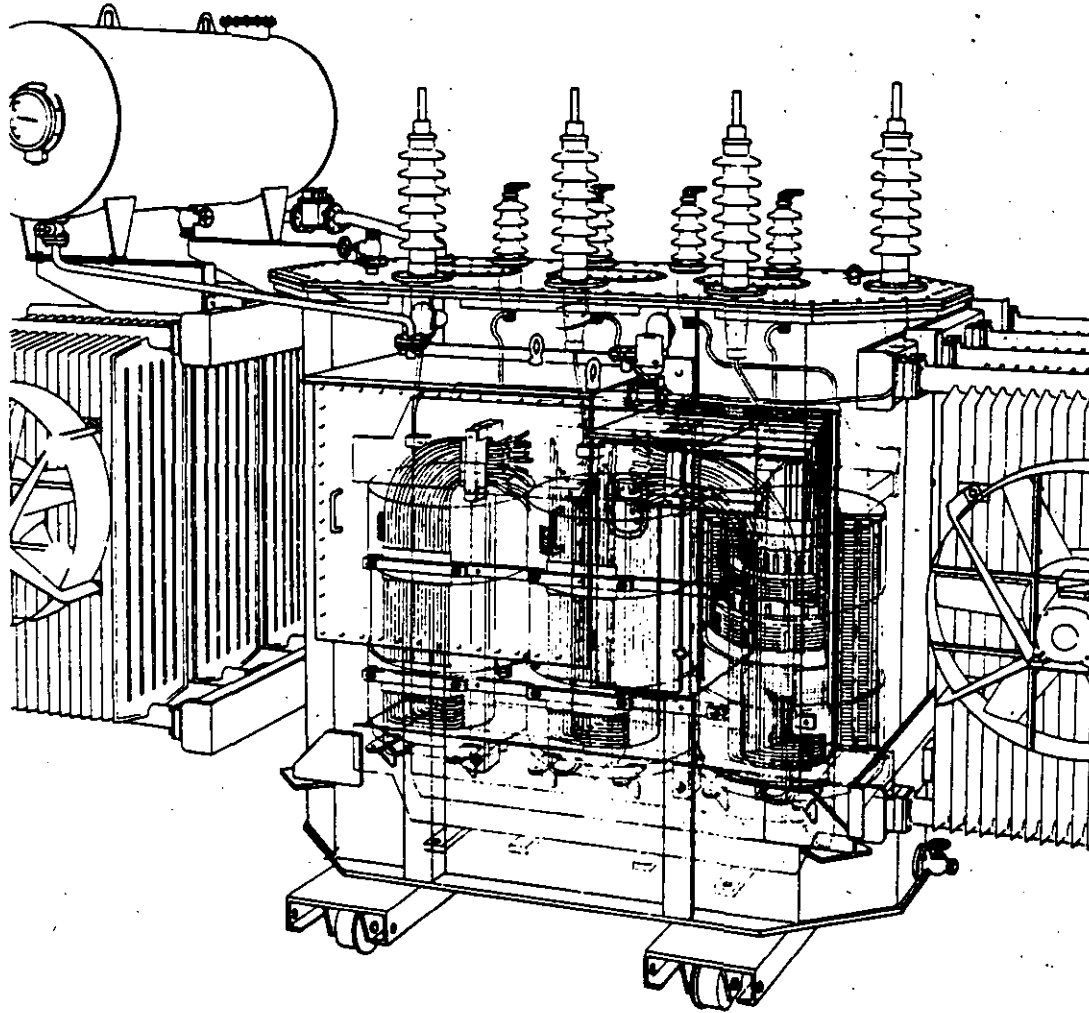
- 1).- NUCLEO
- 2).- BOBINA ALTA TENSION
- 3).- BOBINA BAJA TENSION

FIG. No. 1



- 1).- NUCLEO
- 2).- BOBINAS DE ALTA TENSION
- 3).- BOBINAS DE BAJA TENSION

FIG. No. 2



VISTA INTERIOR DE UN TRANSFORMADOR
TIPO DE COLUMNAS.



IV.— AISLAMIENTOS



Los aislamientos en un transformador de potencia son necesarios para mantener una separación adecuada entre dos puntos de diferente potencial, dentro del circuito eléctrico del propio transformador; en términos generales y dependiendo de los puntos que se van aislar, los aislamientos se pueden clasificar en las siguientes categorías:

- Aislamiento principal o mayor, el cual comprende la separación entre devanados diferentes de una misma fase, así como la separación entre devanados y tierra.
- Aislamiento menor, que comprende la separación entre espiras (vueltas) adyacentes y además, la separación entre secciones del mismo devanado.
- Aislamiento entre fases diferentes, que comprende la separación entre los devanados de estas fases.

Los materiales que integran los aislamientos en un transformador son básicamente aceite y papel aislante, de altas características de rigidez dieléctrica; además, aunque en menor proporción, se utilizan otros materiales como madera, vidrio, porcelana, etc. De acuerdo a sus características térmicas, tanto el aceite como el papel se clasifican en la clase "A", los cuales deben operar a temperaturas máximas de 105°C, sin pérdida de vida por degradación térmica.

En los transformadores como ya se dijo existen materiales aislantes con otra clasificación diferente a la "A" pero debido a que la limitante es el aceite, por esa razón el aislamiento del transformador se considera como aislamiento clase "A". Por otra parte existen transformadores tipo seco clasificados con aislamiento clase H, que son para temperaturas máximas de 125°C.

En la actualidad existen otros productos aislantes que están en proceso de desarrollo

como lo es el silicón y el Hexafloruro de azufre que se comienzan a utilizar en transformadores; pero hasta este momento no existe una clasificación definida para estos productos.

Además de la degradación térmica, la vida de estos materiales aislantes es afectada por la humedad, contaminación química, efecto corona, esfuerzos anormales de voltaje y esfuerzos mecánicos.

Con los transformadores de potencia en servicio, los sistemas de aislamiento deben soportar esfuerzos dieléctricos debidos a la excitación continua de voltajes normales, a voltajes transitorios bajo condiciones de falla, sobretensiones ocasionadas por maniobras y sobretensiones de impulso debidos a descargas atmosféricas; todas estas sobretensiones implican severos esfuerzos eléctricos, sobre todo los frentes de onda de sobretensiones de impulso, llegándose a producir la falla de los aislamientos al sobrepasar los límites de diseño, errores en los mismos o deficiencias de construcción; durante su servicio, los aislamientos sufren deterioros que provocan la falla a largo plazo, estos deterioros son provocados por la presencia de pequeñas descargas eléctricas (parciales), las cuales ocurren a través de pequeñas partes del aislamiento, que por deterioro progresivo y generación de gas, llegan a provocar la falla; como ya se mencionó, otra causa de degradación a largo plazo lo constituye la temperatura y los esfuerzos eléctricos continuos del voltaje normal de operación, que provocan lo que se conoce como "Pérdida de vida de los aislamientos".

Para garantizar la operación satisfactoria de los aislamientos, dentro de ciertos límites establecidos de acuerdo a normas, diseño y coordinación de los aislamientos, tanto internos como de los instalaciones externas y ligadas a los transformadores, se han establecido pruebas de laboratorio tales como, de baja frecuencia, de impulso y de maniobra.



Tanto las pruebas de voltaje de baja frecuencia, como las pruebas de impulso y de maniobra, son definidas de acuerdo a normas y a voltajes nominales ya establecidos.

MATERIALES PARA LOS AISLAMIENTOS

PAPEL Y PRESSBOARD. El papel es una de las partes más importantes en los transformadores modernos que merece una mención especial.

El papel puede ser clasificado como un producto natural. Muchas clases de fibras se encuentran en la naturaleza de las cuales se puede hacer un papel dieléctrico de buena calidad.

PAPEL KRAFT..... FIBRA DE MADERA

PAPEL MANILA..... CUERDA DE MANILA

KRAFT BOARD..... FIBRA DE MADERA

PRESS BOARD..... MADERA Y ALGODON

El papel tiene una excelente resistencia dieléctrica y bajas pérdidas dieléctricas cuando está seco, pero puede absorber humedad muy rápidamente.

Con objeto de superar esta dificultad, debe ser secado y tratado (impregnado) en algún líquido (aceite, barniz o resina) para ex-

cluir humedad y mantener la rigidez dieléctrica. Tal tratamiento llena los espacios huecos entre fibras e incrementa la rigidez dieléctrica.

ACEITE: El aceite es igualmente la otra parte importante del aislamiento del transformador. El aceite, como el papel, es un producto natural que contiene una variedad de impurezas y en diferentes cantidades.

Es universalmente usado principalmente porque tiene un bajo costo comparado con cualquier otro aislante líquido sintético.

Tiene también la particular ventaja de impregnar plenamente el papel.

Se considera que las corrientes de ruptura tienen en el aceite la particularidad de crear cargas eléctricas espaciales, que reducen el esfuerzo efectivo e incrementan la rigidez; mientras que en otros líquidos aislantes, las corrientes de ruptura, una vez establecidas, producen una falla completa. Este fenómeno no está totalmente aclarado, aunque ha sido sujeto a gran cantidad de estudios.

Independientemente de la investigación, el hecho es que el papel impregnado de aceite es a la fecha, el material económico de más alta rigidez.



VII.— ACEITES AISLANTES

- 1.- NATURALEZA Y COMPOSICION QUIMICA DE LOS ACEITES AISLANTES
- 2.- MANEJO Y ALMACENAMIENTO DE ACEITES AISLANTES
- 3.- MUESTREO DE LOS ACEITES AISLANTES
- 4.- GUIA DE PRUEBAS PARA ACEITES AISLANTES.
- 5.- INHIBIDORES DE OXIDACION PARA ACEITES AISLANTES



1. NATURALEZA Y COMPOSICION QUIMICA DE LOS ACEITES AISLANTES.

Los aceites aislantes naturales, son derivados de la destilación fraccionada del petróleo.

La materia prima para su elaboración consiste de fracciones del petróleo crudo obtenidas en una torre de destilación al vacío (50 mm. deHg) entre los 260 y 371°C las cuales poseen las características físicas adecuadas para su obtención, como son viscosidad, punto de inflamación peso específico, etc.

Esta materia prima está constituida por hidrocarburos parafínicos, nafténicos y aromáticos además de bajas concentraciones de productos orgánicos de azufre, oxígeno y nitrógeno.

Los compuestos de oxígeno, nitrógeno y azufre son los que proporcionan al aceite su inestabilidad a la oxidación (corrosivos), mientras que de todos los componentes, los del tipo aromático juegan el papel principal o más importante.

La cantidad de los diferentes tipos de compuestos depende definitivamente del tipo de crudo refinado y del proceso en sí de refinación.

Los procesos de elaboración básicamente están encaminados a eliminar los compuestos indeseables de las materias primas. Algunos de estos procesos son el de hidrogenación, el de ácido sulfurico y el de furfural.

El método del ácido sulfúrico es el de mayor uso en Estados Unidos y se usó en México hasta 1953.

El método del furfural es el que se emplea actualmente en la refinería de Salamanca. El furfural es un solvente selectivo que elimina compuestos polares y aromáticos.

Esta eliminación se puede controlar mediante la regulación de aceite - furfural.

El método de hidrogenación es de poco uso y en algunos lugares de Estados Unidos y en México inclusive está en experimentación.

Este método consiste en el tratamiento del crudo en atmósfera de hidrógeno a alta presión y temperatura en presencia de catalizadores sólidos. Algunos experimentos revelan que con este proceso se obtienen aceites de mejor calidad en cuanto a su contenido de hidrocarburos aromáticos que con otros métodos, se obtienen también contenidos bajos de azufre (alrededor de 0.2-0.5%).

Los crudos para la elaboración de los aceites aislantes son de dos tipos, el de la base nafténica y el de la base parafínica. Si un aceite tiene más del 50% de compuestos parafínicos, será de base parafínica, etc. Si el crudo es de base nafténica, la gravedad específica del aceite será mayor que si el crudo es de base parafínica.

El punto de escurrimiento de un aceite de base parafínica estará más cercano a los 0°C, que si el aceite proviene del crudo base nafténica.

En climas muy fríos es recomendable por lo tanto tener en servicio aceites elaborados de un crudo de base nafténica.

Es de conocimiento muy difundido, el hecho de que los aceites que proceden de un crudo de base parafínica presentan una mayor tendencia a gasificarse cuando son sometidos a esfuerzos eléctricos.

Los hidrocarburos aromáticos son más estables desde el punto de vista eléctrico y por lo tanto presentan una menor tendencia a gasificarse. Absorben el hidrógeno liberado por los hidrocarburos saturados y de este modo disminuyen el peligro de gasificación. Una parte de este grupo de compuestos constituyen los antioxidantes naturales del aceite, pues su reacción de oxidación es autorretardante ya que reaccionan



con los peróxidos evitando que continúe su reacción progresiva.

Los compuestos nafténicos o ciclo parafinas hierven a temperaturas más altas de donde se obtiene su mayor estabilidad con el aumento de temperatura.

Los corrosivos son hidrocarburos alifáticos que contienen átomos reactivos de azufre capaces de disolver metales catalíticos los que en forma ionizada y soluble promueven la peroxidación. Casi todos los crudos contienen algunos corrosivos en su constitución y se agregan otros durante la destilación por ruptura de materiales nafténicos del aceite crudo.

Los corrosivos son básicamente de dos tipos:

- a.- Los que reaccionan con Sosa Caustica en el proceso de refinación y pueden ser eliminados por esta substancia produciendo un aceite neutro.
- b.- Corrosivos que no pueden eliminarse con Sosa y que requieren un tratamiento químico más severo.

En relación a la composición más adecuada para un buen aceite aislante existen diversas opiniones respecto a la proporción de cada uno de sus constituyentes, principalmente de los hidrocarburos aromáticos.

Especialistas que durante largo tiempo han estudiado acerca de los aceites aislantes estiman la siguiente composición para un buen aceite aislante.

Hidrocarburos aromáticos del 18 al 25%
Hidrocarburos nafténicos del 60 al 65%
Hidrocarburos Parafínicos del 10 al 18%

Empresas dedicadas a la fabricación de transformadores concluyeron después de algunas investigaciones, que un buen aceite aislante debería tener cuando menos un 4% de Hidrocarburos aromáticos y óptimamente

de 4 del 6%

En opinión de especialistas de C. F. E., consideran que un porcentaje de 18-25% de hidrocarburos aromáticos sería excesivo ya que habrá problemas de solvencia con algunos materiales dentro del transformador como son lacas, barnices, etc.

Un aceite con las siguientes proporciones idóneo para operar en el equipo de alta tensión:

Hidrocarburos Aromáticos del 4.5 al 6%
Hidrocarburos Nafténicos del 56 al 60%
Hidrocarburos Parafínicos del 35 al 40%

Además de un contenido de azufre total entre 0.4 y 0.5%.

2.- MANEJO Y ALMACENAMIENTO DE LOS ACEITES AISLANTES.

El aceite aislante normalmente no se utiliza inmediatamente después que ha finalizado su refinación, sino que pasa por operaciones de almacenajes, y llenado de recipientes para su traslado a otros lugares.

Si la refinación y acabado de aceite es de buena calidad y las operaciones posteriores de almacenamiento y manejo son llevadas a cabo en forma inadecuada el aceite puede contaminarse. Esto provocaría en el aceite una disminución en su capacidad dieléctrica y puesto que esta característica es una condición muy estricta en el equipo eléctrico, deben extremarse medidas de protección en cuanto a su almacenamiento, transporte y manejo pues de ellos depende que el aceite se conserve en óptimas condiciones. La prevención contra contaminación es básicamente un asunto de sentido común y ninguna precaución razonable debe ser desdeñada.

El almacenamiento en tanques debe hacerse si estos están limpios y secos, además de que su pared interior sea recubierta con



pintura resistente al aceite para evitar la corrosión, y que cuenten con un sistema de preservación.

Las bolsas de neopreno pueden usarse tanto para almacenamiento a corto y largo tiempo, teniendo la precaución de efectuar pruebas periódicas de evaluación. Debe tenerse cuidado en asegurarse que estas bolsas estén limpias y drenadas de residuos de aceite antes de llenarlas.

Es común también el almacenamiento en tambores, sobre todo en C. F. E. es el procedimiento más usado, en este caso debe hacerse bajo techo, de preferencia.

Los tambores deben almacenarse por encima del nivel del piso e invertirlos de manera que el tapón quede en la parte inferior.

En caso de que no sea posible tener los tambores en forma vertical deben colocarse horizontalmente procurando que ambos tapones queden cubiertos.

Si bien el aceite arde normalmente alrededor de los 150-160°C, debe recordarse que bajo condiciones anormales pueden alcanzarse esas temperaturas en los alrededores del almacenamiento, por lo tanto debe tenerse precaución contra incendios.

Para el transporte son utilizados camiones pipa, tambores y es posible el transporte en bolsas de neopreno especiales, fuertemente atada a un camión, evitando así el excesivo movimiento del aceite.

Los camiones pipa deben estar bien sellados y el tanque debe ser de aluminio ó acero inoxidable para evitar la oxidación.

Para transporte en tambores, estos deben ir en posición vertical u horizontal cubiertos con una lona.

Se recomienda muy especialmente que nunca se lleve a cabo una operación de lle-

nado de tambores si la humedad relativa es mayor de 65%. Estas mismas condiciones deben conservarse cuando se vacien los tambores ya sea a una bolsa de neopreno o a un tanque de almacenamiento.

En la operación de llenado de aceite debe cuidarse que las tuberías y mangueras utilizadas estén perfectamente limpias y sean de materia que no ataque el aceite.

3.- MUESTREO DE LOS ACEITES AISLANTES

La veracidad de los resultados de un análisis a una muestra de aceite, dependerá directamente del cuidado que se tenga al obtener ésta, y de las precauciones tomadas en su manejo. Es por ello que para obtener una muestra verdaderamente representativa, y cuyo análisis muestre los valores reales de las características del aceite, se requiere de algunas técnicas no muy difíciles de cumplir y que su realización ayudará grandemente.

A continuación se mencionan algunas precauciones para lograr una muestra de aceite que sea representativa.

4.- GUIA DE PRUEBAS PARA ACEITES AISLANTES

Un análisis completo se debe realizar en el aceite nuevo ya sea para aceptación o antes de introducirlo al equipo así como también en el aceite que se encuentra ya dentro del equipo para su reconocimiento y estadística.

A continuación se describen cada una de las pruebas que se efectúan tanto en el campo como en el laboratorio.

a).- Tensión Interfacial:

Es una medida de las fuerzas de atracción entre las moléculas del agua y el aceite en la interfase. Se expresa en dinas/cm. Es un medio para detectar contaminantes



polares solubles y productos de oxidación del aceite. Un valor de 20 dinas/cm. o menor puede indicar que existen lodos en el transformador.

Existe un método que es posible realizar en el campo y que utiliza una microbureta, un cristizador y un soporte.

b).- Número de Neutralización:

Durante la oxidación del aceite hay formación de ácidos orgánicos. Esta prueba tiene por objeto determinar la cantidad de material alcalino necesario para neutralizar esos ácidos. Consiste en titular con hidróxido de potasio una muestra de aceite usando como indicador paranaftolbencina y un solvente adecuado.

Un valor aceptable para cualquier aceite nuevo es 0.03 mg KOH/gr. de aceite.

c).- Punto de Inflamación:

En una copa de latón es efectuada esta prueba y pueden indicarnos contaminación con productos volátiles si su valor es bajo. Se efectúa esta prueba también por razones de seguridad.

Normalmente el aceite arde a temperaturas que varían de 150-165°C.

d).- Gravedad Específica a 20°C.

Es el peso de un volumen dado de aceite relacionado al peso de un volumen cambian con la temperatura se corrige en caso de que la prueba no se efectúe a 20°C.

La gravedad específica nos indica que tipo de aceite tenemos en cuanto a el crudo del que procede y nos sirve para determinar la tensión interfacial.

e).- Punto de Anilina:

Es la temperatura a la cual se separan volúmenes iguales de aceite y anilina. La determinación nos da una indicación gene-

ral del contenido de aromáticos.

El aceite nuevo tipo M (basenafténica) tiene un punto de anilina entre 60 y 64°C, mientras que el aceite nuevo Pemex (tipo S), posee un punto de anilina de 68 a 71°C:

f).- Viscosidad:

Esta propiedad del aceite tiene gran importancia puesto que dependiendo de su valor el aceite será bueno o mal dissipador del calor generado por el transformador.

La viscosidad de un fluido se define como su resistencia al flujo continuo.

Una de las formas de indicarla es en Segundos Saybolt Universales. En ese caso medimos viscosidad cinemática: un valor de 57 a 59 Segundos Saybolt Universales es óptimo para un aceite aislante.

g).- Contenido de Agua en el Aceite:

El agua en un aceite es dañina desde cualquier punto de vista. Es un compuesto muy polar por lo cual conduce la corriente eléctrica y proporciona además una fuente de oxígeno que facilita la deterioración del aceite. Debe evitarse que exista exceso de agua ya sea libre o en solución.

La prueba puede efectuarse por dos métodos: El método de Karl-Fischer y por medio de un higrómetro.

El límite máximo de agua en el aceite son 10 P. P. M. (partes por millón).

h).- Exámen Visual:

Esta es una prueba de campo que puede indicar la presencia de sólidos en el aceite agua u otras partículas contaminantes.

i).- Contenido de Inhibidor Sintético:

Esta prueba se efectúa para determinar si a un aceite se le ha agregado inhibidor



sintético.

El método consiste en hacer reaccionar el aceite con ácido fosfomolibdico y después atacar con hidróxido de amonio para formar un compuesto azul característico de los iones de molibdeno. Si se forma un precipitado azul marino, el aceite contiene Diterbutil Paracresol (Parabar 441), si el aceite no contiene inhibidor el precipitado será de color blanco.

j).- Contenido de Gases Combustibles:

Un análisis en el aceite aislante para la detección de fallas en los transformadores es el análisis de gases combustibles disueltos en el aceite aislante.

Las cantidades de gases combustibles producidas son pequeñas por lo que se requiere de equipo sofisticado para su detección. Este equipo es un cromatógrafo de gases que si bien su costo es relativamente alto considérese la magnitud de los beneficios obtenidos al prever fallas en un transformador.

El contenido de gas disuelto en una muestra de aceite de transformador puede predecir un inminente mal funcionamiento en el transformador, en contraste con las pruebas normales de rigidez dieléctrica, número de neutralización, tensión interfacial, contenido de agua, que indican poca información acerca de la condición del transformador.

Las estadísticas proporcionarán acumulación de gases combustibles. Generalmente, una lenta acumulación es indicativo del normal envejecimiento del aceite y celulosa del aislamiento. Una acumulación moderada puede ser indicativo de una falla incipiente mientras una acumulación rápida puede indicar una falla existente.

k).- Rigidez Dieléctrica del Aceite:

Esta prueba de aceite es una de las más

frecuentes, ya que conocer el voltaje que un aceite soporta es muy valioso, además esta prueba revela cualitativamente la resistencia momentánea de la muestra de aceite al paso de la corriente y el grado de humedad, suciedad y sólidos conductores en suspensión.

Normalmente la rigidez dieléctrica en aceites aislantes se comporta en la forma siguiente:

Aceites degradados y contaminados: De 10 a 28 KV.

Aceites carbonizados no degradados: De 28 a 33 KV.

Aceite nuevo sin desgasificar: De 33 a 40 KV.

Aceite nuevo desgasificado: De 40 a 50 KV.

Aceite regenerado: De 50 a 60 KV.

l).- Prueba de Factor de Potencia al Aceite.

Esta prueba es una de las más importantes a efectuar al aceite ya que no da una idea bien clara respecto a su contaminación o deterioro.

El factor de potencia es el valor del coseno del ángulo formado entre la potencia aparente en M. V. A. y M. W. respectivamente que nos da la medición de la corriente de fuga a través del aceite, la cual convierte en una medición de la contaminación o deterioro del aceite. Esto depende sobre una acción dipolar y afortunadamente la mayoría de los contaminantes son de naturaleza polar mientras el aceite no es polar.

Normalmente un aceite nuevo, seco y desgasificado alcanza valores de factor de potencia de 0.05% referido a 20°C. Un alto factor de potencia indica deterioro o conta-



minación con humedad, carbón o materias conductoras, Barniz, Glypatal, compuestos asfálticos o deterioro de compuestos aislantes.

Un aceite con un valor de factor de potencia de 0.5% a 20°C es usualmente considerado satisfactoriamente para operación.

Un aceite con un valor de factor de potencia entre 0.6 y 2% a 20°C debe ser considerado su estado como riesgoso y su confiabilidad para operarlo en estas condiciones será muy arriesgado y deberá ser investigado y en todo caso reacondicionado o reemplazado.

m).- Resistividad de Aceites:

La resistividad columétrica en OHMS-Cm. es la relación en C. D. del gradiente de potencial, en Volts-Cm. paralelo al flujo de corriente dentro de la muestra, a la densidad de corriente en Amperes por Cm², en un instante dado, bajo condiciones específicas.

La resistividad de un aceite es una medida de un aislamiento eléctrico, bajo condiciones comparables a aquellas obtenidas durante la prueba, una resistividad alta refleja un contenido bajo en iones libres y normalmente indica una concentración baja de materiales contaminantes conductores.

Aceite en buen estado:

Mayor de 50 X 10⁶ Megohms-Cm.

Aceites en servicio:

50 X 10⁶ Megohms-Cm.

Aceites sujetos a investigación:

Menos de 50 X 10⁶ Megohms-Cm.

n).- Prueba PFVO. u Oxidación Evaluada por el factor de Potencia:

Esta prueba consiste en graficar los valores del factor de potencia contra el tiempo el cual se oxida una muestra de aceite en presencia de aire y cobre. Si la gráfica queda dentro de los límites determinados

en anteriores investigaciones el aceite se considera satisfactorio en cuanto a su resistencia a la oxidación.

o).- Cloruros y Sulfatos Inorgánicos:

Esta prueba generalmente se efectúa solo para la aceptación de aceites aislantes nuevos para evitar que al equipo entren productos iónicos y corrosivos como son los cloruros y sulfatos inorgánicos. Estos generalmente son productos de una mal refinación en el aceite. Generalmente no se efectúa en el reconocimiento de un aceite en uso por lo que se comentó al principio del párrafo.

5.- INHIBIDORES DE OXIDACION PARA ACEITES AISLANTES.

Como ya se ha mencionado anteriormente, cuando un aceite es puesto en servicio en un transformador, después de haber transcurrido un determinado tiempo se oxida en forma de peróxidos, aldehidos, ácidos y otros compuestos orgánicos en estado de transición que posteriormente formarán nuevos compuestos de gran peso molecular los que comunmente conocemos como lodos.

Algunos experimentos en empresas dedicadas a la fabricación de equipo eléctrico concretizan que la oxidación del aceite se debe a su reacción con el oxígeno y la aceleración de la misma que son la etapa de consumo constante de oxígeno y la etapa en que disminuye ese consumo.

Los ácidos son derivados de los compuestos parafínicos mientras que los lodos proceden de los compuestos aromáticos.

De lo anteriormente expuesto se puede concluir que para obtener un deterioro más lento del aceite se puede hacer ya sea desactivando el hidroperóxido, las radicales libres o el metal catalizador.



Existen en el mercado dos productos químicos que ayudan a la disminución del deterioro de aceite que son el 2,5 Diterbutil-Paracresol y un producto Alemán con el nombre de Deactivador metalico SLIG - MD.

Este tipo de inhibidores retardan la oxidación del aceite hasta que se consumen, y puede agregarse otra vez después de un proceso de regeneración adecuado al aceite.

Existen también inhibidores sintéticos tipo amínico en el mercado pero que no se aplican a aceites aislantes porque tienden a aumentar considerablemente el factor de potencia.

La velocidad a la que el inhibidor se consumirá depende de la cantidad de oxígeno presente, los contaminantes solubles

en el aceite, los agentes catalíticos y la temperatura del aceite. En los transformadores más modernos ya sea sellados para protegerse del aire y humedad o los que tienen una atmósfera de gas inerte los beneficios del inhibidor aumentan en gran proporción. Cuando el inhibidor se termina o es consumido, la velocidad de oxidación aumenta.

Estudios realizados por especialistas en aceites, determinaron que es mejor retardador o inhibidor de oxidación el tipo deactivador que un antioxidante como el DBPC.

Es conveniente mencionar que un aceite tratado con inhibidor tiene una vida libre de lodos de más de 140 horas, mientras que el que no tiene inhibidor solo posee una vida libre de lodos de 64 horas.



X.— OPERACION.

- 1.— GUIA PARA LA CARGA A TRANSMITIR
- 2.— CONDICIONES DE SERVICIO
- 3.— VARIACIONES DE TENSION Y FRECUENCIA
- 4.— CONDICIONES DE SOBREXCITACION



OPERACION.

1.- GUIA PARA LA CARGA A TRANSMITIR.

Las recomendaciones de operación siguientes se basan en la Guía para carga de Transformadores de Distribución y Potencia de la norma ASA C57.92.

Se parte desde luego que para considerar operable con seguridad un transformador dentro de su capacidad deberá asegurarse lo siguiente:

a) Que los auxiliares para enfriamiento forzado de aceite, ventiladores y motores de las bombas de aceite operan satisfactoriamente. Esto es recomendable asegurarlo mediante un mantenimiento preventivo regular que incluya su sistema de control y arrancadores; una vigilancia rutinaria en Sub-estaciones atendidas; y una operación confiable de las alarmas en Sub-estaciones atendidas y no atendidas.

La pérdida de un enfriador por falla disminuirá la capacidad del transformador en el porcentaje que determine el fabricante del equipo.

b) Que los enfriadores y radiadores se encuentren razonablemente limpios y sus ductos por donde circula el aire libre de obstrucciones. Esto se deberá asegurar mediante limpieza periódica.

c) Que sus instrumentos de indicación de temperatura de aceite y temperatura de devanado estén bien calibrados. Que sus alarmas de alta temperatura operen adecuadamente, por lo que deberán probarse durante la puesta en servicio y en las revisiones bianuales del transformador.

d) Que sus conexiones y cables de conexión sean apropiados para la máxima capacidad que en un momento pueda transmitir el transformador; se encuentren apretadas y con buen contacto.

e) Que sus demás instrumentos de indicación de nivel y protecciones estén conectadas y debidamente verificadas.

Considerando que se cumple con lo anterior se aclara que las recomendaciones siguientes son aplicables únicamente a transformadores inmersos en aceite con aislamiento tipo A.

Deberá partirse del hecho que ninguna carga superior a la capacidad nominal de un transformador deberá aplicarse sin hacer un estudio completo de otras limitaciones prácticas que pueden estar involucradas; como son la expansión del aceite, presión en unidades selladas, capacidad de boquillas, conectores, conexiones soldadas, transformadores de corriente, capacidad de interruptores, cables y cuchillas. Estos pueden constituir un límite práctico para la disponibilidad de Transmisión.

La capacidad Real que puede transmitir un transformador en un momento dado en servicio sin deterioro de su aislamiento puede ser un poco más o un poco menos de su capacidad nominal dependiendo de la temperatura ambiente y de las condiciones previas de operación.

1.1 CONDICIONES BASICAS DE CARGA PARA UNA VIDA NORMAL ESPERADA.

Las condiciones para una vida normal esperada de un transformador con una carga continua en su capacidad nominal en MVA enviando su carga a voltajes nominales y con un aire de enfriamiento que no exceda nunca los 40°C. y con una temperatura promedio en las 24 horas de 30°C.

Para transformadores con enfriamiento de agua las temperaturas serán máximo 30°C y promedio 25°C. Los 5°C menos de temperatura promedio es para permitir una posible disminución de la eficiencia del enfriamiento por incrustaciones en el cambiador de calor.



La norma considera la máxima temperatura de cobre como 95°C. Sin embargo la experiencia nos ha demostrado que el límite máximo es 105°C.

Las recomendaciones que daremos se basan en que la vida esperada del aislamiento del transformador es afectada por la temperatura de operación y el tiempo.

La capacidad nominal en KVA ó MVA de un transformador es la carga que puede transmitir continuamente al voltaje nominal secundario sin exceder una temperatura medida bajo condiciones prefijadas.

En términos prácticos se puede considerar como límite máximo de temperatura del devanado 105°C. Abajo de esta temperatura el aislamiento no sufrirá deterioro ni reducción de vida. Arriba en esa temperatura la vida de su aislamiento será acortada, dependiendo de las condiciones en diverso grado.

La elevación de temperatura en base, a la cual la capacidad nominal en MVA está dada se basa en:

a) La vida del aislamiento es afectada por la temperatura de operación.

b) Las temperaturas ambiente que se consideraron iba a soportar durante su vida el transformador.

1.2 SOBRECARGAS BAJO CONDICIONES ESPECIFICAS CON UNA VIDA NORMAL ESPERADA

Los transformadores pueden ser sobrecargados por arriba de su capacidad nominal por un período de tiempo en tanto su temperatura del devanado no sea mayor de 105°C.

Existen grandes variaciones de temperatura entre la medida en el devanado y la temperatura simple del aceite del transformador en la parte superior del tanque. Por esto la temperatura del aceite solo no sirve como guía de la capacidad que puede llevar el transformador.

Cuando se tienen cargas de corta duración que suceden una sola vez cada 24 horas la máxima carga de un transformador durante ese período puede ser incrementada considerablemente sobre la capacidad nominal de acuerdo a lo especificado en la tabla Nos. (1, 2, 3 y 4) siguientes:

TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: AUTOGRIADO O ENFRÍADO CON AGUA (OA ó CA)																	
	CARGA INICIAL PREVIA EN %																	
	50%						70%						90%					
	TEMP. AMBIENTE EN °C.						TEMP. AMBIENTE EN °C.						TEMP. AMBIENTE EN °C.					
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	2.00	2.00	1.89	1.70	1.52	2.00	2.00	1.95	1.78	1.60	1.44	2.00	1.99	1.82	1.64	*	*
1	2.00	1.88	1.73	1.58	1.41	1.25	1.95	1.80	1.65	1.49	1.32	1.14	1.86	1.70	1.55	1.39	*	*
2	1.76	1.64	1.51	1.37	1.22	1.06	1.72	1.59	1.46	1.32	1.16	0.99	1.66	1.55	1.39	1.24	*	*
4	1.54	1.43	1.33	1.19	1.06	0.92	1.52	1.41	1.29	1.17	1.04	0.89	1.50	1.39	1.26	1.13	*	*
8	1.41	1.30	1.19	1.08	0.96	0.84	1.40	1.30	1.19	1.07	0.95	0.85	1.39	1.29	1.18	1.06	*	*
24	1.33	1.22	1.11	1.00	0.89	0.78	1.33	1.22	1.11	1.00	0.89	0.79	1.33	1.22	1.11	1.00	*	*



TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: AUTOENFRIADO Y AIRE FORZADO (OA/FA)																	
	CARGA INICIAL PREVIA EN %																	
	50%						70%						90%					
	TEMP. AMBIENTE EN °C.						TEMP. AMBIENTE EN °C.						TEMP. AMBIENTE EN °C.					
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	2.00	1.97	1.82	1.66	1.49	2.00	2.00	1.89	1.74	1.58	1.40	2.00	1.92	1.77	1.61	*	*
1	1.90	1.77	1.64	1.50	1.35	1.19	1.84	1.71	1.57	1.43	1.28	1.11	1.77	1.63	1.49	1.35	*	*
2	1.64	1.53	1.42	1.29	1.16	1.02	1.61	1.50	1.38	1.26	1.12	0.97	1.58	1.46	1.34	1.21	*	*
4	1.46	1.36	1.26	1.15	1.03	0.90	1.45	1.35	1.24	1.13	1.01	0.88	1.44	1.34	1.23	1.11	*	*
8	1.37	1.27	1.17	1.07	0.96	0.84	1.37	1.27	1.17	1.07	0.96	0.83	1.36	1.27	1.17	1.06	*	*
24	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	0.78	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	0.78	1.31	1.21	1.11	1.00	*	*

TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: AUTOENFRIADO CON DOS PASOS DE VENTILACION FORZADO (OA/FA/FA)																	
	CARGA INICIAL PREVIA EN %																	
	50%						70%						90%					
	TEMP. AMBIENTE EN °C.						TEMP. AMBIENTE EN °C.						TEMP. AMBIENTE EN °C.					
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	1.91	1.78	1.65	1.52	1.37	1.96	1.84	1.71	1.58	1.43	1.28	1.89	1.77	1.64	1.50	*	*
1	1.73	1.62	1.51	1.38	1.25	1.12	1.68	1.58	1.46	1.33	1.20	1.06	1.64	1.53	1.41	1.28	*	*
2	1.53	1.42	1.33	1.22	1.11	0.98	1.51	1.41	1.30	1.19	1.07	0.95	1.49	1.39	1.28	1.17	*	*
4	1.40	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	1.40	1.31	1.21	1.10	1.00	0.88	1.39	1.30	1.20	1.09	*	*
8	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.15	1.05	*	*
24	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	*	*

TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: (FOA, FOW o O.V/FOA/FOA)																	
	CARGA INICIAL PREVIA EN %																	
	50%						70%						90%					
	TEMP. AMBIENTE EN °C						TEMP. AMBIENTE EN °C						TEMP. AMBIENTE EN °C					
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	1.91	1.78	1.65	1.52	1.37	1.96	1.84	1.71	1.58	1.43	1.28	1.89	1.77	1.64	1.50	*	*
1	1.73	1.62	1.51	1.38	1.25	1.12	1.68	1.58	1.46	1.33	1.20	1.06	1.64	1.53	1.41	1.28	*	*
2	1.53	1.43	1.33	1.22	1.11	0.98	1.51	1.41	1.30	1.19	1.07	0.95	1.49	1.39	1.28	1.17	*	*
4	1.40	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	1.40	1.31	1.21	1.10	1.00	0.88	1.39	1.30	1.20	1.09	*	*
8	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.15	1.05	*	*
24	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	*	*



1.3 SOBRECARGAS BAJO CONDICIONES ESPECIFICAS CON UN SACRIFICIO DE VIDA MODERADO.

Las gráficas para determinar el sacrificio de vida de un transformador se dan en la norma ASA C 57.92 para los distintos tipos de enfriamiento.

Auto-enfriado

Enfriado con agua

Con aire forzado (para 133% o menos de los KVA en OA).

Con aire forzado (para 133% o más de los KVA en OA).

Con aceite o aire forzado.

En dos alternativas: para sobrecargas que siguen de operar al 50% de la carga; y para sobrecargas que siguen después de operar a 100%.

El usuario puede seleccionar la temperatura máxima del cobre para sobrecargas y tiempos que sucedan después de operar al 50% de la capacidad nominal o después de operar al 100%, y para esto determinar el porciento de pérdida de vida en tal sobrecarga. O puede determinar la sobrecarga de un porcentaje seleccionado de pérdida de vida.

Se considera que para condiciones durante emergencias una pérdida de 1% de vida útil por año es razonable.

Por consiguiente esta operación no debe considerarse normal o programarse tal que sume más de 1% de pérdida de vida en un año.

Se recomienda solo para condiciones de extrema emergencia tales como el disparo de otro banco en paralelo y solo durante el tiempo que se requiera para reducir la car-

ga o cuando existan disturbios graves en la red.

La temperatura del aceite en la parte superior del tanque, cuando se conoce es un buen criterio de las condiciones al inicio para una carga dada, que las condiciones previas de carga, porque el aceite puede no haber alcanzado su máxima temperatura de la carga anterior.

En las curvas se usaron las siguientes limitantes:

Máxima Temperatura de Aceite 90°C
(Sin protección)

Máxima Temperatura de Aceite 100°C
(Protegido)

Máxima Temperatura de Devanado 150°C
Máxima carga de tiempo corto 200°C

A continuación damos las tablas de "Sobrecargas con sacrificio de vida moderado" para diferentes transformadores y sobrecargas.

ENFRIAMIENTO OA Y FOW DESPUES DEL 50 % DE CARGA

HORAS VECES KVA NORMALES-NO MAS QUE EL SIGUIENTE PORCIENTO DE VIDA.

	% DE PERDIDA DE AGUA			
	0.01	0.25	0.5	1.0
1/2	2.00	2.00	2.00	2.00
1	1.76	1.91	2.00	2.00
2	1.50	1.62	1.72	1.82
4	1.27	1.38	1.46	1.53
8	1.13	1.21	1.30	1.37
24	1.05	1.10	1.15	1.23



SOBRECARGA DE TIEMPO CORTO CON MODERADO SACRIFICIO DE VIDA ENFRIAMIENTO OA Y FOM DESPUES -- DE UN 100 % DE KVA NOMINALES.

HORAS	% PERDIDA DE VIDA			
	0.1	0.25	0.50	1.0
1/2	1.75	1.92	2.00	2.00
1	1.54	1.69	1.81	1.92
2	1.35	1.48	1.58	1.68
4	1.20	1.32	1.40	1.48
8	1.11	1.20	1.28	1.35
24	1.06	1.09	1.15	1.23

SOBRECARGA DE TIEMPO CORTO CON MODERADO SACRIFICIO DE VIDA, ENFRIAMIENTO FA DESPUES DE 100 % DE CARGA.

HORAS	% SACRIFICIO VIDA			
	0.1	0.25	0.50	1.0
1/2	1.67	1.82	1.94	2.00
1	1.47	1.60	1.71	1.81
2	1.29	1.41	1.50	1.58
4	1.18	1.28	1.35	1.43
8	1.10	1.18	1.26	1.33
24	1.05	1.09	1.15	1.21

SOBRECARGA DE TIEMPO CORTO CON MODERADO SACRIFICIO DE VIDA DE ENFRIAMIENTO FA DESPUES ES 50 %.

HORAS	% SACRIFICIO VIDA.			
	0.1	0.25	0.50	1.0
1/2	1.97	2.00	2.00	2.00
1	1.66	1.79	1.90	2.00
2	1.39	1.51	1.59	1.68
4	1.21	1.31	1.38	1.45
8	1.11	1.19	1.26	1.33
24	1.05	1.09	1.15	1.22

En las normas ASA existe el apéndice C 57.92 que es una guía para sobrecarga de transformadores sumergidos en aceite, que se utiliza tanto en transformadores de Distribución como de Potencia.

Este apéndice contiene amplias referencias para poder calcular la pérdida de vida útil de transformadores de Potencia. A manera de ejemplo, a continuación se muestra la tabla 92-02-200 J para transformadores autoenfriados y doble paso de-aire forzado.



- a) Operación a 105% del voltaje nominal secundario mientras envía su capacidad nominal de KVA a factor de potencia mayor o igual a 0.8.
- b) Operando al 110% del voltaje nominal secundario en vacío.

Los límites se aplican a voltaje nominal y potencia normal de cualquier derivación pero a frecuencia nominal. Una medida común usada para evaluar el flujo en el núcleo es la excitación por unidad definida como voltaje en p. u. entre frecuencia en p. u. o generalmente se considera los volts/hertz cuando un voltaje aplicado a un transforma-

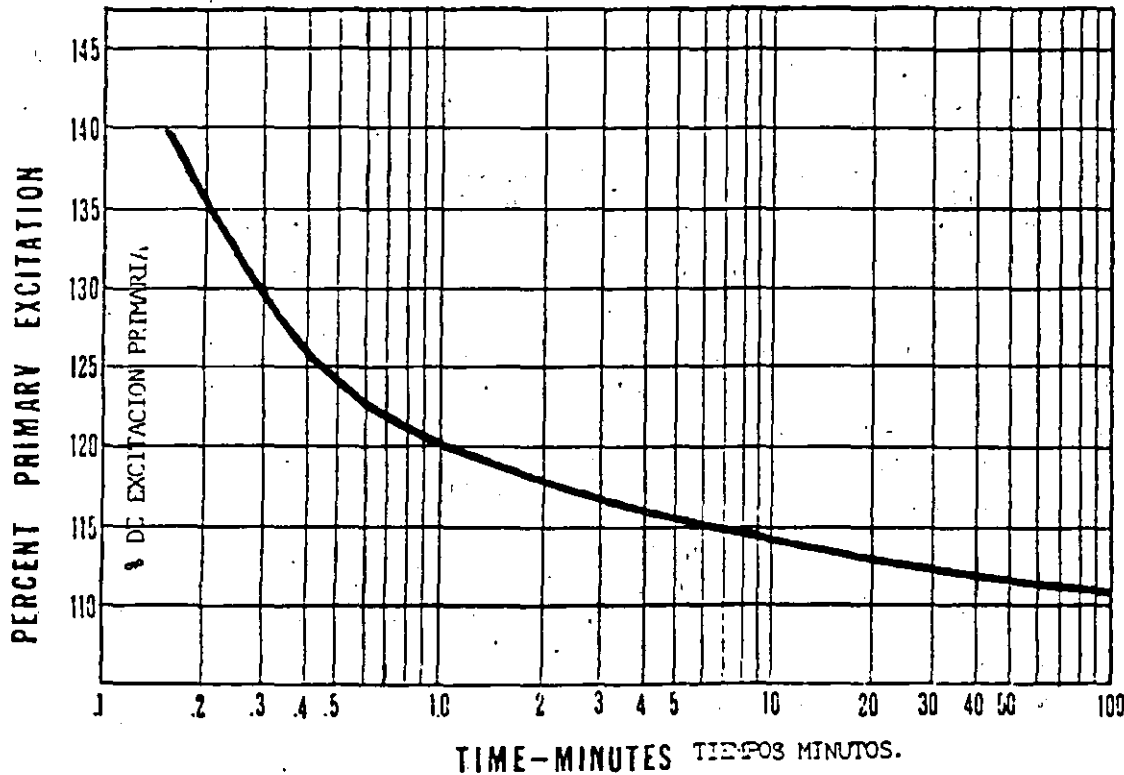
dor tiene una frecuencia distinta a la nominal debemos cuidar que se mantengan los límites de volts/hertz del transformador.

El efecto principal de la sobreexcitación es la degradación térmica del aislamiento.

Una severa sobreexcitación puede provocar una falla.

La curva siguiente muestra el límite para sobreexcitaciones por tiempos breves.

Por ejemplo un transformador sujeto a 120% de Excitación (Volts. p. u./hertz p. u. X100) puede soportar sin daño un minuto.





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

PRIMER MODULO:

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

COMPONENTES DE LOS SISTEMAS ELECTRICOS

EXPOSITOR:

ING. ALFREDO LOPEZ T.

SEP-OCT. 92

INTRODUCTION

Mitsubishi Electric Corporation makes every type of steam turbine generator: 2- or 4-pole, air cooled, conventional hydrogen cooled or hydrogen inner cooled machines.

Normally, hydrogen inner cooling, also called hydrogen-direct or conductor cooling, is used in machines rated 160 MVA and larger; conventional hydrogen cooling in those rated from 35~160 MVA; and air cooling in units rated 50 MVA and below.

For machines exceeding 400 MVA, refinements of the standard inner cooled configuration, such as pressurized gap cooling for the rotor or water cooling for the stator coil may be applied. Details of applicability are shown in Fig. 1.

The largest machine built so far is a 670 MVA/3600 rpm unit for fossil fueled plants, and a 920 MVA/1800 rpm unit for nuclear power is now under construction.

Fig. 2 will give some idea of the extent to which unit capacities have increased in recent years. The total production of Mitsubishi Electric steam turbine generators now aggregates some 20 million kVA (see Fig. 2), and the machines are in use in nations around the world. With an efficiency based on almost sixty years of generator production, Mitsubishi continues to make further efforts to live up to customers' expectations for products of the finest quality.

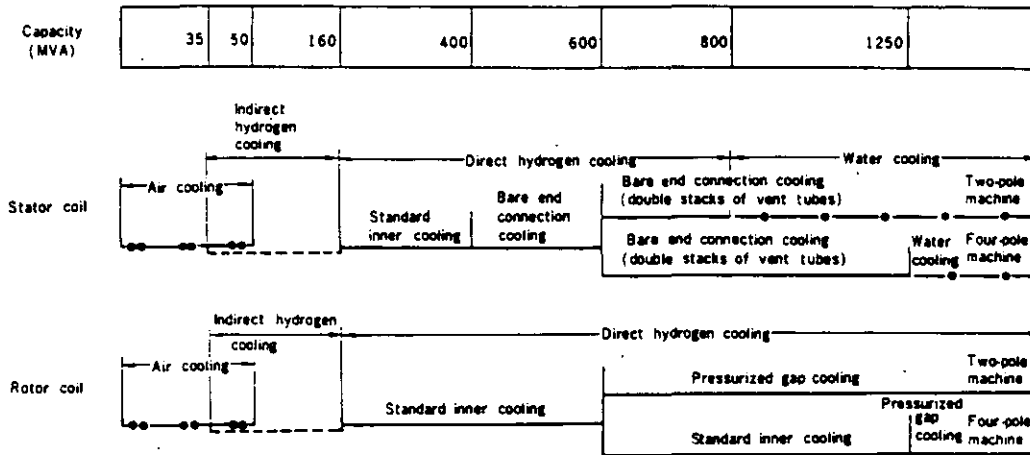


Fig. 1 Applicability of various cooling systems

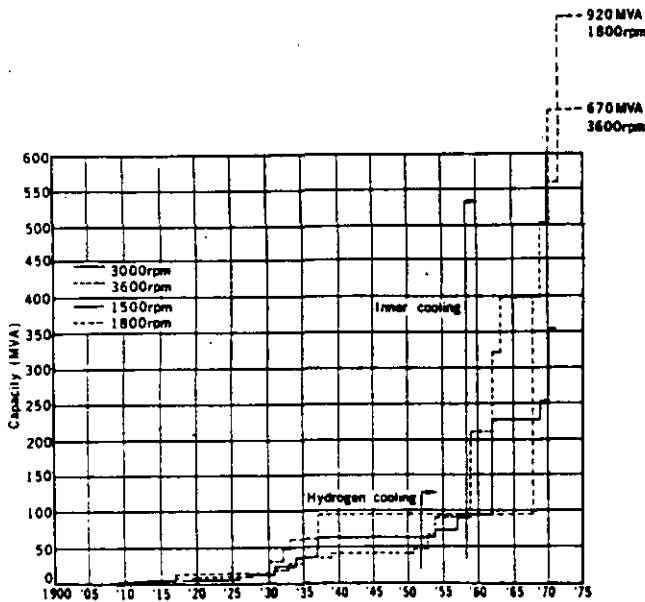


Fig. 2 Maximum ratings of individual steam turbine generators

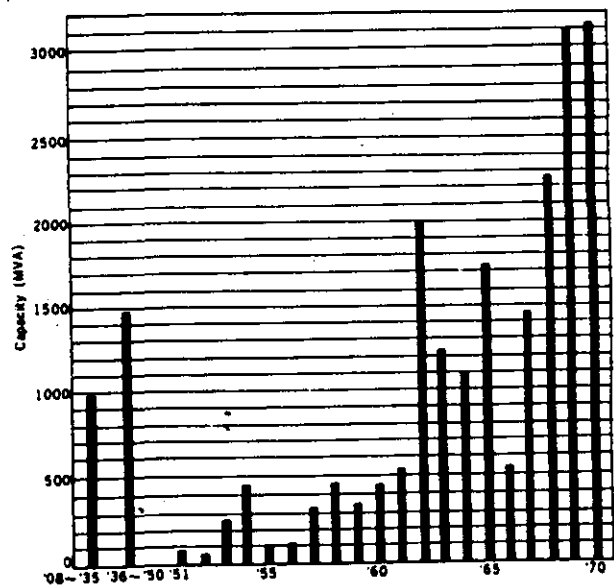


Fig. 3 Production record of steam turbine generators

STANDARD SPECIFICATIONS

Rated Output

Synchronous steam turbine generators are rated at the maximum load they are capable of carrying continuously without exceeding their temperature guarantees. Ratings are expressed in kVA at maximum frame gas pressure.

Conventional Hydrogen

Output is usually specified at the standard hydrogen pressure of 2 kg/cm²-g. The output at other hydrogen pressures is expressed as a percentage of the rating:

- 2 kg/cm²-g 100% kVA
- 1 kg/cm²-g 92% kVA
- 0.05 kg/cm²-g 80% kVA

Inner

Rated output is usually specified at a hydrogen pressure of 4 kg/cm²-g.

Output decreases at lower hydrogen pressures, the following being possible:

- 4 kg/cm²-g 100% kVA
- 3 kg/cm²-g 90% kVA
- 2 kg/cm²-g 80% kVA

Rated Power Factor

In general, a power factor of 0.85 or 0.9 lagging is adopted.

Rated Terminal Voltage

Conventional Hydrogen

Standard armature voltage ratings are 11,000 and 13,800 V.

Inner

There is an optimum voltage rating which is affected by machine design.

Normally an integral number of kV between 15 kV and 24 kV is adopted, and it is dependent upon rated power factor and short circuit ratio.

Rated Excitation System Voltage

Conventional Hydrogen

The preferred standard excitation voltages are 250 V and 375 V.

Inner

Rated voltage of brushless direct-connected exciters can be anywhere from 330 V~600 V. For other systems the preferred standard excitation voltages are 375 V and 500 V.

Short-Circuit Ratio

The short-circuit ratio is the ratio of the number of field ampere-turns required to produce rated voltage at no-load and at rated frequency to the field ampere-turns required to produce rated armature current at sustained short circuit. Standard short-circuit ratio at rated kVA for Mitsubishi turbine generators is 0.58, but in large generators a smaller short value is recommended.

Insulation Class

Class B insulation is applied to stator and rotor windings.

Temperature Rise Limits

(based on maximum frame gas pressure)

Mitsubishi generators can be made to meet any standards, but the following are typical:

Conventional Hydrogen (JEC standard)

- Cold hydrogen: 45°C (by detector)
- Stator windings: 65°C rise (by embedded detector)
- Rotor windings: 84°C rise (by resistance)
- Collector rings: 80°C rise (by thermometer)
(at 40°C ambient)

Inner cooled (USAS standard)

- Cold hydrogen: 45°C to 50°C (by detector)
- Stator windings: 65°C to 60°C rise (by detectors in coolant from armature windings)
- Rotor windings: 65°C to 60°C rise (by resistance)
- Collector rings: 80°C rise (by thermometer)
(at 40°C ambient)

Allowable Voltage Variation

Generators will operate successfully at rated, kVA frequency, power factor and gas pressure at any voltage, within $\pm 5\%$ of rated voltage, but not necessarily in accordance with the standards of performance established for operation at rated voltage.

Short-Circuit Requirements

Steam turbine generators are capable of withstanding, without injury, a 3-phase short circuit at the terminals when operating at rated kVA, rated power factor, 5 percent overvoltage, and with fixed excitation for:

- Conventional 30 seconds
- Inner cooled 10 seconds.

Generators can also withstand without injury, any other short circuit at the terminals for:

- Conventional 30 seconds or less
- Inner cooled 10 seconds or less,

provided the machine phase currents under fault conditions are such that the negative phase sequence current (I_2) expressed in terms of per unit stator current at rated kVA, and the duration of the fault in seconds (T), are limited to values which give an integrated product ($I_2^2 T$), equal to, or less than:

- Conventional 30
- Inner cooled 10.

Also, the maximum phase current is limited by means of suitable reactance or resistance to a value which does not exceed the maximum phase current obtained from the 3-phase fault.

Wave Form

The deviation factor of a wave is the ratio of the maximum difference between corresponding ordinates of the wave and those of an equivalent sine wave when the waves are

superimposed in such a way as to make this maximum difference as small as possible. The deviation factor of the open-circuit terminal voltage wave of synchronous generators does not exceed 10 percent.

Overspeed Strength

These steam turbine generators, which have cylindrical rotors, will withstand an overspeed of 120 percent without injury.

Efficiency

The following losses are included in determining efficiency:

1. I²R losses of armature and field winding
2. Core loss
3. Stray load loss
4. Friction and windage loss
5. Exciter friction and windage loss if exciter is driven

from generator shaft.

Gas Replacing

An indirect method is employed whereby carbon dioxide is used as the purging medium when replacing air with hydrogen or vice versa.

Normal figures of quantity of gas and time required for replacing the gas are shown in Table 1.

Hydrogen Consumption

To maintain gas purity and pressure in operation, hydrogen must be supplied from time to time. Hydrogen consumption includes leakage from the generator frame or outer piping and absorption to seal oil, plus an allowance to compensate for contamination of air inside generator. Table 2 shows hydrogen consumption for conventional hydrogen cooled generators and Table 3 for inner cooled machines.

Table 1. Quantity of Gas and Time Required for Gas Replacement (at standstill or turning speed)

Operation	Gas required	Quantity (@S.T.P.)*	Time required (hrs)
Replace air with CO ₂ at 75% purity	CO ₂	1.0V	1
Replace CO ₂ with H ₂ at 95% purity	H ₂	2.0V	1~2
Pressurize hydrogen	H ₂	PV	1~3
Replace H ₂ with CO ₂ at 96% purity	CO ₂	1.5V	1

(V: Cubic volume of the generator housing, P: Desired hydrogen pressure (kg/cm².g))

Table 2. Hydrogen Consumption of Conventional Hydrogen Cooled Generators (vacuum treating seal oil system)

Gas pressure (kg/cm ²)	Guaranteed max. (m ³ /day)	Expected value (m ³ /day)
0.05	2.0	1.5
1	6.0	4.0
2	9.0	6.0

Table 3. Hydrogen Consumption of Inner Cooled Generators (double flow type gland seal system)

Gas pressure (kg/cm ²)	Guaranteed max. (m ³ /day)	Expected value (m ³ /day)
2	8.0	5.0
3	10.0	6.5
4	12.0	8.0
5	14.0	9.5

Factory Tests

The following standard commercial factory tests are made on all generators:

Mechanical

1. Rotor overspeed (15%)
2. Rotor mechanical balance
3. Mechanical inspection
4. Gas leakage (using air)
5. Gas replacement

Electrical

1. Measurement of cold resistance of armature and field

windings

2. Insulation resistance measurements
3. Phase rotation check
4. No-load saturation curve measurement
5. 3-phase short circuit characteristic measurement
6. Measurement of losses
7. Equivalent temperature rise test
8. Dielectric tests

Stator: The standard test voltage is an AC voltage of an effective value twice the rated voltage of the machine plus 3000 V, applied for 60 seconds (JEC requirement).

Rotor: Field windings are tested at ten times rated voltage up to a maximum of 3500 V, applied for 60 seconds (JEC requirement).

PRINCIPLE OF HYDROGEN COOLING

Hydrogen cooling has been applied to steam turbine generators rated above 35 MVA since the late 1930's because of the gas's low density and good thermal characteristics. Commercial hydrogen has the degree of purity required for cooling purposes, is non-explosive, and will not support combustion.

The principal characteristics of hydrogen which make it the most desirable gaseous cooling medium for rotating electrical machines are compared with those of air as follows:

Characteristic	Air	Hydrogen
Density	1.00	0.07
Thermal conductivity	1.00	7.00
Heat transfer coefficient (surface-to-gas)	1.00	1.35
Specific heat	1.00	0.98
Support of combustion	Yes	No
Oxidizing agent	Yes	No

These characteristics, in turn, mean that conventional hydrogen cooling has the following advantages:

1. Lower windage and ventilation losses due to lower density;
2. Increased output per unit of generator weight due to the higher thermal conductivity and heat transfer coefficient, making possible the building of generators of higher capacities;

3. Reduced maintenance expenses because of the freedom from dirt and moisture resulting from the closed recirculating gas system;
4. Increased stator winding insulation life because the absence of oxygen and moisture lessens the harmful effect of any coronas generated during abnormal operating conditions;
5. Reduced windage noise because of the lower density and the closed ventilation system;
6. Availability of hydrogen in unlimited quantities at relatively low cost.

In early conventional hydrogen cooled machines, hydrogen pressure inside the generator housing was maintained at 0.05 kg/cm²-g. but it was found that increased pressure, coupled with improvements in blowers, metallurgy and details of construction, permitted steady increases in the maximum ratings possible.

It eventually became evident, however, that this increase was limited by a hydrogen pressure of about 2 kg/cm²-g. beyond which point no appreciable increase in capacity could be secured by further increases.

Inner cooling was then developed, an improved method of cooling large steam turbine generators, which permitted a further increase in the capacities for which these machines could be built. The basis of this improved technique was to cool the active conductors internally by making them

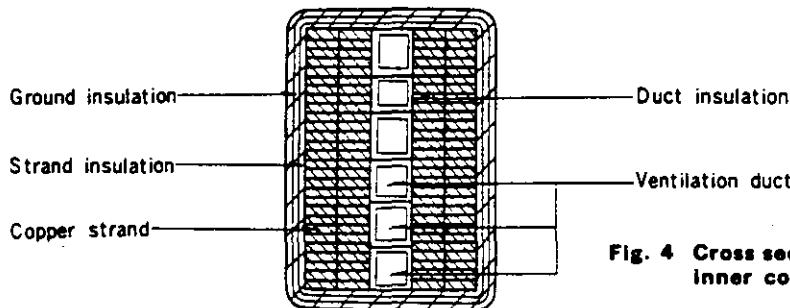


Fig. 4 Cross section of stator coils—inner cooled

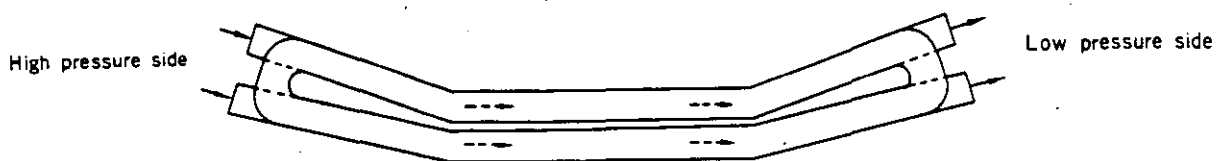


Fig. 5 Ventilation direction—inner cooled

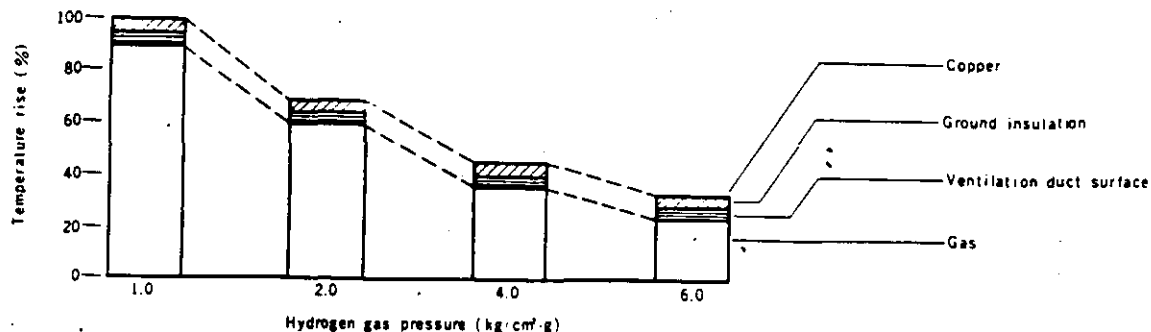


Fig. 6 Temperature rise in the stator coil—inner cooled

hollow and to blow gas at high velocities through these ducts, thus placing the coolant in direct contact with the materials in which the heat was being generated. This inner cooling principle allowed increases in generator ratings because of the greater ceiling capabilities at pressures up to 5 kg/cm²-g.

This inner cooling configuration had a number of further advantages over conventional hydrogen cooling, as follows:

1. Machine dimensions and weight are greatly reduced by the improvement in cooling efficiency, resulting in lower costs for foundation and cranes.
2. Floor space is reduced because less axial distance is required to remove the rotor.
3. Reduced rotor weight and dimensions increase reliability of the shaft material.

4. Circuit breaker interrupting capacity may be reduced because of the high transient and subtransient reactances.

5. Operation and maintenance is no more complicated than for conventional hydrogen cooled types.

In Mitsubishi's inner cooled generators, both the stator and the rotor coils are cooled internally. Thus temperature rise through ground insulation and core laminations, which had been the largest element in total temperature rise in conventional hydrogen cooled machines, is reduced to near zero, with the result that the temperature rise of the hydrogen itself now plays a major role (see Fig. 6). Therefore, either higher gas pressure or lower blower pressure will increase the mass flow of hydrogen, resulting in lower temperature rise and greater generator capacities.

Safety Features

Since mixtures of hydrogen and air are explosive over a wide range of proportions (from about 5% to 70% hydrogen by volume), the machine design and operating procedures are so specified that explosive mixtures are not possible under normal operating conditions. In order to provide for mechanical failure or accident, the frame is 'explosion-proof'. The intensity of an explosion of a mixture of air and hydrogen varies with the proportions of gases present, reaching a maximum at a point halfway between 5% and 70% hydrogen. The term 'explosion-proof' is intended to mean that the frame will withstand an explosion of this most explosive proportion of hydrogen and air at a gas pressure of about 0.2 kg/cm²-g without damage to life or property external to the machine.

This nominal pressure of about 0.2 kg/cm²-g is that which might be obtained if hydrogen were accidentally admitted during the purging operation instead of carbon dioxide. Such an explosion might, however, result in damage to or dislocation of internal parts of the generator.

A conventional hydrogen cooled generator or an inner cooled generator is provided with a gas and oil system. The primary functions of the hydrogen control system are 1) to provide for purging and filling of the generator housing to maintain the gas within the generator housing free of moisture within predetermined purity, pressure and temperature limits, and 2) to give warning of improper operation of the generator or the hydrogen control system. These functions can be performed for running and stand-still conditions. The gas control and alarm system used with Mitsubishi's steam turbine generators is simple to operate and adequate from the standpoint of reliability and protection. The details and functioning of this control and alarm system are covered more completely on pp. 22-30 of this catalogue.

Dialastic Insulation

Dialastic insulation, the result of extended research and development over a number of years, has outstanding electrical, physical and thermal properties.

Its advantages result from the excellent electrical properties of the resin, coupled with improvements in the impregnation process which produces a high degree of fill, and good insulation consolidation. This results in lower insulation power factor, increased dielectric strength and a remarkable improvement in voltage endurance. The thermosetting property of dialastic resin provides solid yet elastic physical bonds between mica flakes and the resiliency of the resin bond permits elastic cyclic displacement of adjacent mica flakes and provides restoring force within the insulation wall.

Generator armature coils using this insulation are of the half-coil construction. The coils are insulated from ground by multiple layers of continuous mica tape. The mica tape used is bonded with a synthetic resin with excellent electrical properties, which contributes to low dielectric loss and high dielectric strength. After application of the mica tape, the coil is completely wrapped with a finishing tape of fiber glass.

The coils are vacuum treated to remove moisture, solvents and gases. They are then impregnated under pressure with Dialastic resin. The process used results in the greatest possible fill of the coil interstices. After impregnation the resin is cured by heating, with physical restraint on the insulation to obtain a high degree of filling and excellent consolidation, both on the straight part and the end winding. The resultant composite insulation is a tough, yet flexible, dielectric barrier with excellent electrical and physical properties. The insulation is elastic and possesses good dimensional stability.

GENERATOR CONSTRUCTION

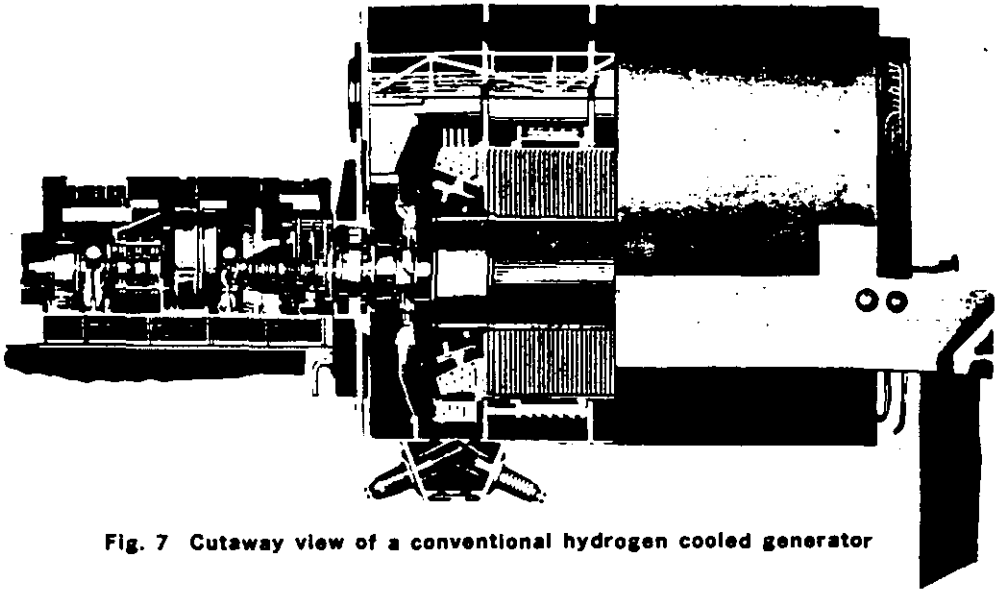


Fig. 7 Cutaway view of a conventional hydrogen cooled generator

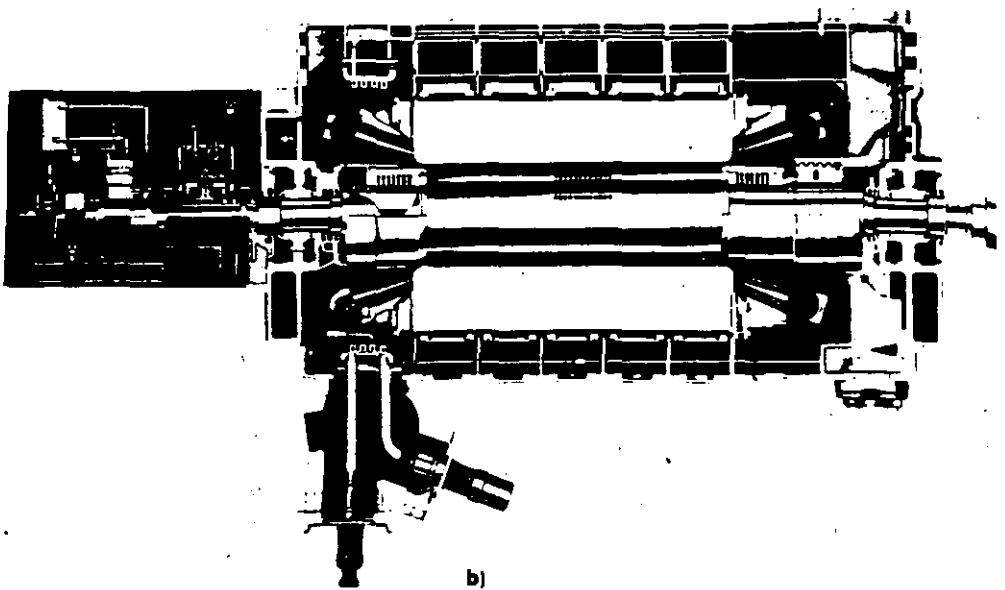
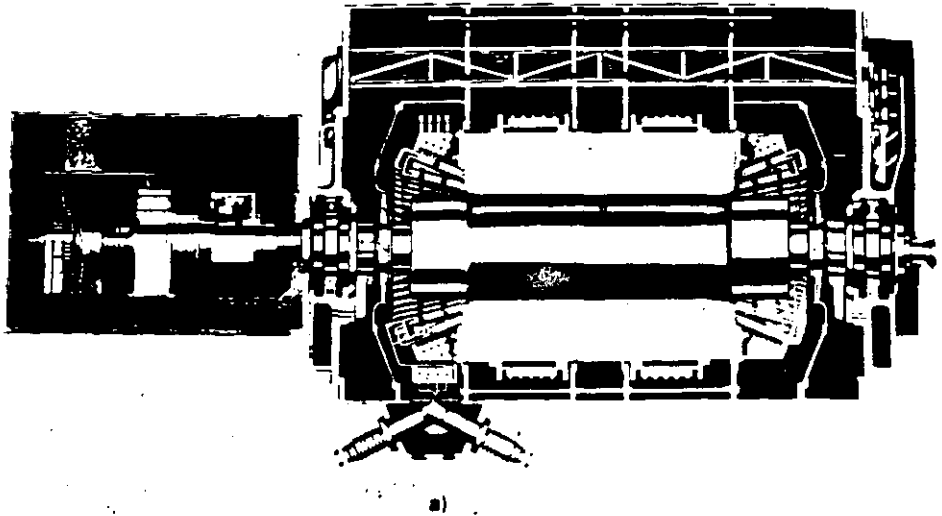


Fig. 8 Cutaway views of an inner cooled generator

Stator

1. Frame and Housing

The generator frame and end brackets are fabricated from rolled steel plates welded to form the required shapes. The method of construction used will depend upon whether the unit is installed indoors or outdoors, and on limitations imposed by methods of shipping from the factory to the plant site. Indoors installations do not require any special provisions other than those associated with making the frame leakproof to hydrogen. All welds are tested for gas tightness. Furthermore, in order to ensure that explosion will not destroy the integrity of the frame and end brackets, the yield strength of the material, the frame, and end brackets are tested hydraulically.

2. Frame Construction for Shipping Limitations

Depending on the size of the unit and limitations imposed by transportation facilities, the generator frame may be made in more than one section. Mitsubishi's normal practice on these occasions is to separate the generator frame into two sections: the wound inner frame, and the outer frame. Fig. 9 shows this construction. The wound inner frame, which is shipped assembled includes the stator core, wound stator coils and inner frame. The outer frame is made of two to four sections depending on the size. The individual sections are bolted together at the site and the joints are seal welded. A simpler alternative is to separate both end sections of the frame.

3. Outdoor Construction

Those units which are to be installed outdoors have special provisions for protection against wind, rain, snow, sleet, heat, cold and dust. The generator itself is inherently weatherproof, since it must be tight to contain the hydrogen, but the following features are incorporated to make the entire generator structure weatherproof.

1. All oil, water, gas and electrical connections are made either under cover or below the operating floor, all exposed portions being weatherproof.
2. All lagging, along with the instruments mounted in the side panel, is weatherproof.
3. Joints of the generator and lagging with the turning gear enclosure are weatherproof.
4. Mushroom type vents are provided on the generator end lagging for ventilation.

Fig. 10 shows a typical turbine generator for outdoor installation.

4. Stator Core

The stator core consists of laminations and radial vent plates built on a fabricated frame.

Silicon steel sheets of the highest grade are used for the laminations. They are punched out into fan-shaped segments and are baked on both sides with insulating core varnish to minimize eddy current losses in the laminated core. These segments are laminated in the inner periphery of the stator frame, and heat resistant insulating asbestos papers are inserted in numbers adequate to assure complete insulation. Radial vent ducts are provided every three to five centimeters with vent plates and duct pieces spot-welded to them. The core is pressed by hydraulic pressure during stacking and finally clamped by core bolts on the outer periphery of the core, and by insulated

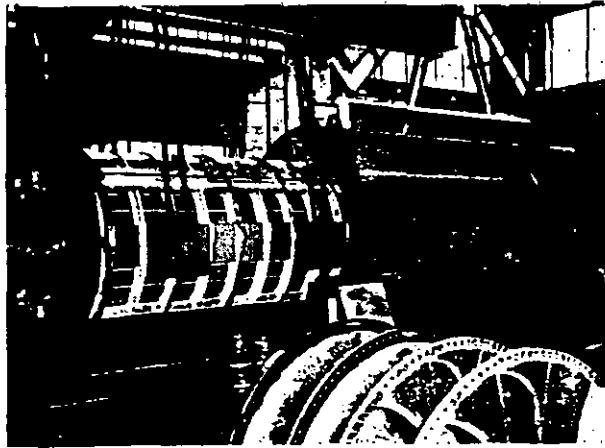


Fig. 9 Multi-piece stator construction

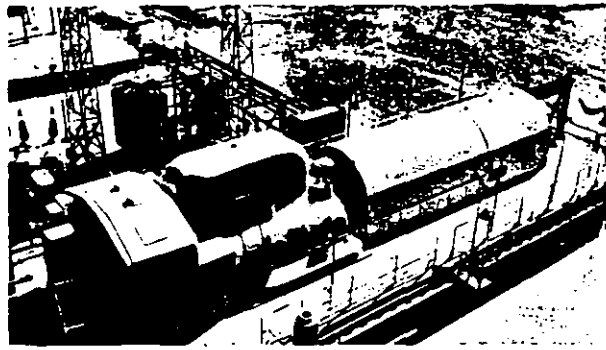


Fig. 10 A conventional hydrogen cooled generator installed outdoors

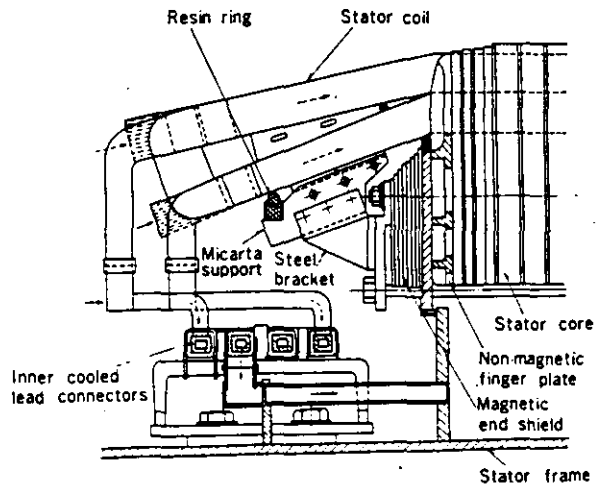


Fig. 11 Stator core and coil support

through-bolts which pass axially through the core behind the slots. Non-magnetic finger plates located on both ends of the core assure uniform axial pressure. For inner cooled generators with larger ratings, magnetic end shields are provided on both ends of the core to minimize core end heating during under-excited operation of the generator. These end shields are also made of laminations similar to those of the main core, and they short-cut the end leakage flux before the flux reaches the main core. Fig. 11 shows the stator core and coil support construction.

5. Flexible Mounting

The magnetic attraction between the poles of the rotor and stator core induces a double frequency vibration in the core. In two-pole generators, the transmission of this vibration to the generator frame and foundation is largely avoided by a flexible support between the stator core assembly and outer members of the generator frame. The mounting is such that very little of the core vibration is transmitted to the frame, but the core is rigidly restrained against load and short circuit torques. The core is supported by several pairs of leaf springs, which are bolted to the bore ring on one end and to the members of the frame on the other. The principle of the flexible mounting is illustrated in Fig. 12. In four-pole machines, experience indicates that flexible mounting of the stator is not required.

6. Stator windings

Stator windings are composed of double layer half coils which are then laid in the grooves of the stator core and end connection made to form a continuous coil. Almost without exception, one turn coils are used. Each coil (i.e., each conductor) is composed of a number of glass sheathed rectangular copper bars. In the slots, coil top and bottom elements and coil left and right elements are transposed under the Roebel configuration, thereby limiting coil eddy current losses. Coil elements are formed into required shapes and bound. Following this, straight elements in the slots are locked into place with resin and finished to specified dimensions. In order to limit eddy current losses which would arise from flux leakage in radial and peripheral directions at the coil end connections, coil elements at the half coil connections are divided into several groups and transposed externally. In machines rated below 400 MVA, insulating tape is wrapped around coil end connections. Fig. 13 shows a cross-sectional view of the stator coil in a conventional hydrogen cooled machine; Figs. 14 and 15 show cross-sectional stator coil views in an inner cooled machine.

Conductors in the inner cooled machine consist of two groups of Roebel transposed elements. With the construction shown in Fig. 14 (i.e., for machines rated below 600 MVA), the Roebel transposed element groups are located on both sides of the coil cross-section. Rectangular vent ducts made of thin-wall non-magnetic alloy of a low-resistance type pass between the groups and are stacked to the same height as the elements themselves. These ducts pass from end to end within the coil. Details of Roebel and external transposition are shown in Fig. 16. For machines rated above 600 MVA, the double vent tube configuration is used, as it provides a cooling effect superior to that of construction shown in Fig. 15. Here, the Roebel element groups are each split with vent ducts passing through the splits. Left and right row elements are transposed around the vent ducts at the top and bottom of the coil.

At the stator coil ends, the bare vent ducts protrude beyond upper and lower coil connections. This arrangement provides ample spacing in respect to the bearing bracket and at the same time yields a satisfactory dimension along the coil from the vent duct ends, thereby maintaining the required breakdown voltage level.

In the standard inner cooled machine, the hottest spot of

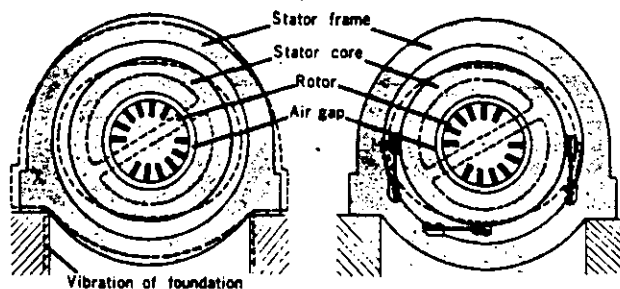


Fig. 12 Stator core flexible mounting

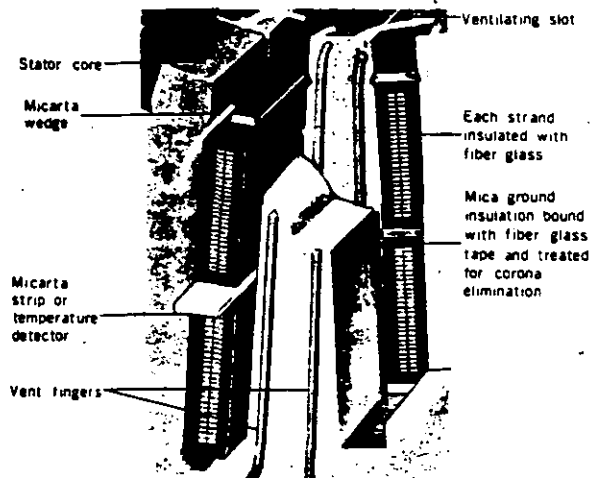


Fig. 13 Cross section of a stator coil
—conventional hydrogen cooled

the stator coil is found in the coil connections nearest the turbine, that is, the cooling gas outlet end of the machine. Hence, insulation has not been used at this point for ratings above 400 MVA, as it was found that bare construction improves the cooling effect. Applied voltage in respect to adjacent coils of the same phase is low and hence striking and creeping distance to ground is ample. Applied voltage in respect to coils of another phase is high, however, necessitating large dimensions to prevent flashover. For this reason, the shape of the end portion of both upper and lower coils was changed as depicted in Fig. 17, widening clearance between coils of different phases and reducing clearance between coils of the same phase. Dialastic insulation is applied to the stator coils (refer to the general description on page 7.) To eliminate corona discharge, semi-conducting varnish has been applied to surfaces of straight portions of the coil in the slots and Coronal processing applied on the diamonds. This approach adjusts distribution of electrical resistance, yielding a uniform potential gradient. Insulating varnish has also been applied from the end on the Coronal to the coil end connection part.

A large magnetic force develops at coil ends during short circuit conditions, tending to expand the conical end portion in the radial direction and to twist upper and lower coils in opposite directions. To counteract this force, Micarta coil support are attached to the end shield and coil, and adjacent coils are bound firmly to each other with glass cord.

For inner cooled machines, rings (hoops) made of epoxy resin reinforced fiber glass are fitted to the conical end portions to prevent deformation from magnetic force in the radial direction.

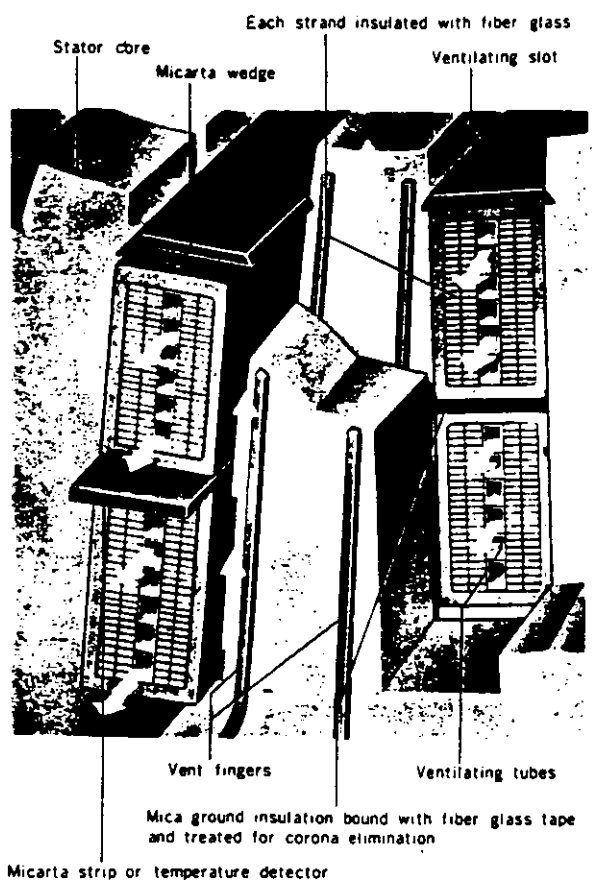


Fig. 14 Cross section of stator coil—inner cooled (single stack of vent tubes)

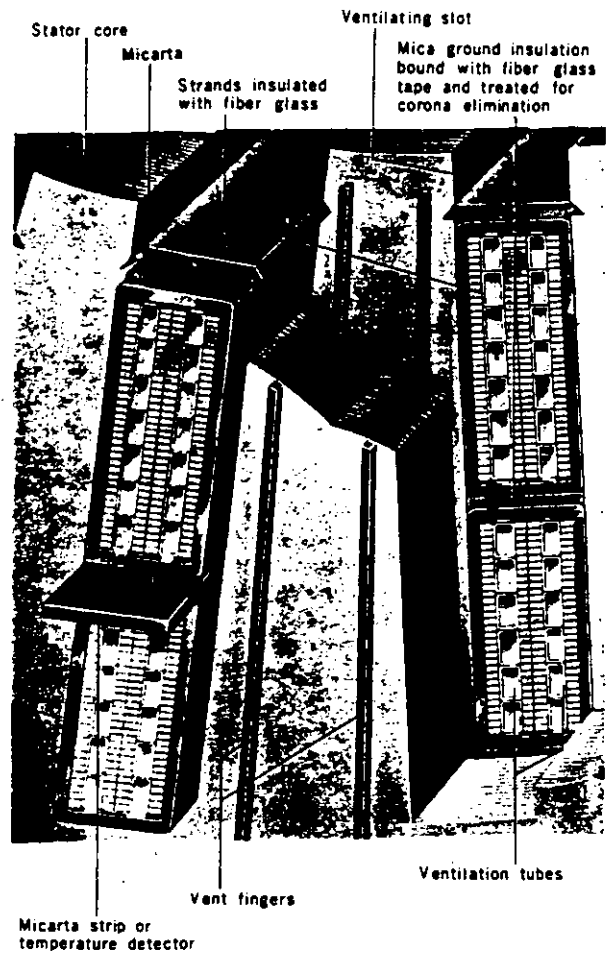


Fig. 15 Cross-section of stator coil—inner cooled (double stacks of vent tubes)

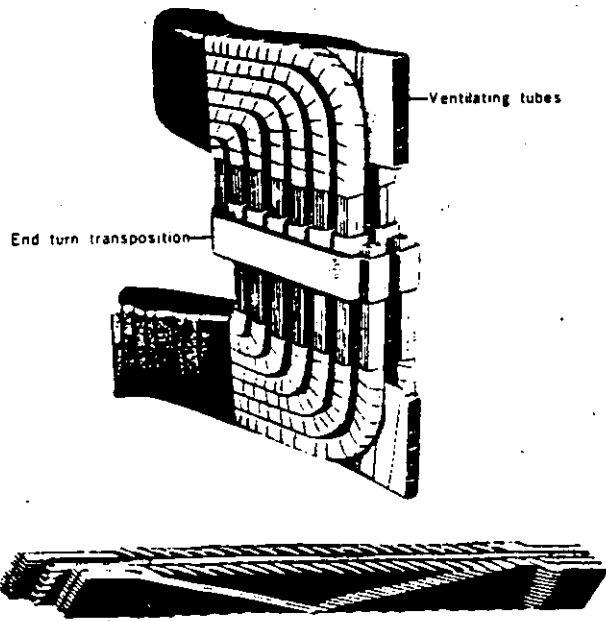


Fig. 16 Roebel transposition details and external transposition for stator winding

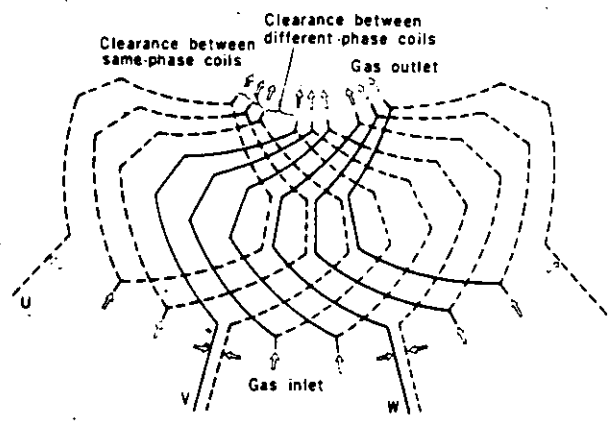


Fig. 17 Cooling construction for stator coil end connections

7. Main Leads

The main generator leads are brought out through lead bushings which are located in a lead box at the bottom of the machine. They are arranged for maximum space and readily permit tying-in with any type of bus run. Bushings can, if necessary, be replaced without removing the generator rotor. Current transformers for metering, relaying and regulating can be provided (maximum of three per bushing.)

In inner cooled generators, bulk type bushings provide both internal and external creepage distances commensurate with machine voltage. Dry type bushings, provided with Dialastic insulation and high grade porcelain sleeves are used. The main lead connectors and bushings are cooled internally by means of a stream of hydrogen directed by an internal duct down the center of the assembly to the end of the bushing, where it is returned through the space between the duct and the current-carrying member of the bushing to the lead box and thence to a low pressure zone in the generator. Fig. 18 shows a cross section of the inner cooled bushing.

8. Temperature Detectors

Temperature detectors are located in the armature windings and in the gas passages. Those located in the gas passages measure the temperature of the gas entering and leaving the coolers. Resistance-type temperature detectors are employed to measure the temperature of the armature coils for conventional hydrogen cooled generators. Inner cooled generators, in addition to the resistance-type temperature detectors normally employed, have a number of resistance-type temperature detectors located at the

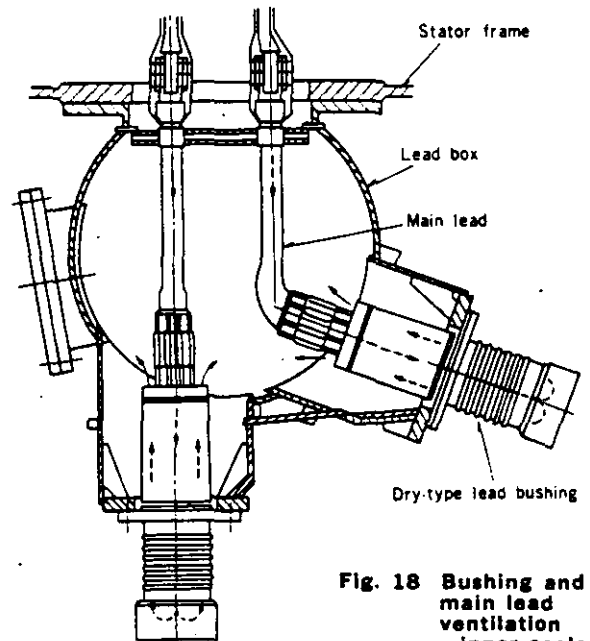


Fig. 18 Bushing and main lead ventilation — inner cooled

hot end of the machine in the gas stream from the stator coils. These detectors read the highest gas temperatures in the machine, and these readings determine the temperature rise of inner-cooled stator coils. The leads from these detectors are brought out through the frame to a gas-tight terminal board where they are connected to the instrument wiring.

Rotor

1. Rotor Forging and Machining

The rotor including the shaft ends is machined from a single, solid Ni-Mo-Vd steel forging. Since the rotor rotates at high speed and is the most important part of the mechanical structure, special care is given to the material, mechanical design and machining.

Forging material is tested for compliance with rigid specifications. It is subjected to a thorough-going inspection by ultrasonic flaw detector, and if questionable echo patterns appear, test specimens are taken from the part in question and precise mechanical tests are carried out to decide whether to accept the material. Test pieces are also taken from the surface and both ends of the material for magnetic and mechanical test. A bore hole is provided for examination to assure forging soundness, and to carry the leads from the field winding to the source of excitation.

Conductor slots are machined by a slot-miller or a planer. In conventional hydrogen cooled machines, the conductor slot is parallel, and an axial ventilating slot is cut under the conductor slot. Radial holes are also machined in the teeth so that the ventilating gas stream can be directed from the axial ventilating slot to the gap between the stator and the rotor.

In inner cooled generators, however, the slot is tapered to give maximum permissible winding space in the rotor, and no ventilating holes are provided since the field winding is cooled internally.

The pole face is cross-slotted to equalize rigidity in the principal axes and minimize double frequency vibration. These cross slots have a semi-circular shape and are distributed along the total length of the rotor body. Shallow grooves may be cut over the entire surface of the rotor body, depending upon the gap length, to reduce rotor surface loss. Fig. 19 shows a typical inner cooled generator rotor shaft.

2. Rotor Winding and Insulation

Conventional hydrogen cooled generators have rotor conductors made of hard drawn, silver-bearing copper. The small amount of silver included in this material ensures high elastic limit, high softening point and good creep characteristics, which will prevent the deformation of rotor end windings such as may occur when conventional copper conductors are used under conditions of large centrifugal force and severe thermal cycling.

Mica insulating cells are placed in the slots first, and then the coils are wound edge-wise and set into the slots one by one. Mica tape bonded to the bare copper conductors insulates between turns. Suitable filler strips are

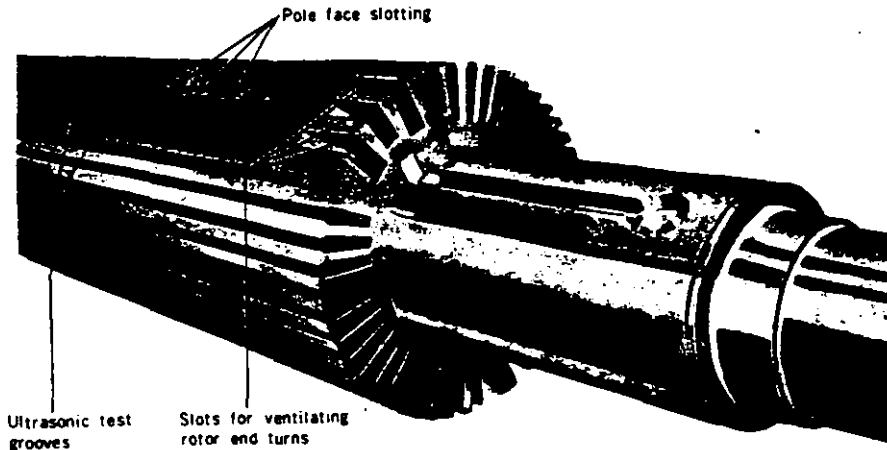


Fig. 19 Rotor shaft—Inner cooled

assembled on top of the winding, and the entire winding is treated with a heat-reactive phenolic-alkyd varnish. The entire rotor is placed in an oven and special pressing tools are periodically tightened. Following the last tightening operation, the oven treatment is continued until the varnish is cured. After the winding is baked, the pressing tools are removed and special wedges are driven in the top of the slots over a brass filler strip. This filler strip is used to facilitate driving of the wedges, but its primary function is to provide a damper winding. At the bottom of the slots where the mica insulating cells are placed over the axial ventilating slots, a steel filler strip is used to keep the mica cells from direct contact with the high velocity gas stream.

Rotor conductors of inner cooled generators are made of cold drawn, silver-bearing copper. Each conductor is made up of a pair of modified U-channels opposing each other, and provides for rotor ventilation passage. Hydrogen inlet and exit ports are radial holes at the corner parts and at the center of the straight parts of the coil structure.

The slot insulation is made of glass epoxy mica material. Prior to inserting the winding coils into slots, J-bends are put into the slots one after another and their joints welded by a high frequency induction heating apparatus. Glass laminate bonded to the bare copper conductors insulates between turns. Matching holes in the conductors are provided to give free access for the hydrogen flow. The completed winding is carefully baked and seasoned. Special non-magnetic wedges are driven in the top of the slot over the filler strip. Completed damper circuits are provided in order to absorb negative phase sequence currents, and consist of retaining rings, copper damper strips and non-magnetic alloyed copper wedges. A special slip layer is provided between the top conductor and the filler strip, which permits free movement of the conductors in the axial direction during operating conditions and prevents permanent distortion of the end winding.

3. Retaining Rings

The rotor end turns are supported by high strength steel retaining rings which are shrink fitted on the end of the rotor body. In order to fit a retaining ring, it is necessary

to heat the ring to an elevated temperature and place it on the rotor while hot. The shrink fit of the retaining ring will decrease when the rotor is brought up to speed, but even at specified overspeed a light shrink fit is still present between the rotor body and the retaining ring. In order to prevent any axial motion of the retaining ring relative to the rotor body, a circumferential locking ring is provided. This ring is split and the ends at the split are provided with special extensions which are used to expand it during the fitting of the retaining ring on the rotor.

Floating type retaining rings, or those supported directly on the end of the rotor body, eliminate both conductor stresses at the point of attachment and coil insulation chafing under the rings since neither centrifugal force nor rotor deflection produces relative movement between winding and ring. Resultant permanent centering of the retaining ring contributes to balance stability and noise reduction. An end plate shrink-fitted on the other end of the retaining ring prevents elliptical distortion of the ring during operation and insures alignment stability.

In conventional hydrogen cooled generators, the material for the retaining ring is Ni-Cr-Mo steel. Uniform end winding ventilation is achieved by radial holes on the retaining rings.

In inner cooled generators, the retaining ring is of cold worked, non-magnetic austenitic steel with a high Mn content. It is aimed at reducing end leakage fluxes and stray load losses resulting from higher current loading. No ventilation holes are provided on these rings because of the notch-sensitive properties of this material.

Fig. 20 shows an external view of the completely assembled inner cooled generator rotor.

4. Collector Rings and Field Leads

Fig. 21 illustrates the collector and field lead construction. The collector rings are made of tool steel and the wearing face is spirally grooved so as, on the one hand, to interrupt the small arcing contacts which carry current between the rings and brushes thus preventing current concentration in small brush face areas, and on the other, to secure more intimate contact between the ring and the brush by allowing the entrapped air to escape more readily.

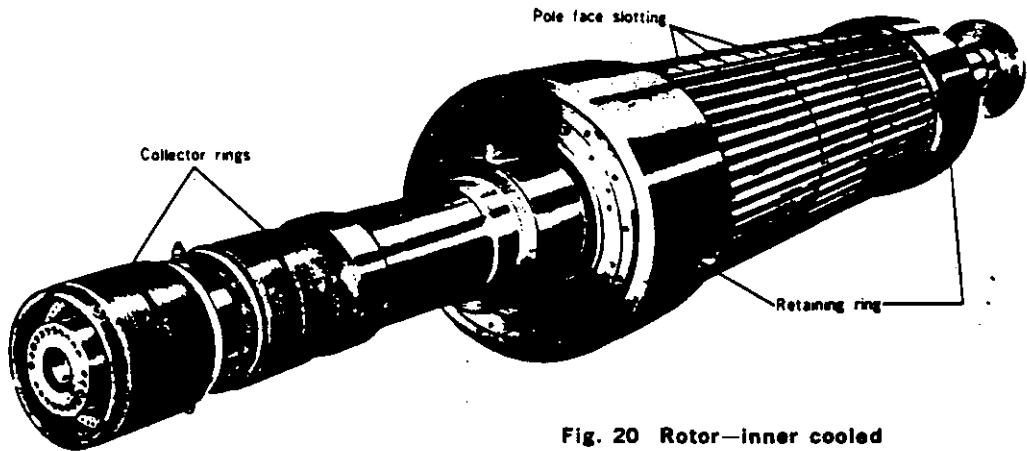


Fig. 20 Rotor—inner cooled

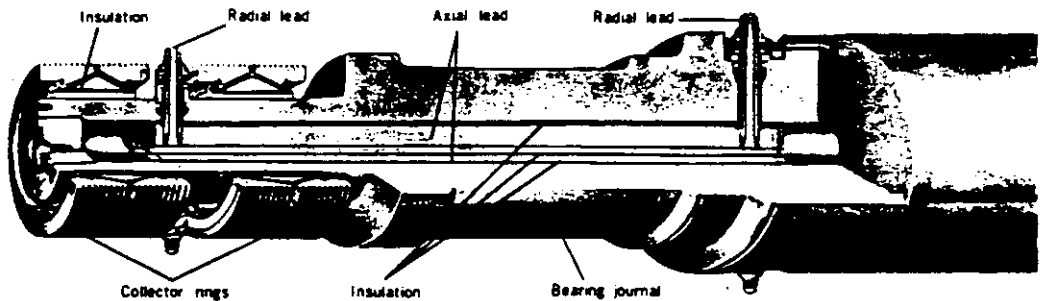


Fig. 21 Collector and leads

The rings are provided with ventilating holes which give additional cooling surface, and also force the air to circulate in the immediate vicinity of the rings. A centrifugal type fan mounted on the generator shaft draws cool air through the brush rigging at all times.

The collector rings are mounted on individual steel bushings, with mica insulation between rings and bushings. The ring and bushing assemblies are removable as individual units. The collector rings are connected to the rotor winding by means of radial leads which are in turn connected to axial leads in the bore of the shaft by a threaded joint. Hydrogen-tight seals are provided at the radial leads at both ends of the axial leads. The bore hole in the rotor shaft is sealed by means of expansion fitted steel plugs. A tapered hole in the plug at the collector end of the rotor is provided so that leakage tests of the radial lead seals can be made.

5. Brushes and Brushholders

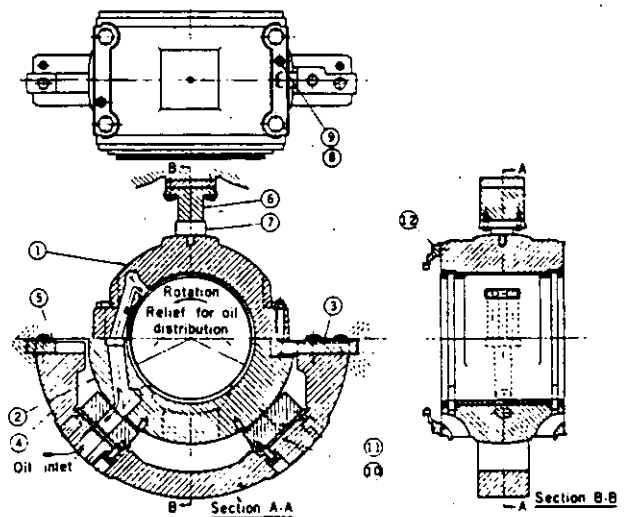
The brushholders are designed to permit changing brushes without the use of tools. A special locking features holds the brush shunt to the fixture on the brush sickle.

Bearings and other Mechanical Parts

The two generator bearings are supported in brackets which are bolted to the generator frame to form a gas-tight housing. The entire weight of the generator is supported on welded feet.

Fig. 22 is a sectional view showing the details of a typical insulated bearing, which consists of a cast steel shell lined with Babbit metal and provided with means for lubrication. It should be noted that Fig. 22 is of service

only to show general construction features: minor differences in detail occur depending on the rating and dimensions of the generators.



- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1. Top bearing | 7. Key insulation |
| 2. Bottom bearing | 8. Bolt |
| 3. Insulated stop dowel | 9. Dowel |
| 4. Seat | 10. Insulation |
| 5. Seat key | 11. Support seat |
| 6. Keeper | 12. Oil catcher—outboard |

Fig. 22 Insulated bearing

The bearing shell is split horizontally and dowels insure perfect alignment of the two halves when assembled.

Both the spherical support seat and the stop dowels are insulated from the bearing seat, and insulation is provided between the top half of the bearing and the bearing keeper. In addition, to prevent shaft currents from flowing through the bearings, insulation is provided at the following places on both ends of the generator: between the gland seals and the brackets; between the gland seals and the feed and drain lines; and between the bearing oil seals and the brackets.

Oil supplied to the bearing through a hole in the bracket is led through a drilled passage to the upper part of the bearing, from where it is carried through a relief valve into the bearing and distributed along the bearing length. The oil which leaks out on the ends is discharged through annular grooves and radial slots machined at the bottom of the bearing. A split oil seal ring is bolted on each end of the bearing.

Fig. 23 and 24 show the principle of operation of the bearing gland seals for conventional hydrogen cooled and inner-cooled generators. The seal oil is supplied to the feed grooves through passages in the supporting brackets. A gland seal ring is provided to restrict the flow of oil through the seat. This ring can move radially with the shaft, but is restrained from rotating by a pin to the supporting structure. Oil leaving the gland seal rings is caught in chambers on each side of the seal, from which it is drained back to seal oil system

Cooling Systems

The ventilation and cooling system of a conventional

hydrogen cooled generator and that of an inner cooled generator differ extensively.

1. Conventional hydrogen

Figs. 25 and 26 show the typical ventilation circuit for a conventional hydrogen cooled machine.

Hydrogen is used to cool all parts of the machine other than the collector rings, field leads and excitors, which are separately cooled by air.

The gas in the generator housing is circulated by two propeller type blowers mounted at both ends of the rotor as shown in Fig. 27. These blowers provide ample pressure and volume for effective ventilation. Aluminum alloy blower segments are held by an easily removable clamping ring.

Two hydrogen coolers are provided axially at the top of the generator housing to cool the gas.

Stator ventilation is by the so-called multiple-path system. Gas from the propeller blowers is directed to both ends of the rotor, both ends of the annular gap between the stator and the rotor, and the outer periphery of the stator core at the center sections. The core end sections are ventilated by the gas which is introduced to both ends of the gap and is led outward radially through the vent ducts to the outer periphery of the stator core. At the center sections of the stator core, gas is fed inward radially through the vent ducts to the annular gap. Then, the gas flows axially to adjacent low pressure zones through this gap and returns outward radially through the vent ducts to the outer periphery of the stator core. Effective rotor ventilation is achieved by means of axial and radial ducts at the body, and radial holes in the retaining rings at the end. Fig. 28 and 29 show the rotor ventilating passages.

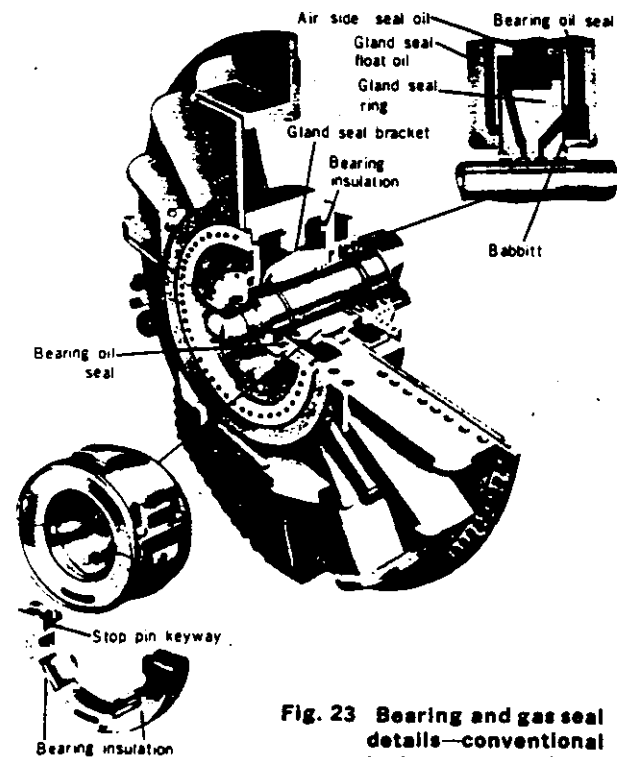


Fig. 23 Bearing and gas seal details—conventional hydrogen cooled

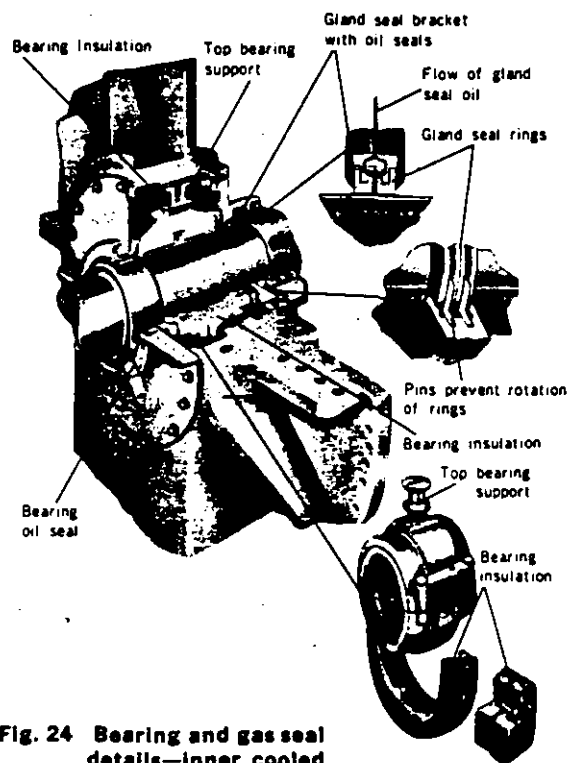


Fig. 24 Bearing and gas seal details—inner cooled

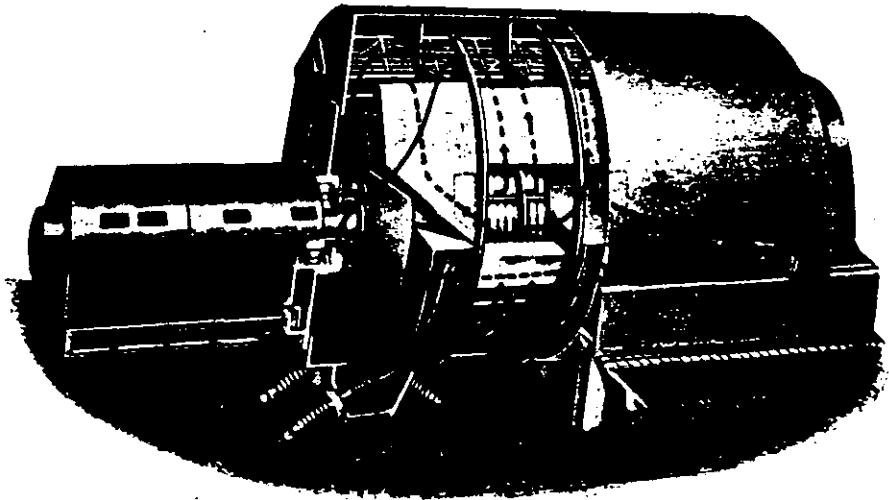


Fig. 25 Ventilation system—conventional hydrogen cooled

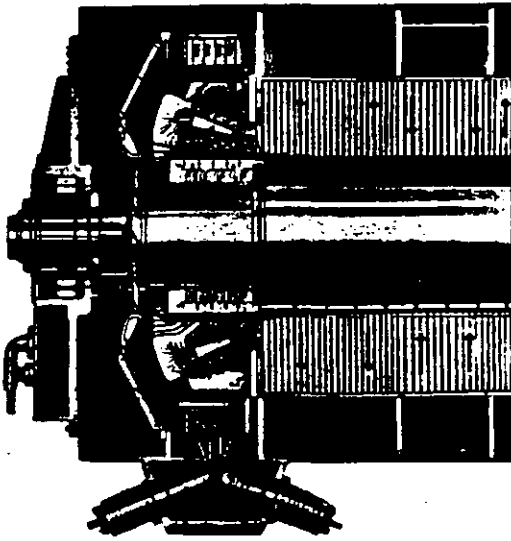


Fig. 26 Stator and rotor ventilation—conventional hydrogen cooled

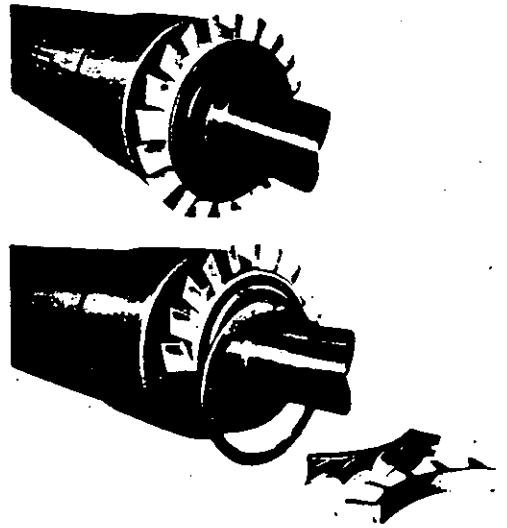


Fig. 27 Propeller blowers—conventional hydrogen cooled

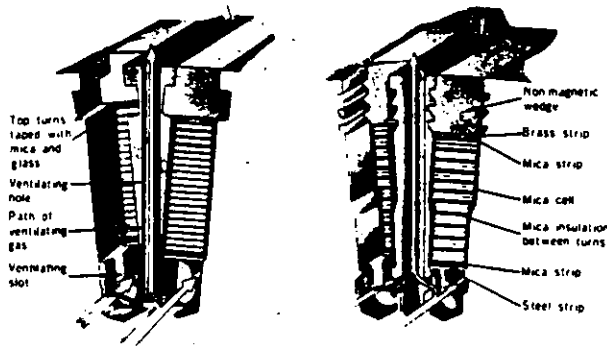


Fig. 28 Field winding and ventilation—conventional hydrogen cooled

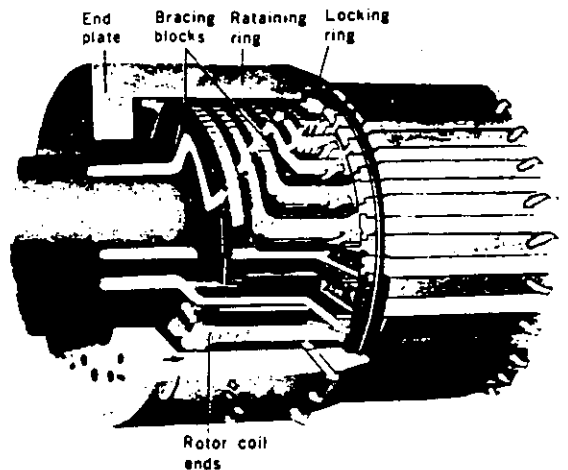


Fig. 29 Rotor end-turn ventilation—conventional hydrogen cooled

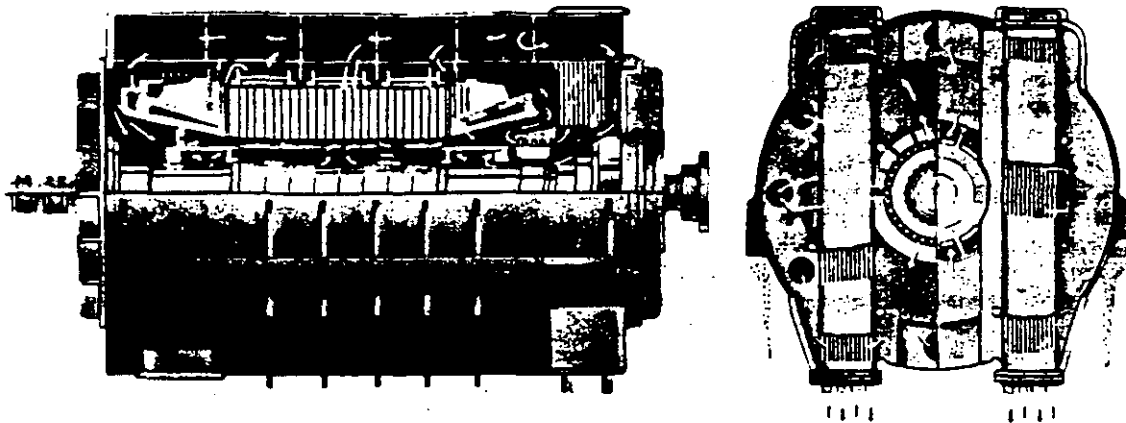


Fig. 30 Ventilation system—inner cooled

2. Inner

Fig. 30 is a typical ventilation circuit for inner cooled machines. The gas in the generator housing is circulated in parallel through the machine parts, such as stator core, stator coil, lead bushing and rotor coil. A single multi-flow compressor-type blower on the turbine end of the rotor provides ample pressure and volume for efficient ventilation. Individual precision-cast blades are dovetailed and locked on the blower hub for easy removal and replacement as shown in Fig. 31.

Hydrogen coolers are provided at the turbine end of the generator housing to cool the gas as it is discharged from the blower. Gas from the hydrogen coolers is directed to both ends of the rotor, to the outer periphery of the stator core, to the collector ends of the stator coil vent tubes, and to the gas inlet openings for the main lead connectors and bushings.

The cooling gas for the stator core is carried through orifices into the space immediately behind the core. From here it passes through the ventilating ducts in the core into the air gap of the machines, from where it is drawn to the blower and recirculated. The cooling gas for the stator coils passes from the collector end to the turbine end of the generator through vent tubes, being discharged at the turbine end, where it passes again through the blower and is recirculated.

A portion of the cold gas leaving the cooler is also directed

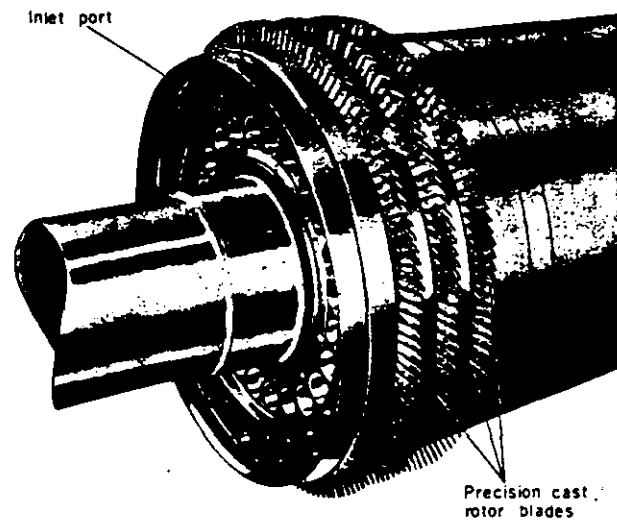


Fig. 31 Axial compressor blowers—inner cooled

by means of baffles and ventilating passages through the rotor. A portion of this gas enters the rotor at each end, flowing through the ventilating passages provided in the rotor winding itself, and being discharged into the air gap

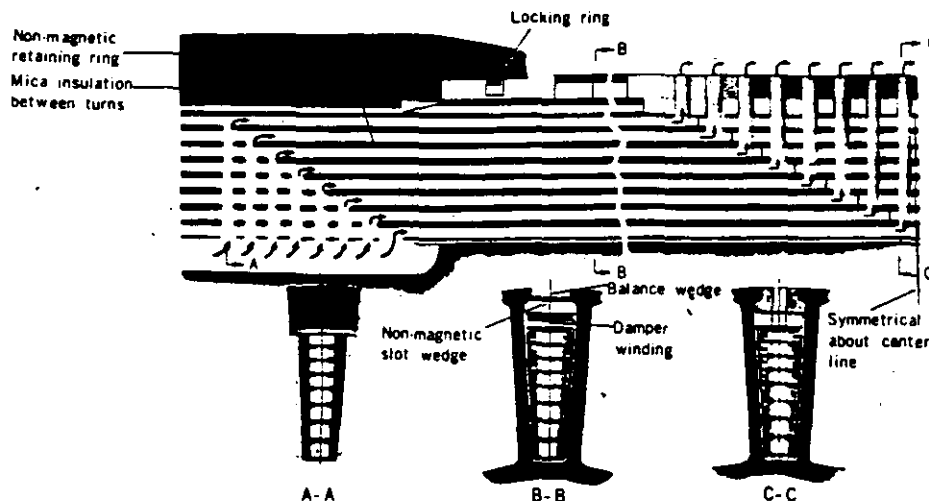


Fig. 32 Field winding and ventilation—inner cooled

at the center of the rotor whence it is drawn back to the blower and recirculated through the cooler. Fig. 32 shows ventilation of the straight portion of the rotor winding. The rotor end turns have a ventilation circuit separate from that of the straight portion of the rotor winding. A special pattern of holes is drilled radially in the end turns, and cold gas from the coolers passes directly into these holes at both ends of the rotor. It flows through hollow passages in these end turns similar to the passages in the straight portion of the rotor, and is discharged into a special chamber beneath the end turn winding near the center of the pole. From there it is discharged into the air gap and then returns to the blower. Fig. 33 shows rotor end-turn ventilation.

The cold gas which enters the gas inlets for the main lead connectors passes through the holes provided in the main leads and lead bushings themselves, and is discharged into the lead box from where it is drawn back to the blower and recirculated.

Large 4-pole machines for nuclear power generation are fundamentally governed by the foregoing explanation, with the exception that for machines of approximately 600 MVA rating and above, axial ventilation is applied to the stator core as illustrated in Fig. 34.

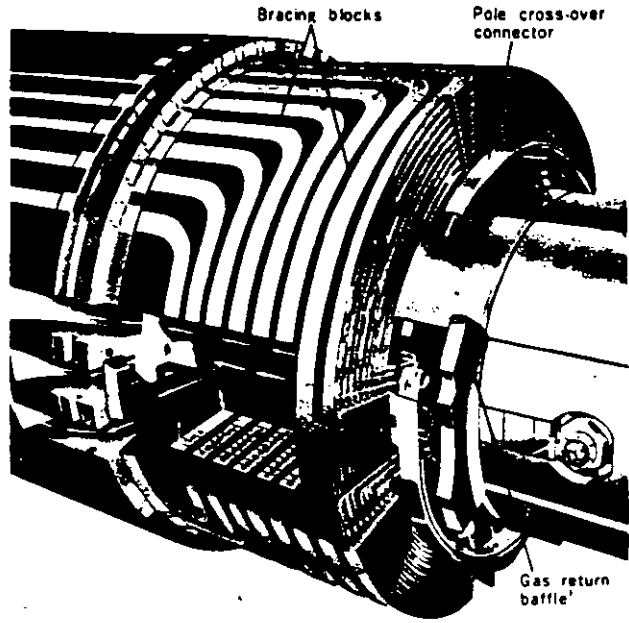


Fig. 33 Rotor end-turn ventilation—inner cooled

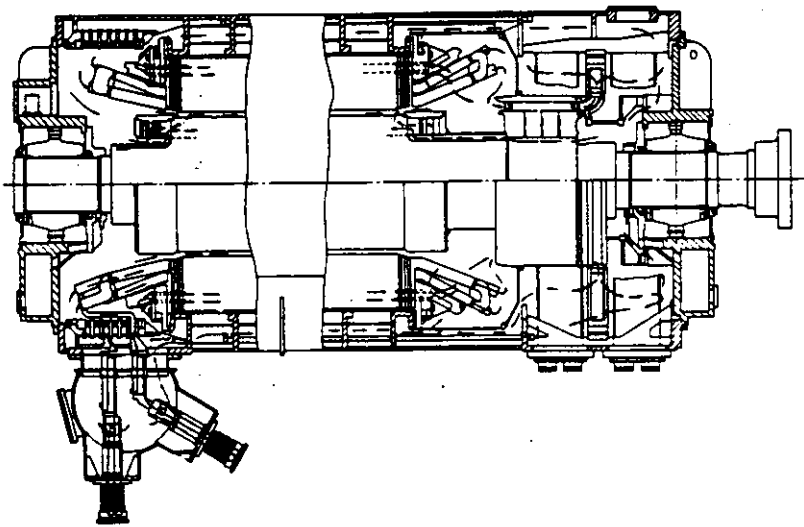


Fig. 34 Ventilation system for large 4-pole generator

3. Pressurized Gap Cooling

Fig. 35 illustrates a typical pressurized gap cooling system applied to 2-pole machines of 600 MVA rating and higher

In this system, the gap between the rotor and the stator is divided in the axial direction into a number of zones of alternating low and high pressure by means of stator and rotor barriers. Stator core cooling is similar to that obtained from compound radial cooling of a conventional hydrogen cooled generator, while gas entering the high pressure zone at the back of the stator moves inward in the radial direction along the ventilation ducts in the stator core until it reaches the high pressure zone at the gap. In conventional hydrogen cooling, the gas moves along the gap directly into the next zone, thus returning to the stator core, but in the pressurized gap system, the gas moves from the high pressure zone in the gap

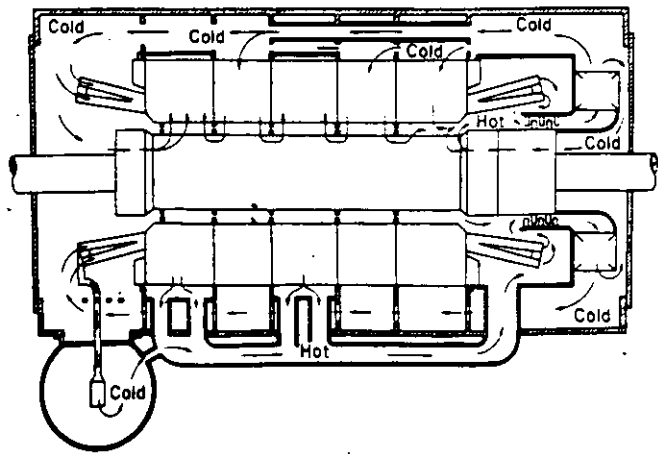


Fig. 35 Pressurized gap cooling system

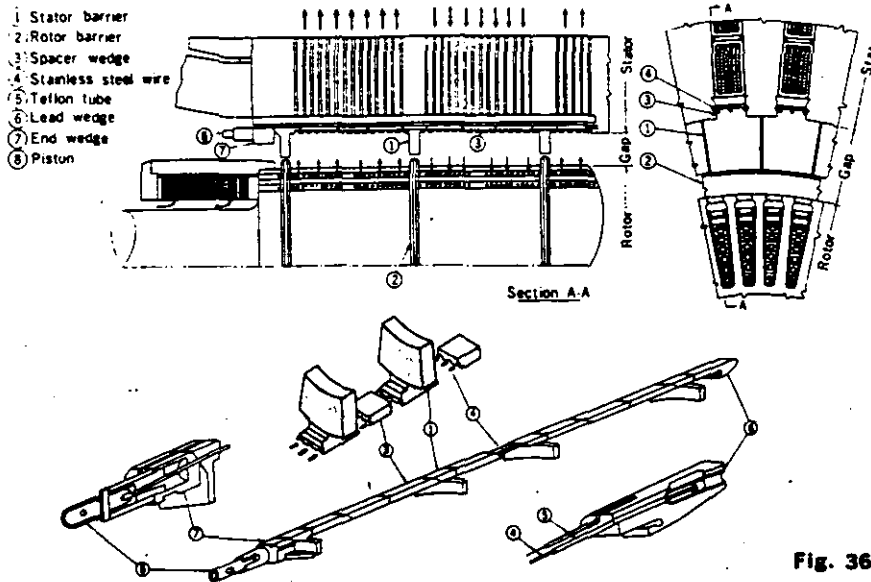


Fig. 36 Construction of barriers

radially inward along ducts in the rotor coil until it reaches the axial ventilation ducts in the rotor coil. It then moves along these ducts in the axial direction to enter the next low pressure zone, moves again radially through the ventilation ducts in the rotor coil, emerging in a low pressure gap zone, finally passing radially outward along the ventilation ducts of the stator core and returning to the low pressure zone at the stator core back.

This system affords two major advantages:

1. There are more parallel circuits for rotor ventilation and shorter duct length than in the case of inner cooling, with the result that the same blower capacity results in greater air flow and improved cooling effect.
2. Gas inlets and outlets are made on the rotor surface to face gap and so blower high pressure can be used directly for cooling of the rotor coils in contrast to the conventional multi-parallel direct cooled rotor, which utilizes the dynamic pressure generated by the peripheral speed of the rotor. The result is a major increase in rotor ampere turns.

Ventilation piping to the high and low pressure zones of the stator core can either be attached to the bottom of the frame as shown in Fig. 35, or can be provided inside the frame. The choice is determined primarily by the outer frame diameter which is permissible under shipping size restrictions.

The rotor barrier consists of rings of non-magnetic alloy steel shrink fitted to the rotor, while the stator barrier, as shown in Fig. 36, is attached to the segmental insulating plates on the inner side of the stator slot wedges. A special support technique is applied because the stator barriers are attached after the rotor has been inserted into the stator.

Hydrogen Gas Coolers

The hydrogen is cooled by passing it through two sets of coolers where the gas gives up its heat to cooling water running in finned tubes. Fig. 37 shows a typical gas cooler construction.

The nozzle end is bolted solidly to the generator frame, while the rear end is supported by a diaphragm which permits it to move freely with temperature changes. The rear end is covered with a gas-tight steel cover which must be removed to clean the cooler tubes. With the rear end outer cover removed, gas is prevented from escaping by a flexible diaphragm between the cooler and the frame. Divided cooler sections permit cleaning of one cooler out of four while the generator is in operation up to 90% of maximum rating.

The water boxes in these hydrogen coolers are arranged so that all tubes are full of cooling water at all times. Tubes are expanded into tube sheets at both ends.

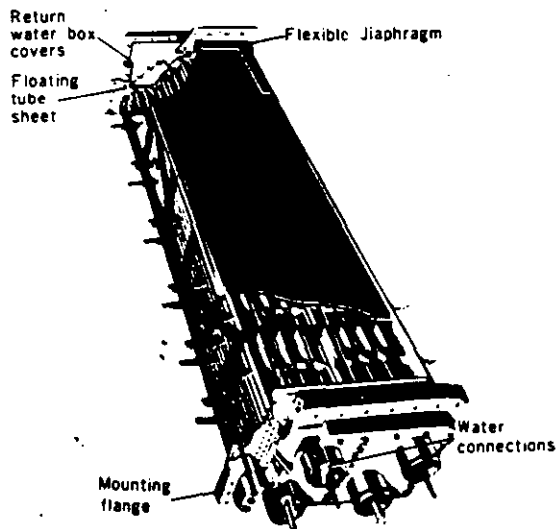


Fig. 37 Hydrogen cooler

EXCITATION SYSTEMS

Standard System

It is Mitsubishi's standard practice to apply brushless excitation systems for the excitation of steam turbine generators.

Brushless excitation systems consist of a permanent pilot exciter (PMG), an AC exciter, a rotating rectifier directly connected to the generator shaft with a static voltage regulator, and associated switchgear.

Nonstandard Systems

The following excitation systems are also available, if required, at an adjustment in price:

1. Conventional DC excitation systems, consisting of a shaft-driven exciter, a static voltage regulator and associated switchgear. The main exciter is directly connected to the generator for ratings of 75,000 kW and smaller, and geared for larger ratings.
2. Motor-driven generator excitation systems with excitation cubicles
3. Static excitation systems, consisting of reactor, current transformers, a saturable current power transformer, a static silicon rectifier, a static voltage regulator, and associated switchgear.

Standard Specifications

1. Exciter Capacity

The current rating of the exciter is equal to the am-

peres excitation required by the generator when operating at 105 percent of rated voltage at maximum capability and rated power factor.

2. Exciter Temperature Guarantees

1. Brushless exciters are rated on the basis of continuous operation at rated output and will not exceed a guaranteed maximum temperature rise of 60°C based on a maximum ambient temperature of 50°C.
2. Conventional DC exciters are rated on the basis of continuous operation at their rated output and will not exceed the following maximum temperature of 40°C or lower (by JEC).

Armature winding 70°C

Field winding 70°C

Commutator 80°C

However, conventional DC exciters can be made to meet the requirements of any standard.

3. Class of Insulation

Class B insulation is standard for amature and field windings of exciters.

4. Speed of Response and Ceiling Voltage

1. Nominal exciter response: Not less than 0.5
2. Ceiling voltage: Not less than 120 percent of rated voltage

5. Exciter Tests

Rotating exciters are completely assembled in the factory

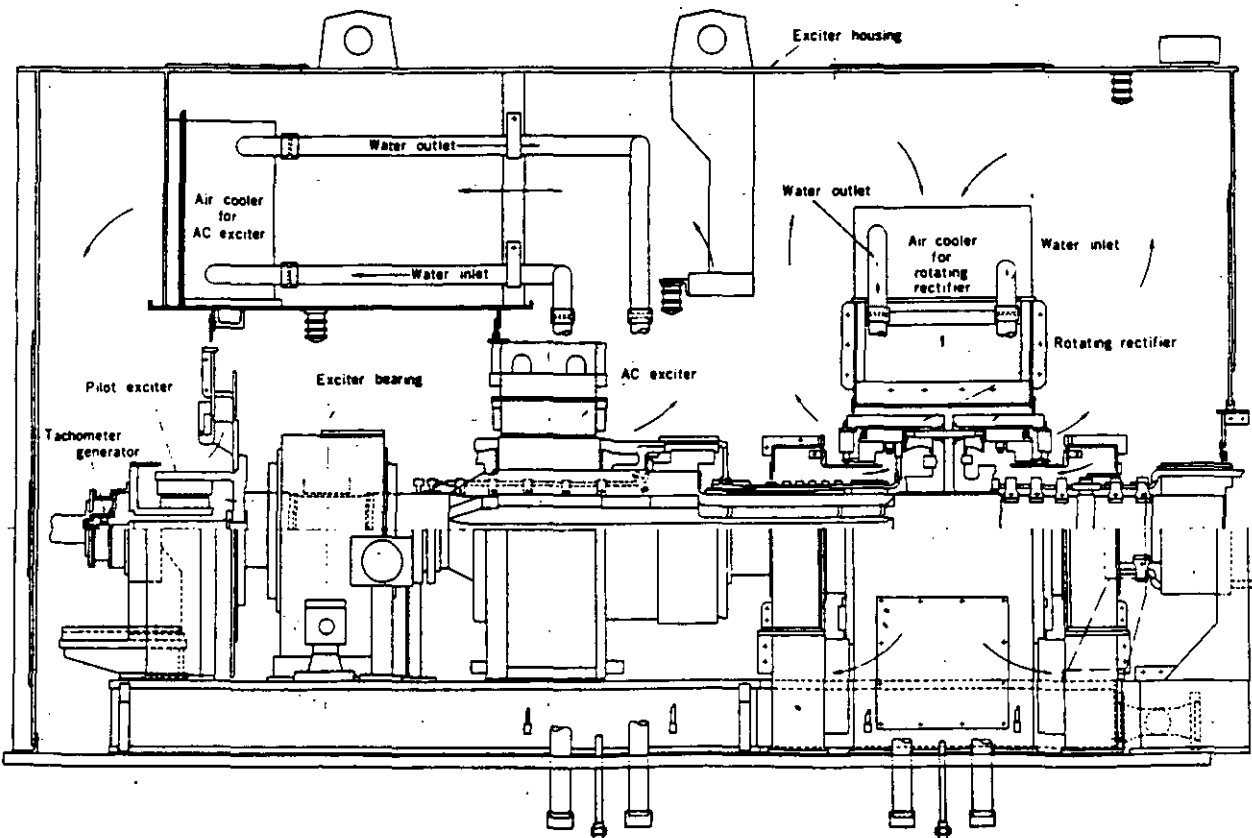


Fig. 38 Cross section of brushless exciter

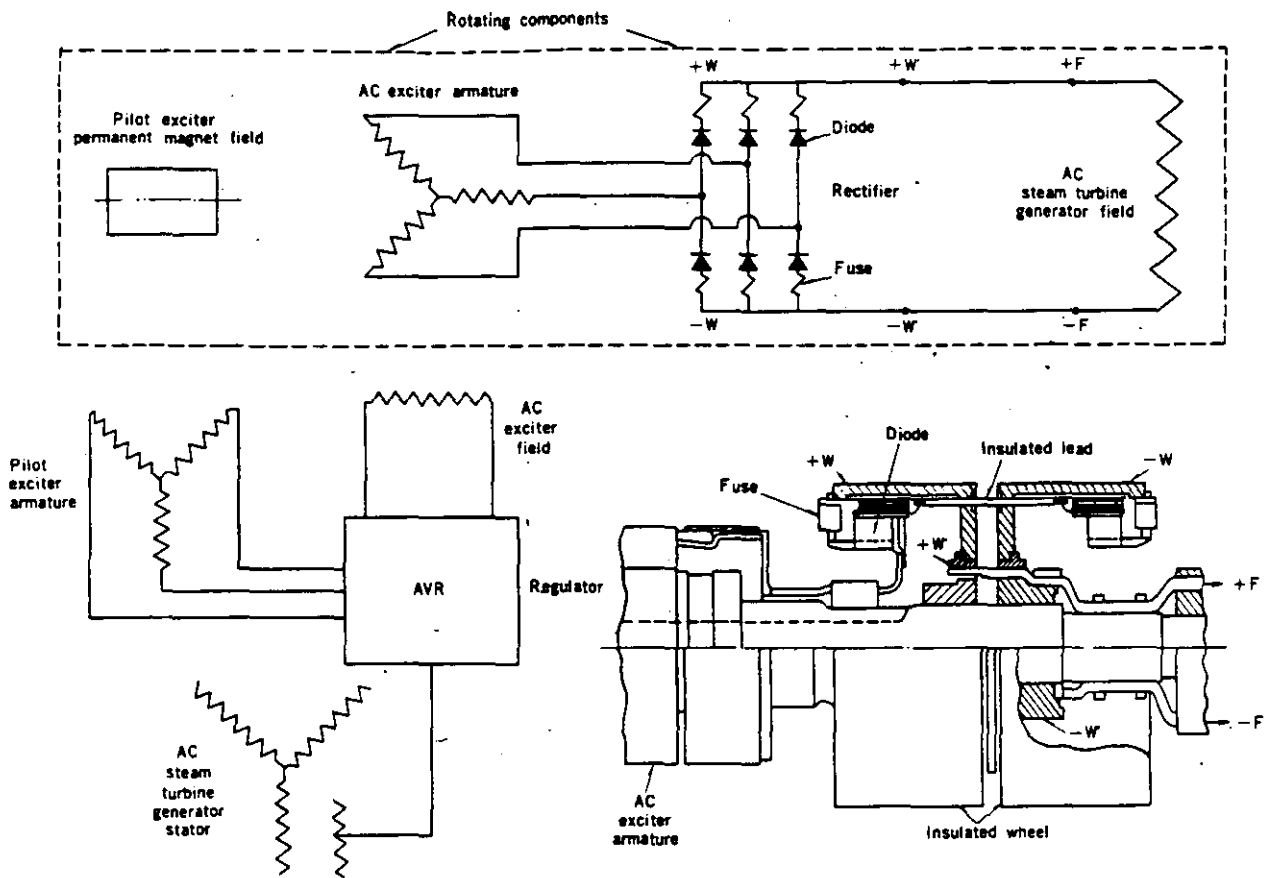


Fig. 39 Schematic of brushless excitation system

and run at speed for standard factory tests, which include the following:

1. Mechanical balance
2. Commutation adjustment (except brushless)
3. No-load saturation curve
4. Resistance measurements
5. High-potential tests

Exciter Construction

Brushless Exciter

The entire exciter is totally enclosed and self ventilated as shown in Fig. 38. Air coolers are mounted within the enclosure to remove heat. Use of this ventilation arrangement results in simple foundation design.

A schematic diagram of a brushless exciter is shown in Fig. 39.

The PMG provides power to the voltage regulator, which controls the stationary field of the AC exciter. The output from the rotating armature of the AC exciter is fed along the shaft to silicon diodes mounted in wheels on the shaft, where the AC exciter output is rectified. The resultant direct current is carried along the shaft to the rotating field of the generator. There are no commutators, brushes or collector rings.

The system is protected against diode failure by series-connected fuses having indicating devices which may be inspected during operation, thus permitting maintenance on a scheduled basis. Continuous operation of this system is possible with 20% of the diodes per phase out

of service.

Generator field breaker, exciter field rheostat, and main lead bus wiring between exciter and AC generator are eliminated. Instruments for indicating or recording AC generator field temperature, voltage, and current are not required.

Shaft Driven Direct Connected Exciter

The general arrangement of the shaft driven direct connected exciter is shown in Fig. 40. The exciter is of the pedestal type and the two bearings are lubricated by the turbine oiling system.

Commutator design, shown in Fig. 41, provides for expansion in all directions without distortion at high peripheral speeds, by means of shrink rings and centering plates. Balance rings assure perfect dynamic balance at normal speed. Packing back of the commutator neck prevents dirt and carbon dust from causing low insulation resistance to ground.

The exciter is provided with an enclosure to direct the ventilating air over the exciter parts. A flexible ventilation system permits filtered air to be taken in either below the floor or at turbine floor level, and discharged either below the foundation or into the turbine room. In the former case, air is discharged through drip-proof and sound-proof ducts. The exciter enclosure is pressurized to prevent oil vapor leakage from bearings.

All parts that require regular maintenance including filters and electrical connections are fully accessible. Brushes can be removed and replaced without the use of tools.



Fig. 40 Exciter and collector ventilation—direct-connected commutator exciter

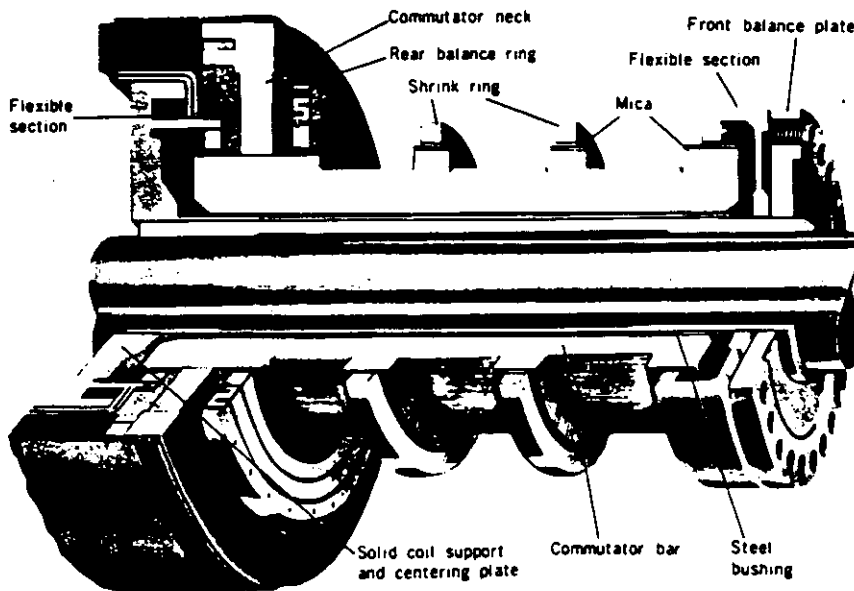


Fig. 41 Shrink-ring type commutator for shaft driven direct-connected exciter

Shaft Driven Geared Exciter and Motor-driven Exciter

The general arrangement of the shaft driven geared exciter is shown in Fig. 42 and V-ring commutator construction is shown in Fig. 43.

Properly proportioned through-bolts and a flexible rear V-

ring assure concentricity without distortion. The same commutator construction is used for motor driven exciters, and in this case the driving motor has adequate pull-out torque at reduced voltage. High inertia provides maximum dependability during disturbances.

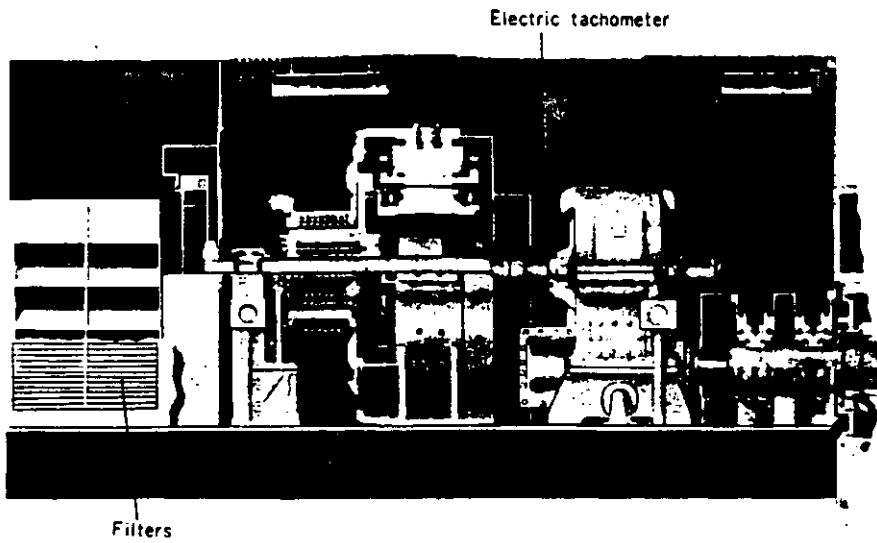


Fig. 42 Shaft driven geared exciter showing collector ventilation

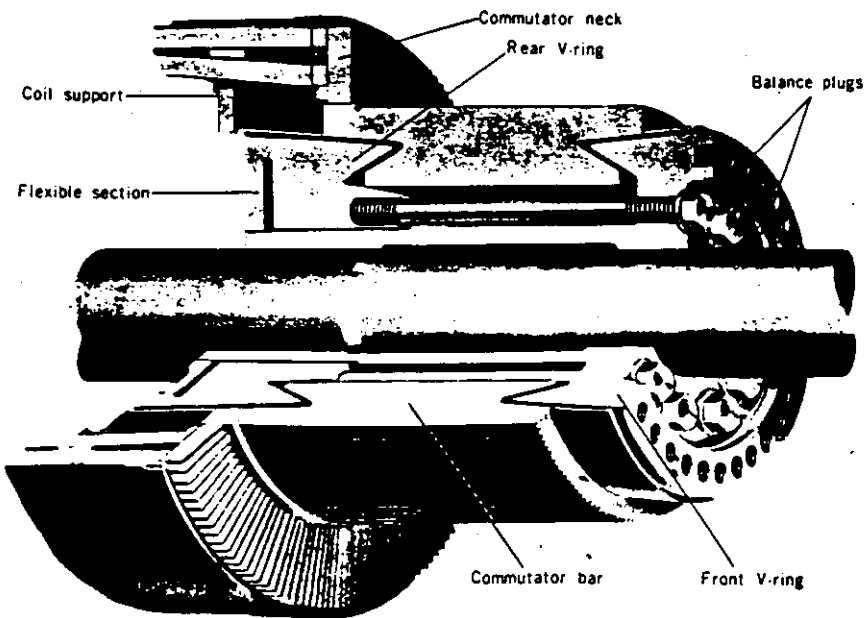


Fig. 43 V-ring commutator for shaft driven geared exciter

HYDROGEN APPARATUS

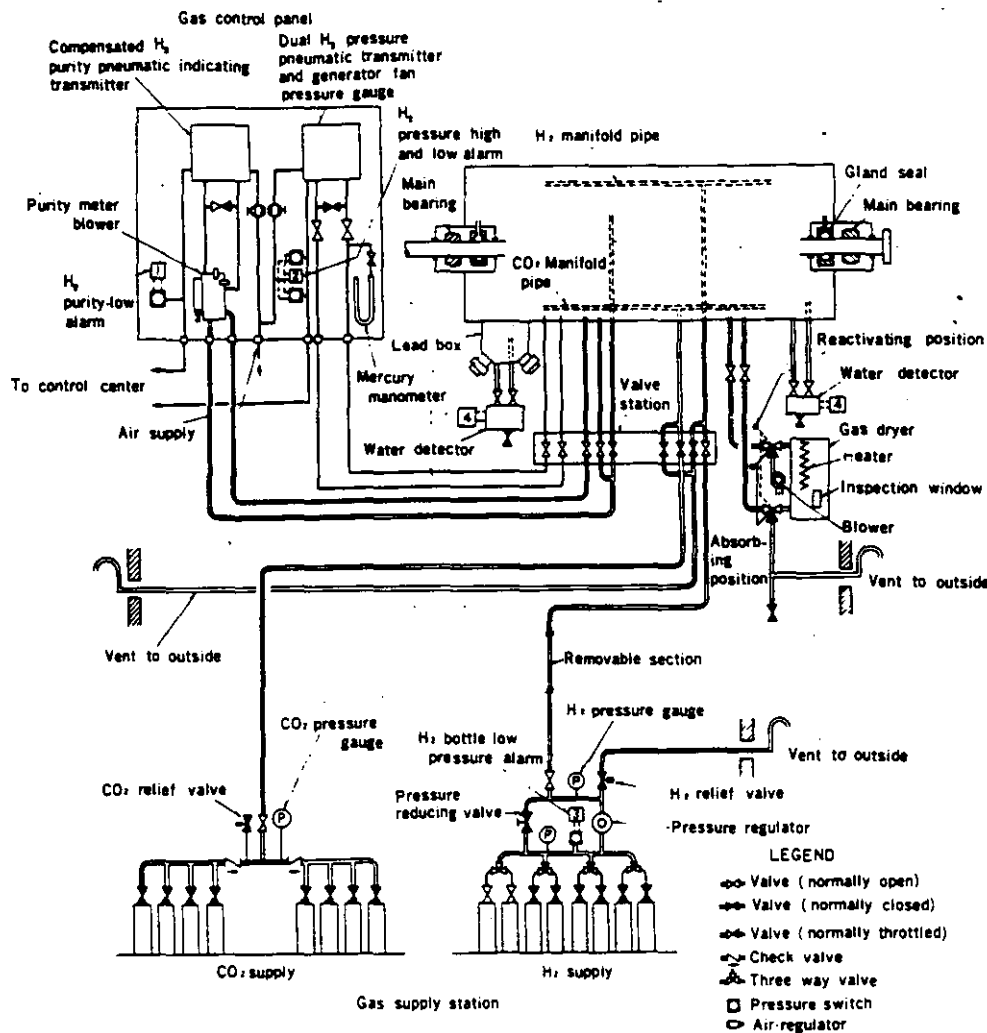


Fig. 44 Gas system diagram—conventional hydrogen cooled

Hydrogen Gas System

1. Principal Functions

1. To provide means of supplying or withdrawing hydrogen with safety, using carbon dioxide as a scavenging medium.
2. To indicate to the operator at all times the gas pressure in the machine, and to maintain it at the desired value.
3. To indicate to the operator at all times the gas purity in the machine.
4. To dry the gas and remove any water vapor which might get into the machine from the seal oil or from the gas itself. The presence of liquid in the machine is indicated by an alarm on the hydrogen control panel.

2. Construction

Figs. 44 and 45 show gas system diagrams for conventional hydrogen cooled and inner cooled generators. Construction of the hydrogen gas system comprises:

1. Gas supply station
2. Gas control panel
3. Gas dryer

4. Valve station
5. Liquid detectors
6. Piping and valves

3. Gas Supply

The hydrogen gas supply system provides the necessary valves, pressure gauges, regulator, and other equipment to permit introducing hydrogen into the generator. The carbon dioxide supply system provides a means of admitting CO₂ to the generator during gas purging. Gas—either hydrogen or carbon dioxide—is distributed uniformly to the various compartments of the generator by means of perforated pipe manifolds located in the top and bottom of the generator housing.

Normally eight bottles of hydrogen and eight of carbon dioxide are provided. Figs. 46 and 47 show the gas supply stations.

Mitsubishi's standard practice is to supply CO₂ in the vapor phase, eliminating the need for an evaporator. If plant location makes it inconvenient to obtain hydrogen, a hydrogen generating unit can be provided.

4. Gas Replacement

Replacing air in the machine with hydrogen or vice versa can be accomplished by two methods: the direct method

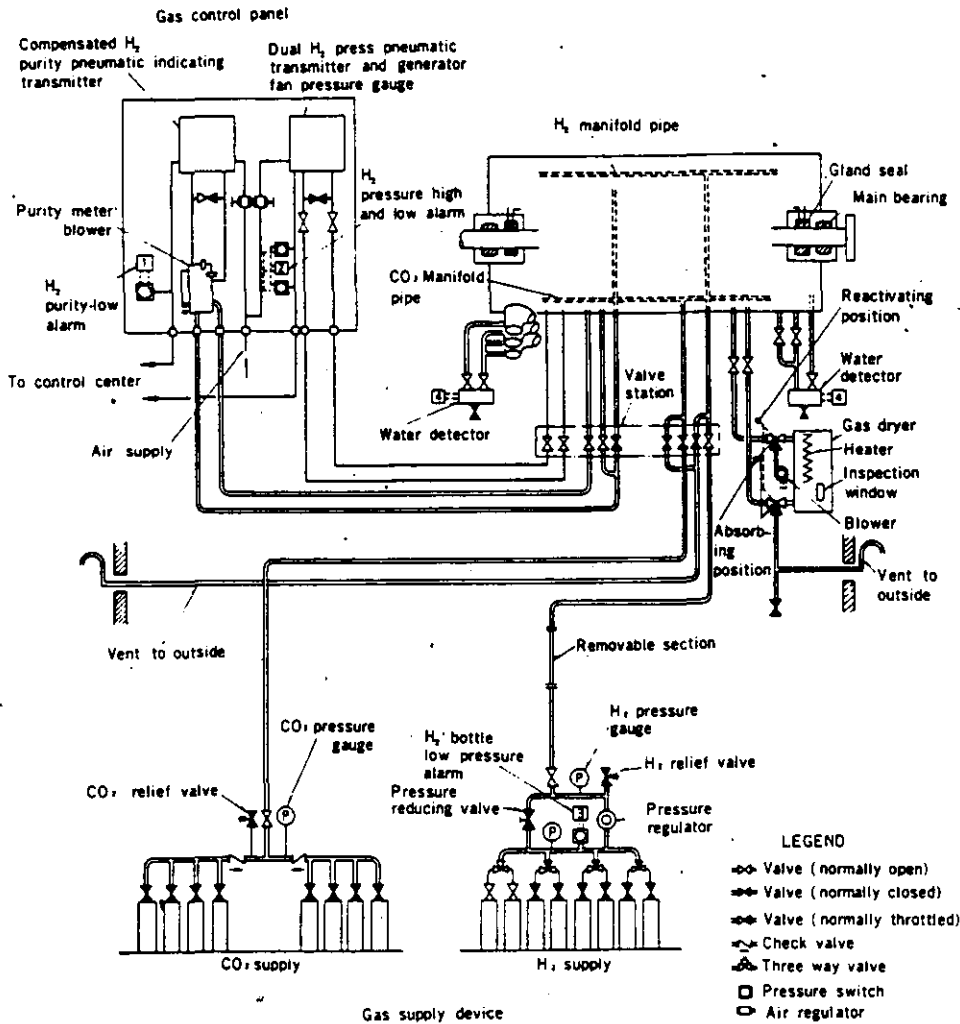


Fig. 45 Gas system diagram—inner cooled

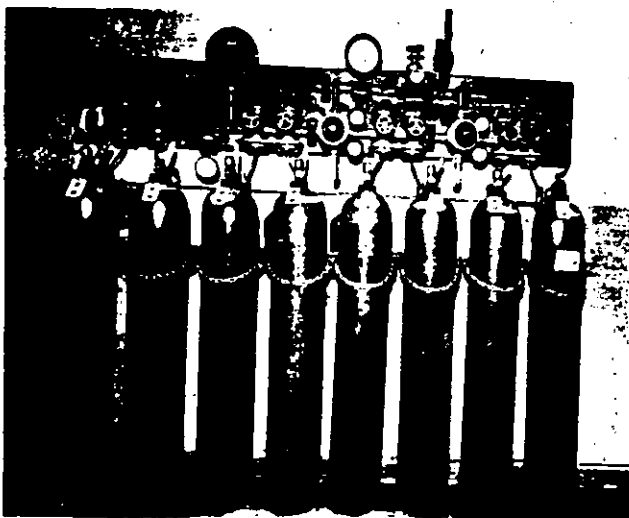


Fig. 46 Hydrogen supply station

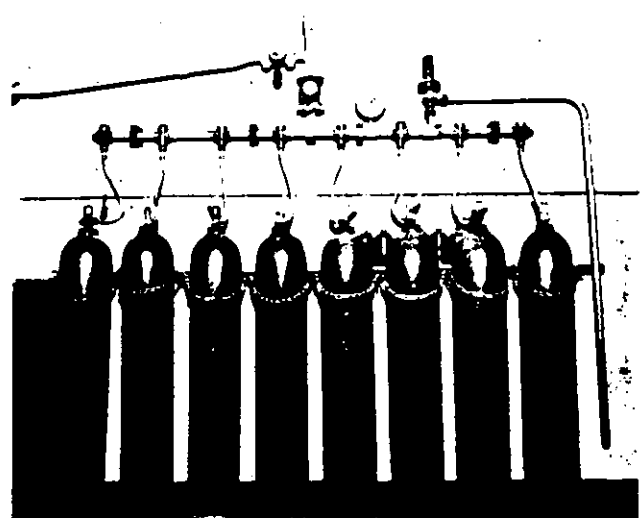


Fig. 47 Carbon dioxide supply station

in which the air or hydrogen in the machine is first exhausted to a vacuum; and the indirect method in which CO_2 is used as an intermediate inert gas. The direct method has a number of advantages which include ex-

pulling moisture and the dust accumulated inside the generator, savings on the quantity of hydrogen needed for the purging, and attainment of high purity immediately after replenishment. However since the operation is rather

complicated, this method is adopted only on request, and the indirect method is made standard. Table 1 (p. 3) shows the quantity of gas and time required to effect the purging.

5. Gas Purity

At the gland seals, some of the air and moisture in the seal oil escapes to the machine if measures are not taken in the seal oil system. Mitsubishi adopts a vacuum treating system for conventional hydrogen cooled units and a double-flow system for inner cooled units so that the quantity of air or moisture which is released to the machine is very small.

Hydrogen purity in the machine is thus normally maintained above 95%, and there should be no need to admit additional hydrogen to compensate for lowering of the purity.

Even if the seal oil is supplied from the main bearing oil feed system over long periods of operation, the lowering of the purity is very small.

6. Removal of Moisture ; Gas Dryer

Moisture in the gas inside the machine is removed by circulating the gas through a gas dryer.

This gas dryer, consisting of a chamber filled with activated alumina absorbent material, is connected across the generator blower so that gas circulates through the dryer whenever the machine is running. The absorbent material will take up about one (1) kg of water, after which it can be dried out by disconnecting the dryer from the machine and then heating with a built-in electric heater. Before and during the drying process air is forced through the dryer by a small blower to remove the moisture. A thermostat protects the dryer against overheating. The dryness of the active material can be determined by comparing the color of the material as seen through a window in the bottom of the dryer with the color of a similar dry material sealed in a glass comparison tube at the side of this window. The color will be light blue when dry and grayish pink when saturated with moisture. The operator can tell when it is necessary to reactivate the dryer by noting the color of the material inside the window.

7. Detection of Condensed or Leaked Water ; Liquid Detectors

If moisture condensation or cooler water leakage occurs, an alarm is given by water detectors.

These consist of float-operated mercury switches in small housings, and are provided under the generator frame and under the main lead box.

Openings are provided at the bottom of each frame ring so that any liquid collected will drain to water detectors. Each detector is provided with a vent return line to the generator frame so that air locks will not develop in the drain line from the generator frame. Isolating valves are provided in both the vent and drain lines so that the switches can be inspected at any time, and a drain valve is provided for the removal of any accumulated liquid.

8. Gas Pressure

The gas supply device provides a means of controlling the gas pressure within the generator housing either manually by means of valves or by means of a pressure regulator which is manually adjustable to give the desired

machine gas pressure.

9. Hydrogen Consumption

Hydrogen necessary to maintain machine gas pressure may be supplied either automatically or manually.

Hydrogen consumption includes leakage from the main generator assembly or various piping parts and absorption by seal oil, plus that which is on occasion necessary to compensate for release of air into the generator. To minimize leakage, scrupulous attention is paid to the gas seals, especially to welds and joints, which are tested at each stage of production. The quantity of air which penetrates due to the seal oil is negligible as long as seal oil is vacuum treated, or is separated into two streams. Tables 2 and 3 on p. 3 show standard rates of hydrogen consumption.

10. Hydrogen Control Panel

The hydrogen control panel, designed to facilitate operation and maintenance connected with the hydrogen gas parts, is furnished with the following gauges :

1. Hydrogen purity indicating transmitter
2. Purity meter blower
3. Dual meter-generator blower pressure gauge and hydrogen pressure indicating transmitter
4. Mercury manometer (for conventional hydrogen cooled units only)

Fig. 48 shows a hydrogen control panel for a conventional hydrogen cooled generator.

11. Hydrogen Purity Indicating Transmitter

The purity of the gas in the generator is determined by use of a hydrogen purity indicating transmitter and a purity meter blower. The purity indicating transmitter is a differential pressure instrument which measures the pressure developed by the purity meter blower.

An induction motor, loaded very lightly so as to run at

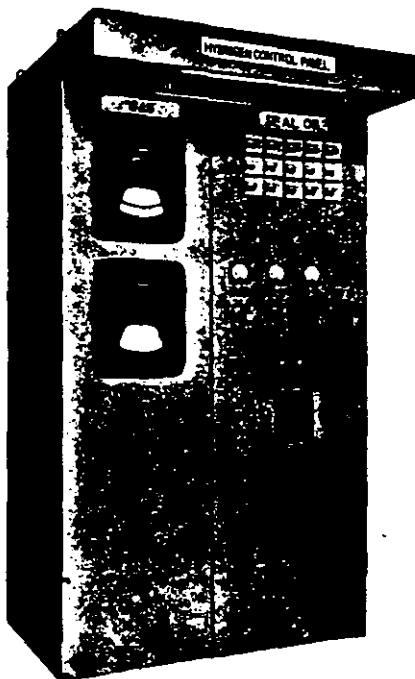


Fig. 48 Gas control panel—conventional hydrogen cooled

practically constant speed, drives the purity meter blower and circulates the gas drawn from the generator housing. Thus the pressure developed by the purity meter blower varies directly with the density of the machine gas. Since gas density is dependent upon the ambient temperature and pressure as well as the purity of the gas being sampled, the purity indicating transmitter provides automatic compensation for pressure variations so that the scale reading is in terms of actual purity. The output signal of the purity indicating transmitter is either in terms of air pressure (0.20 to 2.00 kg/cm² or 0.20 to 1.00 kg/cm²) or an electrical signal. The output signal may be carried to a remotely located receiver

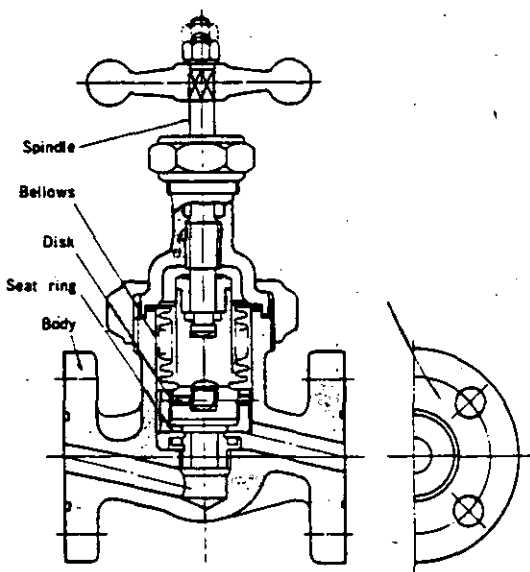


Fig. 49 Bellows type gas valve

provided with a dial similar to the purity indicating transmitter on the hydrogen control panel.

12. Dual Meter-Generator Blower Pressure Gauge and Hydrogen Pressure Indicating Transmitter

A dual pressure gauge is furnished on the hydrogen control panel which indicates both the pressure developed by the blower on the generator rotor and the hydrogen pressure in the generator housing. The generator blower pressure portion of the instrument is connected directly to the generator housing and reads the differential pressure across the blowers on the rotor. This pressure can be used as a check on the purity meter or can be used to indicate the hydrogen purity if the purity meter is taken out of service while the generator is running.

The hydrogen pressure portion of the instrument serves to indicate the pressure within the generator. The transmitter produces an output pressure of from 0.20 to 2.00 kg/cm² or 0.20 to 1.00 kg/cm², or an electric output signal. This output signal is carried to a remotely located receiver, which is provided with a dial similar to the hydrogen pressure indicating transmitter on the hydrogen control panel.

13. Alarms for Hydrogen Gas System

The hydrogen gas system has the following standard alarm switches;

1. Hydrogen purity—Low
2. Hydrogen pressure—Low
3. Hydrogen bottle pressure—Low
4. Water detector—High

14. Piping and Valves

In all gas piping except the internal piping of the gas control panel, steel pipes are used. Bellows type valves are used in the hydrogen gas lines. Fig. 49 shows construction of a bellows type gas valve and Fig. 50, a valve station.



Fig. 50 Valve station

Seal Oil System

1. Gland Seals

Since the rotor shaft ends of the hydrogen cooled turbine generator must be brought out of the gas-tight enclosure, means must be provided to prevent the escape of gas along the shaft. Gland seals supplied with oil under pressure are used for this purpose.

A radial clearance type seal is used, which allows axial movement of the rotor shaft due to thermal expansion. The action of these seals for a single-flow or vacuum treating system is shown in Fig. 51 and for a double-flow system in Fig. 52. Oil is supplied to one or two annular grooves in the seal rings. From these grooves the oil flows both ways along the shaft through the clearance space between the shaft and the inner diameter of the seal rings. As long as the oil pressure in the circumferential groove exceeds the gas pressure in the machine, oil will flow toward the hydrogen side of the seal and prevent the escape of hydrogen from the generator.

In Fig. 51 the seal oil is supplied after vacuum treating. In Fig. 52, the seal oil for the two feed grooves is supplied from separate hydrogen side and air side seal oil systems. When the feed pressures in these two systems

are properly balanced there will be no flow of oil in the clearance space between the two feed grooves. Oil supplied from the hydrogen side seal oil system will flow inwards along the shaft towards the inside of the generator, and that supplied by the air side system will flow outwards along the shaft towards the bearing. The oil in the space between the two feed grooves will remain relatively stationary due to the pressure balance between the two systems.

Assemblies of the gland seals and associated apparatus are shown in Figs. 53 and 54.

A seal ring is provided to restrict the flow of oil through

the seal. This ring can move radially with the shaft, but is restrained from rotating by a pin to the supporting structure. Oil leaving the seal ring is caught in chambers on each side of the seal, from which it is drained back to the seal oil system.

2. Oil Supply

The function of the seal oil system is to lubricate the seals and prevent hydrogen from escaping from the generator, without introducing an excessive amount of air and moisture into the generator. The same oil is used in the turbine bearing system and in the seal oil system.

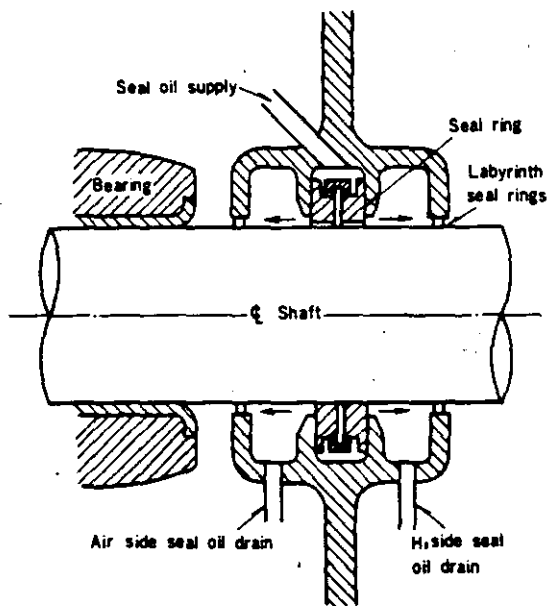


Fig. 51 Gland seal for vacuum treating system

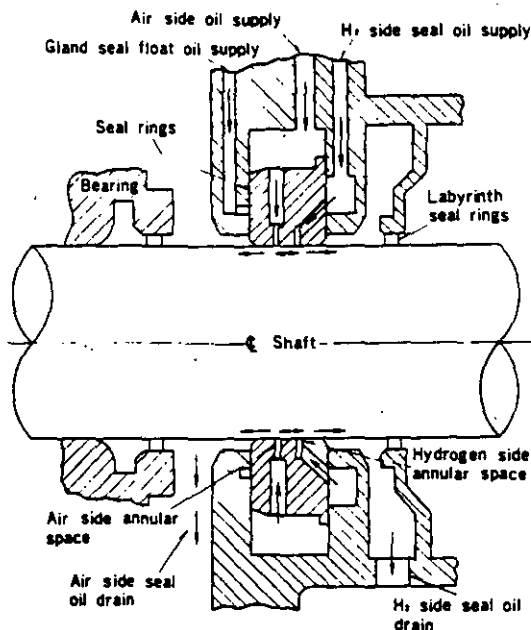


Fig. 52 Gland seal for double-flow system

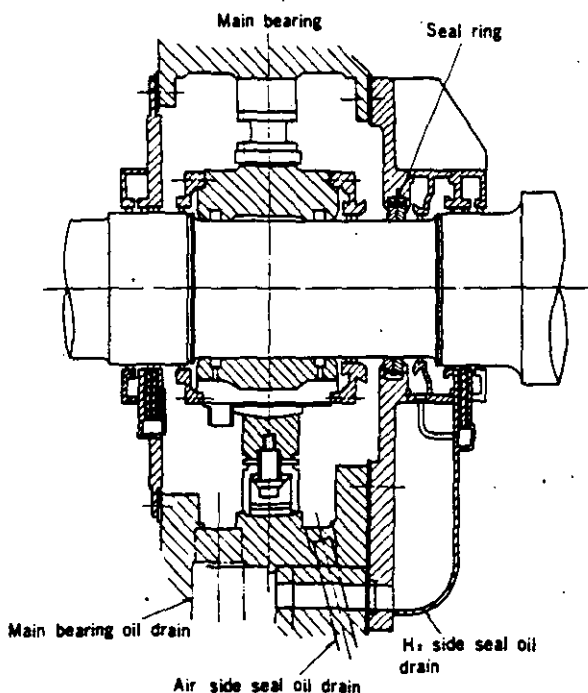


Fig. 53 Gland seal assembly and associated apparatus—conventional hydrogen cooled

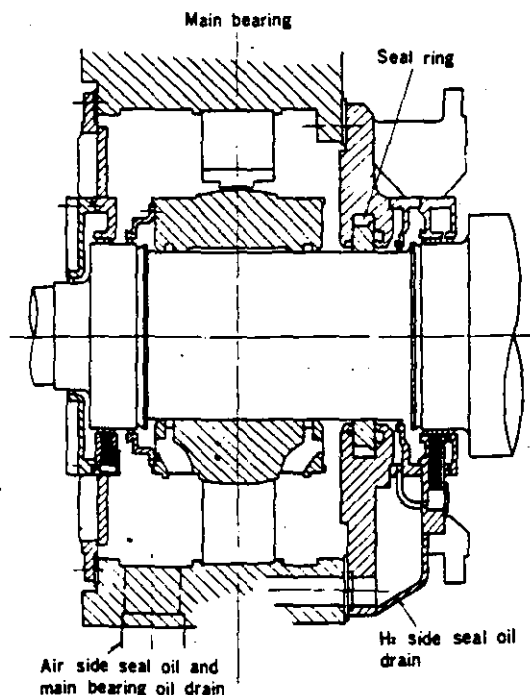


Fig. 54 Gland seal assembly and associated apparatus—inner cooled

This oil, in contact with air or hydrogen, absorbs these gases and moisture if any is present. If oil with air and water absorbed in it is pumped into the hydrogen compartment some of the air and moisture will separate from the oil and contaminate the hydrogen in the generator. It would then be necessary to add fresh gas to the generator in order to maintain the hydrogen purity at the required value.

The seal oil diagrams (Fig. 55 for the vacuum treating system and Fig. 56 for the double-flow system) show the complete systems, and illustrate how contaminating air and moisture are kept out of the generator.

In Fig. 55, the air and moisture in the seal oil are removed by passing the oil repeatedly through a vacuum tank.

In Fig. 56, the air side and hydrogen side seal oil systems

are separate. The hydrogen side oil is returned to the hydrogen side of the seal ring in the generator, thus preventing the escape of absorbed hydrogen to the outside atmosphere. In a similar manner the air side seal oil is returned to the air side of the seal ring, thus preventing the release of absorbed air or moisture into the hydrogen compartment of the generator.

The seal oil is supplied to the seal rings (Fig. 55) or to the air side of the seal ring (Fig. 56) at a pressure of 0.85 kg/cm² above the generator gas pressure. The hydrogen side seal oil (Fig. 56) is maintained at this same pressure by means of pressure equalizing valves. As a result, the release of absorbed air or moisture into the hydrogen compartment of the generator (Fig. 55) or the interchange of air side and hydrogen side oil at the seal rings (Fig.

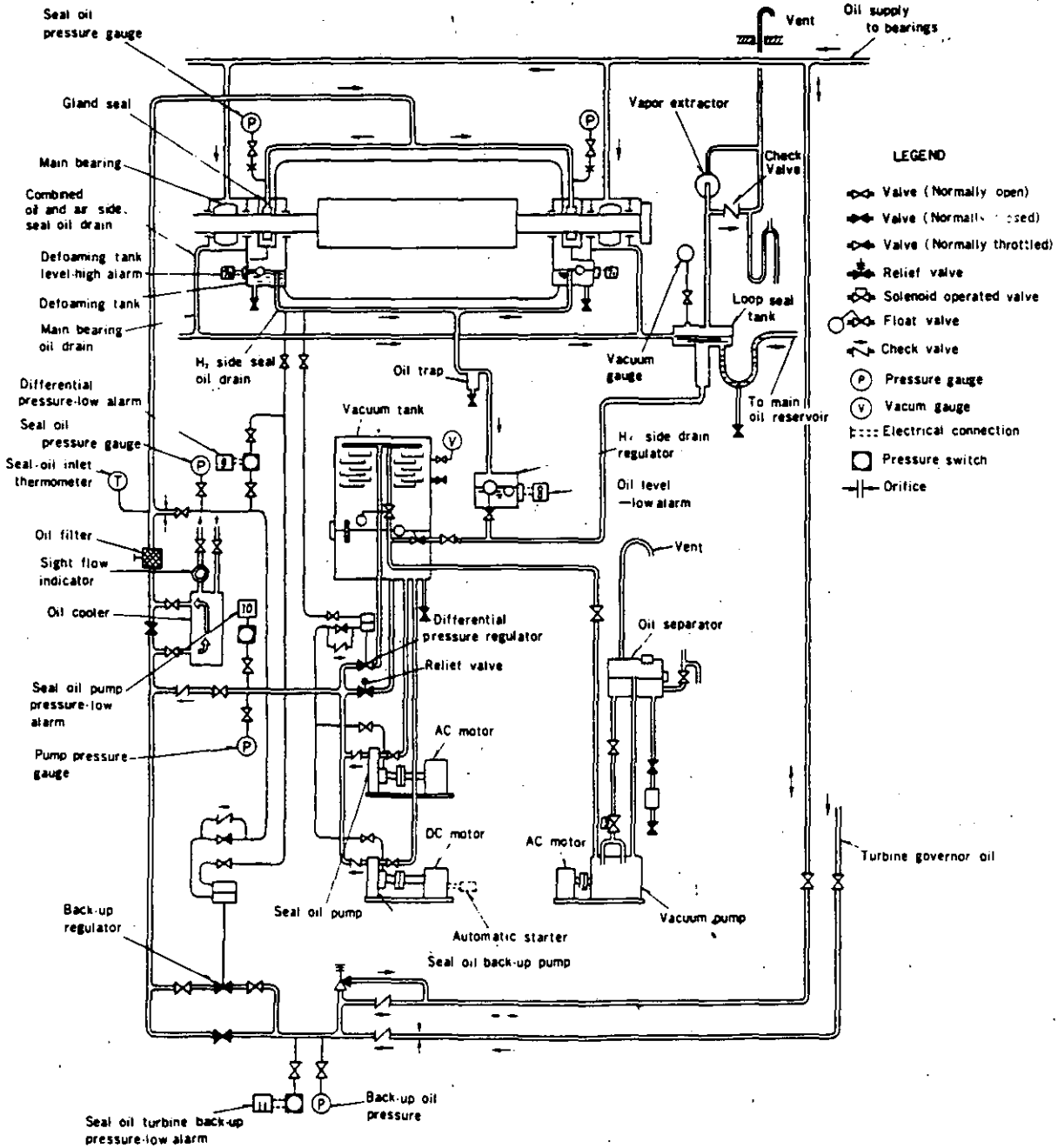


Fig. 55 Seal oil diagram for vacuum treating system

56) is held to a minimum.

3. Seal Oil Units

Fig. 57 is photograph of a vacuum treating unit and Fig. 58 of a double-flow unit.

4. Defoaming Tanks

Oil returning from the hydrogen side of the seal rings goes to two defoaming tanks where most of the gas is removed from the oil. These defoaming tanks are located in the bearing brackets of the generator. The oil level in the defoaming tanks is maintained by standpipe overflow connections. A defoaming tank is provided for each gland seal.

In the double-flow system a trap is provided in the drain line between the two tanks so that the difference in the

blower pressure at the two ends of the generator will not cause circulation of oil vapor through the generator.

5. Seal Oil Pumps

1. Vacuum treating system

The seal oil pump receives its oil supply from the vacuum tank. It pumps part of this through a seal oil cooler to the seal ring, and returns almost all of it to the vacuum tank through a differential pressure regulator which maintains the seal oil pressure at the seal at 0.85 kg/cm^2 above the generator gas pressure. A DC motor-driven seal oil back-up pump is provided which circulates oil in the same manner.

2. Double-flow system

The air side seal oil pump receives its oil supply from the combined bearing and air side seal oil drain.

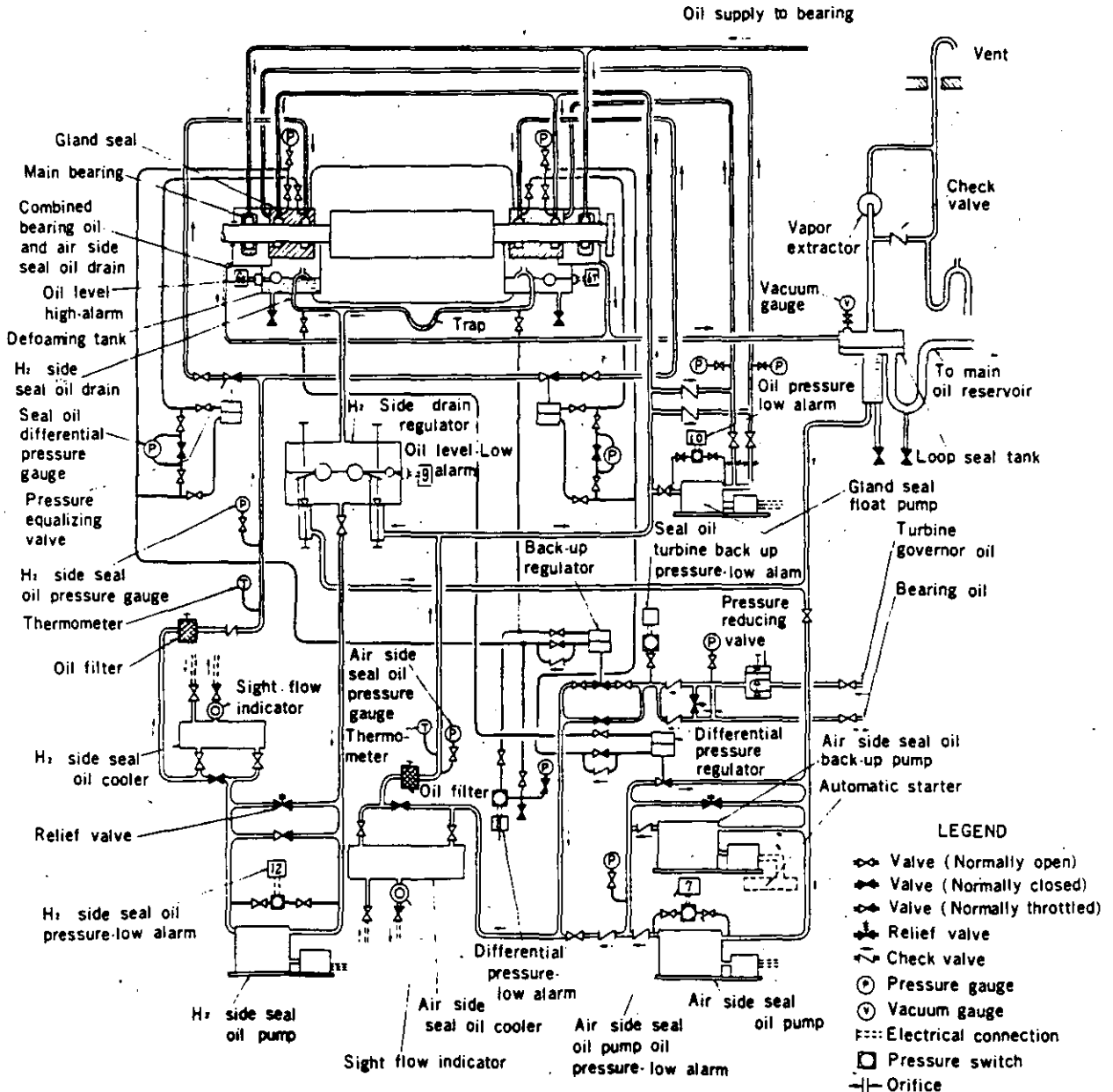


Fig. 56 Seal oil diagram for double-flow system

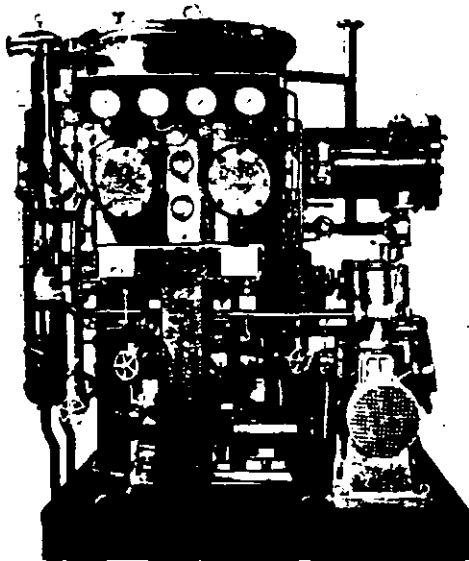


Fig. 57 Seal oil vacuum treating unit

It pumps part of this through a seal oil cooler to the air side of the seal rings, and returns part of it to the suction side of the pump through a differential pressure regulator, which maintains the air side seal oil pressure at the seals at 0.85 kg/cm^2 above the generator gas pressure. A DC motor driven air side seal oil back-up pump is provided, which circulates oil in the same manner.

The hydrogen side seal oil pump is supplied from the hydrogen side seal oil drain regulator. It pumps part of this oil through a seal oil cooler to the hydrogen side of the seal rings. Pressure equalizing valves are provided in the hydrogen side seal oil feed lines which maintain hydrogen side seal oil pressure at the same value as the air side seal oil pressure. A bypass line is provided around the pump which allows that portion of the total output of the pump not required by the pressure equalizing valves to return to the suction side of the pump.

6. Seal Oil Back-up

The seal oil back-up from the main bearing oil feed system is normally closed. If the AC motor driven seal oil pump (Fig. 55) or the AC motor driven air side seal oil pump (Fig. 56) should stop, or if the seal oil pressure at the seals should decrease to 0.60 kg/cm^2 above the hydrogen pressure, the back-up regulator valve will open automatically and provide oil pressure for the seals.

This back-up pressure may be supplied from several sources. When bearing oil flows to the seals through the seal oil back-up, excess oil will overflow through the seal oil return line into the main bearing oil drain.

The main oil pump on the turbine shaft and the turbine auxiliary oil pump supply high pressure oil to the back-up regulator valve. When the shaft driven and/or turbine auxiliary oil pumps are designed for operation above 10.0 kg/cm^2 , a pressure reducing valve is used between the main oil reservoir and the back-up regulator. This pressure is not available when the turbine is on turning gear or at standstill with the turbine auxiliary oil pump shut down,

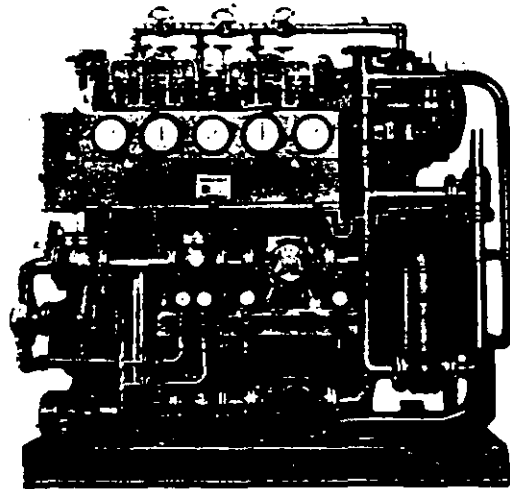


Fig. 58 Seal oil double-flow unit

as the low pressure oil pumps on the main oil reservoir can supply only approximately 0.35 kg/cm^2 pressure at the seals. Under this condition of operation, failure of of the AC motor driven seal oil pump would result in a decrease of differential pressure to a point below the 0.60 kg/cm^2 level.

When the seal oil pressure or the air side seal oil pressure at the seals drops to 0.35 kg/cm^2 above the gas pressure, a switch will close and automatically start the DC motor driven seal oil back-up pump (Fig. 55) or the DC motor driven air side seal oil back-up pump (Fig. 56), which will restore and maintain the seal oil pressure at the seals at 0.85 kg/cm^2 above the hydrogen pressure.

When this pressure is restored the differential pressure switch will open, but the DC motor driven seal oil back-up pump will continue to operate as it is held by an interlock in the control, and can be stopped only by a pushbutton.

7. Gland Seal Float Oil (for double-flow system only)

The friction between the seal ring and the gland seal bracket must be kept to a minimum in order to permit the seal ring to remain concentric with the shaft under all operating conditions.

The force on the ring increases with increased machine gas pressure. Accordingly gland seal float oil is provided for use at machine gas pressure of 2.0 kg/cm^2 or greater. This oil is supplied to the air side gap between the seal rings at the gland seal brackets at the same pressure as air side seal oil, and floats the rings on a low friction oil film.

8. Generator Bearing Drain Loop Seal Tank

A loop seal tank is provided in the generator bearing oil drain line (Fig. 55) or the combined generator bearing oil drain line (Fig. 56) before the oil enters the turbine bearing oil drain system. The purpose of this loop seal is to prevent the hydrogen in the generator from escaping into the main oil reservoir in the event of failure of the generator hydrogen shaft seal, which might result in a sudden surge of hydrogen through the drain line.

The loop seal thus provides protection against the remote possibility of shaft seal failure from any cause whatsoever, and as such represents an additional safety feature. A vent to the atmosphere is provided on the upstream or inlet side of this loop so that any hydrogen flowing through the bearing drain line will be carried out of the system before sufficient pressure can be built up to blow the oil out of the loop seal and allow the hydrogen to reach the main oil reservoir.

Since this loop seal presents an obstruction to uninterrupted flow in the bearing drain system, the vapor extractor on the main oil reservoir is not able to ventilate that part of the generator bearing oil drain system which lies on the upstream side of the loop seal. Therefore an additional vapor extractor assembly consisting of extractor, control bypass, and check valve is provided as a part of the loop seal assembly to provide the negative pressure in the generator drain system on the upstream side of

the loop seal required for normal operation.

9. Alarm for Seal Oil Systems

Seal oil systems have the following alarm switches as standard:

- Defoaming tank oil level (turbine end)—High
- Defoaming tank oil level (exciter end)—High
- Differential pressure—Low
- Seal oil pump pressure—Low
(for conventional hydrogen cooled units only)
- Back-up pressure—Low
- Air side seal oil pump—Off
(for inner cooled units only)
- Hydrogen side seal oil pump—Off
(for inner cooled units only)
- Emergency seal oil pump—Running
(for inner cooled units only)

STANDARD ACCESSORIES

Each machine includes the following accessories:

1. Generator Proper

1. **Hydrogen coolers** mounted within the generator housing, including:
 - (1) Stop valves for water inlet and outlet.
 - (2) Vent and drain valves.
 - (3) Piping and supports and foundation bolts.
 - (4) Gas temperature automatic control set (for inner cooled units only)
2. **Insulation for shaft current.**
3. **Seal oil inlet pressure gauges** mounted on the side lagging.
4. **Defoaming tank oil level high alarm float switches.**
5. **Drain valves and piping for defoaming tank.**
6. **Oil piping fittings and foundation bolts** for bearings and gland seal.
7. **Oil trap** (for inner cooled units only)
8. **Six (6) high-voltage porcelain bushings.**
9. **Eighteen (18) bushing current transformers** (three (3) per terminal).

10. Temperature detectors

- (1) Generator stator (resistance temperature detector), as follows:

	Conv. H ₂ cooled	Inner cooled
Armature windings	12	12
Cooler outlet gas	2	2
Cooler inlet gas	2	1
Armature coil discharge gas	0	6

- (2) Generator core (thermocouple), as follows:

For conventional hydrogen cooled unit:

Turbine and exciter ends

End core 4

Finger plate 4

For inner cooled unit:

Turbine end

End core 2

Finger plate 2

Shield core 2

Shield core support 1

- (3) Bearing oil drains (thermocouple), as follows:

Turbine end bearing 1

Exciter end bearing 1

- (4) Rotor (rotor coil acts as resistance coil) 1

11. Special tools

- (1) Stator jacking or lifting trunnions.
- (2) Jack post.
- (3) Necessary rotor removal and installation tools.
- (4) Necessary tools to measure air gap and magnetic center.
- (5) Cooler, bushing, bearing, and bearing assembly tools including:
 - a. Gas cooler lifting tools*
 - b. Air gap baffle assembling tools*
 - c. Gland seal assembling tools
 - d. Gland seal lifting tools*
 - e. Bearing removal tools
 - f. Bracket lifting tools
 - g. Blower shroud assembling tools*
 - h. Lead bushing installing tools*
 - i. Lead bushing lifting tools*

* For inner cooled unit only.

12. Miscellaneous

- (1) Grounding terminals.
- (2) Seating plates, shims, sole plates and foundation bolts.
- (3) Removable sheathing (for appearance) from center line to floor including embedded support plates.
- (4) Cooler pipe expander (for conventional hydrogen cooled unit only).
- (5) Compound gun with accessories (for inner cooled unit only).
- (6) Spanners.

2. Excitation System

A. Brushless Exciter

1. One permanent magnet pilot exciter for excitation to AC exciter through excitation switchgear.
2. One AC exciter with rotating armature and stationary field winding.
3. One rotating rectifier assembly including silicon diodes, indicating fuses, and other components.
4. All necessary interconnections.
5. Set of mechanical parts including:
 - (1) Fabricated steel bed-plate.
 - (2) Air-to-water heat exchanger (where applicable).
 - (3) Insulated pressure lubricated pedestal bearing(s).
 - (4) Temperature detectors.
 - (5) One drip-proof enclosure mounted on exciter base with the following features:
 - a. One door or access cover with glass window opposite fuse and diode wheel.
 - b. One door or access cover at end of housing for access to permanent magnet generator.
 - c. Devices on all doors to insure they remain closed during normal operation.
 - d. Hydrogen vent.
6. Provision for application of purchaser's brushless excitation ground detection device.
7. Convenience outlet in base.
8. Excitation switchgear and regulator including:
 - (1) One excitation cubicle, metal enclosed with ventilating means as required, to maintain permissible heat rise and including the following:
 - a. Set of terminals of suitable size and rating for outgoing lead
 - b. Set of nameplates
 - c. Set of small wiring
 - d. Set of hinged front doors and removable rear covers
 - e. Set of internal lights, switches and convenience outlets
 - f. Set of disconnecting switches for control power
 - g. Static type regulator panel including required reference and sensing circuits and a stage of amplification
 - h. Static type amplifier panel
 - i. Static type limiter panel
 - j. Static type damping panel
 - k. Static type power panel
 - l. Relays
 - m. Parallel operation compensator
 - n. Supply breaker for static pilot exciter and regulator
 - o. Instrument panel with appropriate instruments for servicing voltage regulator
 - p. Exciter field current shunt
 - q. Motor operated voltage regulator and range width transformer
 - r. Automatic field follower panel
 - (2) One set of devices for remote mounting and wiring by the purchaser.
 - a. Type KX-11 milliammeter with zero center scale
 - b. Manually operated base adjuster
 - c. Type M regulator control switch and indicating lights

- d. Type M supply breaker control switch and indicating lights

B. Shaft-driven Exciter

1. One collector brush holder rigging assembly and one shunt-wound DC exciter mounted on a fabricated base and including:
 - (1) One set of brush holders for collector brushes, with springs for adjustment of brush pressure.
 - (2) Insulating barrier between positive and negative collector brush holder assemblies.
 - (3) One set of brush holders for exciter brushes with constant tension springs.
 - (4) One set each of removable graphite brushes with integral pigtails and disconnecting terminals for collector and for exciter.
 - (5) One negative and one positive field voltage lead connected to collector brush holder bus rings.
 - (6) Two bus bars for collector, and two for exciter, with suitable terminals or drilling for purchaser's cable or bus-way connection.
 - (7) One collector steady bearing (for 3600 rpm and 3000 rpm inner cooled rotors only, where required).
 - (8) One flexible coupling assembly.
 - (9) One vertically offset reduction gear with thrust bearing (for geared exciters only).
 - (10) One outboard exciter journal bearing pedestal.
 - (11) Removable lifting lugs on base.
 - (12) Provision for temperature detector at outboard journal bearing drain.
 - (13) RTD's for ventilating air temperature as follows:
 - 1) One in air stream to collector and exciter.
 - 2) One in air stream from collector and exciter.
 - (14) Internal light fixtures.
 - (15) One switch, for internal lights (mounted externally).
 - (16) Standard terminal blocks, located in base, wired to internal devices.
2. One step-in type exciter and collector enclosure arranged for ventilating air inlet from above or below floor and discharge above or below floor, including:
 - (1) One or more entrance doors, as determined by exciter design, with latch.
 - (2) Safety glass observation windows on each side, adjacent to collector and commutator.
3. Motor-operated exciter field rheostat for mounting in the exciter cubicle.
4. Items for assembly at plant site:
 - (1) Seating plates, shims, and sole plates.
 - (2) Bolts to anchor base and enclosure to foundation plates or supporting structures (supporting sills grouted into foundation not included).
 - (3) Air filter, standard, heavy-duty, washable, impingement type.
5. Excitation cubicle
 - (1) One excitation cubicle, metal enclosed with ventilating means as required to maintain permissible heat rise and including the following:
 - a. Set of bare busses
 - b. Set of terminals of suitable size and rating for outgoing leads
 - c. Set of nameplates

- d. Set of small wiring
- e. Set of hinged front doors and removable rear covers
- f. Set of internal lights, switches and convenience outlets
- g. Set of disconnects for control power
- h. Regulator section including the following:
 - (a) Static type regulator panel including the required reference and sensing circuits
 - (b) Static type power panel
 - (c) Static type amplifier panel
 - (d) Static type limiter panel
 - (e) Static type damping panel
 - (f) Control field breaker for the exciter control fields
 - (g) Supply breaker for the permanent magnet supply generator set
 - (h) Parallel operation compensator
 - (i) Instrument panel with appropriate instruments for servicing voltage regulator
 - (j) Motor operated voltage adjuster and range width transformer
 - (k) Automatic field follower panel
- i. Rheostat and supply generator section including
 - (a) Space, mounting and wiring only for the motor operated exciter field rheostat.
 - (b) Motor driven 420 Hz permanent magnet generator set for regulator power supply.
- j. Field breaker section including the following:
 - (a) Drawout three-position type DBF generator field discharge air circuit breaker, 2 pole, non-automatic, with field discharge switch, with electrically operated closing mechanism and shunt trip, and suitable auxiliary switch.
 - (b) Space, mounting and wiring only for the field discharge resistor furnished as a generator accessory
 - (c) Field current shunt
 - (d) Space for addition of one field breaker assembly (if desired)
- (2) One set of devices for remote mounting and wiring by the purchaser:
 - a. Type KX-11 milliammeter with zero center scale
 - b. Type W-2 regulator control switch and indicating lights
 - c. Type W-2 rheostat control switch and indicating lights
 - d. Type W-2 field breaker control switch and indicating lights

C. Motor-driven Generator Exciter

1. One collector brush holder rigging assembly, including:
 - (1) Set of brush holders for collector brushes with springs for adjustment of brush pressure.
 - (2) Insulating barrier between positive and negative brush holder assemblies.
 - (3) Set of removable graphite brushes with integral pigtailed and disconnecting terminals.
 - (4) One negative and one positive field voltage lead connected to brush holder bus rings.
 - (5) Two bus bars with suitable terminals or drilling for purchaser's cable or bus-way connection.
 - (6) Collector steady bearing (for 3600 rpm inner

- cooled rotors only, where required).
 - (7) Internal light fixtures.
 - (8) Standard terminal blocks located in base, wired to internal devices.
2. Collector enclosure, arranged for ventilating air inlet above floor and air outlet below floor, as follows:
 - (1) Latched access panel on each side with plastic observation window.
 - (2) RTD's as follows:
 - a. One in air stream to collector.
 - b. One in air stream from collector.
 3. Motor-operated exciter field rheostat for mounting in excitation cubicle.
 4. Items for assembly at plant site:
 - (1) Foundation plates, and subsole plates where required by grouting.
 - (2) Bolts to anchor brush holder rigging assembly and enclosure to foundation plate or supporting structure (supporting sills grouted into foundation not included).
 - (3) Air filter, standard heavy-duty, washable, impingement type.
 5. One excitation cubicle, as furnished with shaft-driven exciter as in §5 of B, shaft-driven exciter, above.
 6. One exciter motor-generator set assembled on a base and including:
 - (1) One stabilized, shunt wound, DC exciter with:
 - a. Cooling fan.
 - b. One set of brush holders with constant pressure brush springs.
 - c. One set of removable graphite brushes with integral pigtailed and disconnecting terminals.
 - d. Two exciter bus bars, accessible in base with suitable terminals or drilling for purchaser's cable or bus-way connection.
 - (2) One three-phase, AC, squirrel-cage induction motor with:
 - a. Cooling fan.
 - b. Motor power lead connections, three bus bars with suitable terminals or drilling for purchaser's cable or bus-way connection from below, accessibly located in base.
 - (3) One solid coupling to connect exciter and motor shafts.
 - (4) One fabricated flywheel on shaft to produce an inertia constant of 5.0 per unit, based on exciter rating.
 - (5) Four pedestal bearings, oil ring lubricated, with oil-level sight gauges: all pedestals are insulated from base, with provision for grounding one pedestal.
 - (6) One bearing temperature detector on each bearing.
 - (7) Standard terminal blocks located in center section of base, wired to included devices, for purchaser's connections.
 - (8) One drip-proof, reach-in enclosure, mounted on base; three-piece, including:
 - a. Four latched access doors on each side; two doors on each end.
 - b. Five internal light fixtures with two external switches
 - c. Cooling arrangement for air inlet above floor

and air outlet above floor, with one set of air filters, standard heavy-duty, washable impingement type.

3. Hydrogen Apparatus

1. Hydrogen and carbon dioxide supplies with :

- (1) Hydrogen manifold, including :
 - a. Pressure gauges
 - b. Hydrogen pressure regulator
 - c. Pressure reducing valve
 - d. Hydrogen bottle low pressure alarm
 - e. Shut-off three (3) way valves
 - f. Relief valve
 - g. Mounting brackets with foundation bolts
 - h. Eight (8) bottle connectors
 - i. Eight (8) hydrogen bottles with bottle valves
- (2) Carbon dioxide manifold, including :
 - a. Pressure gauge
 - b. Relief valve
 - c. Two (2) check valves
 - d. Supports with foundation bolts
 - e. Eight (8) bottle connectors
 - f. Eight (8) carbon dioxide bottles with bottle valves
- (3) Steel pipes and fittings including removable section but excluding vent line.

2. Gas valve station with valves, steel pipes, mounting bracket, foundation bolts and fittings, excluding vent line.

3. Water detector(s) with valves, steel pipes, and foundation bolts.

4. Hydrogen dryer and blower including foundation bolts, steel pipes, and fittings but excluding vent line.

5. Seal oil unit assembled on a base, and including :

- (1) One (1) main seal oil pump with AC motor for conventional hydrogen cooled unit and two (2) pumps for inner-cooled units.
- (2) Back-up seal oil pump with DC motor
- (3) Main pump relief valve.
- (4) Turbine governor oil relief valve.
- (5) Hydrogen side relief valve (for inner cooled units only).
- (6) Vacuum tank with observation window, vacuum pump with AC motor, and drain valve (for conventional hydrogen cooled units only).
- (7) Hydrogen side drain regulator with float valve(s) and float switch with alarm contact.
- (8) Oil cooler(s) with sight flow indicator(s).
- (9) Pressure reducing valve (for inner cooled units only).
- (10) Pressure equalizing valves (for inner cooled units only).
- (11) Differential pressure regulator.
- (12) Back-up regulator.
- (13) Thermometer(s).
- (14) Oil filter(s).
- (15) Gauge panel with :
 - a. Vacuum gauge (for conventional hydrogen cooled

unit only).

- b. Seal oil or air side seal oil pressure gauge.
 - c. Hydrogen side seal oil pressure gauge (for inner cooled units only).
 - d. Seal oil pump or air side seal oil pump pressure gauge.
 - e. Two (2) seal oil differential pressure gauges (for inner cooled units only).
 - f. Seal oil turbine back-up pressure gauge.
 - g. Differential pressure switches with alarm contact for annunciator and for activation of back-up pump.
 - h. Pressure switch with alarm contact for seal oil pump pressure (for conventional hydrogen cooled units only).
 - i. Pressure switch with alarm contact for seal oil back-up from turbine.
 - j. Two (2) differential pressure switches with alarm contacts across air side and hydrogen side pump (for inner cooled units only).
- (16) Supports and foundation bolts.
- (17) Steel piping, fittings and foundation bolts excluding vent piping.

6. For cross-compound units, combined gas and seal oil systems wherever practicable, and where not, separate individual systems.

7. Gas control panel

- (1) Gas control compartment including :
 - a. Dual hydrogen pressure pneumatic transmitter and generator fan pressure gauge with :
 - Gas pressure high and low alarm switches
 - Air regulator
 - Valves
 - b. Compensated hydrogen purity pneumatic indicating transmitter with :
 - Hydrogen purity low-alarm switch
 - Air regulator
 - Valve
 - c. Purity meter blower
 - d. Mercury manometer with valve (for conventional hydrogen cooled units only)
 - e. Interior cabinet light
 - f. Compartment wiring
 - g. Compartment piping with pipe adapters.
- (2) Seal oil control compartment including :
 - a. Annunciator with horn, pushbuttons, relays etc.
 - b. Control switches, indicating lamps and ammeters for motors
 - c. Necessary auxiliary relays
 - d. Interior cabinet light
 - e. Control wiring.
- (3) External cabinet light.

8. Central control board

- (1) Generator gas pressure indicating receiver.
- (2) Generator gas purity indicating receiver.
- (3) Gas temperature automatic controller (for inner-cooled units only).
- (4) Generator temperature indicator(s) or recorder(s).



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

PRIMER MODULO:

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

COMPONENTES DE LOS SISTEMAS ELECTRICOS

ING. ALFREDO LOPEZ TAGLE

SEP-OCT. 92

1 OBJETIVO Y CAMPO DE APLICACION

Esta especificación tiene por objeto establecer las características y requerimientos de compra que deben reunir los interruptores de potencia, servicio intemperie, trifásicos, autocontenidos, para sistemas con tensiones nominales de 115 a 400 kV, con frecuencia de 60 Hz, que utiliza la Comisión.

2 ✓ NORMAS QUE SE APLICAN

CFE L0000-03-1983	Comercial General.
CFE E0000-01-1983	Conductores para Alambrado de Tableros Eléctricos.
✓ NOM-J-151-1976	Productos de Hierro y Acero Galvanizado por Inmersión en Caliente.
✓ NOM-J-211-1974	Definición de Vocablos Técnicos Usados en Interruptores de Potencia.
✓ IEC-56-1-1971 Modificación No. 1-1975	General and Definitions. (Generalidades y Definiciones).
✓ IEC-56-2-1971 Modificación No. 1-1972 Modificación No. 2-1981	Rating (Valores Nominales).
✓ IEC-56-3-1971 Modificación No. 1-1975	Design and Construction. (Diseño y Construcción).
✓ IEC-56-4-1972 Modificación No. 1-1975 Modificación No. 2-1977 Modificación No. 3-1981 Suplemento 56-4A-1974	Type Test and Routine Tests. (Pruebas de Prototipo y Rutina).
IEC-56-6-1971 Modificación No. 1-1975 Modificación No. 2-1981	Information to be given with Enquiries, Tenders and Orders and Rules for Transport, Erection and Maintenance. (Información que debe Proporcionarse en las Requisiciones, ofertas, ordenes de compra y Reglas para Transporte, Montaje y Mantenimiento).
✓ IEC-267-1968	Guide to the testing of Circuit-breakers with Respect to Out-of-phase Switching. (Guía para la Prueba de Corriente Interuptiva por Defasamiento en Interruptores).
✓ NEMA IS1.1-1977	Enclosures for Industrial Controls and Systems. (Gabinetes para Controles y Sistemas Industriales).

NOTA: En caso de existir revisiones posteriores a los documentos enunciados anteriormente deben tomarse en cuenta.

DEFINICIONES

Las definiciones aplicables a los interruptores de potencia de esta especificación corresponden a los establecidos en las Normas IEC 56-1 y NOM-J-211.

El vocablo "apertura" es similar al de "disparo".

ALCANCE DEL SUMINISTRO

El alcance del suministro debe incluir el diseño, fabricación, pruebas, acabados y embarque de cada uno de los interruptores solicitados. A continuación se hace una relación de los equipos, accesorios y servicios que integran el suministro de los interruptores trifásicos solicitados:

- a) Cámaras de extinción y columnas de aisladores soporte.
- b) Mecanismo(s) de operación.
- c) Bastidor(es) soporte.
- d) Gabinete(s) de control.
- e) Accesorios.
- f) Empaque y embarque.
- g) Control de calidad.
- h) Certificados de pruebas de prototipo.
- i) Partes de repuesto y herramientas especiales.
- j) Planos, diagramas, instructivos e información técnica.

5 CONDICIONES NORMALES DE SERVICIO ✓

5.1 Conexión a Tierra del Sistema ✓

Los interruptores deben diseñarse para sistemas sólidamente conectados a tierra.

5.2 Temperatura Ambiente ✓

Los interruptores deben diseñarse para operar a una temperatura ambiente que no exceda de 40°C y un valor promedio medido en un período de 24 h de 35°C. También deben diseñarse para operar a una temperatura ambiente mínima de -25°C.

5.3 Altura de Operación ✓

Los interruptores deben diseñarse para operar a una altitud de 1000 m s n m. En caso de que en las Características Particulares se indique una altura de operación mayor, deben hacerse las correcciones indicadas en la Norma IEC 56.4, de tal manera que el interruptor mantenga a la altitud indicada, los niveles de aislamiento establecidos en esta especificación.

5.4 Velocidad del Viento ✓

Los interruptores deben diseñarse para soportar una velocidad del viento indicada en las Características Particulares.

5.5 Diseño por Sismo ✓

Los interruptores deben diseñarse para soportar la aceleración horizontal máxima indicada en las Características Particulares.

6 CARACTERISTICAS GENERALES ✓

6.1 Cantidad ✓

La cantidad de interruptores se indica en las Características Particulares.

6.2 Tipo de Servicio ✓

Todos los interruptores deben ser para servicio intemperie.

6.3 Número de Polos ✓

Todos los interruptores deben ser tripolares.

6.4 Medio de Extinción ✓

- a) El medio de extinción del arco eléctrico debe ser gas SF6 (hexafluoruro de azufre) a una sola presión.
- b) En casos especiales como ampliaciones, sustituciones, etc., en que la Comisión requiera otro medio de extinción, se indicará en las Características Particulares.

6.7.6 Corriente de cierre en corto circuito ✓

Todos los interruptores deben poder cerrar sin sufrir daños ni deformaciones permanentes, con una corriente (valor cresta) de corto circuito correspondiente a la tensión nominal, cuyo valor debe ser 2.5 veces el valor r.m.c., de la componente de CA, de la corriente interruptiva de corto circuito.

6.7.7 Corriente interruptiva en oposición de fases ✓

Todos los interruptores deben ser capaces de soportar sin sufrir daños ni deformaciones permanentes, una corriente interruptiva en oposición de fases del 25 % de valor r m c , de la corriente interruptiva de corto circuito, correspondiente a la tensión nominal de interruptor y deben cumplir con lo indicado en la norma - IEC 267.

6.8 Condiciones de Falla en Línea Corta ✓

Todos los interruptores deben cumplir con las características nominales de corriente interruptiva en línea corta indicadas en el capítulo 8 de la Norma IEC 56-2.

6.9 Tensiones Transitorias de Recuperación (TTR) por Falla en Terminales ✓

Las tensiones transitorias de recuperación por falla en terminales, relativas a los valores nominales de corriente de corto circuito, indicados en la tabla 2 de esta especificación, deben cumplir con lo establecido en la Norma IEC 56-2 capítulo 7, incluyendo las tablas V_C y V_D

6.10 Tiempo de Interrupción ✓

El intervalo de tiempo transcurrido desde la energización de la bobina de disparo hasta la extinción completa del arco en todos los polos, debe ser como máximo los valores indicados en la tabla 2.

6.11 Tiempo de Cierre

El intervalo de tiempo transcurrido desde la energización de la bobina de cierre, hasta el instante en que se toquen los contactos principales de todos los polos, debe ser como máximo 10 ciclos, en base a la frecuencia de 60 Hz.

6.12 Distancias de Fuga de Fase a Tierra y a Través del Interruptor ✓**6.12.1 De fase a tierra**

La distancia de fuga de fase a tierra debe ser la indicada en las Características Particulares. Esta distancia estará referida a la tensión nominal del interruptor dividida entre $\sqrt{3}$ y expresada en cm/kV al neutro.

Esta distancia no debe ser en ningún caso inferior a 3.5 cm/kV al neutro y de 4.5 cm/kV al neutro en lugares cercanos a la costa y expuestos a una atmósfera salina.

6.12.2 A través del interruptor

La distancia de fuga a través del tramo de ruptura del interruptor, debe ser igual o mayor que la indicada para la distancia de fuga de fase a tierra, con excepción del interruptor indicado en Características Parti-

ulares destinado específicamente para servir de enlace de sistemas o como interruptor de máquina con fines de sincronización. En estos la distancia de fuga entre terminales del interruptor debe estar referida a su tensión nominal dividida por $\sqrt{3}$ y multiplicada por 2. En cualquier caso el Proveedor debe indicar en el cuestionario de esta especificación (15.6 , i) el límite de tiempo que soporta el interruptor en la posición abierto y sujeto a opción de fases entre terminales.

6.13 Secuencia Nominal de Operación ✓

El interruptor debe ser capaz de ejecutar a tensión nominal la siguiente secuencia de operación:

A — 0.3 segundos — CA — 3 minutos — CA

Donde

A Representa la operación de apertura

CA Representa la operación de cierre seguida inmediatamente de una operación de apertura, sin ningún tiempo de retraso adicional al propio de operación del interruptor.

Cuando no se cuente con la alimentación eléctrica externa, el interruptor debe contar con la energía almacenada necesaria para cumplir con dos (2) ciclos: cierre y apertura, a excepción de los mecanismos de resorte, que deben contar con un maneral externo con el cual se debe cargar manualmente el resorte en un tiempo máximo de tres minutos.

Las pruebas interruptivas de corto circuito (prototipo), deben estar garantizadas con la secuencia de operación arriba indicada.

6.14 Simultaneidad en la Operación de los Polos ✓

Los interruptores deben garantizar las siguientes diferencias en simultaneidad de tiempos de operación entre el primero y el último polo del interruptor:

En operaciones de cierre o apertura: medio (1/2) ciclo (8.3 milisegundos).

6.15 Simultaneidad entre Contactos del Mismo Polo ✓

En aquellos interruptores donde exista más de una cámara de interrupción por polo, se debe garantizar que las diferencias de tiempo entre el primero y último contacto del mismo polo sean las siguientes:

En operaciones de cierre o apertura: un cuarto (1/4) de ciclo (4.15 milisegundos).

6.16 Tensiones de Control y del Equipo Auxiliar del Interruptor ✓

Las tensiones de control y del equipo auxiliar del interruptor se indican en las Características Particulares y deben corresponder a las tensiones nominales indicadas a continuación y operar dentro de los rangos siguientes:

781206	REV.	810528	840621						
--------	------	--------	--------	--	--	--	--	--	--

a) Tensión de control para relevadores, bobinas de disparo y cierre, señalización, alarmas, etc.

Tensión nominal V CD	Límites de tensión V CD	
	Cierre	Disparo
125	90 - 130	70 - 140
250	180 - 260	140 - 280

b) Tensiones de equipos auxiliares, como motores, contactores, etc.

Tensión nominal	Variaciones de la tensión nominal en %
460 V 3 Ø, 60 Hz	85 - 110
230 V 3 Ø, 60 Hz	85 - 110
220 V 3 Ø, 60 Hz	85 - 110
127 V 1 Ø, 60 Hz	85 - 110
125 V CD	80 - 108
250 V CD	80 - 108

c) Tensiones de las resistencias.

Tensión nominal	Variaciones de la tensión nominal en %
480 V 60 Hz	+ 10
240 V 60 Hz	+ 10
120 V 60 Hz	+ 10

281208
REV. 810528 840621

TABLA 1 – Tensiones nominales y valores de pruebas dieléctricas (1)

Tensión nominal valor eficaz (kV)		Valores de prueba (kV)			
		A 60 Hz, valor eficaz (en seco 1 minuto y en húmedo 10 seg)	Al impulso, onda completa cresta (2)	Por transitorios de switcheo (switching surge), cresta	
Sistema	Interruptor			A tierra	A través del interruptor abierto
115	123	230	550	--	--
138 (3)	145	275	650	--	--
161 (3)	170	325	750	--	--
230	245	460	1050	--	--
400	420 (4)	520	1425	1050	1050
400	420	620	1550	1175	1175

Notas:

- (1) Los valores de prueba indicados en esta tabla están referidos a las condiciones estándar de presión, temperatura y humedad establecidas en la Norma IEC-56.4
- (2) Onda de $1.2 \times 50 \mu s$.
- (3) Tensiones restringidas.
- (4) La aplicación de estos interruptores debe hacerse cuando se prevean operaciones frecuentes en oposición de fases, o cuando las tensiones de recuperación del sistema sean superiores a las del interruptor correspondiente a un NB1 de 1425 kV.

INTERRUPTORES DE POTENCIA DE 123 A 420 KV

CFE V5000-01

ESPECIFICACION

781208

REV.

810528

840621

TABLA 2 - Corrientes nominales, corrientes interruptivas y tiempo de interrupción

Tensión nominal del interruptor (Vn) valor eficaz kV	Corriente normal a 60 Hz A	Corriente interruptiva de corto circuito, valor eficaz a Vn kA	Corriente sostenida de corta duración 3 segundos valor eficaz kA	Corriente interruptiva de carga de cables en vacío A	Corriente interruptiva de carga de línea en vacío A	Tiempos de interrupción (Base: 60 Hz) Ciclos (m s)
123	1250 1600 2000	25 - 31.5	25 - 31.5	140	31.5	3 (50)
145	1250 1600 2000	20 - 31.5	20 - 31.5	160	50	3 (50)
170	1250	20 - 31.5	20 - 31.5	160	63	3 (50)
245	1250 1600 2000 2500 3150	31.5 - 40	31.5 - 40	250	125	3 (50)
420	1600 2000 2500 3150	31.5 - 40	31.5 - 40	400	400	3 (50)

INTERRUPTORES DE POTENCIA DE 123 A 420 KV

ESPECIFICACION

CFE V5000-01

9 - 3 - 49

ESPECIFICACIONES PARA LA FABRICACION**7.1 Cámaras de Extinción y Columnas de Aisladores Soporte****7.1.1 Medio de extinción**

El medio de extinción del arco eléctrico debe ser gas SF6 a una sola presión y cumplir con los requisitos siguientes:

- a) La presión nominal del gas SF6 a 20° C, no debe ser mayor a 8 bars.
- b) Las distancias internas de aislamiento deben ser tales que, en caso de pérdida de presión hasta un valor igual a la presión atmosférica, el interruptor soporte en forma continua su tensión nominal entre terminales y a tierra.
- c) El interruptor debe contar con los dispositivos necesarios para la supervisión y control de las condiciones del gas.

7.1.2 Contactos principales y partes conductoras

- a) Todas las partes conductoras de corriente del interruptor deben ser capaces de conducir la corriente nominal en forma continua, a tensión y frecuencia nominales, sin sufrir deterioros ni deformaciones y sin exceder las elevaciones de temperatura indicadas en la tabla IV de la Norma IEC 56-2.
- b) Los contactos principales, de arqueo, resortes, etc., deben ser intercambiables y poder ajustarse en el campo, en caso de falla o mantenimiento.
- c) Todos los contactos y partes conductoras alojados dentro de las cámaras de extinción, deben ser accesibles para su inspección.
- d) El Proveedor debe proporcionar las tolerancias para el ajuste de los elementos de las cámaras.
- e) Todas las cámaras de extinción, así como las columnas o los elementos de aislador soporte deben ser intercambiables.

En caso de no cumplir con lo anterior, el Proveedor debe indicarlo en los dibujos y listas de empaque correspondientes y señalarlo con una leyenda en cada elemento de cada polo del interruptor.

7.1.3 Porcelana

- a) Toda la porcelana usada debe ser homogénea y libre de cavidades o burbujas de aire. El acabado debe ser de color uniforme libre de aristas, manchas u otros defectos. No se aceptan porcelanas con reparaciones.
- b) Todas las porcelanas deben tener una resistencia a la perforación mayor que su tensión de flameo en seco.

7.1.4 Bridas y Empaques

Todas las uniones metálicas de las columnas de porcelana y cámaras de arqueo deben hacerse por medio de bridas atornilladas, las cuales deben tener un maquinado adecuado en sus caras. Los empaques de estas bridas deben alojarse en cajas maquinadas para evitar sobrecompresiones y deben ser a prueba de la acción del gas SF6.

7.1.5 Capacitores para mejorar la distribución del potencial

De acuerdo con el diseño de los interruptores y el número de cámaras por polo del interruptor, las cámaras deben contar para su correcto funcionamiento, con capacitores conectados en paralelo.

7.2 Mecanismo de Operación

El interruptor debe contar con un mecanismo de operación, de energía almacenada, con control eléctrico local y remoto y también local manual, que permita el disparo de emergencia sin alimentación de energía externa.

7.2.1 Número de mecanismos de operación

- a) En interruptores con tensiones de 245 kV y mayores se debe suministrar un mecanismo de operación por polo, de tal manera que cada polo debe ser independiente.
- b) En el caso donde se suministre un mecanismo de operación por cada polo, también se debe suministrar un tanque de almacenamiento de aire, un acumulador hidráulico o un resorte por cada polo.

7.2.2 Características del tipo de energía almacenada

- a) La energía almacenada para la operación del mecanismo debe ser de cualquiera de los tres tipos siguientes:
 - neumática,
 - hidráulica,
 - resorte.
- b) La carga de la energía almacenada debe ser por medio de un motor eléctrico que accione una bomba o un compresor o cargue un resorte.
- c) La liberación de la energía, para cerrar o abrir el interruptor, debe ser por medio de un dispositivo de operación eléctrico, mecánicamente conectado al mecanismo de operación.

Condiciones de apertura y cierre del interruptor

- a) El mecanismo del interruptor debe ser de disparo libre y a prueba de bombeo.
- b) El mecanismo de disparo debe disponer de contactos auxiliares que impidan el cierre del interruptor antes de que se haya completado la operación de apertura.
- c) Para el control eléctrico del interruptor se debe suministrar lo siguiente:
 - dos bobinas de disparo con circuitos independientes, con una disposición tal, que en caso de falla de una de ellas, no afecte el funcionamiento de la otra,
 - una bobina para cierre.
- d) Las bobinas de disparo deben ser de operación directa dentro del rango de la tensión de operación y únicamente se intercalarán contactos auxiliares. No se aceptan dispositivos en serie con los circuitos de las bobinas de disparo, cuya falla evite el disparo del interruptor.

Bastidores Soporte

El fabricante debe suministrar un bastidor soporte por polo para interruptores de 245 y 420 kV. En el caso de interruptores de tensiones menores puede ser un bastidor soporte por polo o uno común para los tres polos. Se indique en las Características Particulares, en caso de bastidor común su diseño debe ser tal que cumpla con las distancias mínimas entre fases, indicadas en las Características Particulares.

El diseño de este bastidor soporte debe ser tal que además del peso del interruptor, soporte los esfuerzos producidos por las operaciones del interruptor y los producidos por los agentes externos tales como presión atmosférica, sismos, etc., tomando en cuenta los valores proporcionados en las Características Particulares.

El bastidor debe ser de acero y galvanizado por doble inmersión en caliente de acuerdo con la Norma NMX-C-151, después de haber soldado sus partes y hecho todas las perforaciones requeridas por el diseño. Toda la tornillería, tuercas, roldanas, pernos, etc., debe ser galvanizado por inmersión en caliente.

El bastidor debe contar con dos placas para la conexión a tierra. Estas placas de conexión a tierra, así como los tornillos y roldanas, deben ser de acero inoxidable, bronce o de cualquier otro material anticorrosivo.

En ningún caso se suministrarán ruedas en la base del bastidor.

Cimentación o Base del Interruptor

La Comisión diseñará la cimentación o base sobre la cual montará el bastidor soporte e interruptor, tomando en cuenta las alturas de seguridad sobre el piso. La Comisión indicará en las Características Particulares la altura aproximada de esta cimentación o base.

7.5 Gabinetes de Control

El gabinete de control debe ser de lámina de acero, galvanizado por doble inmersión en caliente. Asimismo todos los tornillos, tuercas, roldanas, etc., deben estar galvanizados por el método de inmersión en caliente. Estos gabinetes deben ser para servicio intemperie, tipo NEMA 4 (Norma NEMA IS1.1) y satisfacer los siguientes requisitos:

- a) Puerta embisagrada y provista de empaque.
- b) Previsión para recibir tubos conduit por su parte inferior para la llegada del cableado externo de la Comisión.
- c) Manija con previsión para candado.
- d) Medios para sujeción, izaje y conexión a tierra.

7.5.1 Elementos mínimos del gabinete

Este gabinete debe contener como mínimo los siguientes elementos:

- a) Resistencia calefactora y control con termostato. La tensión de alimentación de esta resistencia se indica en las Características Particulares. Esta resistencia debe estar protegida con una rejilla metálica y dos fusibles de capacidad adecuada.
- b) Un selector de dos posiciones para operación local o remota.
- c) Elementos necesarios para el control eléctrico local, con dispositivo de seguridad que evite la operación no intencional, así como los elementos mecánicos de control manual-local, que permita el disparo de emergencia del interruptor sin alimentación externa de control.
- d) Relevadores para la operación de antibombeo, accesorios de control, etc.
- e) Un interruptor termomagnético general para el circuito de control y un interruptor termomagnético general para el circuito de auxiliares, ambos por cada mecanismo.
- f) Combinación de interruptor termomagnético y arrancador directo a la línea, para la alimentación y protección de cada motor del mecanismo de operación.
- g) Tablillas terminales de control y de los circuitos auxiliares (fuerza).

Las tablillas de control deben ser independientes de las tablillas de los circuitos auxiliares (fuerza).

Todas las tablillas de control y de circuitos auxiliares deben estar debidamente identificadas.

Las tablillas terminales deben ser del tipo de sujeción de la zapata terminal del cable por medio de tornillos.

g1) Tablillas de control.

Estas deben ser para 600 V, 30 A y deben proveerse 10 terminales de reserva por polo para uso de la Comisión.

g2) Tablillas de circuitos auxiliares (fuerza).

Deben ser para 600 V y de la capacidad necesaria.

h) El Proveedor debe suministrar la cantidad de cables necesarios para llevar a cabo el alambrado interpolador y de auxiliares hasta el gabinete de control central, o al gabinete maestro, instalado en alguno de los polos.

Alambrado de Control y de Circuitos Auxiliares

El alambrado de control y de circuitos auxiliares debe ser hecho por el Proveedor, atendiendo los siguientes requisitos:

- el alambrado interno efectuado por el proveedor debe llegar a un mismo lado de la tablilla terminal. Cualquier conexión común que se requiera por el Proveedor, debe ser hecha en este mismo lado, dejando libre el otro lado para el alambrado de la Comisión,
- el arreglo del alambrado debe ser tal que los aparatos e instrumentos puedan ser removidos sin causar problemas en el alambrado,
- la ruta del cableado debe ser ordenada y no obstaculizar la apertura de puertas, cubiertas, revisión de equipo, acceso a terminales, a aparatos e instrumentos y al alambrado en el campo,
- el alambrado debe agruparse en paquetes y asegurarse con lazos no inflamables y no metálicos,
- todo el alambrado debe soportar las pruebas indicadas en el capítulo 10 (Control de Calidad),
- el Proveedor debe realizar en fábrica todo el alambrado interno completo, correspondiente a los polos, gabinetes de control, contactos auxiliares, alarmas, bloqueos, resistencias calefactoras, circuitos auxiliares (fuerza), etc., hasta las tablillas terminales.

Los cables conductores y accesorios que se utilicen en el alambrado deben cumplir con lo indicado a continuación:

a) Cables de control y de circuitos auxiliares.

- debe utilizarse cable tipo flexible para 600 V y 90° C,
- los cables que pasen a puertas embisagradas deben ser del tipo extraflexible, adecuado para esta aplicación,

- el calibre de los conductores usados debe ser el adecuado para cada aplicación, pero en ningún caso menor que el 14 AWG (19 hilos),
- no debe efectuarse ningún empalme de cable en el gabinete de control o en ductos o tubos conduit,
- cada cable debe ser identificado con un número en los extremos, por medio de un manguito de plástico u otra identificación permanente similar.

b) Terminales

- las terminales de los conductores deben ser tipo ojo o anillo y sujetarse a las tabillas terminales por medio de tornillos,
- no se aceptan ningún otro tipo de zapatas, como abiertas, tipo espada, etc.,
- no se permiten más de dos conexiones del alambrado interno por punto de terminal.

7.7 Alarmas y Bloqueos

El interruptor debe contar con las alarmas y bloqueos que le permitan:

- En el caso de alarmas, detectar condiciones anormales en cámaras o mecanismos antes de que se presenten situaciones o se alcancen valores que pongan en riesgo el funcionamiento correcto del equipo o su integridad.
- En el caso de bloqueos, que impidan la operación del interruptor por presentarse condiciones que representan riesgo al equipo por quedar fuera de los límites de seguridad.

Como mínimo deben incluirse las siguientes alarmas y bloqueos:

- alarma por pérdida de presión en el gas SF₆ y bloqueo cuando se llegue al valor límite en el cual no se asegura la capacidad interruptiva,
- alarma por pérdida de presión en el mecanismo de operación y bloqueo para el cierre, cuando la presión alcance un valor límite que no garantice la operación de disparo,
- alarma por pérdida de nitrógeno en el acumulador de presión en mecanismos hidráulicos,
- alarma por alta y baja presión en el sistema de aire en interruptores con mecanismos neumáticos,
- alarma por resorte descargado en interruptores con mecanismo a base de resorte cargado con motor.

Todos los contactos de los instrumentos, dispositivos de control, etc., para las funciones de alarmas y bloqueos deben ser de 0.5 A, 250 V CD.

ACCESORIOS**Accesorios Normales**

Dentro del alcance del suministro, e incluidos en el precio, deben suministrarse los siguientes accesorios normales.

1.1 Indicador visual de la posición de apertura y cierre

Indicador visual de la posición del interruptor por polo, en caso de un mecanismo por polo y uno para tres polos en caso de un mecanismo por tres polos.

Deben utilizar los colores verde con una letra A para indicar la posición abierto y rojo la letra C para indicar la posición cerrado.

1.2 Contador de operaciones de apertura

Contador de operaciones de apertura por cada mecanismo del interruptor. Este contador debe ser acumulativo y sin opción de restar operaciones o regresar a cero su indicación.

1.3 Conmutador de contactos auxiliares

Conmutador de contactos auxiliares por polo, acoplado mecánicamente al mecanismo de operación del interruptor y accionado por el mismo. Cada conmutador debe tener como mínimo 16 contactos para uso exclusivo de la Comisión, de los cuales el 50% debe ser del tipo "a" (contacto abierto después de abrir el interruptor y cerrado después de cerrar el interruptor) y el resto del tipo "b" (contacto cerrado después de abrir el interruptor y abierto después de cerrar el interruptor), o bien convertibles. Estos contactos deben extenderse hasta tablillas terminales. Estos contactos deben ser para 20 A continuos, 600 V CA, y 250 V

1.4 Conectores terminales

Conectores terminales por cada interruptor, para conectar las terminales de alta tensión del interruptor a los cables o tubos aéreos de interconexión.

Descripción y tipo de estos conectores se indican en las Características Particulares.

En caso de conexión entre materiales diferentes, cobre y aluminio, los conectores deben ser bimetálicos.

1.5 Placas de conexión a tierra del interruptor

Placas de conexión a tierra del interruptor localizadas en lados opuestos. Estas placas deben ser apropiadas para recibir los conectores para cable de cobre con calibres de 2/0 a 4/0 AWG, y debe cumplir con lo indicado en el inciso 7.3 de esta especificación.

8.1.6

Placas de datos

a) Placa de datos del interruptor.

Esta placa debe ser de acero inoxidable. La fijación de la placa al portaplaca debe hacerse por medio de remaches o puntos de soldadura. No se aceptan placas atornilladas.

El grabado complementario de la placa debe ser de bajo relieve profundo y no se acepta el de tipo por golpe.

La placa debe incluir como mínimo los siguientes datos:

- nombre del fabricante y fecha de fabricación,
- número de serie,
- tipo y modelo,
- tensión nominal,
- nivel de aislamiento al impulso,
- altura de operación sobre el nivel del mar,
- frecuencia nominal,
- corriente nominal,
- corriente interruptiva de corto circuito,
- secuencia nominal de operación,
- tiempo máximo de interrupción en base a 60 Hz,
- corriente sostenida de corta duración (3 segundos),
- tensión de control de los dispositivos de cierre y apertura,
- tensión de los circuitos auxiliares,
- masa por polo del interruptor en kg,
- carga de gas SF₆, en kg.

b) Placa de datos del motor del mecanismo de operación.

Esta placa debe contener como mínimo los siguientes datos:

- nombre del fabricante,
- número de serie,
- tensión nominal,
- corriente nominal,
- frecuencia nominal,
- número de fases,
- potencia nominal,
- velocidad en r/min

c) Placa del mecanismo de energía almacenada.

Esta placa debe contener los datos completos del sistema y como mínimo las siguientes:

- presión nominal,
- presión mínima de operación,
- presión máxima de operación,

- volúmenes de líquido o gas, indicando la presión y temperatura de referencia.

d) Datos de las resistencias calefactoras.

Los datos que se deben indicar son :

- tensión nominal,
- potencia.

1.7 Manómetro indicador de la presión del SF6.

Se debe suministrar un manómetro en cada uno de los polos del interruptor, con marcas indicadoras de los valores de presión nominal, máxima y mínima de operación.

1.8 Válvulas

Se deben suministrar las válvulas necesarias para llenado, drenaje, muestreo, de seguridad, etc., del sistema del gas SF6.

1.9 Anillos equipotenciales

Se deben suministrar anillos equipotenciales en cada polo en interruptores con tensión de 230 kV y mayor.

1.10 Accesorios del mecanismo de operación

Se deben suministrar los siguientes accesorios normales para el tipo de mecanismo de operación suministrado con el interruptor.

a) Mecanismo hidráulico:

- manómetro indicador de presión del sistema hidráulico.
- medio de conexión para acoplar al sistema hidráulico una bomba de aceite de emergencia,
- válvulas para llenado, drenaje y muestreo del aceite del mecanismo,
- válvula de alivio de presión.

b) Mecanismo neumático :

- manómetro indicador de presión del sistema de aire comprimido,
- válvula de seguridad,
- válvula para purga de condensado,
- conexión para alimentación externa de aire,
- válvula de retención (check) por tanque.

c) Mecanismo a resorte:

- indicador de carga del resorte,
- mecanismo de carga manual del resorte;
- manivela de carga manual con bloqueos eléctrico y mecánico.

8.1.11 Accesorios de maniobras

Cada polo del interruptor o el interruptor completo, en caso de un bastidor común para los tres polos, debe contar con los dispositivos de izaje (ganchos, orejas, etc.) necesarios para su levantamiento completo y maniobras, así como para el levantamiento y maniobras de las componentes principales de cada polo del interruptor.

8.2 Accesorios Especiales

Cuando se indique en las Características Particulares, deben suministrarse los siguientes accesorios especiales los cuales formarán parte del alcance del suministro y estarán incluidos en el precio del equipo.

8.2.1 Resistencias de preinserción

Una resistencia de preinserción por cada cámara, operada directamente por el mecanismo de operación del interruptor.

Los requisitos de esta resistencia de preinserción se indican en las Características Particulares y son fundamentalmente los siguientes:

- a) Rango de la resistencia en ohms.
- b) Número de pasos de la resistencia.
- c) Tiempo mínimo de preinserción.
- d) Capacidad térmica.

8.2.2 Amortiguadores contra sismos

Amortiguadores de vibración contra sismos instalados en cada bastidor del interruptor.



COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD
GERENCIA DE GENERACION Y TRANSMISION

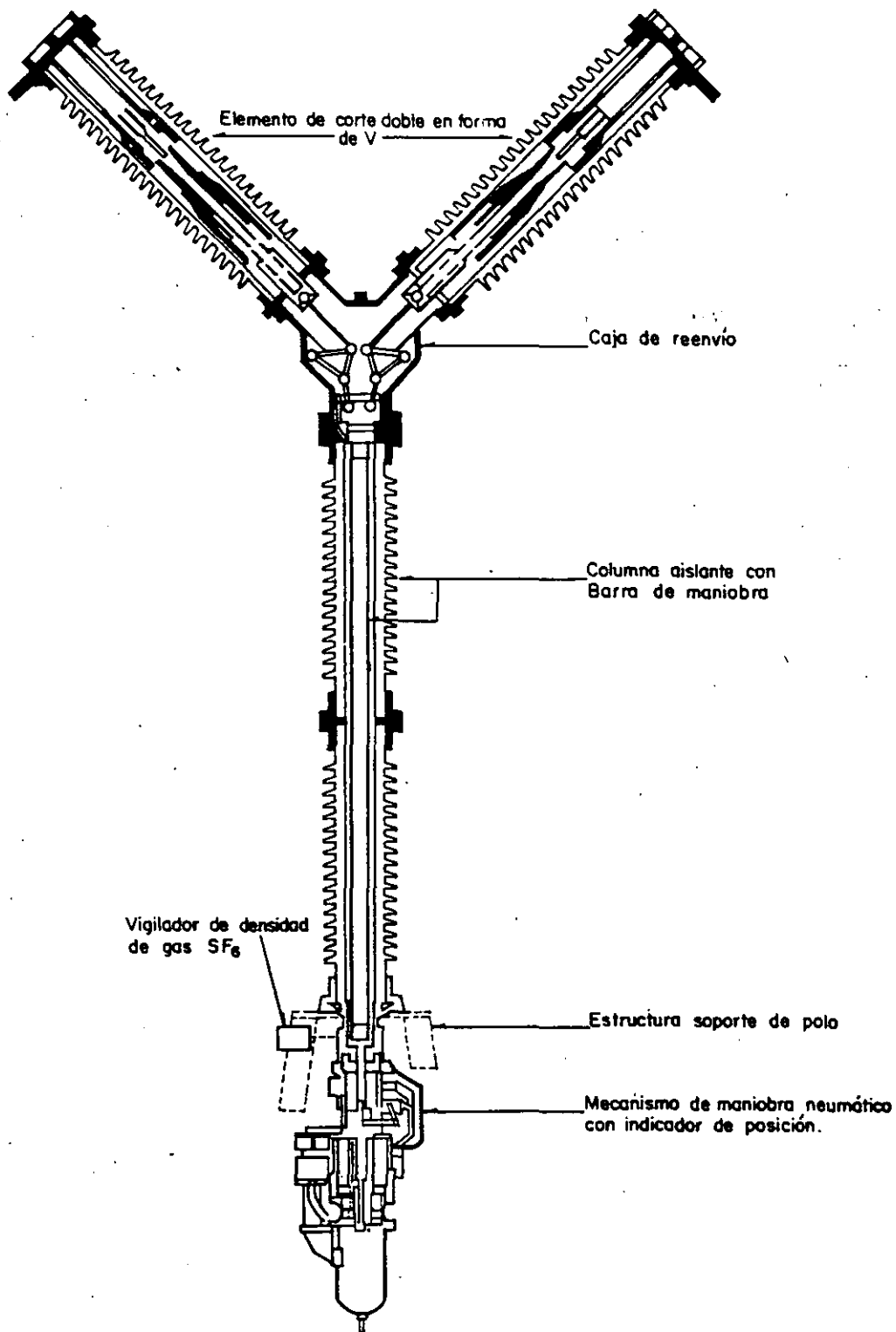
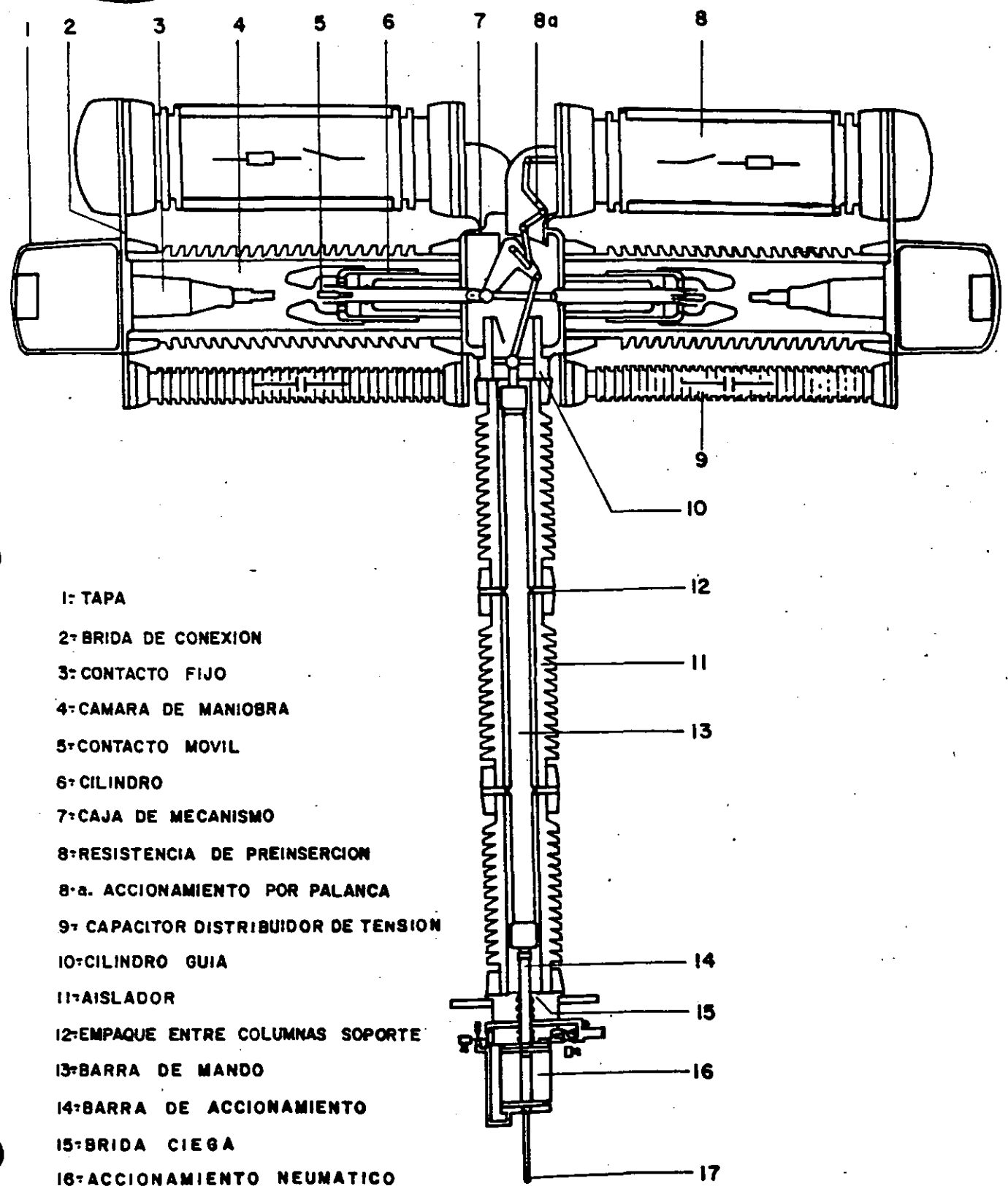


FIG. A - CORTE DE UN POLO DE DISYUNTOR DE SF₆, TIPO ELF 245, CON MECANISMO DE MANIOBRA NEUMATICO



LADO LINEA

LADO BUS



- 1: TAPA
- 2: BRIDA DE CONEXION
- 3: CONTACTO FIJO
- 4: CAMARA DE MANIOBRA
- 5: CONTACTO MOVIL
- 6: CILINDRO
- 7: CAJA DE MECANISMO
- 8: RESISTENCIA DE PREINSECCION
- 8-a. ACCIONAMIENTO POR PALANCA
- 9: CAPACITOR DISTRIBUIDOR DE TENSION
- 10: CILINDRO GUIA
- 11: AISLADOR
- 12: EMPAQUE ENTRE COLUMNAS SOPORTE
- 13: BARRA DE MANDO
- 14: BARRA DE ACCIONAMIENTO
- 15: BRIDA CIEGA
- 16: ACCIONAMIENTO NEUMATICO
- 17: INDICADOR DE POSICION

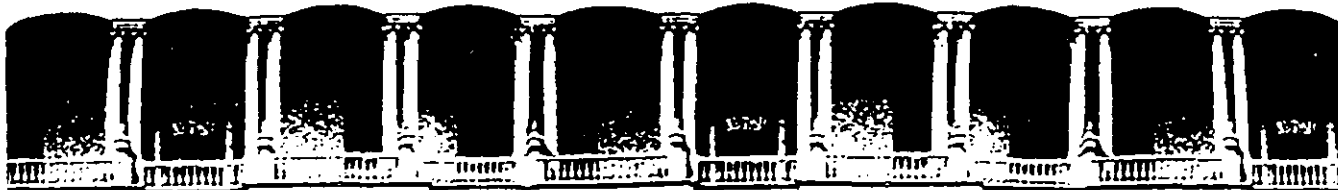
FIG. A



COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD
GERENCIA DE GENERACION Y TRANSMISION

TABLA A
TOTAL DE INTERRUPTORES INSTALADOS
A NIVEL NACIONAL
1984

MARCA	400 kV	230 kV	161-115 kV	TOTAL
AEG	43	51	29	123
AEI		7	15	22
ALLIS CHALMERS			6	6
ASEA	24	1	3	28
BROWN BOVERI	71	82	155	308
DELLE ALSTHOM	6	25	24	55
ENERGO-INVEST		2	52	54
FUJI		2		2
GALILEO SCARPA			4	4
GENERAL ELECTRIC			101	101
HITACHI		5	14	19
IEM			36	36
INDUE DENKI			6	6
ITE			12	12
MAGRINI GALILEO		29	24	53
M GRAW EDISON	2		4	6
MERLIN GERIN	57	6	40	103
MITSUBISHI		38	464	502
PACIFIC ELECTRIC			7	7
SIEMENS - IMEX.	53	185	84	322
SPRECHER	29	92	254	375
S Y C			17	17
WESTINGHOUSE		32	45	77
ORLICON		2		2
THOMSON HOUSTON			9	9



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO: 1

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

*CORTOCIRCUITO
TEORIA Y APLICACION
STD. IEEE 141-1986*

M. EN C. RAMON VILA VIVALDO

PALACIO DE MINERIA

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

CORTOCIRCUITO
TEORIA Y APLICACION
STD. IEEE 141-1986

M.C. RAMON VILA VIVALDO.

CORTOCIRCUITO

OBJETIVO

FUENTES DE CORRIENTE DE FALLA

CANTIDADES EN POR UNIDAD

COMPONENTES SIMETRICAS

CALCULO DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS

DIAGRAMAS DE SECUENCIA DE UN GENERADOR

REDES DE SECUENCIA CERO

FALLA TRIFASICA BALANCEADA

FALLA DE LINEA A TIERRA

FALLA DE LINEA A LINEA

FALLA DE DOBLE LINEA A TIERRA

METODO DE LA NORMA ANSI/IEEE 141-1986

EJEMPLO

ANEXO 1 CALCULO DE IMPEDANCIAS EN POR UNIDAD

ANEXO 2 FIGURAS Y TABLAS

BIBLIOGRAFIA

CORTOCIRCUITO

OBJETIVO

"Los valores máximos calculados de las corrientes de cortocircuito son usados para seleccionar dispositivos de una capacidad interruptiva adecuada, checar la capacidad de los componentes del sistema para resistir esfuerzos mecánicos y térmicos y para determinar la coordinación tiempo-corriente de los relevadores de protección. Los valores mínimos son usados para establecer la sensibilidad requerida de los relevadores de protección." [3]

FUENTES DE CORRIENTE DE FALLA

Las corrientes que fluyen durante una falla provienen de las máquinas eléctricas rotatorias. Para una planta industrial se pueden dividir en cuatro categorías:

- Generadores síncronos
- Motores y condensadores síncronos
- Máquinas de inducción
- Sistema de Suministro de Energía eléctrica

Generadores síncronos

"Si un cortocircuito ocurre en las terminales de un generador síncrono, la corriente de cortocircuito empieza desde un valor alto y decae hasta un valor de estado estable después de haber transcurrido un periodo de tiempo desde el inicio del cortocircuito. Como un generador síncrono continúa siendo movido por su primotor y tiene su campo externamente excitado, el valor de estado estable de la corriente de falla persistirá a menos que sea interrumpida por algún medio de desconexión. Para representar esta característica, uno puede usar un circuito equivalente consistente de una fuente de voltaje constante en serie con una impedancia que varía con el tiempo. Esta impedancia variable consiste principalmente de reactancia.

Para propósitos de cálculo de corrientes de falla, las normas industriales han establecido tres nombres específicos para los valores de esta reactancia variable, llamada reactancia subtransitoria, reactancia transitoria y reactancia síncrona.

X''_d = reactancia subtransitoria; determina la corriente durante el primer ciclo después de haber ocurrido la falla. En aproximadamente 0.10 seg la reactancia se incrementa a:

X'_d = reactancia transitoria; considerada para determinar la corriente después de varios ciclos a 60 Hz. En cerca de $\frac{1}{2}$ a 2 seg la reactancia se incrementa a:

X_d = reactancia síncrona; este es el valor que determina la corriente que fluye después que la condición de estado estable es alcanzada.

Como la mayoría de los dispositivos para protección contra fallas, tales como interruptores y fusibles, operan adecuadamente antes que las condiciones de estado estable sean alcanzadas, la reactancia síncrona del generador es rara vez usada en el cálculo de las corrientes de falla para aplicarse en esos dispositivos." [3]

Motores y condensadores síncronos

"Los motores síncronos suministran corriente a una falla casi de la misma forma que los generadores síncronos. Cuando una falla ocasiona que el voltaje del sistema caiga, el motor síncrono

recibe menos potencia del sistema para mover su carga. Al mismo tiempo el voltaje interno causa que una corriente fluya hacia la falla en el sistema. La inercia del motor y su carga actúan como un primotor y con el campo de excitación sostenido, el motor actúa como un generador que suministra corriente de falla. Esta corriente de falla disminuye conforme decae el campo magnético de la máquina.

El circuito equivalente del generador es utilizado para motores síncronos. Nuevamente, una fuente de voltaje constante y las mismas tres reactancias X''_d , X'_d y X_d son usadas para establecer valores de corriente a tres puntos de tiempo.

Los condensadores síncronos son tratados en la misma forma que los motores síncronos." [3]

Máquinas de inducción

"Un motor de inducción tipo jaula de ardilla contribuirá con corriente de falla a un circuito fallado. Esta es generada por la inercia moviendo al motor en la presencia de un flujo de campo producido por inducción del estator en vez de un devanado de campo de corriente directa. La contribución de corriente de un motor de inducción a una falla en sus terminales se reduce y desaparece completamente después de unos cuantos ciclos, pues el flujo inducido disminuye al perder la fuente de voltaje causada por una falla en las terminales del motor.

Como el campo de excitación no es sostenido, no hay valor de estado estable de la corriente de falla como en el caso de las máquinas síncronas. Nuevamente, el mismo circuito equivalente es usado, pero los valores de reactancia transitoria y síncrona se aproximan a infinito. Como una consecuencia, a los motores de inducción se les asigna solo un valor de reactancia subtransitoria X''_d . Este valor es muy cercano al valor de reactancia de rotor bloqueado.

Para cálculo de fallas un generador de inducción puede ser tratado en la misma forma que un motor de inducción. Motores de inducción de rotor devanado normalmente operando con sus anillos del rotor cortocircuitados contribuirán con corrientes de falla en la misma forma que los motores de inducción tipo jaula de ardilla. Ocasionalmente motores grandes de rotor devanado operando con alguna resistencia externa mantenida en sus circuitos del rotor puede tener constantes de tiempo de cortocircuito lo suficientemente bajas para que su contribución a la falla no sea significativa y pueda ser despreciada. Una investigación específica debe ser hecha para determinar cuando debe despreciarse la contribución de un motor de rotor devanado." [3]

Sistema Externo de Suministro de Energía Eléctrica

"Los generadores remotos del sistema de suministro de energía eléctrica son una fuente de corriente de cortocircuito, a menudo transmitida a través de un transformador. El circuito equivalente del generador puede ser usado para representar este sistema. Los generadores del sistema eléctrico están usualmente lejos de las plantas industriales. La corriente de contribución a una falla en una planta remota representa simplemente un pequeño incremento en la corriente de carga de las grandes centrales generadoras, y esta contribución de corriente tiende a permanecer constante. El sistema eléctrico es por lo tanto usualmente representado en la planta por una impedancia equivalente de un sólo valor referida al punto de conexión." [3]

CANTIDADES EN POR UNIDAD

"Una parte importante de la preparación para el cálculo de las corrientes de cortocircuito es establecer la impedancia de cada elemento del circuito, y convertirlas para que sean consistentes con todas las demás y combinarlas en serie y paralelo. Fuentes de valores de impedancia para los elementos del circuito son datos de placa, manuales, catálogos del fabricante y tablas.

Dos formas consistentes para expresar las impedancias, son en Ohms y en por unidad (por unidad difiere de por ciento sólo por un factor de 100). Las impedancias individuales de los equipos son a menudo dadas en por ciento, lo cual hace que las comparaciones sean fáciles, pero impedancias en por ciento raramente son usadas sin conversión en los cálculos del sistema. La forma en por unidad de la impedancia es usada porque es más conveniente que la forma óhmica cuando el sistema contiene varios niveles de voltaje. Impedancias expresadas en por unidad sobre una base definida pueden ser combinadas directamente, sin importar cuantos niveles de voltaje existan desde la fuente hasta la falla. Para obtener esta utilidad, el voltaje base en cada nivel de voltaje debe ser referido de acuerdo a la relación de transformación de los transformadores interconectados.

En el sistema en por unidad hay cuatro cantidades base, potencia aparente base en volts-ampere, voltaje base, corriente base e impedancia base. La relación entre cantidades base, por unidad y reales es como sigue:

$$\text{Cantidad en Por Unidad} = \text{Cantidad Real} / \text{Cantidad Base}$$

Usualmente un valor conveniente es seleccionado para la potencia aparente base en volts-ampere, y un voltaje base en un nivel es seleccionado para igualar el voltaje nominal del transformador a ese nivel. Voltajes base a otros niveles son establecidos por la relación de transformación del transformador. Corriente base e impedancia base en cada nivel son entonces obtenidas por las relaciones normales. Las siguientes fórmulas se aplican a sistemas trifásicos, donde el voltaje base es el voltaje fase a fase y la potencia aparente base es la potencia aparente trifásica:

$$I_{\text{base}} \text{ (Amperes)} = \text{KVA}_{\text{base}} / \sqrt{3} \text{ KV}_{\text{base}}$$

$$Z_{\text{base}} \text{ (Ohms)} = (\text{KV}_{\text{base}})^2 / \text{MVA}_{\text{base}}$$

Las impedancias de los elementos individuales del sistema de potencia usualmente son obtenidas en formas que requieren conversión a las bases referidas para un cálculo en por unidad." [3]

Para convertir a por unidad cuando se conoce el valor en Ohms se usa la siguiente expresión:

$$Z_{\text{pu}} = Z(\Omega) \text{ MVA}_{\text{base}} / (\text{KV}_{\text{base}})^2$$

De la ecuación anterior se deduce que:

$$Z(\Omega) = Z_{pu} (KV_{base})^2 / MVA_{base}$$

Como el valor en Ohms de la impedancia debe permanecer constante independientemente de los valores base seleccionados (base1 o base2), se puede hacer la siguiente igualdad:

$$Z_{pu_{base1}} (KV_{base1})^2 / MVA_{base1} = Z_{pu_{base2}} (KV_{base2})^2 / MVA_{base2}$$

De la que se deriva la siguiente ecuación para el cálculo de impedancias en pu a cantidades base diferentes a las originales (convertir de base1 a base2):

$$Z_{pu_{base2}} = Z_{pu_{base1}} (MVA_{base2} / MVA_{base1}) (KV_{base1} / KV_{base2})^2$$

COMPONENTES SIMÉTRICAS

"En el año de 1918 C.L. Fortescue, presentó en una reunión del "American Institute of Electrical Engineers", un trabajo que constituye una de las herramientas más poderosas para el estudio de los circuitos polifásicos desequilibrados. El trabajo de Fortescue demuestra que un sistema desequilibrado de "n" vectores relacionados entre sí, puede descomponerse en "n" sistemas de vectores equilibrados denominados componentes simétricos de los vectores originales. Los "n" vectores de cada conjunto de componentes son de igual longitud, siendo también iguales los ángulos formados por vectores adyacentes. Aunque el método es aplicable a cualquier sistema polifásico desequilibrado, limitaremos nuestro estudio a los sistemas trifásicos.

Según el teorema de Fortescue, tres vectores desequilibrados de un sistema trifásico puede descomponerse en 3 sistemas equilibrados de vectores. Los conjuntos equilibrados de componentes son:

1) Componentes de secuencia positiva, formados por tres vectores de igual módulo, con diferencias de fase de 120° y con la misma secuencia de fases que los vectores originales. (fig 1)

2) Componentes de secuencia negativa, formados por tres vectores de igual módulo, con diferencias de fase de 120° y con la secuencia de fases opuesta a la de los vectores originales. (fig 1)

3) Componentes de secuencia cero, formados por tres vectores de igual módulo y con una diferencia de fase nula." [1] (fig 1)

Suponiendo un sistema desbalanceado de tres vectores (fig 2), donde cada uno de los vectores desequilibrados originales es igual a la suma de sus componentes, los vectores originales expresados en función de sus componentes serían:

$$a = a_0 + a_1 + a_2 \quad \text{Ec. 1}$$

$$b = b_0 + b_1 + b_2 \quad \text{Ec. 2}$$

$$c = c_0 + c_1 + c_2 \quad \text{Ec. 3}$$

"En un sistema trifásico es conveniente, por los desplazamientos de fase de las componentes simétricas de tensiones y corrientes disponer de un método para indicar la rotación de 120° de un vector." [1]

La letra α se utiliza normalmente para designar al operador que origina una rotación de 120° en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj. Tal operador es un número complejo de módulo unidad y argumento de 120° definido por las siguientes expresiones:

$$\alpha = \text{mag } 1 \text{ ang } 120^\circ = -0.5 + j \sqrt{3}/2$$

$$\alpha^2 = \text{mag } 1 \text{ ang } 240^\circ$$

$$\alpha^3 = 1$$

$$\alpha^4 = \alpha$$

$$\alpha^5 = \alpha^2$$

$$\alpha^2 \neq -\alpha$$

$$\alpha + \alpha^2 = -1$$

$$\alpha - \alpha^2 = j \sqrt{3}$$

$$1 + \alpha + \alpha^2 = 0$$

$$1 - \alpha = \alpha^2 j \sqrt{3}$$

$$1 - \alpha^2 = \text{mag } \sqrt{3} \text{ ang } 30^\circ$$

$$1 + \alpha^2 = -\alpha$$

Examinando las ecuaciones 1, 2 y 3 se puede ver la descomposición de tres vectores asimétricos en sus componentes simétricas.

En primer lugar se observa que el número de magnitudes desconocidas puede reducirse, expresando cada componente de b y c como el producto de una función del operador α y un componente de a . De la fig 1 se derivan las relaciones siguientes:

$$b_1 = \alpha^2 a_1 \quad \text{Ec. 4.1}$$

$$b_2 = \alpha a_2 \quad \text{Ec. 4.2}$$

$$b_0 = a_0 \quad \text{Ec. 4.3}$$

$$c_1 = \alpha a_1 \quad \text{Ec. 4.4}$$

$$c_2 = \alpha^2 a_2 \quad \text{Ec. 4.5}$$

$$c_0 = a_0 \quad \text{Ec. 4.6}$$

Sustituyendo las Ecuaciones anteriores en las Ecuaciones 1, 2 y 3, se obtiene:

$$\begin{aligned} a &= a_0 + a_1 + a_2 \\ b &= a_0 + \alpha^2 a_1 + \alpha a_2 \\ c &= a_0 + \alpha a_1 + \alpha^2 a_2 \end{aligned}$$

O bien en forma matricial

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

Ec. 5

Donde:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}$$

Para encontrar a_0 , a_1 y a_2 el sistema de ecuaciones planteado en la ecuación 5 se resuelve por la regla de Cramer

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} = (\alpha^4 - \alpha^2) - (\alpha^2 - \alpha) + (\alpha - \alpha^2) = 3(\alpha - \alpha^2)$$

$$a_0 = \frac{\det \begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ b & \alpha^2 & \alpha \\ c & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}}{\det [A]} = \frac{a(\alpha^4 - \alpha^2) - b(\alpha^2 - \alpha) + c(\alpha - \alpha^2)}{3(\alpha - \alpha^2)}$$

$$a_0 = \frac{a(\alpha - \alpha^2) + b(\alpha - \alpha^2) + c(\alpha - \alpha^2)}{3(\alpha - \alpha^2)} = \frac{1}{3} (a+b+c)$$

$$a_1 = \frac{\det \begin{bmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & b & \alpha \\ 1 & c & \alpha^2 \end{bmatrix}}{\det [A]} = \frac{-a(\alpha^2 - \alpha) + b(\alpha^2 - 1) - c(\alpha - 1)}{3(\alpha - \alpha^2)}$$

$$a_1 = \frac{a(\alpha - \alpha^2) + b\alpha(\alpha - \alpha^2) + c\alpha^2(\alpha - \alpha^2)}{3(\alpha - \alpha^2)} = \frac{1}{3} (a + b\alpha + c\alpha^2)$$

$$a_2 = \frac{\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & \alpha^2 & b \\ 1 & \alpha & c \end{bmatrix}}{\det [A]} = \frac{a(\alpha - \alpha^2) - b(\alpha - 1) + c(\alpha^2 - 1)}{3(\alpha - \alpha^2)}$$

$$a_2 = \frac{a(\alpha - \alpha^2) + b\alpha^2(\alpha - \alpha^2) + c\alpha(\alpha - \alpha^2)}{3(\alpha - \alpha^2)} = \frac{1}{3} (a + b\alpha^2 + c\alpha)$$

Expresado en forma matricial se tiene:

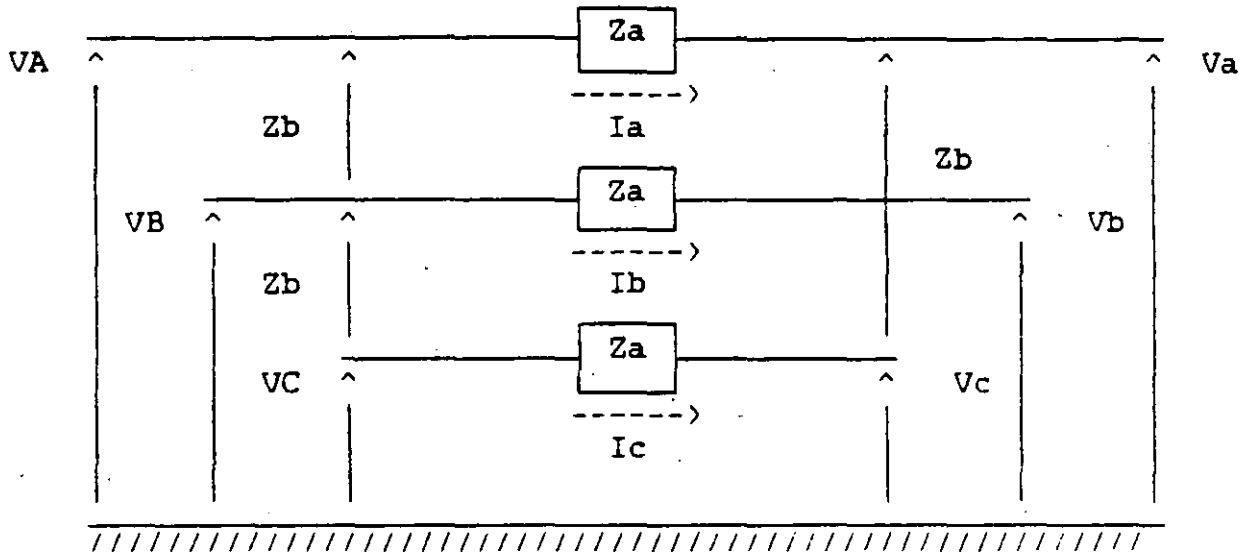
$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 6}$$

Estas expresiones muestran como descomponer tres vectores asimétricos en sus componentes simétricas. Si se necesitan, los componentes b_0 , b_1 , b_2 , c_0 , c_1 y c_2 se pueden determinar por las Ecs. 4.

Toda esta teoría se aplica tanto a corrientes como a voltajes.

CALCULO DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS

El siguiente circuito representa las tres fases de un sistema eléctrico.



Donde Z_a y Z_b son las impedancias propias y mutuas de la línea respectivamente.

Del circuito anterior se deduce que:

$$\begin{aligned} \delta V_a &= V_A - V_a = Z_a I_a + Z_b I_b + Z_b I_c \\ \delta V_b &= V_B - V_b = Z_b I_a + Z_a I_b + Z_b I_c \\ \delta V_c &= V_C - V_c = Z_b I_a + Z_b I_b + Z_a I_c \end{aligned}$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \delta V_a \\ \delta V_b \\ \delta V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & Z_b & Z_b \\ Z_b & Z_a & Z_b \\ Z_b & Z_b & Z_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Aplicando componentes simétricas a $[\delta V]$ e $[I]$

$$[A] [\delta V_{cs}] = [Z] [A] [I_{cs}]$$

$$[\delta V_{cs}] = [A]^{-1} [Z] [A] [I_{cs}]$$

Donde: $[\delta V_{cs}]$ = vector de caídas de voltaje de componentes simétricas

$[I_{cs}]$ = vector de corrientes de componentes simétricas

Por lo tanto la matriz de componentes simétricas resultante es:

$$[Z_{cs}] = [A]^{-1} [Z] [A]$$

Sustituyendo valores:

$$[Z_{cs}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_a & Z_b & Z_b \\ Z_b & Z_a & Z_b \\ Z_b & Z_b & Z_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}$$

Multiplicando las matrices y aplicando igualdades

$$[Z_{cs}] = \begin{bmatrix} Z_a + 2Z_b & 0 & 0 \\ 0 & Z_a - Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_a - Z_b \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\begin{aligned} Z_0 &= \text{impedancia de secuencia cero (0)} = Z_a + 2Z_b \\ Z_1 &= \text{impedancia de secuencia positiva (+)} = Z_a - Z_b \\ Z_2 &= \text{impedancia de secuencia negativa (-)} = Z_a - Z_b \end{aligned}$$

Simplificando:

$$[Z_{cs}] = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix}$$

Si:

$$[\delta V_{cs}] = [Z_{cs}] [I_{cs}]$$

Sustituyendo respectivamente:

$$\begin{bmatrix} \delta V_0 \\ \delta V_1 \\ \delta V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

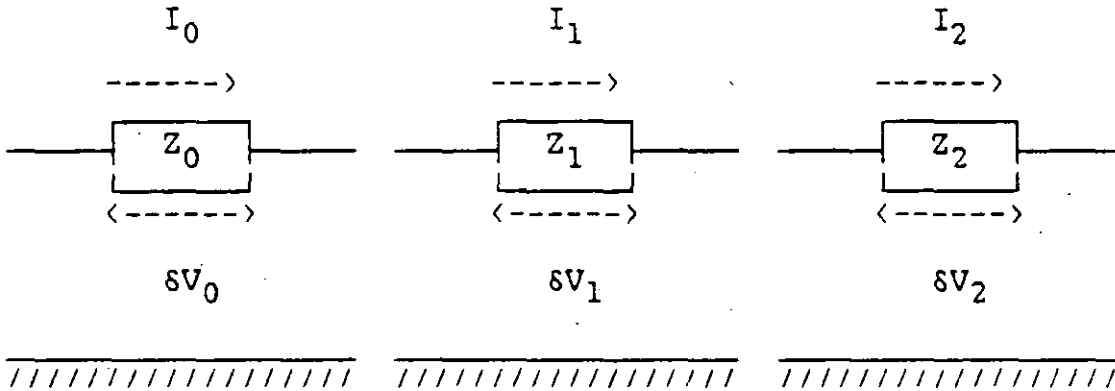
Obteniendo:

$$\delta V_0 = I_0 Z_0$$

$$\delta V_1 = I_1 Z_1$$

$$\delta V_2 = I_2 Z_2$$

Representandose eléctricamente a través de la siguiente figura:



Demostando finalmente que los sistemas pueden descomponerse en tres redes independientes (secuencia cero, positiva y negativa), cada una con sus respectivos valores de secuencia.

DIAGRAMAS DE SECUENCIA DE UN GENERADOR [1]

En la fig 3 se muestra un generador en vacío conectado a tierra a través de una reactancia. Los sentidos de las corrientes y las redes de secuencia para el generador se muestran en la fig 4.

Por componentes simétricas:

$$I_{a_0} = (I_a + I_b + I_c) \div 3 = I_n \div 3$$

Por lo tanto:

$$I_n = 3 I_{a_0}$$

En la fig 4 se observa que la corriente que pasa por la impedancia Z_n entre el neutro y tierra es:

$$3I_{a_0}$$

y la caída de tensión de secuencia cero, desde el punto "a" hasta tierra es:

$$-3I_{a_0}Z_n - I_{a_0}Z_{g_0}$$

Donde Z_{g_0} es la impedancia de secuencia cero por fase del generador.

La red de secuencia cero, es un circuito monofásico por el que solamente pasa la corriente de secuencia cero de una fase por una impedancia total de secuencia cero:

$$Z_0 = 3Z_n + Z_{g_0}$$

REDES DE SECUENCIA CERO [1]

Las corrientes de secuencia cero de un sistema trifásico funcionan como uno monofásico, debido a que tienen el mismo valor absoluto e igual fase en cualquier punto en todas las fases del sistema. Por consiguiente, las corrientes de secuencia cero circularán sólo si existe una trayectoria de retorno por la cual pueda completarse el circuito.

La fig ^{p.p. 39} 5 muestra las redes de secuencia cero para cargas conectadas en estrella y en delta.

Los circuitos equivalentes de secuencia cero de los transformadores trifásicos merecen una atención especial, ya que las diversas combinaciones posibles de los devanados primario y secundario conectados en estrella y delta varían la red de secuencia cero. La teoría de los transformadores hace posible la construcción del circuito equivalente de la red de secuencia cero.

Recordando que por el primario de un transformador no circulará corriente, a menos que circule por el secundario, y despreciando la pequeña corriente de magnetización, la corriente primaria estará determinada por la secundaria y la relación de transformación. Estos principios sirven de base en el análisis de los casos particulares. Se estudiarán cinco posibles conexiones de transformadores de dos devanados, representadas en la fig 6. Las flechas indican las trayectorias de circulación de la corriente de secuencia cero, cuando no exista tal indicación la conexión del transformador no permitirá la circulación de las corrientes de secuencia cero. En la misma figura, para cada conexión se representa el circuito aproximado equivalente de secuencia cero, con resistencia y una trayectoria para la corriente de magnetización omitidas. Las letras P y Q identifican los puntos correspondientes en los diagramas de conexiones y circuitos equivalentes. La justificación respectiva del circuito equivalente para cada conexión es la siguiente:

Caso 1.- Conexión estrella-estrella. Un neutro a tierra. Si uno de los dos neutros de un banco estrella-estrella no está conectado a tierra, la corriente de secuencia cero no puede circular en ninguno de los dos devanados. La ausencia de trayectoria por un devanado impide la corriente en el otro. Para la corriente de secuencia cero existe un circuito abierto entre las dos partes del sistema conectado por el transformador.

Caso 2.- Conexión estrella-estrella. Ambos neutros conectados a tierra. Cuando ambos neutros de un transformador estrella-estrella están conectados a tierra, existe trayectoria en los dos devanados para las corrientes de secuencia cero. Si la corriente de secuencia cero puede seguir un circuito completo fuera del transformador en ambos lados de éste, puede circular en ambos devanados del transformador. En la red de secuencia cero, los puntos de ambos lados del transformador se unen por la impedancia de secuencia cero del transformador.

Caso 3.- Conexión estrella-delta. Estrella conectada a tierra. Si el neutro de un transformador estrella-delta es conectado a tierra, las corrientes de secuencia cero tienen trayectoria a tierra a través de la conexión a tierra de la estrella, ya que las corrientes inducidas correspondientes pueden circular en la conexión en delta. La corriente de secuencia cero, que circula en la delta para equilibrar la corriente de secuencia cero en la estrella, no puede circular en las líneas conectadas a la delta. El circuito equivalente debe proporcionar una trayectoria desde la línea en el lado en estrella, a través de la resistencia equivalente y la reactancia de pérdida del transformador, hasta la barra de referencia. Es preciso que haya un circuito abierto entre la línea y la barra de referencia en el lado de la delta. Si la conexión del neutro a tierra contiene una impedancia Z_n , el circuito equivalente de secuencia cero debe tener una impedancia $3Z_n$ en serie con la resistencia equivalente y la reactancia de pérdida del transformador para conectar la línea en el lado en estrella a tierra.

Caso 4.- Conexión estrella-delta. Sin conexión a tierra. Si la estrella no está conectada a tierra, la impedancia Z_n entre el neutro y tierra es infinita. La impedancia $3Z_n$ en el circuito equivalente del Caso 3 para la impedancia de secuencia cero, se hace infinita. La corriente de secuencia cero no puede circular en los devanados del transformador.

Caso 5.- Conexión delta-delta. Como un circuito delta-delta no proporciona trayectoria de retorno a la corriente de secuencia cero, no puede haber corriente de secuencia cero en un transformador delta-delta, aunque puede circular dentro de los devanados en delta.

FALLA TRIFASICA BALANCEADA

La fig 7 representa una falla trifásica balanceada.

De donde se deduce que:

$$I_{af} + I_{bf} + I_{cf} = 0 \quad (\text{falla balanceada})$$

$$V_{af} = V_{bf} = V_{cf} = 0 \quad (\text{fase-tierra})$$

Como el circuito es balanceado:

$$\begin{aligned} I_{bf} &= \alpha^2 I_{af} \\ I_{cf} &= \alpha I_{af} \end{aligned}$$

Aplicando componentes simétricas a las corrientes

$$\begin{bmatrix} I_{0f} \\ I_{1f} \\ I_{2f} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{af} \\ I_{bf} \\ I_{cf} \end{bmatrix}$$

Desarrollando se obtiene:

$$I_{0f} = (I_{af} + I_{bf} + I_{cf}) \div 3 = 0$$

$$\begin{aligned} I_{1f} &= (I_{af} + \alpha I_{bf} + \alpha^2 I_{cf}) \div 3 \\ &= (I_{af} + \alpha^3 I_{af} + \alpha^3 I_{af}) \div 3 = I_{af} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{2f} &= (I_{af} + \alpha^2 I_{bf} + \alpha I_{cf}) \div 3 \\ &= (I_{af} + \alpha I_{af} + \alpha^2 I_{af}) \div 3 = 0 \end{aligned}$$

Como: $V_{af} = V_{bf} = V_{cf} = 0$

Se cumple que: $V_{0f} = V_{1f} = V_{2f} = 0$

Concluyendose que para una falla trifásica balanceada la única red que interviene es la de secuencia positiva. El circuito equivalente para esta falla se muestra en la fig 8.

FALLA DE LINEA A TIERRA

La fig 9 es una representación de este tipo de falla.

De donde se deduce que:

$$I_{bf} = I_{cf} = 0 \quad (\text{fases no falladas})$$

$$V_{af} = 0 \quad (\text{fase-tierra})$$

Aplicando componentes simétricas a las corrientes

$$\begin{bmatrix} I_{0f} \\ I_{1f} \\ I_{2f} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{af} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Desarrollando se obtiene:

$$I_{0f} = I_{1f} = I_{2f} = I_{af} \div 3 \quad \text{Ec. 7}$$

Aplicando componentes simétricas a los voltajes

$$\begin{bmatrix} 0 \\ V_{bf} \\ V_{cf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{0f} \\ V_{1f} \\ V_{2f} \end{bmatrix}$$

Se obtiene:

$$0 = V_{0f} + V_{1f} + V_{2f} \quad \text{Ec. 8}$$

Para que se cumplan las condiciones planteadas en las ecuaciones 7 y 8 es necesario que los circuitos equivalentes de las secuencias se conecten como lo indica la fig 10.

FALLA DE LINEA A LINEA

La fig 11 es una representación de este tipo de falla

De donde se deduce que:

$$I_{af} = 0$$

$$I_{cf} = - I_{bf}$$

$$V_{bf} = V_{cf}$$

Aplicando componentes simétricas a las corrientes

$$\begin{bmatrix} I_{0f} \\ I_{1f} \\ I_{2f} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{bf} \\ -I_{bf} \end{bmatrix}$$

Desarrollando:

$$I_{0f} = 0$$

$$I_{1f} = (\alpha - \alpha^2) I_{bf} \div 3 = j\sqrt{3} I_{bf} \div 3 = j I_{bf} / \sqrt{3}$$

$$I_{2f} = (\alpha^2 - \alpha) I_{bf} \div 3 = -j\sqrt{3} I_{bf} \div 3 = -j I_{bf} / \sqrt{3}$$

De las dos ecuaciones anteriores se obtiene:

$$I_{1f} = - I_{2f} \quad \text{Ec. 9}$$

Aplicando componentes simétricas a los voltajes:

$$\begin{bmatrix} V_{0f} \\ V_{1f} \\ V_{2f} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{af} \\ V_{bf} \\ V_{bf} \end{bmatrix}$$

Desarrollando:

$$V_{0f} = (V_{af} + V_{bf} + V_{bf}) \div 3 = (V_{af} + 2V_{bf}) \div 3$$

$$V_{1f} = (V_{af} + \alpha V_{bf} + \alpha^2 V_{bf}) \div 3 = (V_{af} - V_{bf}) \div 3$$

$$V_{2f} = (V_{af} + \alpha^2 V_{bf} + \alpha V_{bf}) \div 3 = (V_{af} - V_{bf}) \div 3$$

De las dos ecuaciones anteriores se obtiene:

$$V_{1f} = V_{2f} \quad \text{Ec. 10}$$

Para que se cumplan las condiciones planteadas en las ecuaciones 9 y 10 es necesario que los circuitos equivalentes de las secuencias se conecten como se indica en la fig 12.

FALLA DE DOBLE LINEA A TIERRA

La fig 13 es una representación de este tipo de falla.

De donde se deduce que:

$$I_{af} = 0$$

$$V_{bf} = V_{cf} = 0$$

Aplicando componentes simétricas a las corrientes

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_{bf} \\ I_{cf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{0f} \\ I_{1f} \\ I_{2f} \end{bmatrix}$$

Obteniendo:

$$0 = I_{0f} + I_{1f} + I_{2f} \quad \text{Ec. 11}$$

Aplicando componentes simétricas a los voltajes

$$\begin{bmatrix} V_{0f} \\ V_{1f} \\ V_{2f} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{af} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Obteniendo:

$$V_{0f} = V_{1f} = V_{2f} = V_{af} \div 3 \quad \text{Ec. 12}$$

Para que se cumplan las condiciones planteadas en las ecuaciones 11 y 12, es necesario que los circuitos equivalentes de las secuencias se conecten como se indica en la fig 14.

METODO DE LA NORMA ANSI/IEEE 141-1986

El método consiste básicamente en la aplicación de ciertos factores de multiplicación sobre el cálculo de las corrientes de cortocircuito, mismos que dependen del punto del sistema en el cual se analiza la falla, de la relación X/R de los equivalentes correspondientes del sistema reducido, tiempo en que se inicie la apertura de los contactos primarios del interruptor y uso de la corriente calculada.

La Norma considera la elaboración de tres redes (circuitos equivalentes del sistema eléctrico) para los cálculos de las corrientes de cortocircuito. La diferencia entre cada red es el valor de la impedancia de las máquinas rotatorias, el cual varía en función de la red.

PRIMERA RED

Su finalidad consiste en obtener las corrientes de cortocircuito momentáneas, que circulan durante el primer ciclo después de haber ocurrido la falla, para elaborar esta red deberán tomarse en cuenta los valores subtransitorios de todas las fuentes de corriente que contribuyen al cortocircuito afectadas por los factores indicados en las tablas 24 y 25 de la Norma y los elementos estáticos, considerando los motores menores de 50 HP agrupados en un equivalente.

Las corrientes calculadas con esta red pueden tener diferentes usos:

- a. Para seleccionar capacidades de fusibles.
- b. Para seleccionar capacidades de interruptores.

Para ambos casos se deberán calcular corrientes de cortocircuito simétricas y asimétricas, el factor de asimetría se determina de acuerdo a los siguientes criterios:

- Para fusibles
 - 1.2 si el voltaje es menor a 15 KV y si la relación X/R es menor a 4.
 - 1.55 para los demás casos
(ANSI/IEEE C37.41-1981).
- Para interruptores en baja tensión
(menores o iguales a 1 KV)
El factor varía en función de la relación X/R
(NEMA AB 1-1986)
- Para interruptores en media y alta tensión
(arriba de 1 KV)
1.6 en todos los casos
(ANSI/IEEE C37.010-1979 y C37.5-1979)

SEGUNDA RED

Con esta red se obtiene la corriente interruptiva de cortocircuito que ocurre en el momento en que los contactos del interruptor inician su apertura, los resultados deberán usarse para selección de interruptores en media y alta tensión (arriba de 1 KV).

Durante la elaboración de esta red se deben afectar las impedancias subtransitorias de las máquinas rotatorias por los factores indicados en las tablas 24 y 25 de la Norma.

Con la relación X/R de los circuitos equivalentes interruptivos al punto de falla, se determina el factor de multiplicación utilizando las curvas de las figuras 101, 102, 103 o 104 de la Norma ANSI/IEEE 141-1986. La Norma recomienda usar siempre factores de multiplicación remotos que impondrían las condiciones más severas de falla.

En esta red se desprecian los motores agrupados de capacidades menores de 50 HP.

TERCERA RED

Con esta red se obtienen las corrientes que se requieren para el cálculo de los ajustes de relevadores con retardo de tiempo (mayor a 6 ciclos).

El circuito equivalente de la red que se utiliza, deberá elaborarse considerando únicamente los valores de impedancia transitoria de los generadores e impedancias de los equipos estáticos (cables, transformadores, reactores, etc.), instalados entre ellos y los puntos de falla, despreciando las contribuciones de todos los motores.

El factor de multiplicación para esta red es de 1.0 para todos los casos.

En los ajustes de los relevadores instantáneos se utilizan las corrientes momentáneas de cortocircuito obtenidas en la primera red.

Se recomienda mantener equivalentes separados de reactancias y resistencias para encontrar las relaciones X/R y la impedancia equivalente al punto de falla, sin embargo, para niveles de falla de arriba de 1 KV, la resistencia podrá omitirse al calcular la impedancia equivalente para fallas trifásicas balanceadas.

EJEMPLO

Si siguiendo el procedimiento de la Norma IEEE/ANSI 141-1986, se desean calcular fallas trifásicas balanceadas y de línea a tierra en los buses 1 y 2 del diagrama unifilar de la fig. 15, bajo las siguientes consideraciones:

- 1.) Para las fallas trifásicas balanceadas se calcularán las corrientes de las tres redes indicadas en la Norma
- 2.) Para las fallas de línea a tierra se calcularán únicamente las corrientes de la tercera red, debido a que éstas solo se usarán para ajuste de dispositivos de protección.
- 3.) Las impedancias de secuencia (+), (-) y (0) de cada uno de los elementos del sistema son iguales
- 4.) Se utilizarán interruptores de potencia de 5 ciclos con tiempo de apertura de contactos de 3 ciclos

Los datos del ejemplo son los siguientes:

GENERADOR	25 MVA 13.8 KV $X''_d = 9 \%$ $X'_d = 13.5 \%$ $X/R = 45$
CONTRIBUCION DE CFE	1000 MVA _{cc} 69 KV $X/R = 22$
MOTOR SINCRONO	6000 HP 13.2 KV FP = 0.80 EFIC = 0.9325 720 REV/MIN $X''_d = 0.20 \text{ pu}$ $X/R = 30$
MOTOR DE INDUCCION	100 HP 460 V FP = 0.80 EFIC = 0.9325 1800 REV/MIN IRB = 6 pu $X/R = 8$
MOTORES DE INDUCCION AGRUPADOS (MENORES DE 50 HP)	100 HP (suma total) 460 V IRB = 5.9643 pu $X/R = 6.6$

TRANSFORMADOR 1	20 MVA 69-13.8 KV Z = 7 % (dato de placa) X/R = 21 R = 6.6 Ω (Resistencia de puesta a tierra)
TRANSFORMADOR 2	1.5 MVA 13.8-0.480 KV Z = 5 % (dato de placa) X/R = 8
REACTOR	Z = 0.001 Ω (dato de placa) X/R = 80
CABLE	1 cond/fase de 500 MCM Cobre 75 °C ducto no magnético circuito de 25 m DMG = 2 pulgadas

Selección de cantidades base:

100 MVA
69.0 KV para el primario del transformador 1
13.8 KV para el bus 1
0.48 KV para el bus 2.

Cálculo de impedancias en por unidad (pu):

GENERADOR

primera y segunda red:

$$X''_d \text{ pu} = 0.09 \text{ pu} (100 \text{ MVA}/25 \text{ MVA}) (13.8 \text{ KV}/13.8 \text{ KV})^2 \\ = 0.36 \text{ pu}$$

$$R''_d \text{ pu} = 0.36 \text{ pu}/45 \\ = 0.008 \text{ pu}$$

tercera red:

$$X''_d \text{ pu} = 0.135 \text{ pu} (100 \text{ MVA}/25 \text{ MVA}) (13.8 \text{ KV}/13.8 \text{ KV})^2 \\ = 0.54 \text{ pu}$$

$$R''_d \text{ pu} = 0.54 \text{ pu}/45 \\ = 0.012 \text{ pu}$$

CONTRIBUCION DE CFE

las tres redes:

$$Z \text{ pu} = (100 \text{ MVA}/1000 \text{ MVA}) (69 \text{ KV}/69 \text{ KV})^2 \\ = 0.10 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 0.10 \text{ pu} / \sqrt{1 + 22^2} \\ = 0.0045 \text{ pu}$$

$$X \text{ pu} = 0.0045 \text{ pu} \times 22 \\ = 0.0999 \text{ pu}$$

MOTOR SINCRONO

primera red:

$$K \text{ pu} = 0.20 \text{ pu} \left[\frac{100,000 \text{ KVA} \times 0.8 \times 0.9325}{0.746 \times 6,000 \text{ HP}} \right] \left[\frac{13.2 \text{ KV}}{13.8 \text{ KV}} \right]^2 \\ = 3.0498 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 3.0498 \text{ pu}/30 \\ = 0.1017 \text{ pu}$$

segunda red:

$$K \text{ pu} = 1.5 \times 3.0498 \text{ pu} \\ = 4.5747 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 4.5747 \text{ pu}/30 \\ = 0.1525 \text{ pu}$$

MOTOR DE INDUCCION

primera red:

$$K \text{ pu} = \left[\frac{1.2}{6 \text{ pu}} \right] \left[\frac{100,000 \text{ KVA} \times 0.8 \times 0.9325}{0.746 \times 100 \text{ HP}} \right] \left[\frac{0.46 \text{ KV}}{0.48 \text{ KV}} \right]^2 \\ = 183.6806 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 183.6806 \text{ pu}/8 \\ = 22.9601 \text{ pu}$$

segunda red:

$$X \text{ pu} = \left[\frac{3.0}{6 \text{ pu}} \right] \left[\frac{100,000 \text{ KVA} \times 0.8 \times 0.9325}{0.746 \times 100 \text{ HP}} \right] \left[\frac{0.46 \text{ KV}}{0.48 \text{ KV}} \right]^2 \\ = 459.2014 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 459.2014 \text{ pu}/8 \\ = 57.4002 \text{ pu}$$

MOTORES DE INDUCCION AGRUPADOS (MENORES DE 50 HP)

primera red:

$$X \text{ pu} = \left[\begin{array}{c} 1.67 \\ \hline 5.9643 \text{ pu} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 100,000 \text{ KVA} \\ \hline 100 \text{ HP} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 0.46 \text{ KV} \\ \hline 0.48 \text{ KV} \end{array} \right]^2 \\ = 257.1522 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 257.1522 \text{ pu}/6.6 \\ = 38.9624 \text{ pu}$$

TRANSFORMADOR 1

las tres redes:

$$Z \text{ pu} = 0.07 \text{ pu} (100 \text{ MVA}/20 \text{ MVA}) (69 \text{ KV}/69 \text{ KV})^2 \\ = 0.35 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 0.35 \text{ pu} / \sqrt{1 + 21^2} \\ = 0.0166 \text{ pu}$$

$$X \text{ pu} = 0.0166 \text{ pu} \times 21 \\ = 0.3496 \text{ pu}$$

TRANSFORMADOR 2

las tres redes:

$$Z \text{ pu} = 0.05 \text{ pu} (100 \text{ MVA}/1.5 \text{ MVA}) (13.8 \text{ KV}/13.8 \text{ KV})^2 \\ = 3.3333 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 3.3333 \text{ pu} / \sqrt{1 + 8^2} \\ = 0.4134 \text{ pu}$$

$$X \text{ pu} = 0.4134 \text{ pu} \times 8 \\ = 3.3076 \text{ pu}$$

REACTOR

las tres redes:

$$Z \text{ pu} = 0.001 \Omega (100 \text{ MVA}/(0.48 \text{ KV})^2) \\ = 0.434 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 0.434 \text{ pu} / \sqrt{1 + 80^2} \\ = 0.0054 \text{ pu}$$

$$X \text{ pu} = 0.0054 \text{ pu} \times 80 \\ = 0.434 \text{ pu}$$

CABLE

las tres redes:

$$XA = 0.0839 \Omega/1000 \text{ pies a 1 pie de DMG (tabla N1.3)} \\ R = 0.0246 \Omega/1000 \text{ pies a } 50 \text{ }^\circ\text{C y } 60 \text{ Hz (tabla N1.3)}$$

$$XB = 0.052917 \text{ Log}_{10} (2 \text{ plg}) - 0.057107 \\ = -0.0412 \Omega/1000 \text{ pies}$$

$$25m = 25m (1 \text{ pie}/0.3048m) \\ = 82.021 \text{ pies}$$

$$X \Omega = (0.0839 - 0.0412) (\Omega/1000 \text{ pies}) 82.021 \text{ pies} \\ = 0.0035 \Omega$$

$$X \text{ pu} = 0.0035 \Omega (100 \text{ MVA}/(13.8 \text{ KV})^2) (1/1)^* (3/3) \\ = 0.0018 \text{ pu}$$

* se recomienda usar estos valores cuando el circuito está en ducto no magnético

$$R \Omega @ 75 \text{ }^\circ\text{C} = \left[\frac{0.0246 \Omega}{1000 \text{ pies}} \right] 82.021 \text{ pies} \left[\begin{array}{c} 234.5+75 \text{ }^\circ\text{C} \\ 234.5+50 \text{ }^\circ\text{C} \end{array} \right] \\ = 0.0022 \Omega$$

$$R \text{ pu} = 0.0022 \Omega (100 \text{ MVA}/(13.8 \text{ KV})^2) (3/3) \\ = 0.0012 \text{ pu}$$

A continuación se muestra una tabla con los valores calculados en por unidad:

CANTIDADES EN POR UNIDAD

ELEMENTO	1a. RED		2a. RED		3a. RED	
	R	Xj	R	Xj	R	Xj
TRANSFOR 1	0.0166	0.3496	0.0166	0.3496	0.0166	0.3496
TRANSFOR 2	0.4134	3.3076	0.4134	3.3076	0.4134	3.3076
REACTOR	0.0054	0.4340	0.0054	0.4340	0.0054	0.4340
CABLE	0.0012	0.0018	0.0012	0.0018	0.0012	0.0018
CFE	0.0045	0.0999	0.0045	0.0999	0.0045	0.0999
GENERADOR	0.0080	0.3600	0.0080	0.3600	0.0120	0.5400
MOT SIN	0.1017	3.0498	0.1525	4.5747	-----	-----
MOT IND	22.9601	183.6806	57.4002	459.2014	-----	-----
MOT AGRU	38.9624	257.1522	-----	-----	-----	-----

FALLA TRIFASICA BALANCEADA

En las figuras 16, 17 y 18 se muestran los diagramas unifilares de reactancias y resistencias para cada una de las redes, respectivamente.

Los equivalentes de Thevenin a los puntos de falla y los resultados de las corrientes de cortocircuito para cada red, se muestran en la siguiente tabla:

FALLA TRIFASICA BALANCEADA

PRIMERA RED

B	Rpu	Xpu	X/R	KV	Zpu	uso	Fm	Icc(KA)	Pcc(MVA)
1	0.0055	0.1873	34.12	13.8	0.1873	I	1.600	35.740	854.270
1	0.0055	0.1873	34.12	13.8	0.1873	F	1.550	34.623	827.574
2	0.4122	3.7902	9.20	0.48	3.8126	I	1.218	38.426	31.947
2	0.4122	3.7902	9.20	0.48	3.8126	F	1.550	48.900	40.655

SEGUNDA RED

B	Rpu	Xpu	X/R	KV	INT	Fm	Icc(KA)	Pcc(MVA)
1	0.0056	0.1915	34.25	13.8	SIM	1.18	25.785	616.330
1	0.0056	0.1915	34.25	13.8	TOT	1.28	27.971	668.562

TERCERA RED

B	Rpu	Xpu	KV	Zpu	Icc(KA)
1	0.0076	0.2453	13.8	0.2453	17.055
2	0.4264	3.9869	0.48	4.0096	29.998

FALLA DE LINEA A TIERRA

Para el cálculo de las corrientes de falla de línea a tierra es necesario obtener el valor en pu de la resistencia de puesta a tierra del TRANSFORMADOR 1:

$$R_{pu} = 6.6 \Omega (100 \text{ MVA} / (13.8 \text{ KV})^2)$$

$$= 3.4657 \text{ pu}$$

En la fig 19 se muestran los diagramas unifilares de reactancias y resistencias de secuencia cero.

Las resistencias y reactancias equivalentes de secuencias positiva, negativa y cero requeridas para el cálculo son las siguientes:

BUS 1

$$\begin{aligned} \text{Req pu} &= 2 (0.0076 \text{ pu}) + 10.4136 \text{ pu} \\ &= 10.4288 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Xeq pu} &= 2 (0.2453 \text{ pu}) + 0.3496 \text{ pu} \\ &= 0.8402 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Zeq pu} &= \sqrt{10.4288^2 + 0.8402^2} \\ &= 10.4626 \text{ pu} \end{aligned}$$

BUS 2

$$\begin{aligned} \text{Req pu} &= 2 (0.4264 \text{ pu}) + 0.4188 \text{ pu} \\ &= 1.2716 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Xeq pu} &= 2 (3.9869 \text{ pu}) + 3.7416 \text{ pu} \\ &= 11.7154 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Zeq pu} &= \sqrt{1.2716^2 + 11.7154^2} \\ &= 11.7842 \text{ pu} \end{aligned}$$

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos para las corrientes de falla:

FALLA DE LINEA A TIERRA

TERCERA RED

BUS	Zeq pu	KV	Icc (A)
1	10.4626	13.8	1,199.62
2	11.7842	0.48	30,620.97

ANEXO 1 CALCULO DE IMPEDANCIAS EN POR UNIDAD

1.- Aportación de cortocircuito del sistema

$$Z_{pu} = (MVAB/MVAcc) (KVcc/KVB)^2$$

$$R_{pu} = Z_{pu} / \sqrt{1 + (X/R)^2}$$

$$X_{pu} = R_{pu} (X/R)$$

donde:

MVAB	potencia base en MVA
MVAcc	potencia de cortocircuito de la contribucion en MVA
KVcc	voltaje nominal en la falla en KV
KVB	voltaje base en KV
X/R	valor de la relacion X/R

2.- Transformador de dos devanados

$$Z_{pu} = Z_{tpu} (MVAB/MVAT) (KVT/KVB)^2$$

$$R_{pu} = Z_{pu} / \sqrt{1 + (X/R)^2}$$

$$X_{pu} = R_{pu} (X/R)$$

donde:

Z _{tpu}	impedancia del transformador en pu
MVAB	potencia base en MVA
MVAT	potencia nominal del transformador en MVA
KVB	voltaje base en KV
KVT	voltaje nominal del transformador en KV
X/R	valor de la relacion X/R

para datos tipicos multiplicar la Z_{pu} por 0.925

3.- Motores de inducción

$$X_{pu} = (1/IRB) [(KVAB FP EFIC)/(0.746 HP)] (KVM/KVB)^2$$

$$R_{pu} = X_{pu} / (X/R)$$

donde:

HP	potencia del motor en HP
EFIC	eficiencia del motor en pu
FP	factor de potencia del motor en pu
IRB	corriente a rotor bloqueado del motor en pu
KVM	voltaje nominal del motor en KV
KVB	voltaje base en KV
KVAB	potencia base en KVA
X/R	valor de la relacion X/R

4.- Motores sincronos

$$X_{pu} = X''d [(KVAB FP EFIC)/(0.746 HP)] (KVM/KVB)^2$$

$$R_{pu} = X_{pu} / (X/R)$$

donde:

HP	potencia del motor en HP
EFIC	eficiencia del motor en pu
FP	factor de potencia del motor en pu
X''d	reactancia subtransitoria del motor en pu
KVM	voltaje nominal del motor en KV
KVB	voltaje base en KV
KVAB	potencia base en KVA
X/R	valor de la relación X/R

5.- Cables

$$XB = 0.052917 \log_{10} D - 0.057107$$

$$X_{pu} = (XA+XB) (FT/1000) (MVAB/KVB^2) (XMG/XNMG) (3/NUC)$$

$$R_{pu} = R (FT/1000) (MVAB/KVB^2) [(K+GD)/(K+GR)] (3/NUC)$$

donde:

XB	factor de corrección por espaciamento en Ω /cond/1000 pies a 60 Hz.
D	espaciamento equivalente en delta del alimentador en pulgadas
XA	reactancia del alimentador a un pie de espaciamento en Ω /cond/1000 pies a 60 Hz.
FT	longitud del alimentador en pies
MVAB	potencia base en MVA
KVB	voltaje base en KV
XMG	reactancia de un circuito trifasico tipico instalado en ducto magnetico en Ω /1000 pies a 60 Hz.
XNMG	reactancia de un circuito trifasico tipico instalado en ducto no magnetico en Ω /1000 pies a 60 Hz.
NUC	cantidad de conductores del alimentador
GR	temperatura en °C a la cual se encuentra la resistencia del alimentador.
GD	temperatura en °C a la cual se desea calcular la resistencia del alimentador.
R	resistencia del alimentador a la temperatura GR en Ω /cond/1000 pies a 60 Hz.
K	variable en función del material del conductor

K = 234.5 para cobre recocido (100% conductividad)

K = 241.5 para cobre estirado duro (79.3% conductividad)

K = 228.1 para aluminio

6.- Reactores limitadores de corriente

$$Z_{pu} = Z_{\Omega} (MVAB/KVB^2)$$

$$R_{pu} = Z_{pu} / \sqrt{1 + (X/R)^2}$$

$$X_{pu} = R_{pu} (X/R)$$

donde:

Z_{Ω}	impedancia del reactor en Ω
MVAB	potencia base en MVA
KVB	voltaje base en KV
X/R	valor de la relación X/R

para datos típicos multiplicar la Z_{pu} por 0.925

7.- Dato conocido en ohms

$$R_{pu} = R_{\Omega} (MVAB/KVB^2)$$

$$X_{pu} = X_{\Omega} (MVAB/KVB^2)$$

donde:

R_{Ω}	resistencia del elemento en Ω
X_{Ω}	reactancia del elemento en Ω
MVAB	potencia base en MVA
KVB	voltaje base en KV

8.- Generadores

$$X_{pu} = X_G (MVAB/MVAG) (KVG/KVB)^2$$

$$R_{pu} = X_{pu} / (X/R)$$

donde:

X_G	reactancia del generador en pu
MVAB	potencia base en MVA
MVAG	potencia nominal del generador en MVA
KVB	voltaje base en KV
KVG	voltaje nominal del generador en KV
X/R	valor de la relación X/R

9.- Motores de inducción agrupados

$$X_{pu} = (1/Irb) (KVAB/\Sigma HP) (KVM/KVB)^2$$

$$R_{pu} = X_{pu} / (X/R)$$

donde:

Irb	corriente promedio a rotor bloqueado en pu del motor equivalente del grupo
ΣHP	potencia total del grupo de motores en HP
KVAB	potencia base en KVA
KVB	voltaje base en KV
KVM	voltaje nominal del grupo de motores en KV
X/R	valor de la relación X/R del grupo de motores

10.- Transformadores de tres devanados

$$ZPS_{pu} = ZPS (MVAB/MVAPS) (KVT/KVB)^2$$

$$ZPT_{pu} = ZPT (MVAB/MVAPT) (KVT/KVB)^2$$

$$ZST_{pu} = ZST (MVAB/MVAST) (KVT/KVB)^2$$

$$ZP_{pu} = (ZPS_{pu} + ZPT_{pu} - ZST_{pu}) \div 2$$

$$ZS_{pu} = (ZPS_{pu} + ZST_{pu} - ZPT_{pu}) \div 2$$

$$ZT_{pu} = (ZPT_{pu} + ZST_{pu} - ZPS_{pu}) \div 2$$

En cada ZP_{pu} , ZS_{pu} y ZT_{pu} habrá que aplicar:

$$R_{pu} = Z_{pu} / \sqrt{1 + (X/R)^2}$$

$$X_{pu} = R_{pu} (X/R)$$

donde:

ZPS	impedancia primario-secundario en pu
ZPT	impedancia primario-terciario en pu
ZST	impedancia secundario-terciario en pu
MVAPS	potencia base de ZPS en MVA
MVAPT	potencia base de ZPT en MVA
MVAST	potencia base de ZST en MVA
KVT	voltaje nominal del transformador en KV (primario, secundario o terciario)
KVB	voltaje base en KV (primario, secundario o terciario)
MVAB	potencia base en MVA
ZP _{pu}	impedancia del primario en pu
ZS _{pu}	impedancia del secundario en pu
ZT _{pu}	impedancia del terciario en pu
X/R	valor de la relación X/R

Cuando se utilizan datos típicos del transformador multiplicar la Z_{pu} por 0.90

11.- Dato conocido en pu

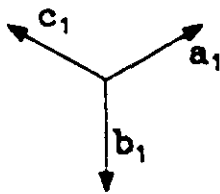
$$R_{pu} = R (MVAB/MVA) (KV/KVB)^2$$

$$X_{pu} = X (MVAB/MVA) (KV/KVB)^2$$

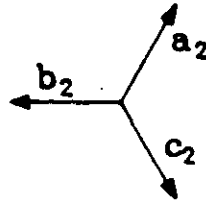
donde:

R	resistencia del elemento en pu @ MVA y KV
X	reactancia del elemento en pu @ MVA y KV
MVA	potencia base anterior en MVA
KV	voltaje base anterior en KV
MVAB	potencia base nueva en MVA
KVB	voltaje base nuevo en KV

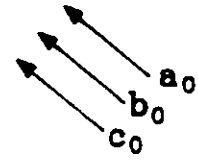
ANEXO 2 FIGURAS Y TABLAS



Componentes de
secuencia positiva



Componentes de
secuencia negativa



Componentes de
secuencia cero

DIAGRAMAS VECTORIALES DE COMPONENTES SIMETRICAS

fig. 1

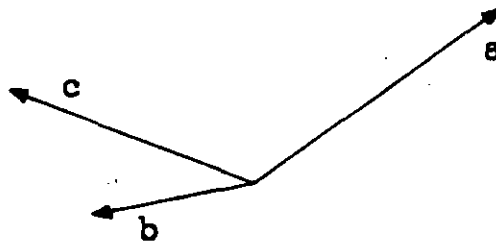


DIAGRAMA VECTORIAL DE UN SISTEMA DESBALANCEADO

fig. 2

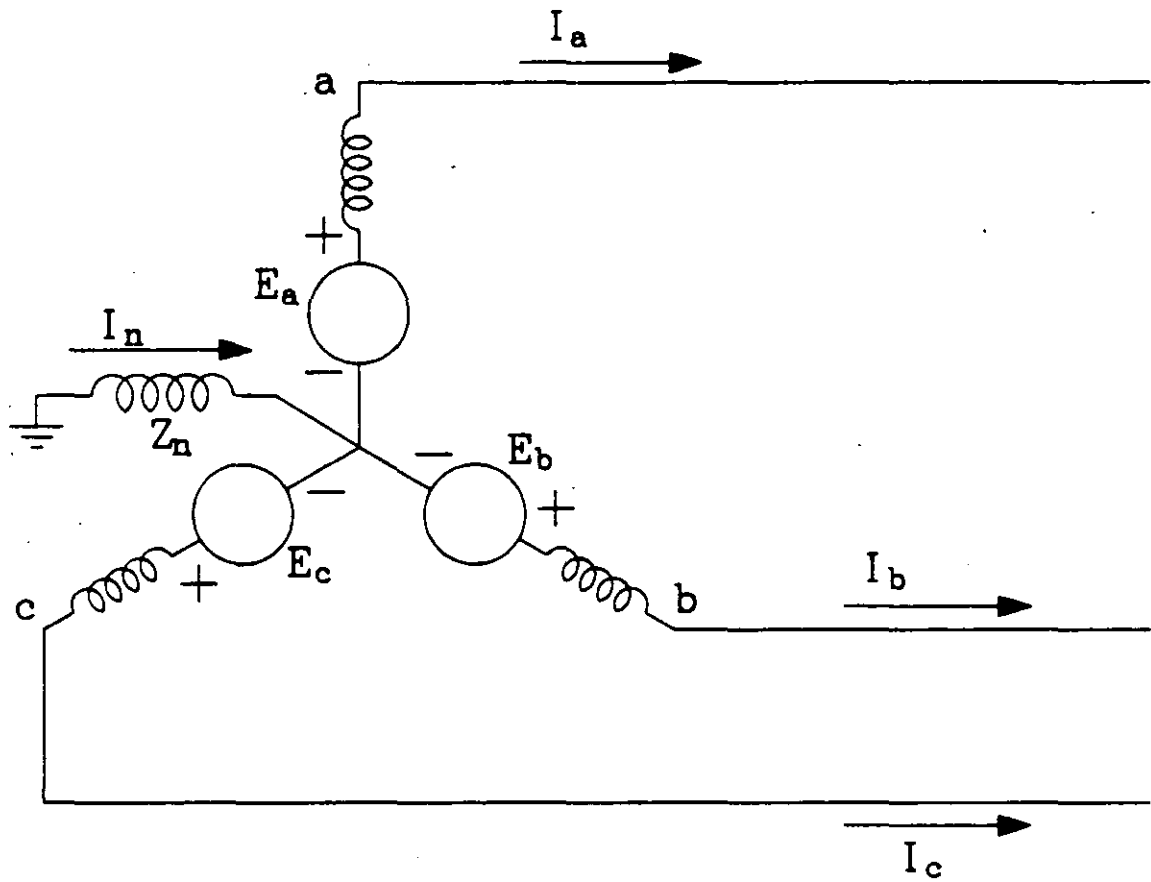
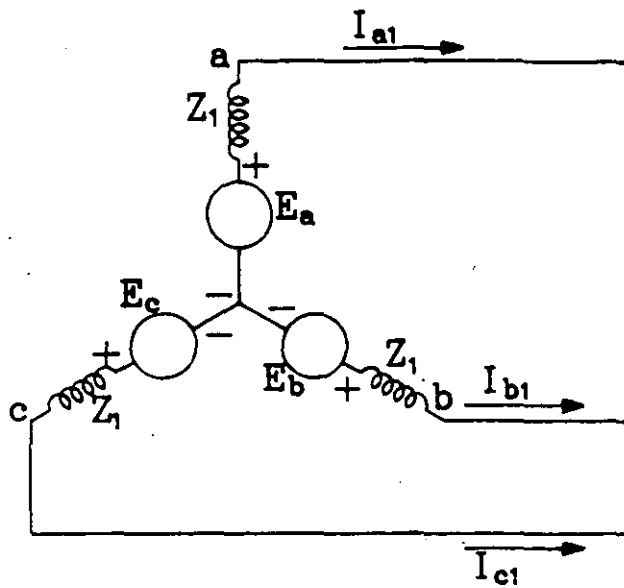
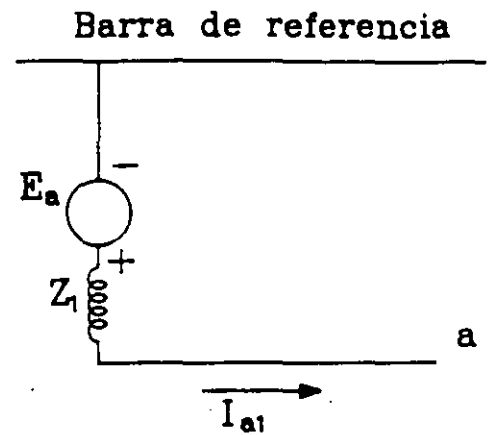


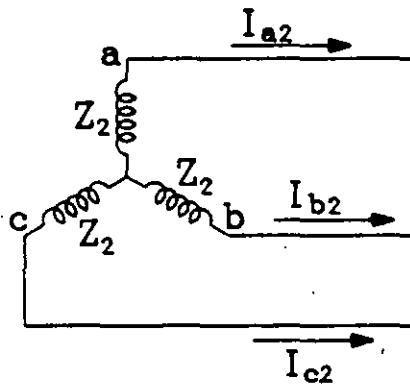
DIAGRAMA DE UN GENERADOR EN VACIO
fig. 3



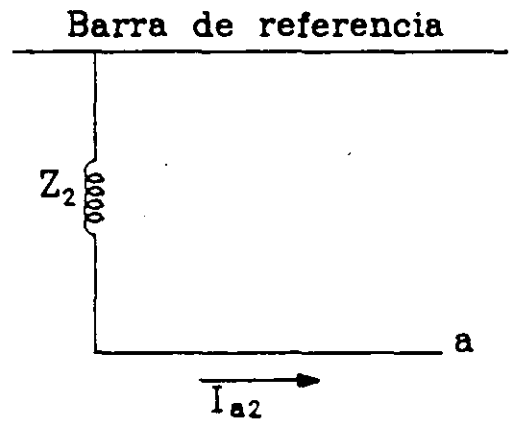
(a) Sentido de las corrientes de secuencia positiva



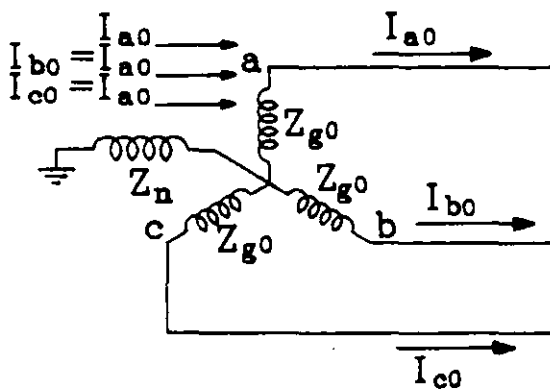
(b) Red de secuencia positiva



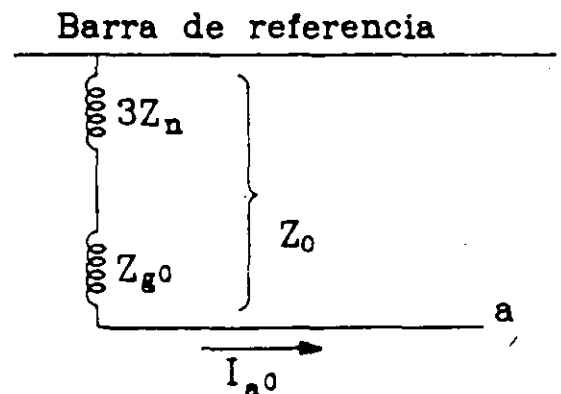
(c) Sentido de las corrientes de secuencia negativa



(d) Red de secuencia negativa

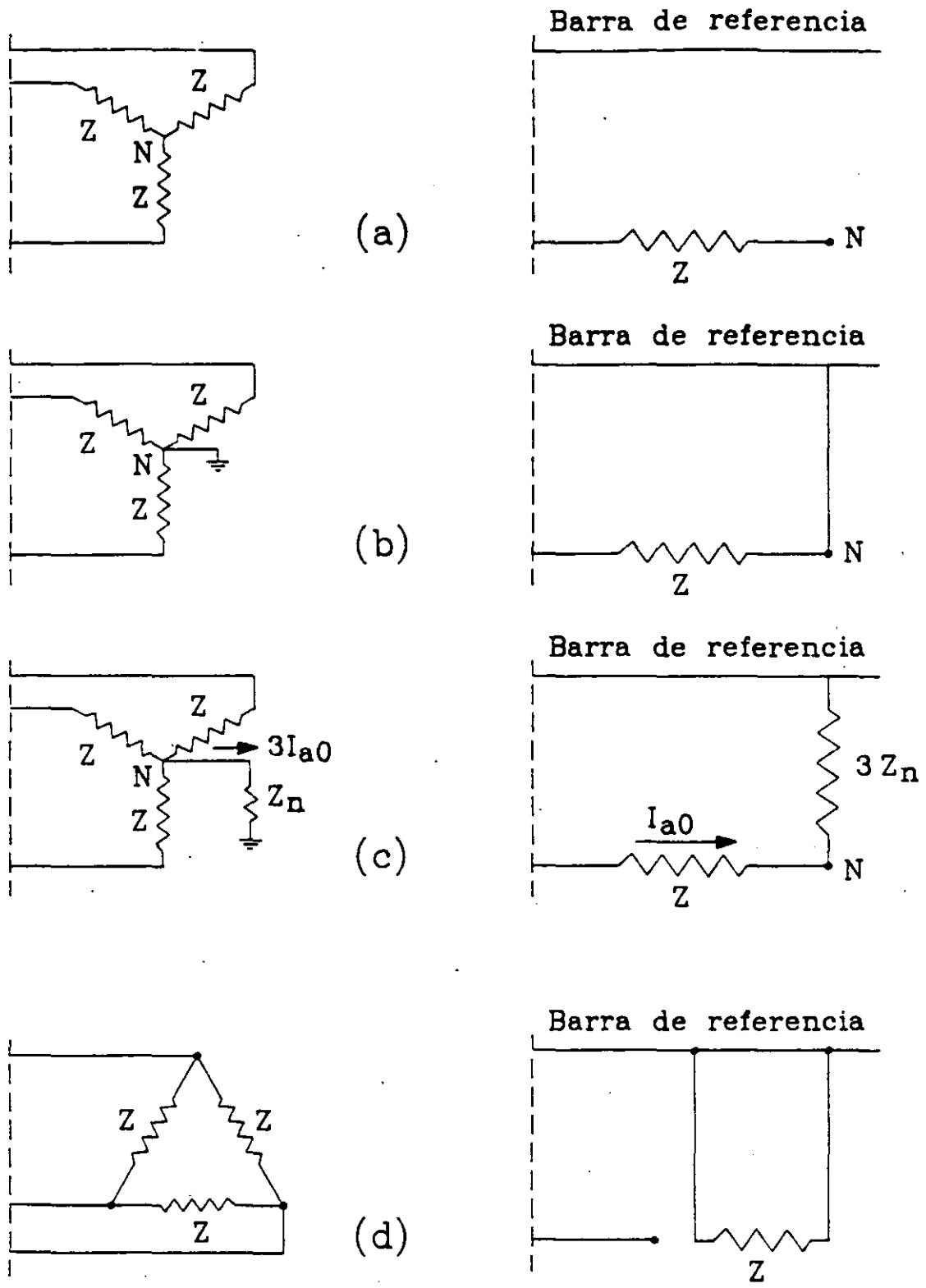


(e) Sentido de las corrientes de secuencia cero



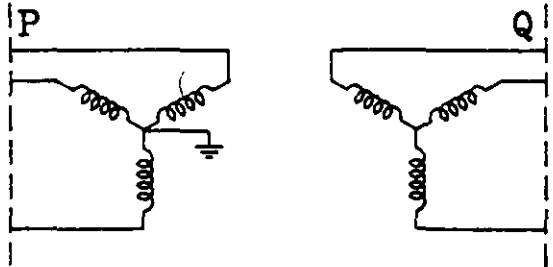
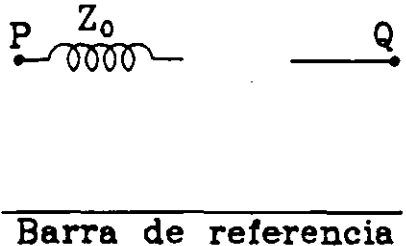
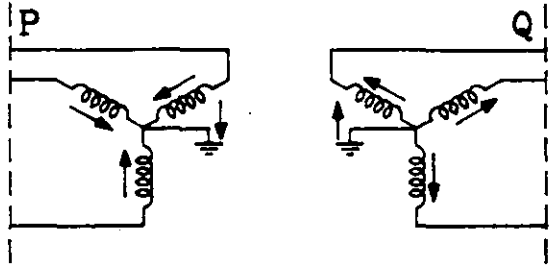
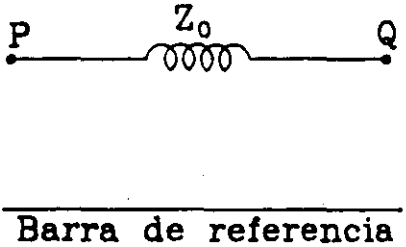
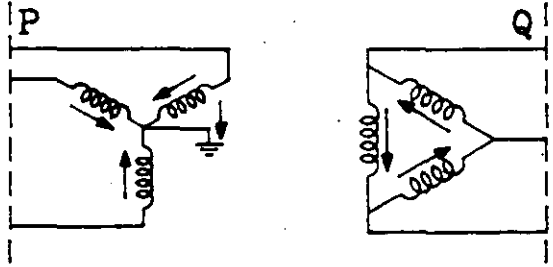
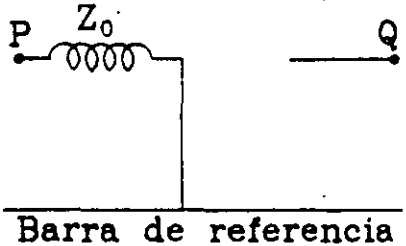
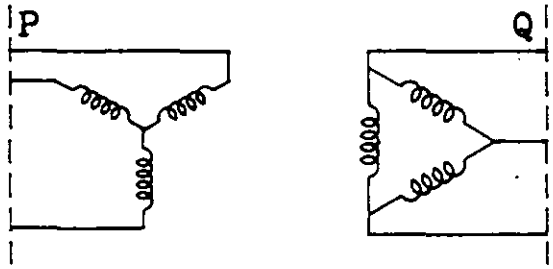
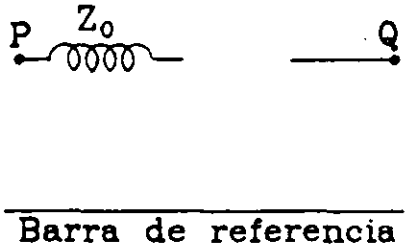
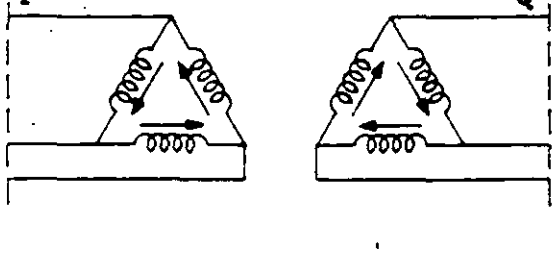
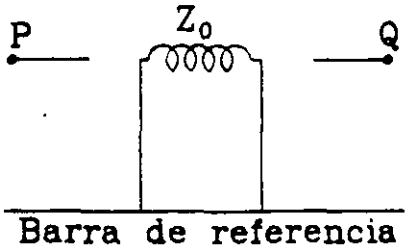
(f) Red de secuencia cero

REDES DE SECUENCIA PARA UN GENERADOR TRIFASICO

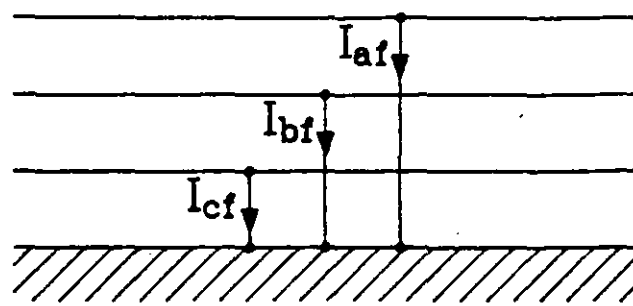


REDES DE SECUENCIA CERO PARA CARGAS
 CONECTADAS EN ESTRELLA Y DELTA

fig. 5

ESQUEMAS DE CONEXIONES	CIRCUITOS EQUIVALENTES DE SECUENCIA CERO
	 <p>Barra de referencia</p>
	 <p>Barra de referencia</p>
	 <p>Barra de referencia</p>
	 <p>Barra de referencia</p>
	 <p>Barra de referencia</p>

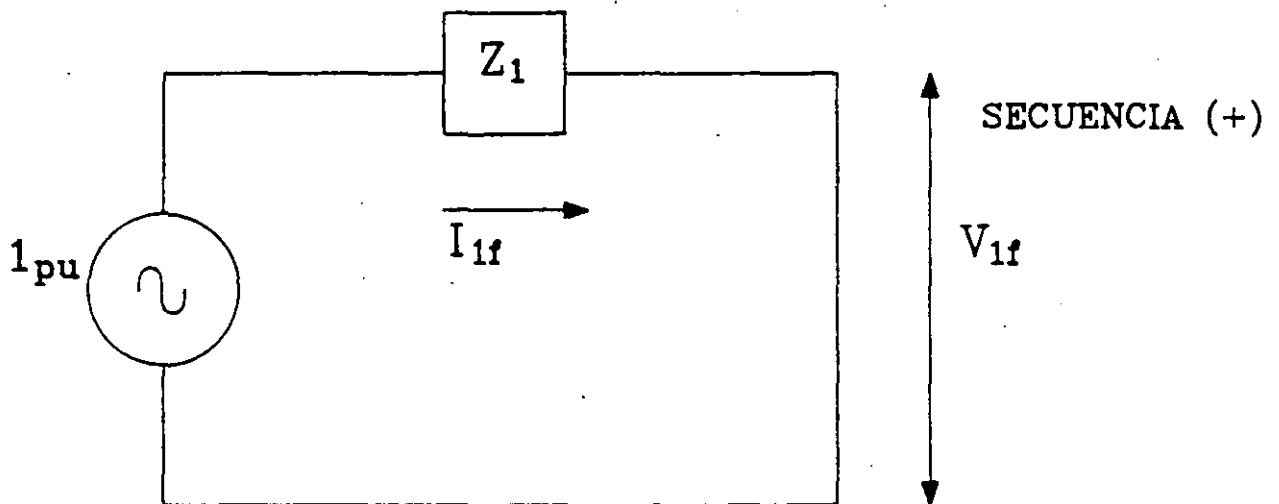
EQUIVALENTES DE SECUENCIA CERO DE TRANSFORMADORES TRIFASICOS



fase a
 fase b
 fase c
 tierra

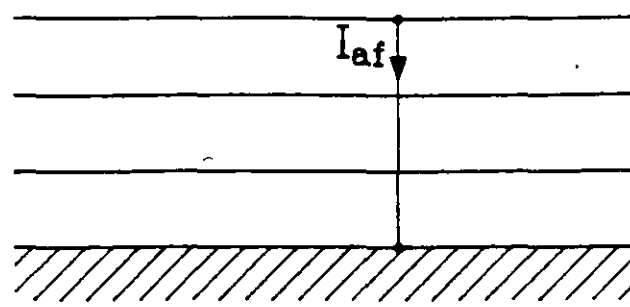
ESQUEMA DE UNA FALLA TRIFASICA BALANCEADA.

fig. 7



CIRCUITO EQUIVALENTE PARA UNA FALLA TRIFASICA BALANCEADA

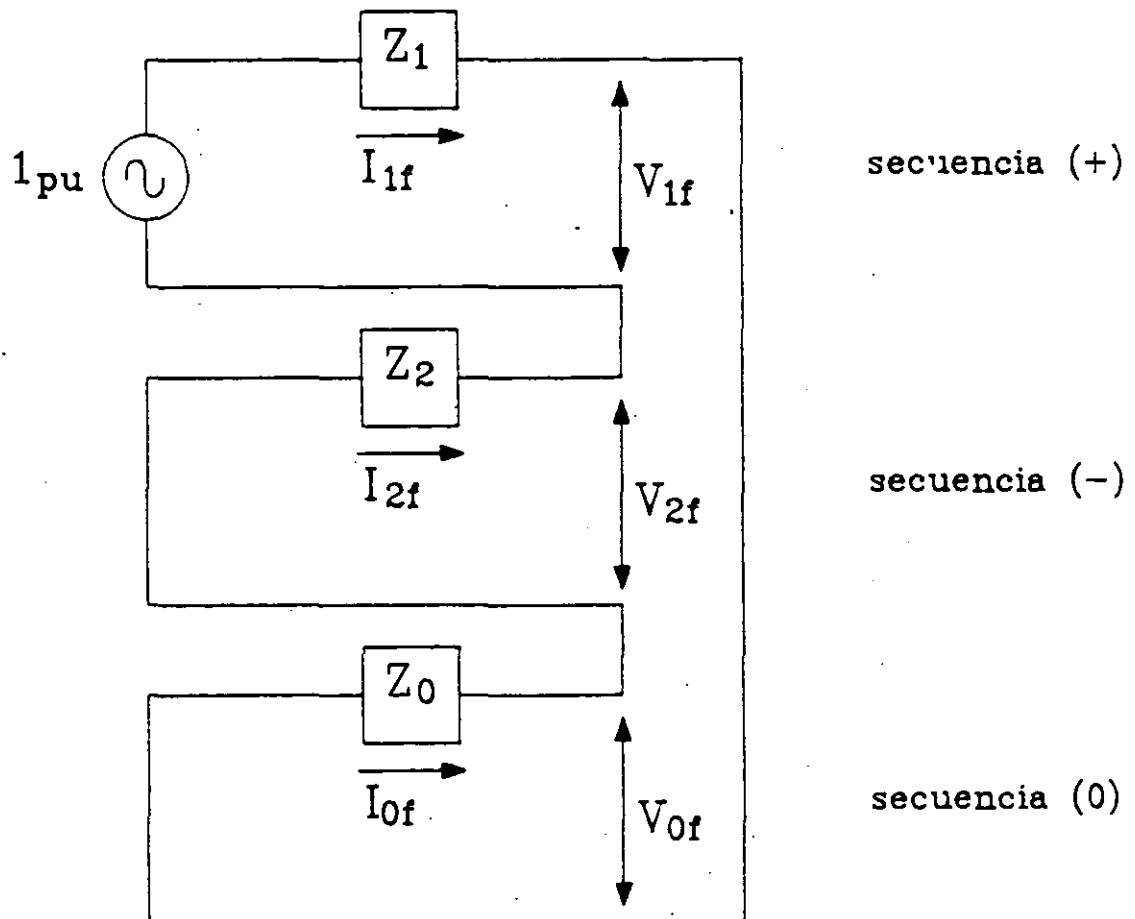
fig. 8



fase a
 fase b
 fase c
 tierra

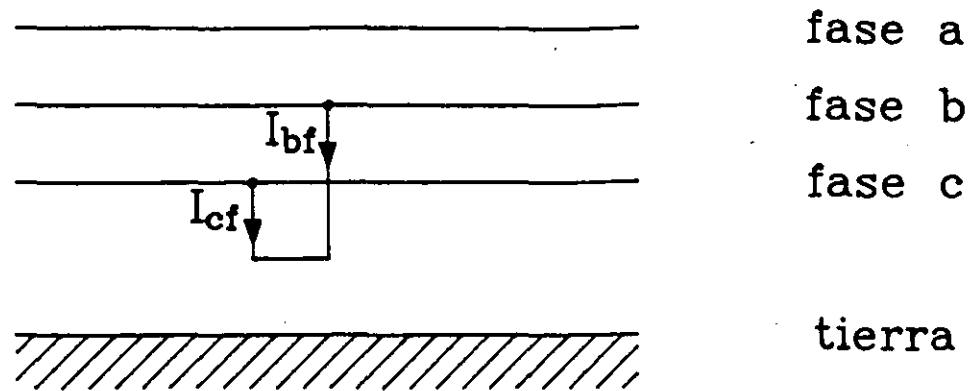
ESQUEMA DE UNA FALLA DE LINEA A TIERRA

fig. 9



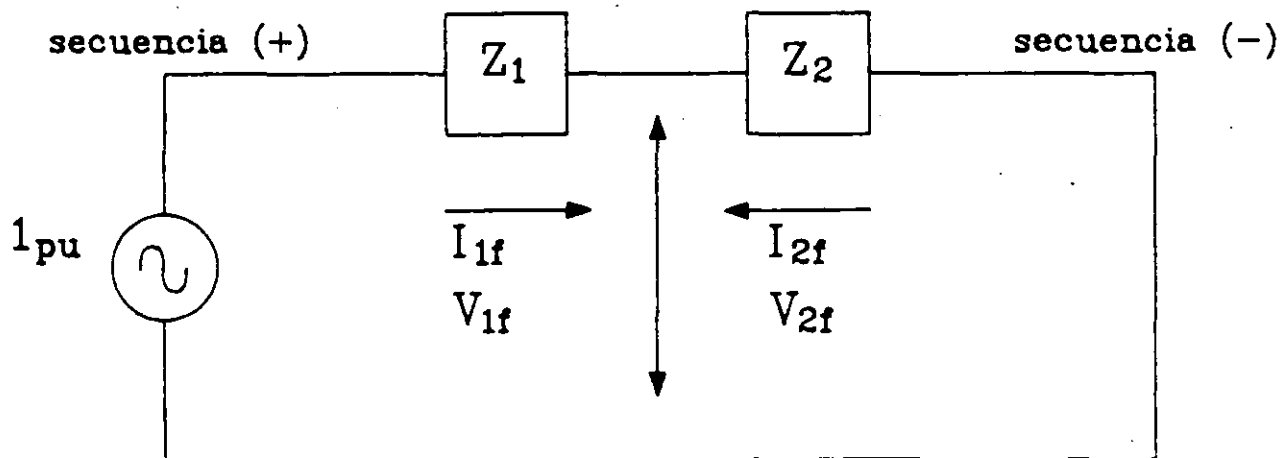
CIRCUITO EQUIVALENTE PARA UNA FALLA DE LINEA A TIERRA

fig. 10



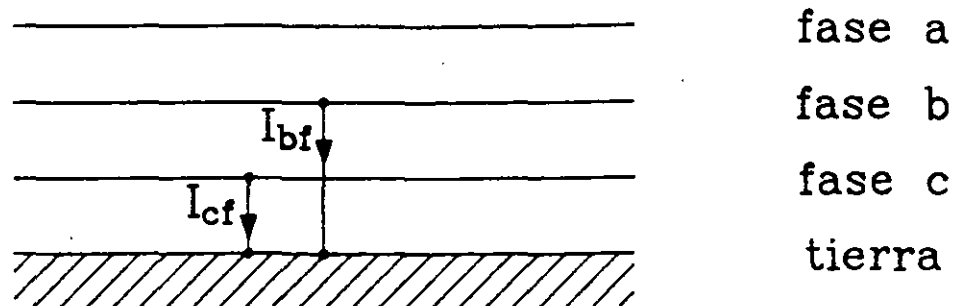
ESQUEMA DE UNA FALLA DE LINEA A LINEA

fig. 11



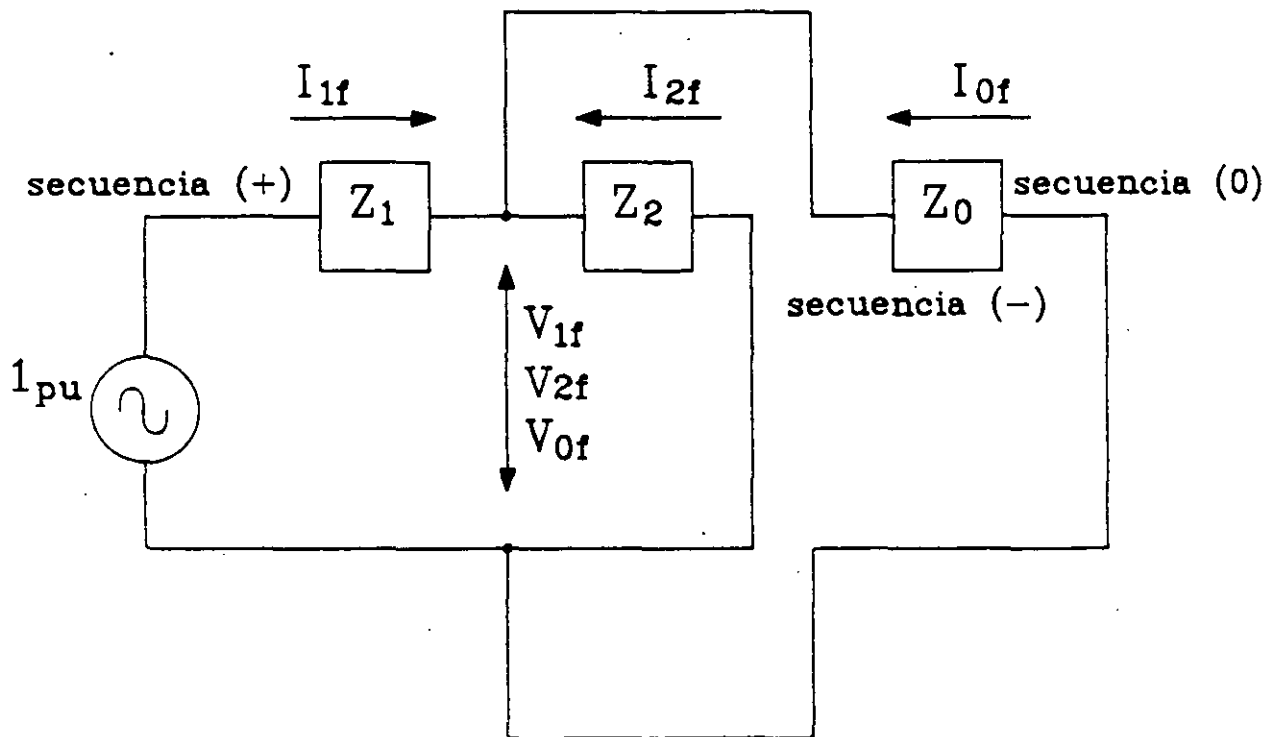
CIRCUITO EQUIVALENTE PARA UNA FALLA DE LINEA A LINEA

fig. 12



ESQUEMA DE UNA FALLA DE DOBLE LINEA A TIERRA

fig. 13



CIRCUITO EQUIVALENTE PARA UNA FALLA DE DOBLE LINEA A TIERRA

fig. 14

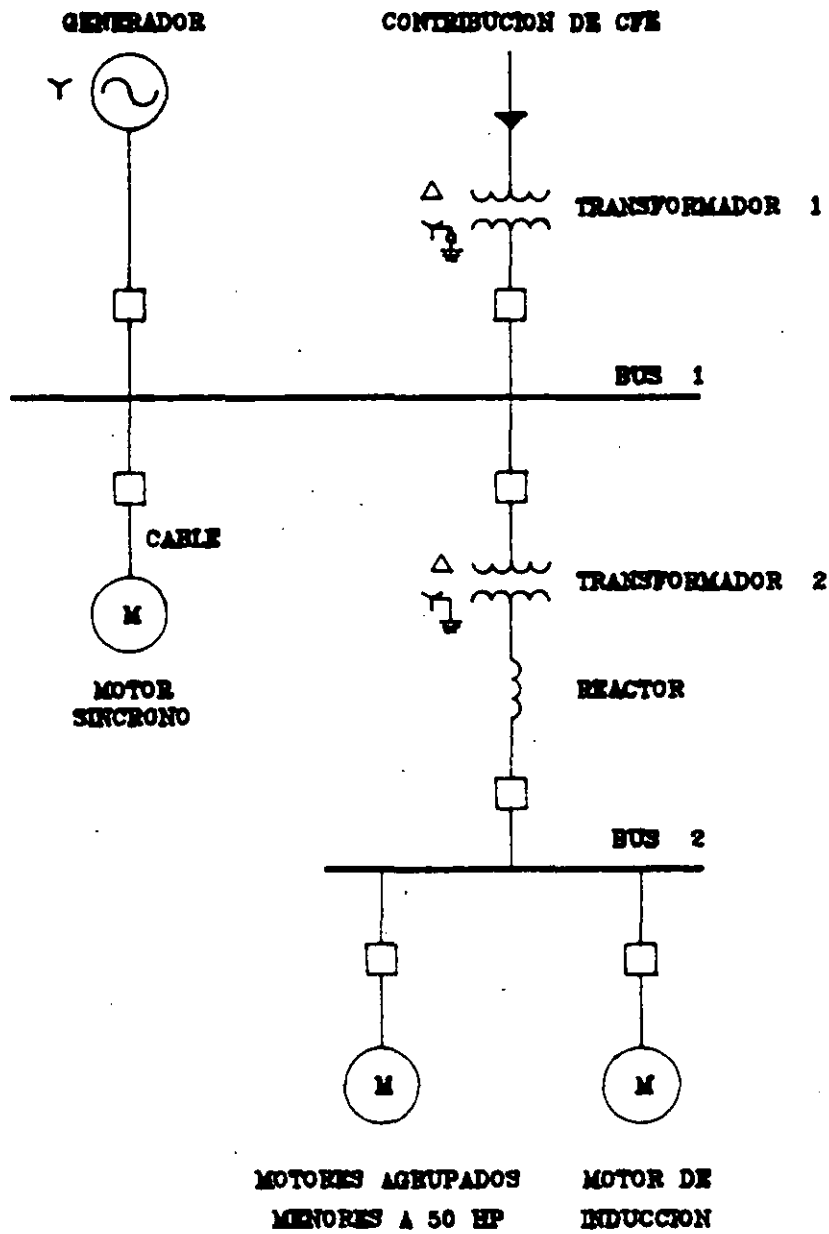
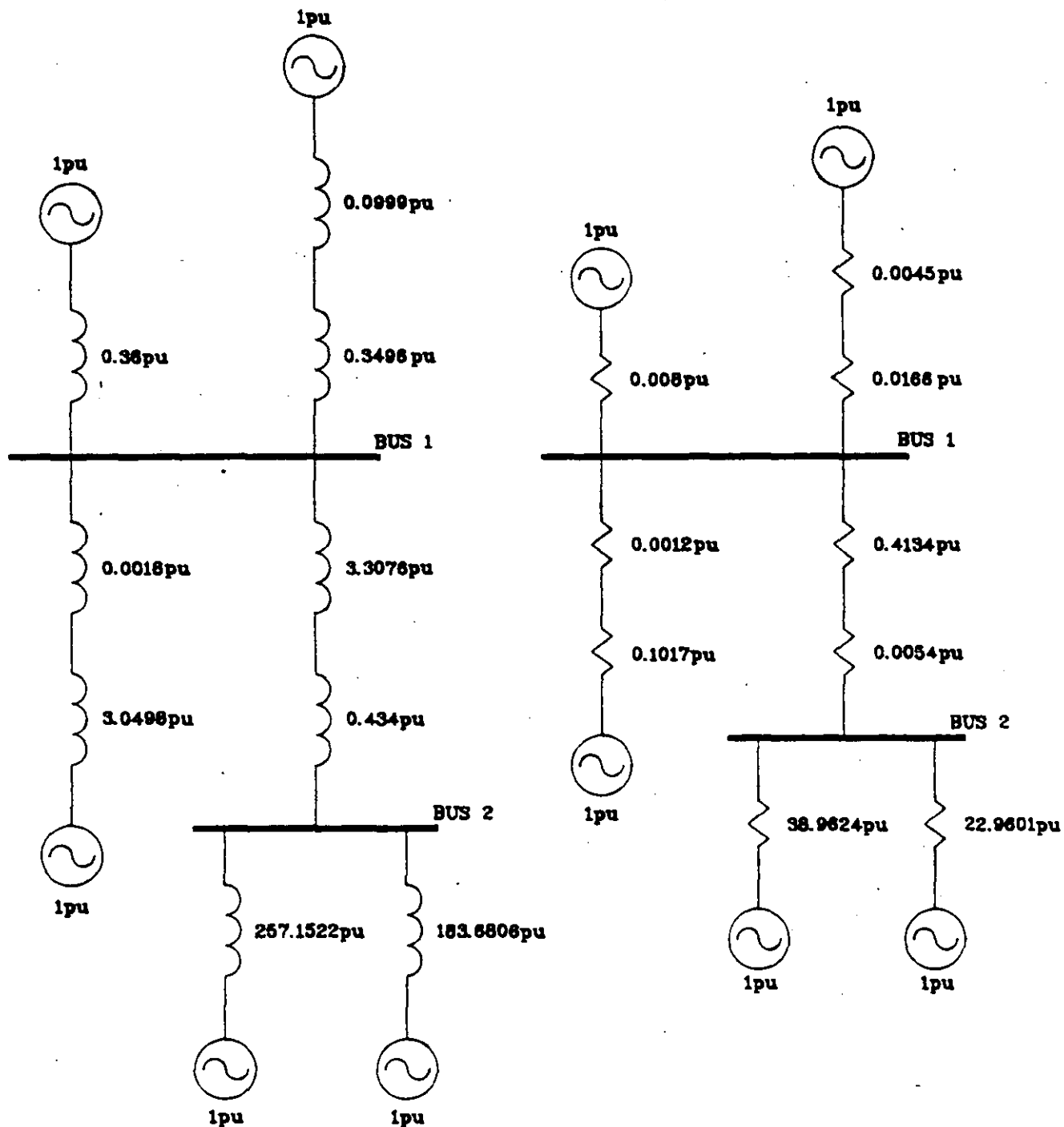


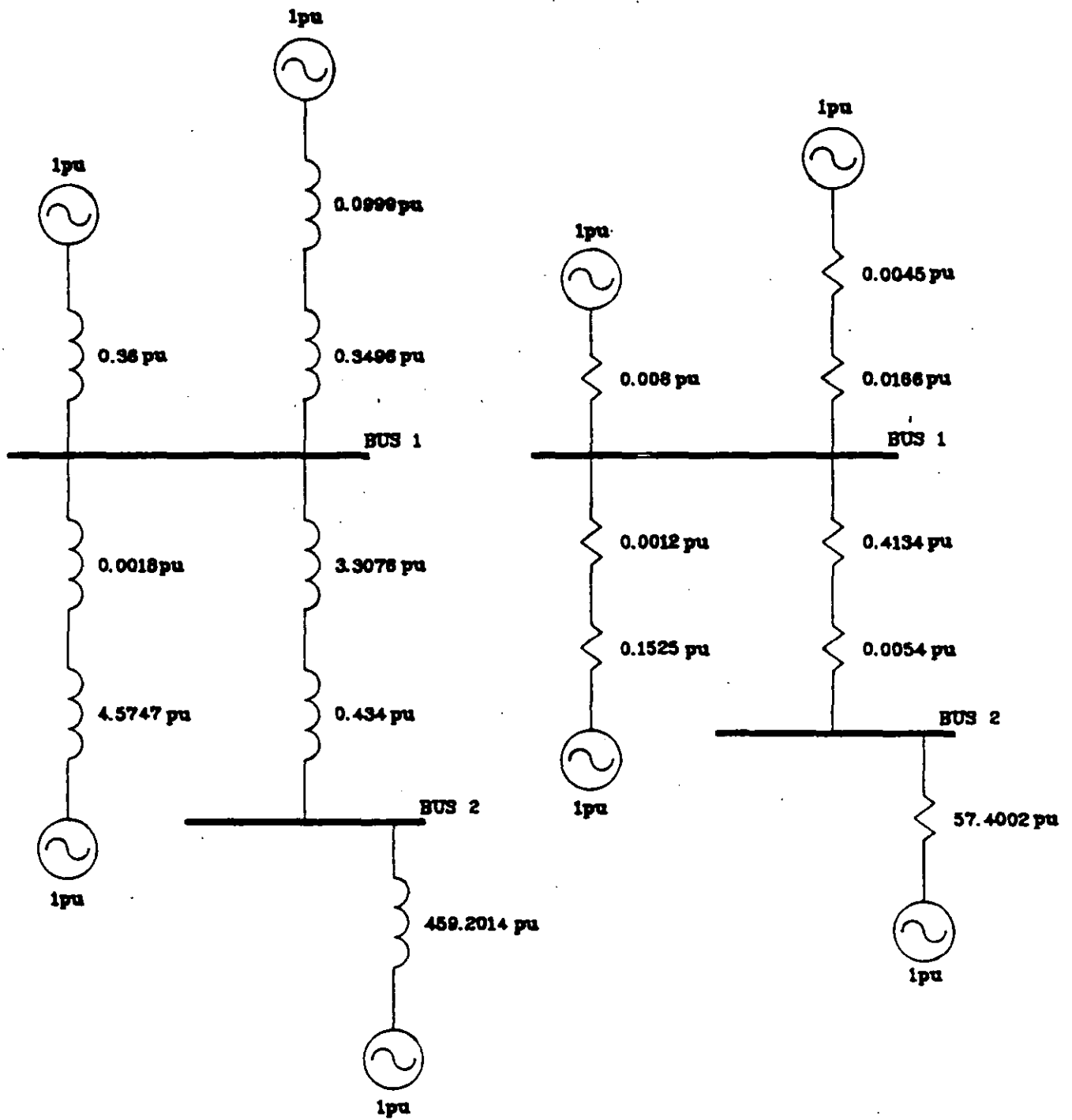
DIAGRAMA UNIFILAR DEL EJEMPLO

fig. 15



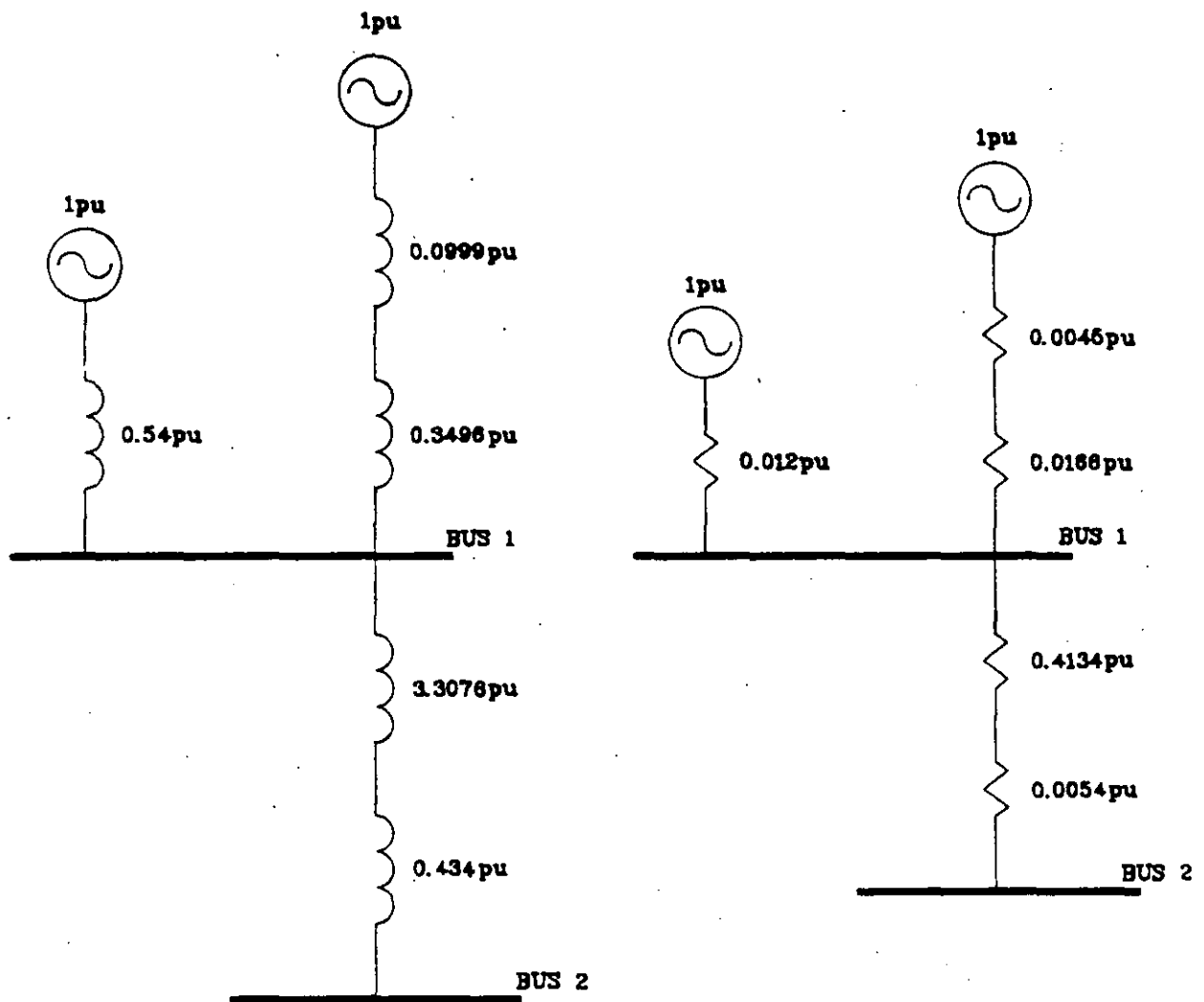
DIAGRAMAS DE REACTANCIAS Y RESISTENCIAS DE SECUENCIA POSITIVA PARA PRIMERA RED

fig. 16



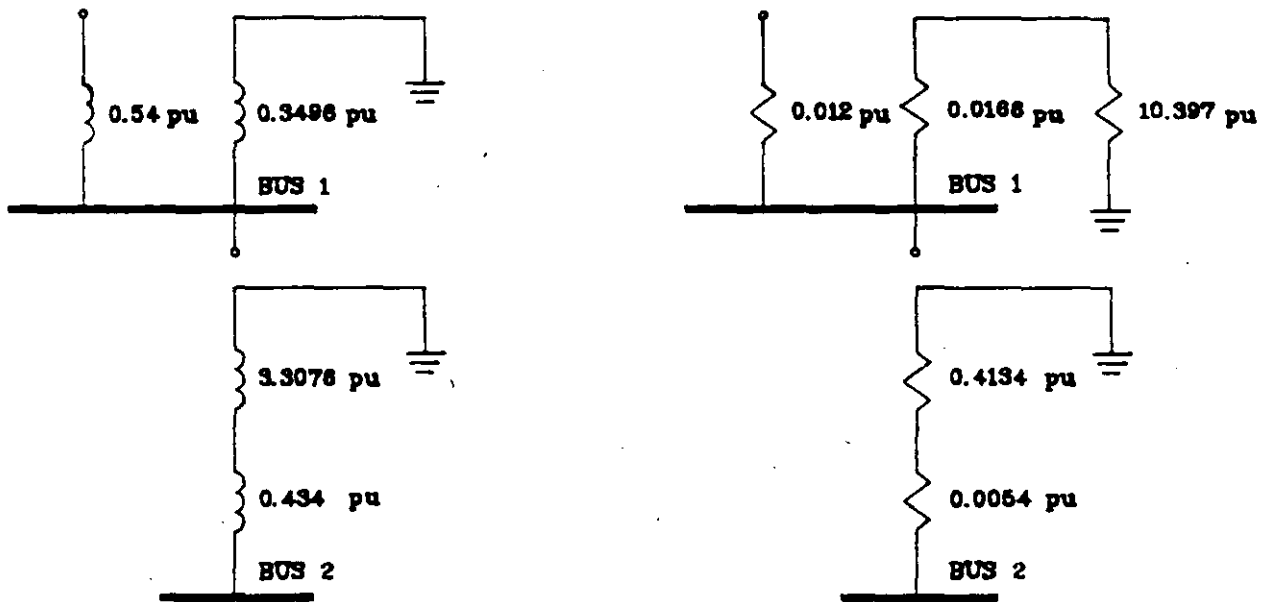
DIAGRAMAS DE REACTANCIAS Y RESISTENCIAS DE SECUENCIA POSITIVA PARA SEGUNDA RED

fig. 17



DIAGRAMAS DE REACTANCIAS Y RESISTENCIAS DE SECUENCIA POSITIVA PARA TERCERA RED

fig. 18



DIAGRAMAS DE REACTANCIAS Y RESISTENCIAS DE SECUENCIA
CERO PARA TERCERA RED

fig. 19

Typical System Fault Current

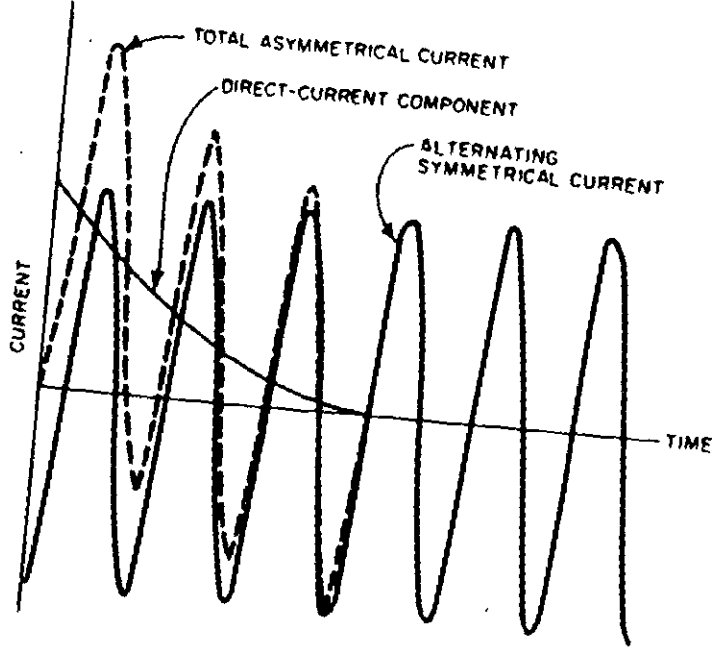


Table 24
Rotating-Machine Reactance (or Impedance) Multipliers

Type of Rotating Machine	First-Cycle Network	Interrupting Network
All turbine generators; all hydrogenerators with amortisseur windings, all condensers	$1.0 X_d''$	$1.0 X_d''$
Hydrogenerators without amortisseur windings	$0.75 X_d''$	$0.75 X_d''$
All synchronous motors	$1.0 X_d''$	$1.5 X_d''$
Induction motors		
Above 1000 hp at 1800 r/min or less	$1.0 X_d''$	$1.5 X_d''$
Above 250 hp at 3600 r/min	$1.0 X_d''$	$1.5 X_d''$
All others, 50 hp and above	$1.2 X_d''$	$3.0 X_d''$
All smaller than 50 hp	Neglect	Neglect

From ANSI/IEEE C37.010-1979 [2] and ANSI/IEEE C37.5-1979 [3].

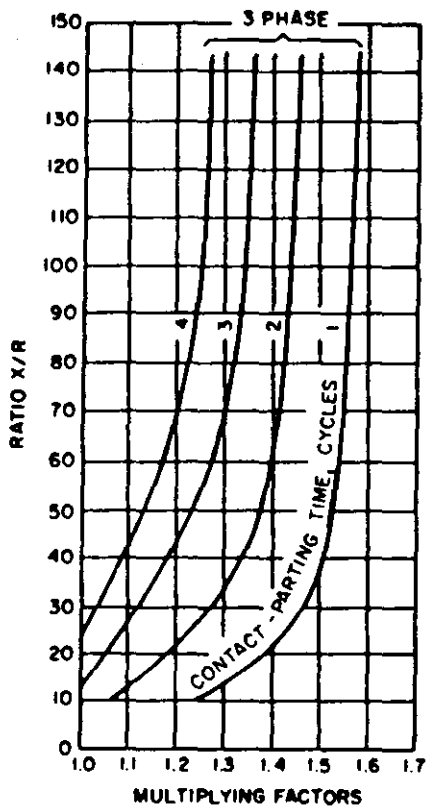
Table 25
Combined Network Rotating Machine Reactance (or Impedance) Multipliers
(Changes to Table 24 for Comprehensive Multivoltage System Calculations)

Type of Rotating Machine	First-Cycle Network	Interrupting Network
Induction Motors		
All others, 50 hp and above	$1.2 X_d''^*$	$3.0 X_d''^\dagger$
All smaller than 50 hp	$1.67 X_d''^\ddagger$	Neglect

* or estimate the first-cycle network $X = 0.20$ per unit based on motor rating

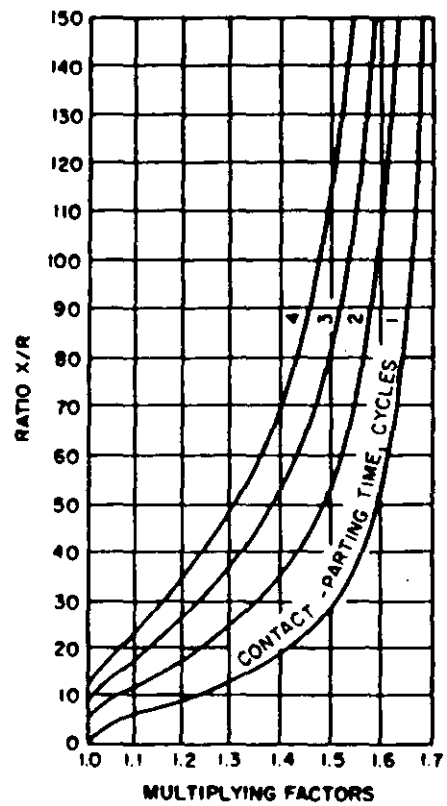
† or estimate the first-cycle network $X = 0.28$ per unit based on motor rating

‡ or estimate the interrupting network $X = 0.50$ per unit based on motor rating



NOTE: Fed predominantly from generators through no more than one transformation or with external reactance in series that is less than 1.5 times generator subtransient reactance (local) (ANSI/IEEE C37.6-1979 [3])

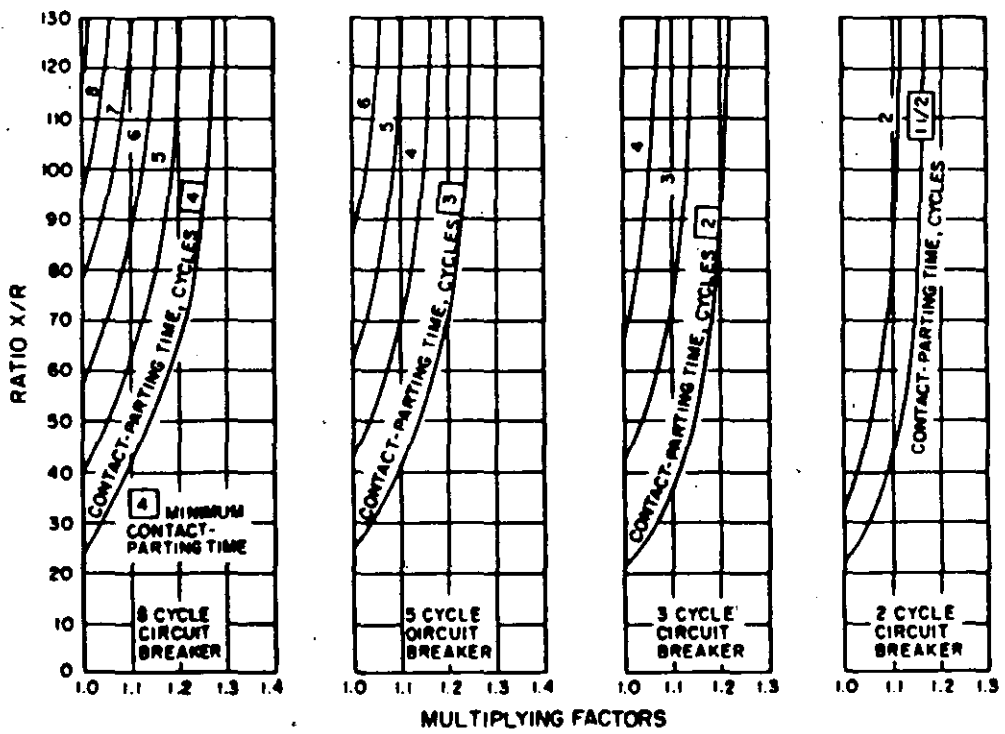
Fig 101
Multiplying Factors (Total Current Rating Basis) for Three-Phase Faults



NOTE: Fed predominantly through two or more transformations or with external reactance in series equal to or above 1.5 times generator subtransient reactance (remote) (ANSI/IEEE C37.6-1979 [3])

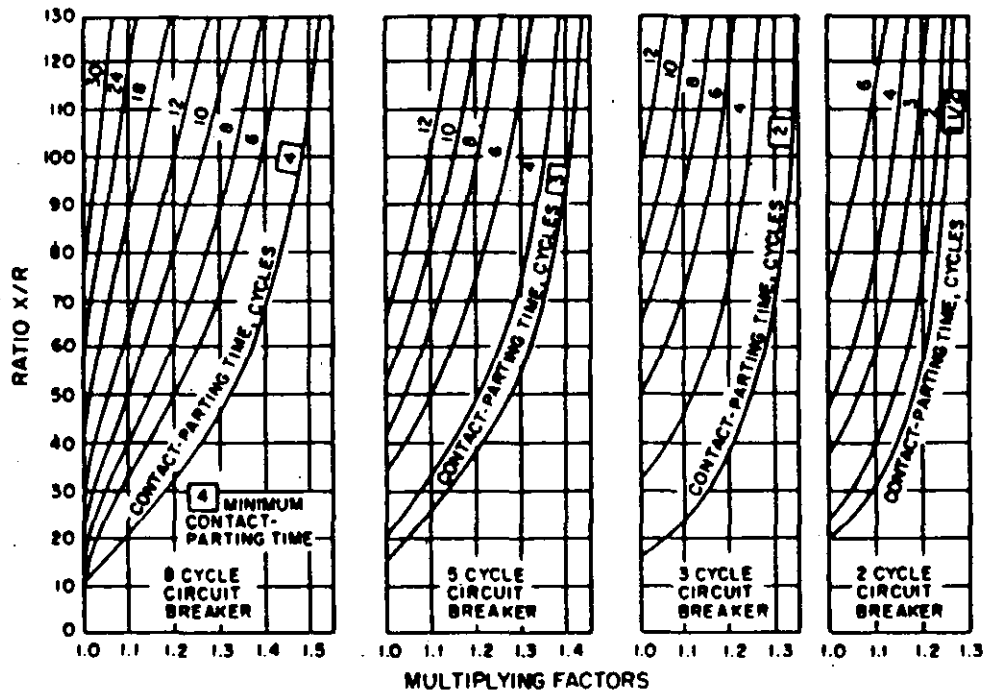
Fig 102
Multiplying Factors (Total Current Rating Basis) for Three-Phase and Line-to-Ground Faults

Fig 103
Multiplying Factors for Three-Phase Faults Fed Predominantly from Generators



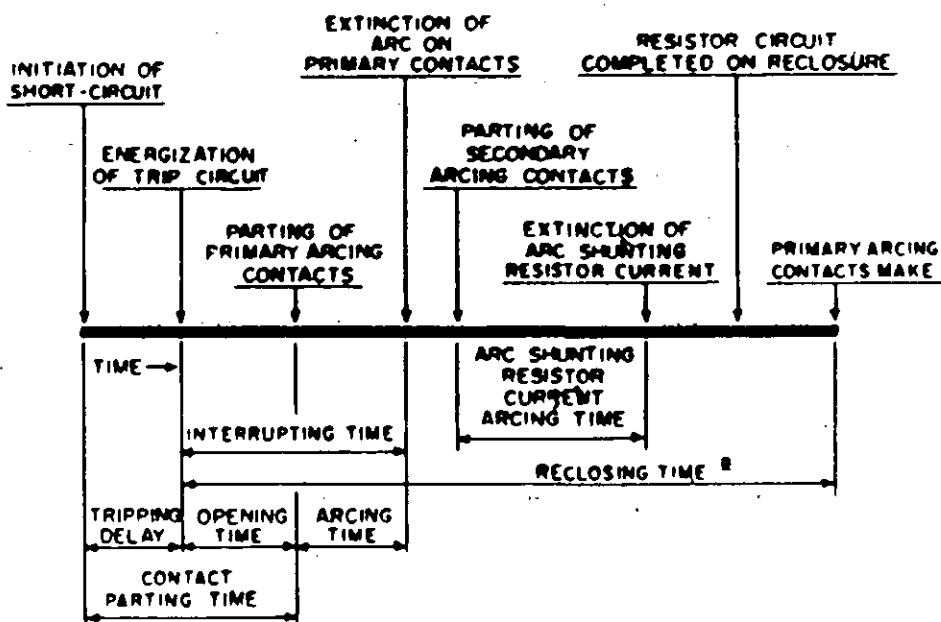
NOTE: Through no more than one transformation or with external reactance in series that is less than 1.5 times generator subtransient reactance (local) (ANSI/IEEE C37.010-1979 [2])

Fig 104
Multiplying Factors for Three-Phase and Line-to-Ground Faults
Fed Predominantly from Generators



NOTE: Through two or more transformations or with external reactance in series that is equal to or above 1.5 times generator subtransient reactance (remote) (ANSI/IEEE C37.010-1979 [2])

Operating Time



(⊠) RECLOSING TIME IS THE TIME INTERVAL BETWEEN ENERGIZATION OF THE TRIP CIRCUIT AND MAKING OF THE PRIMARY ARCING CONTACTS. WHERE LOW OHMIC RESISTORS ARE USED, MAKING OF THE RESISTOR CONTACT ON RECLOSURE MAY BE MORE SIGNIFICANT.

Table N1.1
Typical Reactance Values for Induction and Synchronous
Machines, in Per-Unit of Machine kVA Ratings*

	X_d''	X_d'
Turbine generators†		
2 poles	0.09	0.15
4 poles	0.15	0.23
Salient-pole generators with damper windings†		
12 poles or less	0.16	0.33
14 poles or more	0.21	0.33
Synchronous motors		
6 poles	0.15	0.23
8-14 poles	0.20	0.30
16 poles or more	0.28	0.40
Synchronous condensers†	0.24	0.37
Synchronous converters†		
600 V direct current	0.20	—
250 V direct current	0.33	—
Individual large induction motors, usually above 600 V	0.17	—
Smaller motors, usually 600 V and below	See Tables 24 and 25 in text.	

NOTE: Approximate synchronous motor kVA bases can be found from motor horsepower ratings as follows:

- 0.8 power factor motor - kVA base = hp rating
- 1.0 power factor motor - kVA base = 0.8 · hp rating

* Use manufacturer's specified values if available.
† X_d' not normally used in short-circuit calculations.

Table N1.2
Representative Conductor Spacings
for Overhead Lines

Nominal System Voltage (volts)	Equivalent Delta Spacing (inches)
120	12
240	12
480	18
600	18
2400	30
4160	30
6900	36
13 800	42
23 000	48
34 500	54
69 000	96
115 000	204

NOTE:

When the cross section indicates conductors are arranged at points of a triangle with spacings A, B, and C between pairs of conductors, the following formula may be used:

$$\text{equivalent delta spacing} = \sqrt[3]{A \cdot B \cdot C}$$

When the conductors are located in one plane and the outside conductors are equally spaced at distance A from the middle conductor, the equivalent is 1.26 times the distance A:

$$\begin{aligned} \text{equivalent delta spacing} &= \sqrt[3]{A \cdot A \cdot 2A} \\ &= 1.26 A \end{aligned}$$

Table N1.3
Constants of Copper Conductors for 1 ft Symmetrical Spacing*

Size of Conductor (cmil)	(AWG No.)	Resistance R at 50 °C, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)	Reactance X_A at 1 ft Spacing, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)
1 000 000		0.0130	0.0758
900 000		0.0142	0.0769
800 000		0.0159	0.0782
750 000		0.0168	0.0790
700 000		0.0179	0.0800
600 000		0.0206	0.0818
500 000		0.0246	0.0839
450 000		0.0273	0.0854
400 000		0.0307	0.0867
350 000		0.0348	0.0883
300 000		0.0407	0.0902
250 000		0.0487	0.0922
211 600	4/0	0.0574	0.0953
187 800	3/0	0.0724	0.0981
133 100	2/0	0.0911	0.101
105 600	1/0	0.115	0.103
83 690	1	0.145	0.106
66 370	2	0.181	0.108
52 630	3	0.227	0.111
41 740	4	0.288	0.113
33 100	5	0.362	0.116
26 250	6	0.453	0.121
20 800	7	0.570	0.123
16 510	8	0.720	0.126

NOTE: For a three-phase circuit the total impedance, line to neutral, is

$$Z = R + j(X_A + X_B)$$

* Use spacing factors of X_B of Tables N1.5 and N1.6 for other spacings.

Table N1.4
Constants of Aluminum Cable, Steel Reinforced (ACSR),
for 1 ft Symmetrical Spacing*

Size of Conductor (cmil)	(AWG No)	Resistance R at 50 °C, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)	Reactance X_A at 1 ft Spacing, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)
1 590 000		0.0129	0.0679
1 431 000		0.0144	0.0692
1 272 000		0.0161	0.0704
1 192 500		0.0171	0.0712
1 113 000		0.0183	0.0719
954 000		0.0213	0.0738
795 000		0.0243	0.0744
715 500		0.0273	0.0756
636 000		0.0307	0.0768
556 500		0.0352	0.0786
477 000		0.0371	0.0802
397 500		0.0446	0.0824
336 400		0.0526	0.0843
266 800		0.0662	0.0945
	4/0	0.0836	0.1099
	3/0	0.1052	0.1175
	2/0	0.1330	0.1212
	1/0	0.1674	0.1242
	1	0.2120	0.1259
	2	0.2670	0.1215
	3	0.3370	0.1251
	4	0.4240	0.1240
	5	0.5340	0.1259
	6	0.6740	0.1273

NOTE: For a three-phase circuit the total impedance, line to neutral, is

$$Z = R + j(X_A + X_B)$$

* Use spacing factors of X_B of Tables N1.5 and N1.6 for other spacings.

Table N1.5
60 Hz Reactance Spacing Factor X_p , in Ohms per Conductor per 1000 ft

(feet)	Separation (inches)											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	—	-0.0571	-0.0412	-0.0319	-0.0252	-0.0201	-0.0159	-0.0124	-0.0093	-0.0066	-0.0042	-0.0020
1	—	0.0018	0.0035	0.0051	0.0061	0.0080	0.0093	0.0106	0.0117	0.0129	0.0139	0.0149
2	0.0159	0.0169	0.0178	0.0186	0.0195	0.0203	0.0211	0.0218	0.0225	0.0232	0.0239	0.0246
3	0.0252	0.0259	0.0265	0.0271	0.0277	0.0282	0.0288	0.0293	0.0299	0.0304	0.0309	0.0314
4	0.0319	0.0323	0.0328	0.0333	0.0337	0.0341	0.0346	0.0350	0.0354	0.0358	0.0362	0.0366
5	0.0370	0.0374	0.0377	0.0381	0.0385	0.0388	0.0392	0.0395	0.0399	0.0402	0.0405	0.0409
6	0.0412	0.0415	0.0418	0.0421	0.0424	0.0427	0.0430	0.0433	0.0436	0.0439	0.0442	0.0445
7	0.0447	0.0450	0.0453	0.0455	0.0458	0.0460	0.0463	0.0466	0.0468	0.0471	0.0473	0.0476
8	0.0478											

Table N1.6
60 Hz Reactance Spacing Factor X_B , in Ohms per Conductor per 1000 ft

(Inches)	Separation (quarter inches)			
	0	1/4	2/4	3/4
0	—	—	-0.072 9	-0.068 6
1	-0.0571	-0.051 9	-0.047 7	-0.044 3
2	-0.0412	-0.038 4	-0.035 9	-0.033 9
3	-0.0319	-0.030 1	-0.028 2	-0.026 7
4	-0.0252	-0.023 8	-0.022 5	-0.021 2
5	-0.0201	-0.017 95	-0.017 95	-0.016 84
6	-0.0159	-0.014 94	-0.013 99	-0.013 23
7	-0.0124	-0.011 52	-0.010 78	-0.010 02
8	-0.0093	-0.008 52	-0.007 94	-0.007 19
9	-0.0066	-0.006 05	-0.005 29	-0.004 74
10	-0.0042	—	—	—
11	-0.0020	—	—	—
12	—	—	—	—

Table N1.7
60 Hz Reactance of Typical Three-Phase Cable Circuits, in Ohms per 1000 ft

Cable Size	System Voltage				
	600 V	2400 V	4160 V	6900 V	13 800 V
4 to 1					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0520	0.0520	0.0518	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0381	0.0384	0.0384	0.0522	0.0526
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0310	0.0335	0.0335	0.0453	0.0457
1/0 to 4/0					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0490	0.0550	0.0550	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0300	0.0346	0.0346	0.0448	0.0452
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0290	0.0300	0.0300	0.0386	0.0390
250-750 kcmil					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0450	0.0500	0.0500	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0325	0.0310	0.0310	0.0378	0.0381
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0270	0.0275	0.0275	0.0332	0.0337

NOTE: These values may also be used for magnetic and nonmagnetic armored cables.

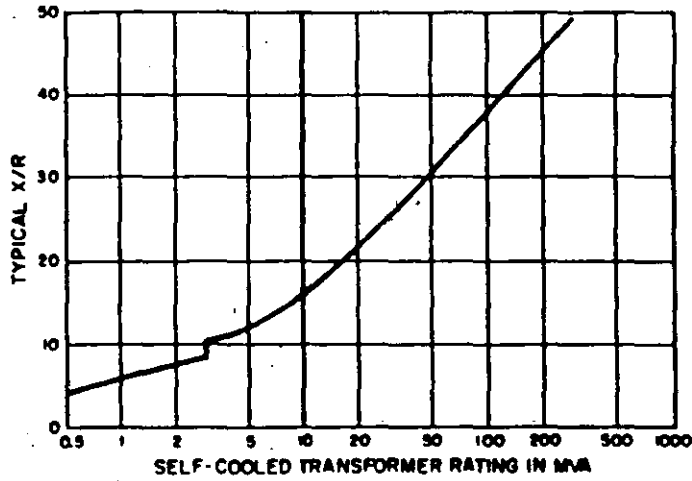


Fig N1.1
X/R Ratio of Transformers (Based on ANSI/IEEE C37.010-1979 [2])

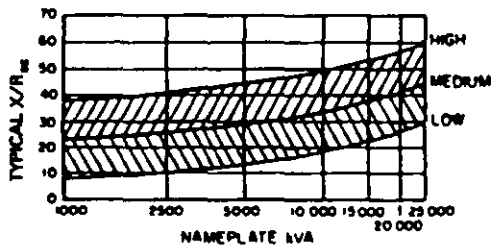


Fig N1.2
X/R Range for Small Generators and Synchronous Motors (Solid Rotor and Salient Pole)
 (From ANSI/IEEE C37.010-1979 [2])

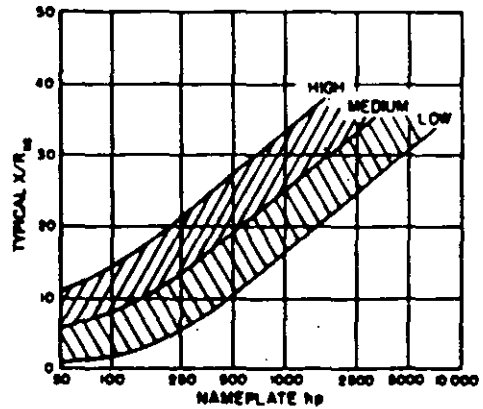


Fig N1.3
X/R Range for Three-Phase Induction Motors
 (From ANSI/IEEE C37.010-1979 [2])

Table 71
Copper-Cable Impedance Data, in Ohms per 1000 ft at 75 °C*

(a) Three Single Conductors

AWG or kcmil	In Magnetic Duct						In Nonmagnetic Duct					
	600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV			600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV		
	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z
8	0.811	0.0754	0.814	0.811	0.0860	0.816	0.811	0.0603	0.813	0.811	0.0688	0.814
8 (solid)	0.786	0.0754	0.790	0.786	0.0860	0.791	0.786	0.0603	0.788	0.786	0.0688	0.789
6	0.510	0.0685	0.515	0.510	0.0796	0.516	0.510	0.0548	0.513	0.510	0.0636	0.514
6 (solid)	0.496	0.0685	0.501	0.496	0.0796	0.502	0.496	0.0548	0.499	0.496	0.0636	0.500
4	0.321	0.0632	0.327	0.321	0.0742	0.329	0.321	0.0506	0.325	0.321	0.0594	0.326
4 (solid)	0.312	0.0632	0.318	0.312	0.0742	0.321	0.312	0.0506	0.318	0.312	0.0594	0.319
2	0.202	0.0585	0.210	0.202	0.0685	0.214	0.202	0.0467	0.207	0.202	0.0547	0.209
1	0.160	0.0570	0.170	0.160	0.0675	0.174	0.160	0.0456	0.166	0.160	0.0540	0.169
1/0	0.128	0.0540	0.139	0.128	0.0635	0.143	0.127	0.0432	0.134	0.128	0.0507	0.138
2/0	0.102	0.0533	0.115	0.103	0.0630	0.121	0.101	0.0426	0.110	0.102	0.0504	0.114
3/0	0.0805	0.0519	0.0958	0.0814	0.0605	0.101	0.0766	0.0415	0.0871	0.0805	0.0484	0.0939
4/0	0.0640	0.0497	0.0810	0.0650	0.0583	0.0929	0.0633	0.0398	0.0748	0.0640	0.0466	0.0792
250	0.0552	0.0495	0.0742	0.0557	0.0570	0.0797	0.0541	0.0396	0.0670	0.0547	0.0456	0.0712
300	0.0464	0.0493	0.0677	0.0473	0.0564	0.0736	0.0451	0.0394	0.0599	0.0460	0.0451	0.0644
350	0.0378	0.0491	0.0617	0.0386	0.0562	0.0681	0.0368	0.0393	0.0536	0.0375	0.0450	0.0586
400	0.0356	0.0490	0.0606	0.0362	0.0548	0.0657	0.0342	0.0392	0.0520	0.0348	0.0438	0.0559
450	0.0322	0.0480	0.0578	0.0328	0.0538	0.0630	0.0304	0.0384	0.0490	0.0312	0.0430	0.0531
500	0.0294	0.0466	0.0551	0.0300	0.0526	0.0505	0.0276	0.0373	0.0464	0.0284	0.0421	0.0508
600	0.0257	0.0463	0.0530	0.0264	0.0516	0.0580	0.0237	0.0371	0.0440	0.0246	0.0412	0.0479
750	0.0216	0.0445	0.0495	0.0223	0.0497	0.0545	0.0194	0.0356	0.0405	0.0203	0.0396	0.0445

*Resistance values (R_L) at lower copper temperatures (T_L) are obtained by using the formula $R_L = \frac{R_{75}(234.5 + T_L)}{309.5}$

Table 71 (Continued)
Copper-Cable Impedance Data, in Ohms per 1000 ft at 75 °C*

(b) Three-Conductor Cable

AWG or kcmil	In Magnetic Duct and Steel Interlocked Armor						In Nonmagnetic Duct and Aluminum Interlocked Armor					
	600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV			600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV		
	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z
8	0.811	0.0577	0.813	0.811	0.0658	0.814	0.811	0.0503	0.812	0.811	0.0574	0.813
8 (solid)	0.786	0.0577	0.788	0.786	0.0658	0.789	0.786	0.0503	0.787	0.786	0.0574	0.788
6	0.510	0.0525	0.513	0.510	0.0610	0.514	0.510	0.0457	0.512	0.510	0.0531	0.513
6 (solid)	0.496	0.0525	0.499	0.496	0.0610	0.500	0.496	0.0457	0.498	0.496	0.0531	0.499
4	0.321	0.0483	0.325	0.321	0.0568	0.326	0.321	0.0422	0.324	0.321	0.0495	0.325
4 (solid)	0.312	0.0483	0.316	0.312	0.0508	0.317	0.312	0.0422	0.315	0.312	0.0495	0.316
2	0.202	0.0448	0.207	0.202	0.0524	0.209	0.202	0.0390	0.206	0.202	0.0457	0.207
1	0.160	0.0436	0.166	0.160	0.0516	0.168	0.160	0.0380	0.164	0.160	0.0450	0.166
1/0	0.128	0.0414	0.136	0.128	0.0486	0.137	0.127	0.0360	0.132	0.128	0.0423	0.135
2/0	0.102	0.0407	0.110	0.103	0.0482	0.114	0.101	0.0355	0.107	0.102	0.0420	0.110
3/0	0.0805	0.0397	0.0898	0.0814	0.0463	0.0936	0.0766	0.0346	0.0841	0.0805	0.0403	0.090
4/0	0.0640	0.0381	0.0745	0.0650	0.0446	0.0788	0.0633	0.0332	0.0715	0.0640	0.0389	0.0749
250	0.0552	0.0379	0.0670	0.0557	0.0436	0.0707	0.0541	0.0330	0.0634	0.0547	0.0380	0.0666
300	0.0464	0.0377	0.0598	0.0473	0.0431	0.0640	0.0451	0.0329	0.0559	0.0460	0.0376	0.0596
350	0.0378	0.0373	0.0539	0.0386	0.0427	0.0576	0.0368	0.0328	0.0492	0.0375	0.0375	0.0530
400	0.0356	0.0371	0.0514	0.0362	0.0415	0.0551	0.0342	0.0327	0.0475	0.0348	0.0366	0.0505
450	0.0322	0.0361	0.0484	0.0328	0.0404	0.0520	0.0304	0.0320	0.0441	0.0312	0.0359	0.0476
500	0.0294	0.0349	0.0456	0.0300	0.0394	0.0495	0.0276	0.0311	0.0416	0.0284	0.0361	0.0453
600	0.0257	0.0343	0.0429	0.0264	0.0382	0.0464	0.0237	0.0309	0.0389	0.0246	0.0344	0.0422
750	0.0216	0.0326	0.0391	0.0223	0.0364	0.0427	0.0197	0.0297	0.0355	0.0203	0.0332	0.0389

NOTE: Resistance based on tinned copper at 60 Hz. 600 V and 5 kV nonshielded cable based on varnished cambric insulation. 5 kV shielded and 15 kV cable based on neoprene insulation.

*Resistance values (R_L) at lower copper temperatures (T_L) are obtained by using the formula $R_L = \frac{R_{75}(234.5 + T_L)}{309.5}$

Table 72
Aluminum-Cable Impedance Data, in Approximate Ohms per 1000 ft at 90 °C*
(Cross-Linked Polyethylene Insulated Cable)

(a) Three Single Conductors

AWG or kcmil	In Magnetic Duct						In Nonmagnetic Duct					
	600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV			600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV		
	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z
6	0.847	0.053	0.849	—	—	—	0.847	0.042	0.848	—	—	—
4	0.532	0.050	0.534	0.532	0.068	0.536	0.532	0.040	0.534	0.532	0.054	0.535
2	0.335	0.046	0.338	0.335	0.063	0.341	0.335	0.037	0.337	0.335	0.050	0.339
1	0.265	0.048	0.269	0.265	0.059	0.271	0.265	0.035	0.267	0.265	0.047	0.269
1/0	0.210	0.043	0.214	0.210	0.056	0.217	0.210	0.034	0.213	0.210	0.048	0.218
2/0	0.167	0.041	0.172	0.167	0.055	0.176	0.167	0.033	0.170	0.167	0.044	0.173
3/0	0.133	0.040	0.139	0.132	0.053	0.142	0.133	0.037	0.137	0.132	0.042	0.139
4/0	0.106	0.039	0.113	0.105	0.051	0.117	0.105	0.031	0.109	0.105	0.041	0.113
250	0.0896	0.0384	0.0975	0.0892	0.0495	0.102	0.0894	0.0307	0.0945	0.0891	0.0396	0.0975
300	0.0750	0.0375	0.0839	0.0746	0.0479	0.0887	0.0746	0.0300	0.0804	0.0744	0.0383	0.0837
350	0.0644	0.0369	0.0742	0.0640	0.0468	0.0793	0.0640	0.0245	0.0705	0.0638	0.0374	0.0740
400	0.0568	0.0364	0.0675	0.0563	0.0459	0.0726	0.0563	0.0291	0.0634	0.0560	0.0367	0.0700
500	0.0459	0.0355	0.0580	0.0453	0.0444	0.0634	0.0453	0.0284	0.0535	0.0450	0.0355	0.0573
600	0.0388	0.0359	0.0529	0.0381	0.0431	0.0575	0.0381	0.0287	0.0477	0.0377	0.0345	0.0511
700	0.0338	0.0350	0.0487	0.0332	0.0423	0.0538	0.0330	0.0280	0.0433	0.0326	0.0338	0.0470
750	0.0318	0.0341	0.0466	0.0310	0.0419	0.0521	0.0309	0.0273	0.0412	0.0304	0.0335	0.0452
1000	0.0252	0.0341	0.0424	0.0243	0.0414	0.0480	0.0239	0.0273	0.0363	0.0234	0.0331	0.0405

*Resistance values (R_L) at lower aluminum temperatures (T_L) are obtained by the formula $R_L = \frac{R_{90} (228.1 + T_L)}{318.1}$

Table 72 (Continued)
Aluminum-Cable Impedance Data, in Approximate Ohms per 1000 ft at 90 °C*
(Cross-Linked Polyethylene Insulated Cable)

(b) Three-Conductor Cable

AWG or kcmil	In Magnetic Duct						In Nonmagnetic Duct					
	600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV			600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV		
	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z
6	0.847	0.053	0.849	—	—	—	0.847	0.042	0.848	—	—	—
4	0.532	0.050	0.534	—	—	—	0.532	0.040	0.534	—	—	—
2	0.335	0.046	0.338	0.335	0.056	0.340	0.335	0.037	0.337	0.335	0.045	0.338
1	0.265	0.048	0.269	0.265	0.053	0.270	0.265	0.035	0.267	0.265	0.042	0.268
1/0	0.210	0.043	0.214	0.210	0.050	0.216	0.210	0.034	0.213	0.210	0.040	0.214
2/0	0.167	0.041	0.172	0.167	0.049	0.174	0.167	0.033	0.170	0.167	0.039	0.171
3/0	0.133	0.040	0.139	0.133	0.048	0.141	0.133	0.037	0.137	0.133	0.038	0.138
4/0	0.106	0.039	0.113	0.105	0.045	0.114	0.105	0.031	0.109	0.105	0.036	0.111
250	0.0896	0.0384	0.0975	0.0895	0.0436	0.100	0.0894	0.0307	0.0946	0.0893	0.0349	0.0959
300	0.0750	0.0375	0.0839	0.0748	0.0424	0.0860	0.0746	0.0300	0.0804	0.0745	0.0340	0.0819
350	0.0644	0.0369	0.0742	0.0643	0.0418	0.0767	0.0640	0.0245	0.0705	0.0640	0.0334	0.0722
400	0.0568	0.0364	0.0675	0.0564	0.0411	0.0700	0.0563	0.0291	0.0634	0.0561	0.0329	0.0650
500	0.0459	0.0355	0.0580	0.0457	0.0399	0.0607	0.0453	0.0284	0.0535	0.0452	0.0319	0.0553
600	0.0388	0.0359	0.0529	0.0386	0.0390	0.0549	0.0381	0.0287	0.0477	0.0380	0.0312	0.0492
700	0.0338	0.0350	0.0487	0.0335	0.0381	0.0507	0.0330	0.0280	0.0433	0.0328	0.0305	0.0448
750	0.0318	0.0341	0.0466	0.0315	0.0379	0.0493	0.0309	0.0273	0.0412	0.0307	0.0303	0.0431
1000	0.0252	0.0341	0.0424	0.0248	0.0368	0.0444	0.0239	0.0273	0.0363	0.0237	0.0294	0.0378

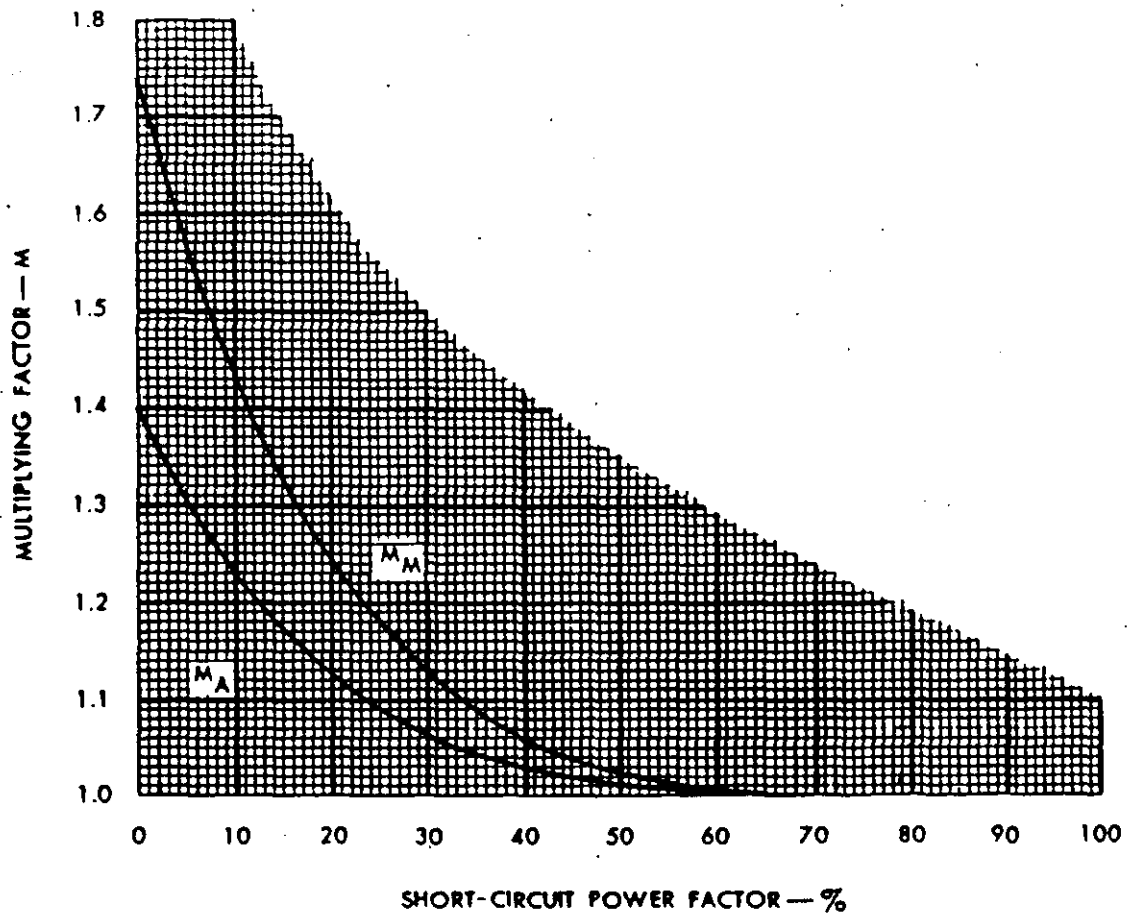
*Resistance values (R_L) at lower aluminum temperatures (T_L) are obtained by the formula $R_L = \frac{R_{90} (228.1 + T_L)}{318.1}$

From Kaiser Aluminum Electrical Products Division.

Table 74
Asymmetrical Factors

Short-Circuit Power Factor (%)	Short-Circuit X/R	Ratio to Symmetrical RMS Current		
		Maximum Single-Phase Instantaneous Peak Current M_p	Maximum Single-Phase RMS Current at Half-Cycle M_m	Average Three-Phase RMS Current at Half-Cycle M_a
0	∞	2.828	1.732	1.394
1	100.00	2.785	1.696	1.374
2	49.993	2.743	1.665	1.355
3	33.322	2.702	1.630	1.336
4	24.979	2.663	1.598	1.318
5	19.974	2.625	1.568	1.301
6	16.623	2.589	1.540	1.285
7	14.251	2.554	1.511	1.270
8	12.460	2.520	1.485	1.256
9	11.066	2.487	1.460	1.241
10	9.950	2.455	1.436	1.229
11	9.0354	2.424	1.413	1.216
12	8.2733	2.394	1.391	1.204
13	7.6271	2.364	1.372	1.193
14	7.0721	2.336	1.350	1.182
15	6.5912	2.309	1.330	1.171
16	6.1695	2.282	1.312	1.161
17	5.7947	2.256	1.294	1.152
18	5.4649	2.231	1.277	1.143
19	5.1672	2.207	1.262	1.135
20	4.8990	2.183	1.247	1.127
21	4.6557	2.160	1.232	1.119
22	4.4341	2.138	1.218	1.112
23	4.2313	2.11	1.205	1.105
24	4.0450	2.095	1.192	1.099
25	3.8730	2.074	1.181	1.093
26	3.7138	2.054	1.170	1.087
27	3.5661	2.034	1.159	1.081
28	3.4286	2.015	1.149	1.075
29	3.3001	1.996	1.139	1.070
30	3.1798	1.978	1.130	1.066
31	3.0669	1.960	1.121	1.062
32	2.9608	1.943	1.113	1.057
33	2.8606	1.926	1.105	1.053
34	2.7660	1.910	1.098	1.049
35	2.6764	1.894	1.091	1.046
36	2.5916	1.878	1.084	1.043
37	2.5109	1.863	1.078	1.039
38	2.4341	1.848	1.073	1.036
39	2.3611	1.833	1.068	1.033
40	2.2913	1.819	1.062	1.031
41	2.2246	1.805	1.057	1.028
42	2.1608	1.791	1.053	1.026
43	2.0996	1.778	1.049	1.024
44	2.0409	1.765	1.045	1.022
45	1.9845	1.753	1.041	1.020
46	1.9303	1.740	1.038	1.019
47	1.8780	1.728	1.034	1.017
48	1.8277	1.716	1.031	1.016
49	1.7791	1.705	1.029	1.014
50	1.7321	1.694	1.026	1.013
55	1.5185	1.641	1.015	1.008
60	1.3333	1.594	1.009	1.004
65	1.1691	1.553	1.004	1.002
70	1.0202	1.517	1.002	1.001
75	0.8819	1.486	1.0008	1.0004
80	0.7500	1.460	1.0002	1.00005
85	0.6198	1.439	1.00004	1.00002
100	0.0000	1.414	1.00000	1.00000

From NEMA AB 1-1969 [12] pt 3, pp 4, 5.



Multiplying factors to obtain short circuit asymmetrical current from symmetrical values, at an instant one-half cycle (on a 60-cycle basis) after initiation of a fault.

Fig. 2-4

B I B L I O G R A F I A

1. STEVENSON, W.D. Jr., Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia, McGraw-Hill, 1982
2. ANDERSON Analysis of Faulted Power Systems, Iowa State University Press
3. ANSI/IEEE Std 141-1986, IEEE Recommended Practice for Electric Power Distribution for Industrial Plants (Red Book).
4. ANSI/IEEE C37.010-1979. IEEE Application Guide for AC High Voltage Circuit Breakers Rated on a Symmetrical Current Basis.
5. Electrical Transmission and Distribution Reference Book, East Pittsburgh, PA:Westinghouse Electric Corporation, 1964.
6. HUENING, W. C., Jr. Interpretation of New American National Standards for Power Circuit Breaker Applications. IEEE Transactions on Industry and General Applications, Vol IGA 5 No 5, Sep/Oct 1969.
7. BEEMAN, D. L., Industrial Power Systems Handbook. New York, McGraw-Hill, 1955.
8. LAZAR, I., Electrical Systems Analysis and Design for Industrial Plants, McGraw-Hill, 1980.
9. ANSI/IEEE Std 241-1983, IEEE Recommended Practice for Electric Power Systems in Commercial Buildings (Gray Book).



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

C U R S O S A B I E R T O S

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO: 1

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

*ESTUDIO DE CORTO CIRCUITO
CONSIDERACIONES GENERALES
(I N T R O D U C C I O N)
DIAGRAMAS UNIFILARES*

EXPOSITOR:

ING. RAMON VILA VIVALDO

SEP-OCT. 92

INTRODUCCION

El objetivo de un estudio de corto circuito es proporcionar información sobre corrientes y voltajes en un sistema eléctrico durante condiciones de falla.

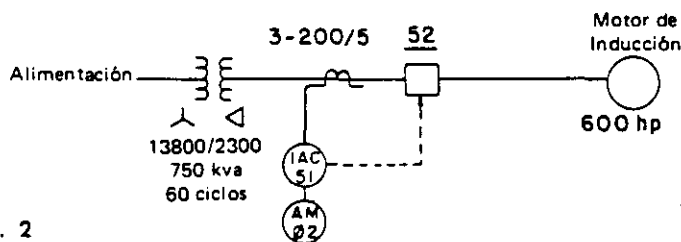
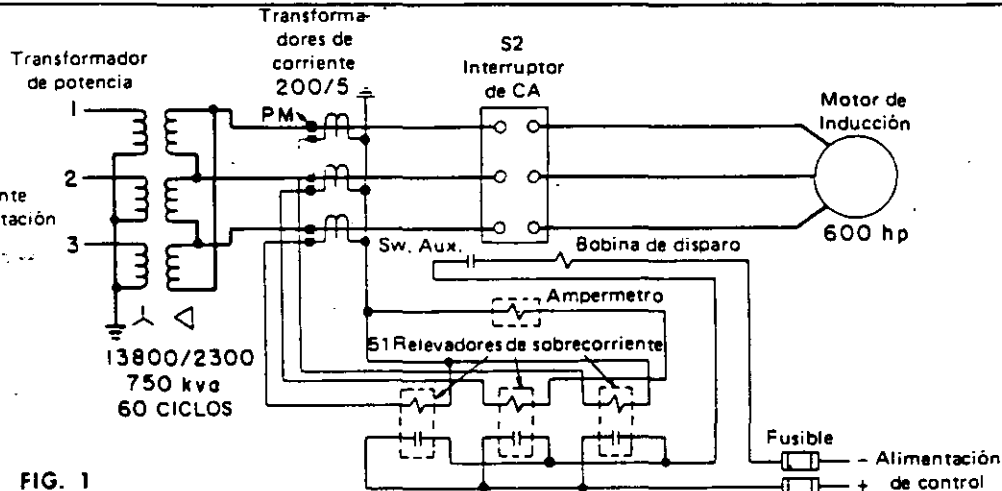
Esta información se requiere para determinar las características de capacidad interruptiva y momentánea de los interruptores y otros dispositivos de protección localizados en el sistema, calcular los esfuerzos dinámicos en barras o buses de subestaciones y tableros, seleccionar conductores alimentadores, así como para diseñar un adecuado sistema de relevadores de protección los cuales deberán reconocer la existencia de la falla e iniciar la operación de los dispositivos de protección asegurando así la mínima interrupción en el servicio y evitando daños a los equipos.

Diagramas unifilares

DIAGRAMA UNIFILAR ES EL QUE INDICA MEDIANTE LINEAS SENCILLAS (UNA LINEA EN VEZ DE DOS O TRES) Y SIMBOLOS SIMPLIFICADOS, EL TRAYECTO Y LAS PARTES O EQUIPOS QUE FORMAN UN CIRCUITO O SISTEMA DE CIRCUITOS ELECTRICOS

A modo de ilustración, consideremos el circuito sencillo que se muestra en la fig. 1. Aquí se muestran todos los detalles de un circuito completo. Pueden seguirse las trayectorias completas de todas las corrientes a través de los conductores y componentes que forman el circuito.

Sin embargo, cuando nuestro objetivo es conocer sobre todo la trayectoria de transferencia de energía (no trayectoria de corrientes), y la identificación y capacidades de dichas componentes, el diagrama unifilar de la fig. 2 nos sirve mejor.



OBJETIVO

A partir de la definición, es evidente que los diagramas unifilares se usan básicamente para mostrar las relaciones generales, entre los elementos componentes de los circuitos y entre los circuitos mismos. Se pueden usar los diagramas unifilares para mostrar estas relaciones en casi cualquier circuito. Sin embargo, la experiencia nos ha mostrado que para los circuitos más complejos de control, cuya naturaleza es más bien la de una red eléctrica que la de una transferencia directa de energía, se obtiene mayor claridad y precisión usando los diagramas elementales. Por consiguiente el objetivo del diagrama unifilar

se ha constreñido o limitado a la representación de los circuitos principales de energía, de excitación, de medición, y los correspondientes a los relevadores de protección.

SIMBOLOS Y CONVENCIONES

Para sacar el máximo provecho de los diagramas unifilares, es necesario estar familiarizando con los símbolos y convenciones que se utilizan en los mismos. Este tipo de diagrama es una especie de taquigrafía y así, utiliza símbolos y convenciones abreviadas

para transmitir muchas ideas. La figura 3 presenta un diagrama unifilar típico, ilustrando el uso de muchos de estos símbolos y convenciones. En las páginas siguientes se presentan en detalle.

ALIMENTACION
DE LA CFE

Cortocircuito trifásico 210 MVA -MAX. corriente de tierra 2000 AMPS.
en esta estación

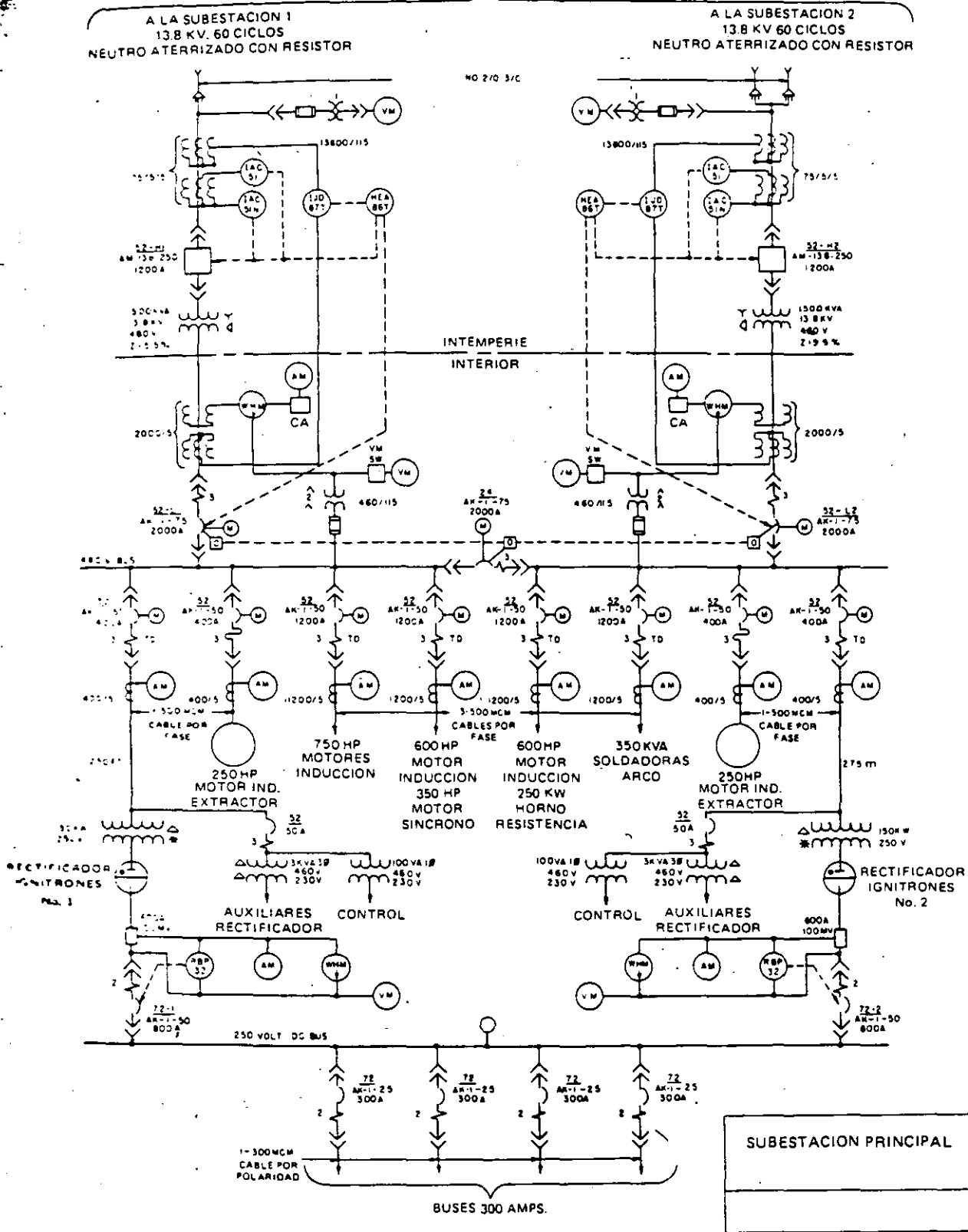



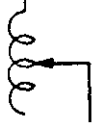






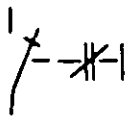


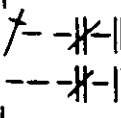



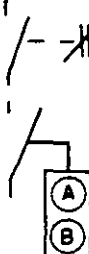


FIG. 3

EQUIPO PARA GENERACION, CONVERSION Y DISTRIBUCION DE ELECTRICIDAD

Equipo o dispositivo.	Símbolo básico	Variaciones		
Motores y Generadores de Inducción, Jaula de Ardilla		Conectado en estrella, ambos extremos de cada fase accesibles.	Embobinado del estator con dos circuitos.	Con detectores de temperatura por resistencia; el número indica la cantidad de detectores.
Motores y Generadores de Inducción, Rotor Devanado.		Conectado en estrella, con ambos extremos de cada fase accesibles.	Con control secundario magnético.	Con regulador líquido de deslizamiento
Motores, Generadores y Condensadores Síncronos.		Mismas variaciones que en los de jaula de ardilla.		
Convertidores Síncronos.		Con Campo en Derivación	Con campo compuesto.	
Motores, Generadores y Excitadores de CD.		Con campo en derivación.	Con campo serie.	Con campo compuesto.
		Con campo compuesto y polos de conmutación.	Con excitación por separado.	Generador AM-PLIDINA.
Rectificadores de Potencia.				
Transformadores de Potencia de Relación Fija	2 Devanados.	Con el neutro de los devanados sacado al exterior (accesible).	Dispositivo de temperatura con transductor de resistencia.	Símbolos de conexión que se colocan junto a los devanados. Y Estrella. Δ Delta. T Te. Z Zig Zag. * Conexión diametral
	3 Devanados.	Devanados con derivaciones.	Con Transductor de Temperatura por presión de vapor.	
	4 Devanados.	Con relación ajustable.	Con ambos extremos de cada devanado sacados al exterior (accesibles).	
	Con terciario interno (extremos terciario inaccesibles).			
	Autotransformador.			
Transformador de Corriente Constante.				

EQUIPO PARA GENERACION, CONVERSION Y DISTRIBUCION DE ELECTRICIDAD

Equipo o dispositivo.	Símbolo básico	Variaciones
Regulador de Inducción.		
DISPOSITIVOS LIMITADORES DE CORRIENTE		
Equipo o dispositivo.	Símbolo básico	Variaciones
Reactores.		 Con derivaciones fijas.  Ajustable
Resistores.		 Con derivaciones fijas.  Ajustable.
Capacitores estáticos.		
DISPOSITIVOS PARA SEPARACION DE CIRCUITOS		
Equipo o dispositivo	Símbolo básico	Accesorios
Desconectador en Aire, Operación Manual, Tiro Sencillo.		 Con Contacto de Descarga.  Con Contactos Auxiliares.
Desconectador en Aire, Operación Manual, Doble Tiro.		 Con contacto de Descarga  Con contactos Auxiliares.
Desconectador en Aire, Operación Remota, Tiro Sencillo.		 Cuerno de Arqueo.  Motorizado.  Con Contactos Auxiliares Con enclavamiento con llave (las letras inscrites indican llaves).

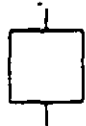



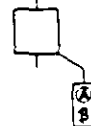
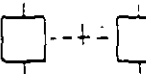
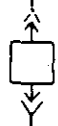
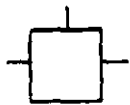






DISPOSITIVOS PARA SEPARACION DE CIRCUITOS

Equipo o dispositivo	Símbolo básico	Accesorios
Desconectador en Aire, Operación Remota, Doble Tiro.		Accesorios igual que para el de tiro sencillo.
Desconectador en Aire, Operación Remota, Doble Cuchilla, Tipo Selector.		




DISPOSITIVOS PARA INTERRUPCION DE CIRCUITOS

Equipo o dispositivo	Símbolo básico	Accesorios
Contactor con contacto Normalmente Abierto.		
Contactor con contacto Normalmente Cerrado.		
Interruptor en Aire.		<p> Motorizado. </p> <p> Operado por Solenoide </p> <p> Enclavamiento mecánico. </p> <p> Elemento Removible del Interruptor. </p> <p> Dispositivo de Bajo Voltaje (Las letras RT se usan solamente cuando tiene retraso de tiempo) </p> <p> Disparo eléctrico de voltaje (en interruptores manuales solamente) </p> <p> La flecha de Disparo por Corriente Inversa indica dirección del flujo de corriente necesario para que dispare. </p> <p> Disparos por sobrecorriente. El número indica los polos que lo llevan. Las letras RT se usan solamente cuando tienen retraso de tiempo. </p> <p> Disparos térmicos. El número indica cuántos polos lo tienen. </p> <p> Enclavamiento de llave (las letras inscrites indican llaves) </p> <p> Nota: la ausencia de los símbolos anteriores indica operación manual. </p>


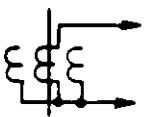

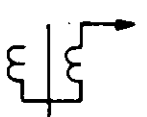

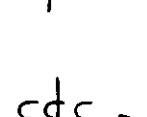

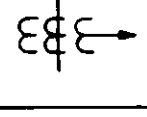

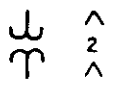
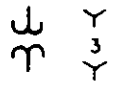
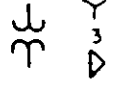

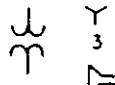
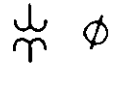
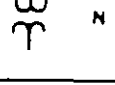
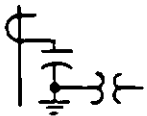
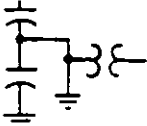
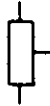
DISPOSITIVOS PARA INTERRUPCION DE CIRCUITOS

Equipo o dispositivo.	Variaciones	Accesorios	
Interruptor de Potencia. Tiro Sencillo.		 Motorizado.  Operado por Solenoide.  Operación en Aire.	 Con Enclavamiento de llave (las letras inscriptas indican llaves).  Enclavamiento mecánico.  Elemento removible de Interruptor.
Interruptor de Potencia. Doble Tiro.		<p data-bbox="625 546 901 682">Nota: El uso de los símbolos de arriba es opcional, y su ausencia indica operación manual solamente cuando se usan en otros interruptores en el mismo diagrama.</p>	 Disparo eléctrico de voltaje (sólo en interruptores de operación manual).  Disparo Serie o Corriente por (el número indica cuántas bobinas).  Dispositivo de Bajo Voltaje (las letras RT se usan solamente cuando tienen retraso de tiempo).
Fusibles		 Fusibles montados en Desconector.	 Fusibles en montaje (charola) removible.

DISPOSITIVOS DE PROTECCION EN CIRCUITOS DE POTENCIA

Equipo o dispositivo.	Variaciones	
Apartarrayos o protector de sobrevoltajes transitorios.		
Protección por cuernos de arqueo.		
Capacitor contra transitorios.		

DISPOSITIVOS PARA TRANSFORMACION DE CORRIENTE Y VOLTAJE

Equipo o dispositivo	Variaciones	Arreglos usuales
Transformadores de Corriente.	Relación sencilla. Un solo secundario. 	 <p>A elementos de fase</p>
	Relación doble. Un solo secundario. 	 <p>A elementos residuales.</p>
	Relación sencilla. Doble secundario. 	 <p>A elementos de fase.</p>
	Tipo boquilla. 	 <p>A elementos de fase.</p>
Transformadores de potencial.	Dos devanados relación sencilla. 	 <p>2 TPs con primarios y secundarios en delta abierta.</p>
		 <p>3 TPs con primarios y secundarios en estrella.</p>
		 <p>3 TPs con primarios en estrella y secundarios en delta.</p>
	Dos devanados con derivación en secundario. 	 <p>3 TPs con primarios en estrella y secundarios en delta incompleta.</p>
		 <p>1 TP con el primario conectado entre fases.</p>
		 <p>1 TP con el primario conectado entre fase y neutro.</p>
Dispositivo de voltaje con acoplamiento por capacitancia, de boquilla. 		
Dispositivo de voltaje con acoplamiento por capacitancia. 		
Derivador. 		

Los símbolos básicos para los dispositivos secundarios son:

1. Un círculo pequeño para relevadores, medidores e instrumentos.
2. Un pequeño cuadrado para selectores y conmutadores de transferencia.

Estos símbolos se conectan entre sí y a sus dispositivos primarios correspondientes mediante líneas continuas, como se muestra en la fig. 4.

Las líneas de conexión que se muestran entrando a y saliendo de los símbolos en lados opuestos, representan el camino de un circuito serie a través del dispositivo, mientras que una línea que llega hasta el dispositivo y termina en él, representa el trayecto de un circuito hasta un dispositivo que constituye el fin de ese circuito. En el ejemplo anterior, se muestra el trayecto del circuito secundario del transformador de potencial, pasando por el selector de voltmetro y terminando en el voltmetro. Otras ramas del secundario del TP, se muestran terminando en el wathhorímetro y el relevador ICR.

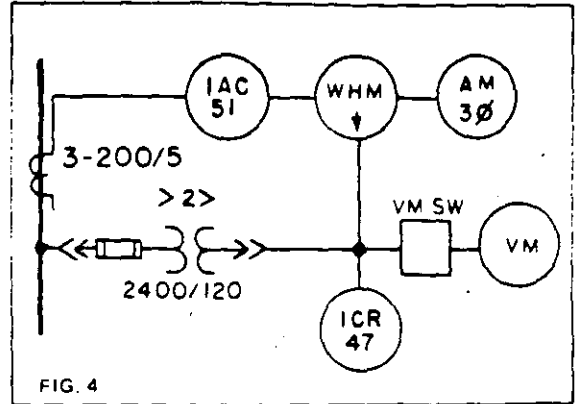


FIG. 4

penden a la clasificación de dispositivos de la CONNIE ejemplo:

47 - Relevador de voltaje de pérdida o inversión fase.

51 - Relevador de sobrecorriente de CA.

Ocasionalmente, además de, o en sustitución de los números de clave antedichos, se ponen símbolos gráficos de función junto a los símbolos de los relevadores. La flecha, en un símbolo de función direccional, indica la dirección del flujo de potencia (en el circuito primario) en la cual opera el relevador.

A continuación se ofrecen algunos símbolos CONNIE usados para las funciones más comunes:

RELEVADORES

Los relevadores se identifican con letras y números dentro del símbolo básico. Las letras son designaciones de tipo del fabricante. Los números corres-

Fundamental		Adaptaciones

Medidores, instrumentos, conmutadores de transferencia y otros dispositivos no incluidos en los relevadores, se identifican mediante abreviaturas colocadas dentro o junto del símbolo básico. Las abreviaturas utilizadas están de acuerdo con las normas CONNIE

Por ejemplo:

AM Ampérmetro

VM Voltmetro

WHM Watthorímetro

Todos los medidores e instrumentos que son inherentemente direccionales llevan, además de la abreviatura, una flecha.

Esta flecha indica la dirección de flujo de la magnitud medida, o indicada, para hacer que el día positivo indique en el sentido positivo, como es a la derecha del ceró en instrumentos de carátula y aguja indicadora. La flecha será paralela a la línea principal del circuito en el punto en que se localiza el transformador de corriente o derivador involucrado. Los medidores de VARs se considera siempre que registran "Reactivos Magnetizantes" y los ampérmegos de CD registran flujo de corriente en el conductor positivo.

MEDIOS DE INTERCONEXION

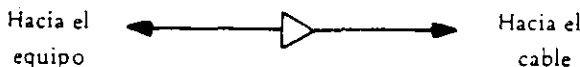
Todos los conductores de un circuito sea de dos o tres hilos en CD, o monofásico o polifásico en CA se representan con una línea continua. Los circuitos de potencia primaria se representan con líneas gruesas, y los circuitos secundarios con líneas delgadas.

El punto en que los conductores de fase de un circuito polifásico de CA se juntan para formar el neutro se representan así:

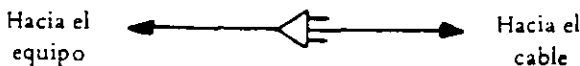


Las mufas o terminaciones de cable se representan así:

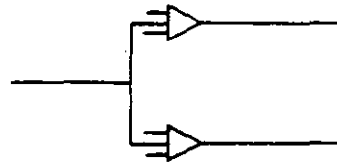
Un solo conductor:



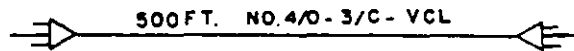
Tres conductores:



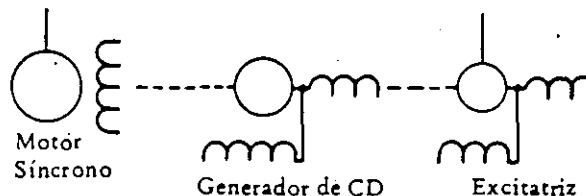
Los circuitos con cables múltiples se representan así:



La longitud y descripción del cable se pone a veces adyacente a la línea que lo representa:



Las conexiones mecánicas entre máquinas rotatorias se representan con líneas punteadas:



LÍNEAS INDICADORAS DE OPERACION

Para mostrar la actuación de relevadores de protección, y de los relevadores intermedios o auxiliares, se suelen usar "líneas indicadoras de operación" punteadas, que conectan los símbolos de los dispositivos que se intenta relacionar. Se ponen puntas de flecha junto al símbolo del dispositivo actuado. El uso de estas líneas se ilustra en la figura 3. Por ejemplo, considere los relevadores asociados con uno de los bancos de 1,500 KVA. Hay tres relevadores de protección: 51, 51N y 87T. Los relevadores 51 y 51N actúan para disparar el interruptor de potencia de alto voltaje, directamente, mientras que el 87T opera al relevador de sello 86T el cual, a su vez, dispara tanto el interruptor de alta como el de baja tensión.

Las líneas de operación sirven, por lo tanto, simplemente para indicar la acción de relevadores, sin tener que recurrir a una delineación completa y detallada de los circuitos eléctricos que se usan para realizar dicha acción.

CONVENCIONES.

Uno de los principales objetivos del diagrama unifilar, es el registrar un máximo de información significativa en un mínimo de espacio. Por esto mismo, se evita escrupulosamente la duplicación de información. Para ello, se omiten las descripciones en palabras de los dispositivos o cantidades ya definidas mediante símbolos. Por ejemplo, los transformadores de corriente no se describen con su abreviatura TC, ni su capacidad lleva las letras AMP para indicar corriente, ya que el símbolo identifica al dispositivo y las unidades de la capacidad están implícitas en la naturaleza del dispositivo.

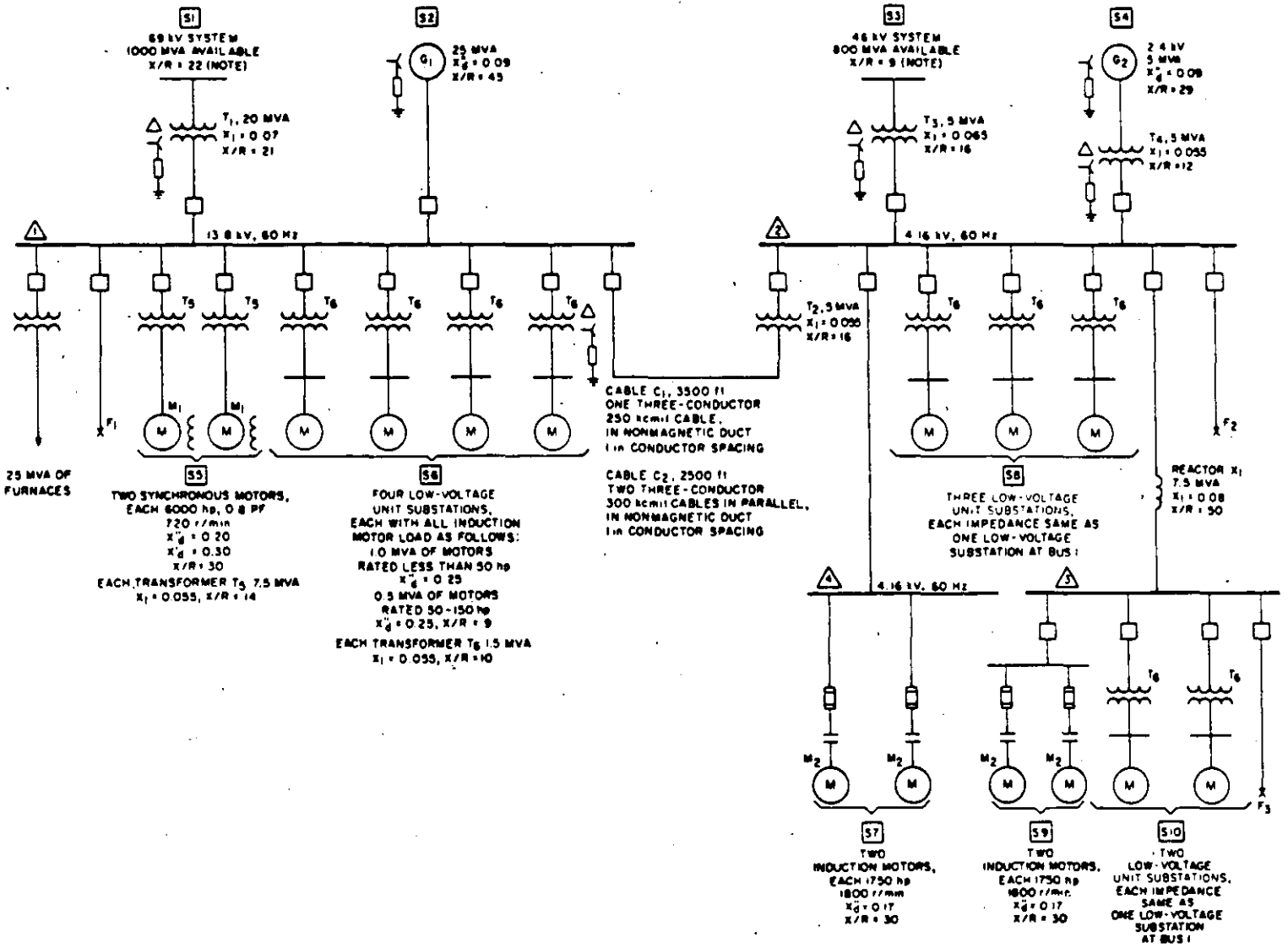


DIAGRAMA UNIFILAR

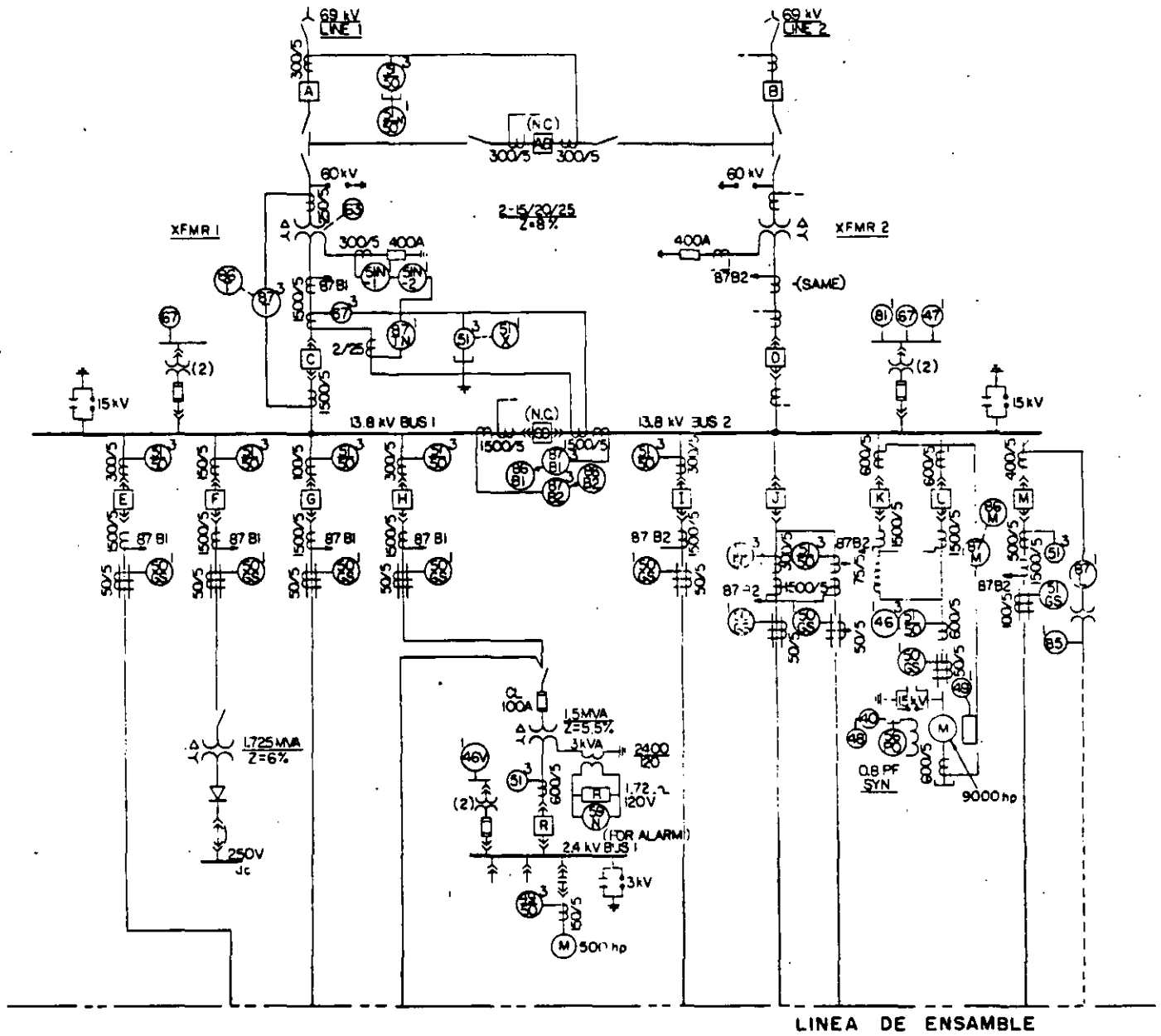


DIAGRAMA UNIFILAR

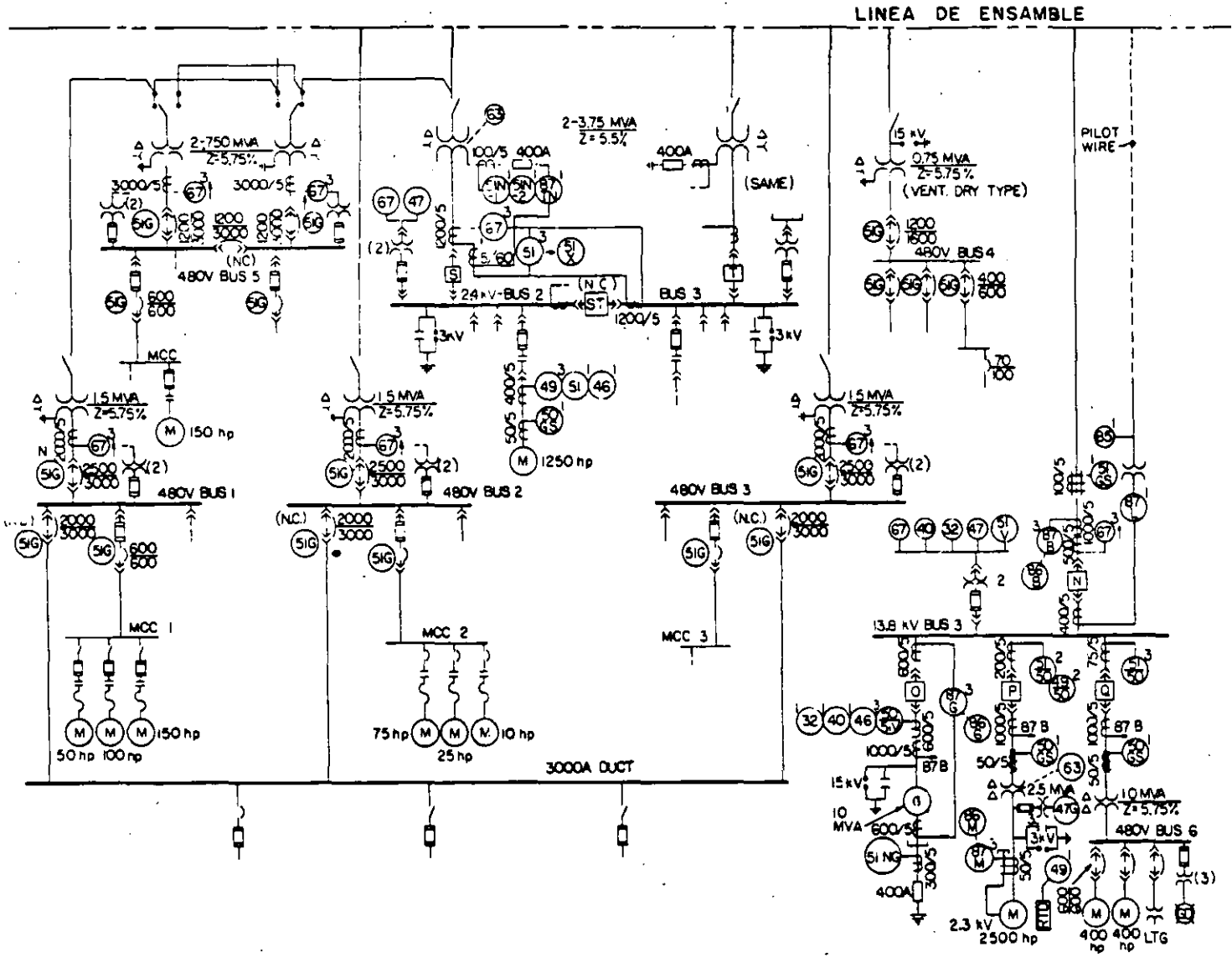


DIAGRAMA UNIFILAR



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

C U R S O S A B I E R T O S

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO 1

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

SISTEMAS EN POR UNIDAD

ING. RAMON VILA VIVALDO
SEPTIEMBRE 1992.

SISTEMAS EN POR UNIDAD

INTRODUCCION.

El valor en por unidad (p.u.) de cualquier cantidad se define como la relación de esa cantidad a un valor base y expresado en forma decimal.

Un valor base es una cantidad cualquiera seleccionada convenientemente.

Los parámetros eléctricos se expresan algunas veces como valores en por ciento y otras como valores en por unidad referidos a un valor base.

Un valor en por ciento es 100 veces su valor en por unidad.

Así por ejemplo, si seleccionamos como cantidad base o referencia de voltaje a 120 KV, los voltajes 108, 120 y 126 KV vendrán a ser en valores en por unidad, respectivamente 0.9, 1.00 y 1.05 ó 90%, 100% y 105%.

Para estudiar el comportamiento de los sistemas eléctricos se usa convenientemente una representación en por unidad del voltaje, corrientes, impedancias así como de las potencias reales, reactivas y aparentes.

Cuando se realizan cálculos eléctricos, el emplear valores en por unidad tiene una ventaja sobre los valores en por ciento, ya que el producto de dos cantidades expresadas en

$$\text{Impedancia base} = Z_B = \frac{V_B}{I_B} = \frac{V_B^2}{S_B} \quad [\Omega] \quad \dots(4)$$

Similarmente definimos una Admitancia base como:

$$\text{Admitancia base} = Y_B = \frac{S_B}{V_B^2} \quad [U] \quad \dots(5)$$

Teniendo definidas las cantidades base, podemos normalizar cualquier cantidad del sistema dividiéndola por la cantidad base de la misma dimensión. Así, la impedancia en por unidad $Z_{p.u.}$ está definida como:

$$Z_{p.u.} = \frac{Z_{\text{Ohms}}}{Z_B} \quad \dots(6)$$

La impedancia base es aquella impedancia que tendrá una caída de voltaje igual al voltaje base cuando circule por ella una corriente igual a la corriente base.

Note en la ecuación 6 que las dimensiones se cancelan y el resultado es una cantidad adimensional cuyas unidades se especifican, como vimos antes, en por unidad o p.u.

Si escribimos $Z = R + jX$ en Ohms, podemos dividir ambos lados de esta ecuación por Z_B y obtenemos:

$$Z = R + jX \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(7)$$

Donde:

$$R = \frac{R_{\text{Ohms}}}{Z_B} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(8)$$

$$\text{y} \quad X = \frac{X_{\text{Ohms}}}{Z_B} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(9)$$

De la misma manera podemos escribir $S = P + jQ$ en Voltamperes y dividiendo por la potencia base S_B obtenemos:

$$S = P + jQ \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(10)$$

Donde:

$$P = \frac{P_{\text{watts}}}{S_B} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(11)$$

$$\text{y} \quad Q = \frac{Q_{\text{vars}}}{S_B} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(12)$$

CAMBIO DE BASE

En el estudio de los sistemas, la pregunta que a veces se presenta es: Dada una impedancia en por unidad referida a una base, cual será su valor en por unidad referida a una nueva base ?

Para contestar esta pregunta sustituyamos la ecuación 4 en la ecuación 6 para obtener:

$$Z = \frac{Z_{\text{ohms}}}{\frac{V_B^2}{S_B}} = Z_{\text{ohms}} \frac{S_B}{V_B^2} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots(13)$$

Dos impedancias en por unidad referidas a sus respectivas cantidades base se pueden escribir ahora usando los subíndices "o" para el valor antiguo y "n" para el valor nuevo.

$$Z_o = Z_{\text{ohms}} \frac{S_{B_o}}{V_{B_o}^2}$$

$$Z_n = Z_{\text{ohms}} \frac{S_{B_n}}{V_{B_n}^2} \quad \dots(14)$$

Pero el valor óhmico en el sistema debe ser el mismo sin importar cual sea la base, igualando las cantidades Z_{ohms} de las ecuaciones 14, tendremos:

$$Z_n = \frac{Z_o V_{B_o}^2}{S_{B_o}} \frac{S_{B_n}}{V_{B_n}^2}$$

$$Z_n = \left[\frac{V_{B_o}}{V_{B_n}} \right]^2 \left[\frac{S_{B_n}}{S_{B_o}} \right] Z_o \quad [p.u.] \quad \dots(15)$$

La ecuación 15 es muy importante ya que nos permite cambiar de base cualquier valor de impedancia en por unidad sin tener conocimiento del valor óhmico Z_{ohms} .

Las impedancias en por unidad varían directamente con la potencia base nueva e inversamente con el cuadrado del voltaje base nuevo.

TABLAS DE VALORES BASE

En los problemas de sistemas eléctricos, generalmente se conocen los voltajes nominales de las líneas de transmisión; si estos voltajes se seleccionan como voltajes base y arbi-

trariamente se selecciona un valor base para la potencia S_B , los valores de corriente base, impedancia base y admitancia base quedarán fijos automáticamente.

Las tablas siguientes nos muestran los valores más comunes de cantidades base:

Tabla 1.2 Corriente, impedancia y admitancias base para niveles de voltaje de transmisión y potencias base.

Tabla B.1 Corrientes base en Amperes

Tabla B.2 Impedancias base en Ohms

Tabla B.3 Admitancias base en Micromhos

Table 1.2. Base Current, Base Impedance, and Base Admittance for Common Transmission Voltage Levels and for Selected MVA Levels

	Base Kilovolts	Base Megavolt-Amperes							
		5.0	10.0	20.0	25.0	50.0	100.0	200.0	250.0
Base current in amperes	34.5	83.67	167.35	334.70	418.37	836.74	1673.48	3346.96	4183.70
	69.0	41.84	83.67	167.35	209.19	418.37	836.74	1673.48	2091.85
	115.0	25.10	50.20	100.41	125.51	251.02	502.04	1004.09	1255.11
	138.0	20.92	41.84	83.67	104.59	209.18	418.37	836.74	1045.92
	161.0	17.93	35.86	71.72	89.65	179.30	358.60	717.21	896.51
	230.0	12.55	25.10	50.20	62.76	125.51	251.02	502.04	627.55
	345.0	8.37	16.74	33.47	41.84	83.67	167.35	334.70	418.37
	500.0	5.77	11.55	23.09	28.87	57.74	115.47	230.94	288.68
Base impedance in ohms	34.5	238.05	119.03	59.51	47.61	23.81	11.90	5.95	4.76
	69.0	952.20	476.10	238.05	190.44	95.22	47.61	23.81	19.04
	115.0	2645.00	1322.50	661.25	529.00	264.50	132.25	66.13	52.90
	138.0	3808.80	1904.40	952.20	761.76	380.88	190.44	95.22	76.18
	161.0	5184.20	2592.10	1296.05	1036.84	518.42	259.21	129.61	103.68
	230.0	10580.00	5290.00	2645.00	2116.00	1058.00	529.00	264.50	211.60
	345.0	23805.00	11902.50	5951.25	4761.00	2380.50	1190.25	595.13	476.10
	500.0	50000.00	25000.00	12500.00	10000.00	5000.00	2500.00	1250.00	1000.00
Base admittance in micromhos	34.5	4200.80	8401.60	16803.19	21003.99	42007.98	84015.96	168031.93	210039.91
	69.0	1050.20	2100.40	4200.80	5251.00	10502.00	21003.99	42007.98	52509.98
	115.0	378.07	756.14	1512.29	1890.36	3780.72	7561.44	15122.87	18903.59
	138.0	262.55	525.10	1050.20	1312.75	2625.50	5251.00	10502.00	13127.49
	161.0	192.89	385.79	771.58	964.47	1928.94	3857.88	7715.75	9644.69
	230.0	94.52	189.04	378.07	472.59	945.18	1890.36	3780.72	4725.90
	345.0	42.01	84.02	168.03	210.04	420.08	840.16	1680.32	2100.40
	500.0	20.00	40.00	80.00	100.00	200.00	400.00	800.00	1000.00

Table B.1. Base Current in Amperes

BASE KILOVOLTS	BASE MEGAVOLT-AMPERES			
	50.00	100.00	200.00	250.00
2.30	12551.0928	25102.1856	50204.3712	62755.4640
2.40	12028.1306	24056.2612	48112.5224	60140.6530
4.00	7216.8784	14433.7567	28867.5135	36084.3918
4.16	6939.3061	13878.6122	27757.2245	34696.5306
4.40	6560.7985	13121.5970	26243.1941	32803.9926
4.80	6014.0653	12028.1306	24056.2612	30070.3265
6.60	4373.8657	8747.7314	17495.4627	21869.3284
6.90	4183.6976	8367.3952	16734.7904	20918.4880
7.20	4009.3769	8018.7537	16037.5075	20046.8843
11.00	2624.3194	5248.6388	10497.2776	13121.5970
11.45	2521.1802	5042.3604	10084.7209	12605.9011
12.00	2405.6261	4811.2522	9622.5045	12028.1306
12.47	2314.9570	4629.9139	9259.8279	11574.7849
13.20	2186.9328	4373.8657	8747.7314	10934.6642
13.80	2091.8488	4183.6976	8367.3952	10459.2440
14.40	2004.6884	4009.3769	8018.7537	10023.4422
22.00	1312.1597	2624.3194	5248.6388	6560.7985
24.94	1157.4785	2314.9570	4629.9139	5787.3924
33.00	874.7731	1749.5463	3499.0925	4373.8657
34.50	836.7395	1673.4790	3346.9581	4183.6976
44.00	656.0799	1312.1597	2624.3194	3280.3993
55.00	524.8639	1049.7278	2099.4555	2624.3194
60.00	481.1252	962.2504	1924.5009	2405.6261
66.00	437.3866	874.7731	1749.5463	2186.9328
69.00	418.3698	836.7395	1673.4790	2091.8488
88.00	328.0399	656.0799	1312.1597	1640.1996
100.00	288.6751	577.3503	1154.7005	1443.3757
110.00	262.4319	524.8639	1049.7278	1312.1597
115.00	251.0219	502.0437	1004.0874	1255.1093
132.00	218.6933	437.3866	874.7731	1093.4664
138.00	209.1849	418.3698	836.7395	1045.9244
154.00	187.4514	374.9028	749.8055	937.2569
161.00	179.3019	358.6027	717.2053	896.5066
220.00	131.2160	262.4319	524.8639	656.0799
230.00	125.5109	251.0219	502.0437	627.5546
275.00	104.9728	209.9456	419.8911	524.8639
330.00	87.4773	174.9546	349.9093	437.3866
345.00	83.6740	167.3479	334.6958	418.3698
360.00	80.1875	160.3751	320.7501	400.9377
362.00	79.7445	159.4890	318.9780	398.7226
420.00	68.7322	137.4643	274.9287	343.6609
500.00	57.7350	115.4701	230.9401	288.6751
525.00	54.9857	109.9715	219.9430	274.9287
550.00	52.4864	104.9728	209.9456	262.4319
700.00	41.2393	82.4786	164.9572	206.1965
735.00	39.2755	78.5511	157.1021	196.3776
750.00	38.4900	76.9800	153.9601	192.4501
765.00	37.7353	75.4706	150.9412	188.6766
1000.00	28.8675	57.7350	115.4701	144.3376
1100.00	26.2432	52.4864	104.9728	131.2160
1200.00	24.0563	48.1125	96.2250	120.2813
1300.00	22.2058	44.4116	88.8231	111.0289
1400.00	20.6197	41.2393	82.4786	103.0983
1500.00	19.2450	38.4900	76.9800	96.2250

BASE	BASE	BASE	BASE	BASE
250.00	200.00	100.00	50.00	KILOVOLTS
BASE MEGAVOLT-AMPERES				
0.0212	0.0264	0.0529	0.1058	2.30
0.0230	0.0288	0.0576	0.1152	2.40
0.0440	0.0800	0.1600	0.3200	4.00
0.0692	0.0865	0.1731	0.3461	4.16
0.0774	0.0968	0.1936	0.3872	4.40
0.0922	0.1152	0.2304	0.4608	4.80
0.1742	0.2178	0.4356	0.8712	6.60
0.1904	0.2381	0.4761	0.9522	6.90
0.2074	0.2592	0.5184	1.0368	7.20
0.4840	0.6050	1.2100	2.4200	11.00
0.5244	0.6555	1.3110	2.6221	11.45
0.5760	0.7200	1.4400	2.8800	12.00
0.6220	0.7775	1.5550	3.1100	12.47
0.6970	0.8712	1.7424	3.4848	13.20
0.7618	0.9522	1.9044	3.8088	13.80
0.8254	1.0368	2.0736	4.1472	14.40
1.9360	2.4200	4.8400	9.6800	22.00
2.4880	3.1100	6.2200	12.4401	24.94
4.3560	5.4450	10.8900	21.7800	33.00
4.7610	5.9513	11.9025	23.8050	34.50
7.7440	9.6800	19.3600	38.7200	44.00
12.1000	15.1250	30.2500	60.5000	55.00
14.4000	18.0000	36.0000	72.0000	60.00
17.4250	21.7800	43.5600	87.1200	68.00
19.0440	23.8050	47.6100	95.2200	69.00
30.9760	38.7200	77.4400	154.8800	88.00
40.0000	50.0000	100.0000	200.0000	100.00
49.4000	60.5000	121.0000	242.0000	110.00
52.9000	66.1250	132.2500	264.5000	115.00
69.6960	87.1200	174.2400	348.4800	132.00
76.1760	95.2200	190.4400	380.8800	138.00
94.8840	118.5800	237.1600	474.3200	154.00
103.6840	129.6050	259.2100	518.4200	161.00
193.6000	242.0000	484.0000	968.0000	220.00
211.6000	264.5000	529.0000	1058.0000	230.00
302.5000	378.1250	756.2500	1512.5000	275.00
435.6000	544.5000	1089.0000	2178.0000	330.00
476.1000	595.1250	1190.2500	2380.5000	345.00
518.4000	648.0000	1296.0000	2592.0000	360.00
524.1760	655.2200	1310.4400	2620.8800	362.00
705.6000	882.0000	1764.0000	3528.0000	420.00
1000.0000	1250.0000	2500.0000	5000.0000	500.00
1102.5000	1378.1250	2756.2500	5512.5000	525.00
1210.0000	1512.5000	3025.0000	6050.0000	550.00
1960.0000	2450.0000	4900.0000	9800.0000	700.00
2160.9000	2701.1250	5402.2500	10804.5000	735.00
2250.0000	2812.5000	5625.0000	11250.0000	750.00
2340.9000	2926.1250	5852.2500	11704.5000	765.00
4000.0000	5000.0000	10000.0000	20000.0000	1000.00
4840.0000	6050.0000	12100.0000	24200.0000	1100.00
5760.0000	7200.0000	14400.0000	28800.0000	1200.00
6760.0000	8450.0000	16900.0000	33800.0000	1300.00
7840.0000	9800.0000	19600.0000	39200.0000	1400.00
9000.0000	11250.0000	22500.0000	45000.0000	1500.00

Table B.2. Base Impedance in Ohms

Table B.3. Base Admittance in Micromhos

BASE KILOVOLTS	BASE MEGAVOLT-AMPERES			
	50.00	100.00	200.00	250.00
2.30	9451795.8412	18903591.6824	37807183.3648	47258979.2060
2.40	8680555.5556	17361111.1111	34722222.2222	43402777.7778
4.00	3125000.0000	6250000.0000	12500000.0000	15625000.0000
4.16	2889238.1657	5778476.3314	11556952.6627	14446190.8284
4.40	2582644.6281	5165289.2562	10330578.5124	12913223.1405
4.80	2170138.8889	4340277.7778	8680555.5556	10850694.4444
6.60	1147842.0569	2295684.1139	4591368.2277	5739210.2847
6.90	1050199.5379	2100399.0758	4200798.1516	5250997.6896
7.20	964506.1728	1929012.3457	3858024.6914	4822530.8642
11.00	413223.1405	826446.2810	1652892.5620	2066115.7025
11.45	381380.9805	762761.9611	1525523.9221	1906904.9027
12.00	347222.2222	694444.4444	1388888.8889	1736111.1111
12.47	321541.5473	643083.0947	1286166.1894	1607707.7367
13.20	286960.5142	573921.0285	1147842.0569	1434802.5712
13.80	262549.8845	525099.7690	1050199.5379	1312749.4224
14.40	241126.5432	482253.0864	964506.1728	1205632.7160
22.00	103305.7851	206611.5702	413223.1405	516528.9256
24.94	80385.3868	160770.7737	321541.5473	401926.9342
33.00	45913.6823	91827.3646	183654.7291	229568.4114
34.50	42007.9815	84015.9630	168031.9261	210039.9076
44.00	25826.4463	51652.8926	103305.7851	129132.2314
55.00	16528.9256	33057.8512	66115.7025	82644.6281
60.00	13888.8889	27777.7778	55555.5556	69444.4444
66.00	11478.4206	22956.8411	45913.6823	57392.1028
69.00	10501.9954	21003.9908	42007.9815	52509.9769
88.00	6456.6116	12913.2231	25826.4463	32283.0579
100.00	5000.0000	10000.0000	20000.0000	25000.0000
110.00	4132.2314	8264.4628	16528.9256	20661.1570
115.00	3780.7183	7561.4367	15122.8733	18903.5917
132.00	2869.6051	5739.2103	11478.4206	14348.0257
138.00	2625.4988	5250.9977	10501.9954	13127.4942
154.00	2108.2813	4216.5627	8433.1253	10541.4066
161.00	1928.9379	3857.8759	7715.7517	9644.6896
220.00	1033.0579	2066.1157	4132.2314	5165.2893
230.00	945.1796	1890.3592	3780.7183	4725.8979
275.00	661.1570	1322.3140	2644.6281	3305.7851
330.00	459.1368	918.2736	1836.5473	2295.6841
345.00	420.0798	840.1596	1680.3193	2100.3991
360.00	385.8025	771.6049	1543.2099	1929.0123
362.00	381.5512	763.1025	1526.2049	1907.7562
420.00	283.4467	566.8934	1133.7868	1417.2336
500.00	200.0000	400.0000	800.0000	1000.0000
525.00	181.4059	362.8118	725.6236	907.0295
550.00	165.2893	330.5785	661.1570	826.4463
700.00	102.0408	204.0816	408.1633	510.2041
735.00	92.5540	185.1081	370.2161	462.7701
750.00	88.8889	177.7778	355.5556	444.4444
765.00	85.4372	170.8744	341.7489	427.1891
1000.00	50.0000	100.0000	200.0000	250.0000
1100.00	41.3223	82.6446	165.2893	206.6116
1200.00	34.7222	69.4444	138.8889	173.6111
1300.00	29.5858	59.1716	118.3432	147.9290
1400.00	25.5102	51.0204	102.0408	127.5310
1500.00	22.2222	44.4444	88.8889	111.1111

SISTEMAS TRIFASICOS

La ecuación encontrada para la impedancia en por unidad (Ecuación 13) o su recíproca para la admitancia en por unidad es correcta únicamente para sistemas monofásicos. En los sistemas trifásicos, sin embargo, se prefiere trabajar con potencias trifásicas y voltajes línea-línea.

Reescribiendo la ecuación 13 usando el subíndice "LN" para designar "línea a neutro" y "1 ϕ " para la designación "por fase", tendremos:

$$Z = \frac{S_{B_{1\phi}}}{V_{B_{LN}}^2} Z_{ohms} \quad [p.u.] \quad \dots(16)$$

$$y \quad Y = \frac{V_{B_{LN}}^2}{S_{B_{1\phi}}} Y_{mhos} \quad [p.u.] \quad \dots(17)$$

Pero si usamos el subíndice "LL" para indicar "línea-línea" y 3 ϕ para indicar "trifásico", podemos escribir para un sistema balanceado:

$$V_{B_{LN}} = \frac{V_{B_{LL}}}{\sqrt{3}} \quad [V] \quad \dots(18)$$

$$y \quad S_{B_{1\phi}} = \frac{S_{B_{3\phi}}}{3} \quad [VA] \quad \dots(19)$$

Haciendo las sustituciones apropiadas podemos encontrar:

$$Z = \frac{S_{B_{3\phi}}}{V_{B_{LL}}^2} Z_{ohms} \quad [p.u.] \quad \dots(20)$$

$$y \quad Y = \frac{V_{B_{LL}}^2}{S_{B_{3\phi}}} Y_{mhos} \quad [p.u.] \quad \dots(21)$$

Una manera más conveniente de representar a las ecuaciones 20 y 21 es escribiendo los voltajes en KV y la potencia en MVA:

$$Z = \frac{MVA_{B_{3\phi}}}{(KV_{B_{LL}})^2} Z_{ohms} \quad [p.u.] \quad \dots(22)$$

La fórmula para la admitancia puede expresarse de dos maneras dependiendo de si la admitancia está dada en micro-mhos o como la admitancia recíproca en megohms.

De la ecuación 21 tenemos:

$$Y = \frac{(KV_{B_{LL}})^2 (Y_{\mu\text{mhos}})}{(MVA_{B_{3\phi}}) (10^6)} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots(23)$$

$$Y = \frac{(KV_{B_{LL}})^2 (10^{-6})}{(MVA_{B_{3\phi}}) (Z \text{ megohm})} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots(24)$$

Las ecuaciones 23 y 24 se emplean en cálculos de líneas de transmisión donde la susceptancia en paralelo algunas veces está dada en micromhos por milla y otras en megohms-milla.

Los subíndices LL y 3 ϕ pueden omitirse ya que por lo general se trabaja con sistemas trifásicos.

Para las líneas de transmisión es posible simplificar las ecuaciones 22 a 24. En este caso las cantidades conocidas son:

1. La resistencia R en Ohms/milla a una temperatura dada
2. La reactancia inductiva X_L en Ohms/milla a 60 Hz
3. La reactancia capacitiva X_C en Megohms-milla a 60 Hz.

Estas cantidades se determinan del tamaño de los conductores (calibre) y del espaciamiento entre éstos.

Podemos hacer la siguiente suposición:

$$MVA_{B_{3\phi}} = 100 \text{ MVA}$$

$$\text{Long. de la línea} = 1 \text{ milla} \quad \dots(25)$$

los valores que calcularemos de esta manera serán por milla los que fácilmente se multiplicarán por la longitud total de la línea.

Para otra base de potencia diferente de 100 MVA, la fórmula 15 para el cambio de base se puede usar para corregir el valor calculado por el método aquí expuesto.

Para una milla de línea tenemos:

$$Z = \frac{(Z \text{ ohms/milla}) (MVA_{B_{3\phi}})}{(KV_{B_{LL}})^2} = (Z \text{ ohms/milla}) K_z \quad \dots(26)$$

Donde:

$$K_z = \frac{MVA_{B_{3\phi}}}{(KV_{B_{LL}})^2} = \frac{100}{(KV_{B_{LL}})^2} \quad \dots(27)$$

Similarmente calculamos:

$$B = \frac{(KV_{B_{LL}})^2 (10^{-6})}{(MVA_{B_{3\phi}})(X_c \text{ M}\Omega\text{-milla})} = \frac{K_B}{X_c} \text{ p.u.} \quad \dots(28)$$

Donde:

$$K_B = \frac{(KV_{B_{LL}})^2 (10^{-6})}{100} = 10^{-8} (KV_{B_{LL}})^2 \quad \dots(29)$$

Los valores de K_z y K_B se encuentran en la tabla 1.3 para valores de voltaje más comunes.

Table 1.3. Values of K_Z and K_B for Selected Voltages

Base kV	K_Z	K_B
2.30	18.903592	0.0529×10^{-6}
2.40	17.361111	0.0576
4.00	6.250000	0.1600
4.16	5.778476	0.1731
4.40	5.165289	0.1936
4.80	4.340278	0.2304
6.60	2.295684	0.4356
6.90	2.100399	0.4761
7.20	1.929012	0.5184
11.00	0.826446	1.2100
11.45	0.762762	1.3110
12.00	0.694444	1.4400
12.47	0.643083	1.5550
13.20	0.573921	1.7424
13.80	0.525100	1.9044
14.40	0.482253	2.0736
22.00	0.206612	4.8400
24.94	0.160771	6.2200
33.00	0.091827	10.8900
34.50	0.084016	11.9025
44.00	0.051653	19.3600
55.00	0.033058	30.2500
60.00	0.027778	36.0000
66.00	0.022957	43.5600
69.00	0.021004	47.6100
88.00	0.012913	77.4400
100.00	0.010000	100.0000
110.00	0.008264	121.0000
115.00	0.007561	132.2500
132.00	0.005739	174.2400
138.00	0.005251	190.4400
154.00	0.004217	237.1600
161.00	0.003858	259.2100
220.00	0.002066	484.0000
230.00	0.001890	529.0000
275.00	0.001322	756.2500
330.00	0.000918	1089.0000
345.00	0.000840	1190.2500
360.00	0.000772	1296.0000
362.00	0.000763	1310.4400
420.00	0.000567	1764.0000
500.00	0.000400	2500.0000
525.00	0.000363	2756.2500
550.00	0.000331	3025.0000
700.00	0.000204	4900.0000
735.00	0.000185	5402.2500
750.00	0.000178	5625.0000
765.00	0.000171	5852.2500
1000.00	0.000100	10000.0000
1100.00	0.000083	12100.0000
1200.00	0.000069	14400.0000
1300.00	0.000059	16900.0000
1400.00	0.000051	19600.0000
1500.00	0.000044	$22500.0000 \times 10^{-6}$

CONVERSION DE VALORES EN POR UNIDAD A VALORES REALES

Una vez que los cálculos en por unidad de algún sistema se han terminado y se requiere convertir algunas o todas estas cantidades a valores reales, el procedimiento se realiza en forma inversa:

$$(I_{p.u.}) (I_B) = I \quad [\text{Amperes}]$$

$$(V_{p.u.}) (V_B) = V \quad [\text{Volts}]$$

$$(P_{p.u.}) (S_B) = P \quad [\text{Watts}]$$

$$(Q_{p.u.}) (S_B) = Q \quad [\text{Vars}]$$

En forma general no es necesario convertir una impedancia en por unidad a una impedancia en Ohms, pero el procedimiento es exactamente el mismo:

$$(Z_{p.u.}) (Z_B) = Z \quad [\text{Ohms}]$$

Se muestran a continuación 3 ejemplos resueltos con la aplicación de los sistemas en por unidad:

Example 1.1

Power system loads are usually specified in terms of the absorbed power and reactive power. In circuit analysis it is sometimes convenient to represent such a load as a constant impedance. Two such representations, parallel and series, are possible as shown in Figure 1.2. Determine the per unit R and X values for both the parallel and series connections.

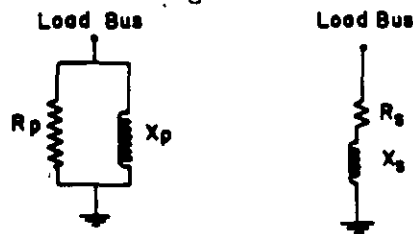


Fig. 1.2. Constant impedance load representation: left, parallel representation; right, series representation.

Solution

Let

P = load power in W

Q = load reactive power in var

R_p or R_s = load resistance in Ω

X_p or X_s = load reactance in Ω

V = load voltage in V

Parallel Connection. From the parallel connection we observe that the power absorbed depends only upon the applied voltage, i.e.,

$$P = V^2/R_p \quad (1.31)$$

From equation (1.13) we have

$$R_u = \frac{R_p (S_B)}{(V_B)^2} \text{ pu} \quad (1.32)$$

where the value subscripted u is a pu value. Substituting R_p from (1.31), we compute

$$R_u = (V/V_B)^2 (S_B/P) = V_u^2/P_u \text{ pu} \quad (1.33)$$

and we note that (1.33) is the same as (1.31) except that all values are pu. Similarly, we find the expression for pu X to be

$$X_u = (V/V_B)^2 (S_B/Q) = V_u^2/Q_u \text{ pu} \quad (1.34)$$

Series Connection. If R and X are connected in series as in Figure 1.2 b, the problem is more difficult since the current in X now affects the absorbed power P . In terms of system quantities, $I = V/(R_s + jX_s)$. Thus

$$P + jQ = VI^* = \frac{VV^*}{R_s - jX_s} = \frac{V^2}{R_s - jX_s} \quad (1.35)$$

Multiplying (1.35) by its conjugate, we have

$$P^2 + Q^2 = \frac{|V|^4}{R_s^2 + X_s^2} \quad (1.36)$$

Also, from (1.35)

$$P + jQ = \frac{|V|^2 (R_s + jX_s)}{R_s^2 + X_s^2} \quad (1.37)$$

Substituting (1.36) into (1.37), we compute

$$P + jQ = \frac{(R_s + jX_s) (P^2 + Q^2)}{|V|^2}$$

Rearranging,

$$R_s + jX_s = \frac{|V|^2}{P^2 + Q^2} (P + jQ) \Omega \quad (1.38)$$

Equation (1.38) is the desired result, but it is not in pu. Substituting into (1.13), we have

$$R_u + jX_u = \frac{(R_s + jX_s) S_B}{V_B^2}$$

Then we compute from (1.38)

$$R_u = \frac{V_u^2 S_B (P \text{ watt})}{P^2 + Q^2} \text{ pu} \quad (1.39)$$

$$X_u = \frac{V_u^2 S_B (Q \text{ var})}{P^2 + Q^2} \text{ pu} \quad (1.40)$$

Example 1.2

Given the two-machine system of Figure 1.3, we select, quite arbitrarily, a base voltage of 161 kV for the transmission line and a base voltampere of

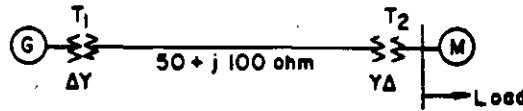


Fig. 1.3. A two-machine system.

20 MVA. Find the pu impedances of all components referred to these bases. The apparatus has ratings as follows:

Generator: 15 MVA, 13.8 kV, $x = 0.15$ pu

Motor: 10 MVA, 13.2 kV, $x = 0.15$ pu

T1: 25 MVA, 13.2-161 kV, $x = 0.10$ pu

T2: 15 MVA, 13.8-161 kV, $x = 0.10$ pu

Load: 4 MVA at 0.8 pf lag

Solution

Using equation (1.15), we proceed directly with a change in base for the apparatus.

$$\text{Generator: } x = (0.15) \left(\frac{20}{15}\right) \left(\frac{13.8}{13.2}\right)^2 = 0.2185 \text{ pu}$$

$$\text{Motor: } x = (0.15) \left(\frac{20}{10}\right) \left(\frac{13.2}{13.8}\right)^2 = 0.2745 \text{ pu}$$

$$\text{T1: } x = (0.10) \left(\frac{20}{25}\right) \left(\frac{161}{161}\right)^2 = 0.08 \text{ pu}$$

$$\text{T2: } x = (0.10) \left(\frac{20}{15}\right) \left(\frac{161}{161}\right)^2 = 0.1333 \text{ pu} \quad (1.41)$$

For the transmission line we must convert from ohmic values to pu values. We do this either by dividing by the base impedance or by application of equation (1.22). Using the latter method,

$$\bar{Z} = \frac{(50 + j100 \text{ ohm})(20)}{(161)^2} = 0.0386 + j0.0771 \text{ pu} \quad (1.42)$$

For the load a parallel R - X representation may be computed from equations (1.32) and (1.34)

$$\begin{aligned} S &= P + jQ = |S|(\cos \theta + j \sin \theta) \\ &= 4(0.8 + j0.6) \\ &= 3.2 + j2.4 \text{ MVA} \end{aligned}$$

Then

$$R_u = \frac{V_u^2 S_B}{P} = \frac{V_u^2 (20)}{3.2} = 6.25 V_u^2 \text{ pu} \quad (1.43)$$

Similarly, $X_u = 8.33 V_u^2 \text{ pu}$.

Example 1.3

Suppose in Example 1.2 that the motor is a synchronous machine drawing 10 MVA at 0.9 *pf lead* and the terminal voltage is 1.1 pu. What is the voltage at the generator terminals?

Solution

First we compute the total load current. For the motor, with its voltage taken as the reference, i.e., $V = 1.1 + j0$, we have

$$I_M = \frac{P - jQ}{V^*} = \frac{9 - j(-10 \sin 25.9^\circ)}{20(1.1)} = 0.409 + j0.1985 \text{ pu}$$

For the static load

$$I_L = \frac{3.2 - j2.4}{20(1.1)} = 0.1455 - j0.109 \text{ pu}$$

Then the total current is $I_M + I_L$ or

$$I = 0.5545 + j0.0895 \text{ pu} \quad (1.44)$$

From Example 1.2 we easily find the total pu impedance between the buses to be the total of T1, T2, and Z (line); $Z = 0 + j0.213$ pu. Note that the transmission line impedance is negligible because the base is small and the line voltage high for the small power in this problem. Thus the generator bus voltage is

$$\begin{aligned} V_g &= 1.1 + j0 + (0 + j0.213)(0.5545 + j0.0895) \\ &= 1.1 - 0.0191 + j0.118 = 1.08 + j0.118 \text{ pu} \\ &= 1.087 \angle 6.24^\circ \text{ pu on 13.2 kV base} \\ &= 14.32 \text{ kV} \end{aligned}$$

Problems

1.1. Convert all values to pu on a 10 MVA base with 100 kV base voltage on the line.



Fig. P1.1.

Generator: 15 MVA, 13.8 kV, $X = 0.15$ pu
 Motor: 10 MVA, 12 kV, $X = 0.07$ pu
 T1: 20 MVA, 14-132 kV, $X = 0.10$ pu
 T2: 15 MVA, 13-115 kV, $X = 0.10$ pu
 Line: $200 + j500 \Omega$

1.2. Prepare a per phase schematic of the system shown and give all impedances in pu on a 100 MVA, 154 kV transmission base.

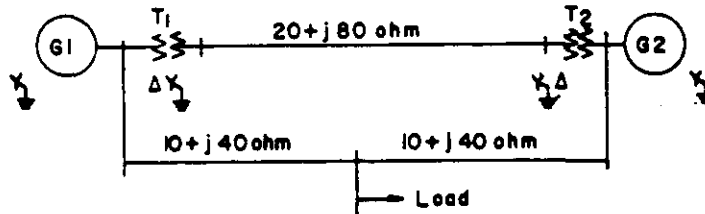


Fig. P1.2.

G1: 50 MVA, 13.8 kV, $X = 15\%$
 G2: 20 MVA, 14.4 kV, $X = 15\%$
 T1: 60 MVA, 13.2-161 kV, $X = 10\%$
 T2: 25 MVA, 13.2-161 kV, $X = 10\%$
 Load: 15 MVA, 80% pf lag

1.3. Draw a per phase impedance diagram for the system shown. Assume that the load impedance is entirely reactive and equal to $j1.0$ pu. Find the Thevenin equivalent, looking

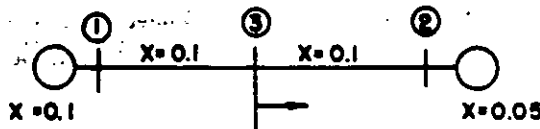


Fig. P1.3.

into this system from an external connection at bus 3 if

- (a) Generated voltages V_1 and V_2 are equal.
- (b) Generated voltages V_1 and V_2 are not equal.

1.4. The following table of values has been prepared for the various line sections in a small electric system. Find the total pu impedance and shunt susceptance of each line on a 10 MVA base, using the line nominal voltage as a voltage base.

Nominal Voltage (kV)	Line Length (mi)	Wire Size	R (Ω /mi)	X (Ω /mi)	X_C (M Ω -mi)
13.8	5.0	4/0 cu	0.278	0.690	0.160
13.8	2.0	4 cu	1.374	0.816	0.193
13.8	3.9	4/0 A	0.445	0.711	0.157
13.8	6.2	336.4 A	0.278	0.730	0.172
13.8	7.3	556.5 A	0.088	0.330	0.142
69.0	10.0	4/0 A	0.445	0.711	0.157
69.0	25.0	336.4 A	0.278	0.730	0.172

BIBLIOGRAFIA

1. Analysis of Faulted Power Systems
Paul M. Anderson
Iowa State University Press. 1978
2. Elements of Power Systems Analysis
William D. Stevenson, Jr.
Mc Graw Hill Book Co. 1985
3. Electric Power Transmission Systems
J. Robert Eaton & Edwin Cohen
Prentice-Hall, Inc. 1983
4. Power System Analysis
Charles A. Gross
John Wiley & Sons. 1979
5. Industrial Power Systems Handbook
Donald Beeman, Editor
Mc Graw Hill Book Co.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO: 1

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

**METODOS DE SOLUCION
ANALISIS DE CORTO CIRCUITO
CALCULO DE LAS CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO
TRIFASICO POR EL METODO DE VALORES EN POR
UNIDAD**

ING. RAMON VILA VIVALDO

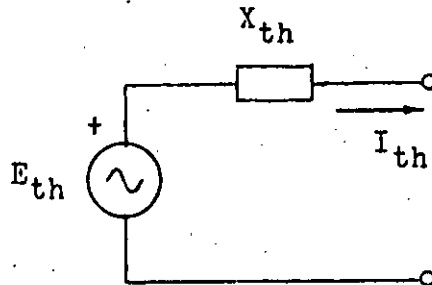
SEP-OCT. 92

ANALISIS DE CORTO CIRCUITO

CALCULO DE LAS CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO TRIFASICO POR EL METODO DE VALORES EN POR UNIDAD

El primer paso para calcular la potencia y corriente de corto circuito simétrico, es establecer una base de potencia en KVA o MVA y una base de voltaje en KV y convertir todas las impedancias del sistema a valores en por unidad en dichas bases.

Después de convertir todas las impedancias a una base común, el sistema puede reducirse a una sola impedancia en el punto de falla por combinaciones sucesivas serie o paralelo o por transformaciones delta-estrella. Lo anterior no es mas que la aplicación del teorema de Thevenin al sistema.



La corriente de corto circuito se puede entonces calcular por la siguiente relación:

$$I_{p.u.} = \frac{1}{X_{p.u.}}$$

La corriente en Amperes se determina multiplicando la corriente en por unidad por la corriente base:

$$I = I_{p.u.} \times I_{base}$$

Donde:

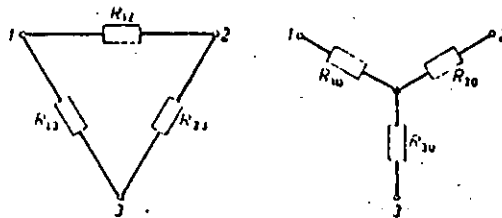
$$I_{\text{base}} = \frac{\text{KVA}_{\text{base}}}{\sqrt{3} \text{KV}_{\text{base}}}$$

La potencia de corto circuito será:

$$P_{\text{cc}} = \frac{1}{X_{\text{p.u.}}} P_{\text{base}}$$

FORMULAS PARA LA TRANSFORMACION DE CONEXIONES:

Estrella (Y) a delta (Δ) y viceversa*



$R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{20} + R_{10} \cdot R_{30} + R_{20} \cdot R_{30}}{R_{20}}$	$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{22} + R_{12} + R_{13}}$
$R_{13} = \frac{R_{10} \cdot R_{20} + R_{10} \cdot R_{30} + R_{20} \cdot R_{30}}{R_{30}}$	$R_{20} = \frac{R_{22} \cdot R_{12}}{R_{22} + R_{12} + R_{13}}$
$R_{20} = \frac{R_{10} \cdot R_{20} + R_{10} \cdot R_{30} + R_{20} \cdot R_{30}}{R_{10}}$	$R_{30} = \frac{R_{22} \cdot R_{12}}{R_{22} + R_{12} + R_{13}}$

* Puede sustituirse la resistencia R por la impedancia Z

CALCULO DE LAS CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO TRIFASICO POR EL METODO DE LOS MVA's

Donde no sea necesario considerar la resistencia de los elementos que integran el sistema, un segundo método de cálculo, más sencillo, puede emplearse para calcular la potencia de corto circuito simétrica en MVA's.

Para este método, únicamente hay que recordar las siguientes relaciones:

1. La impedancia del equipo deberá convertirse directamente a MVA de corto circuito por la ecuación 1 si la reactancia del equipo está en % o por la ecuación 2 si la reactancia está en por unidad:

$$MVA_{cc} = \frac{MVA_{equipo} \times 100}{X\% \text{ del equipo}} \quad \dots\dots 1$$

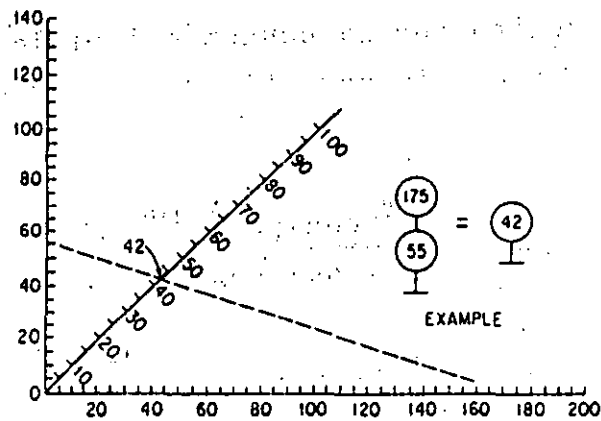
$$MVA_{cc} = \frac{MVA_{equipo}}{X_{pu} \text{ del equipo}} \quad \dots\dots 2$$

2. La impedancia de líneas y alimentadores (cables) deberá convertirse directamente a MVA de corto circuito por la ecuación 3 si la reactancia de la línea está en Ohms.

$$MVA_{cc} = \frac{KV^2}{X_{ohms}} \quad \dots\dots 3$$

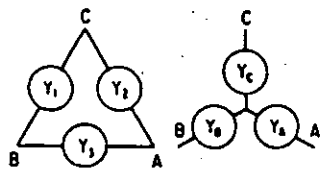
Donde KV=Kilovolts línea-línea del cable.

3. Dibuje dentro de rectángulos o círculos todos los MVA de corto circuito de equipos y alimentadores siguiendo el mismo arreglo que éstos tienen en el diagrama unifilar.
4. Sucesivamente combine los MVA de corto circuito del sistema hasta encontrar un valor equivalente en el punto de falla:
 - a) Valores en paralelo se suman directamente.
 - b) Valores en serie se combinan como si fueran impedancias en paralelo



Nomograph for combining short-circuit kVA in series.

- c) Las conversiones delta-estrella se harán de acuerdo con la siguiente figura:



$$Y_c = \frac{Y_1 Y_2 + Y_2 Y_3 + Y_3 Y_1}{Y_1} \cdot \frac{\Delta}{Y_1} \quad Y_a = \frac{\Delta}{Y_2} \quad Y_c = \frac{\Delta}{Y_3}$$

$$Y = \text{SC. KVA} \propto \frac{1}{Z}$$

$$Y_1 = \frac{Y_b Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c} = \frac{Y_b Y_c}{K} \quad Y_2 = \frac{Y_a Y_c}{K} \quad Y_3 = \frac{Y_a Y_b}{K}$$

Wye-delta conversion of short-circuit kVA.

5. Con el valor encontrado en el punto anterior, calculamos la corriente de corto circuito trifásica, en Amperes, para el punto de falla.

$$I_{cc} = \frac{MVA_{cc} \times 1000}{\sqrt{3} \times KV}$$

CALCULO DE LAS CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO TRIFASICO POR EL METODO Z_{bus}

Procedimiento:

1. Calcular las admitancias de secuencia positiva de las ramas del circuito de impedancias, en por unidad.

$$Y_{ij} = \frac{1}{Z_{ij}}$$

Z_{ij} = Impedancia entre los nodos i y j

2. Se forma la matriz de admitancias Y_{bus} de secuencia positiva por inspección de la red.

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ & & \vdots & \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

n = No. de buses

3. Se calcula la matriz de impedancias de secuencia positiva Z_{bus}

$$Z_{bus} = [Y_{bus}]^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ & & \vdots & \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix}$$

4. Se calculan las corrientes de corto circuito en cada bus:

Para el bus k:

$$I_k = \frac{V_k}{Z_{kk}} \quad k = 1, 2, 3, \dots, n$$

V_k = Voltaje en por unidad en el bus

5. Se calculan los voltajes nodales en todos los buses del sistema cuando ocurre la falla en el bus k.

Para el bus "n" cuando ocurre la falla en el bus "k":

$$V_n = V_{p_n} - \frac{Z_{nk}}{Z_{kk}} = V_{p_n} - Z_{nk} I_k$$

V_{p_n} = Voltaje de prefalla en el bus "n"

6. Se calculan las corrientes en las ramas al ocurrir la falla:

$$I_{ij} = \frac{V_i - V_j}{Z_{ij}} = Y_{ij} (V_i - V_j)$$

V_i = Voltaje en el bus "i" cuando ocurre la falla en el bus "k"

V_j = Voltaje en el bus "j" cuando ocurre la falla en el bus "k"

Z_{ij} = Impedancia primitiva de la línea entre los buses "i" y "j"

Y_{ij} = Admitancia de la línea entre los buses "i" y "j"

Si se calculan las corrientes sólo en función de las impedancias:

$$I_{ij} = \frac{Z_{ik} - Z_{jk}}{Z_{ij} Z_{kk}}$$

pedancias en por unidad correspondientes a cada rama.

- 2.- Calcular la matriz de admitancias de bus $[Y_{BUS}]$
- 3.- Calcular la matriz de impedancias de bus:

$$[\bar{Z}_{BUS}] = [Y_{BUS}]^{-1}$$

- 4.- Calcular las corrientes de cortocircuito trifásico en el punto de falla en por unidad y en amperes.
- 5.- Calcular los voltajes de las barras 1, 2 y 3 durante la falla en por unidad y en volts.
- 6.- Calcular las corrientes que circulan por las líneas de transmisión y por los generadores debidas a la falla, en por unidad y en amperes.
- 7.- Calcular las aportaciones de los generadores G_A y G_B a las corrientes de cortocircuito.

Solución del ejemplo :

- 1.- Circuito equivalente de secuencia positiva.

En la Fig. 2 se muestra el circuito equivalente de secuencia positiva correspondiente al sistema de la Fig. 1 afectado por una falla trifásica en las barras 3. En dicho circuito equivalente se han despreciado las resistencias y las reactancias capacitivas de los diferentes elementos del sistema, indicando el valor de las reactancias inductivas en por unidad, referidas a una base de potencia trifásica de 50 MVA y a las siguientes bases de voltaje entre líneas:

Para la línea de transmisión se adoptó una base de voltaje entre líneas de 110KV. Con las relaciones de transformación --

indicadas, resultan las siguientes bases de voltaje entre líneas del lado de baja de los transformadores:

$$\text{Del lado del generador } G_A: 110 \times \frac{13.2}{115} = 12.63 \text{ KV.}$$

$$\text{Del lado del generador } G_B: 110 \times \frac{6.6}{110} = 6.6 \text{ KV.}$$

Las impedancias inductivas de secuencia positiva, negativa y cero de las líneas, en por unidad, referidas a las bases mencionadas, tienen los siguientes valores:

$$\text{Base de impedancia en las líneas: } \frac{110^2}{50} = 242 \text{ ohms.}$$

$$\text{Línea } L_{12}: \bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \frac{16 + j60}{242} = 0.066 + j0.249$$

$$z_0 = \frac{37 + j193.8}{242} = 0.153 + j0.801$$

$$\text{Línea } L_{13}: z_1 = z_2 = \frac{10.7 + j40}{242} = 0.044 + j0.166$$

$$z_0 = \frac{24.7 + j125.8}{242} = 0.102 + j0.520$$

$$\text{Línea } L_{23}: z_1 = z_2 = \frac{5.3 + j20}{242} = 0.022 + j0.083$$

$$z_0 = \frac{12.3 + j68}{242} = 0.051 + j0.281$$

Las reactancias del generador G_A , referidas a la base de voltaje de 12.63 KV, tienen los siguientes valores:

$$X_1 = j0.3 \left(\frac{13.8}{12.63} \right)^2 = j0.358$$

$$X_2 = j0.4 \left(\frac{13.8}{12.63} \right)^2 = j0.478$$

$$X_0 = j0.15 \left(\frac{13.8}{12.63} \right)^2 = j0.179$$

Las reactancias del transformador T_A , referidas a las bases de voltaje 12.63/110KV, tienen el siguiente valor:

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_0 = j0.10 \left(\frac{115}{110} \right)^2 = j0.109$$

Las reactancias en por unidad del generador G_B y el transformador T_B están referidas a las bases seleccionadas, por lo que no requieren referirse a nuevas bases.

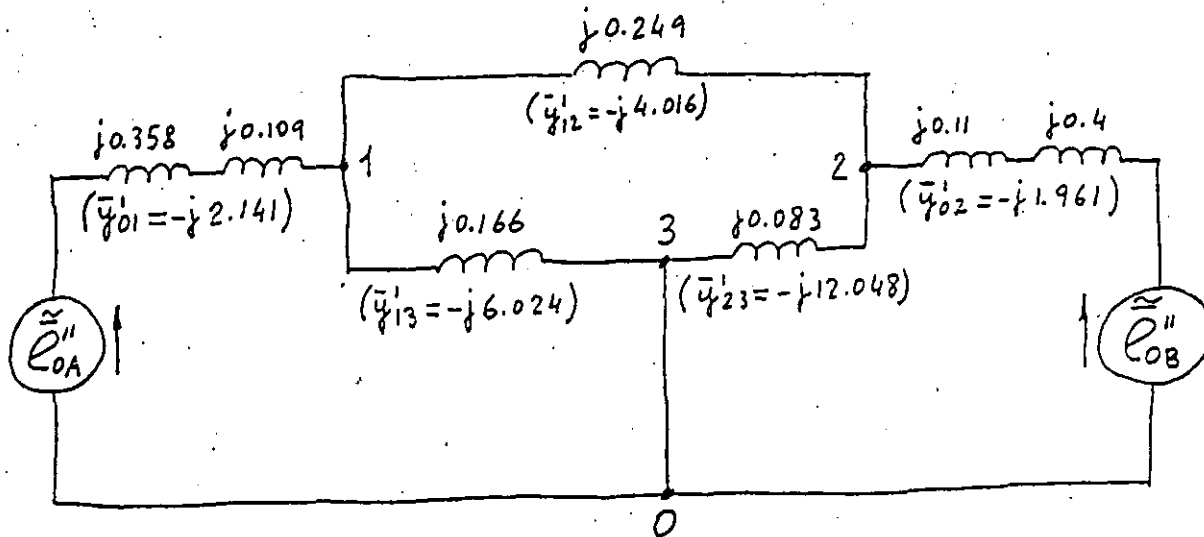


Fig. 2 .- Circuito equivalente de secuencia positiva del sistema del ejemplo 5.6, en el que se indican las reactancias de secuencia positiva de las ramas y entre paréntesis las admitancias de secuencia positiva-correspondientes.

A continuación se calculan las admitancias de secuencia positiva de las ramas del circuito equivalente de la Fig.

$$\bar{y}_{01}^{-1} = \frac{1}{j0.358 + j0.109} = -j2.141$$

$$\bar{y}_{02}^{-1} = \frac{1}{j0.11 + j0.4} = -j1.961$$

$$\bar{y}_{12}^{-1} = \frac{1}{j0.249} = -j4.016$$

$$Y_{13}^1 = \frac{1}{j0.166} = -j6.024$$

$$Y_{23}^1 = \frac{1}{j0.083} = -j12.048$$

Estas admitancias se indican entre paréntesis en la Fig. 2, en las ramas correspondientes.

2.- Cálculo de la matriz de admitancias de bus de secuencia positiva.

$$Y_{11}^1 = -j(2.141 + 4.016 + 6.024) = -j12.181$$

$$Y_{22}^1 = -j(1.961 + 4.016 + 12.048) = -j18.025$$

$$Y_{33}^1 = -j(6.024 + 12.048) = -j18.072$$

$$Y_{12}^1 = Y_{21}^1 = -(-j4.016) = j4.016$$

$$Y_{13}^1 = Y_{31}^1 = -(-j6.024) = j6.024$$

$$Y_{23}^1 = Y_{32}^1 = -(-j12.048) = j12.048$$

$$[Y_{BUS}^1] = j \begin{bmatrix} -12.181 & 4.016 & 6.024 \\ 4.016 & -18.025 & 12.048 \\ 6.024 & 12.048 & -18.072 \end{bmatrix}$$

3.- Cálculo de la matriz de impedancias de bus de secuencia positiva.

$$[Z_{BUS}^1] = [Y_{BUS}^1]^{-1}$$

Cálculo de los menores del determinante

$$M_{11} = \begin{vmatrix} -18.025 & 12.048 \\ 12.048 & -18.072 \end{vmatrix} = 325.7 - 145.2 = 180.5$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 4.016 & 12.048 \\ 6.024 & -18.072 \end{vmatrix} = -72.6 - 72.6 = -145.2$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} 4.016 & -18.025 \\ 6.024 & 12.048 \end{vmatrix} = 48.4 + 108.6 = 157.0$$

$$M_{21} = \begin{vmatrix} 4.016 & 6.024 \\ 12.048 & -18.072 \end{vmatrix} = -72.6 - 72.6 = -145.2$$

$$M_{22} = \begin{vmatrix} -12.181 & 6.024 \\ 6.024 & -18.072 \end{vmatrix} = 220.1 - 36.3 = 183.8$$

$$M_{23} = \begin{vmatrix} -12.181 & 4.016 \\ 6.024 & 12.048 \end{vmatrix} = -146.8 - 24.2 = -171.0$$

$$M_{31} = \begin{vmatrix} 4.016 & 6.024 \\ -18.025 & 12.048 \end{vmatrix} = 48.4 + 108.6 = 157.0$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} -12.181 & 6.024 \\ 4.016 & 12.048 \end{vmatrix} = -146.8 - 24.2 = -171.0$$

$$M_{33} = \begin{vmatrix} -12.181 & 4.016 \\ 4.016 & -18.025 \end{vmatrix} = 219.6 - 16.1 = 203.5$$

Matriz de los cofactores (como es simétrica es igual a su transpuesta):

$$\begin{bmatrix} 180.5 & +145.2 & 157.0 \\ +145.2 & 183.8 & +171.0 \\ 157.0 & 171.0 & 203.5 \end{bmatrix}$$

Valor del determinante de la matriz $[Y_{BUS}^1]$

$$\begin{aligned} D &= a_{11} M_{11} - a_{21} M_{21} + a_{31} M_{31} \\ &= -12.181 \times 180.5 - 4.016 (-145.2) + 6.024 \times 157.0 \\ &= -2198.7 + 583.1 + 945.8 = -669.8 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} z_{BUS}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{BUS}^1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{j} \begin{bmatrix} -0.269 & -0.217 & -0.234 \\ -0.217 & -0.274 & -0.255 \\ -0.234 & -0.255 & -0.304 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_{BUS}^1 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0.269 & 0.217 & 0.234 \\ 0.217 & 0.274 & 0.255 \\ 0.234 & 0.255 & 0.304 \end{bmatrix}$$

4.- Corriente de cortocircuito trifásico en el punto de falla:

$$\tilde{I}_{F3} = \frac{1}{z_{33}} = \frac{1}{j0.304} = -j3.289$$

La base de corriente correspondiente es:

$$I_B^L = \frac{50000}{110\sqrt{3}} = 262.4A$$

$$\tilde{I}_{F_3} = -j3.289 \times 262.4 = -j863.0A$$

5.- Voltajes en las barras 1, 2 y 3 durante la falla.

$$\tilde{V}_{F_1} = \tilde{V}_{10} - \bar{Z}_{13} \tilde{I}_{F_3} = 1 - j0.234 (-j3.289) = 0.230$$

$$\tilde{V}_{F_1} = \tilde{V}_{10} - \frac{\bar{Z}_{13}}{\bar{Z}_{33}} = 1 - \frac{j0.234}{j0.304} = 0.230$$

$$\tilde{V}_{F_2} = \tilde{V}_{20} - \frac{\bar{Z}_{23}}{\bar{Z}_{33}} = 1 - \frac{j0.255}{j0.304} = 0.161$$

$$\tilde{V}_{F_3} = 0$$

$$V_{B_\ell} = 110KV \quad V_{B_n} = \frac{110}{\sqrt{3}} = 63.508KV$$

$$\tilde{V}_{F_1_\ell} = 0.230 \times 110 = 25.3KV \quad \tilde{V}_{F_1_n} = 0.230 \times 63.508 = 14.607$$

$$\tilde{V}_{F_2_\ell} = 0.161 \times 110 = 17.71KV \quad \tilde{V}_{F_2_n} = 0.161 \times 63.508 = 10.225KV$$

6.- Corrientes, en por unidad, que circulan por cada fase de las líneas de transmisión y de los generadores debidas a la falla trifásica en la barra 3.

$$\tilde{I}_{12} = \bar{Y}_{12}(\tilde{V}_{F_1} - \tilde{V}_{F_2}) = -j4.016(0.230 - 0.161) = -j0.277$$

$$\tilde{I}_{13} = \bar{Y}_{13}(\tilde{V}_{F_1} - \tilde{V}_{F_3}) = -j6.024(0.230 - 0) = -j1.386$$

$$\tilde{I}_{23} = Y_{23} (\tilde{V}_{F_2} - \tilde{V}_{F_3}) = -j12.048 (0.161 - 0) = -j1.940$$

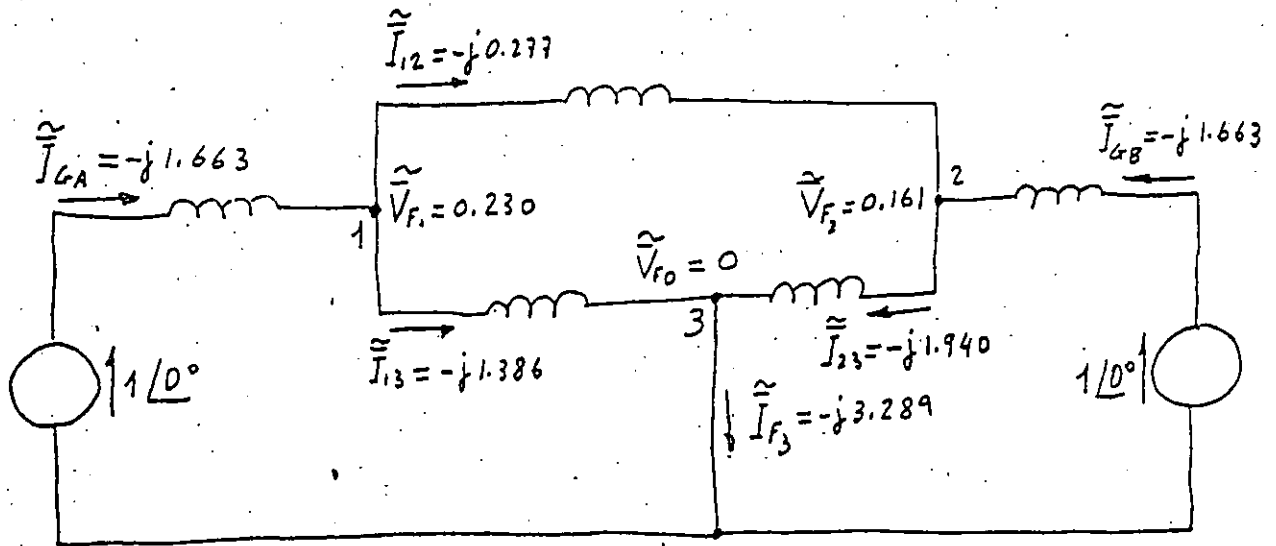


Fig. 3 .- Corrientes por unidad que circulan por las ramas de la red.

$$\tilde{I}_{G_A} = (-j0.277) + (-j1.386) = -j1.663$$

$$\tilde{I}_{G_B} = (-j1.940) - (-j0.277) = -j1.663$$

Comprobación:

$$\tilde{I}_{F_3} = \tilde{I}_{G_A} + \tilde{I}_{G_B} \quad \text{con un error del 1.1 \%}$$

7.- Corrientes, en amperes, que circulan por cada fase de las líneas de transmisión durante la falla.

$$I_B^L = \frac{50000}{110 \sqrt{3}} = 262.4 \text{ A}$$

Línea 1-2:

$$\tilde{I}_{12}^A = 262.4 \times 0.277 \angle -90^\circ = 72.7 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{12}^B = 262.4 \times 0.277 \angle 150^\circ = 72.7 \angle 150^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{12}^C = 261.4 \times 0.277 \angle 30^\circ = 72.7 \angle 30^\circ \text{ A}$$

Línea 1-3:

$$\tilde{I}_{13}^A = 262.4 \times 1.386 \angle -90^\circ = 363.7 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{13}^B = 262.4 \times 1.386 \angle 150^\circ = 363.7 \angle 150^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{13}^C = 262.4 \times 1.386 \angle 30^\circ = 363.7 \angle 30^\circ \text{ A}$$

Línea 2-3:

$$\tilde{I}_{23}^A = 262.4 \times 1.940 \angle -90^\circ = 509.1 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{23}^B = 262.4 \times 1.940 \angle 150^\circ = 509.1 \angle 150^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{23}^C = 262.4 \times 1.940 \angle 30^\circ = 509.1 \angle 30^\circ \text{ A}$$

8.- Corrientes, en amperes, que circulan por cada fase del generador G_A durante la falla.

$$\tilde{I}_{B^A}^{G_A} = \frac{50000}{12.63\sqrt{3}} = 2285.6 \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{G_A}^A = 2285.6 \times 1.663 \angle -90^\circ - 30^\circ = 3801.0 \angle -120^\circ$$

$$\tilde{I}_{G_A}^B = 2285.6 \times 1.663 \angle 150^\circ - 30^\circ = 3801.0 \angle 120^\circ$$

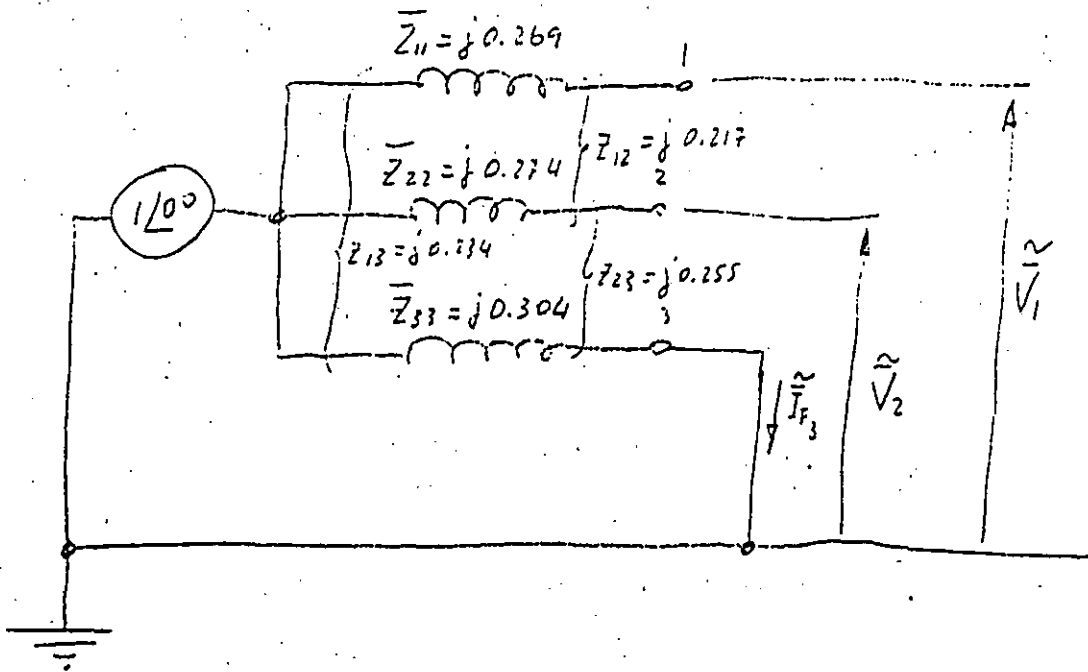
$$\tilde{I}_{G_A}^C = 2285.6 \times 1.663 \angle 30^\circ - 30^\circ = 3801.0 \angle 0^\circ$$

9.- Corrientes, en amperes, que circulan por cada fase del generador G_B durante la falla.

$$\tilde{I}_{B^B}^{G_B} = \frac{50000}{6.6\sqrt{3}} = 4373.9 \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{G_B}^A = 4373.9 \times 1.663 \angle -90^\circ - 30^\circ = 7273.8 \angle -120^\circ$$

$$\tilde{I}_{G_B}^B = 4373.9 \times 1.663 \angle 150^\circ - 30^\circ = 7273.8 \angle 120^\circ$$



$$\tilde{I}_{F3} = \frac{1}{\bar{Z}_{33}}$$

$$\tilde{V}_1 = \bar{Z}_{13} \tilde{I}_{F3} = \frac{\bar{Z}_{13}}{\bar{Z}_{33}}$$

$$\tilde{V}_2 = \bar{Z}_{23} \tilde{I}_{F3} = \frac{\bar{Z}_{23}}{\bar{Z}_{33}}$$

BIBLIOGRAFIA

1. Electrical Power Systems Engineering
Alvin H. Knable
McGraw-Hill Book Company

2. Computer Methods in Power System Analysis
Stagg and El-Abiad
McGraw-Hill Book Company



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

C U R S O S A B I E R T O S

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO: 1

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

METODOS DE SOLUCION

ANALISIS POR EL METODO DE NODOS

EXPOSITOR:

ING. RAMON VILA VIVALDO

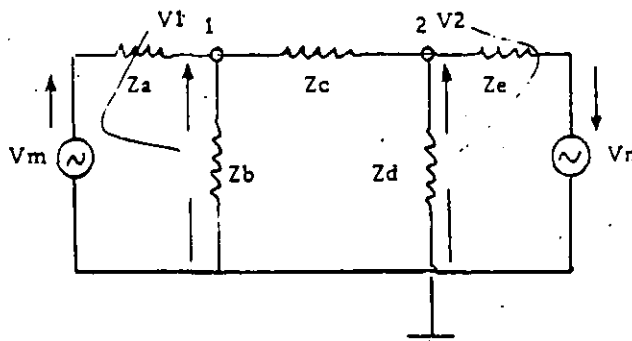
SEP-OCT. 92

ANALISIS POR EL METODO DE NODOS.

Antecedentes.

El análisis por nodos consiste en la aplicación de la ley de Kirchhoff para corrientes; la suma de corrientes en un nodo es cero.

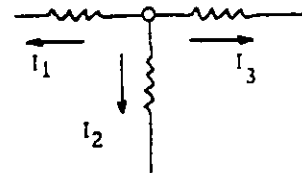
Un nodo es un punto de la malla donde se conectan dos o más elementos, y los voltajes en cada nodo se miden con respecto a uno llamado de referencia. Con objeto de establecer tácitas las convenciones, analicemos la red elemental dibujada enseguida: Por ejemplo, V_{12} es el voltaje entre los nodos 1 y 2. $V_{12} = V_1 - V_2$. V_1, V_2 se miden con respecto a la referencia en ese orden.



para el nodo 1, si consideramos que las tres corrientes salen del nodo la suma será cero. O sea:

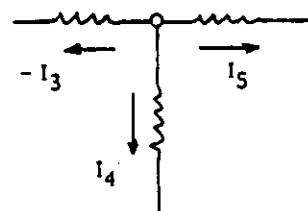
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\frac{V_1 - V_m}{Z_a} + \frac{V_1}{Z_b} + \frac{V_1 - V_2}{Z_c} = 0$$



de manera similar para el nodo 2

$$\frac{V_2 - V_1}{Z_c} + \frac{V_2}{Z_d} + \frac{V_2 + V_n}{Z_e} = 0$$



Ordenando términos en 1 y 2 obtenemos:

$$\left(\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c}\right)V_1 - \frac{1}{Z_c}V_2 = \frac{1}{Z_a}V_m$$

$$-\frac{1}{Z_c}V_1 + \left(\frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_d} + \frac{1}{Z_e}\right)V_2 = -\frac{1}{Z_e}V_n$$

Dado que $1/Z = Y$ podemos escribir:

$$(Y_a + Y_b + Y_c)V_1 - Y_cV_2 = Y_aV_m$$

$$-Y_cV_1 + (Y_c + Y_d + Y_e)V_2 = -Y_eV_n$$

Las conclusiones interesantes serán las siguientes:

- 1.- El número de ecuaciones es igual a número de nodos menos 1.
- 2.- El término $(1/Z_a)V_m$ es positivo y corresponde a una inyección de corriente en el nodo.

El término $(1/Z_e)V_n$ es negativo y corresponde a una extracción de corriente del nodo.

- 3.- La solución se puede generalizar y condensar de la siguiente manera:

$$Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 = I_1$$

$$-Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 = I_2$$

Y_{11} es la admitancia propia del nodo 1 y es la suma de todas las admitancias que inciden en ese nodo.

Y_{12} es la admitancia "mutua" entre 1 y 2 y es la suma de las admitancias que conectan directamente 1 y 2.

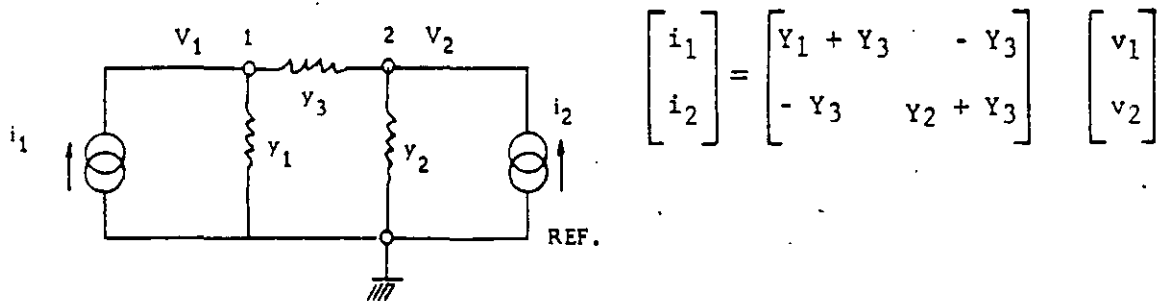
Y_{22} es la admitancia propia del nodo 2 y es la suma de las admitancias que inciden en ese nodo.

Y_{21} es la admitancia mutua entre 2 y 1 y es la suma de las admitancias que conectan directamente los nodos 2 y 1

- 4.- Todas las admitancias propias tienen signo positivo. Todas las admitancias mutuas tienen signo negativo.

- 5.- La matriz es simétrica.

Buscando ya una orientación hacia la solución del problema que nos interesa, podemos asociar a la red de la Fig. las siguientes ecuaciones:

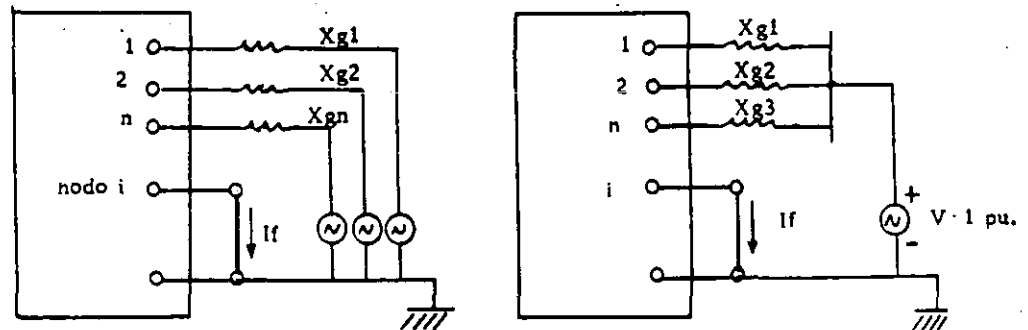


Generalizando: $[I] = [Y \text{ bus}] [V]$

multiplicando por $[Y \text{ bus}]^{-1}$ ambos términos de la ecuación

$$[V] = [Y \text{ bus}]^{-1} [I] = [Z_{\text{bus}}] [I]$$

El problema se plantea para falla en el nodo i de la siguiente manera:



entonces las ecuaciones asociadas serán:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_i \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1i} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2i} & \dots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{i1} & Z_{i2} & \dots & Z_{ii} & \dots & Z_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{ni} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -I_f \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

los voltajes son medidos con respecto al bus auxiliar, son todos desconocidos excepto v_i que de acuerdo con la Fig. vale -1 p.u. Las corrientes todas valen cero, excepto la del nodo i que es $-I_f$; el signo menos debido a que es una corriente que se extrae del nodo.

Resolviendo para el nodo i

$$v_1 = Z_{1i}(-I_f)$$

$$v_2 = Z_{2i}(-I_f)$$

$$v_i = Z_{ii}(-I_f)$$

$$v_n = Z_{ni}(-I_f)$$

como en $v_i = Z_{ii}(-I_f) \quad v_i = -1$

entonces

$$-I_f = \frac{-1}{Z_{ii}} =$$

$$I_f = \frac{1}{Z_{ii}}$$

Lo que indica que Z_{ii} es forzosamente la impedancia de Thevenin medida en el nodo i.

$$v_1 = - \frac{Z_{1i}}{Z_{ii}}$$

$$v_2 = - \frac{Z_{2i}}{Z_{ii}}$$

$$v_n = - \frac{Z_{ni}}{Z_{ii}}$$

Para calcular sistemáticamente los voltajes:

Para $j = 1, n \quad (j \neq i) \quad v_j = 1 + v_j$

o sea: $v_j = 1 - \frac{Z_{ji}}{Z_{ii}}$

ya que el bus de referencia (bus auxiliar) está a potencial 1 pu. -- con respecto a tierra.

Para el cálculo sistemático de la corriente en algún elemento o en todos de la red para falla en el bus i:

$$I_{M-N} = \frac{V_M - V_N}{Z_{M-N}} = - \frac{Z_{M1}}{Z_{ii}} + \frac{Z_{N1}}{Z_{ii}}$$

$$I_{M-N} = \frac{-Z_{M1} + Z_{N1}}{Z_{ii} Z_{MN}}$$

Z_{ii} , Z_{Mi} , Z_{Ni} elementos de la matriz Z bus.

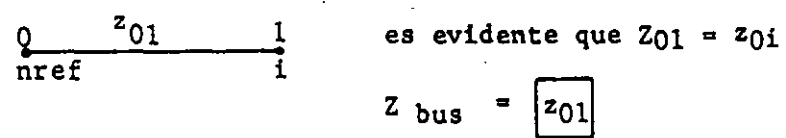
Z_{M-N} impedancia propia del elemento que conecta los buses M - N

Si observamos cualquiera de las relaciones que se usarían para el cálculo de voltajes o corrientes, notaremos que en todos intervienen únicamente impedancias propias o elementos de la matriz Z bus. Lo anterior quiere decir que la matriz Z bus contiene toda la información que se necesita para el cálculo de Cortos-circuitos.

Resumiendo el procedimiento empleado: Se formó Y bus por inspección, a partir de Y bus mediante una inversión se obtuvo Z bus, usando los elementos de Z bus y el artificio para poner el nodo de referencia a potencial 1 pu., se obtuvieron las corrientes y voltajes en la red. Cuando la malla es compleja (compleja en cuanto a tamaño y en cuanto a impedancias con parte real e imaginaria) es desde todos puntos de vista ventajoso usar el algoritmo que se fundamenta y describe enseguida para formar Z bus.

Quando el elemento es radial existen tres posibilidades:

- 1) Si se inicia el procedimiento o ensamble de la red a partir del nodo de referencia



tal relación se usará una sola vez e implica que necesariamente el bus 1 está conectado a tierra (shunt)

- 2) Si j y k como subíndices definen los nodos de conexión y m es el renglón del elemento calculado, entonces la relación

$$Z_{mk} = Z_{mj} \quad j = k - 1$$

Se usará para calcular los elementos no diagonales de Z bus. Lo anterior se explica si consideramos que a una red existente le agregamos el elemento 3 - 4

$Z_{mk} = Z_{mj}$

$Z_{kk} = Z_{jk} + z_{jk}$

/	/	Z_{13}	Z_{14}
/	/	Z_{23}	Z_{24}
/	/	Z_{33}	Z_{34}
			Z_{44}

elementos conocidos
↑
↙
elementos calculados

$Z_{mk} = Z_{mj}$
 $Z_{14} = Z_{13}$
 $Z_{24} = Z_{23}$
 $Z_{34} = Z_{33}$

$$\text{Dado que } \begin{bmatrix} \bar{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z} \text{ bus} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I} \text{ bus} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

Para $I_1 = 1 \text{ pu.}$ $I_2 = I_3 = I_4 = 0$ y:

$$E_4 = Z_{41} \times I_1$$

$$E_3 = Z_{31} \times I_1$$

como $E_4 = E_3 = Z_{41} = Z_{31}$ ó $Z_{13} = Z_{14}$

3) Para los elementos diagonales, si inyectamos $I_4 = 1 \text{ pu.}$ en 4 entonces

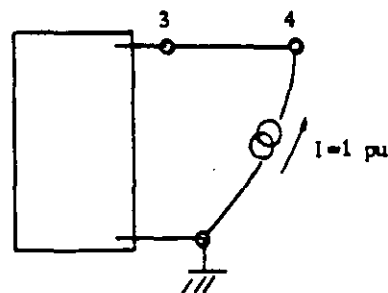
$I_1 = I_2 = I_3 = 0$ e $I_4 = 1 \text{ pu.}$ y:

$$E_1 = Z_{14} I_4$$

$$E_2 = Z_{24} I_4$$

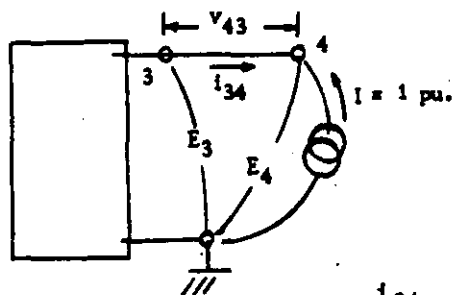
$$E_3 = Z_{34} I_4$$

$$E_4 = Z_{44} I_4$$



como $I_4 = 1 \text{ pu.}$ $Z_{44} = E_4$

y E_4 vale:



$$i_{34} = -1 = v_{34} y_{34}$$

entonces $v_{34} = -\frac{1}{y_{34}}$; $E_3 - E_4 = -\frac{1}{y_{34}}$

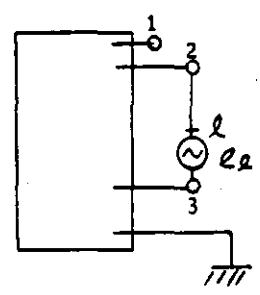
Si: $E_3 - E_4 = -\frac{1}{y_{34}}$; $E_4 = E_3 + \frac{1}{y_{34}}$

como $E_3 = Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3 + Z_{34}I_4$
 $E_3 = Z_{34}$

entonces y:

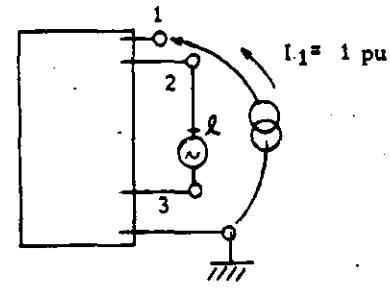
como $Z_{34} = Z_{33}$ $E_4 = Z_{34} + z_{34}$
 $E_4 = Z_{33} + z_{34}$

Cuando un elemento conecta dos nodos ya existentes, se hace necesario el uso de un nodo ficticio o postizo "l" que más adelante se elimina. El procedimiento es el siguiente: supongamos que el elemento -- por conectar une los nodos 2 y 3; a este elemento le agregamos -- cercana al nodo 3 una fuente peculiar de tensión e_l que hará que la corriente en el elemento agregado sea cero.



Como $E_{Bus} = Z_{Bus} I_{Bus}$

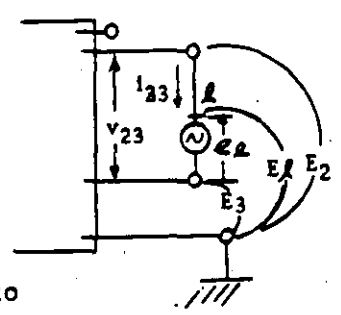
$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ e_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{1l} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{2l} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{3l} \\ Z_{l1} & Z_{l2} & Z_{l3} & Z_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_l \end{bmatrix}$$



Si inyectamos en el nodo 1 $I_1 = 1$ pu

$$\begin{aligned} E_1 &= Z_{11} I_1 \\ E_2 &= Z_{21} I_1 \\ E_3 &= Z_{31} I_1 \\ e_l &= Z_{l1} I_1 \end{aligned}$$

Como $I_l = 1$ pu entonces $Z_{l1} = e_l$



Por lo tanto

Generalizando

Si suponemos que el elemento - 2-l es radial, consideración - que puede hacerse dado que --- $i_{2l} = 0$, entonces:

$$i_{2l} = Y_{2l} v_{2l} \text{ como } i_{2l} = 0$$

$$v_{2l} = 0$$

$$e_l = E_2 - E_3$$

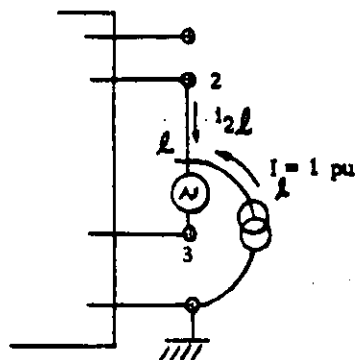
$$Z_{l1} = Z_{21} - Z_{31}$$

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$$

Para obtener el elemento Z_{ll} , inyectamos $I_l = 1$ pu. en el nodo l

Evidentemente $I_1 = I_2 = I_3 = 0$ $I_l = 1$

Obtenemos por lo tanto:



$$E_1 = Z_{1l} I_l$$

$$E_2 = Z_{2l} I_l$$

$$E_3 = Z_{3l} I_l$$

$$e_l = Z_{ll} I_l$$

como $I_l = 1$ pu. $e_l = Z_{ll}$

Si $i_{2l} = -I_l = -1 = y_{2l} v_{2l}$ $v_{2l} = -\frac{1}{y_{2l}}$

Dado que la fuente de tensión se conecta vecina al nodo 3 la totalidad de la admitancia 2 - 3 queda entre los nodos 2, l por lo que

$$v_{2l} = \frac{1}{y_{23}} = z_{23}$$

Como $e_l = E_2 - E_3 - v_{2l} = Z_{2l} - Z_{3l} + z_{23} = Z_{ll}$

Generalizando $Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq}$

Si p es nodo de referencia $Z_{pl} = 0$ y:

$$Z_{ll} = -Z_{ql} + z_{pq}$$

El procedimiento termina cuando se elimina el nodo l poniendo en corto-circuito la fuente peculiar e_l . Es evidente que:

$$\bar{E}_{bus} = \bar{Z}_{bus} \bar{I}_{bus} + \bar{Z}_{1l} I_l$$

y que: $e_l = \bar{Z}_{lj} \bar{I}_{bus} + Z_{ll} I_l = 0$

$$I_l = -\frac{\bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}} \bar{I}_{bus}$$

$$\bar{E}_{bus} = \left(\bar{Z}_{bus} - \frac{\bar{Z}_{1l} \bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}} \right) \bar{I}_{bus}$$

La matriz Z_{bus} requerida será:

$$Z(\text{bus nueva}) = Z(\text{bus vieja}) - \frac{\bar{Z}_{1l} \bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}}$$

y hablando de elementos

$$Z_{ij(n)} = Z_{ij(v)} - \frac{\bar{Z}_{1l} \bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}}$$

OBTENCION DE LA MATRIZ "Z bus" AGREGANDO ELEMENTO "pq"

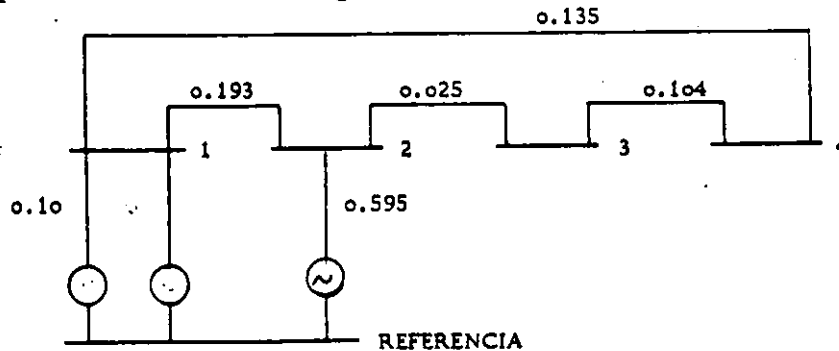
La tabla que se anota enseguida condensa las fórmulas o recetas que se necesitan para formar Z bus; puede extenderse por supuesto, para tomar en cuenta acoplamiento mutuos; se pretende sin embargo, mostrar su uso en la forma más sencilla posible. "p" deberá ser siempre el nodo de salida, "q" siempre el de llegada. Cada vez que se agrega una rama, la matriz aumenta de rango; cada vez que se agrega una cuerda se usa un nodo postizo "l" que se elimina enseguida, sin aumentar el rango de la matriz.

	"p" No es Nodo de Referencia	"p" Si es Nodo de Referencia
RAMA (Agrega - - Nuevo Nodo)	$Z_{qi} = Z_{pi}$ $i \neq q$	$Z_{qi} = 0$ $i \neq q$
	$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq}$ $i = q$	$Z_{qq} = z_{pq}$ $i = q$
CUERDA (No Agrega Nuevo Nodo)	$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$ $i \neq l$	$Z_{li} = - Z_{qi}$ $i \neq l$
	$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq}$ $i = l$	$Z_{ll} = - Z_{ql} + z_{pq}$ $i = l$

Modificación de Elementos para Eliminar Nodo "l"

$$Z'_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll}}$$

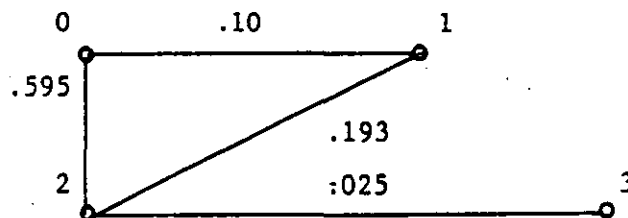
La red por resolver es la siguiente:



$$\begin{array}{l} i = 1 \\ j = 1 \end{array} \quad Z_{11} = .10 - \frac{(.10)(.10)}{.888} = .10 - .0113 = .0887$$

$$\begin{array}{l} i = 1 \\ j = 2 \end{array} \quad Z_{12} = 0 - \frac{(.10)(-.595)}{.888} = .0673$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 2 \end{array} \quad Z_{22} = .595 - \frac{(-.595)(-.595)}{.888} = .595 - .398 = .197$$

$$Z_{\text{bus}} = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline .0887 & .0673 \\ \hline .0673 & .197 \\ \hline \end{array} \end{array}$$


Agrega nuevo bus

$$p = 2$$

$$q = 3$$

$$i = 0, 1, 2, 3$$

"p" No es nodo de referencia

$$Z_{qi} = Z_{pi}$$

$$Z_{30} = 0$$

$$Z_{31} = Z_{21} = .0673$$

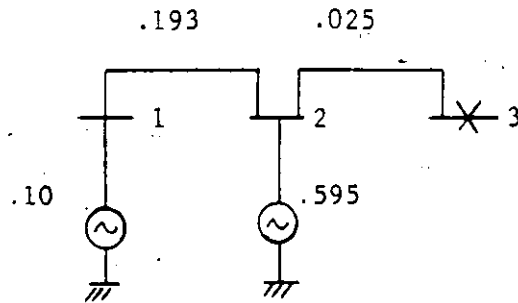
$$Z_{32} = Z_{22} = .197$$

$$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq} = Z_{23} + z_{23}$$

$$Z_{33} = .197 + .025 = .222$$

$$Z_{\text{bus}} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|} \hline .0887 & .0673 & .0673 \\ \hline .0673 & .197 & .197 \\ \hline .0673 & .197 & .222 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Comprobación: Zbus contiene información de la red configurada como sigue (nodos 1, 2, 3)



	.293	.595
3.41297		1.68067
.19632		
5.09364		

Calculado a mano el corto en 3 vale:

$$\frac{1}{X_F} = \frac{1}{.22132} = 4.51828$$

la máquina de .10 aporta

$$I = 4.518 \frac{3.41297}{5.09364} = 3.02745 \text{ pu}$$

La de reactancia de .595 aporta

$$I = 4.518 \frac{1.68067}{5.09364} = 1.49083 \text{ pu}$$

A partir de Zbus:

	1	2	3
1	.0887	.0673	.0673
2	.0673	.197	.197
3	.0673	.197	.222

Obtenemos:

$$I_F = \frac{1}{Z_{33}} = \frac{1}{.222} = 4.50$$

$$\text{Como: } I_{MN} = \frac{-Z_{Mi} + Z_{Ni}}{Z_{ii} z_{MN}}$$

$$I_{01} = \frac{-Z_{03} + Z_{13}}{Z_{33} \times z_{01}} = \frac{-0 + .0673}{.222 \times .10} = 3.03 \text{ pu}$$

$$I_{02} = \frac{-Z_{03} + Z_{23}}{Z_{33} \times z_{02}} = \frac{-0 + .197}{.222 \times .595} = 1.49 \text{ pu}$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 2 \end{array} \quad z_{22} = .197 - \frac{(.1297)(.1297)}{.4151} = .197 - .0405 = .1565$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 3 \end{array} \quad z_{23} = .197 - \frac{(.1297)(.1547)}{.4151} = .197 - .0482 = .1488$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 4 \end{array} \quad z_{24} = .0673 - \frac{(.1297)(-.1564)}{.4151} = .0673 - .0488 = .1161$$

$$\begin{array}{l} i = 3 \\ j = 3 \end{array} \quad z_{33} = .222 - \frac{(.1547)(.1547)}{.4151} = .222 - .0575 = .1645$$

$$\begin{array}{l} i = 4 \\ j = 4 \end{array} \quad z_{44} = .2237 - \frac{(-.1564)(-.1564)}{.4151} = .2237 - .0590 = .1647$$

$$\begin{array}{l} i = 3 \\ j = 4 \end{array} \quad z_{34} = .0673 - \frac{(.1547)(-.1564)}{.4151} = .0673 + .0582 = .1255$$

Z bus =

	1	2	3	4
1	.0876	.074	.0753	.0807
2	.074	.1565	.1488	.1161
3	.0753	.1488	.1645	.1255
4	.0807	.1161	.1255	.1647

En esta matriz quedó comprendida la información total de la red, mediante la aplicación sistemática de la fórmula:

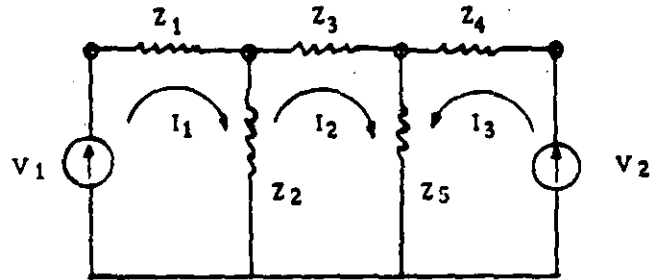
$$I_{M-N} = \frac{-Z_{M1} + Z_{N1}}{Z_{11} - Z_{MN}}$$

se podrán obtener los valores totales de falla y las contribuciones.

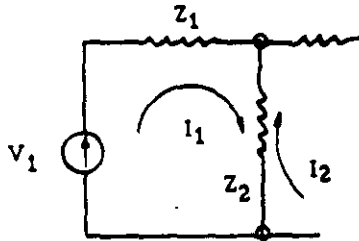
ANÁLISIS POR EL METODO DE MALLAS.

Antecedentes

El análisis por mallas consiste en la aplicación de la Ley de - - - Kirchhoff para voltajes; una vez seleccionadas las trayectorias cerradas por donde circularán las corrientes de malla, se plantean las - - ecuaciones considerando que la suma de voltajes a lo largo de la malla es cero.

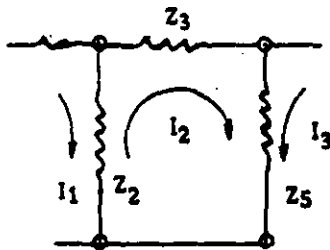


Evidentemente para la malla 1



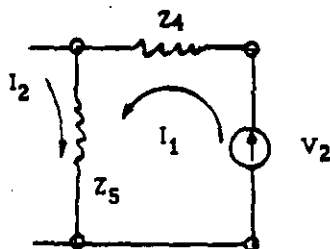
$$I_1 Z_1 + (I_1 - I_2) Z_2 = V_1$$

para la malla 2



$$I_2 Z_3 + (I_2 + I_3) Z_5 + (I_2 - I_1) Z_2 = 0$$

para la malla 3



$$I_3 Z_4 + (I_3 + I_2) Z_5 = V_2$$

Agrupando estas ecuaciones obtenemos:

$$\begin{aligned} (Z_1 + Z_2)I_1 - Z_2 I_2 &= V_1 \\ - Z_2 I_1 + (Z_2 + Z_3 + Z_5)I_2 + (Z_5)I_3 &= 0 \\ Z_5 I_2 + (Z_4 + Z_5)I_3 &= V_2 \end{aligned}$$

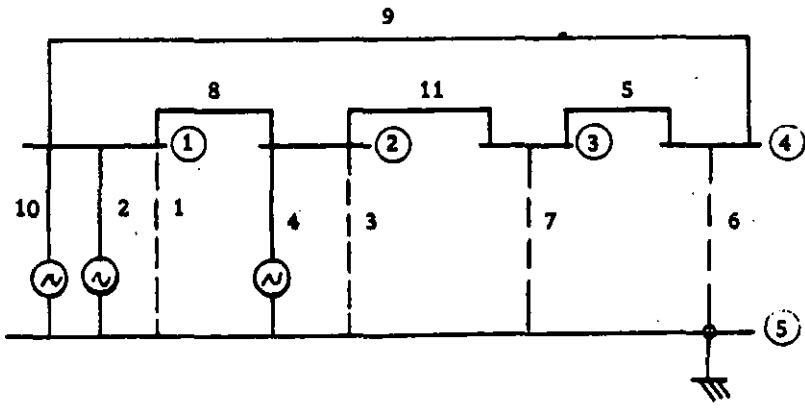
Generalizando $V = Z_{loop} I$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

De lo anterior podrá concluirse:

- a).- El número de mallas es: No. elementos - (No. nodos - 1)
- b).- La dirección de I_1, I_2 e I_3 se escoge arbitrariamente
- c).- Z_{11} es la impedancia propia de la malla 1 y es la suma de todas las impedancias por donde circula I_1
 Z_{12} es la impedancia mutua entre las mallas 1 y 2, si por un elemento común a dos mallas las corrientes circulan en el mismo sentido el signo del elemento es positivo. Si por un elemento común a dos mallas las corrientes circulan en sentido contrario el signo del elemento es negativo.
- d).- Z_{loop} contiene los coeficientes de las ecuaciones de malla.
- e).- La matriz Z_{loop} puede formarse por inspección

Ejemplo: Se desea formar por inspección la matriz Z_{loop} del sistema eléctrico simplificado de la siguiente figura al cual se le han agregado conexiones con $Z = 0$ de cada nodo a referencia.
 La numeración de nodos (5) y la de elementos (11) se ha escogido en forma arbitraria.



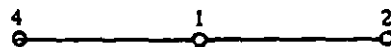
Elementos Reactancia

1 - 2	0.1925
1 - 4	0.1348
1 - 5	0.1250
1 - 5	0.0
1 - 5	0.5070
2 - 3	0.0250
2 - 5	0.0
2 - 5	0.595
3 - 4	0.1043
3 - 5	0.0
4 - 5	0.0

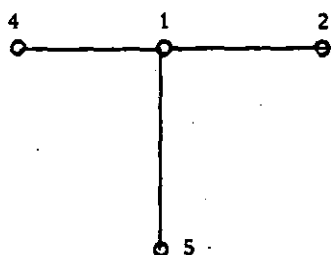
Elemento 1 - 2 no forma malla



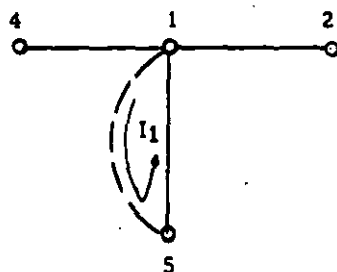
Elemento 1 - 4 no forma malla



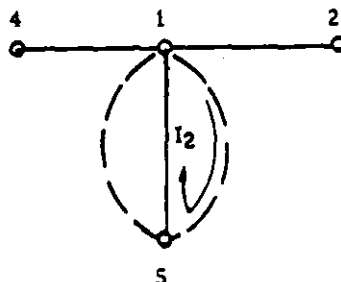
Elemento 1 - 5 no cierra malla



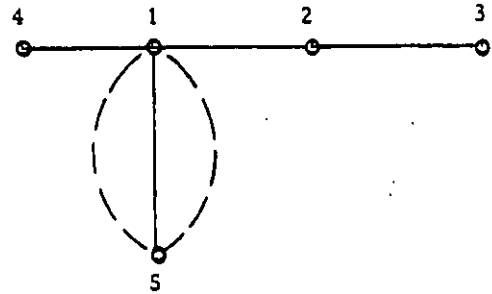
Elemento 1 - 5 forma la malla
(Se indica con línea punteada)
1,5,5,1



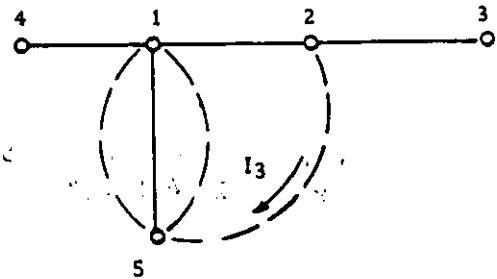
Se agrega el elemento 1 - 5
Forma la malla 1,5,5,1



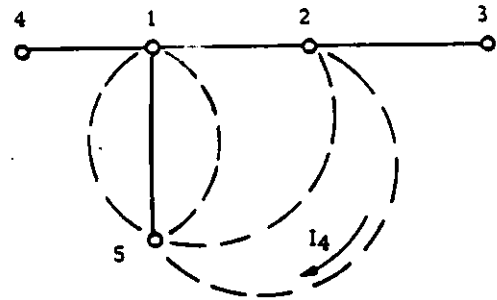
Se agrega el elemento 2 - 3
No forma malla



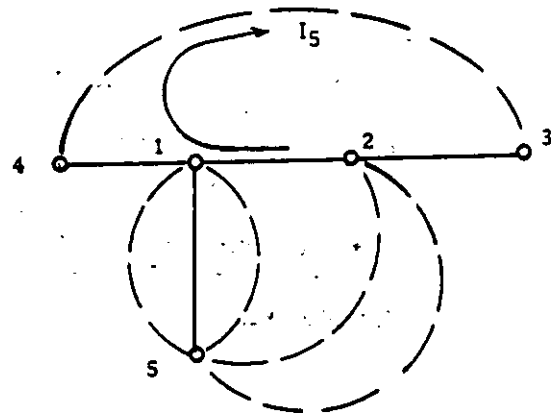
Se agrega el elemento 2 - 5
Forma la malla 2,5,1,2



Se agrega el elemento 2 - 5
Forma la malla 2,5,1,2



El elemento 3 - 4
Forma la malla 3,4,1,2,3



e I_5 dará las contribuciones en los elementos 2, 3 y 5 (links reales del sistema)

Si calculamos de Z_{1loop} la submatriz que contiene únicamente los elementos ashurados y hacemos $I_1 = 1 \text{ } ^\circ/1$ (artificio) obtenemos:

$$\begin{bmatrix} Z_{22} & Z_{24} & Z_{25} \\ Z_{42} & Z_{44} & Z_{45} \\ Z_{52} & Z_{54} & Z_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{21} \times 1 \\ Z_{41} \times 1 \\ Z_{51} \times 1 \end{bmatrix}$$

o bien simplificando:

$$\begin{bmatrix} Z_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{21} \\ Z_{41} \\ Z_{51} \end{bmatrix}$$

despejando: para falla en el nodo 1

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{LL} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{21} \\ Z_{41} \\ Z_{51} \end{bmatrix}$$

NOTA:

para falla en el nodo 2 (asociada con el link 3)

$$I_1 = I_6 = I_7 = 0 \quad I_3 = 1$$

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{LL} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{23} \\ Z_{43} \\ Z_{53} \end{bmatrix}$$

para falla en el nodo 3 (asociada con el link 7)

$$I_1 = I_3 = I_6 = 0 \quad I_7 = 1 \text{ } ^\circ/1$$

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{LL} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{27} \\ Z_{47} \\ Z_{57} \end{bmatrix}$$

para falla en el bus 4 (asociadas con el link 6)

$$I_1 = I_3 = I_7 = 0 \quad I_6 = 1 \text{ pu}$$

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = -[Z_{LL}]^{-1} \begin{bmatrix} Z_{26} \\ Z_{46} \\ Z_{56} \end{bmatrix}$$

$[Z_{LL}]^{-1}$ no cambia ya durante el proceso de cálculo o sea que la inversa de Z_{LL} sólo se calcula una vez.

Obtención del Inverso del Z LL

$$\begin{bmatrix} 0.632 & 0.1250 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.1250 & 0.9125 & 0.1925 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1925 & 0.4566 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

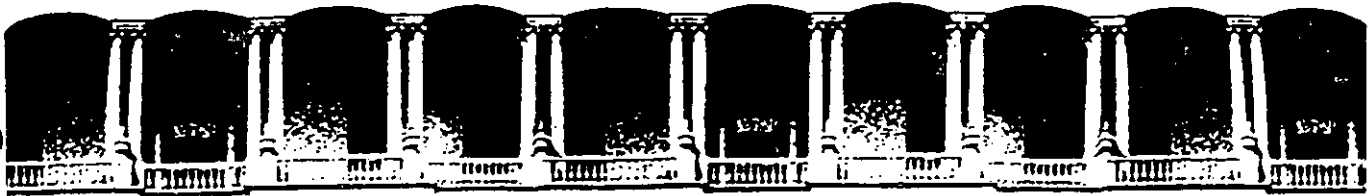
$$\begin{bmatrix} 1 & 0.1978 & 0 & 1.5823 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8878 & 0.1925 & -0.1978 & 1 & 0 \\ 0 & 0.1925 & 0.4566 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.1978 & 0 & 1.5823 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.2168 & -0.2228 & 1.1264 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4173 & 0.0429 & -0.2168 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.1978 & 0 & 1.5823 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.2168 & -0.2228 & 1.1264 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.1028 & -0.5195 & 2.3963 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.0429 & 1.6264 & -0.2228 & 0 \\ 0 & 1 & 0.2168 & -0.2228 & 1.1264 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.1028 & -0.5195 & 2.3963 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.6308 & -0.2451 & 0.1028 \\ 0 & 1 & 0 & -0.2451 & 1.2390 & -0.5195 \\ 0 & 0 & 1 & 0.1028 & -0.5195 & 2.3963 \end{bmatrix}$$



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO: 1

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

ALGEBRA MATRICIAL APLICADA AL ANALISIS DE REDES

ING. RAMON VILA VAVILDO

SEP-OCT. 92

Un caso especial de matriz diagonal es la llamada matriz unitaria o matriz identidad en la cual todos los elementos de la diagonal principal son unos y todos los otros elementos son ceros ($a_{ij}=1$ para $i=j$ y $a_{ij}=0$ para $i \neq j$). Se designa generalmente con las letras U o I.

$$U = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

MATRIZ NULA. Es aquella en la que todos sus elementos son iguales a cero.

La TRANSPUESTA DE UNA MATRIZ A, indicada como A^T se encuentra intercambiando los renglones y las columnas de A de tal manera que cada renglón i de A se convierta en la columna i de A^T . Si la matriz A es de orden $m \times n$ la matriz A^T será de orden $n \times m$.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}_{3 \times 2} \quad A^T = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \end{vmatrix}_{2 \times 3}$$

MATRIZ SIMETRICA. Si los correspondientes elementos fuera de la diagonal principal de una matriz cuadrada son iguales ($a_{ij}=a_{ji}$), la matriz es una matriz simétrica.

$$A = \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \quad A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \end{vmatrix}$$

La transpuesta de una matriz simétrica es idéntica a la matriz original. $A^T=A$.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \end{vmatrix} \quad A^T = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \end{vmatrix}$$

MATRIZ CONJUGADA. La matriz conjugada de una matriz compleja, indicada como A^* se encuentra reemplazando cada elemento de A por su complejo conjugado

$$A = \begin{vmatrix} j5 & 4 \\ 8+j6 & 1+j5 \end{vmatrix} \quad A^* = \begin{vmatrix} -j5 & 4 \\ 8-j6 & 1-j5 \end{vmatrix}$$

MATRIZ AUMENTADA. Se forma anexando una matriz o vector de dimensiones adecuadas a la izquierda o a la derecha de otra. Por ejemplo, si

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 1 & 5 & 4 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

La matriz aumentada A, B será:

$$|A, B| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 8 & | & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 4 & | & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

Se dice que una matriz es dispersa cuando un porcentaje de sus elementos son iguales a cero.

OPERACIONES CON MATRICES

Equivalencia. Se dice que las matrices A y B son equivalentes o iguales si y solo sí:

- a) Son de la misma dimensión

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{vmatrix} 5 \\ 6 \end{vmatrix}_{2 \times 1} = \begin{vmatrix} 3 \times 5 + 2 \times 6 \\ 1 \times 5 + 4 \times 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 27 \\ 29 \end{vmatrix}_{2 \times 1}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}_{1 \times 3} \begin{vmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{vmatrix}_{3 \times 1} = |1 \times 4 + 2 \times 5 + 3 \times 6| = |32|_{1 \times 1}$$

Al efectuar el producto $A \times B = C$ se acostumbra a decir que la matriz B es premultiplicada por la matriz A. También se dice que la matriz A es postmultiplicada por la matriz B. La razón por la que se hace esta diferencia entre pre y post multiplicación es muy importante ya que la multiplicación matricial no es conmutativa, es decir

$$A \times B \neq B \times A$$

Sin embargo, la multiplicación matricial si es asociativa y distributiva con respecto a la suma

$$A(BC) = (AB)C = ABC$$

$$A(B+C) = AB + AC$$

La transposición de un producto matricial es igual al producto de las matrices transpuestas en orden inverso es decir:

$$(AB)^T = B^T A^T$$

$$(ABC)^T = C^T B^T A^T$$

Cuando se pre o post multiplica una matriz cuadrada por una

matriz identidad de dimensiones conformables el resultado es la matriz original

$$IA = AI = A \quad ; \quad A \text{ matriz cuadrada}$$

OPERACIONES ELEMENTALES SOBRE RENGLONES Y COLUMNAS

Las manipulaciones efectuadas sobre una matriz conocidas como Operaciones Elementales sobre renglones pueden ser de 3 tipos, a saber:

- a) Intercambio del renglón "k" y el renglón "m" de una matriz

$$\begin{array}{l} k \\ m \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 2 \\ \hline 1 & 4 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 4 \\ \hline 3 & 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} m \\ k \end{array}$$

- b) Multiplicación del renglón k por una constante diferente de cero

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 3 & -5 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\times 2} \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 2 \\ \hline 3 & -5 \\ \hline \end{array}$$

- c) Suma al renglón "k" del contenido del renglón "m" multiplicado por "c" siendo c una constante diferente de cero.

$$\begin{array}{l} m \\ k \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{-k-3m} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 0 & -2 \\ \hline \end{array}$$

Estas operaciones pueden ser aplicadas también sobre las columnas de la matriz utilizando la denominación de operaciones elementales sobre columnas.

DETERMINANTES

Asociado a toda matriz cuadrada existe un escalar denominado determinante y cuyo valor se denota como $|A|$. El cálculo del determinante de una matriz se calcula por técnicas de expansión. Por ejemplo el determinante de una matriz de 2×2 y de 3×3 se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{22} & a_{33} \\ a_{12} & a_{23} & a_{31} \\ a_{13} & a_{21} & a_{32} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{22} & a_{33} \\ a_{12} & a_{23} & a_{31} \\ a_{13} & a_{21} & a_{32} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{22} & a_{33} \\ a_{12} & a_{23} & a_{31} \\ a_{13} & a_{21} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Una observación interesante en la expansión de $|A|$ es el hecho de que en cada término de la expansión aparece un elemento de cada columna y uno de cada renglón.

MENORES Y COFACTORES

El cálculo de los determinantes se facilita con la introducción de nuevos elementos como son los llamados menores y cofactores de una matriz. El menor de un término a_{ij} de la matriz A se define como el determinante de la matriz resultante de eliminar de la matriz original el renglón "i" y la columna "j". Por ejemplo:

$$\text{si } A = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 6 & 2 \end{vmatrix} ; \quad M_{23} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 20 = -8$$

El co-factor de un elemento C_{ij} es el menor del mismo con el signo adecuado, esto es:

$$C_{ij} = (-1)^{(i+j)} M_{ij}$$

Por ejemplo:

$$\text{si } A = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 6 & 2 \end{vmatrix} \quad C_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = (-1)^3 (-26) = 26$$

Estos elementos se utilizan en el cálculo del determinante de una matriz cuadrada a través de las siguientes expresiones:

$$|A| = \sum_{i=1}^n a_{ij} C_{ij} \quad (\text{suma de productos en la columna } j)$$

$$\delta \quad |A| = \sum_{j=1}^n a_{ij} C_{ij} \quad (\text{suma de productos en el renglón } i)$$

en donde n es el número de renglones o columnas de la matriz A y C_{ij} es el cofactor del término a_{ij} . Ejemplo. Evaluar el determinante de una matriz de (3×3) usando cofactores:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 3 & 8 & 6 \end{vmatrix}$$

si seleccionamos el renglón 1 para el cálculo tenemos:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 3 & 8 & 6 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + (-1)2 \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}$$

$$= 1(36-56) - 2(30-21) + 4(40-18) = 50$$

si seleccionamos la columna 1 tenemos:

$$|A| = 1 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + (-1)5 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= 1(36-56) - 5(12-32) + 3(14-24) = 50$$

El valor de cualquier determinante de dimensión finita puede calcularse por la aplicación sucesiva del uso de los cofactores.

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

- a) Si se intercambian dos renglones o dos columnas de un determinante, el valor del determinante cambia de signo.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2 ; \quad \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2$$

- b) Si todos los elementos de un renglón o todos los elementos de una columna se multiplican por una constante k , el valor del determinante resultante es $k |A|$

$$\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = ka_{11} a_{22} - ka_{12} a_{21} \\ = k (a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21})$$

- c) Si se añade un múltiplo de una línea (renglón o columna) a una línea paralela, el valor del determinante no se altera.

$$\begin{array}{l} R1 \\ R2 \\ R3 \end{array} \begin{vmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 5 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 153; \quad \begin{vmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 5 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 7 \end{vmatrix} \xrightarrow{R2+2R1}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 5+6 & 1+0 & 2+12 \\ 2 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 153$$

- d) Si una matriz tiene dos renglones idénticos o dos columnas idénticas, su determinante vale cero.

Para demostrar esto, observe que si restamos una de esas líneas idénticas (renglón o columna) de la otra, obtenemos como resultado una línea de ceros dando como resultado un valor cero para el determinante.

MATRIZ SINGULAR

Una matriz cuyo determinante es cero recibe el nombre de matriz singular

- e) El valor del determinante es cero si:

-Todos los elementos de un renglón o de una columna son ceros.

-Los elementos correspondientes de dos renglones o de dos columnas son iguales.

- f) El determinante del producto de matrices es igual al producto de los determinantes de las matrices

$$|A B C| = |A| |B| |C|$$

- g) El determinante de la suma (o diferencia) de matrices no es igual a la suma (o diferencia) de los determinantes individuales.

$$|A+B-C| \neq |A| + |B| - |C|$$

El determinante de una matriz diagonal o de una matriz triangular se evalúa tomando el producto de los elementos sobre la diagonal principal.

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 3 \times 4 \times (-1) = -12$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 1 \times 5 = 10$$

Esta característica se puede explotar para desarrollar una técnica computacionalmente eficiente, que consiste en llevar una matriz dada a forma triangular a través de operaciones elementales sobre los renglones y columnas de la misma y una vez logrado esto efectuar el producto de los elementos de la diagonal principal.

MATRIZ ADJUNTA

Si cada elemento de una matriz cuadrada es reemplazado por su cofactor y se transpone la matriz resultante, obtenemos la matriz adjunta la cual se indica por A^+ , esto es:

$$A^+ = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{vmatrix}^T$$

MATRIZ INVERSA

La operación de la división no existe en el algebra de matrices excepto en el caso de la división de una matriz por un es

calar. Esto se realiza dividiendo cada elemento de la matriz por el escalar.

La inversa de una matriz cuadrada, representada por A^{-1} , se define de la siguiente manera:

$$A^{-1} A = A A^{-1} = I$$

Observe, que la inversión de una matriz es análoga a la operación algebraica de división.

La inversa de una matriz se puede obtener de diferentes formas siendo la más explícita la siguiente:

$$A^{-1} = \frac{A^+}{|A|}$$

de donde se puede observar que no existe inversa de una matriz singular (su determinante es cero).

Ejemplo: Obtener A^{-1} de:

$$A = \begin{vmatrix} 7 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

a) Obtenemos la matriz transpuesta:

$$A^T = \begin{vmatrix} 7 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

b) Obtenemos la matriz adjunta:

$$A^+ = \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & - & \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & - & \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} & - & \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -4 & -2 \\ -7 & 8 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

c) Obtenemos el determinante de A:

$$|A| = 7 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 28 - 28 + 2 = 2$$

d)

$$A^{-1} = \frac{A^+}{|A|} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -3.5 & 4 & 1.5 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \end{vmatrix}$$

e) Comprobación:

$$A A^{-1} = \begin{vmatrix} 7 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -3.5 & 4 & 1.5 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Otro método para calcular la inversa de una matriz involucra el uso de operaciones elementales y consiste en anexar una matriz unidad de dimensión $n \times n$ al lado derecho de la matriz A cuya inversa se desea obtener. A continuación se efectúan operaciones elementales sobre los renglones de la matriz aumentada, con el objetivo de forzar la matriz A a convertirse en una matriz unidad de dimensión $n \times n$. Cuando se logra este objetivo, la parte derecha de la matriz aumentada es la matriz inversa de A.

Ejemplo: Encontrar la inversa de la matriz:

$$A = \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 3 \\ \hline 5 & 4 \\ \hline \end{array}$$

El primer paso es aumentar A con $I_{2 \times 2}$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 1 & 0 \\ \hline 5 & 4 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

efectuando a continuación las operaciones elementales indicadas en la siguiente secuencia:

$$\begin{array}{l} R1 \\ R2 \end{array} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & 1 & 0 \\ \hline 5 & 4 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{1/2 R1} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3/2 & 1/2 & 0 \\ \hline 5 & 4 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{R2-5 R1}$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3/2 & 1/2 & 0 \\ \hline 0 & -7/2 & -5/2 & 1 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{-2/7 R2} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 3/2 & 1/2 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 5/7 & -2/7 \\ \hline \end{array}$$

$$\xrightarrow{R1 - 3/2 R2} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -4/7 & 3/7 \\ \hline 0 & 1 & 5/7 & -2/7 \\ \hline \end{array}$$

Como la mitad izquierda de la matriz aumentada es igual a la matriz unitaria, la mitad derecha será la matriz inversa que buscamos, esto es:

$$A^{-1} = \begin{array}{|c|c|} \hline -4/7 & 3/7 \\ \hline 3/7 & -2/7 \\ \hline \end{array}$$

ALGUNAS PROPIEDADES DE LA INVERSA

La inversa de un producto matricial es igual al producto de las matrices inversas en orden contrario.

$$(ABC)^{-1} = C^{-1} B^{-1} A^{-1}$$

La inversa de una matriz diagonal es otra matriz diagonal cuyos elementos son los inversos de los elementos de la matriz original

2		
	-3	
		4

⁻¹ =

1/2		
	-1/3	
		1/4

Una matriz cuadrada compuesta por bloques diagonales puede ser invertida tomando las inversas de las submatrices respectivas:

A		
	B	
		C

⁻¹ =

A ⁻¹		
	B ⁻¹	
		C ⁻¹

SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES POR METODOS MATRICIALES.

La aplicación principal del algebra matricial al análisis de sistemas de potencia es la solución de conjuntos de ecuaciones lineales de la forma

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n &= b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n &= b_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n &= b_n \end{aligned}$$

Este conjunto de ecuaciones puede escribirse en notación matricial como:

$$\underline{A} \underline{x} = \underline{b}$$

en donde:

\underline{A} = matriz cuadrada de coeficientes

\underline{b} = vector de constantes

\underline{x} = vector de incógnitas

El valor del vector de incógnitas \underline{x} se puede encontrar pre-multiplicando ambos lados de la ecuación por la inversa de \underline{A} (suponiendo que dicha inversa existe, es decir la matriz \underline{A} es no singular).

$$\underline{A}^{-1} \underline{A} \underline{x} = \underline{A}^{-1} \underline{b}$$

o

$$\underline{x} = \underline{A}^{-1} \underline{b}$$

En la práctica los sistemas grandes de ecuaciones no se resuelven por inversión directa, sino que se utilizan técnicas de

dispersidad y algunos de los procesos de eliminación Gaussiana.

Un conjunto de ecuaciones lineales se puede resolver mediante operaciones elementales sobre los renglones. El objetivo de estas operaciones es el de transformar la matriz de coeficiente en una matriz triangular superior, con lo cual es posible obtener la solución por sustitución hacia atrás. Si cada operación sobre los renglones de A se efectúa también sobre los elementos correspondientes del vector b, el nuevo conjunto de ecuaciones $Ax = b$ tendrá el mismo vector de solución x del sistema original. En la práctica, las operaciones elementales se efectúan sobre la matriz aumentada $[A, b]$ hasta que la matriz A es convertida a forma triangular. Una vez logrado esto el vector x se obtiene fácilmente por sustitución directa, como se ve a continuación:

Sea el sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}$$

El proceso consiste en llevar la matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & b_n \end{array} \right]$$

a la forma:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ 0 & 1 & \dots & a_{2n} & b_2 \\ & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & b_n \end{array} \right]$$

mediante operaciones elementales sobre los renglones. La solución para x de este nuevo conjunto de ecuaciones se obtiene por sustitución hacia atrás de la siguiente manera

$$\begin{aligned} x_n &= b_n \\ x_{n-1} &= b_{n-1} - a_{n-1,n} x_n \\ x_{n-2} &= b_{n-2} - a_{n-2,n} x_n - a_{n-2,n-1} x_{n-1} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ x_1 &= b_1 - \sum_{j=2}^n a_{1j} x_j \end{aligned}$$

La fórmula recursiva para el proceso de sustitución hacia atrás se puede entonces escribir como:

$$x_i = b_i - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j; \quad i=n, n-1, n-2, \dots, 2, 1$$

Ejemplo: Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &= 8 \\ x_1 + x_2 &= 3 \end{aligned}$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Matriz aumentada:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 3 \end{array} \right]$$

Operaciones elementales sobre renglones:

$$\begin{array}{l} R_1 \\ R_2 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 3 \end{array} \right] \xrightarrow{R_1 - R_2} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{array} \right] \xrightarrow{(-1)R_2 + R_1}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

$$x_2 = 2$$

$$x_1 = 5 - 2(2) = 1$$

Si se desea resolver un sistema de ecuaciones lineales $Ax = b$ para varios valores del vector b , resulta más conveniente llevar la matriz A a la forma:

$$A = LU$$

en donde L es una matriz triangular inferior, y U matriz triangular superior. Para ilustrar este procedimiento conocido como factorización triangular LU , utilizemos la matriz de 3×3 :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{21} & 1 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ 0 & U_{22} & U_{23} \\ 0 & 0 & U_{33} \end{bmatrix}$$

De esta igualdad surgen las siguientes relaciones entre los elementos de A L y U:

$$\begin{aligned} a_{11} &= U_{11} \\ a_{21} &= L_{21} U_{11} \\ a_{31} &= L_{31} U_{11} \end{aligned}$$

de donde podemos calcular los elementos de la primera columna de U y L. A continuación tenemos

$$\begin{aligned} a_{12} &= U_{12} \\ a_{22} &= L_{21} U_{12} + U_{22} \\ a_{32} &= L_{31} U_{12} + L_{32} U_{22} \end{aligned}$$

relaciones que nos permiten calcular los elementos de la segunda columna de U y L. Finalmente para nuestra matriz de 3x3 tenemos las relaciones

$$\begin{aligned} a_{13} &= U_{13} \\ a_{23} &= L_{21} U_{13} + U_{23} \\ a_{33} &= L_{31} U_{13} + L_{32} U_{23} + U_{33} \end{aligned}$$

de las cuales se encuentran los valores de la tercera columna de las matrices L y U.

Una vez lograda la transformación, la solución del sistema de ecuaciones se obtiene de:

$$A x = L U x = L y = b \quad (3)$$

resolviendo primero "y" por sustitución hacia adelante la ec.

$$L y = b \quad (4)$$

y a continuación por sustitución hacia atrás

$$U x = y \quad (5)$$

en donde la solución de las ecuaciones (4) y (5) es bastante simple debido a la estructura triangular de las matrices L y U.

BIBLIOGRAFIA

1. Computer Methods in Power System Analysis
Stagg and El-Abiad
Mc Graw Hill Book Co.
2. Solution of Large Networks by Matriz Methods
Homer E. Brown
John Wiley and Sons, Inc.
3. Linear Algebra
Gilbert Strang
Academic Press, Inc.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

C U R S O S A B I E R T O S

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO: 1

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

IMPEDANCIAS DE LOS ELEMENTOS

**ING. RAMON VILA VIVALDO
SEPTIEMBRE 1992**

IMPEDANCIAS DE LOS ELEMENTOS

Preparación del diagrama unifilar del sistema

En el diagrama unifilar del sistema, deberán indicarse todos los elementos que lo integran tales como generadores, transformadores, líneas de transmisión o distribución, alimentadores, reactores, motores, etc. con sus potencias y voltajes nominales así como sus impedancias o reactancias referidas a sus características eléctricas nominales.

Estas impedancias o reactancias generalmente expresadas en por ciento o en valores por unidad, la proporcionan los fabricantes del equipo o se obtienen de normas, así por ejemplo, la Tabla No. 10 de la Norma CCONNIE 2.1-2 nos proporciona un rango de valores de impedancias para transformadores de potencia y las tablas No. 18 a la 24 de la Norma 141-1976 del IEEE, valores típicos para reactancias de máquinas rotatorias, líneas y alimentadores.

TABLA 10.- Impedancia referida a 60 Hz

Clase	NBAI	kV		Z %		
		A T	B T	OA	FA, FOA 1er. paso	FA, FOA 2o. paso
15	110	15	1.2-15	4.0-6.0	4.0-6.5	
25	150	25	1.2-15	4.0-6.0	4.0-6.5	
34.5	200	34.5	1.2-15	4.5-7.0	4.5-7.5	
46	250	46	1.2-25	5.0-7.5	5.0-10.0	
69	350	69	1.2-34.5	5.0-9.0	6.0-12.0	7.0-15.0
92	450	92	15 -34.5	5.0-9.0	7.0-12.0	8.0-15.0
115	550	115	15 -34.5	6.0-9.5	7.0-14.0	8.0-16.0
138	650	138	15 -34.5	6.0-10.0	7.0-14.0	8.0-16.0
161	750	161	15 -69	6.0-10.0	8.0-15.0	9.0-17.0
196	900	196-230	15 -69	7.0-11.0	9.0-15.0	10.0-18.0
230	1050	230	15 -69	7.0-12.0	9.0-16.0	10.0-19.0
315	1425	315-400	15 -25	8.0-12.0	10.0-16.0	10.0-20.0
.			34.5-161	9.0-13.0	10.0-17.0	10.0-21.0

IEEE Std
141-1976

Table 74
Standard Impedance Values for Three-Phase Transformers

High-Voltage Rating (volts)	kVA Rating	Percent Impedance Voltage	
Secondary Unit Substation Transformers*			
2400-13 800	112.5-225	Not less than 2.0	
2400-13 800	300-500	Not less than 4.5	
2400-13 800	750-2500	5.75	
22 900	All	6.75	
34 400	All	6.25	
Liquid-Immersed Transformers, 501-30 000 kVA†			
		Low Voltage, 480 V	Low Voltage, 2400 V and Above
2400-22 900		5.75	5.5
26 400, 34 400		6.25	6.0
43 800		6.75	6.5
67 000			7.0
115 000			7.5
138 000			8.0

NOTES: (1) Ratings separated by hyphens indicate that all intervening standard ratings are included. Ratings separated by a comma indicate that only those listed are included.

(2) Percent impedance voltages are at self-cooled rating and as measured on rated voltage connection.

*From NEMA 210-1970.

†From ANSI C57.12.10-1969.

Table 18
Typical Reactance Values for Induction and Synchronous
Machines, in Per-Unit of Machine kVA Ratings*

	X_d''	X_d'
Turbine generators†		
2 poles	0.09	0.15
4 poles	0.15	0.23
Salient-pole generators with damper windings†		
12 poles or less	0.16	0.33
14 poles or more	0.21	0.33
Synchronous motors		
6 poles	0.15	0.23
8-14 poles	0.20	0.30
16 poles or more	0.28	0.40
Synchronous condensers†	0.24	0.37
Synchronous converters†		
600 V direct current	0.20	—
250 V direct current	0.33	—
Individual induction motors, usually above 600 V	0.17	—
Groups of motors, each less than 50 hp, usually 600 V and below‡	0.25	—

NOTE: Approximate synchronous motor kVA bases can be found from motor horsepower ratings as follows:

0.8 power factor motor — kVA base = hp rating

1.0 power factor motor — kVA base = 0.8 × hp rating

*Use manufacturer's specified values if available.

† X_d' not normally used in short-circuit calculations.

‡The value of X_d'' for groups of motors has been increased slightly to compensate for the very rapid short-circuit current decrement in these small motors. A lower value of X_d'' will normally be appropriate for groups of large motors.

Table 19
Representative Conductor Spacings for
Overhead Lines

Nominal System Voltage (volts)	Equivalent Delta Spacing (inches)
120	12
240	12
480	18
600	18
2400	30
4160	30
6900	36
13 800	42
23 000	48
34 500	54
69 000	96
115 000	204

NOTE to Table 19:

When conductors are not arranged in a delta, the following formula may be used to determine the equivalent delta:

$$d = \sqrt[3]{A \times B \times C}$$

When the conductors are located in one plane and the outside conductors are equally spaced from the middle conductor, the equivalent is 1.26 times the distance between the middle conductor and an outside conductor. For example,

$$\begin{aligned} \text{equivalent delta spacing} &= \sqrt[3]{A \times A \times 2A} \\ &= 1.26 A \end{aligned}$$

IEEE Std
141-1976

Table 20
Constants of Copper Conductors for 1 ft Symmetrical Spacing*

Size of Conductor (cmil)	(AWG No.)	Resistance R at 50°C, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)	Reactance X_A at 1 ft Spacing, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)
1 000 000		0.0130	0.0758
900 000		0.0142	0.0769
800 000		0.0159	0.0782
750 000		0.0168	0.0790
700 000		0.0179	0.0800
600 000		0.0206	0.0818
500 000		0.0246	0.0839
450 000		0.0273	0.0854
400 000		0.0307	0.0867
350 000		0.0348	0.0883
300 000		0.0407	0.0902
250 000		0.0487	0.0922
211 600	4/0	0.0574	0.0953
167 800	3/0	0.0724	0.0981
133 100	2/0	0.0911	0.101
105 500	1/0	0.115	0.103
83 690	1	0.145	0.106
66 370	2	0.181	0.108
52 630	3	0.227	0.111
41 740	4	0.288	0.113
33 100	5	0.362	0.116
26 250	6	0.453	0.121
20 800	7	0.570	0.123
16 510	8	0.720	0.126

NOTE: For a three-phase circuit the total impedance, line to neutral, is

$$Z = R + j(X_A + X_B)$$

*Use spacing factors of Tables 22 and 23 for other spacings.

IEEE Std
141-1976

Table 21
Constants of Aluminum Cable, Steel Reinforced, for 1 ft Symmetrical Spacing*

Size of Conductor (cmil)	(AWG No.)	Resistance R at 50°C, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)	Reactance X_A at 1 ft Spacing, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)
1 590 000		0.0129	0.0679
1 431 000		0.0144	0.0692
1 272 000		0.0161	0.0704
1 192 500		0.0171	0.0712
1 113 000		0.0183	0.0719
954 000		0.0213	0.0738
795 000		0.0243	0.0744
715 500		0.0273	0.0756
636 000		0.0307	0.0768
556 500		0.0352	0.0786
477 000		0.0371	0.0802
397 500		0.0445	0.0824
336 400		0.0526	0.0843
266 800		0.0662	0.1145
	4/0	0.0835	0.1099
	3/0	0.1052	0.1175
	2/0	0.1330	0.1212
	1/0	0.1674	0.1242
	1	0.2120	0.1259
	2	0.2670	0.1215
	3	0.3370	0.1251
	4	0.4240	0.1240
	5	0.5340	0.1259
	6	0.6740	0.1273

NOTE: For a three-phase circuit the total impedance, line to neutral, is

$$Z = R + j(X_A + X_B)$$

*Use spacing factors of Tables 22 and 23 for other spacings.

Table 22
60 Hz Reactance Spacing Factor X_B , in Ohms per Conductor per 1000 ft

(feet)	Separation (inches)											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	—	-0.0571	-0.0412	-0.0319	-0.0252	-0.0201	-0.0159	-0.0124	-0.0093	-0.0066	-0.0042	-0.0020
1	—	0.0018	0.0035	0.0051	0.0061	0.0080	0.0093	0.0106	0.0117	0.0129	0.0139	0.0149
2	0.0159	0.0169	0.0178	0.0186	0.0195	0.0203	0.0211	0.0218	0.0255	0.0232	0.0239	0.0246
3	0.0252	0.0259	0.0265	0.0271	0.0277	0.0282	0.0288	0.0293	0.0299	0.0304	0.0309	0.0314
4	0.0319	0.0323	0.0328	0.0333	0.0337	0.0341	0.0346	0.0350	0.0354	0.0358	0.0362	0.0366
5	0.0370	0.0374	0.0377	0.0381	0.0385	0.0388	0.0392	0.0395	0.0399	0.0402	0.0405	0.0409
6	0.0412	0.0415	0.0418	0.0421	0.0424	0.0427	0.0430	0.0433	0.0436	0.0439	0.0442	0.0445
7	0.0447	0.0450	0.0453	0.0455	0.0458	0.0460	0.0463	0.0466	0.0468	0.0471	0.0473	0.0476
8	0.0478											

Table 23
60 Hz Reactance Spacing Factor X_B , in Ohms per Conductor per 1000 feet

(inches)	Separation (quarter inches)			
	0	1/4	2/4	3/4
0	—	—	-0.0729	-0.0636
1	-0.0571	-0.0519	-0.0477	-0.0443
2	-0.0412	-0.0384	-0.0359	-0.0339
3	-0.0319	-0.0301	-0.0282	-0.0267
4	-0.0252	-0.0233	-0.0225	-0.0212
5	-0.0201	-0.01795	-0.01795	-0.01684
6	-0.0159	-0.01494	-0.01399	-0.01323
7	-0.0124	-0.01152	-0.01078	-0.01002
8	-0.0093	-0.00852	-0.00794	-0.00719
9	-0.0066	-0.00605	-0.00529	-0.00474
10	-0.0042	—	—	—
11	-0.0020	—	—	—
12	—	—	—	—

Table 24
60 Hz Reactance of Typical Three-Phase Cable Circuits,
in Ohms per 1000 ft

Cable Size	System Voltage				
	600 V	2400V	4160V	6900 V	13 800 V
4 to 1					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0520	0.0620	0.0618	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0381	0.0384	0.0384	0.0522	0.0526
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0310	0.0335	0.0335	0.0453	0.0457
1/0 to 4/0					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0490	0.0550	0.0550	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0360	0.0346	0.0346	0.0448	0.0452
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0290	0.0300	0.0300	0.0386	0.0390
250-750 kcmil					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0450	0.0500	0.0500	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0325	0.0310	0.0310	0.0378	0.0381
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0270	0.0275	0.0275	0.0332	0.0337

NOTE: These values may also be used for magnetic and nonmagnetic armored cables.

Conversión de impedancias a una base común.

Las impedancias de los elementos de un sistema están referidas a sus potencias y tensiones nominales, las cuales son diferentes de aquellas que nosotros seleccionamos como base para los estudios. Para facilidad de cálculos, todas las impedancias del sistema deberán expresarse en la misma base de impedancia; ésto se logra empleando el método de valores en por unidad.

El valor en por unidad de cualquier cantidad se define como la relación de esa cantidad a un valor base expresado en forma decimal. Así por ejemplo, si seleccionamos un voltaje base de 120 KV, los valores en por unidad de los voltajes 108, 120 y 126 KV serán respectivamente 0.9, 1.0 y 1.05.

En el sistema en por unidad existen cuatro cantidades base:

Potencia base

Voltaje base

Corriente base

Impedancia base

Usualmente se selecciona un valor conveniente para la potencia base en Volt-amperes y un voltaje base en determinado nivel, quedando establecidos los voltajes base en otros niveles por la relación de transformación de los transformadores.

La corriente base y la impedancia base en cada nivel se obtienen a partir de relaciones estandar.

Para un sistema trifásico se tienen las siguientes relaciones:

$$I_{\text{base}} = \frac{\text{KVA}_{\text{base}}}{\sqrt{3} \text{ KV}_{\text{base}}} = \frac{\text{MVA}_{\text{base}} \times 1000}{\sqrt{3} \text{ KV}_{\text{base}}}$$

$$Z_{base} = \frac{(KV_{base})^2}{MVA_{base}} = \frac{(KV_{base})^2 \times 1000}{KVA_{base}}$$

Cuando las impedancias de los elementos del sistema se expresan en Ohms, convertimos a valores en por unidad mediante la siguiente relación:

$$Z_{p.u.} = \frac{\text{Impedancia en Ohms} \times MVA_{base}}{(KV_{base})^2}$$

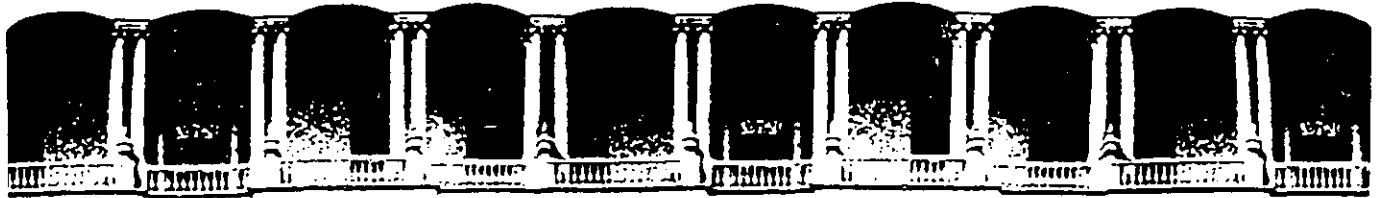
La impedancia de los transformadores expresada en por ciento y referida a su potencia nominal en OA, se convierte a valor en por unidad de acuerdo con la siguiente relación:

$$Z_{p.u.} = \frac{\text{Impedancia en \%} \times KVA_{base}}{KVA_{transformador} \times 100} \left[\frac{KV_{transf}}{KV_{base}} \right]^2$$

La reactancia de los motores y generadores expresada en por unidad y referida a su potencia en KVA, se convierte a la nueva base con la relación:

$$X_{p.u.} = \frac{X_{p.u. \text{ motor}} \times KVA_{base}}{KVA_{motor}}$$

Las reactancias para representar las máquinas rotatorias de la Cia. suministradora se determina suponiendo que los MVA disponibles es 1.0 en por unidad referida a una base unitaria en MVA, o que una potencia de 1.0 en por unidad corresponde a una reactancia de 1.0 en p.u. a un voltaje de 1.0 en p.u.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO: 1

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

COMPONENTES SIMETRICAS

ING. RAMON VILA VAVILDO

SEP-OCT. 92

Symmetrical Components

It was pointed out in Chapter 1 that a per phase representation of power systems is preferred because of its simplicity. In solving problems of balanced three-phase networks this is easily accomplished by changing all delta connections to equivalent wye connections and solving one leg (one phase) of the resulting network. Since the system is balanced, the results for the remaining two phases differ from the first by $\pm 120^\circ$ in phase and the problem is solved. Such a solution avoids the complexity of detailing each terminal and makes use of inherent system symmetry.

The method of symmetrical components provides a means of extending per phase analysis to systems with unbalanced loads. This is possible because of a property of unbalanced phasors discovered by Fortescue [1]. He observed that a system of three unbalanced phasors can be broken down into two sets of balanced phasors plus an additional set of single-phase phasors. If the voltages and currents of the problem are represented in this way, a per phase representation is adequate for each component and the desired simplification has been achieved. Such a system will be analyzed in detail later. First, as an introduction to the subject consider the more general problem of an n -phase system.

2.1 Symmetrical Components of an n -Phase System

In a brilliant paper published in 1918 [1], C. L. Fortescue proposed a system whereby an unbalanced set of n phasors may be resolved into $n - 1$ balanced n -phase systems of different phase sequence and one zero-phase sequence system. By his definition a zero-phase sequence system is one in which all phasors are of equal magnitude and angle or they are all identical. We denote Fortescue's system mathematically as follows.

Consider the n -dimensional system of phasors defined by the following equations:

$$\begin{aligned}
 V_a &= V_{a1} + V_{a2} + V_{a3} + \cdots + V_{an} \\
 V_b &= V_{b1} + V_{b2} + V_{b3} + \cdots + V_{bn} \\
 &\dots\dots\dots \\
 V_n &= V_{n1} + V_{n2} + V_{n3} + \cdots + V_{nn}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

where

V_a, V_b, \dots, V_n = an unbalanced set of phasors

$V_{a1}, V_{b1}, \dots, V_{n1}$ = the first set of n balanced phasors with an angle $2\pi/n$ between components a, b, \dots, n

$V_{a2}, V_{b2}, \dots, V_{n2}$ = the second set of n balanced phasors with an angle $4\pi/n$ between components a, b, \dots, n

$V_{a(n-1)}, V_{b(n-1)}, \dots, V_{n(n-1)}$ = the $(n-1)$ st set of n balanced phasors with an angle $2\pi(n-1)/n$ between components a, b, \dots, n

$V_{an}, V_{bn}, \dots, V_{nn}$ = the final or n th set of n balanced phasors with an angle $n(2\pi/n) = 2\pi$ between components a, b, \dots, n ; or the components of this last set are all identical

Equation (2.1) may be simplified by adopting a notation similar to the a -operator of section 1.8. Suppose we generalize the definition of a to be

$$a = e^{j2\pi/n} \quad (2.2)$$

where n = the system dimension or number of phases. Then

$$a^2 = e^{j4\pi/n} \text{ rotates a phasor by } 4\pi/n \text{ radians}$$

$$a^3 = e^{j6\pi/n} \text{ rotates a phasor by } 6\pi/n \text{ radians}$$

$$a^n = e^{j2\pi} \text{ rotates a phasor by } 2\pi \text{ radians.}$$

Negative powers of a are also easily defined and amount to negative (clockwise) rotation of phase angles.

Using the definition (2.2), we operate on (2.1) by multiplying the equations by $1, a, a^2, \dots, a^n$ with the result

$$\begin{aligned} V_a &= V_{a1} + V_{a2} + \dots + V_{an} \\ aV_b &= aV_{b1} + aV_{b2} + \dots + aV_{bn} \\ a^2V_c &= a^2V_{c1} + a^2V_{c2} + \dots + a^2V_{cn} \\ &\dots \\ a^{n-1}V_n &= a^{n-1}V_{n1} + a^{n-1}V_{n2} + \dots + a^{n-1}V_{nn} \end{aligned} \quad (2.3)$$

By our definition of the phase sequence systems $1, 2, \dots, n$ we immediately recognize that

$$V_{a1} = aV_{b1} = a^2V_{c1} = \dots = a^{n-1}V_{n1} \quad (2.4)$$

This is because we defined this sequence to have exactly an angle $2\pi/n$ between components and, since the components are balanced (equal magnitudes and phase displacements), rotating V_{b1} by $2\pi/n$ radians makes it coincide with V_{a1} , etc. Note also that the sum of all the components of equation (2.4) is nV_{a1} .

Now add the equations (2.3) together and consider this sum. For the right-hand side we have nV_{a1} for the first (subscript 1) group as previously noted. All other groups add to zero. This can be shown by adding vertically the subscript 2 group as an example.

$$\begin{aligned} V_{a2} &= & &= V_{a2} \\ aV_{b2} &= aa^{-2}V_{a2} & &= a^{-1}V_{a2} \\ a^2V_{c2} &= a^2a^{-4}V_{a2} & &= a^{-2}V_{a2} \\ &\dots & & \dots \end{aligned}$$

$$\frac{a^{n-1} V_{n2} = a^{n-1} a^{-2(n-1)} V_{a2} = a^{-(n-1)} V_{a2}}{V_{a2} + aV_{b2} + a^2V_{c2} + \dots + a^{n-1}V_{n2} = 0} \tag{2.5}$$

The sum is zero because the right-hand side of (2.5) is a balanced set of n voltages whose sum is zero. In a similar way we show that all groups on the right side of (2.3) except the first add to zero since they are all balanced sets of voltages. Adding equations (2.3) then gives the result

$$V_a + aV_b + a^2V_c + \dots + a^{n-1}V_n = nV_{a1} \tag{2.6}$$

or

$$V_{a1} = \frac{1}{n} (V_a + aV_b + a^2V_c + \dots + a^{n-1}V_n) \tag{2.7}$$

In a similar way we show that

$$\begin{aligned} V_{a2} &= \frac{1}{n} (V_a + a^2V_b + a^4V_c + \dots + a^{2(n-1)}V_n) \\ V_{a3} &= \frac{1}{n} (V_a + a^3V_b + a^6V_c + \dots + a^{3(n-1)}V_n) \\ &\dots \\ V_{an} &= \frac{1}{n} (V_a + V_b + V_c + \dots + V_n) \end{aligned} \tag{2.8}$$

Matrix notation provides a convenient way of writing equations (2.7) and (2.8). We list the equation for V_{an} first since it is the simplest, and we call it V_{a0} . Then

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \\ \dots \\ V_{a(n-1)} \end{bmatrix} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a & a^2 & \dots & a^{n-1} \\ 1 & a^2 & a^4 & \dots & a^{2(n-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a^{n-1} & a^{2(n-1)} & \dots & a^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

which we may write in matrix notation as

$$Y = C V \tag{2.10}$$

Here we use the notation V -slash (Y) to indicate the voltage V split into symmetrical components of phase a and where V is an array of the original n unbalanced phasors. The matrix C is a matrix of operators, or it is a transformation whereby a set of phasors V may be resolved into a new set of phasors which define the symmetrical components Y . Actually, C determines only the symmetrical components of phase a , namely $V_{a0}, V_{a1}, \dots, V_{a(n-1)}$, but from these the components of the other phases are easily found by symmetry.

Since (2.10) defines a transformation, the uniqueness of this operation is of immediate interest. The transformation is unique if and only if C is nonsingular [5, 6]. If C is nonsingular, its inverse

$$C^{-1} = A \tag{2.11}$$

exists and we may write from (2.10)

$$V = A Y \tag{2.12}$$

Equation (2.12) indicates that the phase voltages may be synthesized from the symmetrical components of phase *a*, a most important result. Our problem, then, is to show that *C* is nonsingular.

It is helpful to recognize that *C* is a special case of the Vandermonde matrix [4, 7, 8] *P* where

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \dots & \lambda_n \\ \lambda_1^2 & \lambda_2^2 & \lambda_3^2 & \dots & \lambda_n^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_1^{n-1} & \lambda_2^{n-1} & \lambda_3^{n-1} & \dots & \lambda_n^{n-1} \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

In the case of matrix *C* we have exactly the form *P* with $\lambda_1 = 1$. The determinant of *P* is given by

$$\det P = \prod_{i>j} (\lambda_i - \lambda_j) = (\lambda_2 - \lambda_1) \dots (\lambda_n - \lambda_1) (\lambda_3 - \lambda_2) \dots (\lambda_n - \lambda_{n-1}) \tag{2.14}$$

and we see that *P* is nonsingular as long as the λ_i are distinct. In the case of *C*

$$\lambda_i = e^{j2\pi(i-1)/n} \tag{2.15}$$

are all distinct, being complex quantities of magnitude 1 but differing in argument by $2\pi/n$ radians, as shown in Figure 2.1. Thus the transformation (2.10) is indeed unique, and its inverse transformation (2.12) exists.

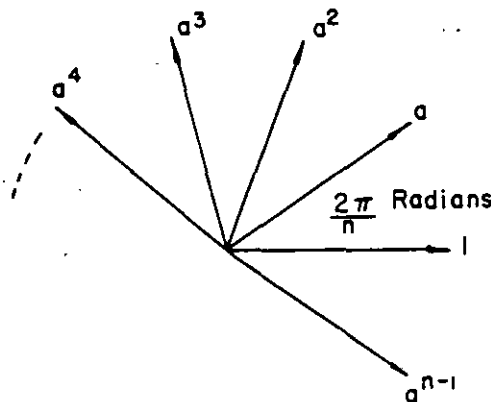


Fig. 2.1. Complex operators from row 2 of *C*.

To find the inverse transformation, we examine equation (2.1) where $V_{a0} = V_{an}$. Since all symmetrical components may be written in terms of the phase *a* components, we rewrite (2.1) entirely as a function of phase *a*. Thus

$$\begin{aligned} V_a &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} + \dots + V_{a(n-1)} \\ V_b &= V_{b0} + V_{b1} + V_{b2} + \dots + V_{b(n-1)} \\ V_c &= V_{c0} + V_{c1} + V_{c2} + \dots + V_{c(n-1)} \\ &\dots \dots \dots \\ V_n &= V_{n0} + V_{n1} + V_{n2} + \dots + V_{n(n-1)} \end{aligned} \tag{2.16}$$

First, we note that $V_{a0} = V_{b0} = V_{c0} = \dots = V_{n0}$. Also, from (2.4)

$$V_{a1} = aV_{b1} = a^2V_{c1} = \dots = a^{n-1}V_{n1}$$

Similarly, $V_{a2} = a^2V_{b2} = a^4V_{c2} = \dots = a^{2(n-1)}V_{n2}$ with similar expressions applying for the remaining sequences. These relationships are established by definition of sequence quantities. Substituting into (2.16), we have

$$\begin{aligned} V_a &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} + \dots + V_{a(n-1)} \\ V_b &= V_{a0} + a^{-1}V_{a1} + a^{-2}V_{a2} + \dots + a^{-(n-1)}V_{a(n-1)} \\ V_c &= V_{a0} + a^{-2}V_{a1} + a^{-4}V_{a2} + \dots + a^{-2(n-1)}V_{a(n-1)} \\ &\dots \dots \dots \\ V_n &= V_{a0} + a^{-(n-1)}V_{a1} + a^{-2(n-1)}V_{a2} + \dots + a^{-(n-1)^2}V_{a(n-1)} \end{aligned} \quad (2.17)$$

This equation may be simplified by changing the negative exponents of "a" to positive exponents by the relation $a^{-k} = a^{in-k}$, $0 < k < n$, $i = 1, 2, \dots$ which amounts to adding 360° to a negative argument to make it positive. If this is done, (2.17) becomes

$$\begin{aligned} V_a &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} + \dots + V_{a(n-1)} \\ V_b &= V_{a0} + a^{n-1}V_{a1} + a^{n-2}V_{a2} + \dots + aV_{a(n-1)} \\ V_c &= V_{a0} + a^{n-2}V_{a1} + a^{n-4}V_{a2} + \dots + a^2V_{a(n-1)} \\ &\dots \dots \dots \\ V_n &= V_{a0} + aV_{a1} + a^2V_{a2} + \dots + a^{n-1}V_{a(n-1)} \end{aligned} \quad (2.18)$$

or in matrix form

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a^{n-1} & a^{n-2} & \dots & a \\ 1 & a^{n-2} & a^{n-4} & \dots & a^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a & a^2 & \dots & a^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \\ \dots \\ V_{a(n-1)} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

This is identical with (2.12) $V = A \mathcal{V}$ from which we conclude that

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a^{n-1} & a^{n-2} & \dots & a \\ 1 & a^{n-2} & a^{n-4} & \dots & a^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a & a^2 & \dots & a^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

2.2 Symmetrical Components of a Three-Phase System

The n -phase system described in the preceding paragraph is of academic interest only. We therefore move directly to a consideration of the more practical three-phase system. Other useful systems, such as the two-phase system, may be described as well but are omitted here in order to concentrate on the more common three-phase problem.

If $n = 3$, the phasor a -operator rotates any phasor quantity by 120° and the identities of section 1.8 apply. We are directly concerned with the "analysis and

synthesis equations," (2.10) and (2.12) respectively in the three-phase system. From section 2.1, with $n = 3$, we have for the analysis equation

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

or

$$V_{012} = CV_{abc} \quad (2.22)$$

where we have written V as V_{012} and V as V_{abc} since the latter notation is more descriptive and is not unduly awkward when $n = 3$. We will use either notation, however, depending upon which seems best in any given situation. Also note that the subscript 012 establishes a notation used by many authors [9, 10, 11], for example, where

- 0 refers to the "zero sequence"
- 1 refers to the #1 or "positive sequence"
- 2 refers to the #2 or "negative sequence"

The names zero, positive, and negative refer to the sequence (of rotation) of the phase quantities so identified. This is made clear if typical sequence quantities are sketched as shown in Figure 2.2. There it is quite plain that the positive sequence

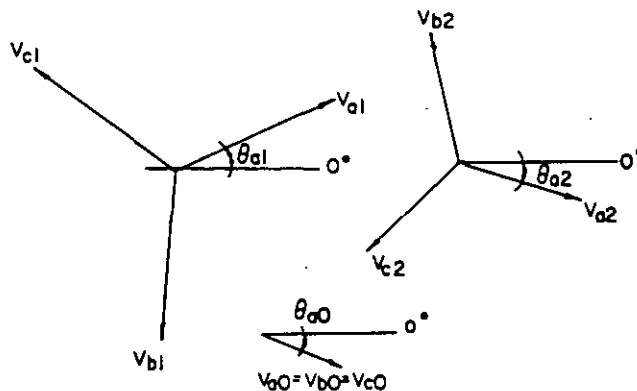


Fig. 2.2. A typical set of positive, negative, and zero sequence voltages.

set (V_{a1}, V_{b1}, V_{c1}) is the same as the voltages produced by a generator which has phase sequence $a-b-c$, which we denote here as *positive*. The negative sequence set (V_{a2}, V_{b2}, V_{c2}) is seen to have phase sequence $a-c-b$ which we denote as *negative*. The zero sequence phasors (V_{a0}, V_{b0}, V_{c0}) have zero-phase displacement and thus are identical.

The synthesis equation for a three-phase system, corresponding to equation (2.19) is

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

or

$$V_{abc} = A V_{012} \quad (2.24)$$

By direct application of (2.23) we "synthesize" the phase quantities as shown graphically in Figure 2.3. Note that we could also apply equation (2.21) to the unbalanced phasors of Figure 2.3 by either analytical or graphical means to obtain the symmetrical component quantities.

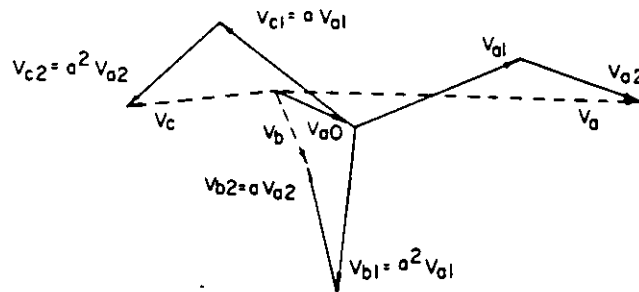


Fig. 2.3. Synthesis of sequence quantities to give phase quantities.

2.3 Symmetrical Components of Current Phasors

Up to this point we have considered the symmetrical components of line-to-neutral voltage phasors only. Symmetrical components of line-to-line voltages may also be computed and used. These same techniques, however, apply to any unbalanced set of three-phase (or n -phase) quantities. Thus for currents we have relations identical to (2.22) and (2.24), viz.,

$$I_{012} = C I_{abc} \quad (2.25)$$

and

$$I_{abc} = A I_{012} \quad (2.26)$$

2.4 Computing Power from Symmetrical Components

For any three-phase system the total power at any point is the sum of the powers computed in the individual phases, i.e., with $P_{3\phi}$ indicating the average value of the three-phase power

$$P_{3\phi} = \text{Re } V_{abc}^t I_{abc}^* \quad (2.27)$$

where

$V_{abc}^t = \text{transpose of } V_{abc} = [V_a V_b V_c]$, a row vector

$$I_{abc}^* = \begin{bmatrix} I_a^* \\ I_b^* \\ I_c^* \end{bmatrix} = \text{the conjugate of } I_{abc}$$

But from (2.24) and (2.26) we may write the power in terms of symmetrical components as

$$P_{3\phi} = \text{Re } V_{012}^t A^t A^* I_{012}^* \quad (2.28)$$

Since A is a symmetric matrix, $A^t = A$. We examine the matrix product AA^*

where we note that

$$a^* = a^2, \quad a^{2*} = a \quad (2.29)$$

Performing the operation indicated by the matrix product, we conclude that

$$AA^* = 3U \quad (2.30)$$

where

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \text{the unit matrix}$$

Substituting this result into (2.28), we have

$$\begin{aligned} P_{3\phi} &= 3 \operatorname{Re} V'_{012} U I_{012}^* \\ &= 3 \operatorname{Re} (V_{a0} I_{a0}^* + V_{a1} I_{a1}^* + V_{a2} I_{a2}^*) = 3 \operatorname{Re} V'_{012} I_{012}^* \end{aligned} \quad (2.31)$$

This is an important result and shows that the total three-phase power is a function of the symmetrical components of voltage and current of the same phase sequence. Thus there is no "coupling" of power from the negative sequence current reacting with the positive or zero sequence voltage, for example.

Equation (2.31) shows clearly that a change in the power relationship has occurred by virtue of the transformation from the a - b - c frame of reference of the 0-1-2 frame of reference. At times it would be convenient to work with a *power-invariant* transformation which we may denote as \hat{A} . For power invariance we require that

$$\hat{A}\hat{A}^* = U \quad (2.32)$$

such that $P_{3\phi} = \operatorname{Re} \hat{V}_{a0} \hat{I}_{a0}^* + \hat{V}_{a1} \hat{I}_{a1}^* + \hat{V}_{a2} \hat{I}_{a2}^*$. We assume that \hat{A} differs from A only by a constant. If we let $\hat{A} = A/h$ then we easily show that $\hat{A}^{-1} = hA^{-1}$. We also compute

$$\hat{A}\hat{A}^* = \frac{1}{h^2} AA^* = \frac{1}{h^2} 3U \quad (2.33)$$

But from (2.32) this quantity should be equal to the identity matrix. From this we conclude that $h = \sqrt{3}$ for power invariance. This means that we have the transformation

$$\hat{A} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

and its inverse

$$\hat{A}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Transformation (2.34) is often found in recent power literature.

This result suggests that a new definition of the A matrix may be desirable. Suppose we define

$$A = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

such that

$$A^{-1} = \frac{h}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Then we may set

$$\begin{aligned} h &= 1 \text{ for the Fortescue transformation} \\ &= \sqrt{3} \text{ for the power invariant transformation} \end{aligned} \quad (2.38)$$

In this book definition (2.36) will be used. The reader may substitute his own value of "h" from (2.38). In this way we let the same transformation serve both those who prefer the older definition and those who insist upon power invariance. Using (2.36) then, we compute

$$P_{3\phi} = \frac{3}{h^2} \Re (V_{a0} I_{a0}^* + V_{a1} I_{a1}^* + V_{a2} I_{a2}^*) \quad (2.39)$$

2.5 Sequence Components for Unbalanced Network Impedances

Consider the three-phase system shown in Figure 2.4, where each current encounters an impedance in its phase conductor and where, in general, the self and mutual impedances are unequal, i.e.,

$$Z_{aa} \neq Z_{bb} \neq Z_{cc}, \quad Z_{ab} \neq Z_{bc} \neq Z_{ca} \quad (2.40)$$

Thus both the self and mutual impedances constitute sets of unbalanced or unequal complex impedances. Even balanced currents will therefore produce unequal voltage drops between m and n .

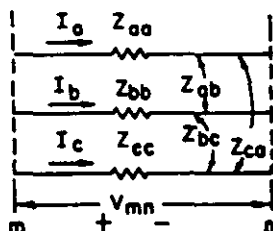


Fig. 2.4. A three-phase system with series Z .

Using equation (2.22), we were able to find symmetrical components for a set of three unbalanced (complex) phasor voltages. We apply a similar technique to investigate the possibility of finding symmetrical components of the unbalanced impedances.¹

¹We emphasize the word *of* because later we will define and use sequence impedances Z_0 , Z_1 , and Z_2 which will express impedance to the flow of I_{a0} , I_{a1} , and I_{a2} respectively. These are not the impedances under investigation here.

We begin by writing the voltage drop equation from m to n of Figure 2.4, which we will call V_{mn} .

$$V_{mn} = \begin{bmatrix} V_{mn-a} \\ V_{mn-b} \\ V_{mn-c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

where V_{mn} is actually V_{mn-abc} . Applying the synthesis transform (2.24) to both sides of (2.41), we have

$$A V_{mn-012} = Z A I_{012} \quad (2.42)$$

or the symmetrical components of the voltage drop are given by

$$V_{mn-012} = A^{-1} Z A I_{012} \quad (2.43)$$

Suppose we define

$$V_{mn-012} = Z_{mn-012} I_{012} \quad (2.44)$$

Then Z_{mn-012} is defined by the similarity transformation [7]

$$Z_{mn-012} = A^{-1} Z A \quad (2.45)$$

The concept of the similarity transformation gives us mathematical insight into the operations being performed. We interpret A as a linear operator which transforms currents or voltages from one coordinate system (0-1-2) to another (a - b - c). Z is another transform which takes a current vector I_{abc} into a voltage drop vector V_{mn} , both being in the a - b - c coordinate system. The operator A , since it is non-singular, may be used to find the transformation of similarity to take currents into voltage drops in the 0-1-2 coordinate system. Since $A^t \neq A^{-1}$, the transformation is not orthogonal [7].

The new matrix Z_{mn-012} may be found directly as indicated by equation (2.45) with the result

$$Z_{mn-012} = \begin{bmatrix} (Z_{S0} + 2Z_{M0}) & (Z_{S2} - Z_{M2}) & (Z_{S1} - Z_{M1}) \\ (Z_{S1} - Z_{M1}) & (Z_{S0} - Z_{M0}) & (Z_{S2} + 2Z_{M2}) \\ (Z_{S2} - Z_{M2}) & (Z_{S1} + 2Z_{M1}) & (Z_{S0} - Z_{M0}) \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

where we have defined

$$\begin{aligned} Z_{S0} &= (1/3) (Z_{aa} + Z_{bb} + Z_{cc}) \\ Z_{S1} &= (1/3) (Z_{aa} + aZ_{bb} + a^2Z_{cc}) \\ Z_{S2} &= (1/3) (Z_{aa} + a^2Z_{bb} + aZ_{cc}) \end{aligned} \quad (2.47)$$

and

$$\begin{aligned} Z_{M0} &= (1/3) (Z_{bc} + Z_{ca} + Z_{ab}) \\ Z_{M1} &= (1/3) (Z_{bc} + aZ_{ca} + a^2Z_{ab}) \\ Z_{M2} &= (1/3) (Z_{bc} + a^2Z_{ca} + aZ_{ab}) \end{aligned} \quad (2.48)$$

In these definitions we have taken advantage of the fact that mutual impedances of passive networks are reciprocal [12], i.e., $Z_{ab} = Z_{ba}$, etc. Note that we have followed the form of equation (2.21) in grouping terms for definitions (2.47) and (2.48). We find a curious symmetry in these definitions. Since equation (2.44)

relates symmetrical components of phase a , similarly (2.47) and (2.48) pivot on phase a quantities as a point of symmetry. Note that these results are identical for either h from (2.38). (Why?)

Substituting the matrix (2.46) into equation (2.44), we see immediately a problem which we should like to avoid. Examine, for example, the equation for the positive sequence component of the voltage drop V_{mn-012} :

$$V_{mn-1} = (Z_{S1} - Z_{M1}) I_{a0} + (Z_{S0} - Z_{M0}) I_{a1} + (Z_{S2} + 2Z_{M2}) I_{a2} \quad (2.49)$$

Obviously, the positive sequence voltage drop depends upon not only I_{a1} but I_{a0} and I_{a2} as well. This means there is mutual coupling *between sequences*—a rather disturbing result. Furthermore, Z_{mn-012} is *not* symmetric, therefore this mutual-effect is not reciprocal.

There are several special cases in which the matrix Z_{mn-012} is simplified. Specifically, there are three special cases of both self and mutual impedances which cause significant changes in this matrix.

Special case 1—zero impedance. The absence of any impedance in either the self or mutual case is obviously a simplifying assumption. In many cases the mutual impedances are neglected since they are often small compared to self impedances. Note however that the matrix Z_{mn-012} is nonsymmetric with respect to *both* Z_S and Z_M terms and is not made symmetric by eliminating either the self or mutual terms. Since elimination of self impedance terms must generally be rejected, this is not a satisfactory simplification to make.

Special case 2—equal impedance. In many problems the self or mutual impedances may be equal in all three phases. In such cases equations (2.47) and (2.48) become

$$\begin{aligned} Z_{S0} &= Z_{aa} \\ Z_{S1} &= Z_{S2} = 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

and

$$\begin{aligned} Z_{M0} &= Z_{bc} \\ Z_{M1} &= Z_{M2} = 0 \end{aligned} \quad (2.51)$$

Referring to (2.46), we note that the simultaneous application of (2.50) and (2.51) eliminates the off-diagonal terms of Z_{mn-012} . This means that Z_{mn-012} is not only reciprocal but that there is zero coupling between sequences.

Note that the application of *either* (2.50) *or* (2.51) alone will still result in a nonreciprocal Z_{mn-012} .

Special case 3—symmetric impedance. A less restrictive case than those above is one in which the self or mutual impedances are symmetric with respect to phase a , i.e.,

$$\begin{aligned} Z_{bb} &= Z_{cc} \\ Z_{ab} &= Z_{ca} \end{aligned} \quad (2.52)$$

With these restrictions the self impedances become

$$\begin{aligned} Z_{S0} &= (1/3)(Z_{aa} + 2Z_{bb}) \\ Z_{S1} &= Z_{S2} = (1/3)(Z_{aa} - Z_{bb}) \end{aligned} \quad (2.53)$$

and the mutual impedances are

$$\begin{aligned} Z_{M0} &= (1/3)(Z_{bc} + 2Z_{ab}) \\ Z_{M1} &= Z_{M2} = (1/3)(Z_{bc} - Z_{ab}) \end{aligned} \quad (2.54)$$

This restriction, applied with respect to self or mutual impedances, makes the Z_{mn-012} matrix symmetric with respect to that kind of impedance. However, the application of one without the other still leaves the matrix nonsymmetric.

Summary. Since we have four possible patterns for two kinds of impedances there are 16 different combinations of interest. These are shown in Table 2.1 where we use the notation:

zero = all matrix elements are zero
diag = the matrix is diagonal
sym = the matrix is symmetric
non = the matrix is nonsymmetric

Table 2.1. Summary of Matrix Conditions Based on Impedances

Mutual Impedances	Self Impedances			
	Zero	Equal	Symmetric	Arbitrary
Zero	zero	diag	sym	non
Equal	diag	diag	sym	non
Symmetric	sym	sym	sym	non
Arbitrary	non	non	non	non

If the impedance matrix is *zero*, the voltage drops vanish and the problem is a degenerate one. A *diagonal matrix* means that the sequences are uncoupled, i.e., currents from one sequence produce voltage drops only in that sequence—a very desirable characteristic. A *symmetric matrix* means that there is mutual coupling between sequences but that it is reciprocal, e.g., the coupling from positive to negative sequences is exactly the same as the coupling from negative to positive. This situation can be simulated by a passive network. A *nonsymmetric matrix* means that the mutual coupling is not the same between two sequences. This situation generally requires controlled sources for laboratory simulation, but its mathematical representation is no more difficult than the symmetric case. It does require the computation of all matrix elements, whereas the symmetric case requires the computation of only the upper (or lower) triangular matrix because of symmetry. In most of our computations we will consider the self impedances to be *equal*. Thus, except for the case of arbitrary (nonsymmetric) mutuals, the problem is one of a diagonal or symmetric matrix representation. If the self impedances are only symmetric or are arbitrary, we often conclude that the method of symmetrical components is too complicated to be of value. This was particularly true in the days of network analyzer simulation. With digital computer solutions the representation of nonreciprocal networks should be a much less formidable problem, and we may soon be dealing with arbitrary impedances as a commonplace occurrence.

2.6 Sequence Components of Machine Impedances

In the case of synchronous or induction machines we have a very special case of section 2.5. Lewis and Pryce [13] have asserted that in this case the impedance

matrix corresponding to the Z matrix of (2.42) is the "circulant matrix"

$$Z = \begin{bmatrix} Z_k & Z_m & Z_n \\ Z_n & Z_k & Z_m \\ Z_m & Z_n & Z_k \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

This matrix form is the result of the self impedances being equal and the mutual impedances being circular, i.e., Z_m is clockwise ($a-b-c$) and Z_n is counterclockwise ($a-c-b$).

It is easy to show that a similarity transform $Z_{012} = A^{-1} Z A$ diagonalizes Z , i.e.,

$$Z_{012} = A^{-1} Z A = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

This means that transforming from $a-b-c$ coordinates to 0-1-2 coordinates completely decouples the sequences, a fact that makes symmetrical components extremely useful in dealing with machines. Performing the operation indicated by (2.56), we easily show that

$$\begin{aligned} Z_0 &= Z_k + Z_m + Z_n \\ Z_1 &= Z_k + a^2 Z_m + a Z_n \\ Z_2 &= Z_k + a Z_m + a^2 Z_n \end{aligned} \quad (2.57)$$

It is also shown in [13] that Z_0 , Z_1 , and Z_2 are the eigenvalues of Z . Thus we note that the eigenvalues are distinct and that the columns of A are the eigenvectors of Z .

2.7 Definition of Sequence Networks

In many problems the unbalanced portion of the physical system can be isolated for study, with the rest of the system considered as balanced. This is the case for an unbalanced load or fault supplied by a system of balanced or equal-phase impedances. In such problems we attempt to find the symmetrical components of voltage and current at the point of unbalance and synthesize these sequence quantities to determine system ($a-b-c$) quantities. To find the sequence quantities is the major objective in many problems, and it is helpful to introduce the concept of sequence networks to do this.

Before defining the sequence network, we define the fault point of a network. The *fault point* of a system is that point to which the unbalanced connection is attached in an otherwise balanced system. Thus, a one-line-to-ground fault at bus K defines bus K as the fault point. Similarly, an unbalanced three-phase load at bus M defines bus M as the fault point. We take a liberal definition of what constitutes a "fault," it being any connection or situation which causes an unbalance among the three phases.

A *sequence network* is a copy of the original balanced system to which the fault point is connected and contains the same per phase impedances as the physical balanced system, arranged in the same way, the only difference being that the value of each impedance is a value unique to each sequence. This really is not as complicated as it sounds. Since the positive and negative sequence currents are both balanced three-phase current sets, they see the same impedance in a passive

three-phase network. The zero sequence currents generally see a different impedance from positive and negative sequence currents and may sometimes see an infinite impedance. Machine impedances are usually different for all three sequences. The topic of sequence impedances will be greatly expanded upon later.

Each sequence network, once the fault point is determined, can be analyzed by Thevenin's theorem by considering it to be a two-terminal (one-port) network where one terminal is the fault point, designated F , and the other terminal is the "zero-potential bus," designated N . This is done in the usual way, looking back from terminals F and N to find the open circuit voltage and the short circuit current or equivalent impedance (for that sequence). The impedance seen is usually designated Z_0 , Z_1 , and Z_2 for the zero, positive, and negative sequence networks and represents the Thevenin equivalent impedance to the flow of I_{a0} , I_{a1} , and I_{a2} respectively.² The Thevenin equivalent voltage in the positive sequence network is the open circuit voltage at the fault point and is a phasor quantity. Thevenin equivalent or open circuit voltages in the negative and zero sequence networks are zero because by definition the only voltages generated in the three-phase system are positive sequence (sequence $a-b-c$) voltages.

Sequence networks are usually designated schematically by boxes in which the fault point F , the zero-potential bus N , and the Thevenin voltage and impedance are shown. Such a set of boxes is shown in Figure 2.5 for the zero, positive, and negative sequences.

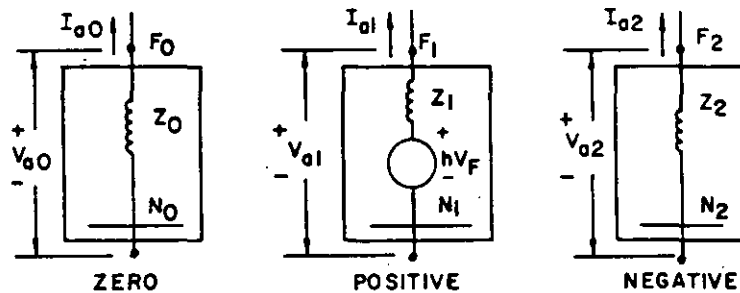


Fig. 2.5. Sequence networks with defined sequence quantities.

Several important definitions are shown in Figure 2.5. First, the direction of sequence currents is assumed to be away from (or out of) the F terminal. This is because the unbalanced connection is to be attached at F , external to the boxes, and we assume currents as flowing toward this unbalanced connection. Second, the voltage across the sequence network is defined to be a rise from N to F as this makes V_{a1} positive for a normal system. These assumptions are arbitrary but are necessary in order to proceed with problem solving. Note that the Thevenin equivalent voltage is shown as V_F which is the pre-fault (F open) voltage of phase a at F . (This voltage is sometimes designated E_{a1} or simply as E_F .) From Figure 2.5 we write the important equations for the voltage drop from F to N as

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ hV_F \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

²Note that these are not the same impedances as Z_{S0} , Z_{S1} , and Z_{S2} or Z_{M0} , Z_{M1} , and Z_{M2} of section 2.5 and are not the machine impedances alone of section 2.6.

or

$$V_{012} = E - Z_{012} I_{012} \quad (2.59)$$

Example 2.1

Suppose that a certain unsymmetrical condition gives the following data at the fault point.

$$V_F = 1.0/0^\circ, \quad I_{a1} Z_1 = (0.2/0^\circ)h$$

$$I_{a2} Z_2 = (0.2/0^\circ)h, \quad I_{a0} Z_0 = (0.6/0^\circ)h$$

Find the phase and line-to-line voltages at F .

Solution

From equation (2.58)

$$V_{012} = \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = h \begin{bmatrix} 0 \\ 1.0/0^\circ \\ 0 \end{bmatrix} - h \begin{bmatrix} 0.6/0^\circ \\ 0.2/0^\circ \\ 0.2/0^\circ \end{bmatrix} = h \begin{bmatrix} -0.6/0^\circ \\ 0.8/0^\circ \\ -0.2/0^\circ \end{bmatrix}$$

Then, from (2.24) $V_{abc} = A V_{012}$,

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} h \begin{bmatrix} -0.6/0^\circ \\ 0.8/0^\circ \\ -0.2/0^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.25/-136.2^\circ \\ 1.25/136.2^\circ \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

We see that $V_a = 0$, which indicates that phase a is shorted to ground at the fault point F . Note that both V_b and V_c are 125% of normal. This condition results in line-to-ground faults whenever Z_0 is greater than Z_1 .

To compute the line-to-line voltages, use the results of (2.60) and write

$$V_{ab} = V_a - V_b = 0 - 1.25/-136.2^\circ = 1.25/43.8^\circ \text{ pu}$$

$$V_{bc} = V_b - V_c = (-0.9 - j0.866) - (-0.9 + j0.866) = -j1.732 = 1.732/-90^\circ \text{ pu}$$

$$V_{ca} = V_c - V_a = V_c = 1.25/136.2^\circ \text{ pu}$$

where these values are all in pu on a phase voltage base. On a line-to-line voltage base, which may be more meaningful, we divide by $\sqrt{3}$ to get

$$V_{ab} = 0.722/43.8^\circ \text{ pu}$$

$$V_{bc} = 1.0/-90^\circ \text{ pu}$$

$$V_{ca} = 0.722/136.2^\circ \text{ pu} \quad (2.61)$$

Problems

- 2.1. Sketch a set of symmetrical component phasors for a four-phase system, i.e., $n = 4$. Indicate clearly the angle between components V_{ax} , V_{bx} , V_{cx} , and V_{dx} in each set. Compute the a -operator angle and show that equations (2.4) and (2.5) are satisfied.
- 2.2. Repeat problem 1 but with $n = 5$.
- 2.3. Show that C of equation (2.10) is nonsingular by performing elementary operations [7] on its rows and columns.
- 2.4. Evaluate a , C , $\det C$, and $C^{-1} = A$ for $n = 2, 3$.
- 2.5. Write out matrix C for $n = 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ and reduce each element to its simplest form;

- for example, when $n = 5$, set $a^6 = a$, $a^8 = a^3$, $a^9 = a^4$, etc. Can you see a pattern emerging as to the construction of C insofar as a -exponents are concerned?
- 2.6. Show that the A matrix defined by equation (2.20) has rank n .
 - 2.7. Apply the analysis equation (2.21) to the unbalanced phasors of Figure 2.3 to obtain the symmetrical component phasor quantities.
 - 2.8. Given that $V_a = 100 + j0$, $V_b = j80$, and $V_c = -60$, determine the symmetrical components V_{a1} , V_{a2} , and V_{a0} .
 - 2.9. Given that $V_{a0} = 100 + j0$, $V_{a1} = 200 - j100$, and $V_{a2} = -100 + j0$, find the phase voltages V_a , V_b , and V_c . Let $h = 1$.
 - 2.10. If the load is unbalanced, neutral current will exist. Find the relation between neutral current I_n and phase a zero sequence current I_{a0} .

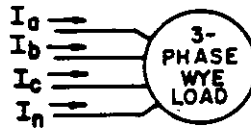


Fig. P2.10.

- 2.11. If the load is unbalanced, its neutral n' will not be at the same potential as the source neutral n . Find the relation between the neutral shift $V_{n'n}$ and the zero, i.e., $V_{an'0}$.

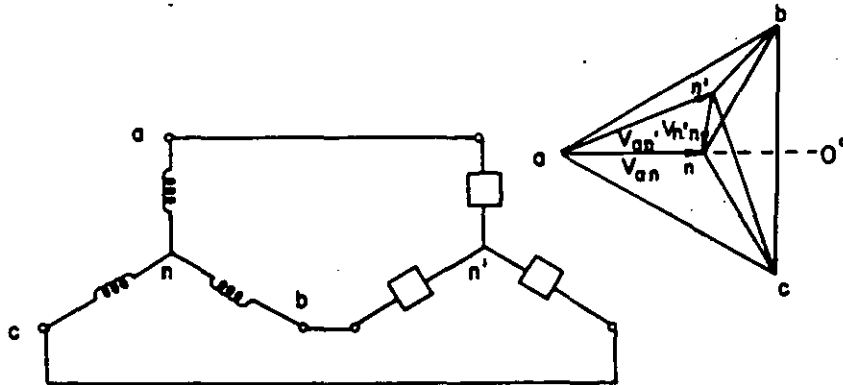


Fig. P2.11.

- 2.12. Each current transformer has 400/5 A ratio. The currents in the ammeters are as shown on the phasor diagram. Find all five remaining currents. Relate I_4 , I_n , and I_{a0} .

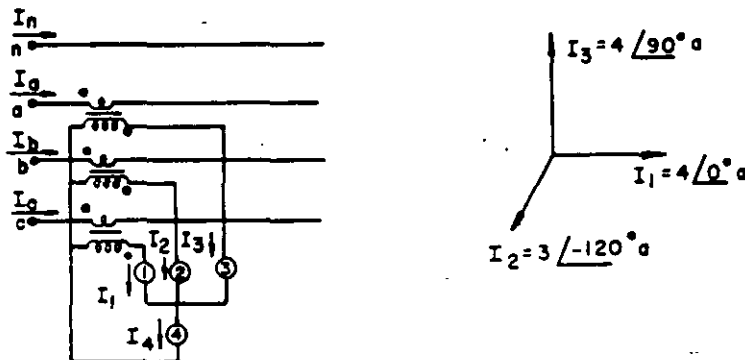


Fig. P2.12.

- 2.13. This isolated neutral system has a ground fault on phase *a*. When ungrounded, all line-to-neutral (also line-to-ground) voltages are balanced. If helpful, the balanced line capacitances to ground may be used to aid in visualizing the line-to-neutral voltages of this delta circuit.

Find the symmetrical components of the phase *a* line-to-neutral voltages when the ground fault is applied, i.e., V_{an0} , V_{an1} , V_{an2} .

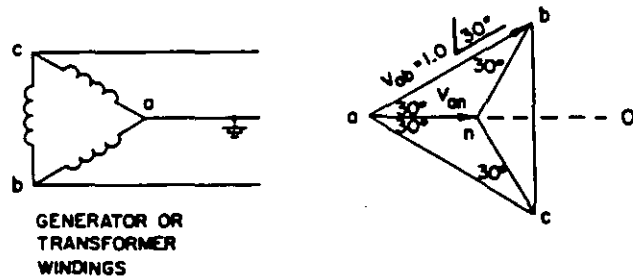


Fig. P2.13.

- 2.14. Prove that power is invariant under the transformation to the 0-1-2 frame of reference if the value of "h" is taken to be $\sqrt{3}$.
- 2.15. Consider an impedance matrix which is symmetric with all off-diagonal terms equal. Find a transformation which will diagonalize this impedance matrix and show that such a transformation is real. *Hint:* Find the eigenvalues and eigenvectors of the *Z* matrix and examine the unitary matrix of eigenvectors. (See [4, 5, 6].)

REFERENCIA:

Analysis of Faulted Power Systems

Paul M. Anderson

Iowa State University Press. 1978



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

*III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA
28 DE SEPTIEMBRE AL 27 DE OCTUBRE DE 1992*

MODULO: 1

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

CALCULOS DE CORTO CIRCUITO

EXPOSITOR:

ING. RAMON VILA VIVALDO

PALACIO DE MINERIA

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

Appendix
Fault Current Calculation Examples

(This appendix is not a part of ANSI/IEEE C37.5-1979, Guide for Calculation of Fault Currents for Application of AC High-Voltage Circuit Breakers Rated on a Total Current Basis.)

A1. Faults on a System Without
Motor Contributions

A1.1 General. The system shown in Fig A1 can be used to illustrate the use of the fault current calculating procedures described in this guide.

Since it is apparent that faults on the line side of breakers A and B produce higher fault current through the breaker than does a fault on the bus side, currents have been calculated on only one side of each breaker. In case of doubt, currents for faults on both sides of the breaker should be determined.

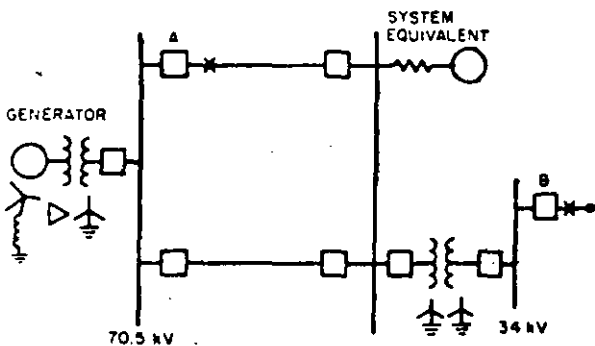


Fig A1
System for Fault Current Calculation

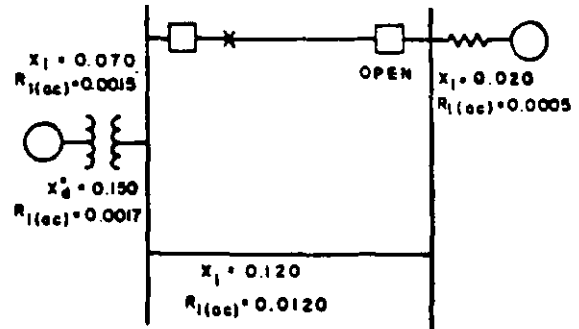
A1.2 Short-Circuit Current Calculations, Breaker A

A1.2.1 *Three-Phase Fault.* In the system shown in Fig A2, per-unit positive sequence reactances and resistances are indicated adjacent to generators, transformers, and lines. Base MVA = 100. Nominal voltage is used as base at all levels.

A1.2.2 *Single Line-to-Ground Fault.* Fig A3 gives the zero sequence impedance data for the system of Fig A1.

A1.2.3 *Multiplying Factors, Interrupting Rating.* For a three-phase fault,

$$\frac{X_1}{R_1} = \frac{0.0856}{0.00255} = 33.6$$



$$\text{Total } X_1 = \frac{(0.150 + 0.070)(0.020 + 0.120)}{(0.150 + 0.070 + 0.020 + 0.120)} = 0.0856$$

$$\text{Total } R_1 = \frac{(0.0017 + 0.0015)(0.0005 + 0.0120)}{(0.0017 + 0.0015 + 0.0005 + 0.0120)} = 0.00255$$

Base kV = 69

Base A = 837

The value of voltage corresponding to the highest operating voltage at the fault point is 70.5 kV line to line.

$$E_{pu} = \frac{70.5}{69} = 1.022$$

For a three-phase fault,

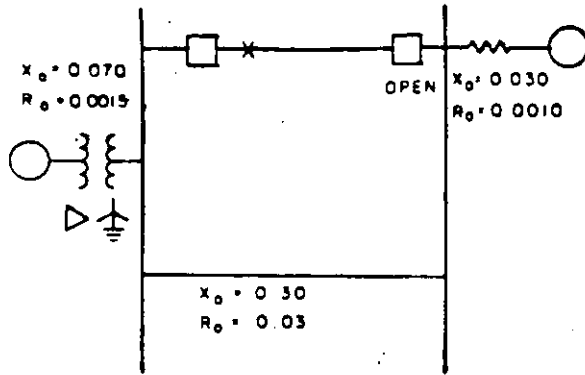
$$I_{sc} = \frac{1.022}{0.0856} \times 837 = 9990 \text{ A}$$

Fig A2
System for Three-Phase Fault Calculation for Breaker A

Consider a 5 cycle (on a 60 Hz basis) breaker with a contact parting time of 3 c (on a 60 Hz basis). Since the breaker is only one transformation away from generation, the E/X calculation should be multiplied by a factor from Fig 1 to obtain total fault current at the time of contact parting. This factor is 1.14. The current to be compared with the breaker interrupting capability at breaker operating voltage is, $9990 \times 1.14 = 11\,400 \text{ A}$.

For a single line-to-ground fault,

$$\frac{2X_1 + X_0}{2R_1 + X_0} = \frac{2 \times 0.0856 + 0.0578}{2 \times 0.00255 + 0.00143} = 35.1$$



$$\text{Total } X_0 = \frac{(0.070)(0.030 + 0.300)}{(0.070 + 0.030 + 0.300)} = 0.0578$$

$$\text{Total } R_0 = \frac{(0.0015)(0.0010 + 0.0300)}{(0.0015 + 0.0010 + 0.0300)} = 0.00143$$

For a single line-to-ground fault,

$$I_{sc} = \frac{3 \times 1.022}{2(0.0856) + 0.0578} \times 837 = 11\,200 \text{ A}$$

Fig A3
System for Single Line-to-Ground Fault Calculation for Breaker A

From Fig 2, the single line-to-ground fault calculation should be multiplied by 1.25 to obtain total fault current at the time of breaker contact parting. The current to be compared with the breaker interrupting capability, at breaker operating voltage, is $11\,200 \times 1.25 = 14\,000 \text{ A}$.

For the breaker A location, the single line-to-ground fault current exceeds the three-phase fault current and is the determining current value insofar as breaker interrupting rating selection is concerned.

A1.2.4 Momentary Calculation. The highest value of rms symmetrical current calculated for breaker A occurs for the single line-to-ground fault,

$$I_{sc} = 11\,200 \text{ A}$$

A multiplier of 1.6 gives the momentary total rms current duty for the breaker. Thus, a calculated current of $1.6 \times 11\,200 = 17\,900 \text{ A}$ must be within the breaker momentary rating for proper breaker application.

A1.2.5 Selection of Breaker A. A circuit breaker is to be selected from the preferred rating schedules of American National Standard C37.6-1971, Schedules of Preferred Ratings for AC High-Voltage Circuit Breakers Rated on a Total Current Basis. The load current requirement is not greater than 2000 A, and the standard duty cycle is used.

The only 69 kV outdoor oil circuit breaker in American National Standard C37.6-1971 has a three-phase interrupting rating of 5000 MVA. The maximum design voltage is 72.5 kV, the minimum voltage for rated interrupting MVA is 66 kV, and the interrupting time is 5 c. The continuous current is 2000 A.

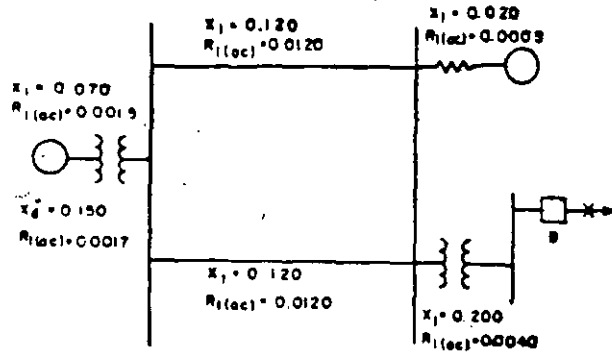
The breaker has an interrupting rating of 42 kA at rated voltage of 69 kV. The maximum interrupting rating at 66 kV is 44 kA. The interrupting capability at 70.5 kV is 41 kA and is found by multiplying 42 kA by the ratio of rated voltage (69 kV) to maximum operating voltage (70.5 kV).

Table A1 shows the comparison of calculated short-circuit current with the capability of the breaker and shows that the interrupting capability of the breaker is much larger than the calculated system fault currents.

The momentary current capability of the

Table A1
Short-Circuit Currents and Breaker A Capability

Fault	Calculated Short-Circuit Current (kA)		Adjusted E/X	Breaker Interrupting Capability (kA)	
	E/X	X/R Factor		At Rated Maximum Voltage	At Operating Voltage
Three-phase	9.99	1.14	11.40	40	41
Single-line-to ground	11.20	1.25	14.00	40	41



$$X_1 = \frac{(0.150 + 0.070 + \frac{0.120}{2})(0.020)}{(0.150 + 0.070 + \frac{0.120}{2} + 0.020)} + 0.200 = 0.219$$

$$R_1 = \frac{(0.0017 + 0.0015 + \frac{0.0120}{2})(0.0005)}{(0.0017 + 0.0015 + \frac{0.0120}{2} + 0.0005)} + 0.0040 = 0.00447$$

Base kV = 34.5

Base A = 1670

The value of voltage corresponding to the highest operating voltage at the fault point is 34 kV line to line.

$$E_{pu} = \frac{34}{34.5} = 0.986$$

For a three-phase fault,

$$I_{sc} = \frac{0.986}{0.219} \times 1670 = 7520 \text{ A}$$

Fig A4

System for Three-Phase Fault Calculation for Breaker B

breaker is 70 kA which is also much larger than the calculated maximum momentary current of 17.9 kA.

A1.3 Short-Circuit Current Calculations, Breaker B

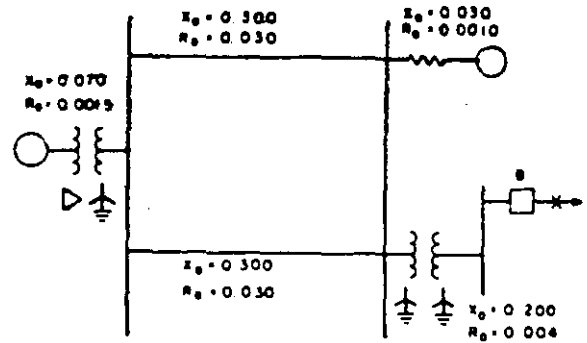
A1.3.1 Three-Phase Fault. The positive sequence impedance data for a fault at breaker B of Fig A1 are shown in Fig A4.

A1.3.2 Single Line-to-Ground Fault. The zero sequence impedance data for a fault at breaker B are given in Fig A5.

A1.3.3 Multiplying Factors, Interrupting Rating. For a three-phase fault,

$$\frac{X_1}{R_1} = \frac{0.219}{0.00447} = 49.0$$

Consider an 8 c (on a 60 Hz basis) breaker with a minimum contact parting time of 4 c (on a 60 Hz basis). Since the breaker under



$$X_0 = \frac{(0.070 + 0.300) \frac{(0.030)}{2}}{(0.070 + \frac{0.300}{2} + 0.030)} + 0.200 = 0.226$$

$$R_0 = \frac{(0.0015 + \frac{0.0300}{2})(0.0010)}{(0.0015 + \frac{0.0300}{2} + 0.0010)} + 0.0040 = 0.00494$$

For a single line-to-ground fault,

$$I_{sc} = \frac{3 \times 0.986}{2(0.219) + 0.226} \times 1670 = 7440 \text{ A}$$

Fig A5

System for Single Line-to-Ground Fault Calculation for Breaker B

consideration is remote from generation by more than one transformation, the E/X calculation should be multiplied by a factor from Fig 3 to obtain total fault current at the time of contact parting. This factor is 1.31. The current to be compared with the breaker interrupting capability at breaker operating voltage is,

$$7520 \times 1.31 = 9850 \text{ A}$$

For a single line-to-ground fault,

$$\frac{2X_1 + X_0}{2R_1 + R_0} = \frac{2 \times 0.219 + 0.226}{2 \times 0.00447 + 0.00494} = 47.8$$

From Fig 3, the single line-to-ground fault calculation should be multiplied by 1.30 to obtain total fault current at the time of breaker contact parting. The current to be compared with the breaker interrupting capability is, thus,

$$7440 \times 1.3 = 9670 \text{ A}$$

For the breaker B location, the three-phase fault current exceeds the single line-to-ground fault current and is the determining current value insofar as breaker interrupting rating selection is concerned.

A1.3.4 Momentary Calculation. The highest value of rms symmetrical current calculated for breaker B occurs for the three-phase fault,

$$\frac{E}{X_1} = 7520 \text{ A.}$$

A multiplier of 1.6 gives the momentary total rms current duty for the breaker. Thus, a calculated current of $1.6 \times 7520 = 12\,030 \text{ A}$ must be within the breaker momentary rating for proper application.

A1.3.5 Selection of Breaker B. As in A1.2.5 an outdoor oil circuit breaker is selected from American National Standard C37.6-1971, Schedules of Preferred Ratings for AC High-Voltage Circuit Breakers Rated on a Total Current Basis. The only interrupting rating listed for a 34.5 kV outdoor breaker is 2500 MVA. The maximum design voltage is 38 kV, the minimum voltage for rated interrupting MVA is 24 kV, and the interrupting time is 8 c. The continuous current is 2000 A.

The breaker has an interrupting rating in amperes at rated voltage of 42 kA. The maximum interrupting rating at 24 kV is 60 kA. The interrupting capability at the operating voltage of 34 kV is $42 \times 34.5/34 = 42.6 \text{ kA}$.

Table A2 shows the comparison of calculated short-circuit current with the capability of the breaker and shows that the interrupting capability of the breaker is much larger than the calculated system fault currents.

The momentary current capability of the breaker is 96 kA which is also much larger than the calculated maximum momentary current of 12.03 kA.

A2. Faults on a System with Significant Motor Contributions

A2.1 General. The system in Fig A6 can be used to illustrate the use of rotating machine reactance multipliers in fault current calculation procedures described in this guide.

Since it is apparent that a fault on the line side of Breaker C produces higher fault current through the breaker than does a fault on the bus side, currents have been calculated on the line side of the breaker only. In case of doubt, currents for faults on both sides of the breaker should be determined.

A2.2 Short-Circuit Current Calculations, Breaker C

A2.2.1 Three-Phase Fault. In Fig A7 positive sequence reactances and resistances in per unit on a 100 MVA base are indicated adjacent to generators, motors, and transformers. The resistances were determined by dividing each reactance by the corresponding X/R ratio. Normal voltage is used as base at all levels.

For short-circuit current calculations, rotating machine reactances are adjusted using the multipliers from Table 1. Note that different factors apply for interrupting and momentary duties. (The factors are listed in Fig A7 also).

For a fault on the line side of Breaker C, the fault point reactance X_1 for determining the short-circuit current which the breaker must interrupt is calculated as follows:

Table A2
Short-Circuit Currents and Breaker B Capability

Fault	Calculated Short Circuit Current (kA)		Adjusted E/X	Breaker Interrupting Capability (kA)	
	E/X	X/R Factor		At Rated Maximum Voltage	At Operating Voltage
Three-phase	7.52	1.31	9.85	38	42.6
Single-line-to ground	7.44	1.30	9.67	38	42.6

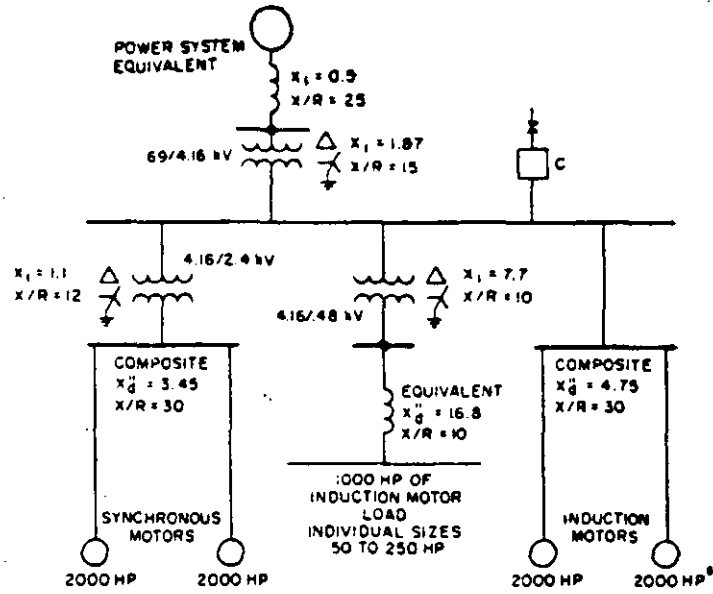


Fig A6
System Illustrating Large Short-Circuit
Current Contribution from Motors

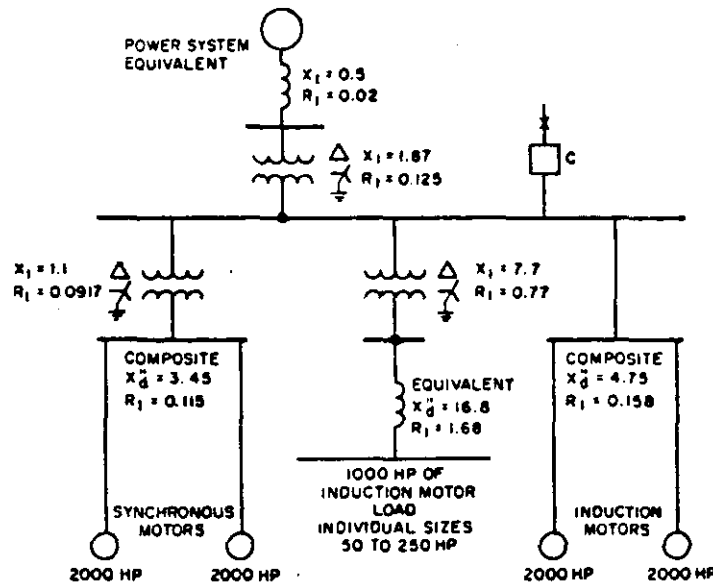


Fig A7
Positive Sequence Impedance for System
Shown in Fig A6

EJEMPLO No 3

CALCULO		S.T.A.	HOJA 1 de 47
FECHA	1-VIII-83	REVISIONES	1
PROYECTO	J.N.A.R.	FECHA	
FECHA	2-IX-83	CLIENTE	

CALCULOS Y CROQUIS

1 CALCULO DE COSTO CIRCUITO TRIFASICO

2 CONSIDERACIONES

3 A) POR INDICACION DEL CLIENTE (REF. GA-113/83) SE HARA
 4 EL CALCULO DE COSTO CIRCUITO PARA LOS SIGUIENTES
 5 CASOS:

- 6 a) DOS TURBOGENERADORES TRABAJANDO EN PARALELO
- 7 b) UN TURBOGENERADOR Y CEE TRABAJANDO EN PARALELO
- 8 c) TRES TURBOGENERADORES TRABAJANDO EN PARALELO

9 c) PARA CADA UNO DE LOS TRES CASOS SE HARAN LOS SIGUIENTES CALCULOS DE COSTO CIRCUITO:

- 10 a) C.C. MOMENTANEO (PRIMER CICLO) PARA FUENTES E INTERRUPTORES BAJA TENSION.
- 11 b) C.C. MOMENTANEO (PRIMER CICLO) PARA INTERRUPTORES ALTA TENSION.
- 12 c) C.C. INTERRUPTIVO (TIEMPO DE PARTIDA DE CONTACTOS) PARA INTERRUPTORES ALTA TENSION.
- 13 d) C.C. SOSTENIDO PARA RELEVADORES CON RETARDO DE TIEMPO Y CABLES

14 3) SE EMPLEA EL METODO X/R CORREGIDO, SEGUN NORMA IEEE Std 141-1976 (CALCULO EN P.U.).

15 4) VALORES TRIFASICOS DE BASE:

VALORES ASIGNADOS		VALORES DERIVADOS	
KVAB	KVB	I_B	Z_B
1000	13.2	43.79	174.24
1000	4.16	138.95	17.30
1000	0.44	1313.71	0.1936

$$\frac{1}{X_1} = \frac{1}{1.87 + 0.5} + \frac{1}{(3.45)(1.5) + 1.1}$$

$$+ \frac{1}{(16.8)(3.0) + 7.7} + \frac{1}{(4.75)(1.5)}$$

$$\text{Total } X_1 = 1.353$$

The corresponding fault point resistance R_1 is calculated as follows:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{0.125 + 0.02} + \frac{1}{(0.115)(1.5) + 0.0917}$$

$$+ \frac{1}{(1.68)(3.0) + 0.77} + \frac{1}{(0.158)(1.5)}$$

$$\text{Total } R_1 = 0.0663$$

Base voltage = 4.16 kV

Base current = 13 900 A

The value of operating voltage corresponding to the highest operating voltage at the fault point is 4.1 kV line-to-line.

$$E_{pu} = \frac{4.1}{4.16} = 0.986$$

$$I_{sc} = \frac{0.986}{1.353} \times 13\,900 = 10\,125 \text{ A}$$

A2.2.2 Multiplying Factors, Interrupting Rating. For a three-phase fault,

$$\frac{X_1}{R_1} = \frac{1.353}{0.0663} = 20.4$$

Consider an existing oilless circuit breaker, rated in accordance with superseded American National Standard C37.6-1961, having a continuous current rating of 1200 A, a three-phase interrupting rating of 75 MVA within a voltage range from 3.5 to 4.76 kV, and a rated interrupting time of 8 c at 60 Hz. The maximum interrupting rating is 12 500 A at 3.5 kV and the momentary rating is 20 000 A.

The total current interrupting capability of this circuit breaker at the operating voltage of 4.1 kV is:

$$12\,500 \times \frac{3.5}{4.1} = 10\,670 \text{ A}$$

With the fault point two or more transformations from generation, the total current interrupting duty I_{sc} is multiplied by a factor from Fig 3 (see 3.2.1). At the 4 cycle minimum contact parting time applicable for 8 c circuit breakers and the calculated fault point X/R of 20.4, the multiplying factor is 1.08. The current to be compared with the circuit breaker interrupting capability at breaker operating

voltage is:

$$10\,125 \times 1.08 = 10\,940 \text{ A}$$

For the Breaker C location, the short-circuit current for a fault exceeds the circuit breaker interrupting capability.

A2.2.3 Momentary Calculation. Using Fig A7, the fault point reactance X for determining momentary duty (at one-half cycle) is calculated as follows: (Multipliers are from Table 1 and are listed in Fig A7).

$$\frac{1}{X} = \frac{1}{1.87 + 0.5} + \frac{1}{(3.45)(1.0) + 1.1}$$

$$+ \frac{1}{(16.8)(1.2) + 7.7} + \frac{1}{4.75(1.0)}$$

$$X = 1.125$$

The total current short-circuit duty at one-half cycle, calculated in accordance with 3.2.2, is:

$$\frac{0.986}{1.125} \times 13\,900 \times 1.6 = 19\,500 \text{ A}$$

A2.2.4 Adequacy of Breaker C. The 20 000 A momentary rating of the circuit breaker is adequate for this application; however, because the calculated short-circuit current for a three-phase fault exceeds the interrupting capability of the circuit breaker, either the short-circuit current may be reduced or the circuit breaker may be replaced. Applications such as this, which yield marginal results, may suggest the use of more rigorous calculation methods to ascertain the need for circuit breaker replacement.

A3. References

- [1] Appendix material of ANSI/IEEE C37.010-1979 (Consolidated edition), Application Guide for AC High-Voltage Circuit Breakers Rated on a Symmetrical Current Basis.
- [2] AIEE COMMITTEE REPORT. Calculation of Electric Power System Short Circuits During the First Few Cycles. *AIEE Transactions (Power Apparatus and Systems)*, vol 75, pp 120-127, Apr 1956.
- [3] SKUDERNA, J. E. The X/R Method of Applying Power Circuit Breakers. *AIEE Transactions (Power Apparatus and Systems)*, vol 78, pp 328-338, Jun 1959.

CALCULO	HOJA 2 de 47
FECHA	REVISIONES 1
HECHO	FECHA
FECHA	CLIENTE

CALCULOS Y CROQUIS

5) TOMAR LOS INTERRUPTORES EN ALTA TENSION SONI DEL TIPO DE PEQUEÑO VOLUMEN DE ACEITE, TIEMPO DE INTERRUPTOR 5 CICLOS, TIEMPO DE PERDIDA DE CONTACTO 3 CICLOS, CEO MVA = CAPACIDAD DE CORTO CIRCUITO

INDICES METODO

1) CALCULO DE REACTANCIAS

1.a) TRES GENERADORES (G1, G2, G3)

POTENCIA = 5000 KW (6250 KVA)

$X''_d = 20\%$

$X'_d = 26\%$ PENSOS DE FABRICALITE

$X_d = 23\%$

$X/R = 29$ (IEEE Std. 141-1976)

$X_{pu} = \frac{MVA_B}{MVA_{GEN}} (X_d)$

$X''_d = \frac{1}{6.25} (0.20) = 0.032 \text{ P.U.}$

$X'_d = \frac{1}{6.25} (0.26) = 0.0416 \text{ P.U.}$

$R = \frac{X''_d}{X/R} = \frac{0.032}{29} = 0.0011034 \text{ P.U.}$

1.b) TRANSFORMADORES

1.b.1) TRANSFORMADOR COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD (TI)

CAPACIDAD 1500 KVA

RELACION 34.5 - 13.2 KV

$Z = 5.75\%$ (IEEE Std. 141-1976)

$X/R = 7$ (IEEE Std. 141-1976)

$X = \frac{1}{15} (0.0575) = 0.03833 \text{ P.U.}$

$R = \frac{0.03833}{7} = 0.005476 \text{ P.U.}$

CALCULOS Y CROQUIS

1.6.2) TRANSFORMADOR COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD (T2)

CAPACIDAD 1500 KVA

RELACION 13.2 - 4.16 KV

$Z = 5.75\%$

$X/R = 7$

$$X = \frac{1}{\sqrt{3}} (0.0575) = 0.03333 \text{ P.U.}$$

$$R = \frac{0.03333}{7} = 0.00476 \text{ P.U.}$$

1.6.3) CONTRIBUCION CFE

CAPACIDAD DE CORTO CIRCUITO DISPONIBLE: 43 MVA (DATO CFE)

$$X = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.0233 \text{ P.U.}$$

$X/R = 10$

$$R = \frac{0.0233}{10} = 0.00233 \text{ P.U.}$$

1.6.4) TRANSFORMADORES DE SUBESTACIONES UNITARIAS

CAPACIDAD 1500 KVA

RELACION 4.16 - 0.44 KV

$Z = 5.48\%$ (DATO FABRICANTE)

$X/R = 7$

$$X_{TSE} = \frac{1}{\sqrt{3}} (0.0548) = 0.0313 \text{ P.U.}$$

$$R = \frac{0.0313}{7} = 0.00447 \text{ P.U.}$$

CALCULOS Y CROQUIS

I.C.) MOTORES 4.16 KV

I.C.1) VENTILADOR TIRO INDUCIDO CALDERA No.1

POTENCIA: 800 HP \approx 800 KVA

$$X''_d = 0.17; X'_d = 1/0.8 (0.17) = 0.2125 \text{ P.U. (IEEE Std. 141-1976)}$$

$$X_{mom} = 1.2 X''_d = 1.2 \times 0.17 = 0.204 \text{ (IEEE Std. 141-1976)}$$

$$X_{int} = 3 X'_d = 3 \times 0.17 = 0.51 \text{ (IEEE Std. 141-1976)}$$

$$X/R = 23 \text{ (IEEE Std. 141-1976)}$$

$$X_{mom} = \frac{1}{0.8} (0.204) = 0.255 \text{ P.U.}$$

$$X_{int} = \frac{1}{0.8} (0.51) = 0.6375 \text{ P.U.}$$

$$R = \frac{0.6375}{23} = 0.0277 \text{ P.U.}$$

I.C.2) VENTILADOR TIRO FORZADO CALDERA No.1

POTENCIA: 400 HP \approx 400 KVA

$$X''_d = 0.17; X'_d = 1/0.4 (0.17) = 0.425 \text{ P.U.}$$

$$X_{mom} = 0.204$$

$$X_{int} = 0.51$$

$$X/R = 18$$

$$X_{mom} = \frac{1}{0.4} (0.204) = 0.51 \text{ P.U.}$$

$$X_{int} = \frac{1}{0.4} (0.51) = 1.275 \text{ P.U.}$$

$$R = \frac{1.275}{18} = 0.0708 \text{ P.U.}$$

CALCULOS Y CROQUIS

C.C.3) COMPRESORES DE AIRE

POTENCIA: 200 HP \approx 300 KVA

$$X''_d = 0.17 ; X''_d = \frac{1}{0.3} (0.17) = \underline{0.5667 \text{ P.U.}}$$

$$X_{\text{mom}} = 0.204$$

$$X_{\text{int}} = 0.51$$

$$X/R = 15$$

$$X_{\text{mom}} = \frac{1}{15} (0.204) = \underline{0.08 \text{ P.U.}}$$

$$X_{\text{int}} = \frac{1}{6.5} (0.51) = \underline{1.7 \text{ P.U.}}$$

$$R = \frac{1.7}{15} = \underline{0.1133 \text{ P.U.}}$$

C.C.4) BOMBAS DE AGUA DE ALIMENTACION DE CALDERAS

POTENCIA: 700 HP \approx 700 KVA

$$X''_d = 0.17 ; X''_d = \frac{1}{0.7} (0.17) = \underline{0.2428 \text{ P.U.}}$$

$$X_{\text{mom}} = 0.204$$

$$X_{\text{int}} = 0.51$$

$$X/R = 22$$

$$X_{\text{mom}} = \frac{1}{22} (0.204) = \underline{0.2914 \text{ P.U.}}$$

$$X_{\text{int}} = \frac{1}{2.7} (0.51) = \underline{0.72857 \text{ P.U.}}$$

$$R = \frac{0.72857}{22} = \underline{0.03311 \text{ P.U.}}$$

C.C.5) BOMBAS DE AGUA DE ALIMENTACION DE CALDERAS (SECANQUES)

POTENCIA: 250 HP \approx 250 KVA

$$X''_d = 0.17 ; X''_d = \frac{1}{0.25} (0.17) = \underline{0.68 \text{ P.U.}}$$

$$X_{\text{mom}} = 1.0 \quad X''_d = 0.17$$

$$X_{\text{int}} = 1.5 \quad X''_d = 0.255$$

$$X/R = 13$$

$$X_{\text{mom}} = \frac{1}{13} (0.17) = \underline{0.68 \text{ P.U.}}$$

$$X_{\text{int}} = \frac{1}{0.25} (0.255) = \underline{1.02 \text{ P.U.}}$$

$$R = \frac{1.02}{13} = \underline{0.07846 \text{ P.U.}}$$

CALCULOS Y CROQUIS

1. C. 6) BOMBA INYECCION CONDENSADORES BAROMETRICOS

POTENCIA: 300 HP \approx 500 KVA

$$X''_d = 0.17 ; X''_d = 1/0.5 (0.17) = 0.34 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{mom}} = 0.204$$

$$X_{\text{int}} = 0.51$$

$$X/R = 19$$

$$X_{\text{mom}} = \frac{1}{0.5} (0.204) = 0.408 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{int}} = \frac{1}{0.5} (0.51) = 1.02 \text{ P.U.}$$

$$R = \frac{1.02}{19} = 0.05368 \text{ P.U.}$$

1. C. 7) CUCHILLAS CAJERAS

POTENCIA: 500 HP \approx 800 KVA

$$X''_d = 0.17 ; X''_d = 1/0.8 (0.17) = 0.2125 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{mom}} = 0.204$$

$$X_{\text{int}} = 0.51$$

$$X/R = 23$$

$$X_{\text{mom}} = \frac{1}{0.8} (0.204) = 0.255 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{int}} = \frac{1}{0.8} (0.51) = 0.6375 \text{ P.U.}$$

$$R = \frac{0.6375}{23} = 0.0277 \text{ P.U.}$$

CALCULO	HOJA 7 de 47
FECHA	REVISIONES
HECHO	FECHA
FECHA	CLIENTE

CALCULOS Y CROQUIS

1 d) CARGAS DE SUBESTACIONES

1 d.1) SUBESTACION No.1

1 d.1.1) 0.411 MVA DE MOTORES DE 0 A 40 HP

$$X''_d = 0.25$$

$$X''_0 = \frac{1}{0.411} (0.25) = 0.60827 \text{ P.U.}$$

$X_{mom} = \text{DESPRECIABLE}$

$X_{int} = \text{DESPRECIABLE}$

$R = \text{DESPRECIABLE}$

1 d.1.2) 0.85 MVA DE MOTORES DE 50 A 150 HP

$$X''_d = 0.25$$

$$X''_d = \frac{1}{0.85} (0.25) = 0.2941 \text{ P.U.}$$

$$X_{mom} = 1.2 X''_d = 1.2 \times 0.2941 = 0.35292 \text{ P.U.}$$

$$X_{int} = 3.0 X''_d = 3 \times 0.2941 = 0.8823 \text{ P.U.}$$

1 d.1.3) TOTALES

$$X''_d = 0.1982 \text{ P.U.}$$

$$X_{mom} = 0.35292 \text{ P.U.}$$

$$X_{int} = 0.8823 \text{ P.U.}$$

$$\frac{X}{R} = 9$$

$$R = \frac{0.8823}{9} = 0.098 \text{ P.U.}$$

1 d.2) SUBESTACION No.3

1 d.2.1) 1.178 MVA DE MOTORES DE 0 A 40 HP

$$X''_d = 0.25$$

$$X''_d = \frac{1}{1.178} (0.25) = 0.2122 \text{ P.U.}$$

$X_{mom} = X_{int} = R = \text{DESPRECIABLE}$

CALCULO		HOJA <u>8</u> DE <u>47</u>
FECHA		REVISIONES
REVISOR		FECHA
FECHA		CLIENTE

CALCULOS Y CROQUIS

1. d. 2.2) 0.22 MVA DE MOTORES DE 50 A 150 HP

$$X''_d = 0.25$$

$$X''_d = \frac{1}{0.22} (0.25) = 1.13636 \text{ P.U.}$$

$$X_{mom} = 1.2 X''_d = 1.2 \times 1.13636 = 1.3636 \text{ P.U.}$$

$$X_{int} = 3.0 X''_d = 3 \times 1.13636 = 3.409 \text{ P.U.}$$

1. d. 2.3) TOTALES

$$X''_d = 0.1788 \text{ P.U.}$$

$$X_{mom} = 1.3636 \text{ P.U.}$$

$$X_{int} = 3.409 \text{ P.U.}$$

$$\frac{X}{R} = 9$$

$$R = \frac{3.409}{9} = 0.3787 \text{ P.U.}$$

1. d. 3) SUBESTACION No. 4

1. d. 3.1) 1.0495 MVA DE MOTORES DE 0 A 40 HP

$$X''_d = 0.25$$

$$X''_d = \frac{1}{1.0495} (0.25) = 0.2382 \text{ P.U.}$$

$$X_{mom} = X_{int} = R = \text{DESPRECIABLE}$$

1. d. 3.2) 1.425 MVA DE MOTORES DE 50 A 150 HP

$$X''_d = 0.25$$

$$X''_d = \frac{1}{1.425} (0.25) = 0.1754 \text{ P.U.}$$

$$X_{mom} = 1.2 X''_d = 1.2 \times 0.1754 = 0.21048 \text{ P.U.}$$

$$X_{int} = 3.0 X''_d = 3 \times 0.1754 = 0.5262 \text{ P.U.}$$

CALCULOS Y CROQUIS

1. d. B. 3) TOTALES

$$X''_d = 0.101 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{mot}} = 0.21048 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{int}} = 0.5262 \text{ P.U.}$$

$$\frac{X}{R} = 9$$

$$R = \frac{0.5262}{9} = 0.05846 \text{ P.U.}$$

1. d. 4) SUBESTACION No. 5

1. d. A. 1) 1.436 MVA DE MOTORES DE 0 A 40 HP

$$X''_d = 0.25$$

$$X''_d = \frac{1}{1.436} (0.25) = 0.17409 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{mot}} = X_{\text{int}} = R = \text{DESPRECIABLE}$$

1. d. 5) SUBESTACION No. 6

1. d. B. 1) 1.875 MVA DE MOTORES DE 50 A 150 HP

$$X''_d = 0.25$$

$$X''_d = \frac{1}{1.875} (0.25) = 0.1333 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{mot}} = 1.2 \quad X''_d = 1.2 \times 0.1333 = 0.16 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{int}} = 3.0 \quad X''_d = 3 \times 0.1333 = 0.4 \text{ P.U.}$$

$$\frac{X}{R} = 9$$

$$R = \frac{0.4}{9} = 0.0444 \text{ P.U.}$$

CALCULOS Y CROQUIS

1. d. 6) SUBESTACION No. 9

1. d. 6.1) 0.44 MVA DE MOTORES DE 0 A 40 HP

$$x''_d = 0.25$$

$$x''_d = \frac{1}{0.44} (0.25) = 0.5682 \text{ P.U.}$$

$$x_{\text{mom}} = x_{\text{int}} = R = \text{DESPRECIABLE}$$

1. d. 6.2) 0.52 MVA DE MOTORES DE 50 A 150 HP

$$x''_d = 0.25$$

$$x''_d = \frac{1}{0.52} (0.25) = 0.48077 \text{ P.U.}$$

$$x_{\text{mom}} = 1.2 x''_d = 1.2 \times 0.48077 = 0.5769 \text{ P.U.}$$

$$x_{\text{int}} = 3.0 x''_d = 3 \times 0.48077 = 1.4423 \text{ P.U.}$$

1. d. 6.3) TOTALES

$$x''_d = 0.26042 \text{ P.U.}$$

$$x_{\text{mom}} = 0.5769 \text{ P.U.}$$

$$x_{\text{int}} = 1.4423 \text{ P.U.}$$

$$\frac{x}{R} = 9$$

$$R = \frac{1.4423}{9} = 0.16025 \text{ P.U.}$$

1. d. 7) SUBESTACION No. 11

1. d. 7.1) 1.3775 MVA DE MOTORES DE 0 A 40 HP

$$x''_d = 0.25$$

$$x''_d = \frac{1}{1.3775} (0.25) = 0.1815 \text{ P.U.}$$

$$x_{\text{mom}} = x_{\text{int}} = R = \text{DESPRECIABLE}$$

CALCULOS Y CROQUIS

1. d. 7.2) 0.795 MVA DE MOTORES DE 50 A 150 HP

$$X''_d = 0.25$$

$$X''_d = \frac{1}{0.795} (0.25) = 0.31446 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{mom}} = 1.2 X''_d = 1.2 \times 0.31446 = 0.3773 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{int}} = 3.0 X''_d = 3 \times 0.31446 = 0.94338 \text{ P.U.}$$

1. d. 7.3) TOTALES

$$X''_d = 0.115 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{mom}} = 0.3773 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{int}} = 0.94338 \text{ P.U.}$$

$$\frac{X_i}{R} = 9$$

$$R = \frac{0.94338}{9} = 0.10482 \text{ P.U.}$$

1. d. 8) SUBESTACION No. 12

1. d. 8.1) 0.682 MVA DE MOTORES DE 0 A 40 HP

$$X''_d = 0.25$$

$$X''_d = \frac{1}{0.682} (0.25) = 0.3665 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{mom}} = X_{\text{int}} = R = \text{DESPRECIABLE}$$

1. d. 8.2) 1.52 MVA DE MOTORES DE 50 A 150 HP

$$X''_d = 0.25$$

$$X''_d = \frac{1}{1.52} (0.25) = 0.1644 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{mom}} = 1.2 X''_d = 1.2 \times 0.1644 = 0.19728 \text{ P.U.}$$

$$X_{\text{int}} = 3.0 X''_d = 3 \times 0.1644 = 0.4932 \text{ P.U.}$$

CALCULO		HOJA <u>12</u> de <u>47</u>
FECHA		REVISIONES
REVISOR		FECHA
FECHA		CLIENTE

CALCULOS Y CROQUIS

1 d.8.3) TOTALES

$X''d = 0.1135 \text{ P.U.}$

$X_{mom} = 0.19728 \text{ P.U.}$

$X_{int} = 0.4932 \text{ P.U.}$

$\frac{X}{P} = 9$

$R = \frac{0.4932}{9} = 0.0548 \text{ P.U.}$

CALCULO	HOJA <u>13</u> DE <u>47</u>
FECHA	REVISIONES <u>1</u>
HECHO	FECHA
FECHA	CLIENTE

CALCULOS Y CROQUIS

1 le) CABLES

2 l.e.1) ALIMENTADORES A SUBESTACIONES

3 CALCULOS DE ACUERDO A DATOS FABRICANTE PARA
4 CABLE CAIBRE 300 MCM, 5KV DE AISLAMIENTO AL 100%

5 $R = 0.144 \Omega / km$

6 $L = 0.292 mh / km$

7 $X_L = \omega L = 2\pi fL = 2 \times 5.1416 \times 60 \times 0.292 \times 10^3 = 0.111008 \Omega / km$

8 l.e.1.1) S.E. No.1

9 $LONG. = 220 mts.$

10 $R = 0.144 \times 0.22 = 0.03168 \Omega$

11 $X = 0.11008 \times 0.22 = 0.024217 \Omega$

12 $R = \frac{R}{Z_0} = \frac{0.03168}{17.30} = 0.00183 P.U.$

13 $X = \frac{0.024217}{17.30} = 0.0014 P.U.$

14 l.e.1.2) S.E. No.3

15 $L = 190 mts.$

16 $R = 0.144 \times 0.190 = 0.02736 \Omega$

17 $X = 0.11008 \times 0.190 = 0.02091 \Omega$

18 $R = \frac{0.02736}{17.3} = 0.0015815 P.U.$

19 $X = \frac{0.02091}{17.3} = 0.001209 P.U.$

20 l.e.1.3) S.E. No.4

21 $L = 85 mts.$

22 $R = 0.144 \times 0.085 = 0.01224 \Omega$

23 $X = 0.11008 \times 0.085 = 0.0093568 \Omega$

24 $R = \frac{0.01224}{17.3} = 0.0007075 P.U.$

25 $X = \frac{0.0093568}{17.3} = 0.00054 P.U.$

CALCULOS Y CROQUIS

1. e. 1.4) S.E. No. 5

$$L = 167 \text{ mts.}$$

$$R = 0.144 \times 0.167 = 0.024 \Omega$$

$$X = 0.11008 \times 0.167 = 0.01838 \Omega$$

$$R = \frac{0.024}{17.3} = 0.00139 \text{ P.U.}$$

$$X = \frac{0.01838}{17.3} = 0.00106262 \text{ P.U.}$$

1. e. 1.5) S.E. No. 6

$$L = 180 \text{ mts.}$$

$$R = 0.144 \times 0.18 = 0.02592 \Omega$$

$$X = 0.11008 \times 0.18 = 0.0198 \Omega$$

$$R = \frac{0.02592}{17.3} = 0.001498 \text{ P.U.}$$

$$X = \frac{0.0198}{17.3} = 0.001145 \text{ P.U.}$$

1. e. 1.6) S.E. No. 9

$$L = 140 \text{ mts.}$$

$$R = 0.144 \times 0.14 = 0.02016 \Omega$$

$$X = 0.11008 \times 0.14 = 0.01541 \Omega$$

$$R = \frac{0.02016}{17.3} = 0.001165 \text{ P.U.}$$

$$X = \frac{0.01541}{17.3} = 0.00089 \text{ P.U.}$$

1. e. 1.7) S.E. No. 11

$$L = 140 \text{ mts.}$$

$$R = 0.144 \times 0.14 = 0.02016 \Omega$$

$$X = 0.11008 \times 0.14 = 0.0154 \Omega$$

$$R = \frac{0.02016}{17.3} = 0.001165 \text{ P.U.}$$

$$X = \frac{0.0154}{17.3} = 0.00089 \text{ P.U.}$$

CALCULOS Y CROQUIS

1. e. 1.3) SE No. 12

$$L = 145 \text{ mts.}$$

$$R = 0.144 \times 0.145 = 0.02088 \Omega$$

$$X = 0.11008 \times 0.145 = 0.01596 \Omega$$

$$R = \frac{0.02088}{17.3} = 0.0012 \text{ P.U.}$$

$$X = \frac{0.01596}{17.3} = 0.0009226 \text{ P.U.}$$

1. e. 2) ALIMENTADORES MOTORES ALTA TENSION

CALCULO DE ACUERDO A DATOS EXPERIMENTAL PARA

CABLE CALIBRE 300 MCM, 5KV DE AISLAMIENTO AL 100%

$$L = 232 \text{ mts.}$$

$$R = 0.144 \Omega/\text{km}$$

$$X = 0.292 \text{ m}\Omega/\text{km}$$

$$X_L = 0.11038 \Omega/\text{km}$$

1. e. 2.1) CUCHILLA No. 1

$$L = 232 \text{ mts.}$$

$$R = 0.144 \times 0.232 = 0.0334 \Omega$$

$$X = 0.11008 \times 0.232 = 0.025538 \Omega$$

$$R = \frac{0.0334}{17.3} = 0.00193 \text{ P.U.}$$

$$X = \frac{0.025538}{17.3} = 0.001476 \text{ P.U.}$$

1. e. 2.2) CUCHILLA No. 2

$$L = 220 \text{ mts.}$$

$$R = 0.144 \times 0.22 = 0.03168 \Omega$$

$$X = 0.11008 \times 0.22 = 0.0242 \Omega$$

$$R = \frac{0.03168}{17.3} = 0.00183 \text{ P.U.}$$

$$X = \frac{0.0242}{17.3} = 0.0014 \text{ P.U.}$$

CALCULO		HOJA <u>16</u> DE <u>47</u>
FECHA	REVISIONES	
HECHO	FECHA	
FECHA	CLIENTE	

CALCULOS Y CROQUIS

1. e. 2.3) COMPRESORES DE AIRE

$L = 82 \text{ mts.}$

$R = 0.144 \times 0.087 = 0.011805 \text{ } \Omega$

$X = 0.11008 \times 0.032 = 0.009026 \text{ } \Omega$

$R = \frac{0.011805}{17.3} = 0.000682 \text{ P.U.}$

$X = \frac{0.009026}{17.3} = 0.0005217 \text{ P.U.}$

1. e. 2.4) VENTILADORES (TIROS) CALDERA No.1

$L = 60 \text{ mts.}$

$R = 0.144 \times 0.06 = 0.00864 \text{ } \Omega$

$X = 0.11008 \times 0.02 = 0.002202 \text{ } \Omega$

$R = \frac{0.00864}{17.3} = 0.0005 \text{ P.U.}$

$X = \frac{0.002202}{17.3} = 0.0001272 \text{ P.U.}$

1. e. 2.5) BOMBAS ALIMENTACION CALDERAS

$L = 115 \text{ mts.}$

$R = 0.144 \times 0.115 = 0.01656 \text{ } \Omega$

$X = 0.11008 \times 0.115 = 0.012659 \text{ } \Omega$

$R = \frac{0.01656}{17.3} = 0.000957 \text{ P.U.}$

$X = \frac{0.012659}{17.3} = 0.0007317 \text{ P.U.}$

CALCULO

HOJA 17 DE 27

FECHA

REVISIONES

HLWSD

FECHA

FECHA

CLIENTE

CALCULOS Y CROQUIS

1. e. 3) LINEA AEREA 13.2 KV

$L = 1170 \text{ mts} = 3733.33 \text{ ft}$

CABLE ACSR

CAMBRE No. 2 AWG

No. DE CONDUCTORES: 1 POR FASE

$R = 0.181 \Omega / \text{COND} / 1000 \text{ ft}$

$X_L = 0.105 \Omega / \text{COND} / 1000 \text{ ft}$ IEEE Std. 14.1.9.2

$X_C = 0.0159 \Omega / \text{COND} / 1000 \text{ ft}$

$X = 0.1239 \Omega / 1000 \text{ ft}$

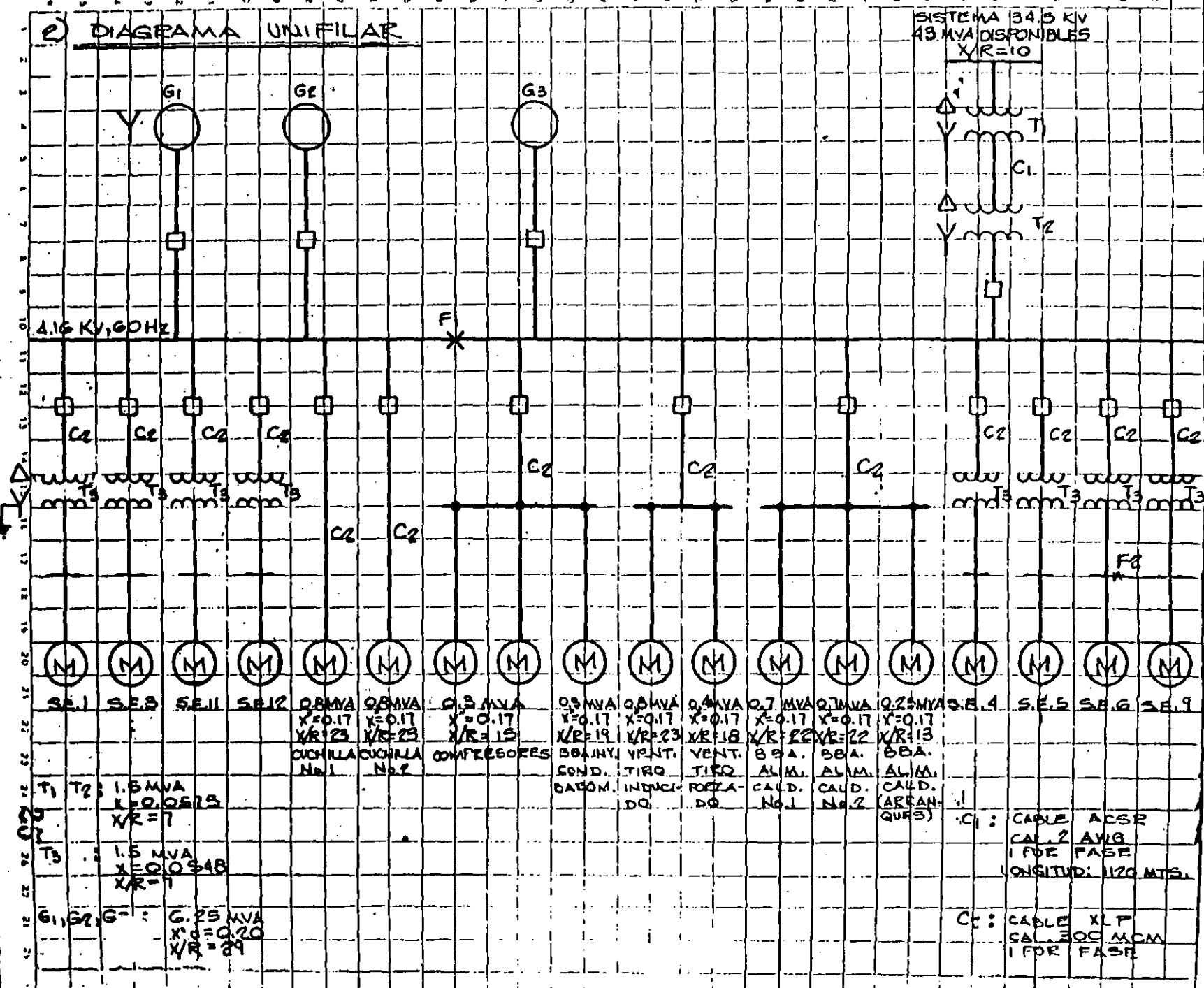
$R = 0.181 (3.73333) = 0.6757 \Omega$

$X = 0.1239 (3.73333) = 0.4625 \Omega$

$R = \frac{0.6757}{174.24} = 0.003878 \text{ P.U.}$

$X = \frac{0.4625}{174.24} = 0.002654 \text{ P.U.}$

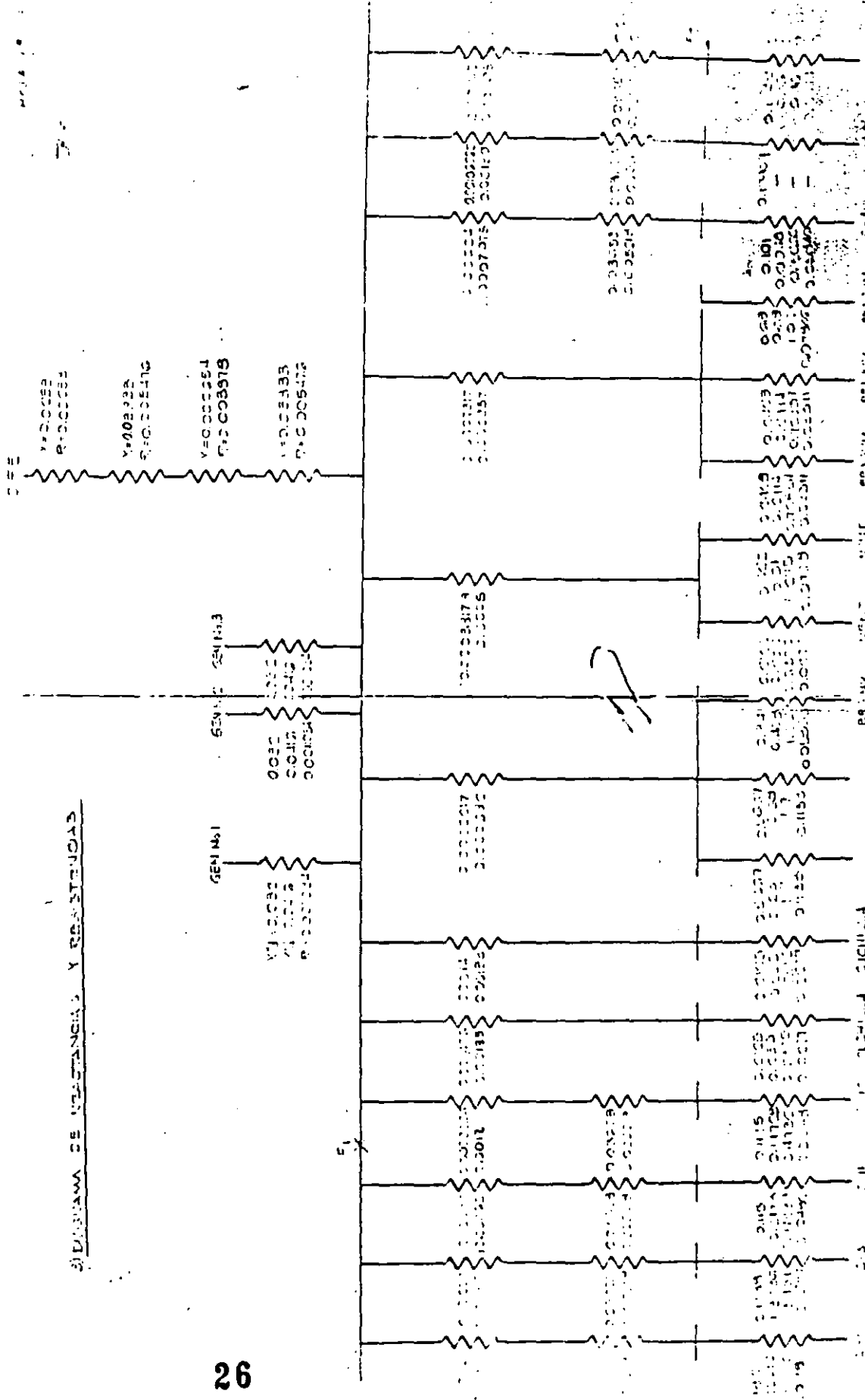
2) DIAGRAMA UNIFILAR



CALCULOS Y CROQUIS

25

CALCULO	FECHA	NO. 18 DE 47
FECHA	REVISIONES	
HECHO	FECHA	
TECNA	CLIENTE	



3) DIAGRAMA DE RESISTENCIAS Y RESISTENCIAS

FECHA

REVISIONES

HECHO

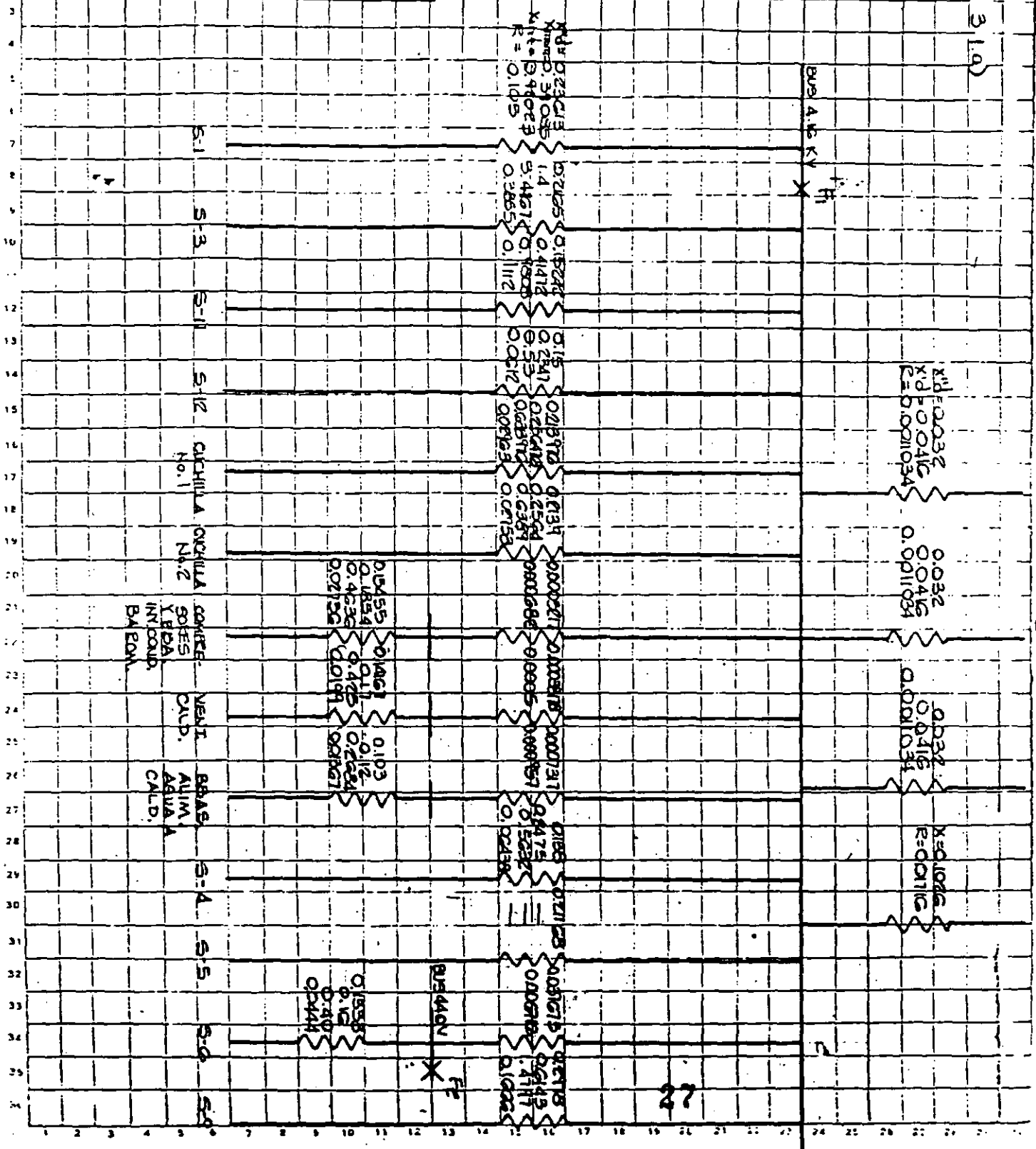
FECHA

FECHA

CLIENTE

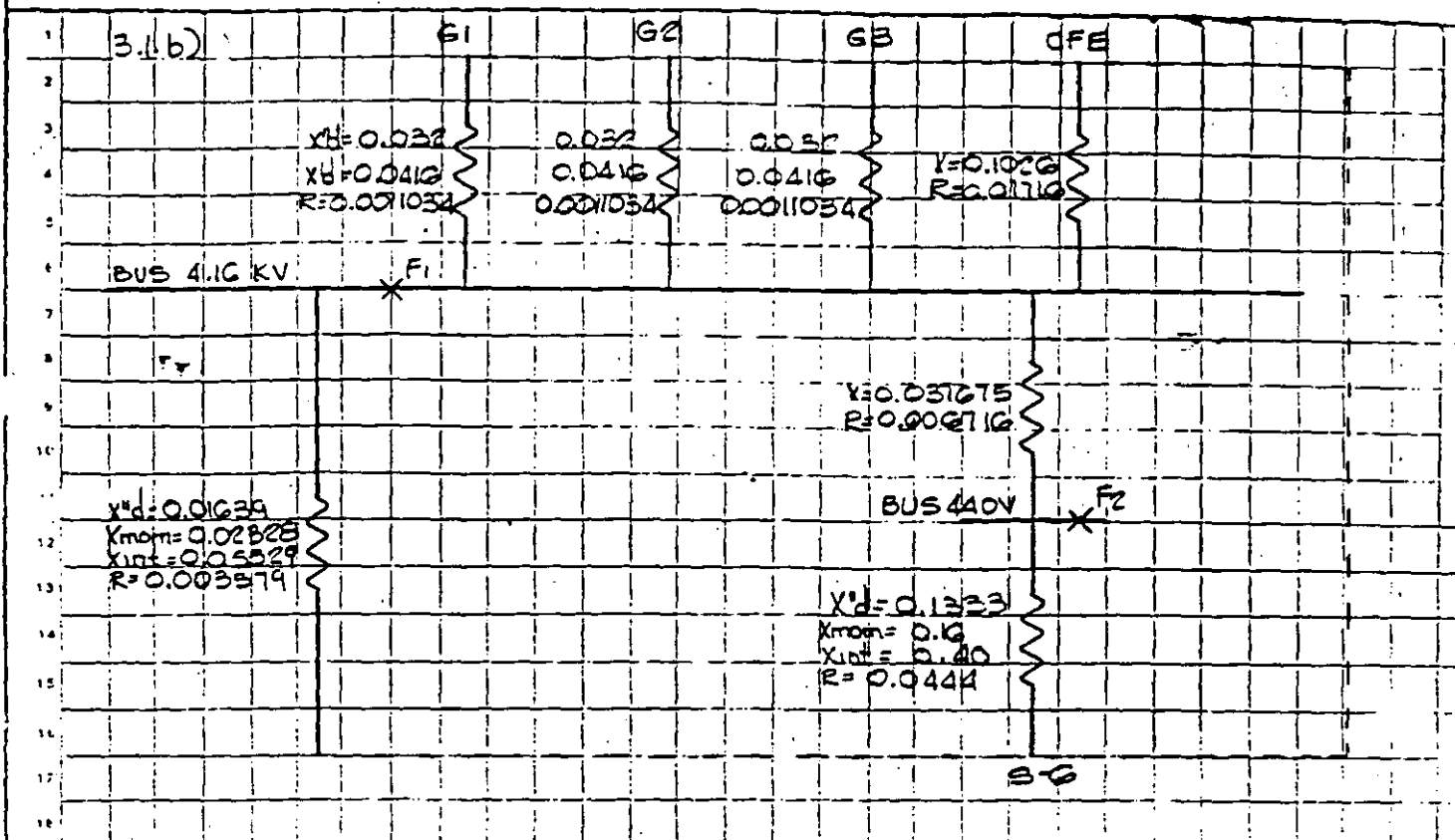
CALCULOS Y CROQUIS

3.1) REDUCCION DEL DIAGRAMA DE REACTANCIAS Y RESISTENCIAS

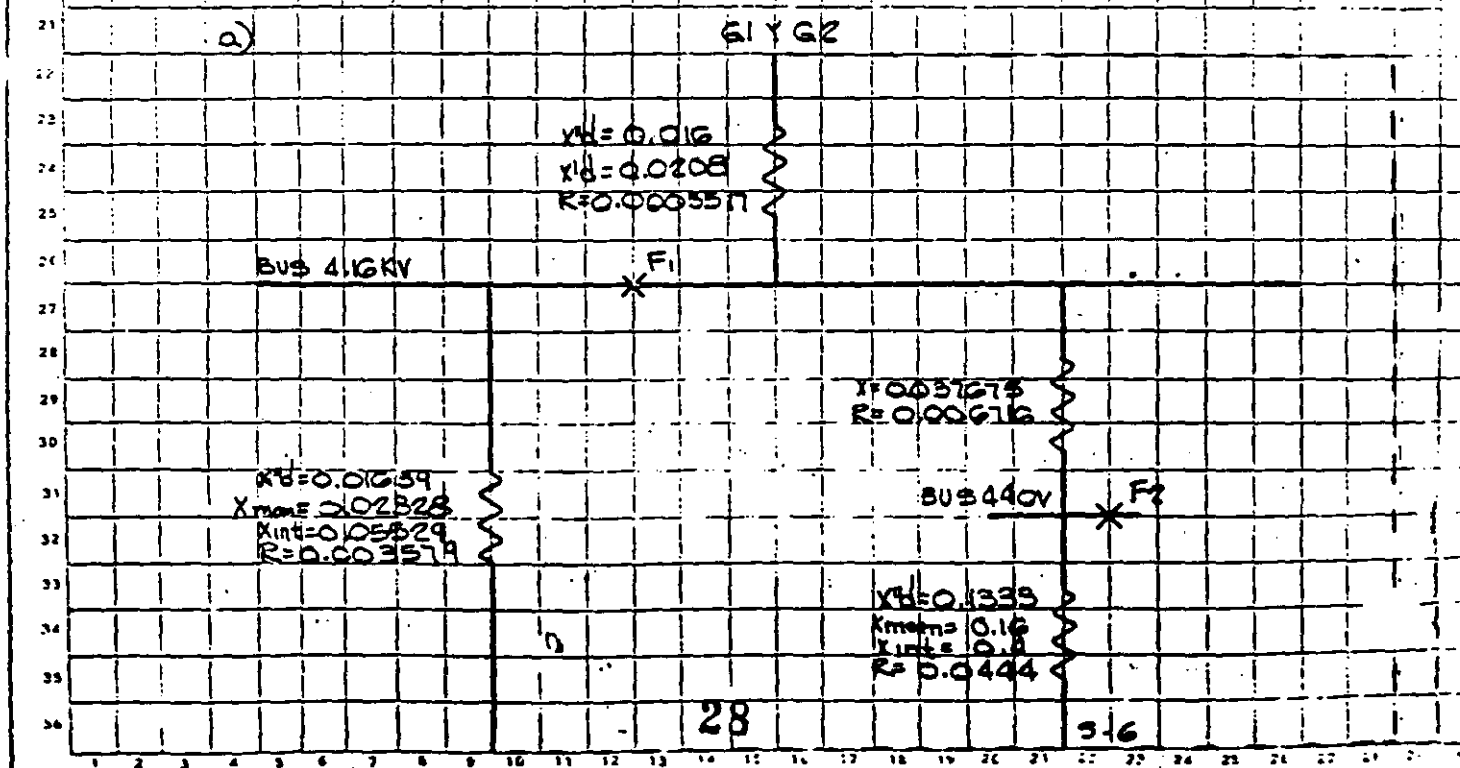


FECHA	HOJA 21	47
REVISIONES		
FECHA		
CLIENTE		

CALCULOS Y CROQUIS



III) PRIMER CASO: DOS TURBOGENERADORES TRABAJANDO EN PARALELO

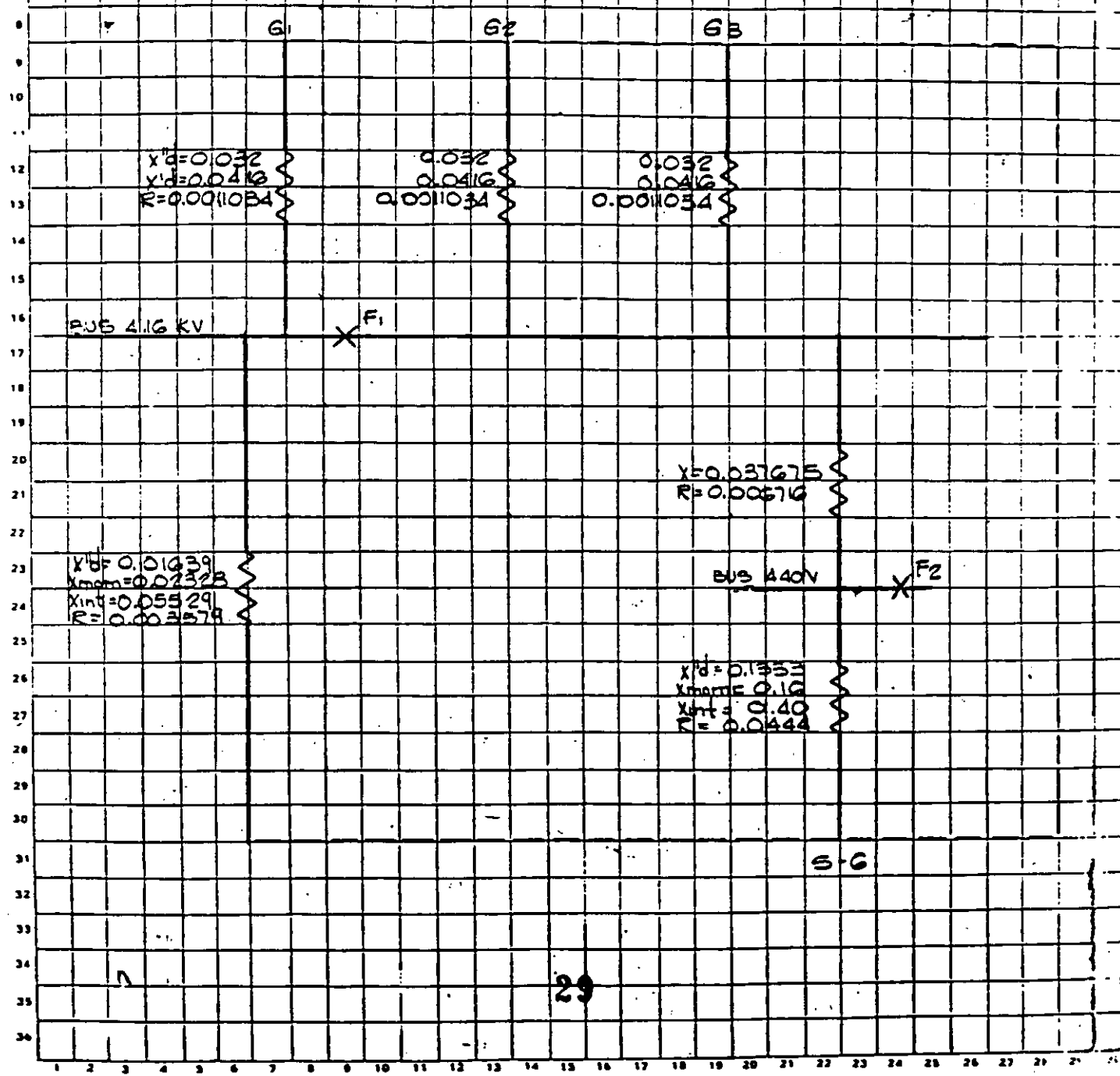


CALCULO	
FECHA	HOJA 36 de 47
REVISO	REVISIONES 1
FECHA	FECHA
FECHA	CLIENTE

- CALCULOS Y CROQUIS

V TERCER CASO: TRES TURBOGENERADORES TRABAJAN-
DO EN PARALELO

a) DEL PUNTO II. INICIO 3.1.6 TENEMOS:



CALCULOS Y CROQUIS

b)

4.16 KV

$X_d = 0.0100000$
 $X_q = 0.0133000$
 $R = 0.0003000$

BUS 4.16 KV

X F1

$X = 0.037675$
 $R = 0.006715$

$X_d = 0.01639$
 $X_{mot} = 0.01328$
 $X_{int} = 0.05029$
 $R = 0.003579$

BUS 400V

X F2

$X_d = 0.1335$
 $X_{mot} = 0.16$
 $X_{int} = 0.40$
 $R = 0.0444$

S-6

1) CORTO CIRCUITO MOMENTANEO (PRIMER CICLO) PARA BUSBARRIOS E INTERRUPTORES EN BAJA TENSION:

a) BUS 4.16 KV

X F1

$X_d = 0.00646145$

$X = 0.037675$

BUS 400V

X F2

$X_d = 0.1335$

30

S-6

FECHA

REVISIONES

REVISOR

FECHA

FECHA

CLIENTE

CALCULOS Y CROQUIS

(1) FALLA A EN FI

1.1.a) BUS 416 KV

X FI

$X = 0.0064214$

$X = 0.170975$

56

1.1.b)

BUS 416 KV

X FI

$X = 0.0062261$

$I_{cc} = \frac{1}{0.0062261} \times 138.95$

$I_{cc} = 22,317 \text{ AMP sim.}$

$I_{cc} = 1.35 \times 22,317$

$I_{cc} = 30,128 \text{ AMP sim.}$

CALCULOS Y CROQUIS

(2) FALLA EN F2

(2a) BUS 440V

X F2

X=0.041362

X=0.1333

50

(2b)

BUS 440V

X F2

X=0.0331576

$$I_{cc} = \frac{1}{0.0331576} \times 1313.71$$

$$I_{cc} = 39,620 \text{ AMP sim}$$

$$I_{cc} = 1.55 \times 39,620$$

$$I_{cc} = 61,411 \text{ AMP asim}$$

CALCULOS Y CROQUIS

2) CORTO CIRCUITO MOMENTANEO (PRIMERO CICLO) PARA INTERRUPTORES EN ESTA TENSION

2.a) BUS 4.16 KV

X_F

X = 0.037675

X_{mom} = 0.00731497

BUS 4.16 KV

X_F

X_{mom} = 0.6

S-G

2.1) FALLA EN F1:

2.1.a) BUS 4.16 KV

X_{F1}

X = 0.00731497

X = 0.197575

S-G

2.1.b)

BUS 4.16 KV

X_{F1}

X = 0.00705387

$I_{cc} = \frac{1}{0.00705387} \times 138.95$

$I_{cc} = 19,698 \text{ AMP } 31m$

$I_{cc} = 1.4 \times 19,698$

$I_{cc} = 31,517 \text{ AMP } 251m$

CALCULO		HOJA 41 de 47
FECHA		REVISIONES
HEMSO		FECHA
FECHA		CLIENTE

CALCULOS Y CROQUIS

5) COSTO CIRCUITO INTERRUPTIVO (TIEMPO DE PARTIDA DE CONTACTOS.) PARA INTERRUPTORES EN ALTA TENSION

3.0) BUS 416KV

X^{F1}

X_{int} = 0.0054158
R = 0.00033574

BUS 440V

X = 0.021675
R = 0.006716

X_{int} = 0.40
R = 0.0449

S-G

3.1) FALLA EN F1:

3.1.a) BUS 416KV

X^{F1}

X = 0.0054158
R = 0.00033574

S-G

S-G

S-G

3.1.b)

BUS 416 KV

X^{F1}

X = 0.00876248
R = 0.000331338

X = 0.00876248
R = 0.000331338

$\frac{X}{R} = 26.44$

$\frac{E}{X} = 0.00876248$

$\frac{E}{X} = 114.12398$

FACTOS DE CORRECCION = 1.09, PARA $\frac{X}{R} = 26.44$

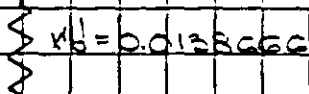
I_{cc} = 114.12398 X 1.09 X 135.95

I_{cc} = 17,285 AMP

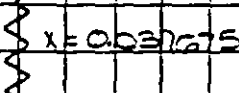
CALCULOS Y CROQUIS

4) COSTO CIRCUITO SOSTENIDO PARA RELEVADORES CON
 RETARDO DE TIEMPO Y CABLES

4.a) G₁, G₂, G₃



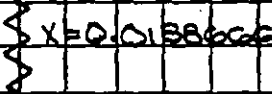
BUS 4.16KV * F₁



BUS 400V * F₂

4.1) FALLA EN F₁:

4.a) BUS 4.16KV * F₁



G₁, G₂, G₃

$$I_{cc} = \frac{1}{0.0138666} \times 138.95$$

$$I_{cc} = 10,020 \text{ AMP SIM}$$

95

FECHA

REVISIONES

HEMSO

FECHA

FECHA

CLIENTE

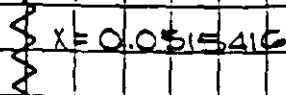
CALCULOS Y CROQUIS

4.2) FALLA EN FZ:

4.2.a)

BUS 440 V

* FZ



$$I_{cc} = \frac{1}{0.0515416} \times 1313.71$$

$$I_{cc} = 25.488 \text{ AMP sim}$$

CALCULO		HOJA 44 de 47
FECHA		REVISIONES /
REMSO		FECHA
FECHA		CLIENTE

CALCULOS Y CROQUIS

VI) ANALISIS DE RESULTADOS

i) DE LOS TRES CASOS CALCULADOS EL TERCERO (3 TURBO-GENERADORES TRABAJANDO EN PARALELO) RESULTO SER EL MAS CERCANO Y EN EL NOSE ELABORAMOS PARA EL PRESENTE ANALISIS.

ii) CORTO CIRCUITO MOMENTANEO (PRIMER CICLO) PARA FUSIBLES E INTERRUPTORES EN BAJA TENSION.

iii) EN EL PUNTO II, INCISO 1.4.0 SE DETUVO QUE LA CORRIENTE DE CORTO CIRCUITO RMS MOMENTANEA, EN BAJA TENSION ES:

$$I_{CC} = 39,670 \text{ AMP SIMETRICOS}$$

ESTA ES LA CORRIENTE DE CORTO CIRCUITO DIRECTAMENTE APLICABLE PARA AQUELLOS EQUIPOS EN BAJA TENSION CUYOS RANGOS O CAPACIDADES DE CORTO CIRCUITO ESTAN EXERCIDAS EN CORRIENTES RMS SIMETRICAS.

ESTE ES EL CASO DE LOS INTERRUPTORES TERMOMAGNETICOS QUE SE UTILIZARAN EN LOS CENTROS DE CONTROL DE MOTORES DE LA PLANTA, ASI COMO LOS INTERRUPTORES ELECTROMAGNETICOS EN BAJA TENSION DE LAS SUBESTACIONES UNITARIAS.

DE LOS DATOS DEL FABRICANTE VEMOS QUE LA MINIMA CAPACIDAD INTERRUPTIVA DE LOS INTERRUPTORES TERMOMAGNETICOS NORMALES, DE 100AMP DE MARCO, ES DE 14,000 AMP SIMETRICOS, POR LO QUE SE HACE NECESARIA LA INSTALACION DE REACTORES EN LOS CCM'S PARA LIMITAR LA I_{CC} DE 39,670 A 14,000 AMP SIM.

POR OTRA PARTE, LOS INTERRUPTORES ELECTROMAGNETICOS EN BAJA TENSION DE LAS SUBESTACIONES TIENEN LAS SIGUIENTES CAPACIDADES:

CALCULOS Y CROQUIS

TIP 50 H2: 50,000 AMP SIM

TIP 65 H2: 65,000 AMP SIM

POR LO QUE NO SE REQUEREN TRANSFORMADORES EN LAS SUBESTACIONES

(11b) EN EL PUNTO V, INCISO 11.5 SE OBTUVO QUE LA CORRIENTE DE CORTO CIRCUITO MAS MOMENTANEA EN ALTA TENSION ES:

$$I_{CC} = 22,317 \text{ AMP SIMETRICOS}$$

ESTA ES LA CORRIENTE DE CORTO CIRCUITO DIRECTAMENTE APLICABLE A LOS FUSIBLES EN ALTA TENSION TALES COMO LOS UTILIZADOS EN LOS SECCIONADORES TRIFASIADES BAJO CARGA DE LAS SUBESTACIONES Y EN LOS ARRANCADORES DE LOS MOTORES EN ALTA TENSION

DE LOS DATOS DEL FABRICANTE VEMOS QUE LA CAPACIDAD INTERRUPTIVA SIMETRICA DE LOS FUSIBLES EN ALTA TENSION DE LAS SUBESTACIONES ES DE 300 MVA

EL CORTO CIRCUITO DISPONIBLE EN ALTA TENSION ES

$$\sqrt{3} VI = 1.73 \times 110 \times 22,317 \text{ MVA}$$

$$\text{MVA}_{CC} = 160.61$$

$$\text{RELACION} = \frac{160.61}{300} \times 100 = 53\%$$

LA CAPACIDAD INTERRUPTIVA DE LOS FUSIBLES ES ADECUADA.

CALCULOS Y CROQUIS

1.2) COEFIC. CIRCUITO MOMENTANEO (PRIM. CICLO) PARA
INTERRUPTORES EN ALTA TENSION

1.2a) EN EL PUNTO II, INDIC. 31b SE OBTIENE QUE LA CORRIEN-
 TE TOTAL DE COEFIC. CIRCUITO RMS MOMENTANEO ES:
 $I_{CC} = 31,517 \text{ AMP}$

DE LOS DATOS DEL FABRICANTE VEMOS QUE LOS INTERRUPTO-
 RES EN ALTA TENSION, EN PEQUEÑO VOLUMEN DE ACEITE,
 UTILIZADOS EN EL TABLERO DE DISTRIBUCION DE 8.16 KV,
 TIENEN UNA CAPACIDAD DE COEFIC. CIRCUITO MOMENTANEO
 TOTAL DE 75000 AMP

$$\text{RELACION} = \frac{31,517}{75,000} = 42\%$$

LA CAPACIDAD MOMENTANEA DE LOS INTERRUPTORES EN
 ALTA TENSION ES ADECUADA

1.3) COEFIC. CIRCUITO INTERRUPTIVO (TIEMPO DE PARTIDA DE CON-
TACTOS) PARA INTERRUPTORES EN ALTA TENSION

1.3a) EN EL PUNTO V, INDIC. 31b SE OBTIENE QUE LA CORRIEN-
 TE DE COEFIC. CIRCUITO RMS INTERRUPTIVA TOTAL ES:
 $I_{CI} = 17,235 \text{ AMP}$

DE LOS DATOS DEL FABRICANTE VEMOS QUE LOS INTERRUPTO-
 RES EN ALTA TENSION, EN PEQUEÑO VOLUMEN DE ACEITE,
 UTILIZADOS EN EL TABLERO DE DISTRIBUCION DE 8.16 KV,
 TIENEN UNA CAPACIDAD INTERRUPTIVA NOMINAL DE 250
 MVA A UNA TENSION DE 8KV

PARA UNA TENSION DE 14100 VOLTS DICHA CAPACIDAD
 INTERRUPTIVA SERA:

$$I_{8KV} = \frac{250 \times 10^6}{\sqrt{3} (14100)} = 24,084.8 \text{ AMP}$$

CALCULO		HOJA 47 DE 47
FECHA		REVISIONES /
REVISO		FECHA
FECHA		CLIENTE

CALCULOS Y CROQUIS

$$I_{AIGKV} = 34,084.8 \left(\frac{6000}{4160} \right)$$

$$I_{AIGKV} = 34,737.7 \text{ AMP}$$

$$\text{RELACION} = \frac{17,285}{34,737.7} \times 100 = 50\%$$

LA CAPACIDAD INTERRUPTIVA DE LOS INTERRUPTORES EN ALTA TENSION ES ADECUADA.

14) CORTO CIRCUITO SOSTENIDO PARA RELEVADORES CON RETARDO DE TIEMPO Y CABLES

14.1) LA CORRIENTE DE CORTO CIRCUITO SOSTENIDO (DESPUES DE 6 CICLOS), EN ALTA TENSION, CALCULADA EN EL PUNTO (INCISO 4.10) ES:

$$I_{CC} = 10,020 \text{ AMP SIN}$$

DE LA INFORMACION DEL FABRICANTE VEMOS QUE EL CALIBRE MINIMO DE LOS CABLES EN ALTA TENSION DEBE SER No. 1/0 AWG PARA SOPORTAR LAS SIGUIENTES MAGNITUDES DE CORRIENTE DE FALLA:

34,591 AMP DURANTE 1 CICLO (0.0167 SEG.)

17,285 AMP DURANTE 3 CICLOS (0.0333 SEG.)

Y 10,020 AMP DURANTE 30 CICLOS (0.5 SEG.)

Calculating Short-Circuit Currents with Contributions from Induction Motors

WALTER C. HUENING, JR., FELLOW, IEEE

Abstract—Chapter 7 of a forthcoming book, *Recommended Methods for Calculating AC Short-Circuit Currents in Industrial and Commercial Power Systems* (IEEE Violet Book) is discussed. The book will be one of the IEEE Standards Board "Color Book" series of Recommended Practices prepared by the Industrial Power Systems Department of the IEEE Industry Applications Society. (It is being developed under IEEE Project Authorization P551.) The chapter describes the nature of induction motor short-circuit current contributions, discusses calculating techniques, and examines the simplified methods of accounting for induction motor contributions described in ANSI C37 Circuit Breaker Standard Application Guides. An extension of these simplified methods is recommended to eliminate the possible need for duplication of calculations. Examples of calculations are included. For this chapter, it is assumed that other chapters in the "IEEE Violet Book" cover the purpose of short-circuit calculations, calculating methods available, and details of calculations involving passive power system components and synchronous machines.

NATURE OF INDUCTION MOTOR CONTRIBUTIONS

ARUNNING induction motor that has a bolted three-phase short circuit suddenly connected across its terminals will contribute currents to the short circuit. The oscillograms of Fig. 1, obtained from a laboratory test of a 150-hp motor, show the currents in the three phases to a terminal short circuit.

The current contribution is caused by a stator driving voltage generated by trapped rotor flux. The current to the terminal short circuit is limited by the internal impedance of the motor. The current in two or all three phases is asymmetrical at first, and analysis assumes that each offset current consists of an ac and a dc component. The ac component decays because the rotor flux is not maintained by normal applied voltage. The dc component, a transient not supported by any driving voltage, also decays. The frequency differs initially from system frequency by motor slip and thereafter reduces at a rate dependent on motor mechanical load and combined motor and load inertia. For the first few cycles after the short circuit, the frequency change is usually conservatively considered to be inconsequential.

The initial magnitude of the ac component is calculated using the subtransient motor impedance Z'' . It is accepted practice to substitute the known or estimated locked rotor impedance Z_{LR} for Z'' . Because it is conservative and calcula-

tions are simpler, X is often used to represent Z . The initial magnitude of dc component for short-circuit calculations is equal to the crest value of the initial ac component, assuming the one phase current with maximum possible asymmetry.

SIMPLIFIED CALCULATIONS

The equivalent circuit used to represent an induction motor or a group of induction motors in simplified short-circuit calculations is shown in Fig. 2. For calculations based on Thevenin's theorem, the equivalent circuit of the complete system uses induction motor impedance circuit elements, but the many individual induction motor voltage sources disappear by incorporation into the Thevenin equivalent single driving voltage.

One simplified calculation technique accounts for the ac component decay by increasing the impedance from Z'' in increments as time passes after the short circuit starts. This obtains smaller calculated values for motor contributions in the equivalent circuit without changing the circuit voltage. American National Standards Institute (ANSI) Standard Application Guides recommend this technique, specifying certain impedance multiplying factors larger than 1.0 to be applied to Z'' or X'' . The multiplying factors depend on the motor horsepower and speed.

Short circuits are calculated frequently for fault points separated from contributing induction motor terminals by series impedances. For simplified calculations, the same multiplying factors are applied to motor impedances whether the fault point is close to, or remote from, the motor terminals. This is ideal for simplifying short-circuit studies of large systems, usually performed by computer, because the set of equivalent circuit impedances does not change as the fault point is relocated to calculate duties for many buses.

In actual power systems, the voltage at a motor during a remote short circuit may be partially sustained by nearer power sources. Initially, the voltage is depressed by an increment, and the motor generates a short-circuit current contribution. Then the partially sustained voltage, if high enough, returns the motor to normal motoring function at less than normal voltage. Present simplified short-circuit calculation methods ignore this effect and assume that all connected medium and large size motors, no matter how remote, continue to contribute current to short circuits for at least four cycles after the short circuit starts. The impedance multiplying factors that increase with time account for partial decay but not possibly complete disappearance of the motor contribution.

Paper IPSP 81-51, approved by the Power Systems Protection Committee of the IEEE Industry Applications Society for presentation at the 1981 Industry Applications Society Annual Meeting, Philadelphia, PA, October 5-9. Manuscript released for publication December 21, 1981.

The author is with the General Electric Company, Bldg. 6-317, One River Road, Schenectady, NY 12345.

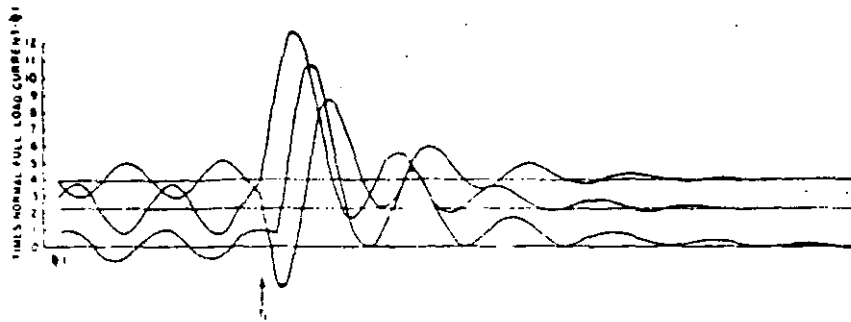


Fig. 1. Three phase short-circuit currents from an induction motor running at full load.

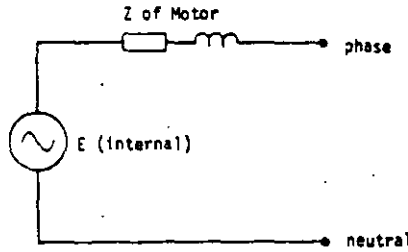


Fig. 2. Induction motor per phase equivalent circuit.

For longer times after the short circuit, appreciably after four cycles, induction motors are usually omitted from the equivalent circuit because remote motors that meet the preceding description remain connected but are not contributing short-circuit current, and motors nearer the fault have been disconnected by contactor dropout on lower voltage, depressed more severely by the nearby fault.

DETAILS OF INDUCTION MOTOR CONTRIBUTION CALCULATIONS ACCORDING TO ANSI STANDARD APPLICATION GUIDES

For application of ac medium voltage circuit breakers, symmetrical (ac component) short-circuit current duties are calculated according to ANSI Standards C37.010 and C37.5 [1], [2] using the impedance multiplying factors of Table I. The calculations omit all motors of less than 50 hp each.

For first-cycle (momentary) duties to be compared with closing and latching capabilities, subtransient impedances Z'' of "medium" motors are multiplied by 1.2 to approximate a somewhat significant decay of the ac component during the first cycle after the short circuit. For "large" motors, the multiplier is 1.0, suggesting no appreciable decay. For symmetrical interrupting duty calculations, impedances of medium and large motors are multiplied, respectively, by 3.0 and 1.5, approximating a greater ac decay at ac medium voltage circuit breaker minimum contact parting times of 1.5-4 c at 60 Hz. The pattern of the approximation using these multipliers is illustrated by the solid lines of Fig. 3.

For application of ac low voltage power circuit breakers and both medium and low voltage fuses, only first-cycle calculations are necessary, and ANSI C37.13, C37.41, and C97.1 [3], [4], [5] recommend representing all rotating machines in the equivalent circuit based on subtransient impedances regardless of motor rated horsepower. ANSI C37.13 qualifies this by suggesting that motor short-circuit current contributions, for "typical" groups of low voltage motors lack-

TABLE I
INDUCTION MOTOR LOCKED ROTOR IMPEDANCE MULTIPLYING FACTORS FROM ANSI STANDARD AC MEDIUM VOLTAGE CIRCUIT BREAKER APPLICATION GUIDES

Size Description	Induction Motor Rating (hp)	For First-Cycle Duty (MV Momentary)	For 1.5-4-Cycle Duty (MV Interrupting)
Large	>250 at 3600 r/min and >1000 at <1800 r/min	1.0	1.5
Medium	>50 hp, smaller than above	1.2	3.0
Small	<50 hp	-	-

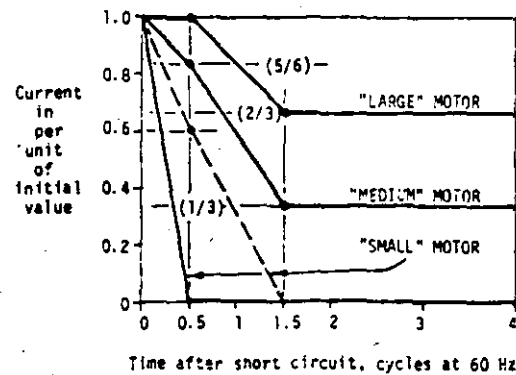


Fig. 3. Symmetrical rms current contributed by an induction motor to a three-phase short-circuit at its terminals; solid lines according to [1] and [2]; dotted line suggested by [3].

TABLE II
RECOMMENDED SIMPLIFIED REPRESENTATION FOR LOW VOLTAGE INDUCTION MOTORS IN SHORT-CIRCUIT CALCULATIONS

Size Description	Induction Motor Rating (hp)	Impedance Multiplying Factor		First-Cycle Impedance Per Unit (b)
		For First-Cycle Duty (a)	For 1.5-4-Cycle Duty (MV Interrupting)	
Medium	>50 hp(c)	1.2	3.0	0.20
Small	<50 hp	1.67	∞	0.28

- (a) For comparison with capabilities: MV CB closing and latching (momentary, MV and LV fuse interrupting and LV CB interrupting).
- (b) Assuming locked rotor current is 6.0 times rated current and no impedance is in series with motor; motor rated apparent power (kVA) and voltage are bases for the per unit impedance values.
- (c) If above 250 hp at 3600 r/min or 1000 hp at 1800 r/min or less, use Table I "large" motor data.

ing detailed information, may be estimated at four times the summation of motor rated currents. A contribution of four times rated current corresponds to a first-cycle motor $Z = (1/4) = 0.25$ per unit based on motor rated apparent power (kVA) and voltage.

The "four times rated current" approximate short-circuit contribution is determined by assuming a "typical" connected group having 75 percent induction motors at 3.6 times rated current and 25 percent synchronous motors at 4.8 times rated. Other "typical" group assumptions can be made; for example, many groups now have larger low voltage induction motors instead of synchronous motors, but these larger motors also have higher and longer lasting short-circuit contributions. Accordingly, a "four times rated current" approximation continues to be accepted practice when the load is all induction motors of unspecified sizes.

In general, 3.6, 4, or 4.8 times rated is less than locked rotor current, so this approximation accounts for a sometimes appreciable reduction of ac motor contribution from the initial subtransient value (at $t = 0$) to the first-cycle value (evaluated at the half-cycle point) for a fault at the motor terminals. This reduction might be partly explained by motor branch circuit and overload heater impedances always in series with the motor that are omitted from the calculation, but a very important factor is the decay during the first cycle of motor current contribution due to collapsing motor flux. The following paragraphs conservatively assume this is the whole explanation.

RECOMMENDED PRACTICE BASED ON ANSI STANDARDS FOR REPRESENTING INDUCTION MOTORS IN MULTIVOLTAGE SYSTEM STUDIES

The ideal representation for multivoltage systems is the simplest that determines with reasonable conservatism the influences of both low and high voltage induction motors on short-circuit duties for circuit breakers and fuses at both low and high voltages. A simple first-cycle network combining the two similar but different networks of ANSI C37.13 and ANSI C37.010 (or C37.5) fits this ideal. The following in-

terpretation and redefinition, based on extending existing similarities, resolves the differences and obtains a single network.

For a typical induction motor, the subtransient impedance is determined by the initial magnitude of symmetrical root-mean-square (rms) current contributed to a terminal short circuit, assumed to be six times rated. Using a "4.8 times rated current" first-cycle estimate for larger size low voltage induction motors, described as "medium ≥ 50 hp, etc." in Table I, is effectively the same as multiplying subtransient impedance by approximately 1.2. For this motor group, there is reasonable correspondence of low and medium voltage procedures. For smaller induction motors, "small < 50 hp" in Table I, a conservative estimate is the "3.6 times rated current" (equivalent of 0.28 per unit impedance) first-cycle assumption of low voltage standards, and this is effectively the same as multiplying subtransient impedance by 1.67.

With this interpretation as a basis, the recommended "small" low voltage induction motor representation is shown by Table II and by a dotted line on Fig. 3. The entries for medium size motors are the same as in Table I for medium voltage calculations, and their use adds conservatism to low voltage calculations when many induction motors are not "small." The entries for small size motors are essentially the same as in C37.13 for low voltage calculations, and their use adds some conservatism to medium voltage first-cycle calculations without changing interrupting duty calculations.

LARGE INDUCTION MOTORS WITH PROLONGED CONTRIBUTIONS

When one or several large induction motors might appreciably affect the total short-circuit current at a given bus, better accuracy is obtained by calculating motor current at particular times of interest after the short circuit starts (for example, at first-cycle and at contact-parting times for medium voltage circuit breakers). ANSI Standard Application Guides for medium voltage circuit breakers suggest this in a note to the rotating machine reactance table.

Both ac and dc components of motor current (I_{ac} and I_{dc})

are evaluated as time variables assuming the decays from initial magnitudes are exponential, using equations:

$$I_{ac} = (E/Z'')e^{-(2\pi t/T_d'')}$$

and

$$I_{dc} = \sqrt{2}(E/Z'')e^{-(2\pi t/T_d)}$$

Time t is in cycles at system frequency, and T_d'' and T_d are the frequently used "X/R ratio" time constants in radians at the same frequency. The time constant in radians for the ac component decay T_d'' is X''/R_R where R_R is the rotor resistance (perhaps modified slightly), and the time constant in radians for the dc component decay T_d is X''/R_S where R_S is the stator resistance (again perhaps modified slightly).

The specified value of T_d is the same as the "X/R ratio" used in ANSI Standard calculations of short-circuit duties for ac high voltage circuit breakers. Note that the tangent of the locked rotor impedance angle is less than, and does not substitute for, the ANSI "X/R ratio." The locked rotor impedance has more R . By definition, R_S is the resistance determining the time constant of the dc component decay. Since the motor dc component currents are varying transiently, this is not the simple dc resistance that applies for steady-state uniformly distributed dc currents and the stator ac resistance is often used as a conservative approximation.

Many motor manufacturers are able to provide T_d'' and T_d values for specific important motors, determined according to definitions in ANSI/NEMA Standard MG1-1.58 [6].

For the more accurate calculations assuming exponential variations, moving the fault to insert external impedance in series with the motor impedance affects both the short-circuit current initial magnitude and the time constants. For a series external impedance $Z_e = R_e + jX_e$, current magnitudes are found by substituting $(Z'' + Z_e)$ for Z'' , the ac time constant T_d'' becomes $(X'' + X_e)/R_R$ and the dc time constant becomes $(X'' + X_e)/(R_S + R_e)$.

When the external circuit from the motor to the fault is more complicated than a single impedance in series with the motor, calculations as just described are usually impractical and simplified calculations are normally used. The simplified calculations are, however, sometimes modified as suggested in Standard Application Guides. For each large motor with a significant short-circuit contribution, and for each desired specific calculation time t_s after the short-circuit starts, it is suggested that a special impedance multiplying factor be used in simplified calculations for the motor instead of the standard factor listed in Table I. The special factor suggested is $e^{+t_s/T_d''}$, with t_s and T_d'' both in the same time units (same as the reciprocal of $e^{-2\pi t_s/T_d''}$, with t_s in cycles and T_d'' in radians, same frequency).

For a particularly important bus with large induction motors, combining simplified and more accurate procedures improves the quality of the results. With the motors omitted, the simplified calculation determines the contribution of the rest of the system to the bus short-circuit duty. The motor contribution is separately calculated by the more accurate

procedure. Then the ac and dc components of the contributions are separately added and recombined to obtain a final result.

DATA ACCURACY

Data accuracy requirements are a function of motor size. The best possible data should be sought for larger motors which have the highest influence on short-circuit study results. For small motor groups using first cycle $Z = 0.28$ per unit impedance as typical is probably sufficiently conservative. Individual representation of large and medium motors (or separate groups of medium motors) is normally justified and using manufacturers' locked rotor current data whenever possible to determine initial Z'' before applying multipliers increases confidence in calculation results. When induction motor contributions are especially important and the more accurate exponential calculation is justified, so is the collection of the best possible motor impedance and time constant data.

EXAMPLE 1

Many manufacturers publish application tables of the short-circuit duties at the low voltage secondary switchgear buses of unit substations. This example shows the calculation of one entry for a typical table, entered with the information of Fig. 4(a). The applicable equivalent circuit for the calculation is Fig. 4(b). Assumptions about "typical" circuits that support the calculation data are the following.

- The maximum secondary full load prefault voltage is assumed not to exceed transformer rated secondary voltage, so a 1.0 per unit driving voltage is applied.
- The source available short-circuit duty is assumed to be symmetrical; R_s is assumed to be 0, so $X_s = 1.5/750 = 0.002$ per unit.
- The transformer is assumed to have typical standard 5.75 percent impedance and $R_t = 0$, so $X_t = 0.0575$ per unit.
- The "typical" group of connected motors is assumed to be adequately represented by a lumped equivalent motor with an apparent power rating at 480 V, the same as transformer rating, 1500 kVA, and an impedance of 25 percent based on this rating, with $R_m = 0$, so $X_m = 0.25$ per unit.

The currents are calculated separately for the parallel branches of the all-reactance circuit and added arithmetically. With some rounding, calculation results are the following.

I_p , the symmetrical rms short-circuit current contributed from the primary = $E/X = 1.0/(0.0575 + 0.002) = 16.81$ per unit, or (multiplying by the base $I_b = 1500/(\sqrt{3} \times 0.48) = 1804$ A) $I_p = 30\,300$ A.

I_m , the symmetrical rms current contributed by the motor group = $E/X = 1.0/0.25 = 4.0$ per unit (four times transformer rated current) or 7220 A.

I (the sum) = 37 500 A symmetrical rms short-circuit duty for a feeder circuit at the substation secondary bus.

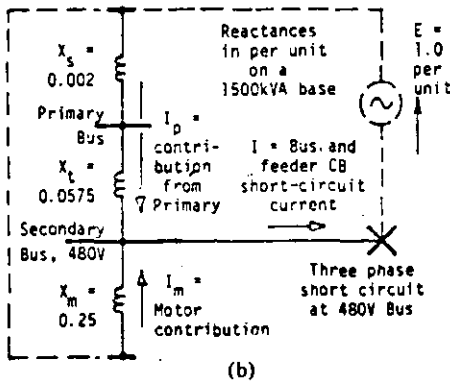
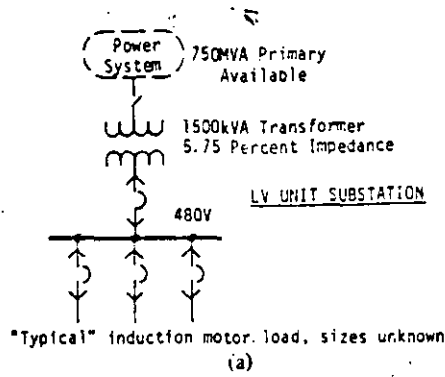


Fig. 4. Example 1 calculation of low voltage unit substation short-circuit duty for typical application table. (a) Information to enter application data table. (b) Per phase equivalent circuit.

EXAMPLE 2

Another more comprehensive low voltage short-circuit study calculation uses resistance and reactance components of impedance and more complete information about the composition of an all induction motor load, allowing for future growth, Fig. 5(a). The connected load is more than that of the "typical" substation of the preceding example. Resistance and reactance values are obtained for each impedance element. The calculation determines fault point resistance and reactance equivalents separately to obtain a conservative X/R ratio and combines them in quadrature to determine an approximate combination equivalent impedance for the current magnitude calculation. The primary short-circuit duty is obtained from medium voltage system short-circuit study results not detailed here.

Assumptions, though fewer, are still necessary. These include the following.

- The transformer is dry type, with relatively high X/R = 10.
- For all motors (each less than 100 hp), rated apparent power in kilovoltamperes is assumed to equal rated horsepower, rated voltage = 460 V.
- For the medium size motor group, first-cycle impedance from Table II is 0.20 per unit based on motor rated apparent power and voltage, assumed X/R = 7.0, the "medium typical" value for a 75-hp motor.
- For the small size motor group, first-cycle impedance from Table II is 0.28 per unit based on rated apparent

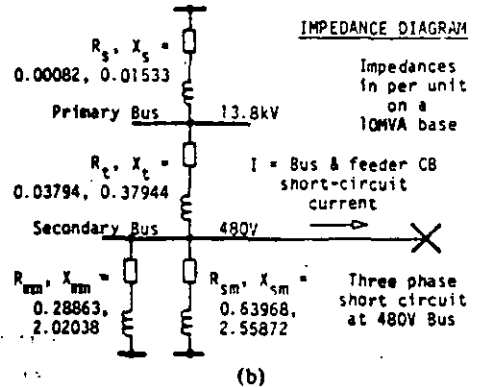
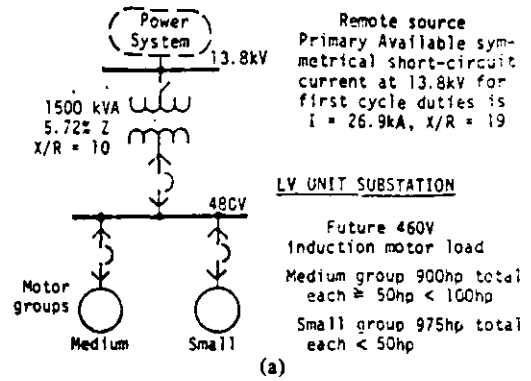


Fig. 5. Example 2 low voltage short-circuit duty calculation for a unit substation with more specific source and induction motor load data. (a) Data, for example. (b) Per phase equivalent circuit.

power and voltage, assumed X/R = 4.0, the "medium typical" value for a 20-hp motor.

The source circuit impedance, per phase E/I converted to per unit and separated into components:

$$R_s, X_s = ((13.8/\sqrt{3})/26.9)(10/(13.8)^2) (\cos, \sin \tan^{-1} 19) = 0.000817, 0.015531 \text{ per unit.}$$

The transformer impedance, nameplate data converted to the study base and separated into components:

$$R_t, X_t = 0.0572(10/1.5) (\cos, \sin \tan^{-1} 10) = 0.037994, 0.379441 \text{ per unit.}$$

The impedance representing the group of medium size motors:

$$R_{mm}, X_{mm} = 0.2(10/0.9)(460/480)^2 (\cos, \sin \tan^{-1} 7.0) = 0.288626, 2.020383 \text{ per unit.}$$

The impedance representing the group of small size motors:

$$R_{sm}, X_{sm} = 0.28(10/0.975)(460/480)^2 (\cos, \sin \tan^{-1} 4.0) = 0.639679, 2.558716 \text{ per unit.}$$

The fault point equivalent reactance:

$$X_e = 1/(1/(0.01553 + 0.37944) + 1/2.02038 + 1/2.55872)$$

$$= 0.29260 \text{ per unit.}$$

The fault point equivalent resistance:

$$R_e = 1/(1/(0.00082 + 0.03794) + 1/0.28863 + 1/0.63968)$$

$$= 0.03244 \text{ per unit.}$$

The rms symmetrical short-circuit duty current:

$$I = E/Z_e = E/\sqrt{R_e^2 + X_e^2} = 1/0.29439$$

$$= 3.3968 \text{ per unit, or (multiplied by } I_b$$

$$= 10000/(\sqrt{3} \times 0.48) = 12028 \text{ A)}$$

$$= 40\,857 \text{ A.}$$

The calculated fault point X/R ratio $0.29260/0.03244 = 9.0197$. Because this exceeds test code $X/R = 6.6$, standard application procedures [3] recommend increasing the symmetrical duty by a multiplying factor before comparison with low voltage circuit breaker symmetrical interrupting ratings. The approximate applicable multiplying factor is 1.052, and the duty for comparison with symmetrical low voltage short-circuit ratings of circuit breakers is 42 980 A.

(The approximate applicable multiplying factor assumes maximum dc component with no ac decay and matches first-cycle asymmetrical crest duties using $(1 + e^{-\pi/(X/R)})/(1 + e^{-\pi/6.6})$. When $X/R = 9.0197$, the approximate multiplying factor is 1.052. The applicable multiplying factor based instead on absolute maximum first-cycle asymmetrical crest duties determined by iteration is 1.049.)

EXAMPLE 3

This example calculates medium voltage short-circuit duties using both (Example 3A) standard application guide techniques and (Example 3B) exponential decay techniques to evaluate induction motor contributions. The circuit of the example, Fig. 6, is a 4.16-kV unit substation supplying power to several 4.0-kV induction motors classified "large" as defined in Standard Application Guides. Per unit calculations use a 10-MVA base at base voltages shown on Fig. 6(b).

Example 3A—Standard Application Guide Procedures

Primary source impedance, first-cycle and interrupting duty calculations:

$$R_s, X_s = ((13.8/\sqrt{3})/26.9)(10/13.8)^2$$

$$= (\cos, \sin \tan^{-1} 19)$$

$$= 0.00082, 0.01553 \text{ per unit.}$$

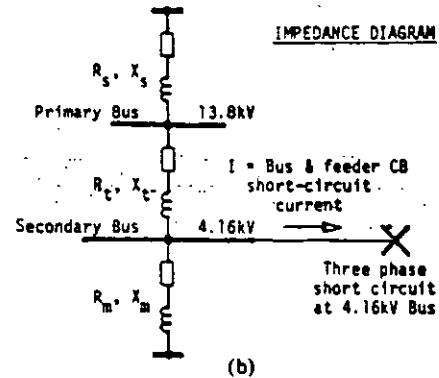
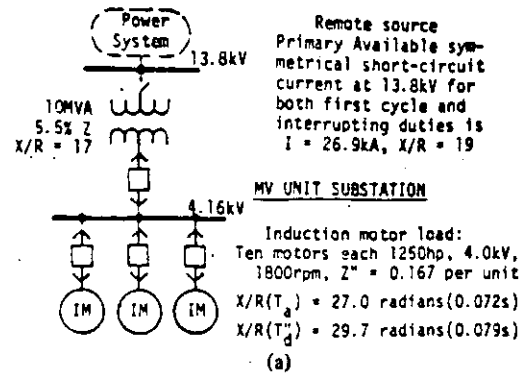


Fig. 6. Example 3 medium voltage short-circuit duty calculations for a 10-MVA 4.16-kV unit substation supplying "large" 4-kV induction motors. (a) Data, for example. (b) Per phase equivalent circuit and impedance identifications.

Transformer impedance:

$$R_t, X_t = 0.055(10/10)$$

$$= (\cos, \sin \tan^{-1} 17.0)$$

$$= 0.00323, 0.05491 \text{ per unit.}$$

First-cycle impedance for group of ten induction motors with apparent power rating in kVA = 0.9 X rated horsepower (applicable estimate when hp > 1000):

$$R_{fm}, X_{fm} = 0.167(10/(10 \times 1.25 \times 0.9))(4.0/4.16)^2$$

$$= (\cos, \sin \tan^{-1} 27.0)$$

$$= 0.00508, 0.13715 \text{ per unit.}$$

Interrupting duty impedance for same group, at 1.5 times first-cycle impedance:

$$R_{im}, X_{im} = 0.00762, 0.20573 \text{ per unit.}$$

First-cycle equivalent impedance components, separate network reductions:

$$X_{fe} = 1/(1/(0.01553 + 0.05491) + 1/0.13715)$$

$$= 0.04654 \text{ per unit}$$

$$R_{fe} = 1/(1/(0.00082 + 0.00323) + 1/0.00508)$$

$$= 0.00225 \text{ per unit.}$$

First-cycle short circuit duty: The first-cycle symmetrical rms short-circuit current.

$$I_f = E/\sqrt{R_{fe}^2 + X_{fe}^2} = 1.0/0.04659$$

$$= 21.462 \text{ per unit or, (multiplying by } I_b$$

$$= 10/(\sqrt{3} \times 4.16) = 1.388 \text{ kA)}$$

$$= 29.79 \text{ kA.}$$

The fault point $X/R = 0.04654/0.00225 = 20.68$. Using the standard 1.6 multiplying factor, the first-cycle asymmetrical rms short-circuit current, total $I_f = 47.66 \text{ kA}$.

Interrupting duty equivalent impedance components:

$$X_{ie} = 1/(1/(0.01553 + 0.05491) + 1/0.20573)$$

$$= 0.05247 \text{ per unit}$$

$$R_{ie} = 1/(1/(0.00082 + 0.00323) + 1/0.00762)$$

$$= 0.00264 \text{ per unit.}$$

Interrupting duty short-circuit current: The interrupting duty symmetrical rms short-circuit current.

$$I_i = E/\sqrt{R_{ie}^2 + X_{ie}^2} = 1.0/0.5254$$

$$= 19.03 \text{ per unit, or (multiplying by } I_b = 1.388 \text{ kA)}$$

$$= 26.42 \text{ kA.}$$

The fault point $X/R = 0.05247/0.00264 = 19.88$.

The applicable remote source multiplying factor for a SYMS circuit breaker (symmetrically rated circuit breaker with a rated interrupting time of 5 cycles at 60 Hz) is

$$(1/1.1)\sqrt{1 + 2e^{-12\pi/(X/R)}} = 1.037.$$

The interrupting duty current to compare with the symmetrical interrupting capability of a SYMS circuit breaker is $1.037 \times 26.42 \text{ kA} = 27.4 \text{ kA}$.

Example 3B-Exponential Decaying Motor Contributions

The primary contribution through the 10-MVA transformer from the remote source has no ac decay. Any dc component is assumed to decay exponentially with a single time constant in radians that is the source circuit X/R ratio.

Impedances for source ac and dc contributions to a 4.16-kV substation bus short circuit:

$$X_s = 0.01553 + 0.05491 = 0.07044 \text{ per unit}$$

$$R_s = 0.00082 + 0.00323 = 0.00405 \text{ per unit.}$$

The source ac component (symmetrical) rms current:

$$I_s = E/\sqrt{R_s^2 + X_s^2}$$

$$= 1.0/0.07056$$

$$= 14.17 \text{ per unit, or } 19.67 \text{ kA, assumed constant through calculation time.}$$

The "worst phase" dc component current has a magnitude $\sqrt{2}$ times the ac component symmetrical rms current and a time constant in radians = source circuit $X/R = 0.07044/0.00405 = 17.39$ radians. The expression for the "worst phase" source dc component current as a function of time:

$$I_s(dc, t) = \sqrt{2}(19.67)e^{-2\pi t/17.39},$$

where t is in cycles at 60 Hz.

The dc component for first-cycle duty, at $t = 1/2$ cycle is, $I_s(dc, 1/2\sim) = 23.22 \text{ kA}$, and for the three-cycle minimum contact parting time of a SYMS circuit breaker, $I_s(dc, 3\sim) = 9.41 \text{ kA}$.

Motor groups ac and dc contributions to a 4.16-kV substation bus short circuit both decay after the short circuit starts. At the initial instant, $t = 0$, the symmetrical rms current is obtained from the reciprocal of Z'' multiplied by rated current, then increased to reflect a base voltage, 4.16 kV; higher than motor rated voltage, 4.0 kV:

$$I_m(0) = (1/0.167)(10 \times 1.25 \times 0.9)/$$

$$(\sqrt{3} \times 4.0)(4.16/4.0)$$

$$= 10.11 \text{ kA.}$$

(Alternatively, the per unit current, through the per unit motor impedance $Z'' = Z_{fm}$, multiplied by base current = $I_m(0) = (1/0.13724)(1.388) = 10.11 \text{ kA}$.)

The motor contribution ac component (symmetrical) rms current decays from this initial value with a time constant of 29.7 rad. The current expression is $I_m(t) = 10.11 e^{-2\pi t/29.7}$.

The rms symmetrical motor contribution to the first-cycle short-circuit duty, at $t = 1/2$ cycle, is $I_m(1/2\sim) = 9.10 \text{ kA}$, and to the SYMS interrupting duty, at $t = 3 \text{ c}$, is $I_m(3\sim) = 5.36 \text{ kA}$.

The motor contribution "worst phase" dc component current has an initial value = $10.11\sqrt{2}$ and decays with a time constant of 27 rad. The current expression is

$$I_m(dc, t) = 10.11\sqrt{2} e^{-2\pi t/27}.$$

The dc contribution to the first-cycle short-circuit duty, at $t = 1/2$ cycle is $I_m(dc, 1/2\sim) = 12.73 \text{ kA}$, and to the SYMS interrupting duty, at $t = 3 \text{ c}$, is $I_m(dc, 3\sim) = 7.11 \text{ kA}$.

The short-circuit duty at the bus is found for particular times by separately summing the contribution ac and dc components at those times, then taking the square root of the

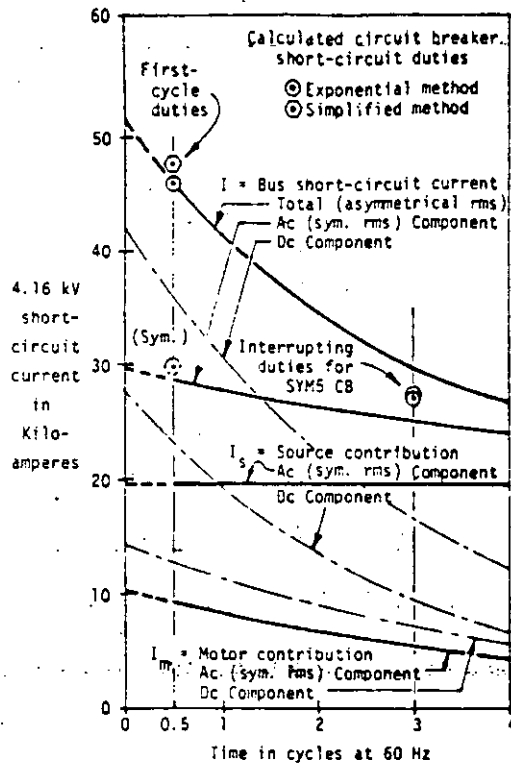


Fig. 7. Graph of examples 3A and 3B short-circuit duty calculation results.

of the squares. For the first-cycle duty:

symmetrical current

$$\begin{aligned}
 &= I_s(1/2\sim) + I_m(1/2\sim) \\
 &= 19.67 + 9.10 \\
 &= 28.77 \text{ kA}
 \end{aligned}$$

dc component current

$$\begin{aligned}
 &= I_s(\text{dc}, 1/2\sim) + I_m(\text{dc}, 1/2\sim) \\
 &= 23.22 + 12.72 \\
 &= 35.95 \text{ kA}
 \end{aligned}$$

total (asym) current

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{(28.77)^2 + (35.95)^2} \\
 &= 48.06 \text{ kA.}
 \end{aligned}$$

For the SYMS interrupting duty at 3 c:

symmetrical current

$$\begin{aligned}
 &= I_s(3\sim) + I_m(3\sim) \\
 &= 19.67 + 5.36 \\
 &= 25.03 \text{ kA}
 \end{aligned}$$

dc component current

$$\begin{aligned}
 &= I_s(\text{dc}, 3\sim) + I_m(\text{dc}, 3\sim) \\
 &= 9.41 + 7.11 \\
 &= 16.52 \text{ kA}
 \end{aligned}$$

total (asym) current

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{(25.03)^2 + (16.52)^2} \\
 &= 29.99 \text{ kA.}
 \end{aligned}$$

The interrupting duty to compare with the symmetrical capability of a SYMS circuit breaker is $29.99/1.1 = 27.26 \text{ kA}$.

Curves for the time-varying expressions and particular duties obtained for both examples 3A and 3B are shown on Fig. 7.

REFERENCES

- [1] *Application Guide for AC High-Voltage Circuit Breakers Rated on a Symmetrical Current Basis*, ANSI/IEEE Standard C37.010-1979.
- [2] *Guide for Calculation of Fault Currents for Application of AC High-Voltage Circuit Breakers Rated on a Total Current Basis*, ANSI/IEEE Standard C37.5-1979.
- [3] *Low-Voltage AC Power Circuit Breakers Used in Enclosures*, ANSI/IEEE Standard C37.13-1981.
- [4] *Design Tests for Distribution Cutouts and Fuse Links, Secondary Fuses, Distribution Enclosed Single-Pole Air Switches, Power Fuses, Fuse Disconnecting Switches, and Accessories*, ANSI Standard C37.41-1969 (R1974).
- [5] *Low-Voltage Cartridge Fuses-600 Volts or Less*, ANSI Standard C97.1-1972 (R1978).
- [6] *Motors and Generators*, ANSI/NEMA Standards Publ. No. MG1-1980, paragraph MG1-1.58, Dec. 1980.



Walter C. Huening, Jr. (M'52-SM'60-F'81) was born in Boston, MA, on February 10, 1923. He received the B.S. degree in electrical engineering, magna cum laude, from Tufts University, Medford, MA, in 1944.

He served in the U.S. Naval Reserve from 1944-1965 (on active duty from 1944-1946 and 1950-1952, retiring as a Lieutenant Commander in 1965). For two years, beginning in 1946, he was an Instructor of Electrical Engineering at Tufts University. In 1948 he joined the General

Electric Company as an Electrical Engineer with assignments in product departments from 1948-1950 and from 1956-1959. He was an Application Engineer in several system engineering components: Industrial Power Systems Engineering Operation, 1952-1956; Power Application Engineering, 1960-1962; and Metal Rolling Application Engineering 1962-1968. In 1968 he rejoined the Industrial Power Systems Engineering Operation, becoming a Consulting Application Engineer, his present position, in 1969. He has made significant contributions to the systems technology of the application of circuit breakers and other protective devices in industrial power systems. He has authored several key technical papers dealing with basic and advanced principles of industrial system short-circuit current calculations.

Mr. Huening is a member of the IEEE Industrial Applications Society and the Power Systems Technology Committee of the Society's Industrial Power Systems Department. He has contributed to a number of the Department's texts known as the "IEEE Color Books," including the *Recommended Practice for Electrical Power Distribution for Industrial Plants*, IEEE Standard 141-1976 (IEEE Red Book) and the *Recommended Practice for Electrical Power Systems in Commercial Buildings*, IEEE Standard 241-1974 (IEEE Gray Book). He is also a member of the IEEE Power Engineering Society and of that Society's Switchgear Committee, and its Power Circuit Breaker Subcommittee, where he has contributed to various Standards and Standard Application Guides. In 1971 he became a member of the International Electrotechnical Commission (IEC) Technical Committee 73, on Short Circuit Currents, and he serves as Technical Advisor to the U.S. National Committee of the IEC on IEC/TC73 matters. He is a member of Tau Beta Pi, and is a Registered Professional Engineer in the States of New York and Ohio.

APLICACIONES DEL CALCULO DE CORTO CIRCUITO

SELECCION DE CONDUCTORES PARA LOS SISTEMAS DE TIERRA

En el diseño de una red de tierra, uno de los requisitos que deben cumplir los elementos de la red es resistir la fusión y no deteriorarse bajo las más severas combinaciones de la magnitud de la corriente de falla y el tiempo durante el cual se aplica dicha corriente.

La siguiente ecuación desarrollada por Onderdonk nos permite calcular la sección de conductores de cobre para una red en función de sus elementos:

$$I = A \sqrt{\frac{\log_{10} \left[\frac{T_m - T_a}{234 + T_a} + 1 \right]}{33 t}}$$

Donde:

I = Corriente en Amperes

A = Sección transversal en Circular mils.

t = Tiempo de duración de la falla en segundos

T_a = Temperatura ambiente en °C

T_m = Temperatura máxima del elemento en °C

Pueden hacerse las siguientes consideraciones para aplicar la ecuación:

$$T_a = 40^\circ \text{ C}$$

$$\text{Temp. de fusión del cobre} = 1083^\circ \text{ C}$$

$T_m = 450^\circ \text{ C}$ para conectores soldables

$T_m = 250^\circ \text{ C}$ para conectores atornillables

Ejemplo: Calcular la sección de conductor de cobre requerida para una red de tierra si la corriente de falla a tierra es de 13945 Amperes y se considera un tiempo de despeje de la falla igual a 30 ciclos (0.5 seg.). Se usarán en la red conectores del tipo soldable.

Emplearemos en este caso una $T_m = 450^\circ \text{ C}$.

Sustituyendo valores en la ecuación de Onderdonk tenemos:

$$A = \frac{13945}{\sqrt{\frac{\log_{10} \left[\frac{450 - 40}{234 + 40} + 1 \right]}{33 \times 0.5}}}$$

$$A = 89,866.57 \text{ Circular Mils} = 89.86 \text{ KCM}$$

El calibre comercial más próximo a este valor es el calibre 1/0 AWG (105.6 KCM), el cual emplearemos para la red.

SELECCION DE CABLES DE ENERGIA AISLADOS

Al circular una corriente de corto circuito por un cable, la temperatura de los elementos metálicos de éste (conductor, pantalla y cubierta metálica) se incrementa hasta valores límites que dependerán de la temperatura máxima admisible para la cual no se deterioran los materiales de las capas vecinas al conductor o a la pantalla.

Las normas ICEA (Insulated Cable Engineers Association) dan valores de temperatura máxima admisible en condiciones de corto circuito (°C):

Material del aislamiento	En contacto con el conductor	En contacto con la pantalla
Termofijos XLP, EP	250	350*
Termoplástico PVC, PE	150	200
Papel impregnado	200	200

* Para cables con cubierta de plomo esta temperatura deberá limitarse a 200° C.

Si la sección del conductor o de la pantalla no es la adecuada para soportar la corriente de corto circuito, el calor generado producirá daños en el aislamiento.

También deberá tomarse en cuenta el tiempo de duración de la falla.

De acuerdo con el cálculo de la sección transversal del con-

ductor o de la pantalla será el tipo de falla que se seleccionará para el estudio. Así por ejemplo, para determinar la sección del conductor se seleccionará la falla trifásica o monofásica para el estudio, mientras que para calcular la sección de la pantalla se seleccionará la falla monofásica.

La ecuación que nos permite verificar la sección de conductor conocidos los amperes de falla y la duración de los mismos es:

$$\left[\frac{I}{A} \right]^2 t = K \log \frac{T_2 + T}{T_1 + T}$$

Donde:

I = Corriente de corto circuito en Amperes

K = Constante que depende del material del conductor
(Ver Tabla)

A = Area de la sección transversal del conductor en
Circular Mils

t = Duración de la falla en segundos

T = Temp. en °C (bajo cero) en la cual el material
tiene resistencia eléctrica teóricamente nula
(Ver Tabla)

T₁ = Temperatura máxima de operación del conductor
en °C

T₂ = Temperatura máxima de corto circuito del aisla-
miento en °C

Tabla para valores de K y T:

Material	K	T
Cobre	0.0297	234.5
Aluminio	0.0125	228.0
Plomo	0.0097	236.5
Acero	0.00326	180.0

Para encontrar el área de la pantalla cuando se conocen la magnitud y duración de la corriente de falla, o el tiempo de duración de la falla para una pantalla o cubierta de sección conocida se emplea la siguiente ecuación:

$$I = C \frac{A}{\sqrt{t}}$$

Donde A y t tienen el mismo significado anterior, la constante C depende de las unidades de A, del material del conductor y del tipo de aislamiento.

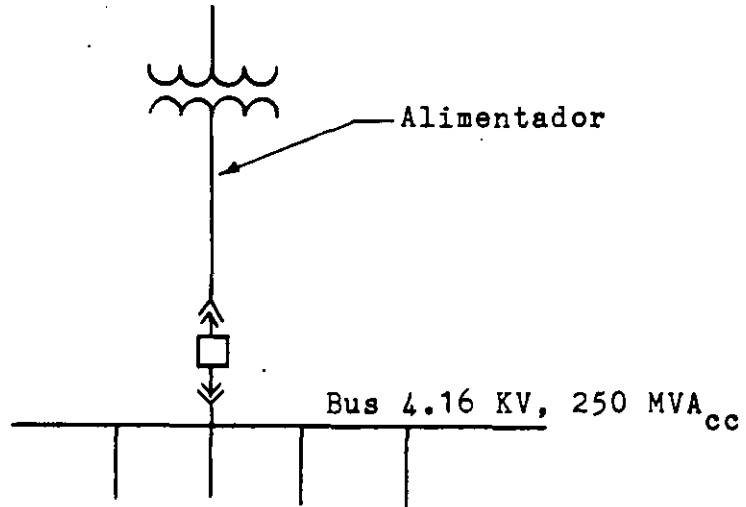
Valores de C para determinar la corriente de corto circuito en el conductor o en la pantalla o cubierta:

Material del aislamiento	Conductor*	Pantalla**
Termofijos XLP, EP	141.90	128.28
Termoplástico PVC	110.32	138.14

* La temperatura en el conductor es la máxima de operación

** La temperatura en la pantalla, para cables de mediana tensión, se considera 10° C abajo de la del conductor.

Ejemplo: Calcular por corto circuito la sección del conductor que alimenta al tablero de 4160 Volts mostrado en el diagrama, sabiendo que el interruptor opera en 8 ciclos después de ocurrida una falla. El conductor es de cobre con aislamiento XLP para 5 KV.



Cálculo de la corriente de corto circuito en el bus de 4.16 KV:

$$I_{cc} = \frac{250,000}{\sqrt{3} \cdot 4.16} = 34,697.54 \text{ Amp.}$$

Aplicando la fórmula:

$$\left[\frac{34,697.54}{A} \right]^2 \times 0.1333 = 0.0297 \log \frac{250 + 234.5}{90 + 234.5}$$

$$A = 176,065.6 \text{ Circular mils} = 176.06 \text{ KCM}$$

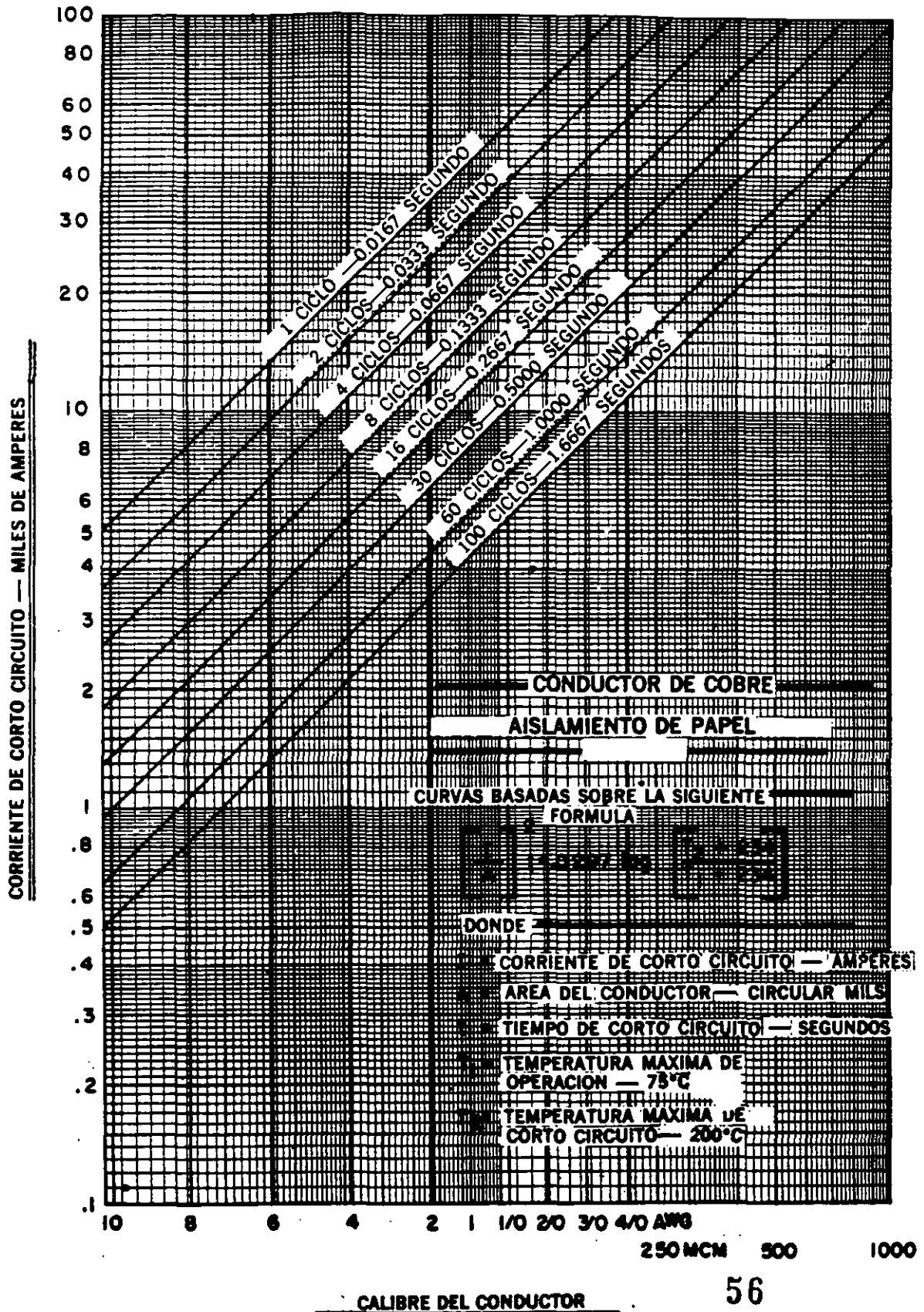
El calibre comercial más próximo a este valor es el 4/0 AWG (211.6 KCM).

Pueden aplicarse también directamente las gráficas proporcionadas por los fabricantes de conductores las cuales están basadas en la fórmula anterior.

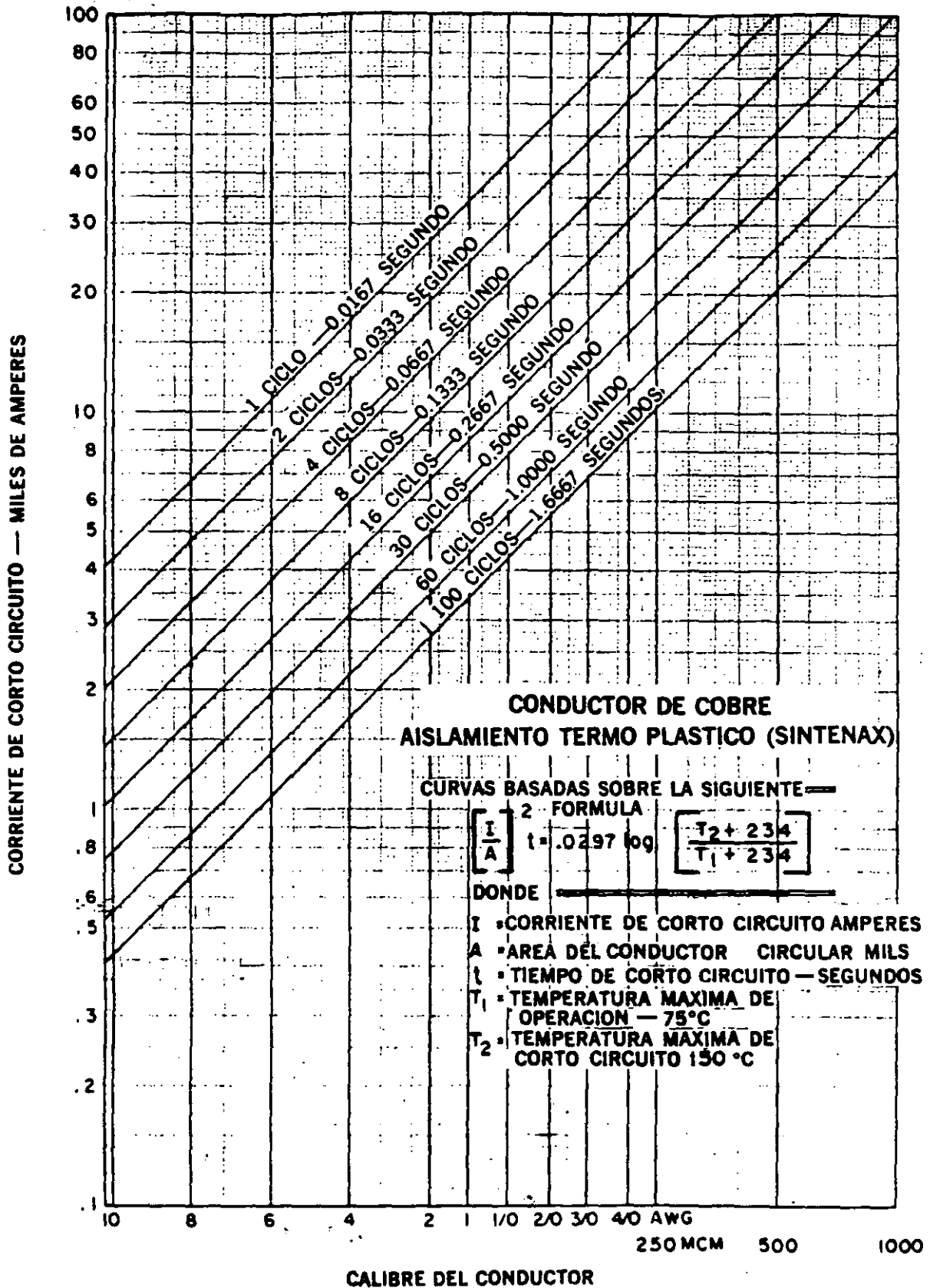
Se muestran en las siguientes páginas estas gráficas para conductores de cobre aislamiento termoplástico y conductores de cobre o aluminio aislamiento de polietileno de cadena cruzada y etileno-propileno.

GRAFICA 33

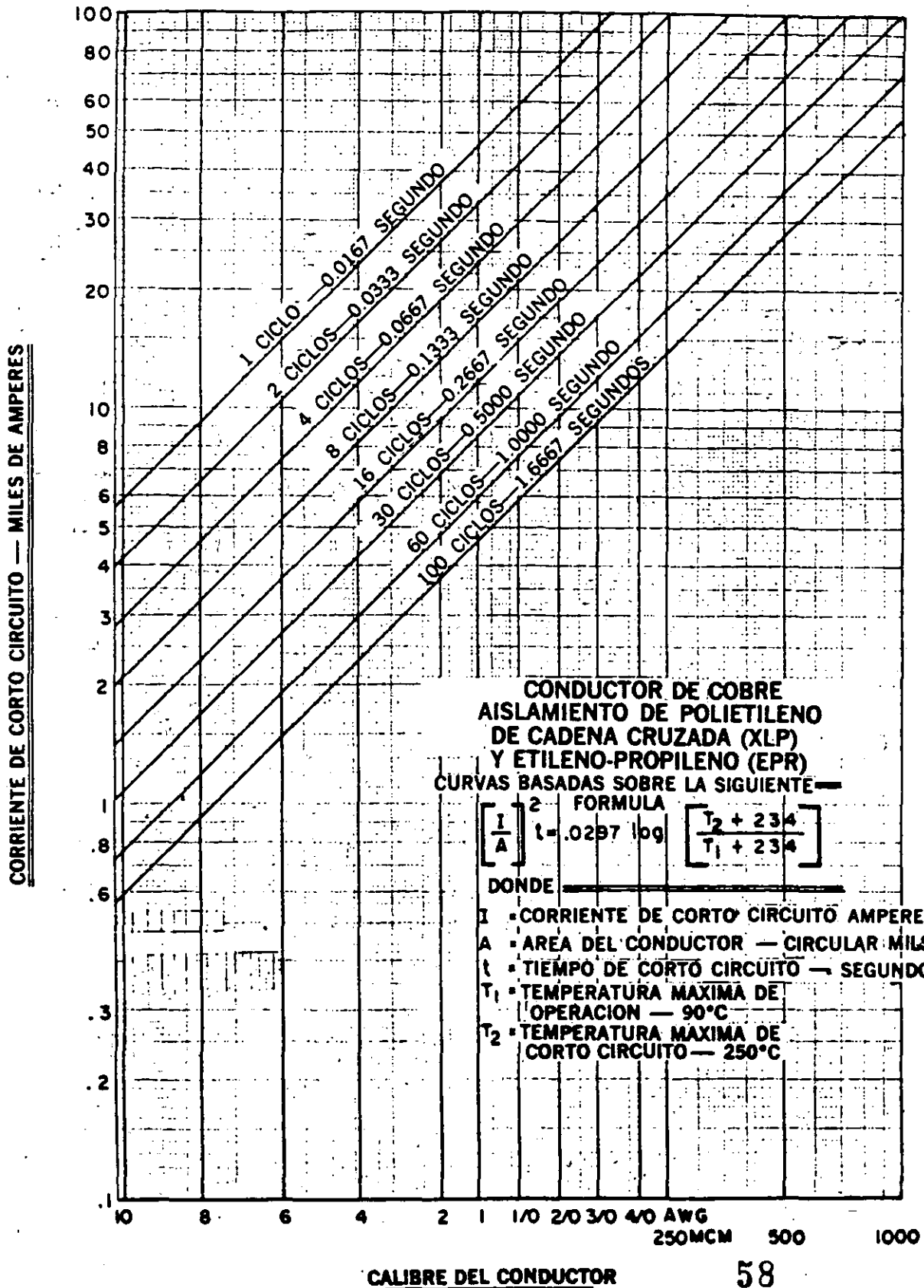
CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO PERMISIBLES PARA CABLES AISLADOS CON CONDUCTOR DE COBRE



CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO PERMISIBLES PARA CABLES AISLADOS CON CONDUCTOR DE COBRE



CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO PERMISIBLES PARA CABLES AISLADOS CON CONDUCTOR DE COBRE



Los esfuerzos pueden expresarse en libras a través de la siguiente fórmula:

$$F = K \frac{5.4 i^2 \times 10^{-7} \times L}{d}$$

Donde:

F = Fuerza lateral en libras

i = Corriente instantánea en Amperes

L = Longitud del claro en pies

d = Separación entre centros de conductores en pulg.

K = Factor de corrección de forma (Para buses de sección circular K=1)

En un circuito monofásico, la fuerza máxima bajo condiciones de corto circuito se expresa por la siguiente fórmula:

$$W = 43.2 \frac{I^2}{d} \times 10^{-7}$$

Donde W = Fuerza lateral en libras/pie e I = Corriente de corto circuito en Amperes rms.

En un circuito trifásico, la fuerza máxima se expresa por:

$$W = 37.5 \frac{I^2}{d} \times 10^{-7}$$

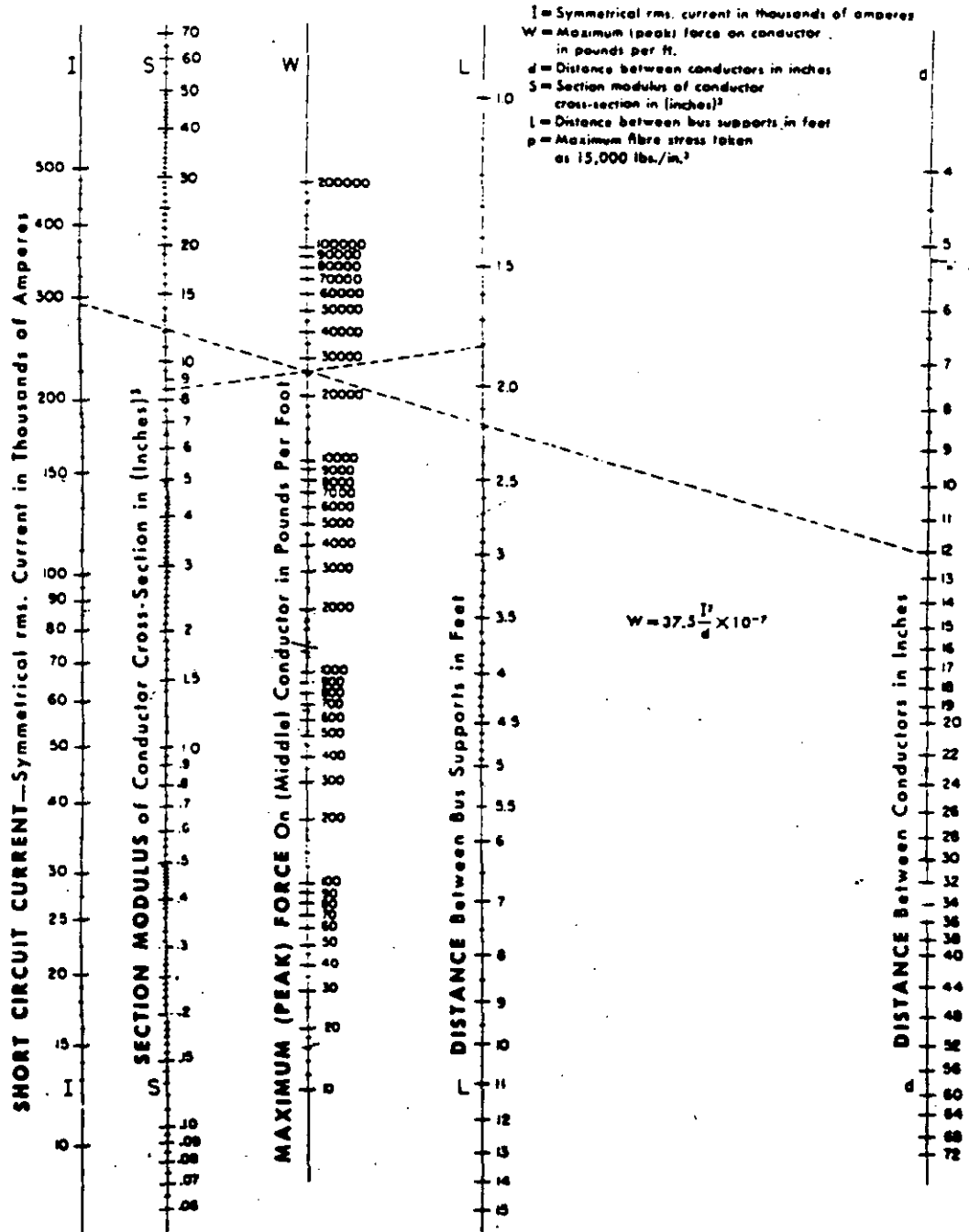
Bajo estas condiciones, los nomogramas mostrados en las siguientes figuras proveen un medio para calcular la fuerza

en los conductores bajo condiciones de corto circuito y además poder determinar la distancia máxima recomendada entre soportes de barras o buses.

Three Phase Short Circuit

Two or Three Bus Supports Per Conductor Length

Nemogram for Determining Maximum Short Circuit Force Between Conductors, and the Required Spacing Between Bus Supports, where



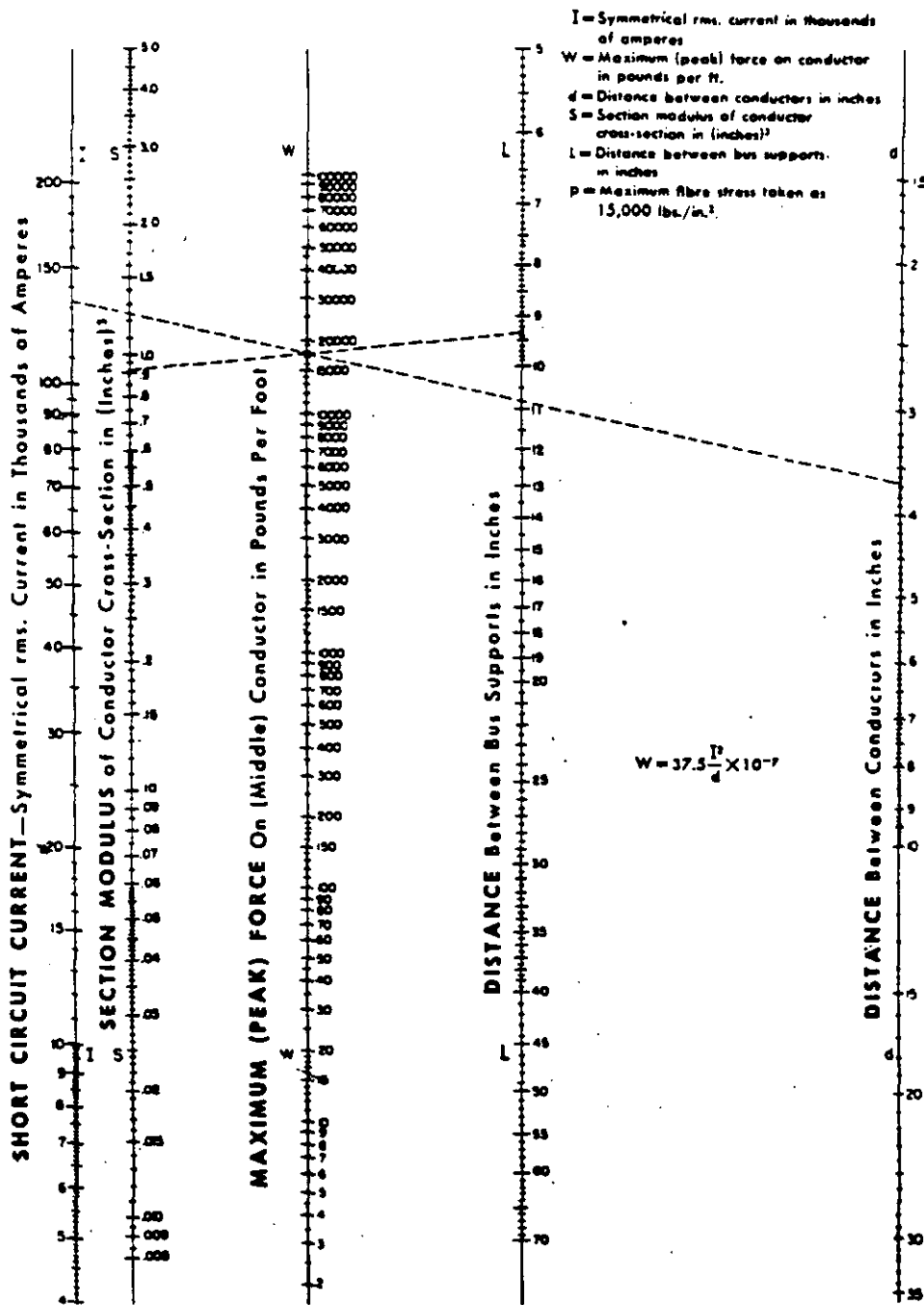
Courtesy I-T-E Circuit Breaker Co.

Fig. 20—Since the current and distance between conductors are usually known first; (1) draw a straight line through the points on the respective scales determined by these values in the problem. (2) Note the intersection of line (1) on the scale of W . (3) Rotate the straight line about (2), point of intersection. (4) Respective points of intersection of rotated line (3) on scales for S and L determine corresponding respective values of S and L that satisfy the problem.

Three Phase Short Circuit

Four or More Bus Supports Per Conductor Length

Nomogram for Determining Maximum Short Circuit Force Between Conductors, and the Required Spacing Between Bus Supports, where



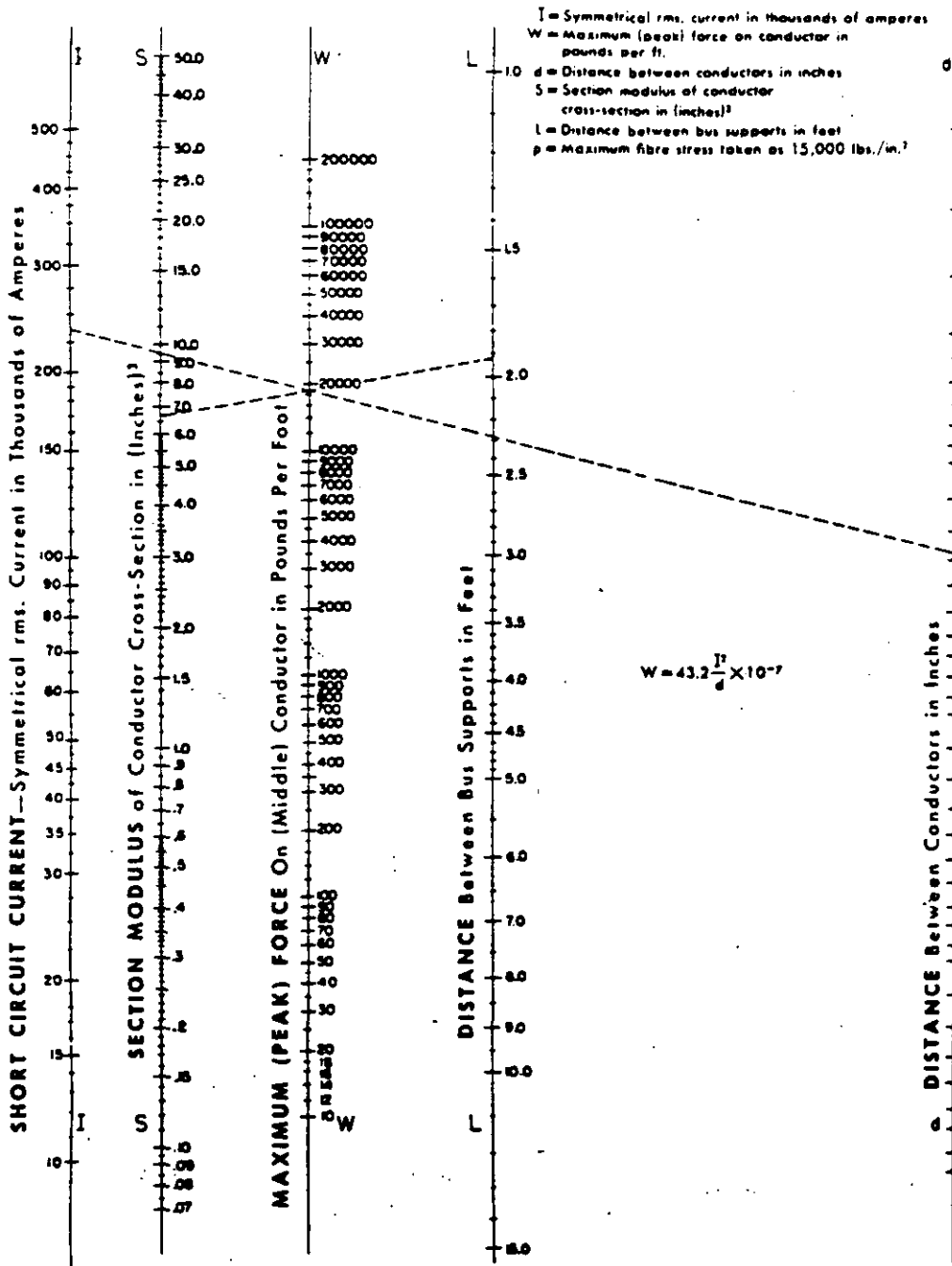
Courtesy I.T.E Circuit Breaker Co.

Fig. 21—Since the current and distance between conductors are usually known first; (1) draw a straight line through the points on the respective scales determined by these values in the problem. (2) Note the intersection of line (1) on the scale of W . (3) Rotate the straight line about (2), point of intersection. (4) Respective points of intersection of rotated line (3) on scales for S and L determine corresponding respective values of S and L that satisfy the problem.

Single Phase Short Circuit

Two or Three Bus Supports Per Conductor Length

Nomogram for Determining Maximum Short Circuit Force Between Conductors, and the Required Spacing Between Bus Supports, where



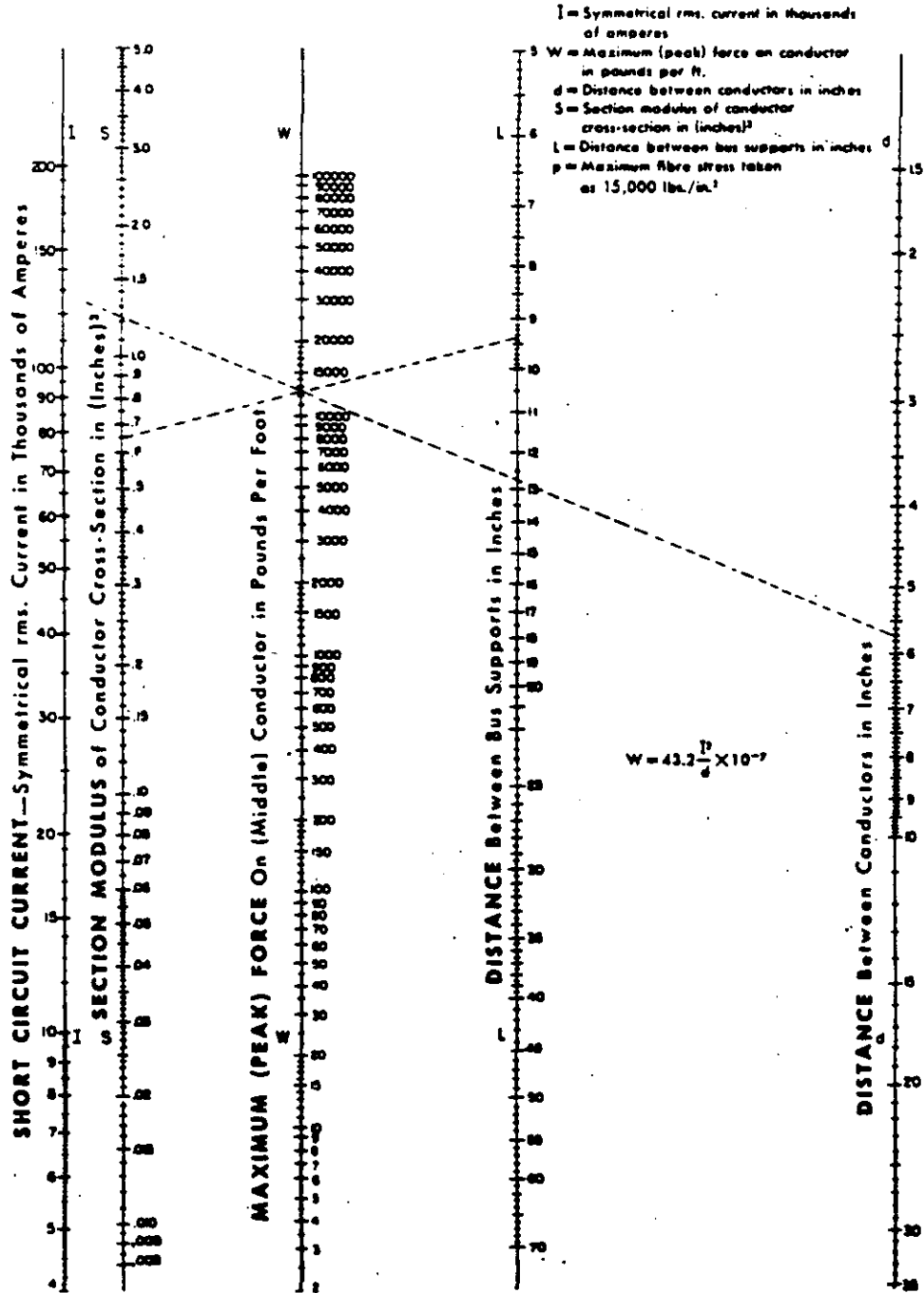
Courtesy I-T-E Circuit Breaker Co.

Fig. 22—Since the current and distance between conductors are usually known first; (1) draw a straight line through the points on the respective scales determined by these values in the problem. (2) Note the intersection of line (1) on the scale of W . (3) Rotate the straight line about (2), point of intersection. (4) Respective points of intersection of rotated line (3) on scales for S and L determine corresponding respective values of S and L that satisfy the problem.

Single Phase Short Circuit

Four or More Bus Supports Per Conductor Length

Nomogram for Determining Maximum Short Circuit Force Between Conductors, and the Required Spacing Between Bus Supports, where



Courtesy I-T-E Circuit Breaker Co.

Fig. 23—Since the current and distance between conductors are usually known first; (1) draw a straight line through the points on the respective scales determined by these values in the problem. (2) Note the intersection of line (1) on the scale of W. (3) Rotate the straight line about (2), point of intersection. (4) Respective points of intersection of rotated line (3) on scales for S and L determine corresponding respective values of S and L that satisfy the problem.

BIBLIOGRAFIA

1. Recommended Practice for Electric Power Distribution for Industrial Plants. IEEE Std. 141-1976
2. Cálculo de fallas en Sistemas de Potencia
Ing. Rafael Guerrero Cepeda. Ediciones del Sector Eléctrico
3. Capacidad de conducción de corriente en cables aislados
Publicación Técnica CX-165. Mayo 1976. Condumex, S.A.
4. Electrical Connectors. Catalog 50
Burndy Engineering Co. Inc., New York, U.S.A.
5. IEEE Guide for Safety in Substation Grounding
IEEE Std. 90-1976
6. Estudio de Flujos de Energía y Análisis de Fallas en Sistemas Eléctricos de Potencia.
Curso Intersemestral. Departamento de Ingeniería Eléctrica
Coordinación de Sistemas Eléctricos de Potencia
Facultad de Ingeniería. UNAM
7. Analysis of Faulted Power Systems
Paul M. Anderson
Iowa State University Press
8. Elements of Power System Analysis
William D. Stevenson, Jr.
Mc Graw Hill Book Co.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO: 1

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

A N E X O II

EXPOSITOR:

ING. RAMON VILA VIVALDO

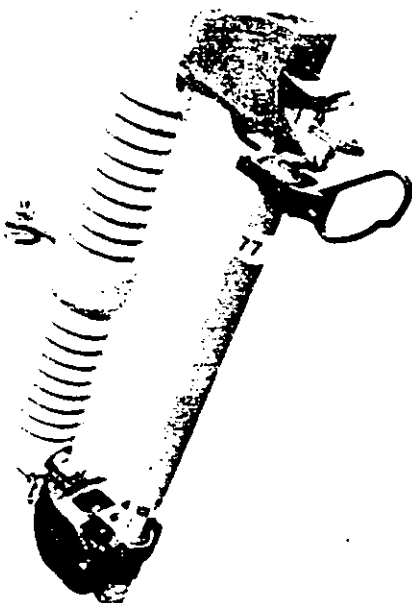


Fabricados por **SYC SELMEC, S.A.**
con Licencia de **S C Electric Co.**

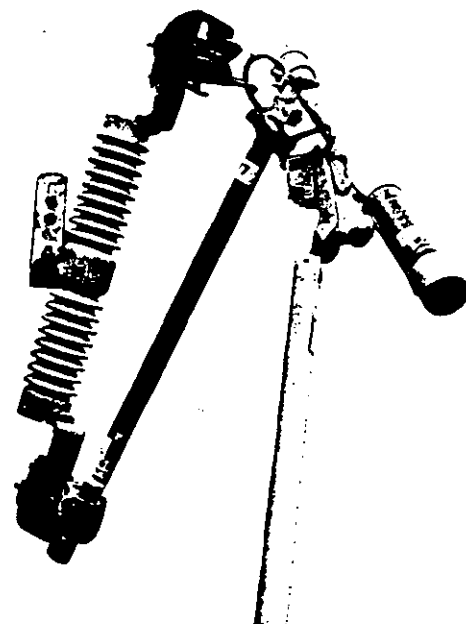
Sean pequeñas, medianas o extensas sin fundirse o dañarse durante fallas transitorias. Y cuando se instala en la parte superior de postes en los sistemas de alimentación para distribución, interrumpe toda clase de fallas permanentes en puntos de seccionamiento, en las interconexiones de las líneas aéreas y los cables subterráneos y en los transformadores de distribución. El SMD-20 ofrece la misma protección completa de falla que el tipo de fusibles SMD para subtransmisión, así como también idénticas características de tiempo-corriente y un servicio sin mantenimiento.

El funcionamiento de escape del Fusible de Potencia SMD-20 es silencioso y moderado. La intensidad relativa

de ruido del SMD-20 es apenas 5% de la de un cortacircuito para distribución con eslabon fusible. El fusible SMD-20 es fácil de cerrar y de abrir usando cualquier pértiga. Se puede cerrar de un sólo golpe desde cualquier ángulo cuando exista la posibilidad de cerrar contra una falla. Por consiguiente, al usar este fusible, se elimina la necesidad de instalar desconectores (seccionadores) en serie, ya que la conmutación de carga total es posible hasta su voltaje nominal de 23kv; porque el cortacircuitos SMD-20 viene equipado con enganche especial para usar el "Loadbuster". Esto brinda las ventajas adicionales de poder conmutar carga en todos los puntos a un precio módico que resultan al operar con el dispositivo portátil interruptor de carga de la S&C, "Loadbuster"



Utilizacion de herramienta portátil de apertura con carga en cortacircuito SMD-20 de 15, 25 y 34.5 KV



Cortacircuito fusible tipo SMD-20, para 15 KV ó 25 KV, 200 amp, aislador sencillo.

PRINCIPALES CARACTERISTICAS ELECTRICAS DE LOS CORTACIRCUITOS DE POTENCIA TIPO SMD-20

Tipo	Catálogo	KV		AMP.		Nivel de Impulso KV
		Nom.	max. Diseño	Nom. Max.	Interruptivos Asimétricos	
Un sólo aislador	92121	7.2	8.25	200E	22400	95
Un sólo aislador	92122	14.4	17	200E	22400	125
Un sólo aislador	92123	25	27	200E	20000	150
Un sólo aislador	92124	34.5	38	200E	16000	150
Doble aislador P/cruceta	192232	14.4	15.5	200E	22400	110
Doble aislador P/cruceta	192233	25	27	200E	20000	150
Doble aislador P/cruceta	192234	34.5	38	200E	16000	200
Doble aislador C/base	92222	14.4	15.5	200E	22400	110
Doble aislador C/base	92223	25	27	200E	20000	150
Doble aislador C/base	92504	34.5	38	200E	16000	200
Doble aislador P/cruceta	92544	34.5	38	200E	16000	200

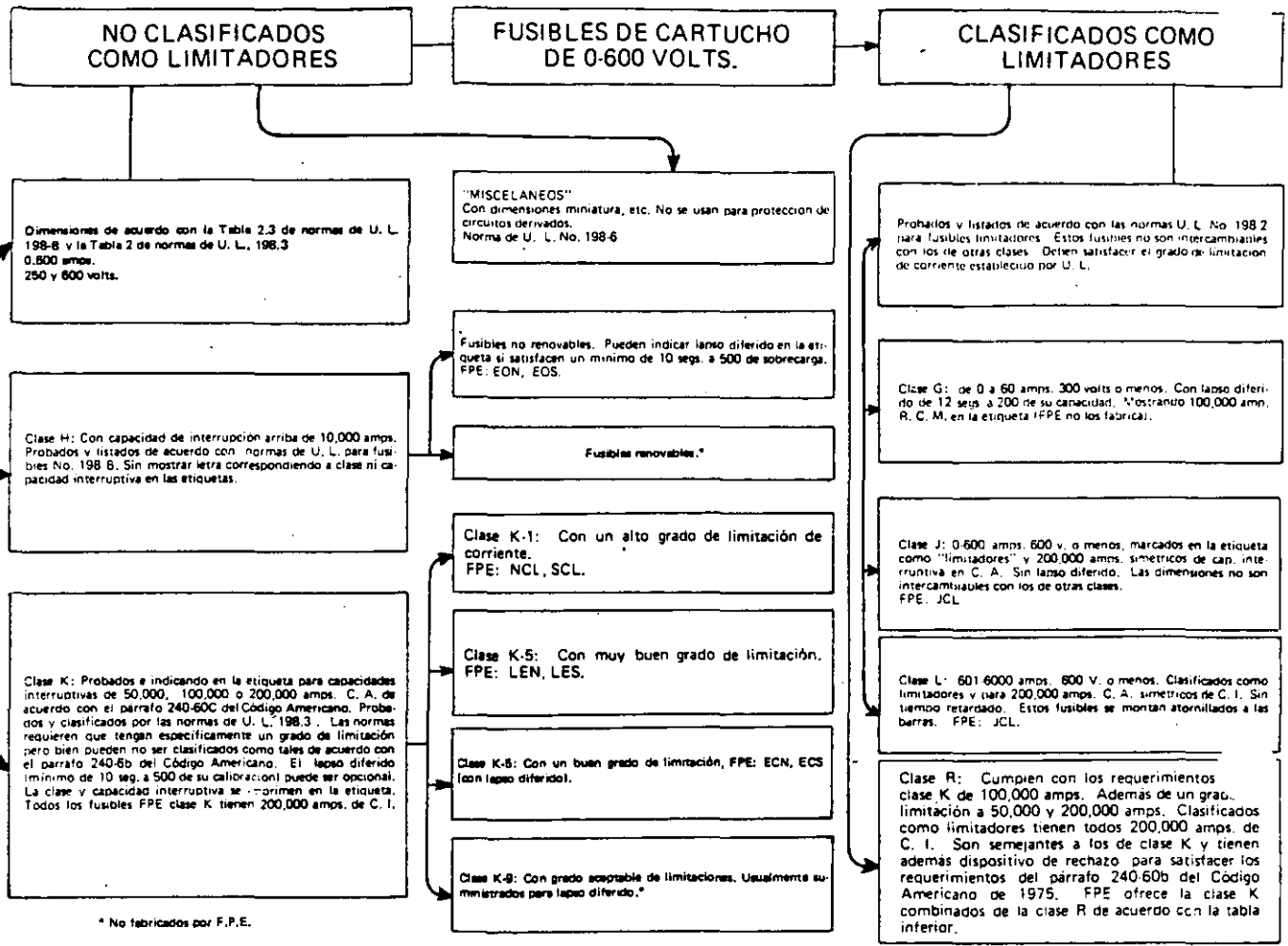


SYC SELMEC, S.A.

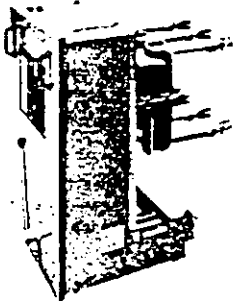
Calz. Vallejo No. 706 México 15, D. F. Tels. 567-87-22 y 587-02-15

(2)

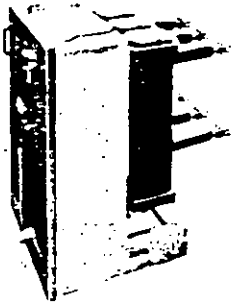
Clasificación de Fusibles de Cartucho de acuerdo con U.L. INC. de los EE. UU.



MARCA REGISTRADA POR FPE		TABLA DE SELECCION														
		ECO.	ECONOMY RENOVABLE	ECON	ECON LIMITER	ECONOLIM					ECO	ECON				
DESCRIPCION		SIMBOLO PARA IDENTIFICACION EN EL CATALOGO														
		EON	EOS	ERN	ERS	ECN	ECS	LEN	LES	NCL	SCL	JCL	LCL	MCL	MOL	MEN
CAPACIDAD INTERRUPTIVA	CLASE S/U. L.	H	H	H	H	RK5	RK5	RK5	RK5	RK1	RK1	J	L	MINIATURA		
	NO SUPERIOR A 10,000 AMPS.	X	X	X	X										X	X
	100,000 A.C.I.													X		
GRADO DE LIMITACION	200,000 A.C.I.					X	X	X	X	X	X	X	X			
	EXCELENTE.									X	X	X	X	X		
	MUY BUENO							X	X							
DIMENSIONES	BUENO					X	X									
	13/32" X 1 1/2"													X	X	X
	S/CODIGO AMERICANO	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X					
TENSION (C.A.)	NO INTERCAMBIABLES DIMENSIONES SEG. U.L.											X	X			
	250 V. O MENOS	X		X		X		X		X					X	X
	600 V O MENOS		X		X		X		X		X	X	X	X		
LAPSO DIFERIDO MINIMO DE 10 Seg. a 500 o/o						X	X	X	X							



Fluarc FG1



Fluarc FG2

Introduction

Fluarc high-voltage circuit-breakers are intended to control and protect public distribution and industrial power systems of up to 17.5 kV rated voltage. They use sulphur hexafluoride (SF6) as the insulating and arc extinguishing medium. The circuit-breaking parts are housed in hermetically-sealed bottles providing maintenance-free life.

Their main features are as follows:

- no maintenance,
- extremely high electrical endurance,
- complete autonomy,
- suitability for high-speed auto-reclosing duty, capacitor bank and motor switching,
- safety of operation.

■ break time: from the instant of application of auxiliary power to the opening device to the instant of final arc extinction: 60 to 80 ms.

■ closing time: from the instant of application of auxiliary power to the closing device to the instant when the contacts touch: 70 to 90 ms.

Rated operating sequences:

- O - 3 min - CO - 3 min - CO
- O - 0.3 s - CO - 15 s - CO.

characteristics

The rating given below are to standards as follows: UTE C 64-100, IEC 56, VDE 0670, BS 5311 and ANSI C 37.

Rated frequency 50 - 60 Hz.

Operating times (at rated voltage):

- opening time: from the instant of application of auxiliary power to the opening device to the instant of separation of arcing contacts: 45 to 65 ms.

ratings to IEC Recommendations 56-1971, BS 5311, VDE0670, UTE C64100/101

rated voltage (kV)	(1)	7.2	12										13.8	17.5	rated normal current (A) (4)	making capacity (kA peak) (2)	1 s with-stand current (kA rms)	capacitor breaking capacity for normal current of			
voltage (kV)	3	3.3	4.16	5	5.5	6	7.2	10	11	12	13.8	15	17.5			630	1250	2500	3150		
breaking capacity FG1	MVA	136	150	188	225	250	250	350	350	350					630-1250	65.5	26.2	500			
	kA	26.2	26.2	26.2	26.2	24	20	20	18.3	16.8											
	MVA	150	165	208	250	275	300	360	500	500	520	500	500		630-1250	73	29	500			
	kA	29	29	29	29	29	29	29	26.2	25	21	20									
FG2	MVA	150	165	208	250	275	300	360	500	500	520	595	650	750	630-1250	73	29	500	900	1750	2200
	kA	29	29	29	29	29	29	29	26.2	25	25	25	25		2500						
	MVA	175	190	240	290	320	350	390	545	600	650				630-1250	85	34	500	900	1750	2200
	kA	34	34	34	34	34	31.5	31.5	31.5	31.5					2500-3150						
	MVA	260	285	360	430	475	520	620	690	760	830	750	815	950	630-1250	125	50	500	900	1750	2200
	kA	50	50	50	50	50	50	40	40	40	40	31.5	31.5	31.5	2500-3150						

ratings to US Standards ANSI C37

identification	rated values				related required capabilities								
	type of breaker	nominal voltage kV rms	nominal 3 phase MVA	voltage	current	current values							
				rated max voltage kV rms	rated voltage range K	rated continuous current at 60 Hz A rms	rated short-circuit current (at rated max kV) kA rms	rated inter-rupting time cycles	rated max voltage divided by K kV rms	max symmetrical interrupting capability K times rated short-circuit current kA rms	3 second short-time current carrying capability kA rms (3)	Closing and latching capability 1.6 K times rated short-circuit current kA rms (3)	Asymmetry ratio S
FG2		4.16	250	4.76	1.24	1200-2000 3000	29	5	3.85	36	36	58	1.2
		13.8	500	15	1.3	1200-2000 3000	18	5	11.5	23	23	37	1.2
		13.8	750	15	1.3	1200-2000 3000	28	5	11.5	36	36	58	1.1

(1) insulation level: see page 3 and 4. (2) with the highest breaking capacity. (3) actual values may be higher, consult us. (4) issue end 1983 (FG1 1250 A).

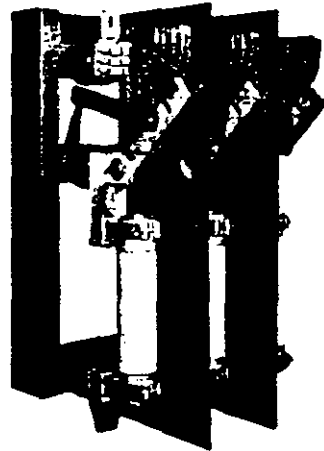
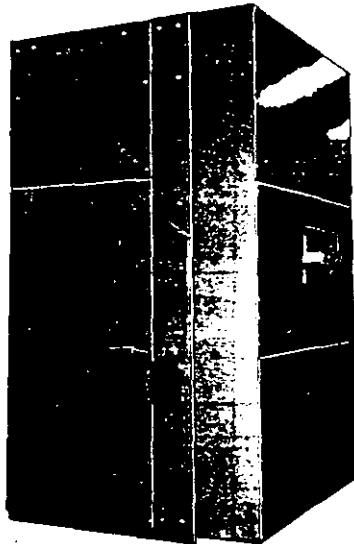
MERLIN GERIN
postal address:
38050 GRENOBLE CEDEX
France
telex: MERGE 320842 F

As standard specifications and designs change from time to time, please ask for confirmation of the information given in this publication.



(u)

5-15 K.V.



El desconectador con carga Tipo IS es propio para abrir con carga, operado con mecanismo de resorte para efectuar el cierre y apertura rápidos, su construcción es robusta, diseñado para instalarse en subestaciones para trabajo pesado. Se puede aplicar sin fusibles en donde se requiera un desconectador con carga, o con fusibles para la protección por corto circuito a transformadores generales de una subestación o como protección en circuitos derivados.

CAPACIDADES

T E N S I O N		A M P E R E S R. C. M.					
NOMINAL	MAXIMA DE DISEÑO	SOPORTA		CONT.	INTERRUP-TIVOS	MOMEN-TANEOS	CIERRA CONTRA FALLA (1)
		60 HZ.	IMPULSO				
4.8	5.5	19	60	600	600	40 000	40 000
				600	600	61 000	61 000
				1 200	1 200		
7.2	8.25	26	75	600	600	40 000	40 000
				600	600	61 000	61 000
				1 200	1 200		
13.8 (ISL)	15	36	95	600	600	40 000	40 000
				600	600	61 000	61 000
				1 200	1 200		
14.4 (ISM)	15.5	50	110	600	600	40 000	40 000
				600	600	61 000	61 000
				1 200	1 200		

1.- Esta capacidad es para interruptores sin fusibles.

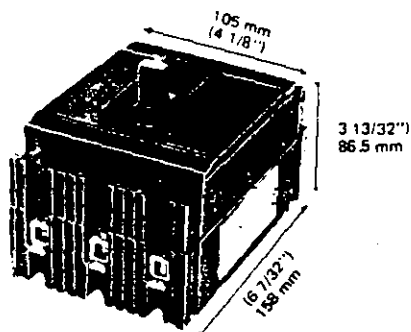
2.- La Cap. en 4 Seg. se obtiene dividiendo la momentánea entre 106.

TABLA DE SELECCION

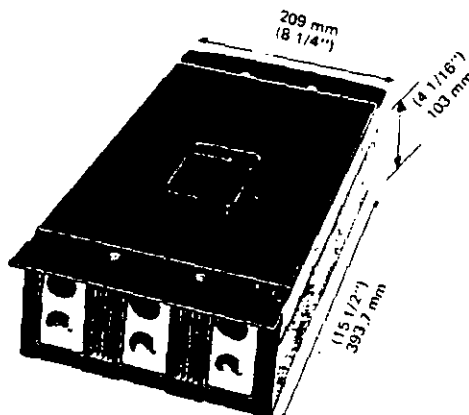
Características de los Interruptores Termomagnéticos de capacidad interruptiva normal Línea N

Marco	Corriente nominal de calibración en amperes*	Tensión nominal		No. de Polos	CAPACIDAD INTERRUPTIVA VALORES ASIMETRICOS RMC (VALORES SIMETRICOS RMC)				Rango	ZAPATAS DE COBRE/ALUMINIO	
		Volts C. A.	Volts C. C.		220 V. C. A.	440 V. C. A.	600 V. C. A.	C. D.		Calibre del Conductor	
										Min.	Max.
NE	15-100	240	125/250	2, 3	20KA (18KA)	—	—	10KA	15-50 70-100	No. 14	No. 4 No. 1/0
NEF	15-100	440	250	1, 2, 3	20KA (18KA)	15-KA (14KA)	—	10KA	15-50 70-100	No. 14	No. 4 No. 1/0
NFJ	70-225	480	250	2, 3	25KA (22KA)	20KA (18KA)	—	10KA	70-225	No. 4	300MCM
NJL	150-500	600	250	2,3	50KA (42KA)	35KA (30KA)	25KA (22KA)	20KA	70-225	No. 4	300MCM
									250-300	No. 4	500MCM
									350-500	No. 2/0 No. 4	500 MCM 250 MCM
NM	125-1000	600	250	2,3	50KA (42KA)	35KA (30KA)	25KA (22KA)	20KA	125-350	No. 1	600MCM
									400-600	2-No. 3/0	2-600MCM
									700-1000	3-250MCM	3-500MCM
NP	1200 2000	600	250	2,3	150 (125KA)	100 (85KA)	75 (65KA)	—	1200 2000	CONECTOR ESPECIAL TIPO T	

* Calibraciones Normalizadas: 15, 20, 30, 40, 50, 70, 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 300, 350, 400, 500, 600, 700, 800, 1000, 1200, 1400, 1600, 2000.



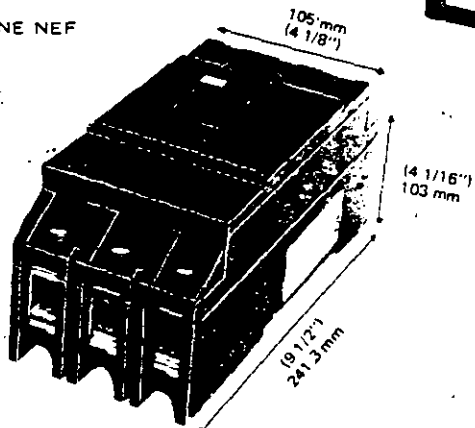
NE NEF



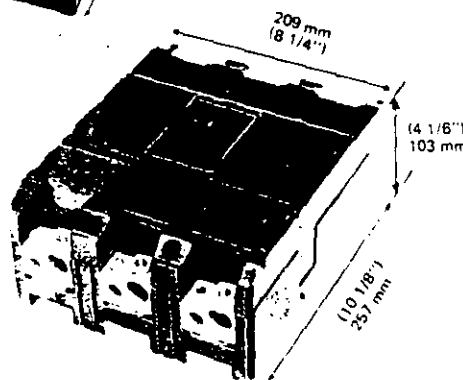
NM



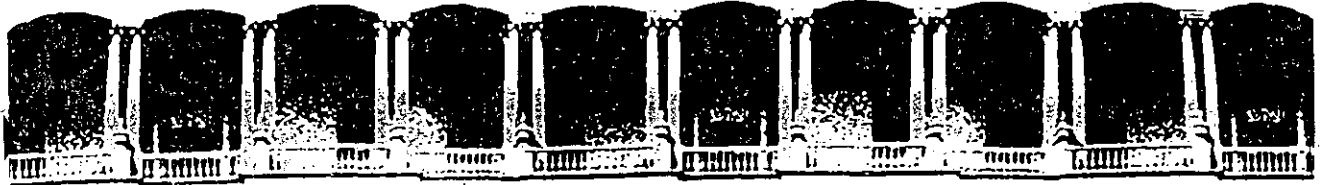
TIPO NP



NFJ



NJL



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

PRIMER MODULO:

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

ESTUDIOS DE FLUJO DE ENERGIA

ING. RAFAEL GUERRERO CEPEDA

SEP-OCT. 92

1 . INTRODUCCION

1.1 ASPECTOS GENERALES

La utilización de la energía eléctrica en forma comercial se remonta a los años de 1880 época en la que entraron en operación las primeras centrales generadoras en las grandes ciudades del mundo.

Existía entonces una gran polémica entre los partidarios de la corriente directa y los de la corriente alterna, - - polémica que fué ganada por estos últimos gracias a la in - vención del transformador. Este dispositivo hizo posi - ble elevar el voltaje de generación a niveles adecuados - para transmitir la energía eléctrica a mayores distancias, iniciándose así el proceso de expansión de las redes de - distribución que en sus inicios alimentaban fundamental - mente cargas de alumbrado. La versatilidad, limpieza y disponibilidad inmediata de la energía eléctrica ha hecho que su utilización se extienda a otras áreas tanto en la industria como en el campo, el comercio y el hogar despla - zando a otras fuentes de energía y dando pauta a un creci - miento acelerado del mercado eléctrico.

El desarrollo tecnológico ha hecho técnicamente factible elevar las tensiones de transmisión a niveles que hacen - económicamente atractiva la transmisión de grandes bloques de energía a distancias considerables.

Simultáneamente, por economía de escala es más atractivo construir unidades generadoras de gran tamaño en sitios cercanos a las fuentes de abastecimiento del energético primario.

Por razones de economía y confiabilidad las redes locales se interconectan mediante enlaces que constituyen la red principal de transmisión o red troncal. Estas interconexiones permiten aprovechar la diversidad de la demanda entre áreas y compartir la reserva, dando origen a importantes ahorros en las inversiones y en la operación del sistema interconectado.

1.2 CARACTERISTICAS DE LA ENERGIA ELECTRICA

Hay 3 características principales de la energía eléctrica que tienen un profundo efecto en la planeación y operación de los sistemas eléctricos:

- a) La energía eléctrica no puede ser almacenada - - - y en consecuencia se debe producir en el instante en que los consumidores lo requieren.
- b) El mercado eléctrico crece en forma continua a tasas que equivalen a la duplicación de la demanda cada 6 - 8 años. Existe pues un proceso continuo de adición de instalaciones en el sistema.
- c) La ubicación de las centrales generadoras está condicionada principalmente por la disponibilidad y naturaleza del energético primario, y la disponibili-

dad de agua para enfriamiento. Estos factores normalmente obligan a situar las centrales en lugares -
lejanos a los centros de carga y la planeación de la expansión de un sistema eléctrico, se convierte en -
un elaborado ejercicio técnico - económico.

1.3 ESTRUCTURA DE LA RED ELECTRICA

Desde el punto de vista operativo y funcional la red -
eléctrica se puede dividir en varias subestructuras que -
se basan en el nivel de voltaje al que operan. Se tie-
ne en primer lugar la red de transmisión o red troncal,
cuya función es la de enlazar las diferentes áreas que
integran el sistema eléctrico y transmitir grandes blo-
ques de energía de los centros de generación a los cen-
tros de consumo. En la figura 1.1 se muestra la red -
troncal (400 y 230 KV) del sistema interconectado na-
cional. Se observa que esta red tiene una estructura
que tiende a la formación de mallas que permiten rutas
alternativas al transporte de la energía. En la figu-
ra 1.2 se muestra una porción de red en forma de dia-
grama unifilar. Las líneas de transmisión se conectan
a las subestaciones de carga o a las subestaciones de -
las centrales generadoras. En el lenguaje de la inge-
niería de potencia a estos puntos de conexión se les -
denomina nodos o barras.

El símbolo utilizado para la carga puede representar un consumidor industrial de gran tamaño o una ciudad entera. En la figura 1.2 se muestra el símbolo utilizado para representar un banco de capacitores, el cual se utiliza para dar apoyo de voltaje y normalmente se encuentra en nodos de carga o de transferencia. De la red troncal se alimentan algunas industrias de gran tamaño y las subestaciones que la conectan a los sistemas de subtransmisión cuyo voltaje varía de 69 a 115 KV. Esta red de subtransmisión normalmente de estructura mixta: parte mallada, parte radial constituye el enlace entre la red troncal y los sistemas de distribución.

Finalmente la potencia se alimenta a los sistemas de distribución como se muestra en forma esquemática en la figura 1.3. Se debe anotar que no existe una clara clasificación de los diferentes niveles de tensión ya que la continua evolución del sistema eléctrico hace que lo que hoy se considera parte de la red troncal en un futuro puede pasar a ser parte de la red de subtransmisión.

1.4 OBJETIVOS DEL SISTEMA ELECTRICO

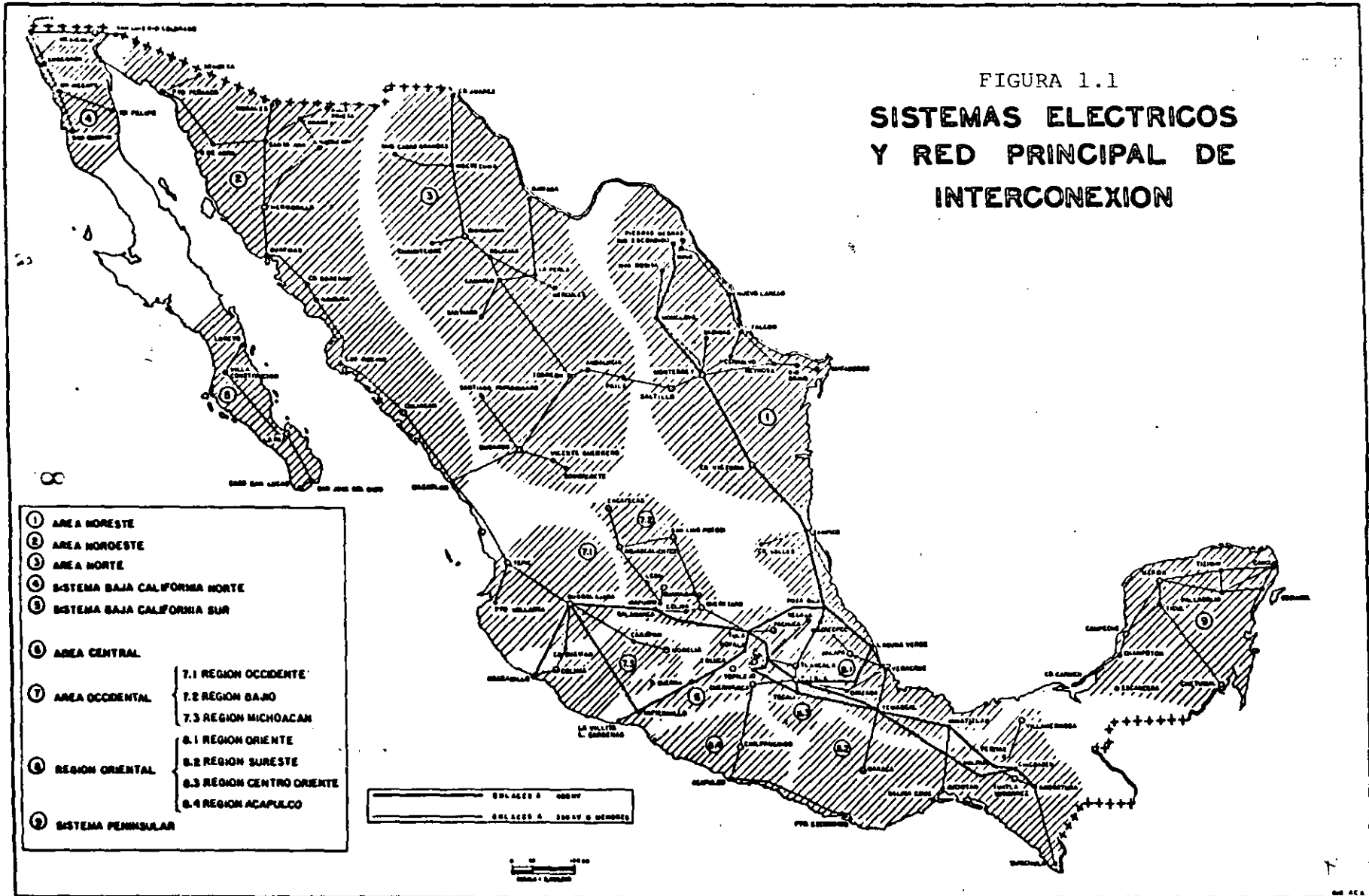
El objetivo de un sistema eléctrico de potencia se -

6
puede resumir de la manera siguiente " Generar energía eléctrica en cantidades suficientes para transmitirla a los consumidores individuales con la calidad adecuada y al costo más bajo posible".

Para esto es necesario en todo momento:

- 1 - Mantener el balance de potencia real.
- 2 - Controlar la frecuencia
- 3 - Mantener el balance de potencia reactiva
- 4 - Controlar el perfil de voltaje
- 5 - Mantener un perfil "óptimo" de transmisión.

FIGURA 1.1
**SISTEMAS ELECTRICOS
 Y RED PRINCIPAL DE
 INTERCONEXION**



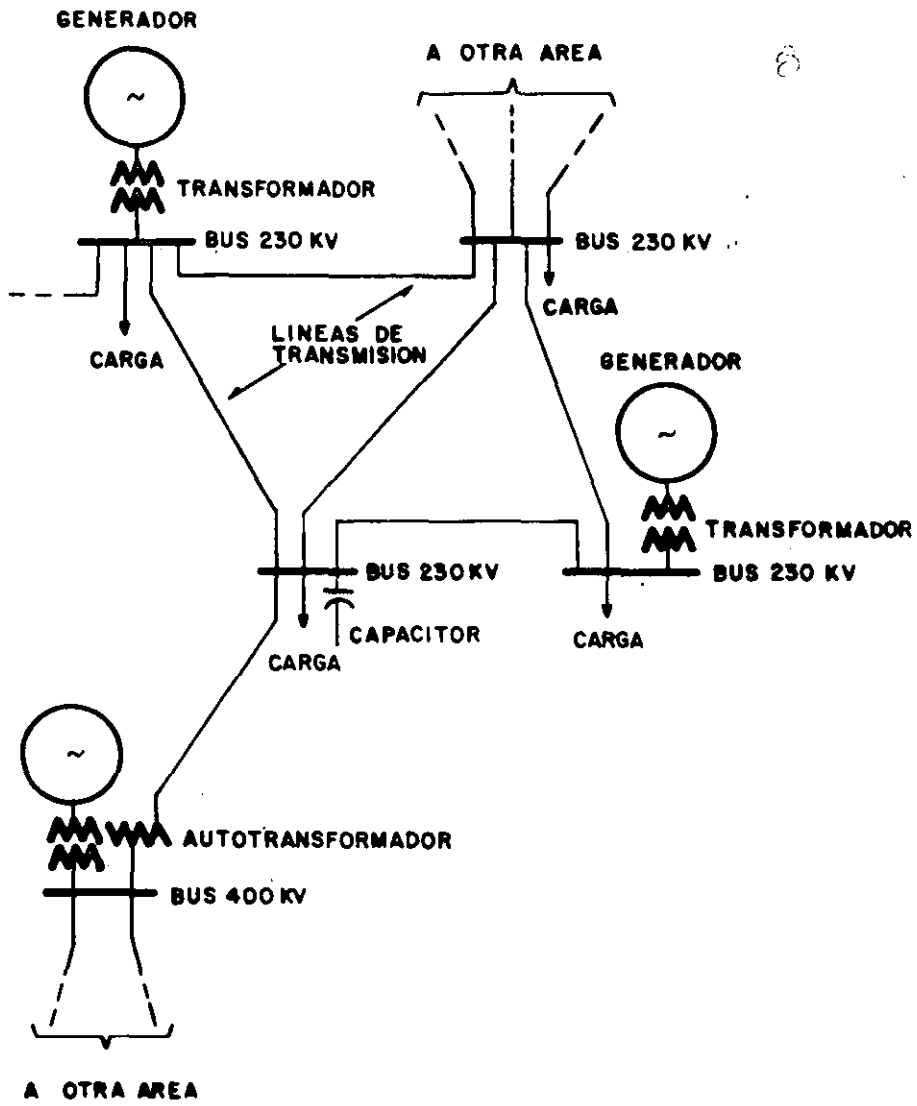


FIGURA 1.2 DIAGRAMA UNIFILAR RED TRONCAL

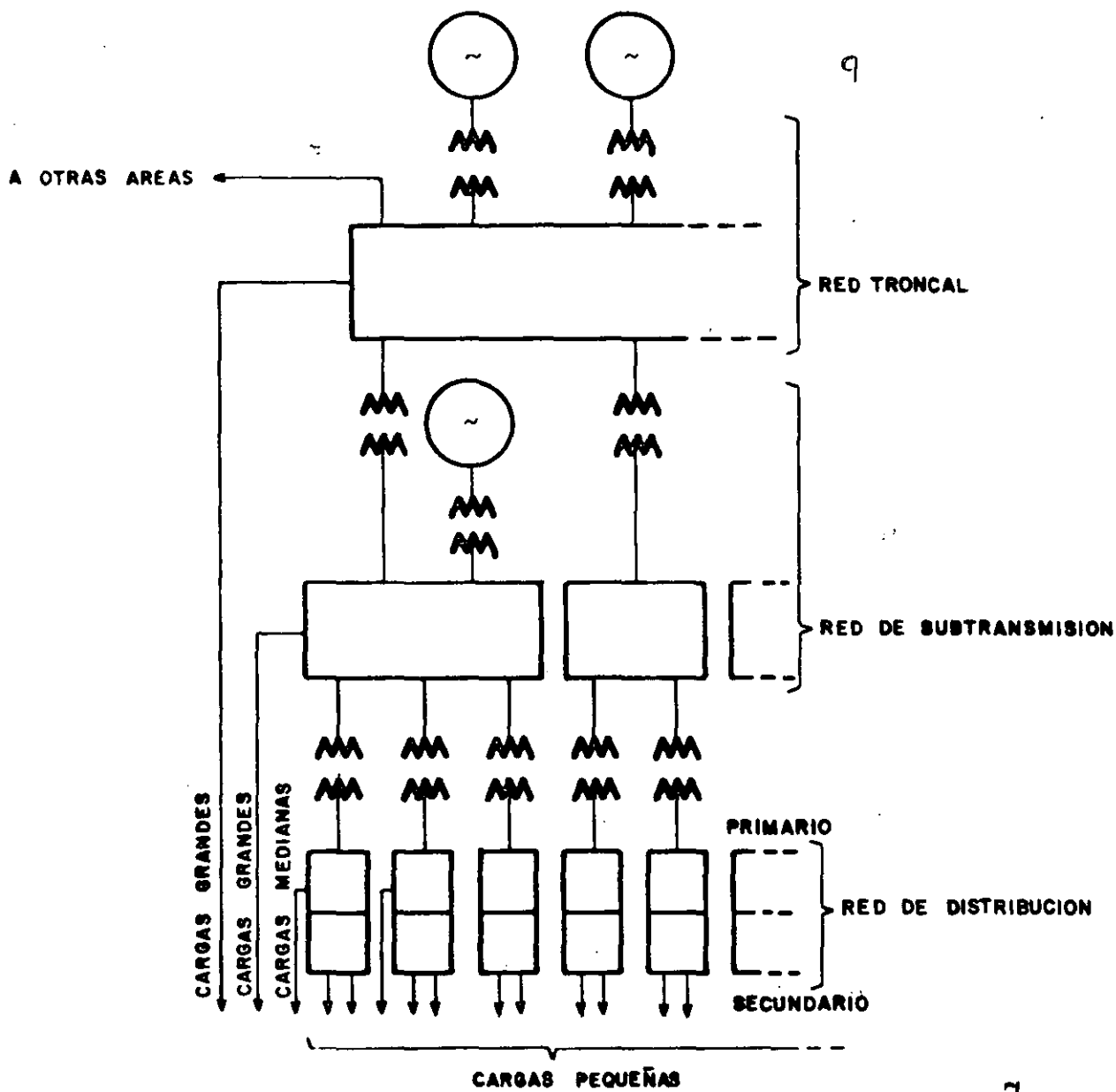


FIGURA 1.3 NIVELES DE RED EN UN SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA

2.1 POTENCIA Y ENERGIA

Sabemos que la energía eléctrica es el producto final de un proceso de conversión de energía. Por ejemplo, la energía almacenada en los combustibles fósiles se transforma en energía calorífica al ser quemados en una caldera. El calor resultante se transmite al agua la cual se convierte en vapor y este al pasar por una turbina cede parte de su energía al transformarse en energía mecánica. Finalmente en el generador la energía mecánica es transformada en energía eléctrica. Si suponemos entonces que este generador es capaz de producir una corriente eléctrica i a un voltaje v la fórmula fundamental de potencia eléctrica establece que:

$$p = vi \quad \text{Watts} \quad (2.1)$$

Esta ecuación puede considerarse como una ley elemental de la física cuya validez ha sido probada en forma experimental sin dejar lugar a dudas.

En términos de potencia la energía se define como:

$$w = \int_{t_0}^t p \, dt \quad \text{Ws (o Joule)} \quad (2.2)$$

Se observa en la ec. 2.2 que la energía depende del tiempo t_0 el cual puede elegirse en forma arbitraria, razón por la cual en el análisis se prefiere el manejo de la potencia.

En el sistema mks las unidades para medir la energía y potencia eléctrica son el watt-segundo y el watt - respectivamente.

Como estas unidades son muy pequeñas se acostumbra - utilizar como unidades de referencia al kilowatt (KW) megawatt (MW), gigawatt (GW) y el kilowatt-hora (KWH), megawatt-hora (MWH) y el gigawatt - hora (GWH). Las constantes de conversión son las siguientes:

$$1 \text{ GW} = 10^3 \text{ MW} = 10^6 \text{ KW} = 10^9 \text{ W}$$

$$1 \text{ KWH} = 3.6 \times 10^6 \text{ Ws}$$

$$1 \text{ GWH} = 10^3 \text{ MWH} = 10^6 \text{ KWH}$$

2.2 POTENCIA REAL Y POTENCIA REACTIVA

Para ilustrar estos conceptos si el voltaje y corriente en el sistema mostrado en la figura 2.1 son de forma senoidal.

$$\begin{aligned} v &= v_{\max} \text{ sen } \omega t \\ i &= i_{\max} \text{ sen}(\omega t - \phi) \end{aligned} \quad (2.3)$$

de la ecuación 2.1 tenemos:

3

$$p = v i = v_{\max} \operatorname{sen} \omega t i_{\max} \operatorname{sen}(\omega t - \theta)$$
$$p = \frac{v_{\max} i_{\max}}{2} [\cos \theta - \cos(2\omega t - \theta)] \quad (2.4)$$

Si introducimos los valores efectivos orms del voltaje y la corriente definidos como:

$$|V| \triangleq \frac{1}{\sqrt{2}} v_{\max}$$
$$|I| \triangleq \frac{1}{\sqrt{2}} i_{\max}$$

podemos reescribir la ec. 2.4 de la manera siguiente

$$p = |V| |I| \cos \theta - |V| |I| \cos(2\omega t - \theta) \quad (2.6)$$

La potencia generada tiene forma senoidal con el doble de la frecuencia del voltaje y la corriente y oscila alrededor del valor promedio $|V||I| \cos \theta$. Durante algunos períodos la potencia se vuelve negativa indicando una inversión en el flujo de energía.

La ec. 2.6 puede transformarse en:

$$p = \underbrace{|V||I| \cos \theta (1 - \cos 2\omega t)}_A - \underbrace{|V||I| \sin \theta \operatorname{sen} 2\omega t}_B \quad (2.7)$$

a) La componente A oscila alrededor del mismo valor promedio $|V||I| \cos \theta$ pero nunca se hace negativa y

b) la componente B oscila alrededor de cero. 4

Con esta base podemos definir:

$P \triangleq |V||I| \cos \theta$ potencia real o activa

$Q \triangleq |V||I| \sin \theta$ potencia imaginaria o reactiva

y podemos escribir la ec. 2.7 de manera más compacta

$$p = P (1 - \cos 2 \omega t) - Q \sin 2\omega t \quad (2.8)$$

Estos conceptos de potencia real y reactiva son de -
importancia fundamental y conviene hacer las siguien -
tes observaciones sobre su significado:

- 1 - La potencia real P se define como el valor promedio de p y físicamente representa la potencia real transmitida. Su magnitud depende fuertemente del factor de potencia $\cos \theta$.
- 2 - La potencia reactiva Q es por definición igual al valor pico de la componente de la potencia que viaja - en un sentido y en el sentido inverso en la línea, - dando un promedio cero y en consecuencia incapaz de producir trabajo útil.

P y Q se miden ambas en watts pero para enfatizar - el hecho de que la última representa potencia imaginaria o reactiva se mide en voltamperes reactivos --

(vars, kilovars o megavars). En el cuadro 2.1 se resume el consumo de potencia real y reactiva para los tipos de carga más comunes. Se puede observar que una carga inductiva "consume" potencia reactiva positiva, mientras que una carga capacitiva "consume" potencia reactiva negativa. En el lenguaje de la ingeniería de sistemas de potencia se dice que los reactores "consumen" potencia reactiva mientras que los capacitores la "generan".

2.3 POTENCIA TRIFASICA

Una desventaja evidente del sistema monofásico para el cual se derivó la ec. 2.8 es el carácter oscilatorio de la potencia, esta desventaja se puede eliminar si se utiliza un sistema de 3 fases desplazadas entre sí 120° de modo que los voltajes y corrientes tendrían la característica siguiente:

$$\begin{aligned} v_a &= \sqrt{2} |V| \text{sen} \omega t \\ v_b &= \sqrt{2} |V| \text{sen}(\omega t - 120^\circ) \\ v_c &= \sqrt{2} |V| \text{sen}(\omega t - 240^\circ) \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} i_a &= \sqrt{2} |I| \text{sen}(\omega t - \theta) \\ i_b &= \sqrt{2} |I| \text{sen}(\omega t - 120^\circ - \theta) \\ i_c &= \sqrt{2} |I| \text{sen}(\omega t - 240^\circ - \theta) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Si utilizamos el método fasorial para caracterizar vol-

tajes y corrientes obtendríamos un diagrama como el mostrado en la figura 2.2.

La potencia trifásica transmitida es igual a la suma de las potencias en cada fase:

$$P_{3\phi} = V_a i_a + V_b i_b + V_c i_c \quad (2.11)$$

usando las ecs. 2.9 y 2.10 y después de algunas manipulaciones trigonométricas obtenemos:

$$P_{3\phi} = 3 |V||I| \cos \phi \quad (2.12)$$

Podemos observar de la ec 2.12 que la potencia en un sistema trifásico es constante y del diagrama fasorial que la suma de la corriente trifásica es igual a cero y en consecuencia no se requiere conductor de retorno (en sistemas trifásicos balanceados). Debido a la simetría existente en las 3 fases, para fines de estudio, es posible analizar solo una de las fases y extender fácilmente los resultados a las fases restantes.

2.4 POTENCIA COMPLEJA

Consideremos el circuito mostrado en la fig. 2.3, que podría por ejemplo representar una de las fases de un circuito trifásico. Tenemos que los fasores de voltaje y corriente:

$$V = |V| \angle \underline{V}$$

7

$$I = |I| \angle \underline{I} \quad \text{e} \quad I^* = |I| \angle -\underline{I}$$

Si definimos la cantidad S como:

$$S \triangleq VI^* = |V| |I| (\angle \underline{V} - \angle \underline{I}) \quad (2.13)$$

el ángulo $(\angle \underline{V} - \angle \underline{I})$ es precisamente el ángulo de fase ϕ utilizado anteriormente de modo que:

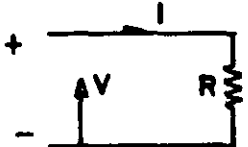

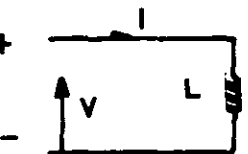
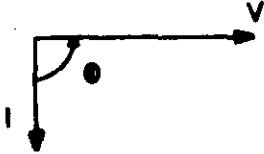
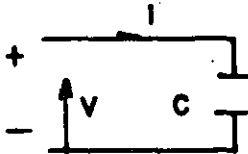
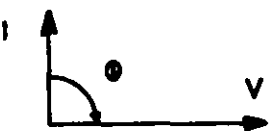
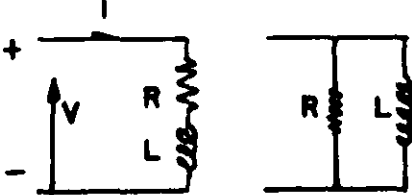

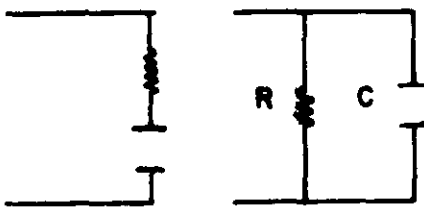

$$S = VI^* = |V| |I| \angle \phi$$

$$S = |V| |I| \cos \phi + j |V| |I| \sin \phi$$

$$S = P + j Q \quad (2.14)$$

Esta S se conoce como potencia compleja y su magnitud |S| como potencia aparente. Se mide en unidades denominadas voltamperes (VA) o en unidades mayores como kVA o MVA. La potencia aparente |S| se usa fundamentalmente como medida de capacidad para unidades generadoras y transformadores.

TIPO DE CARGA RELACION FASORIAL ANGULO DE FASE POTENCIA CONSUMIDA POR LA CARGA

		DE FASE	REAL (P)	REATIVA (Q)
		$\phi = 0^\circ$	$P = 0$	$Q = 0$
		$\phi = +90^\circ$	$P = 0$	$Q > 0$
		$\phi = -90^\circ$	$P = 0$	$Q < 0$
		$0^\circ < \phi < +90^\circ$	$P > 0$	$Q > 0$
		$-90^\circ < \phi < 0^\circ$	$P > 0$	$Q < 0$

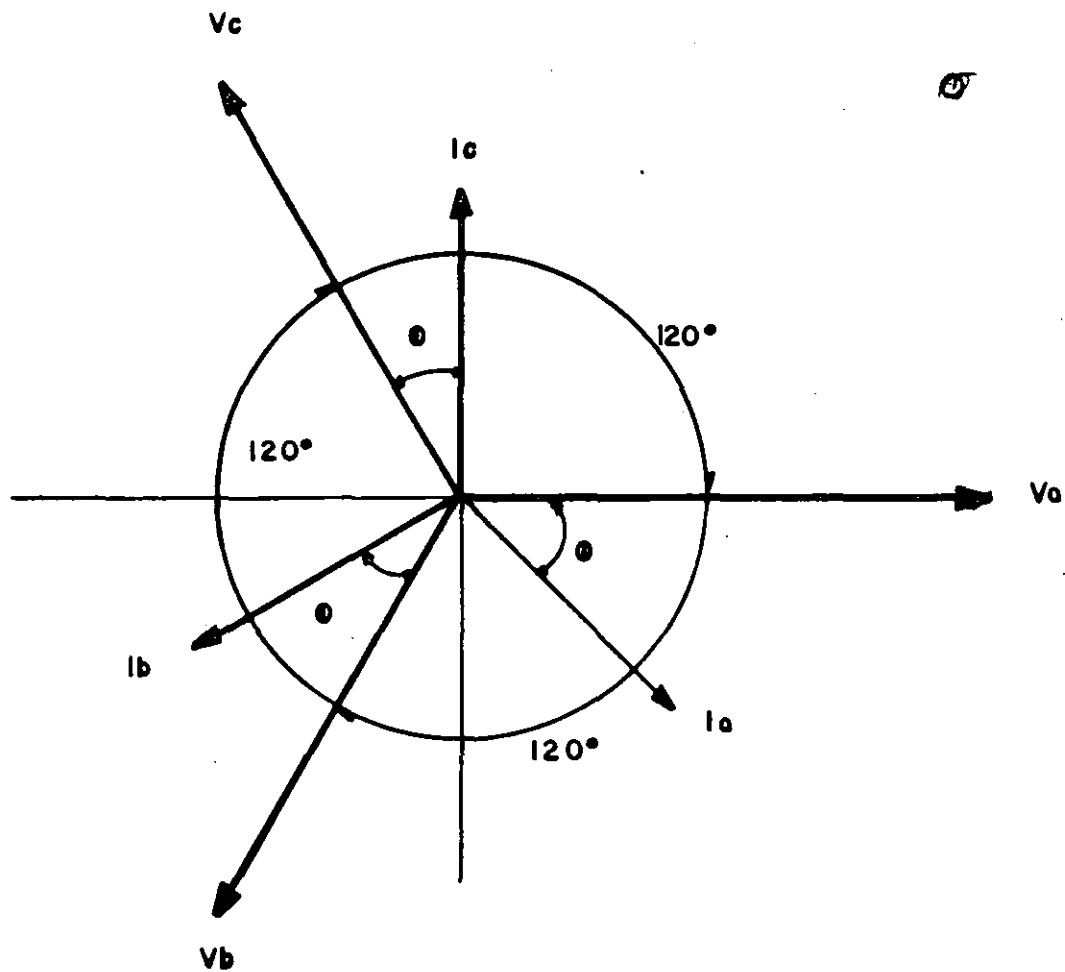


FIGURA 2.2 DIAGRAMA FASORIAL DE UN SISTEMA TRIFASICO

3.1 DEFINICION

Flujos de carga o de potencia es el término genérico utilizado para definir el procedimiento que permite:

- a) Determinar los flujos de potencia real y reactiva en las líneas de transmisión de un sistema eléctrico.
- b) Calcular los voltajes en magnitud y ángulo en todos los nodos de la red.
- c) Calcular las pérdidas de transmisión en el sistema.

Estos cálculos se efectúan suponiendo un determinado punto de operación del sistema, es decir simulando una condición estática bajo una suposición a priori de los niveles de carga, generación, y en ciertos casos magnitud de voltaje en algunos nodos de la red eléctrica.

Aunque estrictamente hablando los modelos matemáticos para describir el comportamiento de un sistema eléctrico deberían ser de tipo dinámico, los modelos estáticos, como el de flujos de potencia, arrojan resultados de gran interés para el ingeniero de sistemas de potencia y son exhaustivamente utilizados tanto en las etapas de planeación como en la operación de las redes eléctricas.

La ley de corrientes de Kirchoff establece que la suma de corrientes que inciden en un nodo de una red eléctrica es igual a cero. Si llamamos I_i a la inyección de corriente en el nodo i , I_{ij} a la corriente que fluye del nodo "i" al nodo "j" podemos escribir la ecuación basada en la ley de Kirchoff para el nodo i de una red de "n" nodos: (Fig. 3.1)

$$I_i = I_{i1} + I_{i2} + \dots + I_{ij} + I_{ik} + \dots + I_{in} \quad (3.1)$$

En un sistema eléctrico de potencia la conexión entre dos nodos se realiza mediante una línea de transmisión la cual se puede modelar matemáticamente por un circuito π como se muestra en la figura 3.2. En este caso el flujo de corriente del nodo "i" al nodo "j" puede escribirse en términos de voltaje de la siguiente manera:

$$I_{ij} = V_i Y'_{ij} + (V_i - V_j) Y_{ij} \quad (3.2)$$

donde:

V_i : voltaje en el nodo "i"

Y'_{ij} : admitancia a tierra de la línea i - j

Y_{ij} : admitancia serie de la línea i-j

Si escribimos nuevamente la ec. 3.1 sustituyendo las corrientes que fluyen del nodo "i" a los nodos 1, 2, ..., j, k, ..., n por su valor en términos de voltaje, tenemos:

$$\begin{aligned}
 I_i &= V_i Y'_{i1} + (V_i - V_1) Y_{i1} \\
 &+ V_i Y'_{i2} + (V_i - V_2) Y_{i2} \\
 &+ \dots \\
 &+ V_i Y'_{ij} + (V_i - V_j) Y_{ij} \\
 &+ \dots \\
 &+ V_i Y'_{in} + (V_i - V_n) Y_{in}
 \end{aligned}$$

reagrupando términos semejantes:

$$\begin{aligned}
 I_i &= (Y'_{i1} + Y'_{i2} + \dots + Y'_{ij} + \dots + Y'_{in} + Y_{i1} + Y_{i2} + \dots + Y_{in}) V_i \\
 &- Y_{i1} V_1 - Y_{i2} V_2 - \dots - Y_{ij} V_j - \dots - Y_{in} V_n
 \end{aligned}$$

y definiendo

$$Y_{ii} \triangleq (Y'_{i1} + Y'_{i2} + \dots + Y'_{ij} + \dots + Y'_{in} + Y_{i1} + Y_{i2} + \dots + Y_{ij} + \dots + Y_{in})$$

$$Y_{ij} \triangleq -Y_{ij}$$

podemos escribir la ec. 3.5 como:

4

$$I_i = y_{i1} V_1 + y_{i2} V_2 + \dots + y_{ij} V_j + \dots + y_{in} V_n$$

o de manera más compacta:

$$I_i = \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \quad (3.3)$$

si escribimos la ecuación correspondiente a cada nodo en una red de 'n' nodos tenemos un sistema de n ecuaciones que en forma matricial tendrían la forma siguiente:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_j \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1j} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2j} & & y_{2n} \\ \dots & & & & & \\ y_{j1} & y_{j2} & \dots & y_{jj} & \dots & y_{jn} \\ & & & & & \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nj} & \dots & y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_j \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_n \end{bmatrix}$$

o utilizando notación matricial

$$\tilde{I} = \tilde{Y}_{BUS} \tilde{V}$$

La matriz YBUS recibe el nombre de matriz de admitan^s -
 cias nodal y por su importancia en el análisis de flu-
 jos de potencia conviene destacar algunas de sus carac-
 terísticas:

- es una matriz compleja (sus elementos tienen par -
 te real y parte imaginaria).
- es una matriz simétrica ($y_{ij} = y_{ji}$)
- es una matriz con diagonal dominante (en valor ab-
 soluto el elemento diagonal es mayor que cualquiera
 de los elementos fuera de la diagonal)
- es una matriz poco densa o dispersa (muchos de sus
 elementos son igual a cero).

Dado que en los sistemas eléctricos se manejan valores
 de potencia en lugar de valores de corriente podemos -
 partir de la ec. 3.3 y la definición de potencia com -
 pleja para obtener:

$$S_i = V_i \mathbf{I}_i^* = V_i \left(\sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \right)^* \quad (3.5)$$

Si escribimos una ecuación como 3.5 para cada nodo de
 la red y definimos a priori un conjunto de inyecciones
 nodales S_i , en términos generales podemos decir que el
 problema de flujos consiste en encontrar los voltajes
 nodales V_i que satisfacen al conjunto de ecuaciones -
 simultáneas del tipo de la ec. 3.5. Este conjunto de

ecuaciones tiene las siguientes características: ⁶

- 1 - Las ecuaciones son algebraicas pues representan el modelo matemático de un sistema operando en estado estable (estático)
- 2 - Las ecuaciones son no-lineales y en consecuencia su solución debe obtenerse por métodos numéricos.
- 3 - Las ecuaciones asocian voltajes y potencias nodales a diferencia del problema convencional de circuitos en que las ecuaciones asocian voltajes y corrientes.
- 4 - A pesar de tratarse de un sistema que opera en corriente alterna la frecuencia no aparece explícitamente en las ecuaciones, sin embargo esta presente en el cálculo de los parámetros de las líneas:

$$X_L = 2\pi fL \quad \text{y} \quad X_C = 1/2\pi fC.$$

- 5 - Las pérdidas de transmisión son función de los voltajes nodales, y en consecuencia se conocen una vez resuelto el problema de flujos. Dado que la suma de las inyecciones nodales debe ser igual a las pérdidas de transmisión, se debe dejar una inyección nodal sin especificar para compensarlas.

La ec 3.5 puede también escribirse de la manera siguiente:

$$P_i + jQ_i = |V_i|^2 \angle \delta_i \left(\sum_{j=1}^n Y_{ij} |V_j|^2 \angle \delta_j \right)^* \quad (3.6)$$

o separando parte real e imaginaria:

$$\begin{aligned}
 P_i &= \text{Real} \left[|V_i| \angle \delta_i \left(\sum_{j=1}^n y_{ij} |V_j| \angle \delta_j \right)^* \right] \\
 Q_i &= \text{Imag} \left[|V_i| \angle \delta_i \left(\sum_{j=1}^n y_{ij} |V_j| \angle \delta_j \right)^* \right]
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

observando entonces que para cada nodo de la red se pueden escribir 2 ecuaciones que asocian respectivamente la potencia real (P) y la potencia reactiva (Q) con los voltajes nodales en magnitud y ángulo.

3.3 Tipos de Nodos que Intervienen en el Estudio de Flujos.

Para completar el planteamiento del problema de flujos de potencia, los diferentes nodos del sistema se clasifican de acuerdo a sus características en:

- a) **Nodo de Referencia o Nodo Compensador.** Como se indicó previamente, es necesario dejar sin especificar al menos una de las inyecciones de potencia nodal, con objeto de que sea este nodo el que compense las pérdidas de transmisión cuyo valor, al ser función de los voltajes, se conoce al final del estudio. En este nodo se especifica a cambio la magnitud de voltaje y el ángulo de fase actuando así como referencia angular para el resto de los nodos del sistema.
- b) **Nodo de Voltaje Controlado o Tipo PV.** Ya sea por razones físicas o por requerimiento del estudio, se puede especificar la magnitud de voltaje en algunos de los

nodos del sistema, dejando libre a cambio el valor de la potencia reactiva en el nodo.

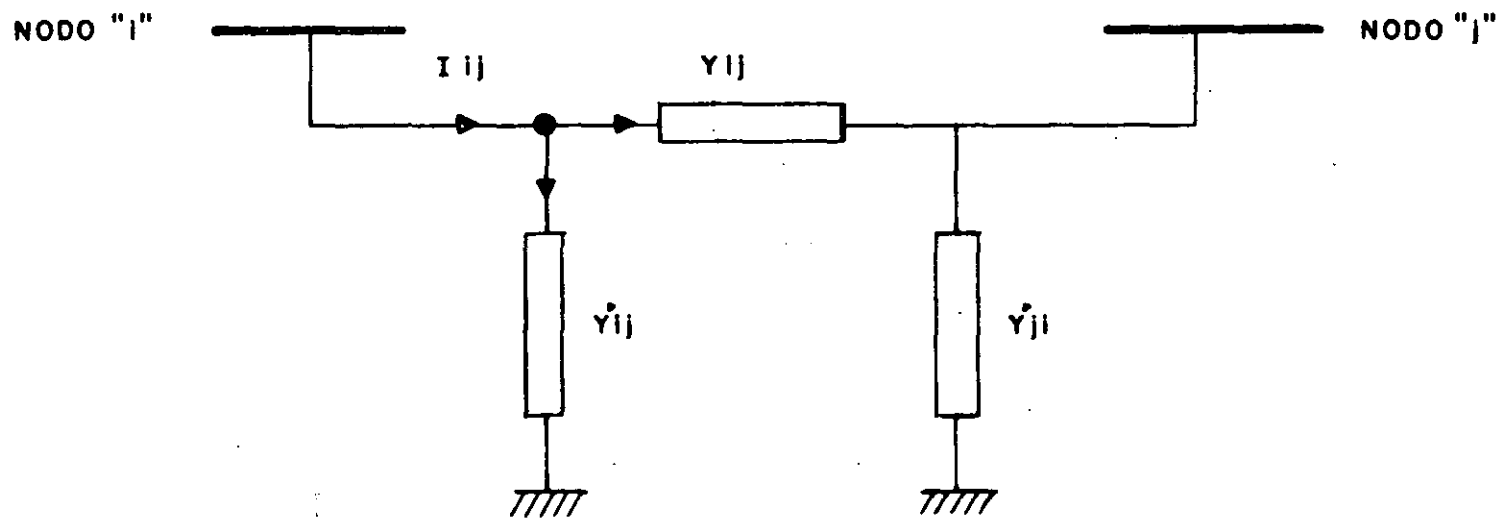
c) **Nodo de Carga o Tipo PQ**

Para este tipo de nodo se especifica la inyección de potencia tanto real como reactiva y se dejan libres los valores de magnitud de voltaje y ángulo de fase.

La clasificación de los diferentes tipos de nodo que intervienen en el estudio se resume en el cuadro 3.1.

CUADRO 3.1 CLASIFICACION DE NODOS PARA EL ESTUDIO DE FLUJOS

NODO TIPO	VARIABLES ESPECIFICADAS	VARIABLES LIBRES
REFERENCIA O COMPENSADOR	MAGNITUD DE VOLTAJE Y ANGULO DE FASE	POTENCIA REAL POTENCIA REACTIVA
VOLTAJE CON - TROLADO O PV	POTENCIA REAL Y MAGNITUD DE VOLTAJE	POTENCIA REACTIVA ANGULO DE FASE
CARGA O PQ	POTENCIA REAL Y POTENCIA REACTIVA	MAGNITUD DE VOLTAJE Y ANGULO DE FASE



$$I_{ij} = v_i Y'_{ij} + (v_i - v_j) Y_{ij}$$

FIGURA 3.2 CIRCUITO π DE UNA LINEA DE TRANSMISION.

$$I_i = I_{i1} + I_{i2} + \dots + I_{ij} + I_{ik} + \dots + I_{in}$$

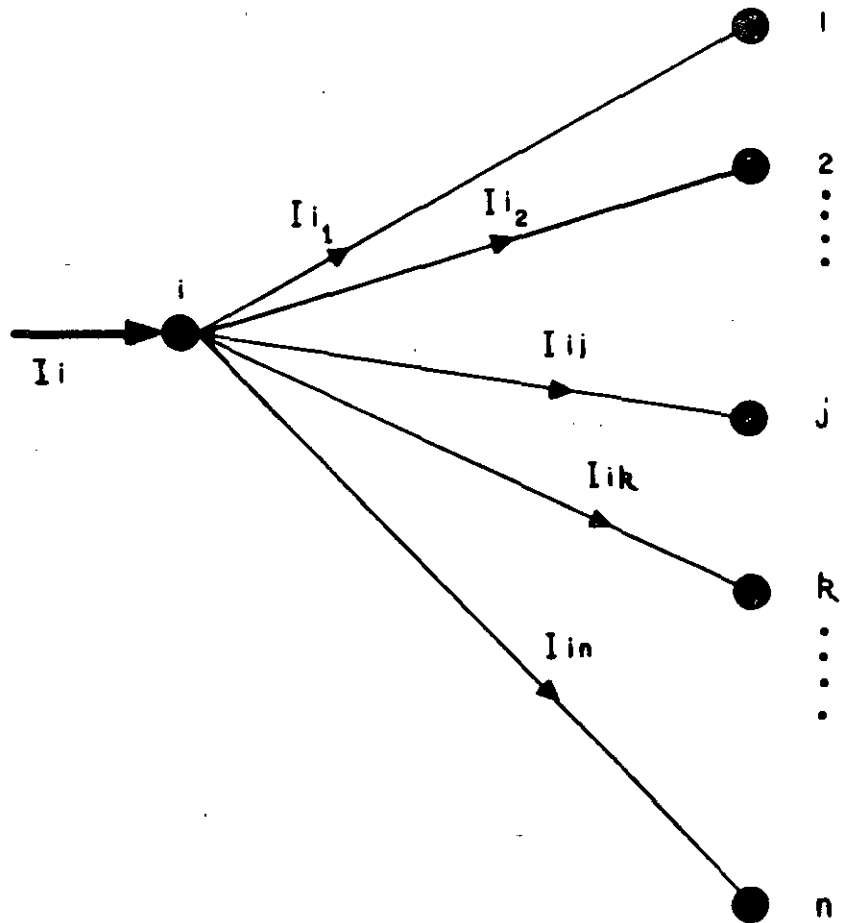


FIGURA 3.1 LEY DE KIRCHOFF PARA EL NODO "i" DE UNA RED DE "n" NODOS

Como se indicó anteriormente el conjunto de ecuaciones que modelan matemáticamente el problema de flujos de potencia es no lineal y en consecuencia es necesario recurrir a métodos numéricos para su solución. En esta sección se describen 3 de los métodos más utilizados para resolver este problema.

4.1 Método de Gauss - Seidel

Partiendo del conjugado de la ec. 3.5

$$S_i^* = P_i - j Q_i = V_i^* \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j$$

podemos despejar el valor del voltaje nodal dando los pasos siguientes:

$$P_i - j Q_i = V_i^* y_{ii} V_i + V_i^* \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} V_j$$

$$V_i = \frac{1}{y_{ii}} \left(\frac{P_i - j Q_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} V_j \right) \quad (4.1)$$

El procedimiento de solución utilizando el método de Gauss - Seidel se puede describir mediante el algoritmo que se ilustra en la figura 4.1

4.2 Método de Newton

2

Este método de solución es el más sofisticado de los métodos iterativos y a la vez el más poderoso desde el punto de vista de convergencia. Para ilustrar el método conviene inicialmente presentarlo para un sistema general de dos ecuaciones con dos incógnitas y aplicarlo posteriormente, una vez entendidos sus principios, a la solución del problema de flujos de carga. Sea entonces el sistema de ecs:

$$f_1 (x_1, x_2) = 0$$

$$f_2 (x_1, x_2) = 0 \quad (4.2)$$

Hagamos una aproximación inicial x_1^0 y x_2^0 al valor de las incógnitas. El conjunto de ecuaciones 4.2 se puede escribir en términos de este valor inicial y los incrementos Δx_1 y Δx_2 que se requerirían para obtener la solución. Estas nuevas ecuaciones están dadas por:

$$f_1 (x_1^0 + \Delta x_1, x_2^0 + \Delta x_2) = 0$$

$$f_2 (x_1^0 + \Delta x_1, x_2^0 + \Delta x_2) = 0 \quad (4.3)$$

Expandiendo en serie de Taylor alrededor de los valores supuestos tenemos:

$$f_1 (x_1^o, x_2^o) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right)^o \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right)^o \Delta x_2 + \dots = 0 \quad 3$$

$$f_2 (x_1^o, x_2^o) + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right)^o \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right)^o \Delta x_2 + \dots = 0 \quad (4.4)$$

Al aplicar el método de Newton se asume que los valores supuestos son cercanos a los valores de x_1 y x_2 que resuelven el conjunto de ecs. 4.2. Esto implica que los incrementos Δx_1 y Δx_2 necesarios para satisfacer las - ecs. 4.3 son pequeños y en consecuencia es posible despreciar los elementos de orden superior a uno en la expansión en serie de Taylor planteada en 4.4. Esto de hecho significa que las ecs. no-lineales originalmente planteadas han sido linealizadas alrededor del punto su puesto cambiando el sistema de ecs. 4.2 a un sistema li neal en donde las incógnitas son los incrementos - - - Δx_1 y Δx_2 .

Escribiendo entonces el nuevo conjunto de ecuaciones en forma matricial tenemos:

$$\tilde{f}^o + \tilde{J}^o \tilde{\Delta x} = 0 \quad (4.5)$$

en donde

\tilde{f}^o : vector que contiene las funciones evaluadas en el - punto supuesto.

\tilde{J}^o : matriz de primeras derivadas (Jacobiana) de las fun ciones f con respecto a las variables x .

$\tilde{\Delta x}$: vector que contiene los incrementos (nuevas incog -

nitias del problema).

4

La solución para Δx se puede obtener invirtiendo la matriz Jacobiana:

$$\Delta x = - J^{-1} f^0 \quad (4.6)$$

Los valores Δx supuestamente deberían satisfacer las -
ecs. 4.3 pero dado que hicimos una aproximación al des-
preciar en la expansión en serie de Taylor los términos
de orden superior a uno, solo nos proporcionarán un pun-
to más cercano a la solución al hacer:

$$x_1^1 = x_1^0 + \Delta x_1$$

$$x_2^1 = x_2^0 + \Delta x_2 \quad (4.7)$$

con estos nuevos valores el proceso iterativo prosigue
en forma similar a la utilizada al partir del primer va-
lor supuesto.

Al aplicar el método de Newton a la solución del proble-
ma de flujos partimos de las ecs. de potencia real y -
reactiva dadas por 3.7

$$\begin{aligned} P_i &= \text{Real} \left[|V_i| \angle \delta_i \left(\sum_{j=1}^n y_{ij} |V_j| \angle \delta_j \right)^* \right] \\ Q_i &= \text{Imag} \left[|V_i| \angle \delta_i \left(\sum_{j=1}^n y_{ij} |V_j| \angle \delta_j \right)^* \right] \end{aligned} \quad (4.8)$$

las cuales evidentemente son función de la magnitud de voltaje $|V|$ y el ángulo de fase δ , luego se pueden escribir:

$$P_i = f_i(\delta, |V|)$$

$$Q_i = g_i(\delta, |V|) \quad (4.8)$$

siguiendo un proceso similar al seguido para la ec. 4.1 se llega a un conjunto de ecs.

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ |V| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

en donde las submatrices J_1, J_2, J_3, J_4 son submatrices de la matriz Jacobiana y sus elementos están dados por:

a). Para J_4

$$\frac{\partial f_i}{\partial \delta_j} = |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(+\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial \delta_i} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(+\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

b). Para J_2

$$\frac{\partial f_i}{\partial |V_j|} = |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial |V_i|} = \sum_{j=1} |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

c) Para J_3

6

$$\frac{\partial g_i}{\partial \delta_j} = - |V_i V_j y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial \delta_i} = \sum_{j=1}^n |V_i V_j y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

d) Para J_4

$$\frac{\partial g_i}{\partial |V_j|} = |V_i y_{ij}| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial |V_i|} = \sum_{j=1}^n |V_j y_{ij}| \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

y los incrementos ΔP y ΔQ están dados por:

$$\Delta P_i = P_i - P_i^0(\delta, |V|)$$

$$\Delta Q_i = Q_i - Q_i^0(\delta, |V|)$$

La solución para la ec. 4.9 se puede obtener invirtiendo la matriz Jacobiana para encontrar los incrementos en magnitud y ángulo de fase que deberán sumarse a los valores previos para tener una mejor aproximación a la solución del problema.

así en términos generales los nuevos valores de magnitud de voltaje y ángulo de fase en los diferentes nodos del sistema estarán dados por:

$$\delta_i^1 = \delta_i^0 + \Delta\delta_i \tag{4.10}$$

$$|V_i|^1 = |V_i|^0 + \Delta|V_i| \tag{4.11}$$

la ec. 4.10 se aplica a todos los nodos excepto al que se haya elegido como referencia en donde δ es siempre cero grados y la ec. 4.11 se aplica a todos los nodos excepto a los nodos tipo PV y al nodo de referencia ya que en estos la magnitud de voltaje tiene un valor ya especificado.

El proceso iterativo continúa hasta que en la iteración "k" se satisface en todos los nodos que

$$|\Delta P_i| = |P_i - f_i^k(\delta, |V_i|)| \leq \text{tolerancia y}$$

$$|\Delta Q_i| = |Q_i - g_i^k(\delta, |V_i|)| \leq \text{tolerancia}$$

El algoritmo de solución del problema de flujos de potencia usando el método de Newton se describe en la figura 4.2

4.3 Flujos Desacoplados

8

El hecho que los cambios en los voltajes nodales afecten principalmente el flujo de potencia reactiva mientras que los cambios en los ángulos de fase afecten principalmente el flujo de potencia real, implica que existe un alto grado de desacoplamiento entre algunas de las variables que intervienen en el problema de flujos.

Para explotar este desacoplamiento natural se han desarrollado algunos métodos que resuelven este problema de manera rápida y confiable y requieren menor almacenamiento de memoria en la computadora.

Partiendo del conjunto de ecs. 4.9 utilizado en el método de Newton:

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

que puede escribirse como 2 conjuntos de ecuaciones:

$$J_1 \Delta \delta + J_2 \Delta |V| = \Delta P$$

y

$$J_3 \Delta \delta + J_4 \Delta |V| = \Delta Q$$

(4.12)

El hecho físico de que los cambios en los ángulos de fase afectan primordialmente a la potencia real y los cambios en magnitud de voltaje a la potencia reactiva puede reflejarse en las ecs. 4.12 despreciando el pequeño efecto que tienen $J_2 \Delta V$ y $J_3 \Delta \delta$ sobre la potencia real y reactiva respectivamente, de modo que el conjunto de ecs. resultante:

$$J_1 \Delta \delta = \Delta P \quad (4.13)$$

$$J_4 \Delta V = \Delta Q \quad (4.14)$$

modela matemáticamente un sistema de ecuaciones desacoplado.

Estos dos sistemas de ecuaciones se resuelven secuencialmente obteniendo de la ec. (4.13) los incrementos $\Delta \delta$ correspondientes a los incrementos ΔP para luego obtener los incrementos ΔV que corresponden a los incrementos ΔQ de la ec. (4.14). El algoritmo de solución para resolver el problema de flujos por este método se muestra en la figura 4.3.

5.1 PLANEACION DE SISTEMAS ELECTRICOS

Como se indicó anteriormente los sistemas eléctricos crecen en forma continua agregando a los sistemas existentes nuevas centrales generadoras, subestaciones, líneas de transmisión etc., para satisfacer el crecimiento de un mercado eléctrico asociado al incremento de la población, al desarrollo industrial y a la sustitución de otras fuentes de energía por energía eléctrica.

Este crecimiento continuo obliga al ingeniero de sistemas de potencia a una revisión exhaustiva de alternativas de expansión tanto del sistema de generación como el sistema de transmisión y los estudios de flujos juegan un papel sumamente importante en este proceso.

Normalmente la planeación de la expansión de un sistema eléctrico se inicia con un pronóstico del desarrollo del mercado eléctrico a un horizonte de tiempo que permita tomar decisiones respecto a la construcción de nuevas instalaciones.

Por ejemplo la construcción de nuevas centrales generadoras puede tomar entre 5 y 10 o más años y en consecuencia el horizonte de planeación debe cubrir como mínimo

este período. (2)

Una vez hecho el pronóstico, las cargas se asocian a nodos eléctricos, existentes o propuestos, con objeto de estudiar y definir, las nuevas instalaciones a construir, que satisfagan con la calidad y confiabilidad adecuadas el mercado eléctrico.

Los estudios de flujos para las diferentes alternativas propuestas deberán realizarse en demanda máxima, media y mínima y en cada una de estas deberán explorarse, de acuerdo con los criterios de planeación establecidos, situaciones de mantenimiento y falla que pudieran presentarse en la operación del sistema.

Esto obliga a realizar una infinidad de estudios de flujos, muchos de los cuales se realizan en forma automática partiendo de los casos base diseñados por el ingeniero de sistemas de potencia.

5.2 OPERACION DE SISTEMAS ELECTRICOS

La complejidad que han alcanzado los sistemas eléctricos actuales ha obligado al diseño de elaborados sistemas de información y control para auxiliar a los operadores en su tarea de mantener el sistema en condiciones de operación segura y económica. Esta labor requiere de una recolección de información en tiempo real y su procesamiento mediante técnicas de

estimación de

3

estado, con lo que se integra una base depurada de datos, que permite al operador formular los estudios de flujos para simular condiciones hipotéticas de falla y en su caso reordenar los niveles de generación para - garantizar la integridad de la red.

La información disponible en tiempo real permite también formular el problema de "flujos ótimos", que como su nombre lo indica, consiste en seleccionar una condición operativa "óptima", satisfaciendo una función objetivo, que podría ser el costo de operación, sujetando la solución del problema a un conjunto de restricciones de seguridad. En este proceso, el estudio de flujos juega un papel primordial.

De lo anteriormente expuesto resulta evidente la utilidad que los estudios de flujos tienen para la ingeniería de sistemas de potencia, pudiéndose asegurar, sin dejar lugar a dudas, que los estudios de flujos - constituyen la herramienta básica en las diferentes - etapas de la planeación y la operación de grandes redes eléctricas.

ELGERD O. I., " Basic Electric Power Engineering",

Addison-Wesley Publishing Co., 1977

ELGERD O. I., " Electric Energy Systems Theory",

McGraw - Hill Book Co., 1971

KNIGHT U. G. " Power Systems Engineering and
Mathematics",

Pergamon Press, 1972.

STAGG G.W. Y EL-ABIAD A. "Computer Methods in Power
System Analysis", Mc Graw-Hill, 1968

STEVENSON W. D., " Elements of Power System Analysis",

McGraw Hill Book Co., 1962

SULLIVAN R.L., " Power System Planning", McGraw-Hill

Book Co., 1977.

WEEDY B.M., " Electric Power Systems", John Wiley
Sons, 1972

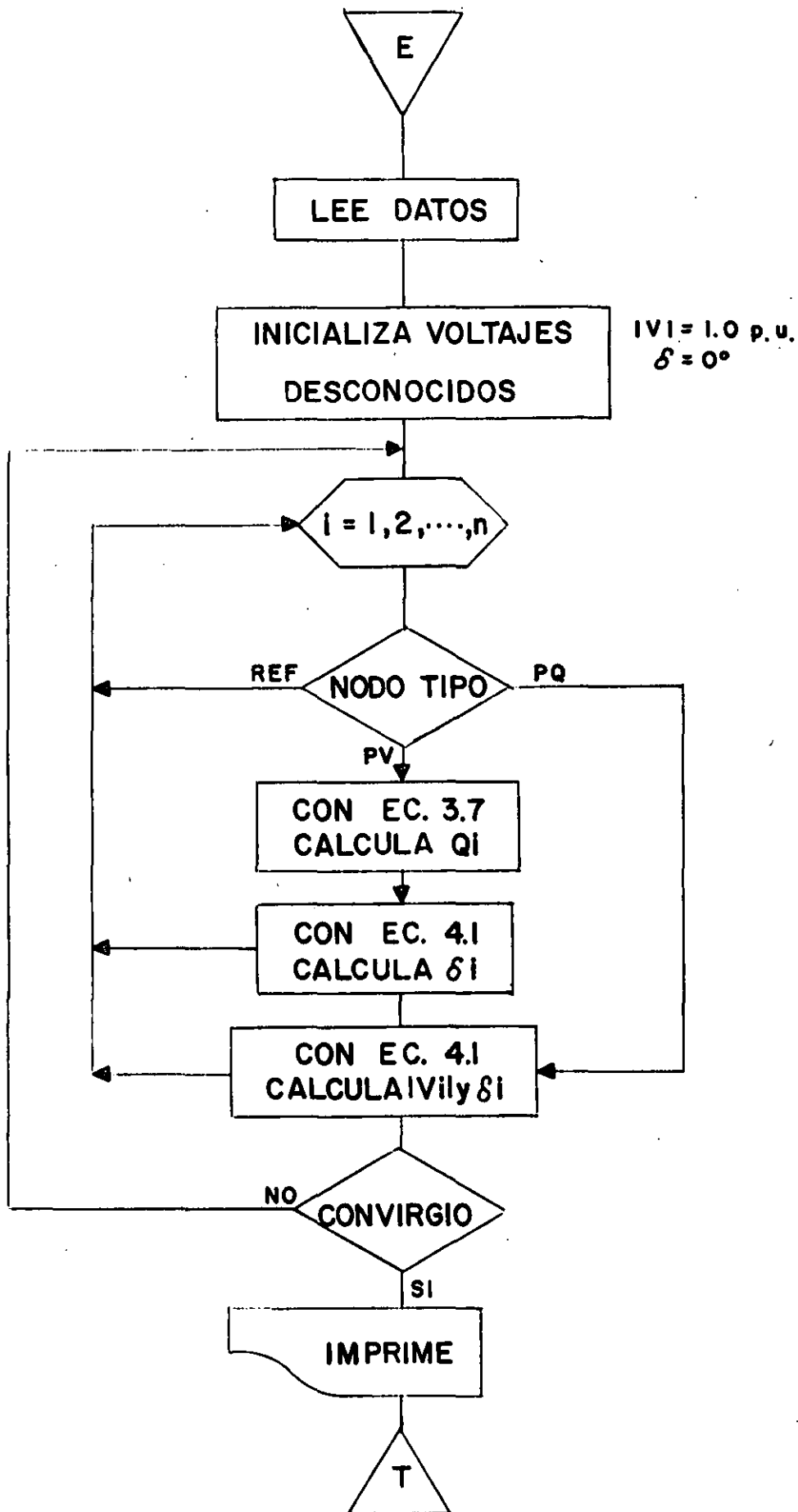


FIGURA 4.1 ALGORITMO DE SOLUCION. METODO DE GAUSS-SEIDEL

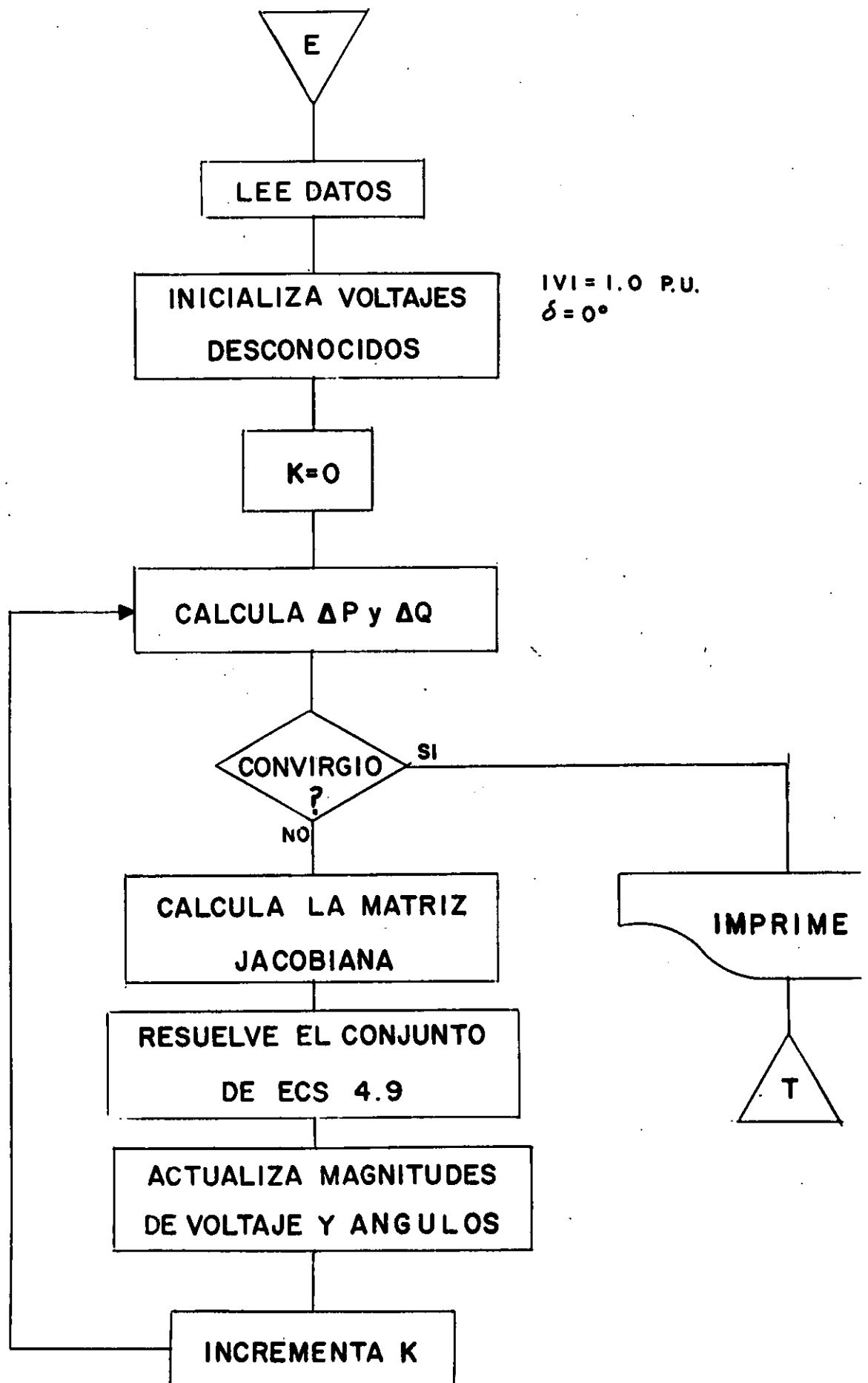


FIG. 4.2 ALGORITMO DE SOLUCION. METODO DE NEWTON

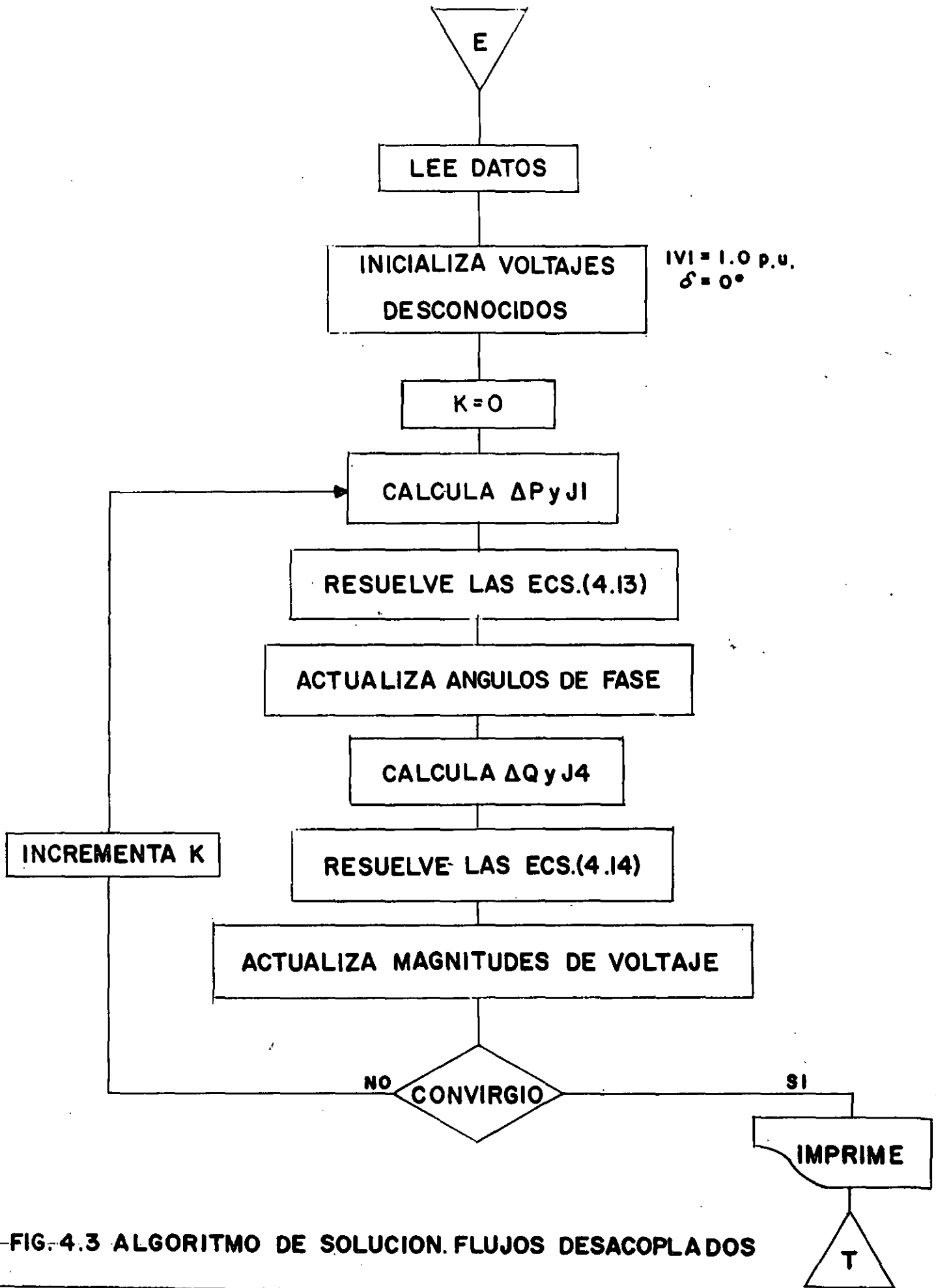
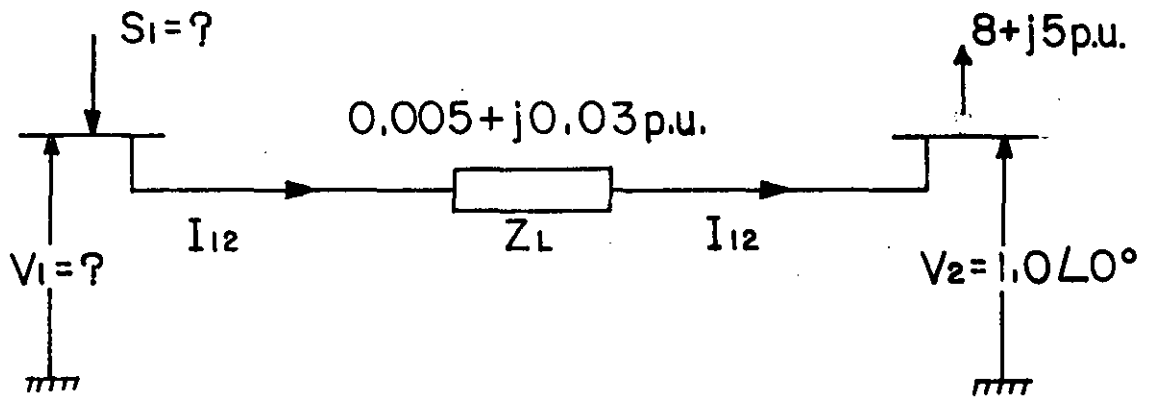


FIG. 4.3 ALGORITMO DE SOLUCION. FLUJOS DESACOPLADOS

CASO I



$$S_2 = V_2 I_2^* \quad ; \quad I_2 = S_2^* / V_2^*$$

$$V_1 = V_2 + Z_L I_{12} \quad \text{pero} \quad I_{12} = I_2 = I_1$$

entonces:

$$V_1 = V_2 + Z_L \frac{S_2^*}{V_2^*}$$

Como conocemos todas las variables en el lado derecho de la ecuación.

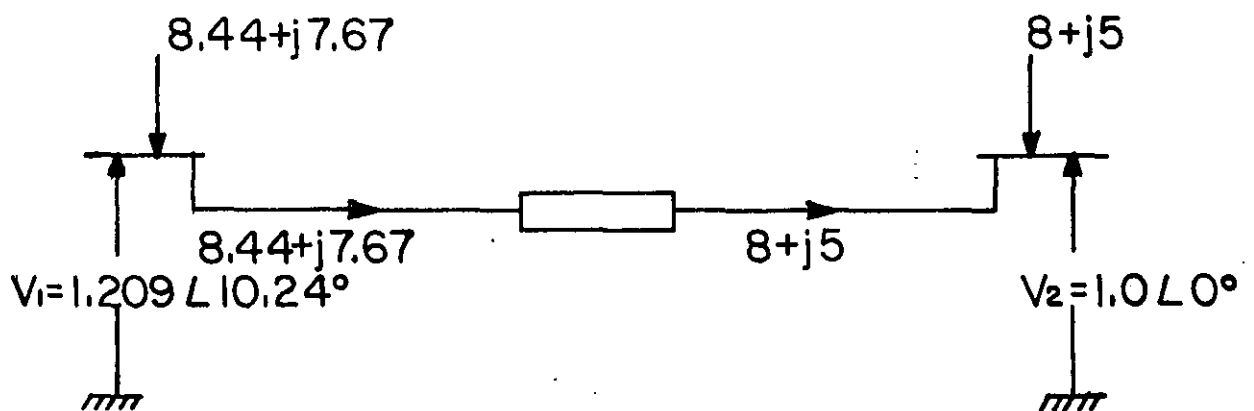
$$V_1 = 1.0 + j0.0 + (0.005 + j0.03) \frac{8 - j5}{1.00 - j0}$$

$$= 1.19 + j0.215 = 1.209 \angle 10.24^\circ$$

Conociendo V_1 podemos calcular S_1

$$S_1 = V_1 I_1^* = (1.19 + j0.215) \frac{8 - j5}{1.00 - j0} = 8.44 + j7.67 \text{ p.u.}$$

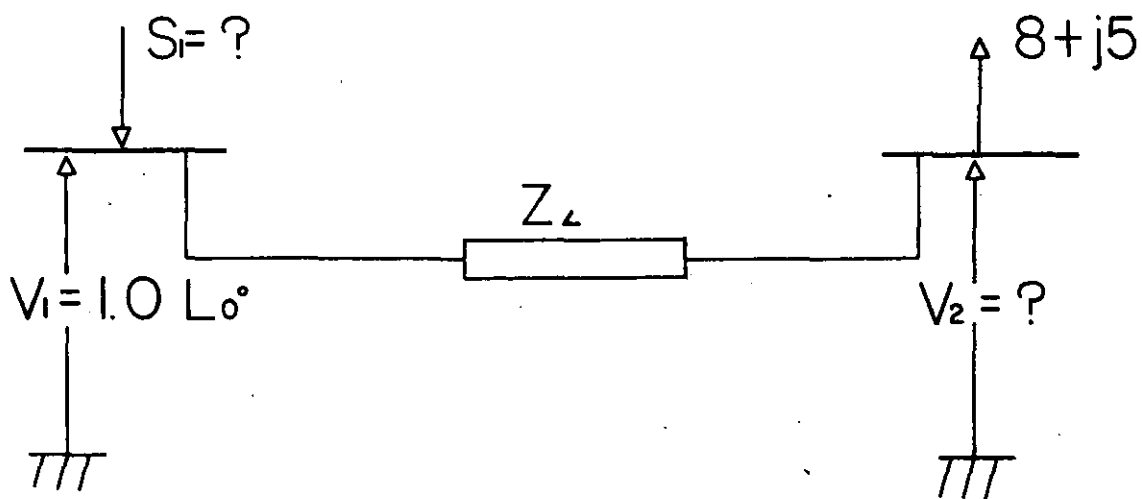
Resumiendo estos resultados en la gráfica del sistema:



$$\text{Pérdidas} = 0.44 + j2.67 \text{ p.u.}$$

CASO 2

Cambio de especificaciones:
Ahora deseamos que la magnitud de voltage —
en el nodo 1 sea $|V_1| = 1.0$ p.u.



La solución adoptada en el caso anterior ya no es aplicable a este caso pues no tenemos elementos para calcular la corriente.

Veamos entonces la solución por métodos numéricos usando la ecuación.

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{V_2^*} - \sum_{\substack{J=1 \\ J \neq 2}}^n Y_{2j} V_j - Y_{21} V_1 \right]$$

Si damos un valor a $V_2^{(0)} = 1.0 + j0$ podemos encontrar de esta ec. el valor $V_2^{(1)}$

$$V_2 = \frac{1}{Y_{22}} \left[\frac{P_2 - jQ_2}{(V_2^k)^*} - Y_{21} V_1 \right]$$

k = 0	1.000 + j0
1	0.810 - j.215
2	0.715 - j.190
⋮	
⋮	
12	0.619 - j0.215
13	0.618 - j0.215
14	0.618 - j0.215

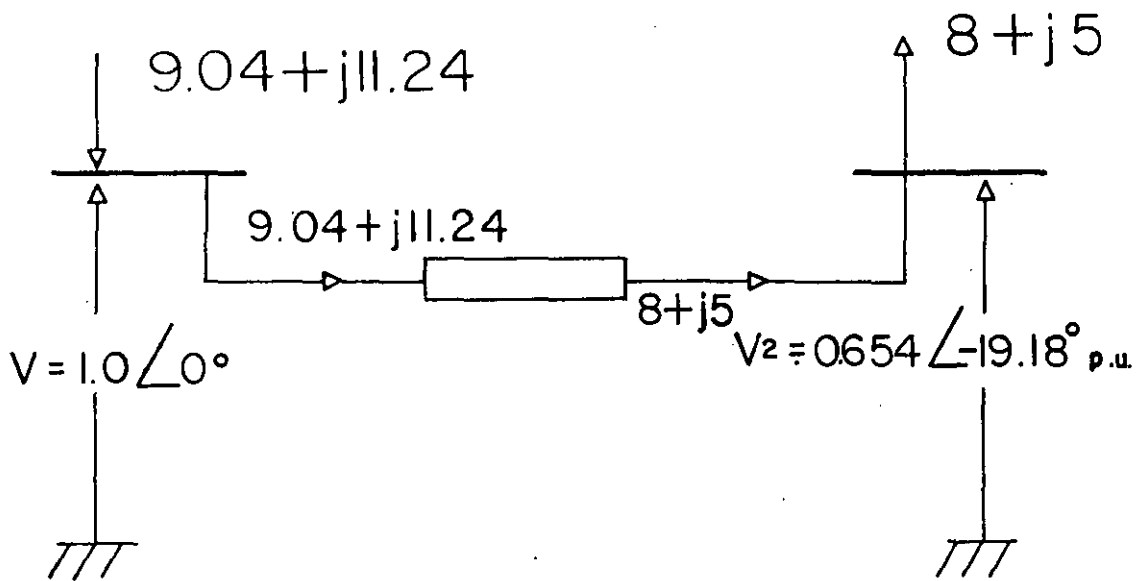
En la iteración 14 encontramos el mismo valor de voltaje que en la iteración 13, indicando que el proceso iterativo ha convergido a un valor de voltaje que —

$$S_2 = V_2 I_2^* = V_2 \sum_{j=1}^{n} Y_{2j} V_j$$

Entonces: $V_2 = 0.618 - j0.215 = 0.654 \angle -19.18^\circ$

$$S_1 = V_1 I_1^* = 9.4 + j11.24 \text{ p.u.}$$

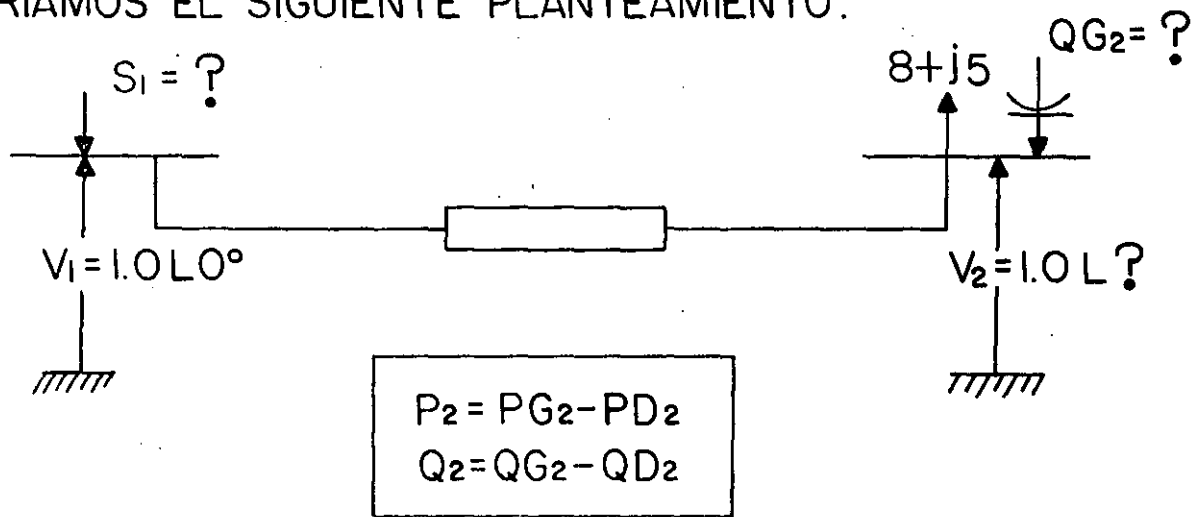
Expresando en la grafica los resultados:



$$\text{PERDIDAS} = 1.04 + j 6.24$$

CASO 3

EL VOLTAJE EN EL NODO 2 RESULTO EN ESTE CASO MUY BAJO. SI QUISIÉRAMOS MANTENER EL VOLTAJE EN AMBOS NODOS EN UN VALOR DE 1.0 P.U., HARIAMOS EL SIGUIENTE PLANTEAMIENTO:



$$V_2 = \frac{1}{y_{22}} \left[\frac{-P_2 - jQ_2}{V_2^*} - y_{21} V_1 \right]$$

COMO DESCONOCEMOS EL VALOR DE Q_2 Y δ_2 LE DAMOS UN VALOR INICIAL A $\delta_2^0 = 0^\circ$ Y CALCULAMOS Q_2 DE LA ECUACION

$$Q_2 = \text{Imag} \left[V_2^0 \left(\sum_{j=1}^2 y_{2j} V_j \right)^* \right] = \text{Imag} \left[V_2^0 y_{21}^* V_1^* + V_2^0 y_{22}^* V_2^{0*} \right]$$

SIGUIENDO ENTONCES EL PROCESO ITERATIVO
 OBTENDRIAMOS LA SOLUCION PARA $\delta_2 = -14.6^\circ$
 UNA VEZ CONOCIDOS LOS VOLTAJES EN 1 Y 2 PODEMOS
 CALCULAR:

$$S_1 = 8.349 - j0.315$$

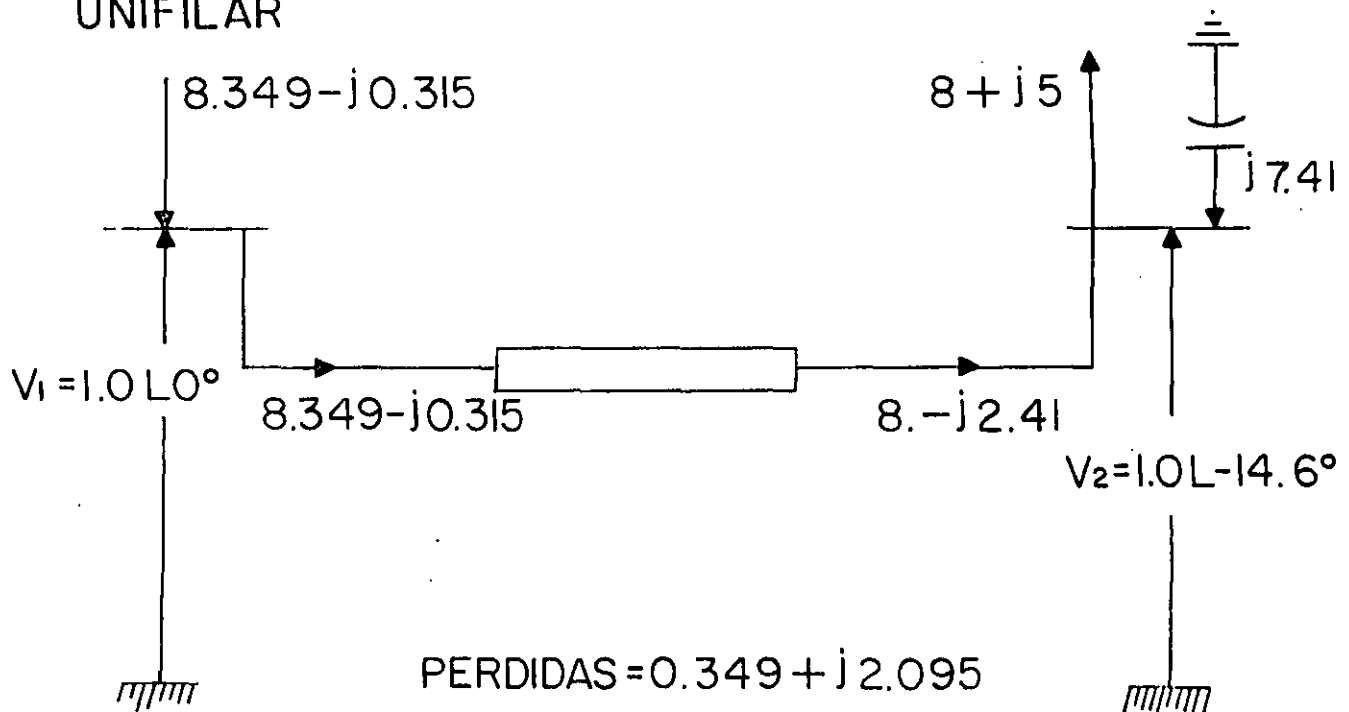
$$S_2 = 8.0 + j2.41$$

COMO:

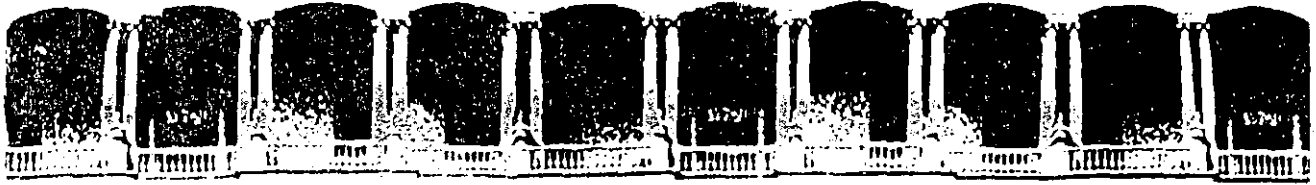
$$Q_2 = QG_2 - QD_2$$

$$QG_2 = 2.41 + 5 = 7.41$$

VACIANDO ESTOS RESULTADOS EN NUESTRO DIAGRAMA
 UNIFILAR







**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSOS INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELCTRICOS DE POTENICA

PRIMER MODULO:

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

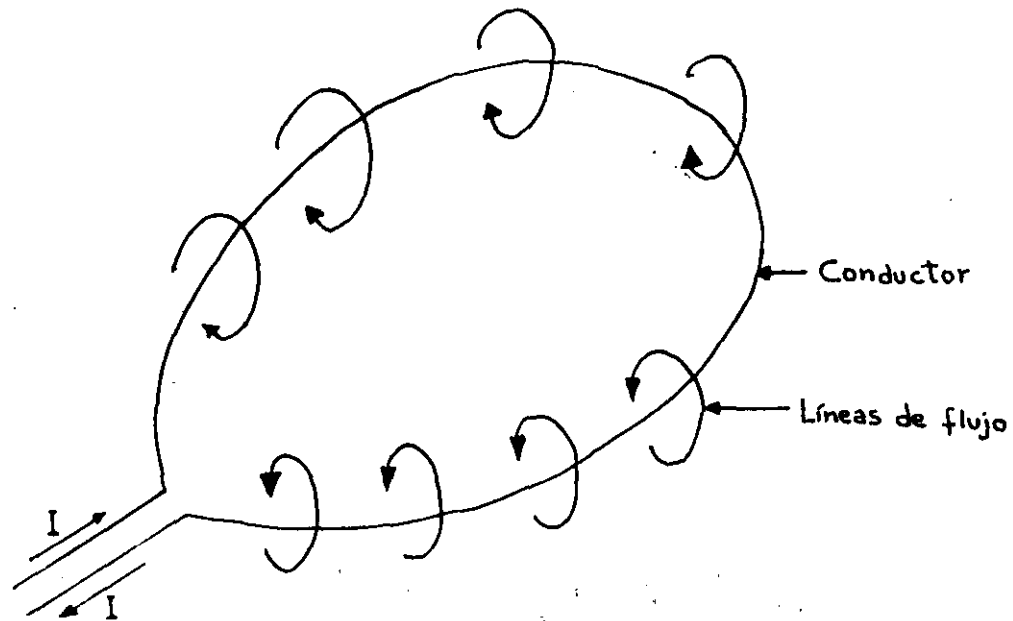
PARAMETROS EN LINEAS DE TRANSMISION

DR. LUIS R. TALAMAS TALAMAS

SEP_OCT. 92

REACTANCIA INDUCTIVA DE LINEAS DE TRANSMISION

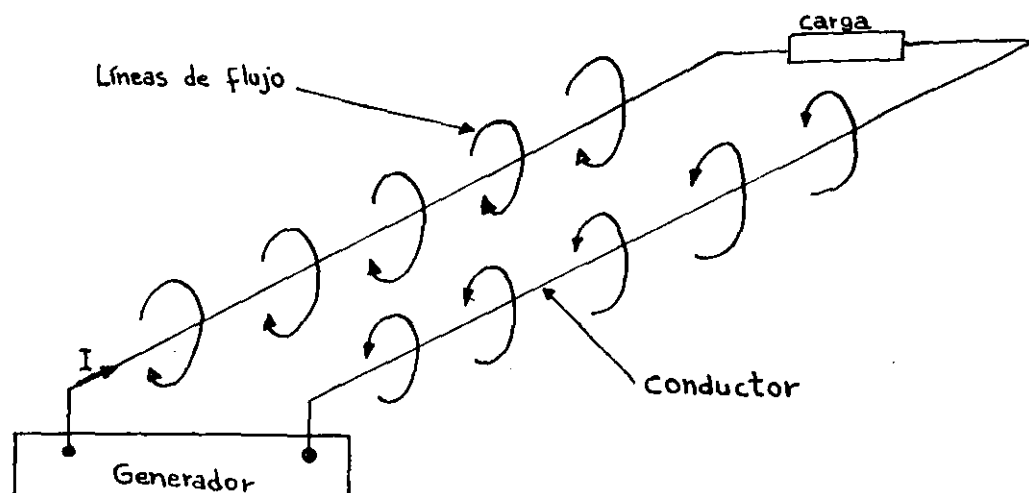
El cálculo de la reactancia inductiva de líneas de transmisión requiere de la aplicación de conceptos familiares de campos magnéticos e inducción magnética.



ACOPLAMIENTOS \equiv ENLACES

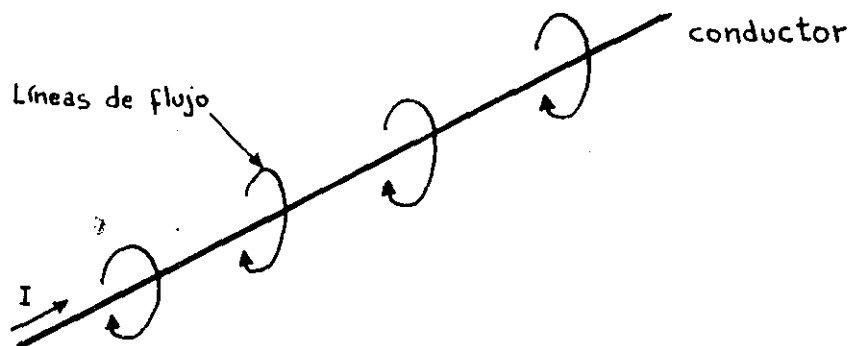
El número de acoplamientos de flujo es igual al producto de el flujo y el número de vueltas que acopla.

Una línea de transmisión de una fase consiste de dos conductores en paralelo. En un extremo conectados a las terminales del generador mientras que en el otro a la carga. Cuando se cierra el circuito se constituye un lazo como se muestra en la siguiente figura.

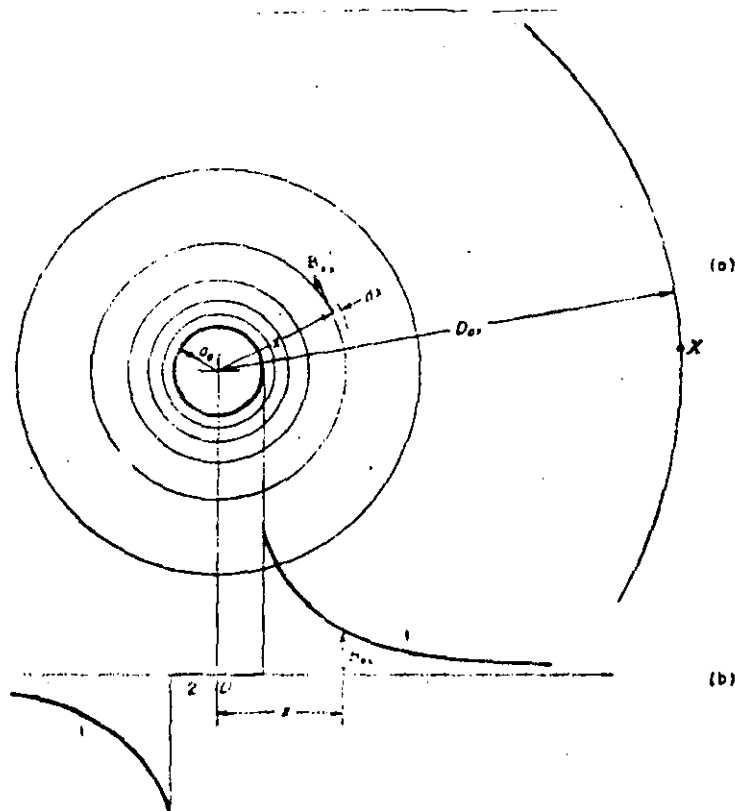


Existen acoplamientos mutos, distorsiones de campo que ocurren en los extremos de la línea.

Si se incrementa el ancho entre los conductores de la figura anterior (infinitamente) nos quedará un solo conductor sin acoplamientos mutos del otro conductor.



Conductor infinitamente largo, redondo y recto.



Si la corriente es alterna la densidad de corriente será mayor en la periferia que en el centro del conductor.

Este problema de distribución de corriente tiene que ver con la naturaleza del campo magnético dentro del conductor (efecto piel).

Asumamos que la corriente fluye en la superficie del conductor y es distribuida uniformemente en la periferia. Este caso extremo de efecto piel ocurre cuando se tiene conductividad infinita del material conductor o a una frecuencia infinita.

Debido a que existe simetría total las líneas de flujo son círculos concéntricos alrededor del conductor y todas las líneas de flujo externas a la superficie del conductor encerrarán toda la corriente, circulando por el conductor:

$$\therefore F = i \text{ amperes vuelta}$$

Desde que las líneas de flujo son concéntricas, la intensidad de campo magnético es constante a lo largo de cada una de ellas. La intensidad de campo magnético a una distancia radial x del conductor es:

$$H = \frac{F}{l} = \frac{i}{2\pi x} \text{ amp vuelta/metro}$$

y la densidad de flujo externa del conductor:

$$B_{ex} = 2 \times 10^{-7} \mu_{rex} \frac{i}{x} \text{ webers/metro}^2$$

μ_{rex} = permeabilidad relativa del medio que rodea al conductor.

En la misma figura anterior se grafica B_{ex} en función de x .

(Se asumió que la corriente fluye por la superficie. Cualquier trayectoria cerrada contruida dentro del conductor no encierra corriente $\therefore F = 0$)

$$B_m = 0$$

si consideramos un cilindro de radio D_{ax} , el flujo puede calcularse como:

$$\begin{aligned} \phi_{ex} &= \int_a^{D_{ax}} B_{ex} dx = \int_a^{D_{ax}} 2 \times 10^{-7} \mu_{rex} i \frac{dx}{x} \\ \phi_{ex} &= 2 \times 10^{-7} \mu_{rex} i \ln \frac{D_{ax}}{a} \text{ webers/metro de conductor} \end{aligned}$$

Todo este flujo rodea a la sección transversal del conductor. De tal forma que se tendrá acoplamiento de flujo de:

$$\lambda_{ex} = \phi_{ex} = 2 \times 10^{-7} \mu_{rex} i \ln \frac{D_{ax}}{a} \text{ acoplamientos/metro de conductor}$$

se puede observar que si $D_{ax} \rightarrow \infty \Rightarrow \lambda_{ex} \rightarrow \infty$

Ahora analizaremos el caso extremo de no efecto piel (distribución uniforme de corriente en la sección transversal del conductor).

Si la corriente por el conductor es la misma que en el caso anterior el campo externo es el mismo y además para este caso resultará en un campo interno.

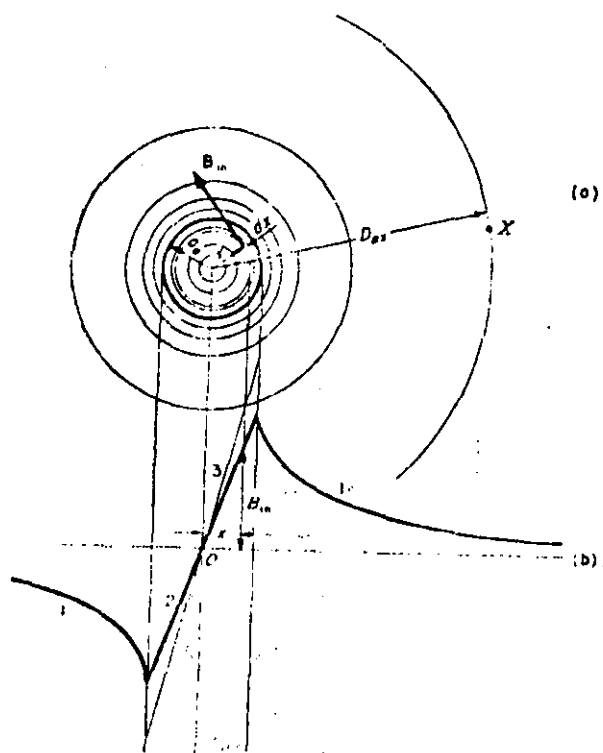
Las líneas de flujo interno encierran una corriente alrededor de la línea de flujo de radio x ; la fuerza magnetomotriz es:

$$F_x = \frac{\pi x^2}{\pi a^2} i$$

su intensidad de campo magnético es:

$$H = \frac{F}{\ell}$$

$$H_x = \frac{F_x}{2\pi x} = \frac{i}{2\pi a^2} x \text{ amperes vuelta/metro}$$



y la densidad de flujo B_{in} es:

$$B_{in} = \mu H_x = 2 \times 10^{-7} \mu_{rin} \frac{i}{a^2} \times \text{webers/metro}^2$$

μ_{rm} es la permeabilidad relativa del material conductor.

Se puede ver que si $\mu_{rin} = \mu_{rex}$

\Rightarrow

$$B_{in} = B_{ex}$$

El flujo entre cilindros dentro del conductor de radios x y $x+dx$ es:

$$d\phi_x = B_{in} dx = 2 \times 10^{-7} \mu_{rin} \frac{i}{a^2 x} x dx \text{ webers/metro de conductor}$$

el campo acopla con $\frac{\pi x^2}{\pi a^2}$ de la sección transversal.

El acoplamiento de flujo es:

$$d\lambda_x = \frac{\pi x^2}{\pi a^2} d\phi_x = 2 \times 10^{-7} \mu_{rin} \frac{i x^3}{a^4} dx \text{ acoplamientos/metro de conductor}$$

$$\lambda_{in} = \int_0^{a_0} d\lambda_x = 2 \times 10^{-7} \mu_{rin} \frac{i}{a^4} \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^{a_0}$$

$$= 10^{-7} \frac{\mu_{rin}}{2} i \text{ acoplamientos/metro de conductor}$$

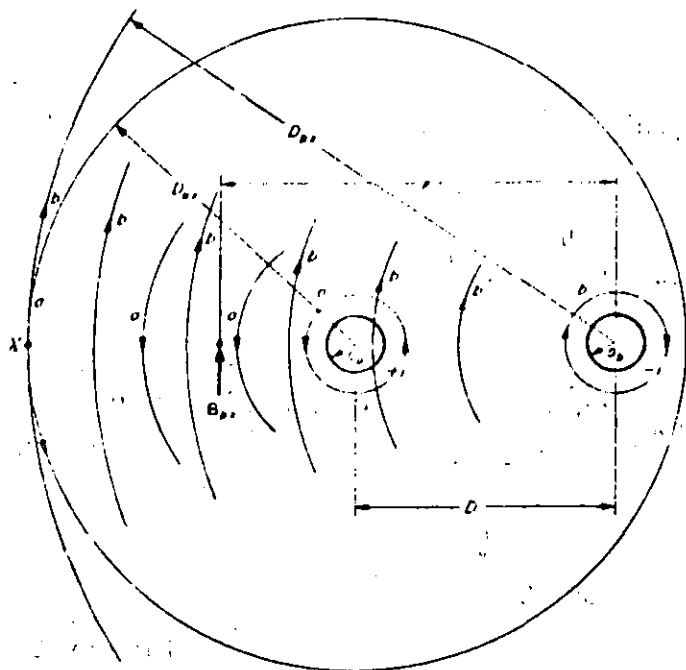
El acoplamiento total en un conductor de un metro de longitud producido por todo el flujo dentro de un radio D_{ax}

$$\lambda_x = \lambda_{in} + \lambda_{ex} = i \times 2 \times 10^{-7} \left(\frac{\mu_{rin}}{4} + \mu_{rex} \ln \frac{D_{ax}}{a} \right)$$

= acoplamiento/metro de conductor

$$= i \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{ax}}{a e^{-\mu_{rin}/1}} \text{ acoplamientos/metro de conductor}$$

Dos conductores redondos, infinitamente largos, paralelos con corrientes iguales y en dirección opuesta.



Asumir:

- La distancia D entre conductores es larga comparada con sus radios a_a y a_b .
- La corriente está uniformemente distribuida a través de la sección transversal de cada conductor.

No existe material ferromagnético en, o alrededor del conductor.

Si se cumplen estas 3 consideraciones, no existirá saturación del circuito magnético, el sistema es lineal y \therefore el principio de superposición es aplicable a las densidades de flujo, flujo y acoplamiento de flujos.

Para este caso también se puede aplicar superposición en forma similar a la sección anterior :

$$\lambda_{aax} = i_a \times 2 \times 10^{-7} \left(\frac{\mu_r r_{in}}{4} + \ln \frac{D_{ax}}{a} \right) \text{ enlaces/metro de conductor}$$

$$\lambda_{abx} = i_b \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{bx}}{D_{ab}}$$

$$\lambda_{acx} = i_c \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{cx}}{D_{ac}}$$

⋮

$$\lambda_{anx} = i_n \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{nx}}{D_{an}}$$

$$\lambda_x = \lambda_{aax} + \lambda_{abx} + \lambda_{acx} + \dots + \lambda_{anx}$$

$$\lambda_{ax} = 2 \times 10^{-7} \left[i_a \left(\frac{\mu_r r_{in}}{4} + \ln \frac{1}{a} \right) + i_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + i_n \ln \frac{1}{D_{an}} \right]$$

$$+ 2 \times 10^{-7} \left[i_a \ln D_{ax} + i_b \ln D_{bx} + \dots + i_n \ln D_{nx} \right]$$

Si $i_a, i_b, i_c, \dots, i_n$ son corrientes alternas senoidales con frecuencia f su representación compleja es:

$$i_a = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} I_a e^{j\omega t} \right\}$$

$$\frac{di_a}{dt} = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} j\omega I_a e^{j\omega t} \right\}$$

$$\frac{di_k}{dt} = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} j\omega I_k e^{j\omega t} \right\} \quad k = a, b, c, \dots, n$$

$$e_k = \operatorname{Re} \left\{ \sqrt{2} V_k e^{j\omega t} \right\}$$

sustituyendo estas ecuaciones en la de e_a , omitiendo la parte real y dividiendo por $\sqrt{2} e^{j\omega t}$

$$V_a = 2 \times 10^{-7} w \left[I_a \left(\frac{\mu r \ln}{4} + \ln \frac{1}{a_a} \right) + I_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + \right. \\ \left. I_c \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{an}} \right] \text{ Volts/m. de cond.}$$

$$\lambda_{ax} = 2 \times 10^{-7} \left[i_a \left(\frac{\mu r \ln}{4} + \ln \frac{1}{a_a} \right) + i_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + \right. \\ \left. + i_n \ln \frac{1}{D_{an}} \right] + 2 \times 10^{-7} \left[i_a \ln D_{ax} + i_b \ln D_{bx} + \dots \right. \\ \left. + i_n \ln D_{nx} \right]$$

$$i_n = i_a - i_b - i_c - \dots - i_{n-1}$$

$$\lambda'_{ax} = 2 \times 10^{-7} \left(i_a \ln \frac{D_{ax}}{D_{nx}} + i_b \ln \frac{D_{bx}}{D_{nx}} + \dots + i_{n-1} \ln \frac{D_{n-1}}{D_{nx}} \right)$$

$$\text{si } x \rightarrow \infty, \frac{D_{ax}}{D_{nx}} \rightarrow 1 \quad \text{y} \quad \ln \frac{D_{ax}}{D_{nx}} \rightarrow 0$$

$$\therefore \lambda'_{ax} = 0$$

$$\therefore \lambda_a = 2 \times 10^{-7} \left[i_a \left(\frac{\mu r \ln}{4} + \ln \frac{1}{a_a} \right) + i_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + \right. \\ \left. i_c \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots + i_n \ln \frac{1}{D_{an}} \right]$$

El voltaje inducido en el conductor a es

$$e_a = \frac{d\lambda_a}{dt} \text{ volt/ metro de conductor}$$

$$e_a = 2 \times 10^{-7} \left[\frac{di_a}{dz} \left(\frac{\mu r_{in}}{4} + \ln \frac{1}{a_a} \right) + \frac{di_b}{dz} \ln \frac{1}{D_{ab}} + \frac{di_c}{dz} \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots \right. \\ \left. + \frac{di_n}{dz} \ln \frac{1}{D_{an}} \right] \text{ volts/metro de conductor}$$

transformando la ec. anterior a Laplace

$$X_{aa} = jX_{aa} = j 2 \times 10^{-7} \omega \left(\frac{\mu r_{in}}{4} + \ln \frac{1}{a_a} \right) \\ = j \times 2 \times 10^{-7} \omega \ln \frac{1}{d_a} \text{ ohms/metro de conductor}$$

$$d_a = a_a e^{-\mu r_{in}/4} \text{ radio de la pared de espesor infinitesimal}$$

$$X_{ab} = jA_{ab} = j \times 2 \times 10^{-7} \omega \ln D_{ab} \text{ ohms/metro de conductor}$$

$$X_{an} = jX_{an} = j \times 2 \times 10^{-7} \omega \ln D_{an} \text{ ohms/metro de conductor}$$

$$V_a = I_a X_{aa} - I_b X_{ab} - I_c X_{ac} - \dots - I_n X_{an} \text{ volts/metro de conductor}$$

X_{aa} depende solamente de las dimensiones del conductor y X_{ak} depende de la distancia entre a y k

X_{aa} reactancia del conductor (propia)

X_{ab} reactancia de separación (mutua)

$$X_{aa} = 2 \times 10^{-7} \times 1609.4 \times 2 \times \pi f \ln \frac{1}{d_a} \\ = 0.00202 f \ln \frac{1}{d_a} \text{ ohms/milla de conductor}$$

usando logaritmos de base 10

$$X_{aa} = 0.00466 f \log \frac{1}{d_a} \text{ ohms/milla de conductor}$$

En general el voltaje inducido por milla en el conductor k es:

$$V_k = -X_{ka} I_a - X_{kb} I_b - \dots - X_{k(k-1)} I_{k-1} \\ + X_{kk} I_k - \dots - X_{kn} I_{kn} \text{ volts/milla de conductor}$$

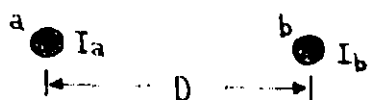
$$X_{kk} = jX_{kk} = j0.00202 f \ln \frac{1}{d_k} \\ = j0.00466 f \log \frac{1}{d_k} \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$X_{ki} = X_{ik} = jX_{ki} = j0.00202 f \ln D_{ki} \\ = j0.00466 f \log D_{ki} \text{ ohms/milla de conductor}$$

para μ_0 magnético $\mu_{rim} = 1$

$$d_k = 0.7788 a_k$$

Línea de fase sencilla



$$I_a = I \text{ amp}$$

$$I_b = I \text{ amp}$$

Los voltajes inducidos en estos conductores, V_a y V_b respectivamente son:

$$V_a = X_{aa} I_a - X_{ab} I_b = I (X_{aa} + X_{ab})$$

$$V_b = -X_{ab} I_a + X_{bb} I_b = -I (X_{bb} + X_{ab})$$

como los conductores son idénticos:

$$X_{aa} = X_{bb}$$

$$X_{aa} = X_{bb} = j0.0046 f \log \frac{1}{d_a} \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$d_a = 0.7788 \times \text{radio (en pies) del conductor s\u00f3lido}$$

$$X_{ab} = j0.00466 f \log D \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$V_a = I (X_{aa} + X_{ab}) = I X_a$$

$$V_b = -I (X_{aa} + X_{ab}) = -I X_b$$

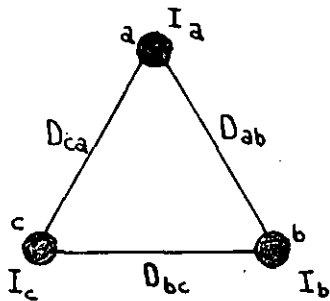
$$X_a = X_b = X_{aa} + X_{ab}$$

$$= 0.00466 f \log \frac{D}{d_a} \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$L_a = L_b = 0.7411 \log \frac{D}{d_a} \text{ millihenrys/milla de conductor}$$

$$L_a = L_b = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{d_a} \text{ henrys/metro de conductor}$$

L\u00ednea trif\u00e1sica



$$I_a + I_b + I_c = 0$$

$$V_a = X_{aa} I_a - X_{ab} I_b - X_{ac} I_c \quad \text{Volts/milla de cond}$$

$$V_b = X_{ab} I_a + X_{bb} I_b - X_{bc} I_c \quad \text{"}$$

$$V_c = X_{ac} I_a - X_{bc} I_b + X_{cc} I_c \quad \text{"}$$

$$X_{aa} = j0.00466 f \log \frac{1}{d_a}$$

$$X_{bb} = j0.00466 f \log \frac{1}{d_b}$$

$$X_{cc} = j0.00466 f \log \frac{1}{d_c}$$

Para pequeños diámetros de conductores redondos y sólidos:

$$d_a = 0.7788 a_a$$

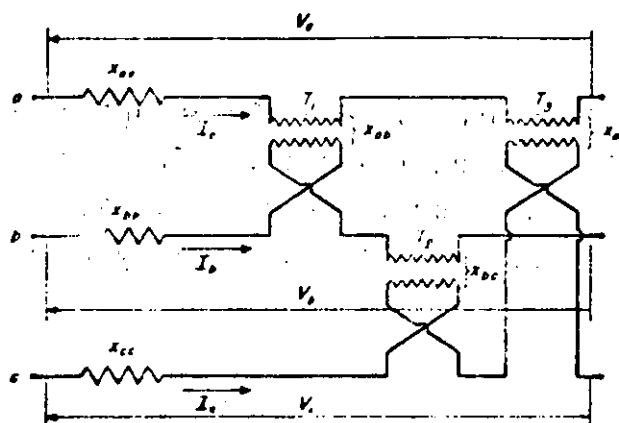
$$d_b = 0.7788 a_b$$

$$d_c = 0.7788 a_c$$

$$X_{ab} = X_{ba} = j0.00466 f \log D_{ab} \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$X_{bc} = X_{cb} = j0.00466 f \log D_{bc} \quad "$$

$$X_{ca} = X_{ac} = j0.00466 f \log D_{ca} \quad "$$



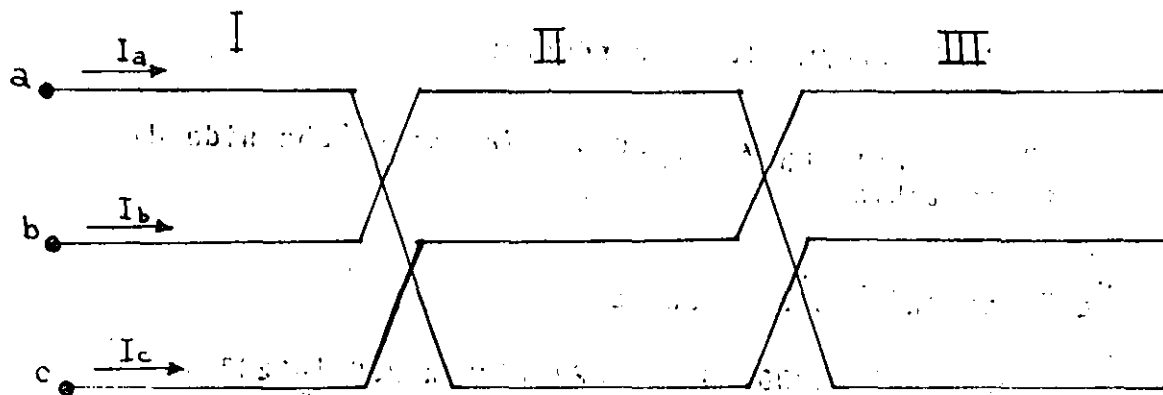
Circuito equivalente

Ejemplo: Se tiene la siguiente línea de transmisión de 120 millas de longitud. La línea consiste de 250000 milí circulares, 19 filamentos de cobre y 7/16 pulg, 7 conductores de acero galvanizado para los hilos de guarda. Opera a 132 KV y 60 Hz.

$$V_c = -x_{ca}I_a - x_{bc}I_b + x_{cc}I_c$$

$$= 170 \angle 215^\circ \text{ Volts/milla de conductor}$$

Línea trifásica transpuesta



Sección I

$$V_{aI} = \frac{\ell}{3} (x_{aa}I_a - x_{ab}I_b - x_{ac}I_c) \text{ volts}$$

$$V_{bI} = \frac{\ell}{3} (-x_{ab}I_a + x_{bb}I_b - x_{bc}I_c) \text{ volts}$$

$$V_{cI} = \frac{\ell}{3} (-x_{ac}I_a - x_{bc}I_b + x_{cc}I_c) \text{ volts}$$

Sección II

$$V_{aII} = \frac{\ell}{3} (x_{cc}I_a - x_{ac}I_b - x_{bc}I_c) \text{ volts}$$

$$V_{bII} = \frac{\ell}{3} (-x_{ac}I_a + x_{aa}I_b - x_{ab}I_c) \text{ volts}$$

$$V_{cII} = \frac{\ell}{3} (-x_{bc}I_a - x_{ab}I_b + x_{bb}I_c) \text{ volts}$$

$$V_{at} = V_{aI} + V_{aII} + V_{aIII}$$

$$= \ell [I_a \frac{X_{aa} + X_{bb} + X_{cc}}{3} - (I_b + I_c) \frac{X_{ab} + X_{bc} + X_{ca}}{3}] \text{ volts}$$

$$V_{bt} = \ell [I_b \frac{X_{aa} + X_{bb} + X_{cc}}{3} - (I_a + I_c) \frac{X_{ab} + X_{bc} + X_{ca}}{3}] \text{ volts}$$

$$V_{ct} = \ell [I_c \frac{X_{aa} + X_{bb} + X_{cc}}{3} - (I_a + I_b) \frac{X_{ab} + X_{bc} + X_{ca}}{3}] \text{ volts}$$

$$I_a + I_b + I_c = 0$$

$$X_s = \frac{1}{3} (X_{aa} + X_{bb} + X_{cc})$$

$$X_m = \frac{1}{3} (X_{ab} + X_{bc} + X_{ca})$$

$$V_{at} = \ell I_a (X_s + X_m)$$

$$V_{bt} = \ell I_b (X_s + X_m)$$

$$V_{ct} = \ell I_c (X_s + X_m)$$

$$X_l = X_s + X_m$$

$$X_l = j0.00466f \log_3 \frac{\sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}}{\sqrt[3]{d_a d_b d_c}}$$

$$= j0.00466 f \log \frac{D_m}{d_s}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}$$

$$d_s = \sqrt[3]{d_a d_b d_c}$$

$$X_{aa} = j0.00466f \log \frac{1}{d_a} \text{ ohms/milla de conductor}$$

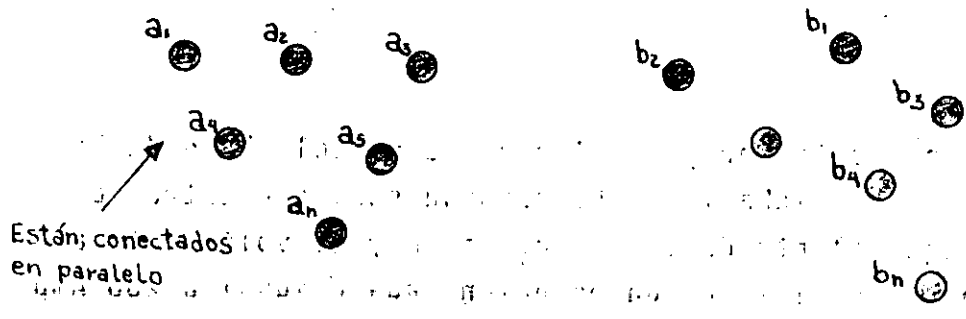
$$X_{bb} = j0.00466f \log \frac{1}{d_b}$$

$$X_{cc} = j0.00466f \log \frac{1}{d_c}$$

$$X_{ab} = X_{ba} = j0.00466f \log D_{ab}$$

$$X_{bc} = X_{cb} = j0.00466f \log D_{bc}$$

Método de la distancia media geométrica



Fase sencilla

Misma corriente en cada conductor.
 Utilizando la ecuación de voltaje inducido por milla en un conductor k se puede obtener el voltaje inducido en el conductor a₁ como:

$$\begin{aligned}
 V_{a_1} &= X_{a_1 a_1} I/N - X_{a_1 a_2} I/N - X_{a_1 a_3} I/N \dots - X_{a_1 a_n} I/N \\
 &+ X_{a_1 b_1} I/M + X_{a_1 b_2} I/M + X_{a_1 b_3} I/M + \dots \\
 &+ X_{a_1 b_m} I/M \text{ volt/milla de conductor} \\
 X_{a_1 a_1} &= j0.00466 f \log \frac{1}{d_{a_1}} \text{ ohms/milla de conductor} \\
 X_{a_1 a_2} &= j0.00466 f \log D_{a_1 a_2} \\
 X_{a_1 b_1} &= j0.00466 f \log D_{a_1 b_1}
 \end{aligned}$$

Rearreglando

$$V_{a_1} = Ij \left[\frac{1}{N} (X_{a_{11}} - X_{a_{12}} - X_{a_{13}} - \dots - X_{a_{1n}}) \right. \\ \left. + \frac{1}{M} (X_{a_1 b_1} + X_{a_1 b_2} + \dots + X_{a_1 b_m}) \right] \text{ volts/milla}$$

$$V_{a_2} = Ij \left[\frac{1}{N} (-X_{a_{21}} + X_{a_{22}} - X_{a_{23}} - \dots - X_{a_{2n}}) \right. \\ \left. + \frac{1}{M} (X_{a_2 b_1} + X_{a_2 b_2} + X_{a_2 b_3} + \dots + X_{a_2 b_m}) \right]$$

$$V_{a_n} = Ij \left[\frac{1}{N} (-X_{a_{n1}} - X_{a_{n2}} - X_{a_{n3}} + \dots + X_{a_{nn}}) \right. \\ \left. + \frac{1}{M} (X_{a_n b_1} + X_{a_n b_2} + \dots + X_{a_n b_m}) \right]$$

$$V_a = \frac{1}{N} (V_{a_1} + V_{a_2} + V_{a_3} + \dots + V_{a_n})$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en esta última nos da que :

$$V_a = I X_a \quad \text{volts/milla de conductor}$$

donde :

$$X_a = \frac{1}{N^2} (X_{a_{11}} - X_{a_{12}} - X_{a_{13}} - \dots - X_{a_{1n}} \\ - X_{a_{21}} + X_{a_{22}} - X_{a_{23}} - \dots - X_{a_{2n}} \dots \\ - X_{a_{n1}} - X_{a_{n2}} - X_{a_{n3}} - \dots + X_{a_{nn}}) \\ + \frac{1}{MN} (X_{a_1 b_1} + X_{a_1 b_2} + X_{a_1 b_3} + \dots + X_{a_1 b_m} \\ + X_{a_2 b_1} + X_{a_2 b_2} + X_{a_2 b_3} + \dots + X_{a_2 b_m} + \dots \\ + X_{a_n b_1} + X_{a_n b_2} + X_{a_n b_3} + \dots + X_{a_n b_m}) \quad \text{ohms/milla}$$

Como se conoce que :

$$\begin{aligned} X_{a_{11}} &= j0.00466 f \log 1/d_{a_1} \quad \text{ohm/milla} \\ X_{a_{12}} &= j0.00466 f \log D_{a_1 a_2} \quad \text{"} \\ X_{a_{1b_1}} &= j0.00466 f \log D_{a_1 b_1} \quad \text{"} \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \end{aligned}$$

y si se sustituye en la ecuación de X_a obtenemos que :

$$\begin{aligned} X_a &= 0.00466 f \log \frac{D_{ab}}{D_{sa}} \quad \text{ohms/mill} \\ D_{ab} &= (D_{a_1 b_1} D_{a_1 b_2} \dots D_{a_1 b_m} D_{a_2 b_1} \dots D_{a_2 b_m} \dots D_{a_n b_1} \dots D_{a_n b_m})^{\frac{1}{nm}} \quad \text{ft} \end{aligned}$$

y es la distancia media geométrica entre un grupo de conductores (a) y otro (b)

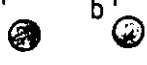
$$\begin{aligned} D_{sa} &= (d_{a_1} D_{a_{12}} D_{a_{13}} \dots D_{a_n} D_{a_{21}} d_{a_2} D_{a_{22}} \dots D_{a_{2n}} \dots \\ &D_{a_{n1}} D_{a_{n2}} D_{a_{n3}} \dots d_{a_n})^{1/n^2} \quad \text{ft.} \end{aligned}$$

y es la distancia media geométrica propia.

La distancia media geométrica es el valor medio geométrico de todas las posibles distancias entre conductores pertenecientes a los grupos a y b.

La distancia media geométrica propia es el valor medio geométrico de todas las posibles distancias entre conductores pertenecientes a un grupo (a) incluyendo d_{ak} "(distancia de los conductores de ellos mismos)", o sea el radio medio geométrico de los conductores.

Doble línea de fase sencilla

a' b' La corriente está igualmente dividida entre


 2 conductores paralelos en cada lado de la
 a'' b'' línea.

$$N = M = 2$$

$$X_a = 0.00466 f \log \frac{D_{ab}}{D_{sa}}$$

$$D_{ab} = \sqrt[4]{D_{a'b'} D_{a'b''} D_{a''b'} D_{a''b''}} \quad \text{ohms/milla}$$

$$D_{sa} = \sqrt[4]{d_{a'} d_{a''} D_{a'a''} D_{a''a'}}$$

si todos los conductores son iguales :-

$$d_{a'} = d_{a''} = d_{b'} = d_{b''} = d$$

$$X_a = 0.00466 f \log \frac{\sqrt[4]{D_{a'b'} D_{a'b''} D_{a''b'} D_{a''b''}}}{\sqrt{d D_{a'a''}}}$$

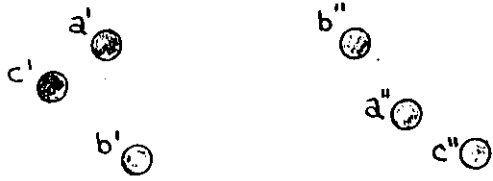
$$X_b = 0.00466 f \log \frac{\sqrt[4]{D_{a'b'} D_{a'b''} D_{a''b'} D_{a''b''}}}{\sqrt{d D_{b'b''}}}$$

Si se requiere calcular las reactancias utilizando tablas de conductor y separación de componentes

⇒ la ecuación de X_a se puede aplicar

$$\begin{aligned}
 X_a = \frac{1}{4} (2X_{a'a'} - 2X_{a'a''} + X_{a'b'} + X_{a'b''} + X_{a''b'} \\
 + X_{a''b''}) \text{ ohms/milla de conductor}
 \end{aligned}$$

Doble línea trifásica



$$I_{a'} = I_{a''} = 1/2 I_a$$

$$I_{b'} = I_{b''} = 1/2 I_b$$

$$I_{c'} = I_{c''} = 1/2 I_c$$

2 conductores paralelos por fase y la corriente de cada fase es igualmente dividida entre dos conductores paralelos ya que el arreglo de conductores es simétrico o porque los conductores están simétricamente transpuestos.

$$I_{a'} + I_{a''} + I_{b'} + I_{b''} + I_{c'} + I_{c''} = 0$$

utilizando la ecuación de voltajes inducidos de una línea polifásica:

$$V_{a'} = j0.00466f(I_{a'} \log \frac{1}{d_{a'}} - I_{a''} \log D_{a'a''} - I_{b'} \log D_{a'b'} - I_{b''} \log D_{a'b''} - I_{c'} \log D_{a'c'} - I_{c''} \log D_{a'c''})$$

$$V_{a''} = j0.00466f(I_{a''} \log \frac{1}{d_{a''}} - I_{a'} \log D_{a''a'} - I_{b''} \log D_{a''b''} - I_{c''} \log D_{a''c''} - I_{c'} \log D_{a''c'})$$

$$V_a = \frac{1}{2}(V_{a'} + V_{a''}) = j0.00466 f(I_a \log \sqrt[4]{\frac{1}{d_{a'} d_{a''} D_{a'a''} D_{a''a'}}} - I_b \log \sqrt[4]{D_{a'b'} D_{a'b''} D_{a''b'} D_{a''b''}} - I_c \log \sqrt[4]{D_{a'c'} D_{a'c''} D_{a''c'} D_{a''c''}})$$

similarmente se pueden calcular los voltajes inducidos en las otras fases.

Además siguiendo con el caso general da;

$$X_{aa} = 0.00466 f \log \frac{1}{D_{sa}} \quad \Omega/\text{milla cond.}$$

$$X_{ab} = 0.00466 f \log \frac{1}{D_{sb}} \quad \text{ohms/milla de cond.}$$

$$X_{cc} = 0.00466 f \log \frac{1}{D_{sc}} \quad "$$

$$X_{ab} = 0.00466 f \log D_{ab} \quad "$$

$$X_{bc} = 0.00466 f \log D_{bc} \quad "$$

$$X_{ca} = 0.00466 f \log D_{ca} \quad "$$

$$D_{ab} = \sqrt[4]{D_{a'b'} D_{a'b''} D_{a''b'} D_{a''b''}} \quad D_{sa} = \sqrt[4]{d_{a'} d_{a''} D_{a'a''} D_{a'a''}}$$

Si la línea es transpuesta, la reactancia es:

$$X_1 = 0.00466 f \log \frac{D_m}{D_s} \quad \Omega/\text{milla}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}$$

$$D_s = \sqrt[3]{D_{a'b'} D_{b'c'} D_{c'a'} D_{a''b''} D_{b''c''} D_{c''a''} D_{a'a''} D_{b'b''} D_{c'c''} D_{a''b''} D_{b''c''} D_{c''a''} D_{a'a''} D_{b'b''} D_{c'c''} D_{a''b''} D_{b''c''} D_{c''a''}}$$

$$D_s = \sqrt[3]{D_{sa} D_{sb} D_{sc}}$$

$$= \sqrt[12]{d_{a'} d_{b'} d_{c'} d_{a''} d_{b''} d_{c''} D_{a'a''}^2 D_{b'b''}^2 D_{c'c''}^2}$$

Para usar tablas:

$$X_1 = X_s + X_m$$

$$X_s = \frac{1}{12} [X_{a'a'} + X_{b'b'} + X_{c'c'} + X_{a''a''} + X_{b''b''} + X_{c''c''}]$$

$$- 2X_{a'a''} - 2X_{b'b''} - 2X_{c'c''}]$$

$$X_m = \frac{1}{12} [X_{a'b'} + X_{b'c'} + X_{c'a'} + X_{a'b''} + X_{b'c''} + X_{c'a''} \\ + X_{a''b''} + X_{b''c''} + X_{c''a''} + X_{a''b'} + X_{b''c'} + X_{c''a'}]$$

donde:

$X_{a'a'}$, $X_{b'b'}$ son las reactancias del conductor como se definieron X_{mk} anteriormente.

$X_{a'a''}$, $X_{a'b'}$ reactancias de separación

Para el caso de que todos los conductores sean iguales D_s se simplifica a:

$$D_s = \sqrt[3]{d_{a'a''} D_{a'a''} D_{b'b''} D_{c'c''}}$$

y

$$X_s = \frac{1}{2} X_{a'a'} - \frac{1}{6} [X_{a'a''} + X_{b'b''} + X_{c'c''}]$$

Ejemplo

Parte I. Asuma que ambos lados de la línea (a' , b' , c' y a'' , b'' y c'') del ejemplo anterior opera como una línea no transpuesta, encuentre la reactancia de línea por milla y la caída de voltaje por fase si la carga está balanceada y la corriente es de 400 Amp por fase. (Asuma secuencia de fase positiva)

Los seis conductores son idénticos:

$$d_{a'} = d_{a''} = d = 0.01813$$

$$D_{sa} = d \sqrt[3]{D_{a'a''}}$$

$$= \sqrt[3]{0.01813 \times 29} = 0.724 \text{ pies}$$

$$X_{aa} = 0.00466 \times 60 \log \frac{1}{0.724} = 0.0391 \text{ } \Omega/\text{milla de conductor}$$

similarmente :

$$D_{ab} = d \sqrt{D_{a'b'} D_{a''b''}} = 0.796 \text{ pies}$$

$$X_{bb} = 0.028 \text{ } \Omega/\text{milla de conductor}$$

por inspección de la figura :

$$D_{sa} = D_{sc} = 0.724 \text{ pies}$$

$$X_{aa} = X_{cc} = 0.0391 \text{ } \Omega/\text{milla de conductor}$$

$$D_{a'b'} = D_{a''b''} \text{ y } D_{a'b''} = D_{a''b'}$$

$$D_{ab} = \sqrt{D_{a'b'} D_{a''b''}}$$

$$= \sqrt{14.3 \times 34.9}$$

$$= 22.35 \text{ pies}$$

$$X_{ab} = 0.00466 \times 60 \log 22.35$$

$$D_{ca} = \sqrt{D_{c'a'} D_{c''a''}}$$

$$= 33.6 \text{ pies}$$

$$X_{ca} = 0.426 \text{ } \Omega/\text{milla de conductor}$$

por inspección :

$$D_{ab} = D_{bc}$$

$$X_{ab} = X_{bc} = 0.376 \text{ } \Omega/\text{milla}$$

Para calcular los voltajes inducidos:

$$\begin{aligned}
 V_a &= X_{aa}I_a - X_{ab}I_b - X_{ca}I_c \\
 &= 0.0391 \angle 90^\circ \times 400 \angle 0^\circ - 0.376 \angle 90^\circ \times 400 \angle -120^\circ \\
 &\quad - 0.426 \angle 90^\circ \times 400 \angle 120^\circ \\
 &= 176.4 \angle 84.3^\circ \text{ volts/milla de conductor}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{at} &= V_{ae} \\
 &= 176.4 \angle 84.3^\circ \times 120 \\
 &= 21.150 \angle 84.3 \text{ volts}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_b &= -X_{ab}I_b + X_{bb}I_b - X_{bc}I_c \\
 &= 161.5 \angle -30^\circ \text{ Volts/milla}
 \end{aligned}$$

$$V_{bt} = V_{be} = 19400 \angle -30^\circ \text{ volts}$$

$$\begin{aligned}
 V_c &= V_{ce} = -X_{ac}I_a - X_{bc}I_b + X_{cc}I_c \\
 &= 176.4 \angle 215.7^\circ \text{ volts/milla de conductor}
 \end{aligned}$$

$$V_{ct} = V_{ce} = 21150 \angle 215.7^\circ \text{ volts}$$

Parte II. Asuma que la línea está transpuesta simétricamente:

$$D_s = \sqrt[3]{D_{sa}D_{ab}D_{sc}} = \sqrt[3]{0.724^2 \times 0.796} = 0.747 \text{ pies}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}} = \sqrt[3]{22.35^2 \times 33.6} = 25.6 \text{ pies}$$

$$\alpha = 0.00466 f \log \frac{D_m}{D_s} = 0.429 \text{ } \Omega/\text{milla}$$

Cafdas de voltaje de la línea transpuesta :

$$V_{at} = \ell I_a X_1$$

$$= 120 \times 400 \angle 0^\circ \times 0.429 \angle 90^\circ$$

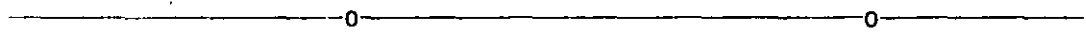
$$= 20560 \angle 90^\circ \text{ volts}$$

$$V_{bt} = 120 \times 400 \angle -120^\circ \times .429 \angle 90^\circ$$

$$= 20560 \angle -30^\circ$$

$$V_{ct} = 120 \times 400 \angle 120^\circ \times 0.429 \angle 90^\circ$$

$$= 20560 \angle 210^\circ \text{ volt}$$



Anteriormente consideramos conductores redondos y nunca con torones.

Un conductor con torones es en si un grupo de conductores redondos, sin embargo, 2 de las consideraciones hechas no se cumplen. La distancia entre torones no es larga comparada con su radio y la corriente no está distribuida igualmente por el efecto piel.

Sin embargo, el efecto piel a 60 Hz es despreciable en conductores que tienen menos que 300000 cir. mils. de sección de área.

IMPEDANCIA DE SECUENCIA

$$Z_1 = (r_1 + jX_1) s \text{ } \Omega/\text{fase}$$

$$r_1 = 0.3219 \ln \frac{D_m}{D_s} \text{ m H/milla}$$

$$\begin{aligned} X_1 &= 4.657 \times 10^{-3} f \log_{10} \frac{D_m}{D_s} \\ &= 2.020 \times 10^{-3} f \ln \frac{D_m}{D_s} \text{ } \Omega/\text{milla} \end{aligned}$$

D_m = distancia media geométrica

D_s = radio medio geométrico

$$L = L_i + L_e$$

$$L_i = \frac{\mu \omega S}{8\pi} \text{ Henrys}$$

$\mu \omega$ = permeabilidad del conductor H/m

$$= 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m para materiales no ferrosos}$$

S = longitud del conductor en metros

$$L_e = \frac{\mu \omega S}{2\pi} \left(\ln \frac{25}{r} - 1 \right) \text{ H.}$$

Attwood, Steplien S.
Electric and Magnetic fields

r = radio del conductor en metros
3rd. edition Wiley, New York, 1928

$\mu \omega$ = permeabilidad del medio ($= 4\pi \times 10^{-7}$ para aire)

$$L = L_c + L_e = \frac{\mu \omega S}{8\pi} + \frac{\mu \omega S}{2\pi} \left(\ln \frac{25}{r} - 1 \right)$$

$$L = 2 \times 10^{-7} S \left[\frac{1}{4} + \left(\ln \frac{25}{r} - 1 \right) \right]$$

$$\frac{1}{4} = \ln \frac{1}{e^{-1/4}} = \ln \frac{1}{0.7788}$$

$$L = L = 2 \times 10^{-7} \left(\ln \frac{25}{D_s} - 1 \right) \text{ H/m}$$

$$D_s = 0.7788 r$$

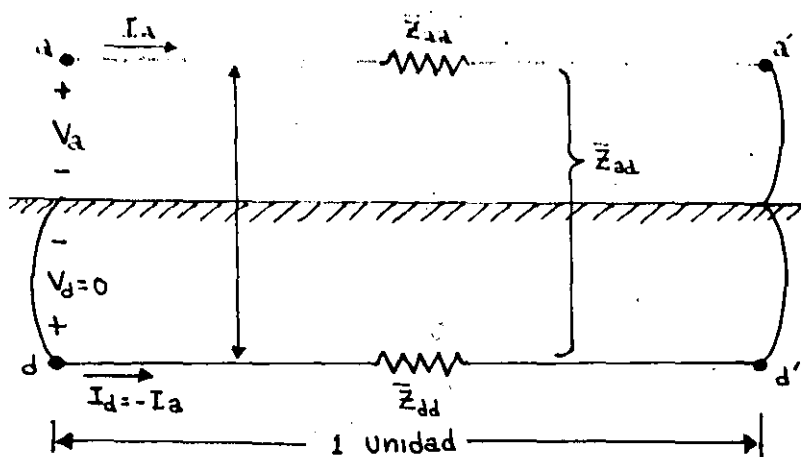
de forma similar la inductancia mutua

$$m = k \left(\ln \frac{25}{D_m} - 1 \right) \text{ 4/unidad de longitud}$$

$k = \text{constante}$

Lo desarrollado hasta este punto asume una densidad uniforme de corriente.

La línea de Carson



$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{dd'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_d - V_{d'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ad} \\ \bar{Z}_{ad} & \bar{Z}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_a \end{bmatrix}$$

$$V_d = 0 \quad V_{a'} = V_{d'} = 0$$

$$V_a = (\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{dd} - 2\bar{Z}_{ad}) I_a = Z_{aa} I_a$$

$$\bar{Z}_{aa} \triangleq (\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{dd} - 2\bar{Z}_{ad}) \Omega/U. \text{ Long.}$$

$$\bar{Z}_{aa} = r_a + j\omega l_a = r_a + j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{sa}} - 1 \right) \Omega/U. \text{ Long.}$$

$$\bar{Z}_{dd} = r_d + j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{sd}} - 1 \right) \Omega/U. \text{ Long.}$$

$$r_d = 1.588 \times 10^{-3} f \Omega/\text{mi} \quad \text{f6rmula emp6rica}$$

$$= 9.869 \times 10^{-4} f \Omega/\text{km}$$

$$\bar{Z}_{ad} = j\omega m_{ad} = j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{ad}} - 1 \right) \Omega/U. \text{ Long.}$$

$$Z_{aa} = \bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{dd} - 2\bar{Z}_{ad} = (r_a + r_d) + j\omega k \ln \frac{D_{ad}^2}{D_{sa}} \Omega/U. \text{ Long.}$$

si

$$D_{sd} = 1$$

$$\Rightarrow \ln \frac{D_{ad}^2}{D_{sa} D_{sd}} = \ln \frac{D_{ad}^2}{D_{sa} \times 1}$$

$$D_e = \frac{D_{ad}^2}{D_{sa}}$$

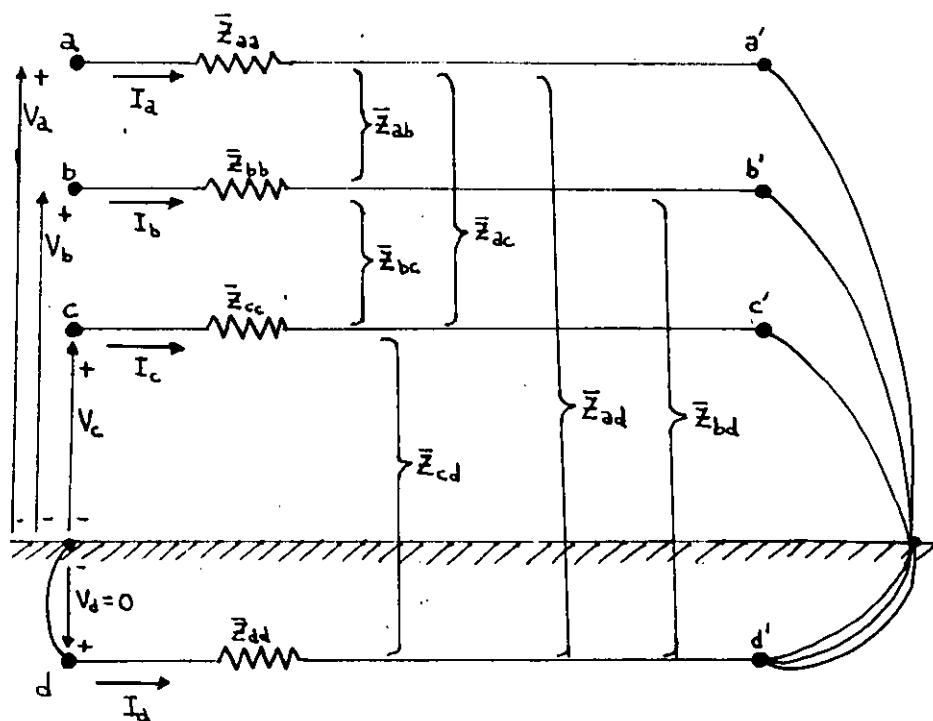
\(\therefore\)

$$Z_{aa} = (r_a + r_d) + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_{sa}} \Omega/U. \text{ Long.}$$

Condici6n de retorno por tierra	resistividad Ω/mi	D_e (ft)	D_{ad} (ft)
Agua de mar	0.01 - 1.0	27.9 - 279	5.28-16.7
Tierra pantanoso	10 - 100	882-2790	29.7-52.8
Tierra Seca	1000	8820	93.9
Arena	10^9	8820000	2970

$$D_e = 2160\sqrt{\rho/f} \text{ ft}$$

Impedancia de una línea trifásica



$$I_a + I_b + I_c + I_d = 0 \quad \therefore I_d = - (I_a + I_b + I_c)$$

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \\ V_{dd'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ V_d - V_{d'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ad} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bd} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{cc} & Z_{cd} \\ Z_{ad} & Z_{bd} & Z_{cd} & Z_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{V/unidad de} \\ \text{long.} \end{array}$$

Ecuación primitiva de voltajes

$$V_{a'} - V_{d'} = 0 \quad V_{b'} - V_{d'} = 0 \quad V_{c'} - V_{d'} = 0$$

$$V_{a'} = 0$$

Restando la ecuación 4 de la 1 ($V_{d'} = 0$)

$$V_a - (V_{a'} - V_{d'}) = (\bar{Z}_{aa} - 2\bar{Z}_{ad} + \bar{Z}_{dd})I_a + (\bar{Z}_{ab} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{bd} - \bar{Z}_{dd})I_b \\ + (\bar{Z}_{ac} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{cd} + \bar{Z}_{dd})I_c$$

$$V_a = (\bar{Z}_{aa} - 2\bar{Z}_{ad} + \bar{Z}_{dd})I_a + (\bar{Z}_{ab} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{bd} - \bar{Z}_{dd})I_b \\ + (\bar{Z}_{ac} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{cd} + \bar{Z}_{dd})I_c$$

$$V_a = Z_{aa}I_a + Z_{ab}I_b = Z_{ac}I_c$$

En forma similar:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad \text{volts/unidad de longitud}$$

UL = unidad de longitud

donde:

$$\left. \begin{aligned} Z_{aa} &= \bar{Z}_{aa} - 2\bar{Z}_{ad} + \bar{Z}_{dd} \\ Z_{bb} &= \bar{Z}_{bb} - 2\bar{Z}_{bd} + \bar{Z}_{dd} \\ Z_{cc} &= \bar{Z}_{cc} - 2\bar{Z}_{cd} + \bar{Z}_{dd} \end{aligned} \right\} \text{ inductancias propias en } \Omega/U$$

$$\left. \begin{aligned} Z_{ab} &= \bar{Z}_{ab} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{bd} + \bar{Z}_{dd} \\ Z_{bc} &= \bar{Z}_{bc} - \bar{Z}_{bd} - \bar{Z}_{cd} + \bar{Z}_{dd} \\ Z_{ac} &= \bar{Z}_{ac} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{cd} + \bar{Z}_{dd} \end{aligned} \right\} \text{ inductancias mutuas en } \Omega/U$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{Z}_{aa} &= r_a + j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{sa}} - 1 \right) \Omega/\text{U.L.} \\ \bar{Z}_{bb} &= r_b + j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{sb}} - 1 \right) \Omega/\text{U.L.} \\ \bar{Z}_{cc} &= r_c + j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{sc}} - 1 \right) \Omega/\text{U.L.} \end{aligned} \right\} \text{Impedancias propias primitivas}$$

$$\left. \begin{aligned} Z_{ab} &= j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{ab}} - 1 \right) \Omega/\text{U.L.} \\ Z_{bc} &= j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{bc}} - 1 \right) \Omega/\text{U.L.} \\ \bar{Z}_{ca} &= j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{ca}} - 1 \right) \Omega/\text{U.L.} \end{aligned} \right\} \text{Impedancias primitivas mutuas de línea a línea}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{Z}_{ad} &= j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{ad}} - 1 \right) \Omega/\text{U.L.} \\ \bar{Z}_{bd} &= j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{bd}} - 1 \right) \Omega/\text{U.L.} \\ \bar{Z}_{cd} &= j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{cd}} - 1 \right) \Omega/\text{U.L.} \end{aligned} \right\} \text{Impedancias primitivas mutuas de línea a tierra}$$

Por simplicidad:

$$D_{ad} = D_{bd} = D_{cd} \quad D_s = D_{sa} = D_{sb} = D_{sc}$$

$$D_{sd} = 1$$

∴

$$Z_{aa} = (r_a + r_d) + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_s} \Omega/\text{U.L.}$$

$$Z_{bb} = r_b + r_d + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_s} \Omega/\text{U.L.}$$

$$Z_{cc} = r_c + r_d + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_s} \Omega/\text{U.L.}$$

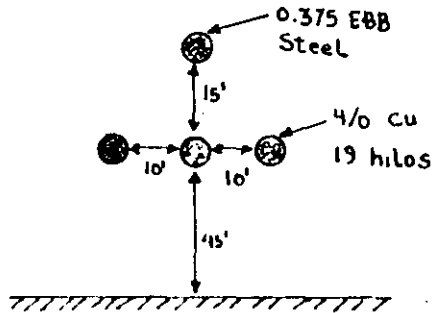
$$Z_{ab} = r_d + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_{ab}} \Omega/\text{U.L.}$$

$$Z_{bc} = r_d + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_{bc}} \Omega/\text{U.L.}$$

$$Z_{ca} = r_d + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_{ca}} \Omega/\text{U.L.}$$

Es importante observar que las impedancias mutuas tienen una componente resistiva debida al retorno común por tierra.

Ejemplo :



69 kV línea

60 Hz

25° C

$\rho = 100 \Omega\text{-metro}$

resistividad del terreno

40 millas de longitud

No considere el hilo de guarda.

De tablas se puede encontrar que las resistencias :

$$r_a = r_b = r_c = 0.278 \Omega/\text{milla}$$

$$D_{sa} = D_{sb} = D_{sc} = 0.01668$$

$$D_e = 2790$$

$$r_d = 0.09528 \Omega/\text{milla}$$

sustituyendo estos valores en :

$$Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = r_a + r_d + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_s}$$

$$Z_{aa} = (0.278 + 0.09528) + j(0.12134) \ln \frac{2790}{0.01668}$$

$$Z_{ab} = r_d = j\omega t \ln \frac{D_e}{D_{ab}}$$

$$= 0.09578 + k(0.12134) \ln \frac{2790}{10} = 0.0952 + j0.6833 \Omega/\text{milla}$$

$$Z_{ac} = 0.09528 + j(0.12134) \ln \frac{2790}{20} = 0.0953 + j0.5992 \Omega/\text{milla}$$

$$Z_{bc} = Z_{ab} \Omega/\text{milla}$$

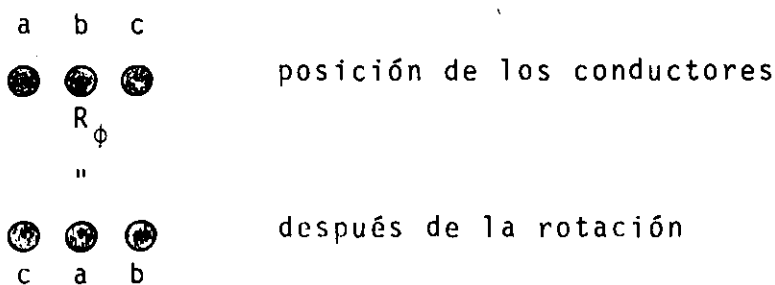
Transposición de líneas de transmisión

Definamos la matriz $R_\phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

para aplicar esta matriz de rotación tiene que cumplirse que los

$$r_a = r_b = r_c \quad D_{sa} = D_{sb} = D_{sc}$$

$$r \quad \quad \quad D_s$$



$$R_\phi^2 = R_\phi^{-1} \quad (R_\phi^{-1})^2 = R_\phi$$

Una rotación en sentido opuesto R_ϕ^{-1} es como rotar dos veces la configuración.

Definamos:

$$\begin{array}{lll} V_a = V_1 & I_a = I_1 & Z_{aa} = Z_{11} \\ V_b = V_2 & I_b = I_2 & Z_{ab} = Z_{12} \\ V_c = V_3 & I_c = I_3 & Z_{ac} = Z_{13} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

$$V_{123} = Z_{123} I_{123}$$

$$R_\phi V_{123} = R_\phi Z_{123} I_{123} \quad \leftarrow \text{ecuaciones iguales}$$

$$R_\phi V_{123} = R_\phi Z_{123} R_\phi^{-1} R_\phi I_{123}$$

$$R_\phi V_{123} = (R_\phi Z_{123} R_\phi^{-1}) R_\phi I_{123}$$

$$\begin{bmatrix} V_3 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \\ Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

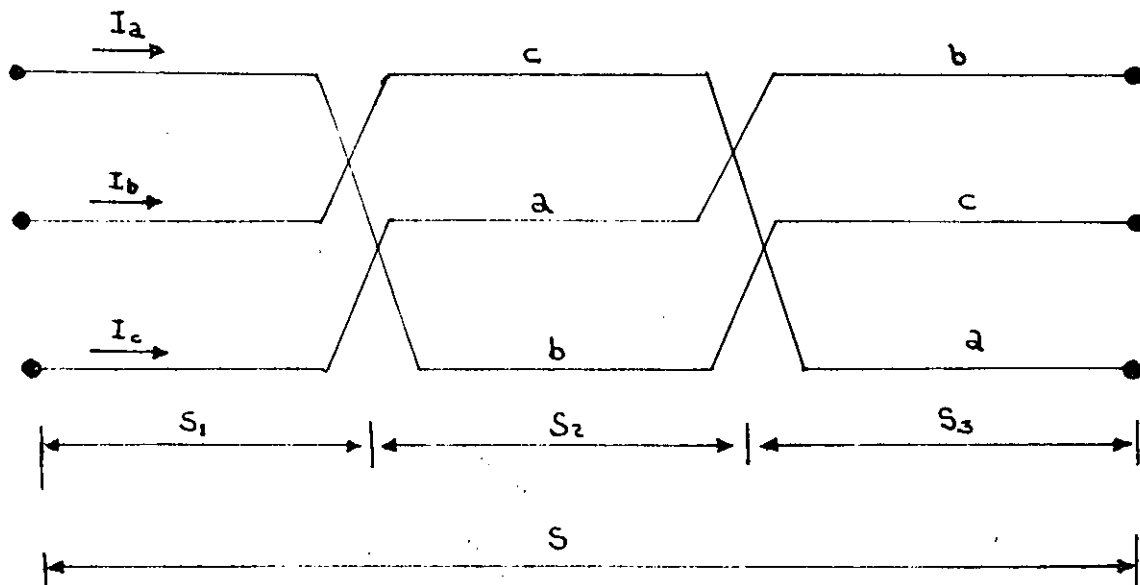
$$\begin{bmatrix} V_3 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{23} & Z_{31} & Z_{32} \\ Z_{13} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{23} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$V_{312} = Z_{312} I_{312}$$

$$R_\phi^{-1} V_{123} = (R_\phi^{-1} Z_{123} R_\phi) R_\phi^{-1} I_{123}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{22} & Z_{23} & Z_{21} \\ Z_{32} & Z_{33} & Z_{31} \\ Z_{12} & Z_{13} & Z_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$$V_{231} = Z_{231} I_{231}$$



Para la sección 1 :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11-1} & Z_{12-1} & Z_{13-1} \\ Z_{21-1} & Z_{22-1} & Z_{23-1} \\ Z_{31-1} & Z_{32-1} & Z_{33-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 = I_a \\ I_2 = I_b \\ I_3 = I_c \end{bmatrix}$$

$$Z_{ij-k} = f_k Z_{ij}$$

$f_k = Sk/s$ longitud de las secciones

$k =$ sección de transposición

$i, j =$ subíndices para cálculo de impedancia respectiva

para la sección 2 : c a b \rightarrow 1 2 3

$$V_{cab} = V_{123} = Z_{123} I_{123} = Z_{123} I_{cab}$$

aplicando R_ϕ^{-1}

$$V_{abc} = Z_{231} I_{abc}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{22-2} & Z_{23-2} & Z_{21-2} \\ Z_{32-2} & Z_{33-2} & Z_{31-2} \\ Z_{12-2} & Z_{13-2} & Z_{11-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

para la sección 3 : b c a \rightarrow 1 2 3

$$V_{bca} = V_{123} = Z_{123} I_{123} = Z_{123} I_{bca}$$

transformando con R_ϕ :

$$V_{abc} = \phi Z_{312} I_{abc}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{33-3} & Z_{31-3} & Z_{32-3} \\ Z_{13-3} & Z_{11-3} & Z_{13-3} \\ Z_{23-3} & Z_{21-3} & Z_{22-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Para obtener el voltaje total:

$$\begin{bmatrix} \Sigma V_a \\ \Sigma V_b \\ \Sigma V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11-1}+Z_{22-2}+Z_{33-3} & Z_{12-1}+Z_{23-2}+Z_{31-3} & Z_{13-1}+Z_{21-2}+Z_{32-3} \\ Z_{21-1}+Z_{32-2}+Z_{13-3} & Z_{22-1}+Z_{33-2}+Z_{11-3} & Z_{23-1}+Z_{31-2}+Z_{12-3} \\ Z_{31-1}+Z_{12-2}+Z_{23-3} & Z_{32-1}+Z_{13-2}+Z_{21-3} & Z_{33-1}+Z_{11-2}+Z_{22-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma V_a \\ \Sigma V_b \\ \Sigma V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 Z_{11}+f_2 Z_{22}+f_3 Z_{33} & f_1 Z_{12}+f_2 Z_{23}+f_3 Z_{31} & f_1 Z_{13}+f_2 Z_{21}+f_3 Z_{32} \\ f_1 Z_{21}+f_2 Z_{32}+f_3 Z_{13} & f_1 Z_{22}+f_2 Z_{33}+f_3 Z_{11} & f_1 Z_{23}+f_2 Z_{31}+f_3 Z_{12} \\ f_1 Z_{31}+f_2 Z_{12}+f_3 Z_{23} & f_1 Z_{32}+f_2 Z_{13}+f_3 Z_{21} & f_1 Z_{33}+f_2 Z_{11}+f_3 Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$\Sigma V_{abc} = (f_1 Z_{123}+f_2 Z_{231}+f_3 Z_{312}) I_{abc}$$

$$Z_{ij} = (r_a + r_d) S + jwks \ln \frac{D}{D_s} \quad \Omega, \quad i=j$$

$$= r_{ds} + jwks \ln \frac{D}{D_s} \quad i \neq j$$

para conductores idénticos:

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{33} \hat{=} Z_s$$

$$\text{y si } Z_{ij} = Z_{ji}$$

\Rightarrow

$$Z_{k_1} = f_1 Z_{12} + f_2 Z_{23} + f_3 Z_{13}$$

$$Z_{k_2} = f_2 Z_{13} + f_2 Z_{12} + f_3 Z_{23}$$

$$Z_{k_3} = f_1 Z_{23} + f_2 Z_{13} + f_3 Z_{12}$$

y

$$\begin{bmatrix} \Sigma V_a \\ \Sigma V_b \\ \Sigma V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_{k_1} & Z_{k_2} \\ Z_{k_1} & Z_s & Z_{k_3} \\ Z_{k_2} & Z_{k_3} & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$Z_{k1} = r_{ds} + jwks \left(f_1 \ln \frac{D_e}{D_{12}} + f_2 \ln \frac{D_e}{D_{23}} + f_3 \ln \frac{D_e}{D_{13}} \right)$$

$$Z_{k2} = r_{ds} + jwks \left(f_1 \ln \frac{D_e}{D_{13}} + f_2 \ln \frac{D_e}{D_{12}} + f_3 \ln \frac{D_e}{D_{23}} \right)$$

$$Z_{k3} = r_{ds} + jwks \left(f_1 \ln \frac{D_e}{D_{23}} + f_2 \ln \frac{D_e}{D_{13}} + f_3 \ln \frac{D_e}{D_{12}} \right)$$

Si tenemos corrientes balanceadas, como en el caso de la secuencia positiva y negativa, la impedancia de tierra desaparece ya que $I_d=0$. La impedancia de tierra es muy importante cuando se tiene corriente de secuencia 0.

$$Z_{s0} = Z_s = (r_a + r_d)s + jwks \ln \frac{D_e}{D_s} \Omega$$

$$Z_{s1} = Z_{s2} = 0$$

$$Z_{m0} = r_d + jwks \ln \frac{D_e}{D_{eq}}$$

$$Z_{m1} = jwks \left| \frac{(f_3 + af_2 + a^2 f_1)}{3} \ln \frac{D_e}{D_{12}} + \frac{f_1 + af_3 + a^2 f_2}{3} \ln \frac{D_e}{D_{23}} \right. \\ \left. + \frac{f_2 + af_1 + a^2 f_3}{3} \ln \frac{D_e}{D_{13}} \right| \Omega$$

$$Z_{m2} = jwks \left| \frac{f_3 + a^2 f_2 + af_1}{3} \ln \frac{D_e}{D_{12}} + \frac{f_2 + a^2 f_3 + af_2}{3} \ln \frac{D_e}{D_{23}} \right. \\ \left. + \frac{f_2 + a^2 f_2 + af_3}{3} \ln \frac{D_e}{D_{13}} \right|$$

$$D_{eq} = (d_{12} d_{23} d_{13})^{1/3}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s + 2Z_{m0} & -Z_{m2} & -Z_{m1} \\ -Z_{m1} & (Z_s - Z_{m0}) & 2Z_{m2} \\ -Z_{m2} & 2Z_{m1} & (Z_s - Z_{m0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

$$Z_o = Z_s + 2Z_{m_o} = s[(r_a + 3r_d) + jwk \ln \frac{D}{D_s} \frac{e}{D_{eq}^2}] \Omega$$

$$Z_i = Z_p = Z_s - Z_{m_o} = s(r_a + jwk \ln \frac{D}{D_s} \frac{e}{D_{eq}}) \Omega$$

Cálculo de impedancias de secuencia con R_{012}

Definamos:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^{n-1} & a^{n-2} \\ 1 & a^{n-2} & a^{n-4} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma V_{012} = A^{-1} \Sigma V_{abc} = sA^{-1} (f_1 Z_{123} + f_2 Z_{231} + f_3 Z_{312}) I_{abc}$$

$$\Sigma V_{012} = sA^{-1} (f_1 Z_{123} + f_2 R_\phi^{-1} Z_{123} R_\phi + f_3 R_\phi Z_{123} R_\phi^{-1}) A A^{-1} I_{abc}$$

$$= s[f_1 A^{-1} Z_{123} A + f_2 (A^{-1} R_\phi^{-1} A)(A^{-1} Z_{123} A)(A^{-1} R_\phi A)$$

$$+ f_3 (A^{-1} R_\phi A)(A^{-1} Z_{123} A)(A^{-1} R_\phi^{-1} A)] I_{012}$$

definamos:

$$R_{012} = A^{-1} R_\phi A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a^2 \end{bmatrix}$$

$$R_{012}^{-1} = A^{-1} R_\phi^{-1} A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & a^{-2} \end{bmatrix}$$

Para la 1a. sección:

$$\boxed{Z_{012} = A^{-1} Z_{123} A}$$

1a. sección

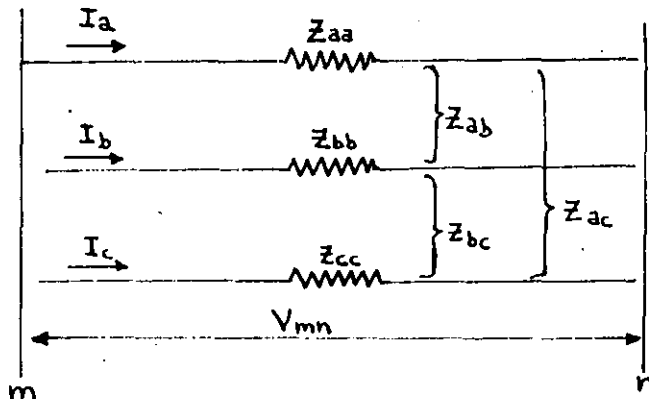
$$\boxed{\Sigma V_{012} = s(f_1 Z_{012} + f_2 R_{012}^{-1} Z_{012} R_{012} + f_3 R_{012} Z_{012} R_{012}^{-1}) I_{012}}$$

$$R_{012}^2 = R_{012}^{-1} \quad (R_{012}^{-1})^2 = R_{012}$$

$$R_{012} Z_{012} R_{012}^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{00} & a^2 Z_{01} & a Z_{02} \\ a Z_{10} & Z_{11} & a^2 Z_{12} \\ a^2 Z_{20} & a Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

$$R_{012}^{-1} Z_{012} R_{012} = \begin{bmatrix} Z_{00} & a Z_{01} & a^2 Z_{02} \\ a^2 Z_{10} & Z_{11} & a Z_{12} \\ a Z_{20} & a^2 Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

Recordando de componentes simétricas:



$$V_{mn} = \begin{bmatrix} V_{mn-a} \\ V_{mn-b} \\ V_{mn-c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$A V_{mn-012} = Z A I_{012}$$

$$V_{mn-012} = A^{-1} Z A I_{012}$$

$$V_{mn012} = Z_{mn012} I_{012}$$

$$Z_{mn-012} = A^{-1} Z A$$

$$Z_{mn-012} = \begin{bmatrix} Z_{s_0} + 2Z_{m_0} & Z_{s_2} - Z_{m_2} & Z_{s_1} - Z_{m_1} \\ Z_{s_1} - Z_{m_1} & Z_{s_0} - Z_{m_0} & Z_{s_2} + 2Z_{m_1} \\ Z_{s_2} - Z_{m_1} & Z_{s_1} + 2Z_{m_1} & Z_{s_0} - Z_{m_0} \end{bmatrix}$$

$$Z_{s_0} = 1/3 (Z_{aa} + Z_{bb} + Z_{cc})$$

$$Z_{s_1} = 1/3 (Z_{aa} + aZ_{bb} + a^2Z_{cc})$$

$$Z_{s_2} = 1/3 (Z_{aa} + a^2Z_{bb} + aZ_{cc})$$

$$Z_{m_0} = 1/3 (Z_{bc} + Z_{ca} + Z_{ab})$$

$$Z_{m_1} = 1/3 (Z_{bc} + aZ_{ca} + a^2Z_{ab})$$

$$Z_{m_2} = 1/3 (Z_{bc} + a^2Z_{ca} + aZ_{ab})$$

$$r_a = r_b = r_c = r \quad D_{sa} = D_{sb} = D_{sc} = D_s$$

$$Z_{m_0} = 1/3 (Z_{bc} + Z_{ca} + Z_{ab})$$

$$= 1/3 (3r_d + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_{bc}} + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_{ca}} + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_{ab}})$$

$$= 1/3 (3r_d + 3j\omega k \ln \frac{D_e}{D_{eq}})$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{bc} D_{ca} D_{ab}}$$

$$= r_d + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_{eq}}$$

similarmente para :

$$Z_{m_1} = 1/3 (Z_{bc} + aZ_{ca} + a^2Z_{ab})$$

$$Z_{m_2} = 1/3 (Z_{bc} + a^2Z_{ca} + aZ_{ab})$$

$$Z_{m_1} = \frac{j\omega k}{3} (\ln \frac{D_e}{D_{23}} + a \ln \frac{D_e}{D_{13}} + a^2 \ln \frac{D_e}{D_{12}}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{m_2} = \frac{j\omega k}{3} (\ln \frac{D_e}{D_{23}} + a^2 \ln \frac{D_e}{D_{13}} + a \ln \frac{D_e}{D_{12}}) \Omega/U.L.$$

Los elementos de Z_{012} :

$$Z_{00} = r_a + 3r_d + j\omega k l n \frac{D_e^3}{D_s D_{eq}^2} \Omega/U.L.$$

$$Z_{S_1} = Z_{S_2} = 0$$

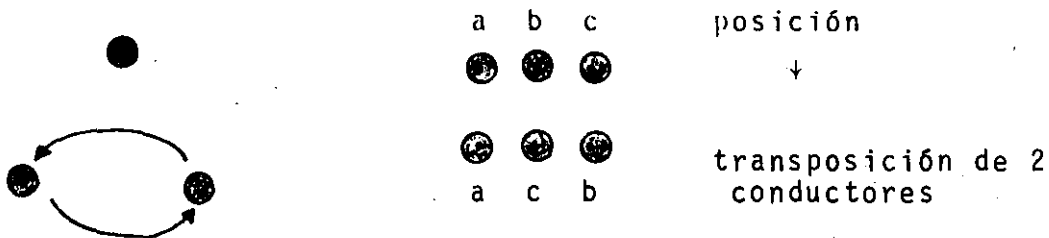
$$Z_{01} = Z_{m_2} = Z_{20} \quad Z_{02} = -Z_{m_1} = Z_{10}$$

$$Z_{11} = Z_{22} = r_a + j\omega k l n \frac{D_{eq}}{D_s}$$

$$Z_{12} = +2 Z_{m_2}, Z_{21} = 2Z_{m_1}$$

$$Z_{S_0} = r_a + r_d + j\omega l n \frac{D_e}{D_s} \Omega/U.L.$$

Transposición de 2 conductores en una línea trifásica.



Definamos

$$T_{\phi_{23}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_{\phi_{23}} I_{abc} = I_{abc}$$

$$T_{\phi_{12}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

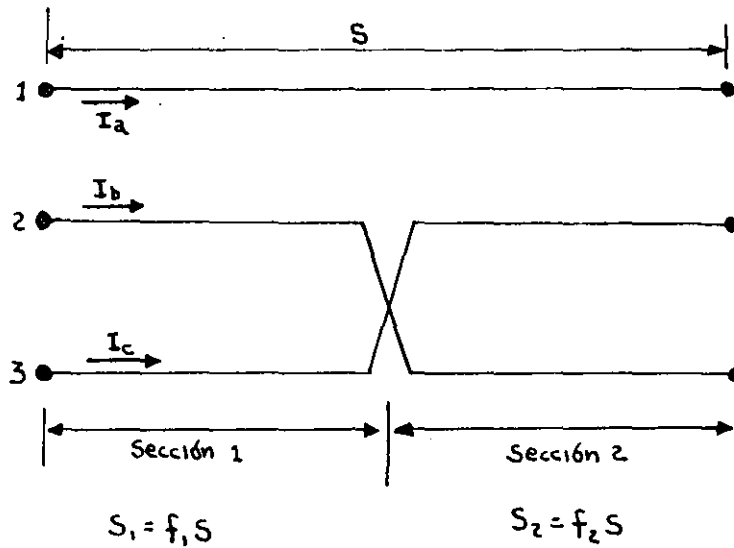
$$T_{\phi_{13}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{\phi_{12}}^2 = \Gamma_{\phi_{23}}^2 = \Gamma_{\phi_{13}}^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = U$$

$$\Gamma_{\phi_{23}} = \Gamma_{\phi_{23}}^{-1}$$

$$\Gamma_{\phi_{12}} = \Gamma_{\phi_{12}}^{-1}$$

$$\Gamma_{\phi_{13}} = \Gamma_{\phi_{13}}^{-1}$$



Sección 1 :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = f_1 \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 = I_a \\ I_2 = I_b \\ I_3 = I_c \end{bmatrix}$$

Sección 2 :

$$V_{acb} = V_{123} = f_2 Z_{123} I_{acb}$$

transformando con $T_{\phi_{23}}$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = f_2 \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{13} & Z_{12} \\ Z_{31} & Z_{33} & Z_{32} \\ Z_{21} & Z_{23} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma V_a \\ \Sigma V_b \\ \Sigma V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & f_1 Z_{12} + f_2 Z_{13} & f_1 Z_{13} + f_2 Z_{12} \\ (f_1 Z_{12} + f_2 Z_{13}) & f_1 Z_{22} + f_2 Z_{33} & Z_{23} \\ (f_1 Z_{13} + f_2 Z_{12}) & Z_{23} & f_1 Z_{33} + f_2 Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

En una línea completamente transpuesta :

$$Z_{m_1} = Z_{m_2} = 0$$

$$f_1 = f_2 = f_3 = 1/3$$

$$\begin{bmatrix} V_{a_0} \\ V_{a_1} \\ V_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_1 \end{bmatrix}$$

$$Z_0 = (r_a + 3r_d) + j\omega l n \frac{D e^3}{D_s D_{eq}^2}$$

$$Z_1 = r_a + j\omega l n \frac{D_{eq}}{D_s} = Z_{\Omega} \Omega / U.L.$$

Circuito desbalanceado debido a transposición incompleta.

Partiendo de la ecuación general en la que las inductancias pro

pias de los conductores son las mismas

$$\begin{bmatrix} \Sigma V_a \\ \Sigma V_b \\ \Sigma V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_{k_1} & Z_{k_2} \\ Z_{k_1} & Z_s & Z_{k_3} \\ Z_{k_2} & Z_{k_3} & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$Z_s = (r_a + r_d) + jwk \ln \frac{D_e}{D_s} \Omega/U.L.$$

y

$$\begin{bmatrix} Z_{k_1} \\ Z_{k_2} \\ Z_{k_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_d \\ r_d \\ r_d \end{bmatrix} + jwk \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \\ f_2 & f_3 & f_1 \\ f_3 & f_1 & f_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln \frac{D_e}{D_{12}} \\ \ln \frac{D_e}{D_{23}} \\ \ln \frac{D_e}{D_{13}} \end{bmatrix}$$

Transformando la ecuación de voltajes a valores de secuencia:

$$V_{012} = Z_{012} I_{012} \Omega/U.L.$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

$$Z_{s_0} = Z_s$$

$$Z_{s_1} = Z_{s_2} = 0$$

$$Z_{m_1} = 1/3(a^2 Z_{k_1} + a Z_{k_2} + Z_{k_3}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{m_0} = 1/3(Z_{k_1} + Z_{k_2} + Z_{k_3}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{m_2} = 1/3(aZ_{k_1} + a^2Z_{k_2} + Z_{k_3}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{00} = Z_S + 2/3(Z_{k_1} + Z_{k_2} + Z_{k_3}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_S - 1/3(Z_{k_1} + Z_{k_2} + Z_{k_3})$$

$$Z_{01} = Z_{10} = -1/3(aZ_{k_1} + a^2Z_{k_2} + Z_{k_3}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{02} = Z_{10} = -1/3(a^2Z_{k_1} + aZ_{k_2} + Z_{k_3})$$

$$Z_{12} = -2Z_{01} \Omega/U.L.$$

$$Z_{21} = -2Z_{02} \Omega/U.L.$$

La cantidad de desbalance se determina de la corriente desbalanceada fluyendo cuando se tienen voltajes balanceados \therefore pasando a corriente:

$$I_{012} = y_{012} V_{012} \text{ A}$$

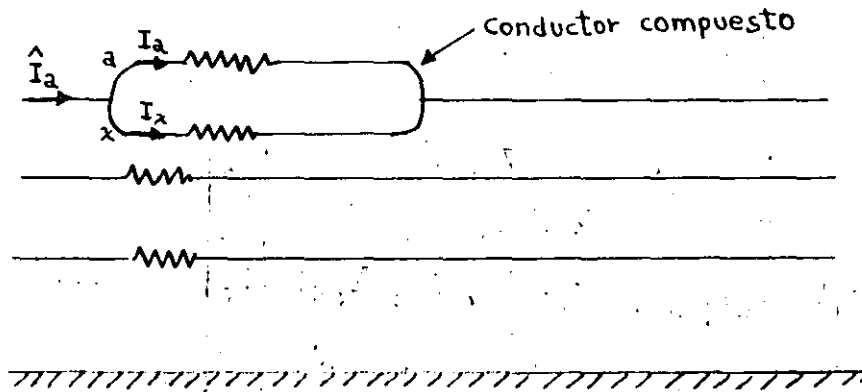
$$y_{012} = Z_{012}^{-1} = \frac{1}{\det Z_{012}} \begin{bmatrix} Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12} & -Z_{02}Z_{21} - Z_{01}Z_{22} & Z_{01}Z_{12} - Z_{11}Z_{02} \\ Z_{20}Z_{12} - Z_{10}Z_{22} & Z_{00}Z_{22} - Z_{20}Z_{02} & Z_{10}Z_{02} - Z_{00}Z_{12} \\ Z_{10}Z_{21} - Z_{20}Z_{11} & Z_{20}Z_{01} - Z_{00}Z_{21} & Z_{00}Z_{11} - Z_{10}Z_{01} \end{bmatrix}$$

$$y_{01} = \begin{bmatrix} y_{00} & y_{01} & y_{02} \\ y_{10} & y_{11} & y_{12} \\ y_{20} & y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \text{ mho/U.L.}$$

El desbalance es medido solamente con voltaje de secuencia + \therefore

$$\begin{bmatrix} I_{a_0} \\ I_{a_1} \\ I_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{00} & y_{01} & y_{02} \\ y_{10} & y_{11} & y_{12} \\ y_{20} & y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ V_{a_1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{01} \\ y_{11} \\ y_{21} \end{bmatrix} V_{a_1}$$

definiendo los desbalances por unidad:



$$V_x - V_a = 0$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ax} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bx} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cx} \\ Z_{xa} - Z_{aa} & (Z_{xb} - Z_{ab}) & (Z_{xc} - Z_{ac}) & (Z_{xx} - Z_{ax}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_x \end{bmatrix}$$

Ahora: $\hat{I}_a = I_a + I_x$

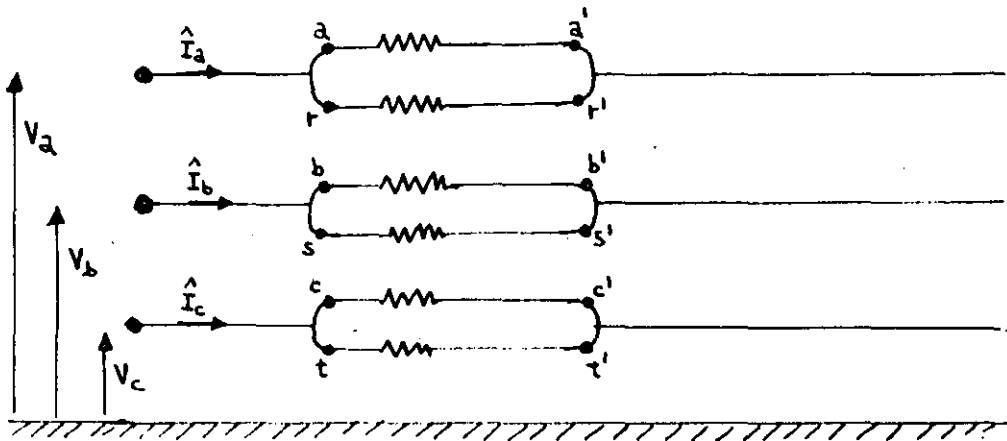
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ax} - Z_{aa} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bx} - Z_{ba} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cx} - Z_{ca} \\ \hline Z_{xa} - Z_{aa} & Z_{xb} - Z_{ab} & Z_{xc} - Z_{ac} & \hat{Z}_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a + I_x \\ I_b \\ I_c \\ I_x \end{bmatrix}$$

$$\hat{Z}_{xx} = Z_{xx} - Z_{ax} - Z_{xa} + Z_{aa}$$

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & Z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{abc} \\ I_x \end{bmatrix}$$

$$V_{abc} = (Z_1 - Z_2 Z_4^{-1} Z_3) \hat{I}_{abc}$$

Extendiendo esta idea a :



$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_r \\ V_s \\ V_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ar} & Z_{as} & Z_{at} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{br} & Z_{bs} & Z_{bt} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cr} & Z_{cs} & Z_{ct} \\ Z_{ra} & Z_{rb} & Z_{rc} & Z_{rr} & Z_{rs} & Z_{rt} \\ Z_{sa} & Z_{sb} & Z_{sc} & Z_{sr} & Z_{ss} & Z_{st} \\ Z_{ta} & Z_{tb} & Z_{tc} & Z_{tr} & Z_{ts} & Z_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_r \\ I_s \\ I_t \end{bmatrix}$$

$$V_r - V_a = 0 \quad V_s - V_b = 0 \quad V_t - V_c = 0$$

$$\hat{I}_a = I_a + I_r \quad \hat{I}_b = I_b + I_s \quad \hat{I}_c = I_c + I_t$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & | & Z_{ar} - Z_{aa} & Z_{as} - Z_{ab} & Z_{at} - Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & | & Z_{br} - Z_{ba} & Z_{bs} - Z_{bb} & Z_{bt} - Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & | & Z_{cr} - Z_{ca} & Z_{cs} - Z_{cb} & Z_{ct} - Z_{cc} \\ \hline Z_{ra} - Z_{aa} & Z_{rb} - Z_{ab} & Z_{rc} - Z_{ac} & | & Z_{rr} & Z_{rs} & Z_{rt} \\ Z_{sa} - Z_{ba} & Z_{sb} - Z_{bb} & Z_{sc} - Z_{bc} & | & Z_{sr} & Z_{ss} & Z_{st} \\ Z_{ta} - Z_{ca} & Z_{tb} - Z_{cb} & Z_{tc} - Z_{cc} & | & Z_{tr} & Z_{ts} & Z_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ I_c \\ I_r \\ I_s \\ I_t \end{bmatrix}$$

$$\hat{Z}_{pq} = Z_{pq} - Z_{iq} - Z_{ph} + Z_{ih}$$

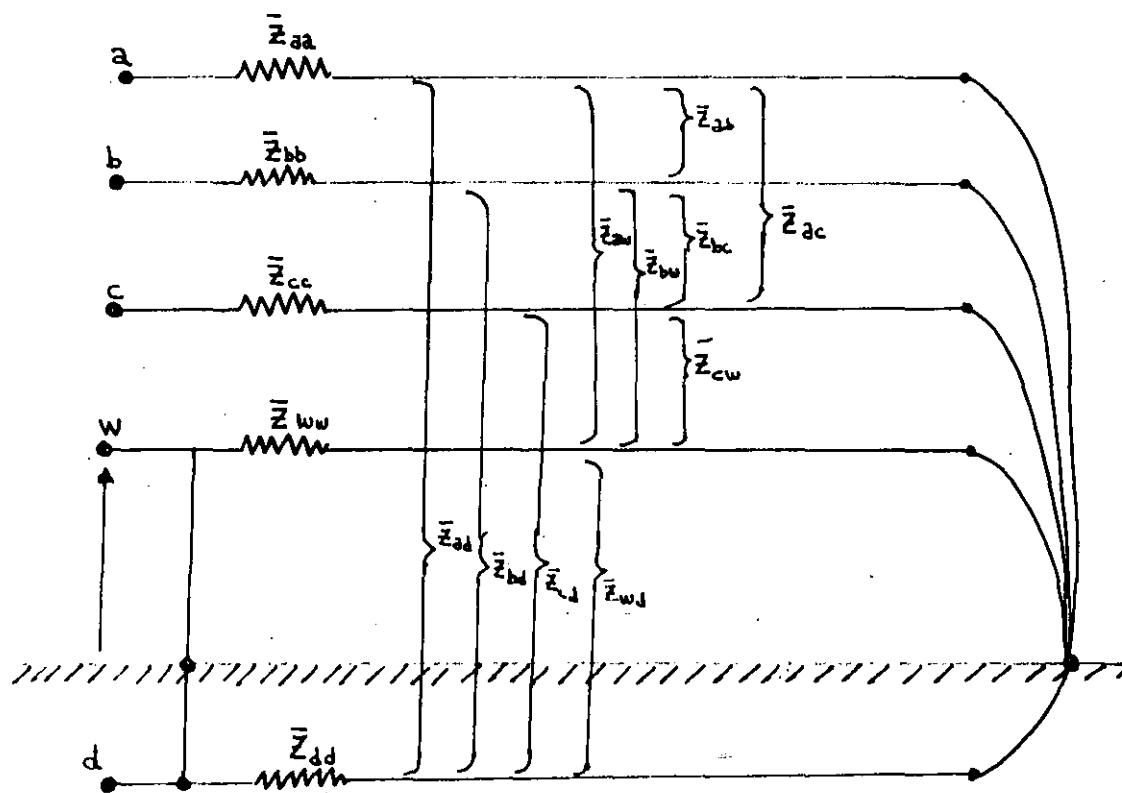
$$i, h = a, b, c.$$

$$p, q = r, s, t$$

$$Z_{\text{nueva}} = Z_1 - Z_2 Z_4^{-1} Z_3$$

$$Z_{012} = A^{-1} Z_{\text{nueva}} A \quad \Omega/U.L.$$

Impedancia de "secuencia para líneas con hilo de guarda.



$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \\ V_{ww'} \\ V_{dd'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ 0 - V_{w'} \\ 0 - V_{d'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} & \bar{Z}_{aw} & \bar{Z}_{ad} \\ \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} & \bar{Z}_{bw} & \bar{Z}_{bd} \\ \bar{Z}_{ca} & \bar{Z}_{cb} & \bar{Z}_{cc} & \bar{Z}_{cw} & \bar{Z}_{cd} \\ \bar{Z}_{wa} & \bar{Z}_{wb} & \bar{Z}_{wc} & \bar{Z}_{ww} & \bar{Z}_{wd} \\ \bar{Z}_{da} & \bar{Z}_{db} & \bar{Z}_{dc} & \bar{Z}_{dw} & \bar{Z}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_w \\ I_d \end{bmatrix}$$

$$I_d = - (I_a + I_b + I_c + I_w)$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_w=0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & | & Z_{aw} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & | & Z_{bw} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & | & Z_{cw} \\ Z_{wa} & Z_{wb} & Z_{wc} & | & Z_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_w \end{bmatrix}$$

$$Z_{pq} = \bar{Z}_{pq} - \bar{Z}_{pd} - \bar{Z}_{dq} + \bar{Z}_{dd}$$

$$p, q = a, b, c, w$$

$$\begin{aligned} Z_{pq} &= r_a + r_d + j\omega k l n \frac{D}{D_{pq}} \quad \begin{matrix} p = q \\ p \neq q \end{matrix} \quad \Omega/U.L. \\ &= r_o + j\omega k l n \frac{D}{D_{pq}} \end{aligned}$$

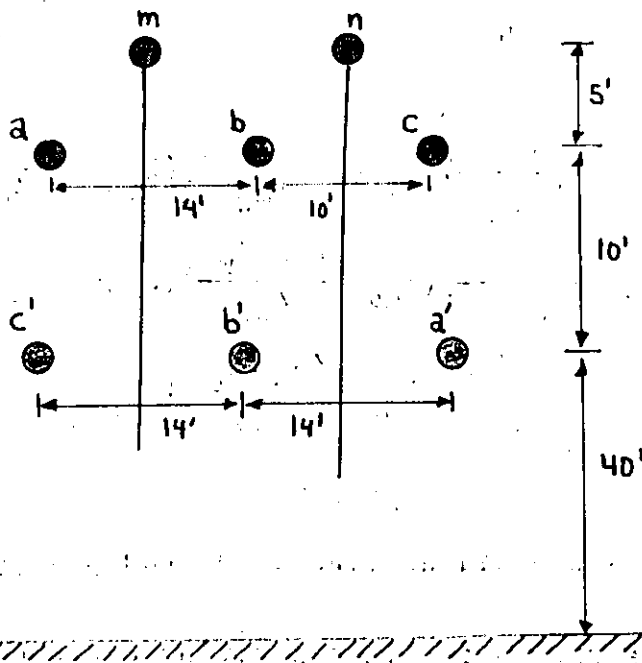
$$V_w = 0$$

$$\begin{aligned} V_{abc} &= (Z_1 - Z_2 \ Z_4^{-1} \ Z_3) I_{abc} \\ &= \hat{Z}_{abc} I_{abc} \end{aligned}$$

$$\hat{Z}_{abc} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{aw} \\ Z_{bw} \\ Z_{cw} \end{bmatrix} \left[\frac{1}{Z_{ww}} \right] [Z_{wa} \ Z_{wb} \ Z_{wc}]$$

NOTA: Una línea de transmisión es pasiva ∴ la capacitancia es la misma para la secuencia positiva y negativa pues los parámetros no cambian con el cambio de secuencia del voltaje aplicado.

Ejemplo :



$$D'_S = (D'_{S1} D'_{S2} D'_{S3})^{1/3}$$

$$D'_{S1} = (r_a D_{aa'} r_{a'} D_{a'a})^{1/4}$$

$$D'_{S2} = (r_b D_{bb'} r_{b'} D_{b'b})^{1/4}$$

$$D'_{S3} = (r_c D_{cc'} r_{c'} D_{c'c})^{1/4}$$

$$D_{aa'} = D_{cc'}$$

$$D'_S = (r^{3/2} D_{aa'} D_{ab}^{1/2})^{1/3} = r^{1/2} D_{aa'}^{1/3} D_{bb}^{1/6}$$

$$D_m = (\bar{D}_{ab} \bar{D}_{bc} \bar{D}_{ca})^{1/3}$$

$$\bar{D}_{ab} = (D_{ab} D_{ab'} D_{a'b} D_{a'b'})^{1/4}$$

$$\bar{D}_{bc} = (D_{bc} D_{bc'} D_{b'c} D_{b'c'})^{1/4}$$

$$\bar{D}_{ca} = (D_{ca} D_{ca'} D_{c'a} D_{c'a'})^{1/4}$$

$$D_{ab} = D_{a'b'} = D_{b'c'}$$

$$D_{ab'} = D_{b'c} = D_{a'b}$$

$$D_{c'a} = D_{ca'}$$

$$D_m = (D_{ab} D_{ab'})^{1/4} (D_{bc} D_{bc'} D_{ca} D_{c'a'})^{1/12} (D_{ca})^{1/6}$$

$$D_{aa'} = 27.8 \quad D_{bb'} = 10.2 = D_{ca'}$$

$$D_{ab} = 14 \quad D_{ab'} = 15.65$$

$$D_{bc} = 10 \quad D_{bc'} = 18.9$$

$$D_{ca} = 24 \quad D_{c'a'} = 28$$

$$r = 0.0357 \text{ del conductor}$$

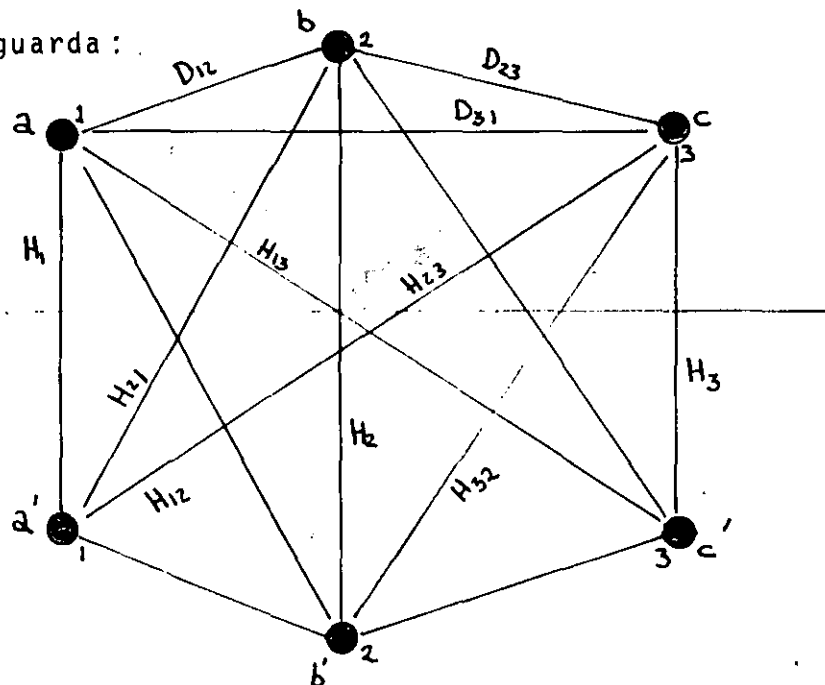
$$D'_s = 0.843, D_m = 15.086$$

$$C_n = \frac{89.5}{\ln(15.086/0.843)} = 31.03 \text{ n F/mi}$$

$$b_c = \text{suceptancia} = 2\pi 60 C_n = 11.70 \text{ } \mu\text{mho/mi/fase}$$

Capacitancia de secuencia zero de líneas transpuestas.

- sin hilos de guarda:



$$\begin{aligned}
 V_{a0} &= \frac{1}{2} V_{aa} = \frac{1}{2} \int_{D_1}^{D_2} \frac{q_i}{2\pi\epsilon x} dx = \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln \frac{D_2}{D_1} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon} (q_{a0} \ln \frac{H_1}{r_a} + q_{b0} \ln \frac{H_{12}}{D_{12}} + q_{c0} \ln \frac{H_{31}}{D_{31}} \\
 &\quad - q_{a0} \ln \frac{r_a}{H_1} - q_{b0} \ln \frac{D_{12}}{H_{12}} - q_{c0} \ln \frac{D_{31}}{H_{31}})
 \end{aligned}$$

$$V_{a0} = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_a \ln \frac{H_1}{r_a} + q_{b0} \ln \frac{H_{12}}{D_{12}} + q_{c0} \ln \frac{H_{31}}{D_{31}}) V$$

similarmente:

$$V_{b0} = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_{a0} \ln \frac{H_{12}}{D_{12}} + q_{b0} \ln \frac{H_2}{r_b} + q_{c0} \ln \frac{H_{32}}{D_{32}})$$

$$V_{c0} = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_{a0} \ln \frac{H_{13}}{D_{13}} + q_{b0} \ln \frac{H_{23}}{D_{23}} + q_{c0} \ln \frac{H_3}{r_c})$$

por definición: $V_{a0} = V_{b0} = V_{c0}$ y

$$\therefore q_{a0} \neq q_{b0} \neq q_{c0}$$

pero para configuraciones usuales:

$$q_{a0} \approx q_{b0} \approx q_{c0} \quad y \quad \therefore$$

$$aV \quad V_{a0} \approx \frac{V_{a0} + V_{b0} + V_{c0}}{3}$$

$$V_{a0} = \frac{3q_{a0}}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{H_1 H_2 H_3 (H_{12} H_{23} H_{31})^2}{r_a r_b r_c (D_{12} D_{23} D_{31})^2} \right]^{1/9} V$$

\therefore

$$V_{a0} = \frac{3q_{a0}}{2\pi\epsilon} \ln \frac{H_{aa}}{D_{aa}}$$

H_{aa} = D.M.G. entre los tres conductores y sus imágenes

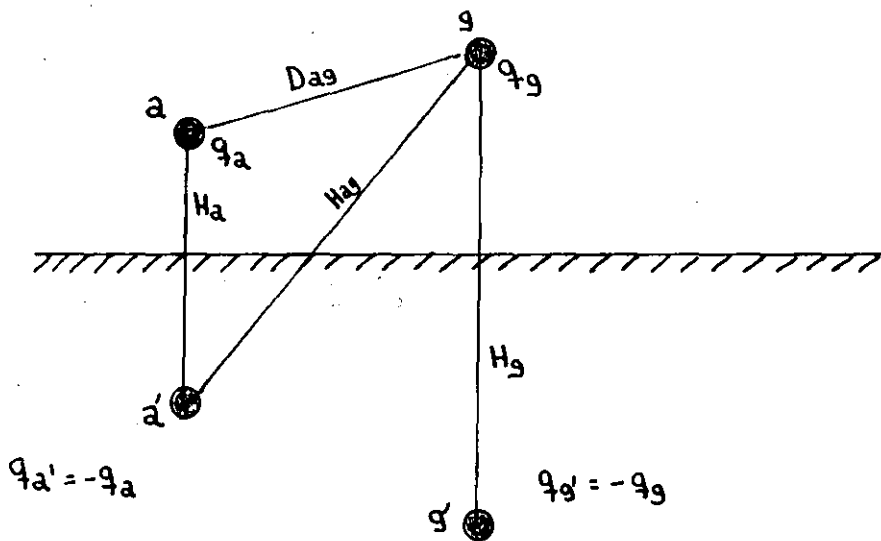
D_{aa} = radio medio geométrico propio

$$C_c = \frac{q_{ac}}{V_{a0}} = \frac{2 \pi \epsilon}{3 \ln(H_{aa}/D_{aa})} \text{ f/mV/fase}$$

$$\frac{1/3 k'}{\ln(H_{aa}/D_{aa})}$$

b_{c0} tiene valores de 2.5-3.5 $\mu\text{mho/milla}$ para circuito sen cillo 60 Hz.

Con hilos de guarda:



En forma similar al caso anterior:

$$V_a = \frac{1}{2} V_{aa'} = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_a \ln \frac{H_a}{r_a} + q_g \ln \frac{H_{ag}}{D_{ag}})$$

$$V_g = 0 = \frac{1}{2} V_{gg'} = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_a \ln \frac{H_{ag}}{D_{ag}} + q_g \ln \frac{H_g}{r_g})$$

$$\Rightarrow q_a = \frac{2\pi\epsilon V_a \ln(H_g/r_g)}{\ln \frac{H_a}{r_a} \ln \frac{H_g}{r_g} - (\ln \frac{H_{ag}}{D_{ag}})^2}$$

ahora si el conductor "a" es el compuesto de las tres fases y "g" el compuesto de todos los hilos de guarda:

$$q_{a0} = 1/3 q_a$$

$$V_{a0} = V_{b0} = V_{c0}$$

$$V_{a0} = V_{ca}$$

$$C_o = \frac{1/3k' \ln(H_{gg}/D_{gg})}{n \frac{H_{aa}}{D_{aa}} \ln \frac{H_{gg}}{r_g} - \ln\left(\frac{H_{ag}}{D_{ag}}\right)^2}$$

D_{aa} = radio medio geométrico propio de fases

D_{gg} = radio medio geométrico propio de hilos de guarda

D_{ag} = D.M.G. entre fases e hilos de guarda

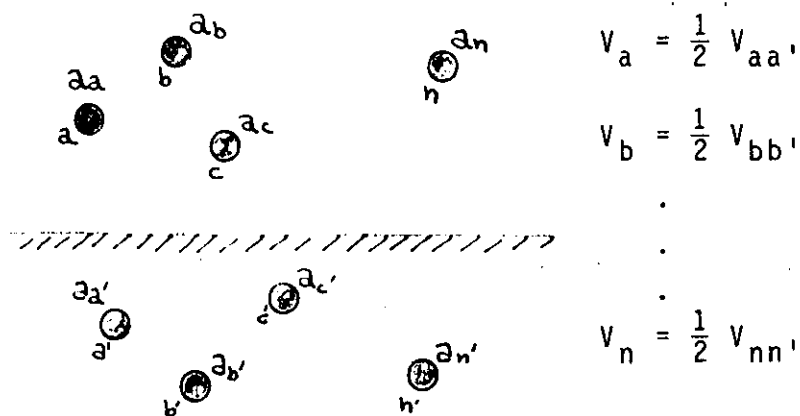
H_{aa} = D.M.G. entre bases y sus imágenes

H_{gg} = D.M.G. entre hilo de guarda y sus imágenes

H_{ag} = D.M.G. entre fases e imágenes de hilo de guarda

Capacitancia mutua de líneas de transmisión. De las ecuaciones iniciales de capacitancia

$$V_{12} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \frac{D_{a2}}{D_{a1}} + q_b \ln \frac{D_{b2}}{D_{b1}} + \dots + q_n \ln \frac{D_{n2}}{D_{n1}} \right. \\ \left. - q_a \ln \frac{H_{a2}}{H_{a1}} - q_b \ln \frac{H_{b2}}{H_{b1}} - \dots - q_n \ln \frac{H_{n2}}{H_{n1}} \right) V$$



$$V_a = \frac{1}{2} V_{aa'}$$

$$V_b = \frac{1}{2} V_{bb'}$$

$$V_n = \frac{1}{2} V_{nn'}$$

$$V_a = \frac{1}{2} V_{aa'} = \frac{1}{4\pi\epsilon} q_a \ln \frac{H_a}{r_a} + q_b \ln \frac{H_{ab}}{D_{ab}} + \dots + q_n \ln \frac{H_{an}}{D_{an}} \\ - q_a \ln \frac{r_a}{H_a} - q_b \ln \frac{D_{ab}}{H_{ab}} - \dots - q_n \ln \frac{D_{an}}{H_{an}}$$

$$V_a = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_a \ln \frac{H_a}{r_a} + q_b \ln \frac{H_{ab}}{D_{ab}} + \dots + q_n \ln \frac{H_{bn}}{D_{bn}}) V$$

$$V_b = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_a \ln \frac{H_{ab}}{D_{ab}} + q_b \ln \frac{H_b}{r_b} + \dots + q_n \ln \frac{H_{bn}}{D_{bn}}) V$$

$$V_n = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_a \ln \frac{H_{an}}{D_{an}} + q_b \ln \frac{H_{bn}}{D_{bn}} + \dots + q_n \ln \frac{H_n}{r_n}) V$$

$$V = p q$$

$$p_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{H_j}{r_j}, \quad i=j \\ = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{H_{ij}}{D_{ij}}, \quad i \neq j$$

ej: si

$$q = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}$$

q_a presente únicamente

$$\Rightarrow V = pq$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{aa} \\ P_{ba} \\ \vdots \\ P_{na} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} \ln \frac{H_a}{r_a} \\ \ln \frac{H_{ab}}{D_{ab}} \\ \vdots \\ \ln \frac{H_{an}}{D_{an}} \end{bmatrix}$$

En forma fasorial:

$$Q = C v$$

$$I = j\omega Q = j\omega C V$$

$$I = j\omega Q = j\omega C V$$

$$I = Y V$$

$$Y = j\omega C$$

$$q = Q_n \cos \omega t$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega Q_m \sin \omega t$$

$$Q = \frac{Q_m}{\sqrt{2}} e^{j0}$$

$$I = \frac{\omega Q_m}{\sqrt{2}} e^{j\pi/2}$$

$$I = \omega Q e^{j\pi/2} = j\omega Q$$

Y_{kk} = suma de admitancias conectadas a k

= $j\omega c_{kk}$, susceptancia capacitiva

Y_{km} = El negativo de toda admitancia conectada entre k y m

= $-j\omega c_{km}$

$$y_{km} = -Y_{km} = g_{km} + jb_{km} = +j\omega c_{km}$$

\therefore

$$C_{ag} = C_{aa} - C_{ab} - C_{ac} - \dots - C_{an} \quad \text{F/m}$$

$$C_{bg} = -C_{ba} + C_{bb} - C_{bc} - \dots - C_{bn} \quad \text{F/m}$$

$$C_{ng} = -C_{na} - C_{nb} - C_{nc} - \dots - C_{nn} \quad \text{F/m}$$

$$q = cV$$

$$c = p^{-1} = \frac{\text{adj } p}{\det p} = \frac{(p_{ij})^t}{\det p}$$

$$c = \begin{bmatrix} +c_{aa} & -c_{ab} & \dots & -c_{an} \\ -c_{ba} & +c_{bb} & \dots & -c_{bn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -c_{na} & -c_{nb} & \dots & +c_{nn} \end{bmatrix}$$

p_{ij} es el cofactor del elemento ij

$$p_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

M_{ij} es el menor del elemento p_{ij}

$$c_{ij} = \frac{M_{ij}}{\det p} \quad i=j \quad p_{i+j} \text{ par}$$

$$= -\frac{M_{ij}}{\det p} \quad i \neq j \text{ o } (i+j) \text{ non}$$

↑
Capacitancia a tierra.
Matriz de coeficientes
de Maxwell.

Capacitancia mutua de línea trifásica sin hilos de guarda.

Este es un caso particular del desarrollo anterior:

$$V = pq$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{aa} & p_{ab} & p_{ac} \\ p_{ba} & p_{bb} & p_{bc} \\ p_{ca} & p_{cb} & p_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} \quad V$$

$$q = cV$$

$$\begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{aa} & -c_{ab} & -c_{ac} \\ -c_{ba} & c_{bb} & -c_{bc} \\ -c_{ca} & -c_{cb} & c_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

$$\det p = p_{aa}(p_{bb}p_{cc} - p_{bc}^2) - p_{ab}^2 p_{cc} + 2p_{ab}p_{bc}p_{ac} - p_{ac}^2 p_{bb}$$

Minors:

$$\begin{aligned} M_{aa} &= p_{bb} p_{cc} - p_{bc}^2 & M_{ab} &= p_{ab} p_{cc} - p_{ac} p_{bc} \\ M_{bb} &= p_{aa} p_{cc} - p_{ac}^2 & M_{ac} &= p_{ab} p_{bc} - p_{bb} p_{ac} \\ M_{cc} &= p_{aa} p_{bb} - p_{ab}^2 & M_{bc} &= p_{aa} p_{bc} - p_{ab} p_{ac} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{ag} &= C_{aa} - C_{ab} - C_{ac} & \text{F/mi} \\ C_{bg} &= C_{bb} - C_{ab} - C_{bc} & \text{"} \\ C_{cg} &= C_{cc} - C_{ac} - C_{bc} & \text{"} \end{aligned}$$

Si la línea está transpuesta en secciones de longitud f_1, f_2, f_3 :

$$q_{abc} = (f_1 C_{123} + f_2 C_{231} + f_3 C_{312}) V_{abc} \quad \text{c/mi}$$

$$C_{231} = R_\phi^{-1} C_{123} R_\phi, \quad C_{312} = R_\phi C_{123} R_\phi^{-1}$$

C_{123} = es la matriz obtenida para la sección 1

$$f_1 = f_2 = f_3 \quad \therefore$$

$$C_{m0} = \frac{1}{3} (C_{ab} + C_{bc} + C_{ac}) \text{ F/mi; se define capacitancia por fase/mi}$$

$$C_{g0} = \frac{1}{3} (C_{ag} + C_{bg} + C_{cg}) = C_{s0} - 2 C_{m0} \text{ capacitancia a tierra}$$

donde:

$$C_{s0} = \frac{1}{3} (C_{aa} + C_{bb} + C_{cc})$$

Capacitancia de secuencia de línea transpuesta sin hilos de guarda.

$$I_{abc} = j\omega C V_{abc}$$

$$I_{012} = j\omega A^{-1} C A V_{012}$$

$$I_{012} = j\omega C_{012} V_{012}$$

$$C_{012} = A^{-1} C A = \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & C_{02} \\ C_{10} & C_{11} & C_{12} \\ C_{20} & C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

$$C_{012} = \begin{bmatrix} C_{S_0} - 2C_{m_0} & C_{S_2} + C_{m_2} & C_{S_1} + C_{m_1} \\ C_{S_1} + C_{m_1} & C_{S_0} + C_{m_0} & C_{S_2} + 2C_{m_2} \\ C_{S_2} + C_{m_2} & C_{S_1} - 2C_{m_1} & C_{S_0} + C_{m_0} \end{bmatrix}$$

$$C_{m_0} = 1/3 (C_{ab} + C_{bc} + C_{ac}) \text{ F/mi}$$

$$C_{S_0} = 1/3 (C_{aa} + C_{bb} + C_{cc}) \text{ F/mi}$$

$$C_{S_1} = 1/3 (C_{aa} + aC_{bb} + a^2 C_{cc})$$

$$C_{S_2} = 1/3 (C_{aa} + a^2 C_{bb} + aC_{cc})$$

$$C_{m_1} = 1/3 (C_{bc} + aC_{ac} + a^2 C_{ab})$$

$$C_{m_2} = 1/3 (C_{bc} + a^2 C_{ac} + aC_{ab})$$

Si la línea está transpuesta a iguales distancias \Rightarrow las secuencias capacitivas mutuas son cero y:

$$C_{012} = \begin{bmatrix} C_{S_0} - 2C_{m_0} & 0 & 0 \\ 0 & C_{S_0} + C_{m_0} & 0 \\ 0 & 0 & C_{S_0} + C_{m_0} \end{bmatrix}$$

Note que la capacitancia de secuencia zero es mucho menor que la positiva y negativa.

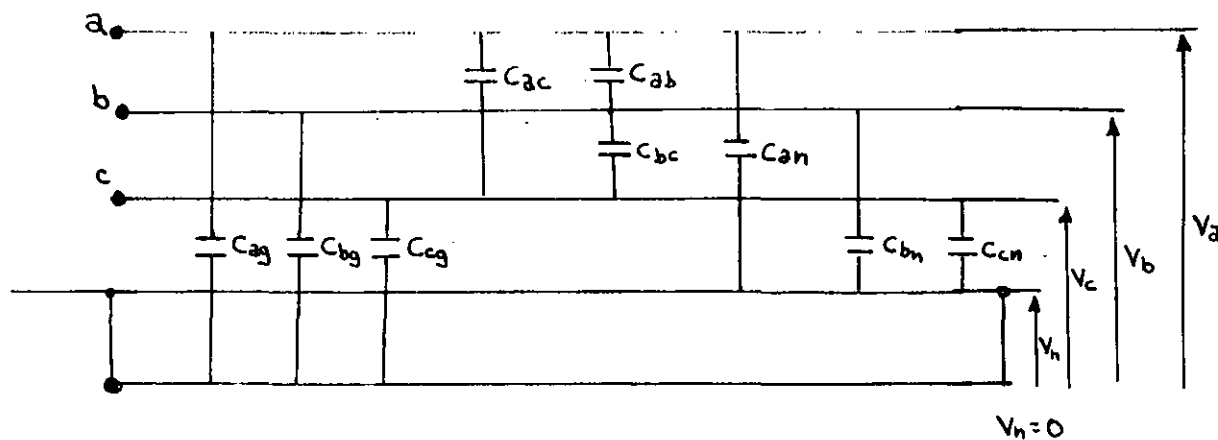
La capacitancia positiva y negativa a neutro está dada por:

$$C_{11} = C_{12} = C_{S_0} + C_{m_0}$$

y para secuencia zero:

$$C_{00} = C_{S_0} - 2C_{m_0}$$

Capacitancia mutua de líneas trifásica con hilos de guarda.



$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{aa} & P_{ab} & P_{ac} & P_{an} \\ P_{ba} & P_{bb} & P_{bc} & P_{bn} \\ P_{ca} & P_{cb} & P_{cc} & P_{cn} \\ P_{na} & P_{nb} & P_{nc} & P_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \\ q_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (p_{aa} - \frac{p_{an} p_{na}}{p_{nn}}) & (p_{ab} - \frac{p_{an} p_{nb}}{p_{nn}}) & (p_{ac} - \frac{p_{an} p_{nc}}{p_{nn}}) \\ (p_{ba} - \frac{p_{bn} p_{na}}{p_{nn}}) & (p_{bb} - \frac{p_{bn} p_{nb}}{p_{nn}}) & (p_{bc} - \frac{p_{bn} p_{nc}}{p_{nn}}) \\ (p_{ca} - \frac{p_{cn} p_{na}}{p_{nn}}) & (p_{cb} - \frac{p_{cn} p_{nb}}{p_{nn}}) & (p_{cc} - \frac{p_{cn} p_{nc}}{p_{nn}}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

se sigue el mismo procedimiento.

Para dos hilos de guarda:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ \hline 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{aa} & p_{ab} & p_{ac} & | & p_{am} & p_{an} \\ p_{ba} & p_{bb} & p_{bc} & | & p_{bm} & p_{bn} \\ p_{ca} & p_{cb} & p_{cc} & | & p_{cm} & p_{cn} \\ \hline p_{ma} & p_{mb} & p_{mc} & | & p_{mm} & p_{mn} \\ p_{na} & p_{nb} & p_{nc} & | & p_{nm} & p_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \\ \hline q_m \\ q_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ \hline 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & | & p_2 \\ \hline p_3 & | & p_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{abc} \\ \hline q_{mn} \end{bmatrix}$$

$$V_{abc} = (p_1 - p_2 p_4^{-1} p_3) q_{abc} = p_{abc} q_{abc}$$

$$p_{abc} = p_1 - p_2 p_4^{-1} p_3$$

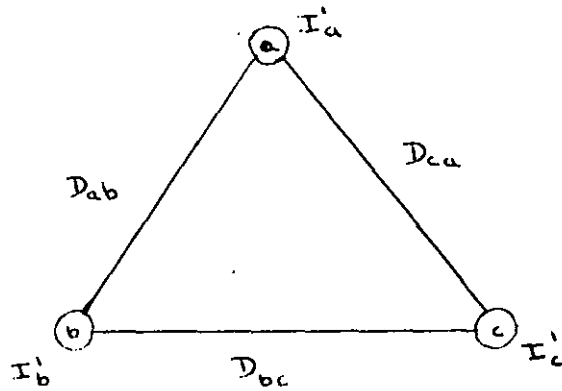
$$C_{abc} = p_{abc}^{-1}$$

y seguir procedimiento igual para capacitación de secuencia.

Línea trifásica sencilla. Tierra no considerada

Se había anteriormente determinado que

$$E_{ki} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_a \log \frac{D_{ak}}{D_{ac}} + I'_b \log \frac{D_{bk}}{D_{bc}} + \dots \\ + I'_i \log \frac{D_{ik}}{a_i} + \dots + I'_k \log \frac{a_k}{D_{ki}} + \dots + I'_n \log \frac{D_{nk}}{D_{ni}})$$



$$E_{ba} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_a \log \frac{D_{ab}}{a_a} + I'_b \log \frac{a_b}{D_{ab}} + I'_c \log \frac{D_{bc}}{D_{ca}}) \text{ volts}$$

$$E_{cb} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_a \log \frac{D_{ca}}{D_{ab}} + I'_b \log \frac{D_{bc}}{a_b} + I'_c \log \frac{a_c}{D_{bc}}) \text{ volts}$$

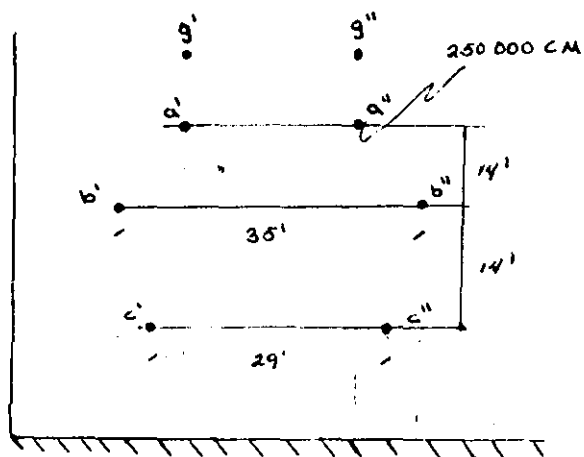
$$E_{ac} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_a \log \frac{a_a}{D_{ca}} + I'_b \log \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + I'_c \log \frac{D_{ca}}{a_c}) \text{ volts}$$

$$I'_a + I'_b + I'_c = 0$$

$$E_{ba} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_a \log \frac{D_{ab}}{a_a} \frac{D_{ca}}{D_{bc}} + I'_b \log \frac{a_a}{D_{ab}} \frac{D_{ca}}{D_{bc}}) \text{ volts}$$

$$E_{cb} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_b \log \frac{D_{bc}}{a_b} \frac{D_{ab}}{D_{ca}} + I'_c \log \frac{a_a}{D_{ac}} \frac{D_{ab}}{D_{ca}}) \text{ volts}$$

$$E_{ac} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_c \log \frac{D_{ca} D_{bc}}{a_c D_{ab}} + I'_a \log \frac{a_a D_{bc}}{D_{ca} D_{ab}}) \text{ volts}$$



$$D_{ab} = 14.32$$

$$D_{bc} = 14.32$$

$$D_{ca} = 28$$

El radio de 250 000 CM
19 torones

$$a_a = 0.0239'$$

$$X_{a'} = -j \frac{4.1}{f} \log \frac{14.32 \times 38}{0.0239 \times 14.32} = -j 0.2097 \text{ megohms-milla}$$

similarmente

$$X_{b'} = 0.1685 \text{ megohms-milla}$$

$$X_{c'} = 0.2097 \text{ megohms-milla}$$

$$E_{ba} = 132 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad E_{ac} = 132 \angle 120^\circ \text{ kV}$$

$$E_{cb} = 132 \angle 240^\circ \text{ kV}$$

$$I_{a'} = \frac{X_{c'} E_{ba} - X_{b'} E_{ac}}{X_{a'} X_{b'} + X_{b'} X_{c'} + X_{c'} X_{a'}}$$

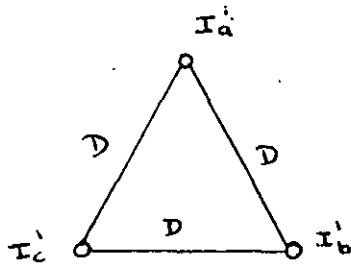
$$= \frac{(0.2097 \angle -90^\circ)(132000 \angle 0^\circ) - (0.1685 \angle -90^\circ)(132000 \angle 120^\circ)}{0.1144 \angle 180^\circ}$$

$$= 0.377 \angle 63.6^\circ \text{ amp/milla}$$

$$I_{b'} = 0.418 \angle -60^\circ \text{ amp/milla}$$

$$I_{c'} = 0.377 \angle 176.5^\circ \text{ amp/milla}$$

Línea trifásica sencilla y simétrica, con tierra despreciable



$$a_a = a_b = a_c = a$$

$$D_{ab} = D_{bc} = D_{ca} = D$$

$$X_1' = X_a' = X_b' = X_c'$$

$$= -j \frac{4.1}{f} \log \frac{D}{a} \text{ megohms-milla}$$

$$X_1' = X_S' + X_m' \text{ megohms-milla}$$

$$X_S' = \frac{4.1}{f} \log \frac{1}{a} \text{ megohms-milla}$$

$$X_m' = \frac{4.1}{f} \log D \text{ megohms-milla}$$

$$I_a = \frac{E_{ba} - E_{ac}}{3X_1'} \times 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

$$I_b = \frac{E_{cb} - E_{ba}}{3X_1'} \times 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

$$I_c = \frac{E_{ac} - E_{cb}}{3X_1'} \times 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

Línea trifásica sencilla, transpuesta. Tierra despreciable.

Definamos

$$\Delta = X_a X_b' + X_b' X_c + X_c' X_a$$

$$I_{aI} = \frac{\rho}{3\Delta} (X_c E_{ba} - X_b' E_{ac}) \times 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I_{bI} = \frac{\rho}{3\Delta} (X_a' E_{cb} - X_c' E_{ba}) \times 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I_{cI} = \frac{\rho}{3\Delta} (X_b' E_{ac} - X_a' E_{cb}) \times 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{aII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_b' E_{ba} - \chi_a' E_{ac}) 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{bII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_c' E_{cb} - \chi_b' E_{bc}) 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{cII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_a' E_{ac} - \chi_c' E_{cb}) 10^{-6} \text{ amp}$$

Para la sección III

$$I'_{aIII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_a' E_{ba} - \chi_c' E_{ac}) 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{bIII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_b' E_{cb} - \chi_a' E_{ba}) 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{cIII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_c' E_{ca} - \chi_b' E_{cb}) 10^{-6} \text{ amp}$$

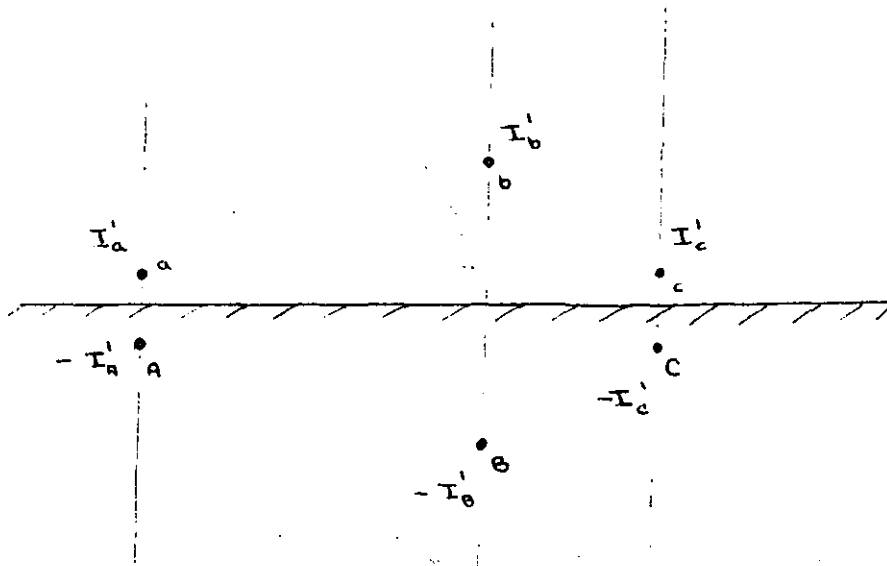
$$I'_{at} = \frac{\ell}{3\Delta} (E_{ba} - E_{ac})(\chi_a' + \chi_b' + \chi_c') 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{bt} = \frac{\ell}{3\Delta} (E_{cb} - E_{ba})(\chi_a' + \chi_b' + \chi_c') 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{ct} = \frac{\ell}{3\Delta} (E_{ac} - E_{cb})(\chi_a' + \chi_b' + \chi_c') 10^{-6} \text{ amp}$$

Línea trifásica sencilla considerando tierra

Para incluir el efecto de tierra se usará el método de las imágenes. La influencia de la tierra en las cargas y potenciales de los conductores pueden ser reemplazados equivalentemente por la influencia de las imágenes de los conductores debajo de la superficie de la tierra. Cualquier conductor y su imagen están localizadas a una distancia igual, pero en dirección opuesta de la superficie de la tierra. Sus cargas y potenciales son iguales pero de signo opuesto.



$$E_a = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I_n' \log \frac{1}{a} + I_b' \log \frac{1}{D_{ab}} + I_c' \log \frac{1}{D_{ac}} - I_a' \log \frac{1}{D_{aA}} - I_b' \log \frac{1}{D_{aB}} - I_c' \log \frac{1}{D_{aC}}) \text{ volts}$$

$$E_a = j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I_a' \log \frac{D_{aA}}{a} + I_b' \log \frac{D_{aB}}{D_{ab}} + I_c' \log \frac{D_{aC}}{D_{ac}})$$

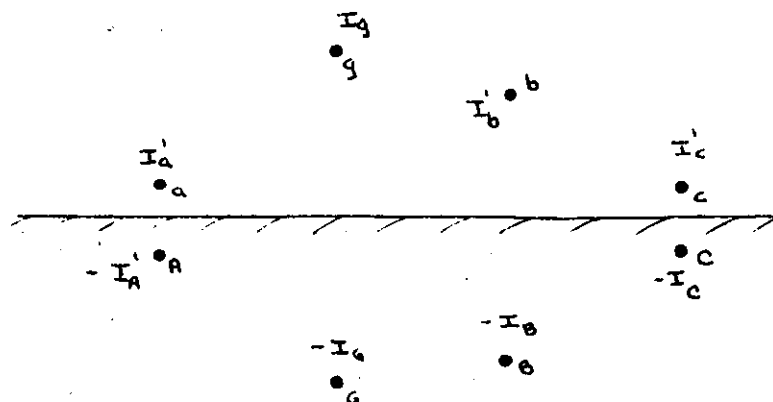
$$E_b = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I_a' \log \frac{D_{bA}}{D_{ba}} + I_b' \log \frac{D_{bB}}{a} + I_c' \log \frac{D_{bC}}{D_{bc}})$$

$$E_c = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I_a' \log \frac{D_{cA}}{D_{ca}} + I_b' \log \frac{D_{cB}}{D_{cb}} + I_c' \log \frac{D_{cC}}{a})$$

La solución se puede simplificar si el neutro de el sistema de potencia no está aterrizado, ya que en este caso

$$I_a' + I_b' + I_c' = 0$$

Línea trifásica sencilla con tierra e hilo de guarda



$$E_a = -j \frac{4.1 \times 10^{-6}}{f} \left(I_a' \log \frac{D_{aA}}{a_a} + I_b' \log \frac{D_{aB}}{D_{ab}} + I_c' \log \frac{D_{aC}}{D_{ac}} + I_g \log \frac{D_{aG}}{D_{ag}} \right)$$

$$E_b = -j \frac{4.1 \times 10^{-6}}{f} \left(I_a' \log \frac{D_{bA}}{D_{ba}} + I_b' \log \frac{D_{bB}}{a_b} + I_c' \log \frac{D_{bC}}{D_{bc}} + I_g' \log \frac{D_{bG}}{D_{bg}} \right)$$

$$E_c = -j \frac{4.1 \times 10^{-6}}{f} \left(I_a' \log \frac{D_{cA}}{D_{ca}} + I_b' \log \frac{D_{cB}}{D_{cb}} + I_c' \log \frac{D_{cC}}{a_c} + I_g' \log \frac{D_{cG}}{D_{cg}} \right)$$

$$E_g = -j \frac{4.1 \times 10^{-6}}{f} \left(I_a' \log \frac{D_{gA}}{D_{ga}} + I_b' \log \frac{D_{gB}}{D_{gb}} + I_c' \log \frac{D_{gC}}{D_{gc}} + I_g' \log \frac{D_{gG}}{a_g} \right) = 0$$

Si existen dos hilos de guarda \Rightarrow una ecuación adicional y un término adicional en cada ecuación debe ser añadido. Si el neutro está aterrizado, E_a , E_b y E_c serán los voltajes de fase.

Si resolvemos simultáneamente las ecuaciones anteriores

$$I_a' = y_{aa} E_a + y_{ab} E_b + y_{ac} E_c$$

$$I_b' = y_{ab} E_a + y_{bb} E_b + y_{bc} E_c$$

$$I_c' = y_{ac} E_a + y_{bc} E_b + y_{cc} E_c$$

$$I_g' = y_{ag} E_a + y_{bg} E_b + y_{cg} E_c$$

Método de la distancia media geométrica

La aplicación del método de distancia media geométrica es más restringido para el caso capacitivo que para el inductivo. Para el caso capacitivo la corriente de carga es la misma para todas las ramas en paralelo perteneciente a la misma fase. Esta condición se satisface si el arreglo de la línea es inherentemente simétrico. En la ausencia de esta simetría la distribución de la corriente de carga por unidad de longitud entre las ramas paralelas va a ser desigual independientemente si la línea es transpuesta o no. Esto se debe a que la corriente de carga por milla para un conductor individual en una sección particular de la línea será determinada solamente por los voltajes (línea a tierra o L_a) de los conductores individuales y del arreglo de la línea. Desde que el voltaje para todas las ramas en paralelo de una fase es la misma, las corrientes de carga serán idénticas solamente si el arreglo de la línea es inherentemente simétrico.

La transposición no hace posible el uso del método de D.M.G. para calcular reactancias capacitivas de líneas simétricas. La

transposición hará que las corrientes de carga de la línea total sean simétricas, lo que hace deseable la transposición.

$$\begin{array}{cccccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c' & b' & a' & a'' & b'' & c'' \end{array} \quad \text{D.M.G. Aplicable}$$

$$\begin{array}{cccccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a' & b' & c' & a'' & b'' & c'' \end{array} \quad \text{D.M.G. no aplicable}$$

En general el método de distancia media geométrica puede ser usado para líneas trifásicas dobles si

$$D_{a''b'} = D_{a'b'} \quad D_{b'c'} = D_{b'c''} \quad D_{c'a'} = D_{c'a''}$$

$$D_{a'b''} = D_{a''b'} \quad D_{b'c''} = D_{b'c'} \quad D_{c'a''} = D_{c''a'}$$

$$a_a = a_{a''} \quad a_{b'} = a_{b''} \quad a_{c'} = a_{c''}$$

si estas igualdades se satisfacen \Rightarrow

$$X_{1'} = \frac{4.1}{f} \log \frac{D_m}{D_s} \text{ megohms-milla/fase}$$

$$D_m = \sqrt[12]{D_{a'b'} D_{b'c'} D_{c'a'} D_{a''b''} D_{b''c''} D_{c''a''} D_{a'b''} D_{b'c''} D_{c'a''} D_{a''b'} D_{b''c'} D_{c''a'}}$$

$$= \sqrt[6]{D_{a'b'} D_{b'c'} D_{a'a'} D_{a'b''} D_{b'c''} D_{c'a''}}$$

$$D_s = \sqrt[12]{a_{a'} a_{b'} a_{c'} a_{a''} a_{b''} a_{c''} D_{a'a''}^2 D_{b''b''}^2 D_{c''c''}^2 \sqrt[6]{a_{a'} a_{b'} a_{c'} D_{a'a''} D_{b''b''} D_{c''c''}}}$$

Utilizando las ecuaciones A y sabiendo que

$$I_{a'} + I_{b'} + I_{c'} = 0$$

$$I'_a = \frac{X'_c E_{ba} - X'_b E_{ac}}{X'_a X'_b + X'_b X'_c + X'_c X'_a} \cdot 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

$$I'_b = \frac{X'_a E_{cb} - X'_c E_{ba}}{X'_a X'_b + X'_b X'_c + X'_c X'_a} \cdot 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

$$I'_c = \frac{X'_b E_{ac} - X'_a E_{cb}}{X'_a X'_b + X'_b X'_c + X'_c X'_a} \cdot 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

Ejemplo

La línea ilustrada en la figura esta operando a 132 KV de línea a línea, balanceada, opera únicamente un lado y no tiene transposición, encuentre las reactancias capacitivas y las corrientes de carga despreciando la tierra y los efectos del hilo de guarda.

$$X'_a = -j \frac{4.1}{f} \log \frac{D_{ab} D_{ca}}{a_a D_{bc}} \text{ megohms-milla}$$

$$X'_b = -j \frac{4.1}{f} \log \frac{D_{bc} D_{ab}}{a_b D_{ca}} \text{ megohms-milla}$$

Reactancias
capacitivas
de cada fase

$$X'_c = -j \frac{4.1}{f} \log \frac{D_{ca} D_{bc}}{a_c D_{ab}} \text{ megohms-milla}$$

$$X'_a = -j(X'_{aa} + X'_{ab} + X'_{ca} - X'_{bc}) \text{ megohms-milla}$$

$$X'_b = -j(X'_{bb} + X'_{bc} + X'_{ab} - X'_{ca}) \text{ megohms-milla}$$

$$X'_c = -j(X'_{ac} + X'_{bc} + X'_{ca} - X'_{ab}) \text{ megohms-milla}$$

$$10^{-6} E_{ba} = X'_a I'_a - X'_b I'_b \text{ volts}$$

$$10^{-6} E_{cb} = X'_b I'_b - X'_c I'_c \text{ volts}$$

$$10^{-6} E_{oc} = X'_c I'_c - X'_a I'_a \text{ volts}$$

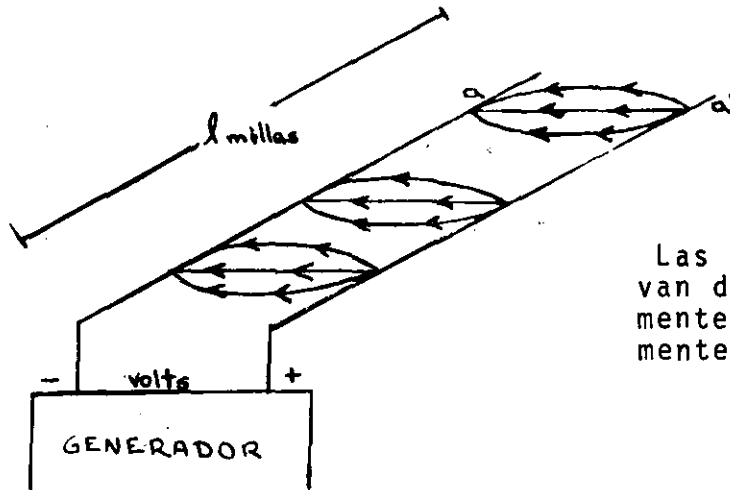
$$C_a = \frac{1}{2\pi f X'_a} \quad C_b = \frac{1}{2\pi f X'_b} \quad C_c = \frac{1}{2\pi f X'_c}$$

microfaradios/milla

REACTANCIA CAPACITIVA DE LINEAS DE TRANSMISION

La reactancia capacitiva se puede obtener utilizando las leyes básicas de campos electrostáticos.

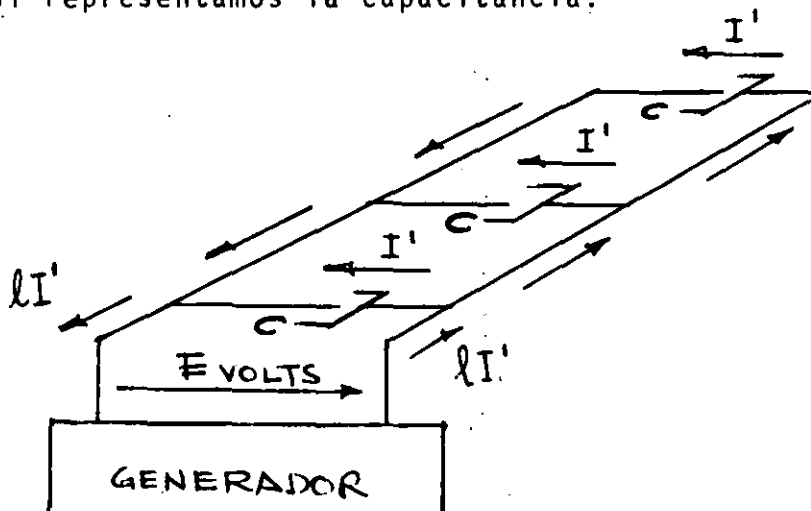
Considere el siguiente esquema:



Las líneas de flujo eléctrico van del conductor momentáneamente positivo al momentáneamente negativo

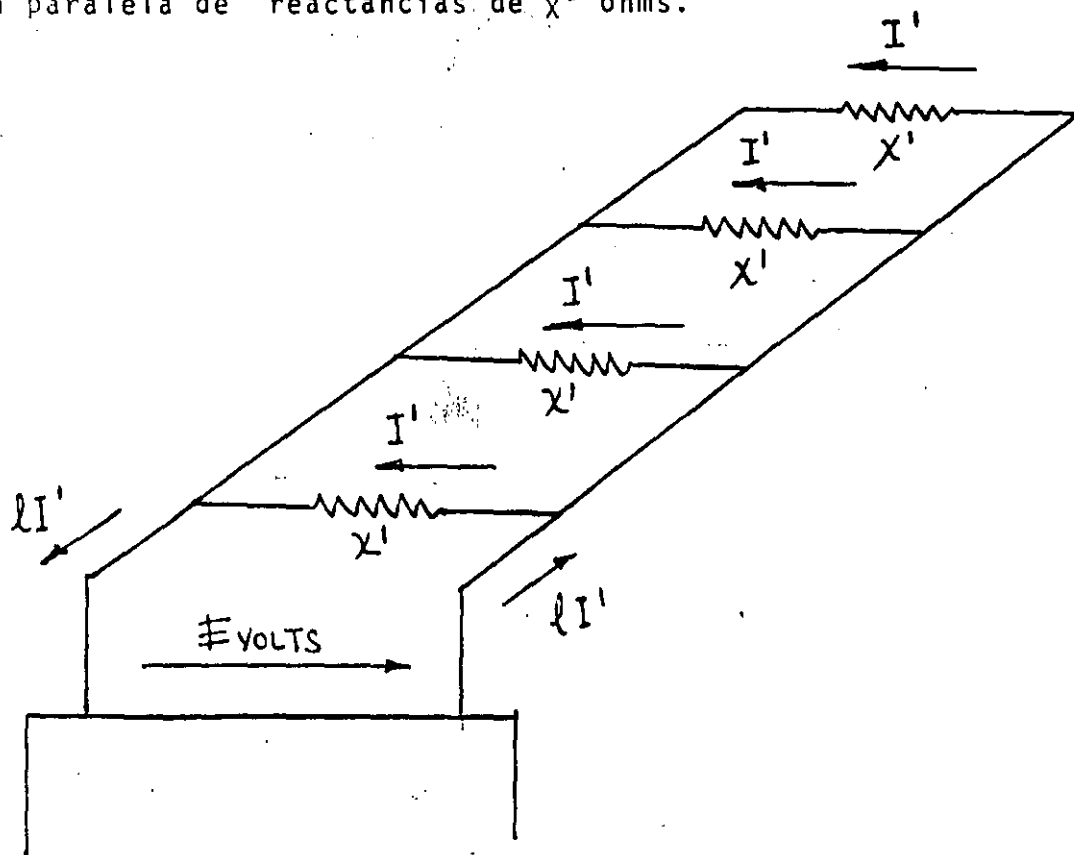
Los dos conductores representan un capacitor . . la línea tiene una capacitancia, C , ϕ en Microfarads/Milla y una capacitancia total de lC .

Si representamos la capacitancia:



Aquí se presenta la capacitancia concentrada en ciertos puntos específicos mientras que en la realidad la capacitancia está uniformemente distribuida a lo largo de la línea.

El valor de I' a través de un capacitor de C microfardios es $I' = E/X' \text{ amp}$, $X' = -j 10^6/cw$ conocida como la reactancia capacitiva del capacitor C . El generador debe suministrar un total de $I = \ell I' = \ell E/X' = E/X \text{ amp}$ de corriente. En otras palabras la reactancia total resultante de la línea es $X' - X'/\ell$ ohms la cual puede también ser calculada directamente como la combinación paralela de reactancias de X' ohms.

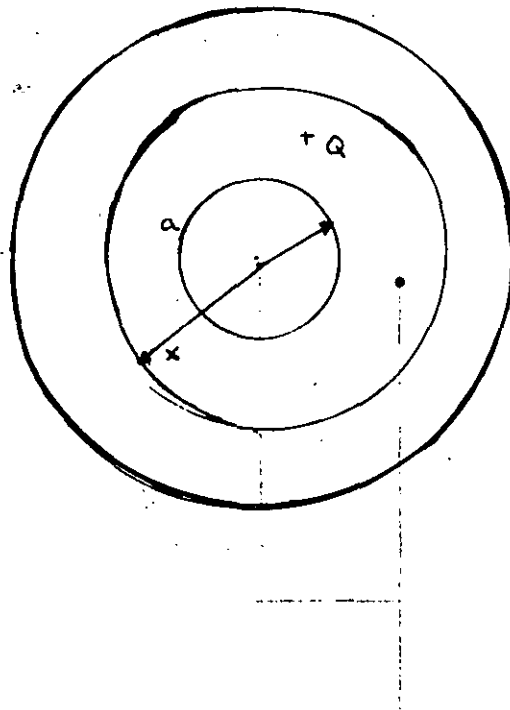


La corriente I' está uniformemente distribuida no como se está presentando en la figura anterior.

UN CONDUCTOR INFINITAMENTE LARGO, DERECHO Y REDONDO

Si un conductor, el cual está alejado de los demás, es cargado con Q coulombs por metro \Rightarrow no existirá carga o campo eléctrico dentro del conductor.

Por razones de simetría, toda la carga será uniformemente distribuida en la superficie del conductor y todas las líneas de flujo eléctrico serán radiales y uniformemente espaciadas y consecuentemente todas las superficies equipotenciales



Carga eléctrica		
Flujo eléctrico	Q	Coulombs
Densidad de flujo eléctrico	$D = \frac{Q}{A}$	Coulombs/metro ²
Densidad de campo eléctrico	$K = \frac{D}{\epsilon}$	volt/m.
Permitividad	$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$	farad/metro
Permitividad relativa ó constante dieléctrica	ϵ_r	número
Permitividad del espacio libre	ϵ_0	farad/m
Diferencia de potencial entre punto 1 y 2	$e_{12} = e_2 - e_1$	
	$= - \int_1^2 k_s d_s$	volts
Potencial absoluto en 1	$e_1 = - \int_{\infty}^1 k_s d_s$	volts
Capacitancia	$C_{12} = \frac{Q_{12}}{e_{21}} 10^6$	microfarads
Corriente de carga	$I_{12} = \frac{E_{21}}{X_{12}}$	Amperes
Reactancia	$X_{12}^j = -j \frac{1}{C_{12} \omega}$	Megohm
Potencia reactiva	$Q = \frac{E_{21}^j}{X_{12}^j} 10^{-3}$	Kilovar

El flujo eléctrico emanando de un metro de conductor es Q coulombs; la magnitud, D_x , de la densidad de flujo eléctrico es constante a lo largo de la superficie equipotencial de radio x metro.

$$D_x = \frac{Q}{2\pi x}$$

$$K_x = \frac{D_x}{\epsilon} = \frac{Q}{2\pi x \epsilon}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} = \frac{10^{-10}}{3.6 \pi} \text{ Farads/metro}$$

$$K_x = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \frac{Q}{x} \text{ Volt/metro}$$

$$(x > a_n)$$

El potencial del punto R con respecto al punto X es

$$e_{12} = \int_1^2 k_s d_s$$

$$e_{XR} = \int_{Dax}^{Dax} k_x d_x$$

$$= \frac{1.8 \times 10^{-10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D_{ax}}{D_{ar}} \text{ volts}$$

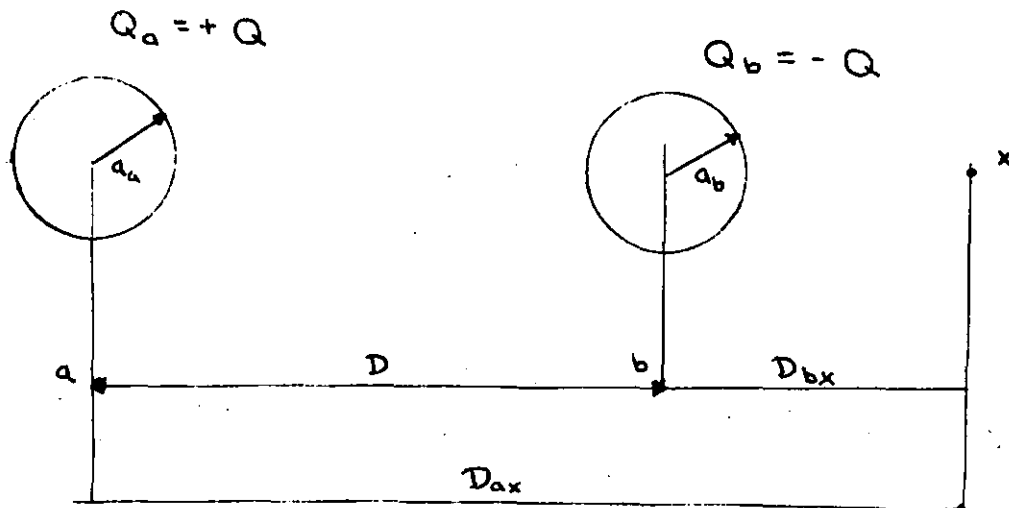
La diferencia de potencial entre X y la superficie del conductor

$$e_{Xaa} = \frac{1.8 \times 10^{-10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D_{ax}}{a} \text{ volts}$$

DOS CONDUCTORES PARALELOS, INFINITAMENTE LARGOS RECTOS Y REDONDOS

Las siguientes condiciones, que sí son válidas para líneas de transmisión aérea, serán consideradas:

- Uno de los conductores acarrea $Q_a = +Q$ coulombs mientras el otro $Q_b = -Q$ coulombs de carga por metro.
- La distancia D entre centros de conductores es muy grande comparada con su radio. La distribución de carga en uno de los conductores no será distorsionada por la presencia del otro conductor.



$$e_{xaa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{Dax}{a_a} \text{ volts}$$

$$e_{XR} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{Dax}{Dar}$$

Desde que el circuito dieléctrico es lineal, el principio de superposición puede ser aplicado para los campos D para potenciales. El potencial e_{xa} del conductor a arriba del punto X es:

- El potencial del conductor a sobre el punto X causado por la carga Q_a en el conductor a.
- El potencial del conductor a sobre el punto X causado por la carga Q_b en conductos b.

Con referencia a la interpretación la cual ha sido dada a esta ecuación se puede ver que si $Q=Q_b$, $Dax=Dbx$, $D=Dar$ son substituidas en la ecuación anterior, e_{XR} será el potencial en el eje del conductor a sobre el punto X causado por la carga del conductor b

$$e_{xa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_a \ln \frac{Dax}{a_a} + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_b \ln \frac{Dbx}{D} \text{ volts}$$

Como $Q_a = -Q_b = Q$

$$e_{xa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D_{ax}}{a D_{bx}} \text{ volts}$$

Si corremos X al infinito $\frac{D_{ax}}{D_{bx}} \rightarrow 1$

$$e_a = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D}{a} \text{ volts}$$

$$e_b = - \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D}{a_b}$$

$$a_a = a_b = a$$

$$e_{ba} = \frac{3.6 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D_{ab}}{a} \text{ volts}$$

$$C_{12} = \frac{Q_{12}}{\delta_{21}} = 10^6 \text{ ufarads}$$

$$C_{ab} = \frac{\epsilon_r}{3.6 \times 10^4 \ln \frac{D}{a}} \text{ uf/metro de línea}$$

N CONDUCTORES INFINITAMENTE LARGOS, PARALELOS Y REDONDOS

- cada uno de los conductores carga una carga Q_a , Q_b , coulomb/m y las distancias entre conductores son muy grandes comparados con sus diámetros.

La diferencia de potencial originada por las cargas Q_a y Q_b entre el punto X y el conductor a se encontro como:

$$e_{xa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_a \ln \frac{D_{ax}}{a_a} + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_b \ln \frac{D_{bx}}{D_{ab}} \text{ volts}$$

La diferencia de potenci3n causada por Q_c o cualquier otra de las cargas puede calcularse de la ecuaci3n:

$$e_{xr} = \left. \begin{array}{l} D_{ar} \\ k_x d_x \\ D_{ax} \end{array} \right\} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D_{ax}}{D_{ar}} \text{ volts}$$

Por ejemplo la diferencia de potencial causada por el conductor C entre el conductor a y el punto X puede ser obtenido substituyendo en la ecuaci3n anterior

$$D_{ax} = D_{cx} \text{ y } D_{ar} = D_{ac}$$

$$e_{xac} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_c \ln \frac{D_{cx}}{D_{ac}} \text{ volts}$$

consecuentemente, el potencial del conductor a sobre el punto X es:

$$e_{xa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_a \ln \frac{D_{ax}}{a_a} + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_b \ln \frac{D_{bx}}{D_{ab}} + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r}$$

$$Q_c \ln \frac{D_{cx}}{D_{ac}} + \dots + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_N \ln \frac{D_{Nx}}{D_{aN}} \text{ volts}$$

reareglando

$$e_{xa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \left[Q_a \ln \frac{1}{a_a} + Q_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + Q_c \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots \right]$$

$$\dots Q_N \ln \frac{1}{D_{aN}} \left] + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \left[Q_a \ln D_{ax} + \ln D_{bx} + \right]$$

$$Q_c \ln D_{cx} + \dots + Q_N \ln D_{Nx} \left] \text{ volts}$$

Si x se corre al infinito \Rightarrow el límite al cual e_{xa} se aproxima es igual al potencial del conductor a . El límite del segundo paréntesis será infinito para cualquier distribución de carga entre conductores excepto por la distribución que satisfaga que

$$Q_a = Q_b + Q_c + \dots + Q_N = 0$$

$$\therefore e_a = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \left(Q_a \ln \frac{1}{a_a} + Q_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + Q_c \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots \right. \\ \left. \dots + Q_N \ln \frac{1}{D_{aN}} \right) \text{ volts}$$

En general el potencial absoluto de cualquier conductor K en el sistema de N conductores es:

$$e_k = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \left(Q_a \ln \frac{1}{D_{ak}} + Q_b \ln \frac{1}{D_{bk}} + \dots + Q_k \ln \frac{1}{a_k} + \dots \right. \\ \left. + Q_N \ln \frac{1}{D_{Nk}} \right) \text{ volts}$$

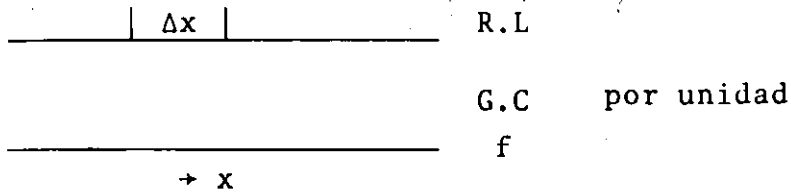
y el potencial relativo entre cualquiera de los conductores

$$i \text{ y } k \text{ sera } V_{ki} = e_i - e_k \\ = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \left(Q_a \ln \frac{D_{ak}}{D_{ac}} + Q_b \ln \frac{D_{bk}}{D_{bi}} + \dots + Q_i \ln \frac{D_{ik}}{a_i} \right. \\ \left. + \dots + Q_k \ln \frac{a_k}{a_k} + \dots + Q_N \ln \frac{D_{Nk}}{D_{Nc}} \right) \text{ volts}$$

PARAMETROS DE LINEAS DE TRANSMISION

93

Línea de Transmisión



$$e = f(x, t)$$

$$i = f(x, t)$$

$$\frac{\partial e}{\partial x} = - Ri - L \frac{\partial i}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial^2 e}{\partial x^2} = - R \frac{\partial i}{\partial x} - d \left(L \frac{\partial i}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = - Ge - c \frac{\partial e}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = - G \frac{\partial e}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t} \left(c \frac{\partial e}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = RGe + (RC+LG) \frac{\partial e}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 c}{\partial t^2}$$

R y G = 0 para una línea sin pérdidas
(no existe realmente)

$$\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} \quad \text{ecuación de propagación}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$Z = (R+j\omega L) \text{ } \Omega/\text{unidad de longitud} \quad Y = (G+j\omega C) \text{ } \nu/\text{unidad de longitud}$$

$$\frac{dE}{dx} = ZI$$

$$\frac{dI}{dx} = YE$$

$$\bar{\gamma} = \text{cte. de propagación} = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$$

α = atenuación en nepérs

β = diferencia de fase

Z_0 = impedancia característica de la línea

$$= \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = ZYE$$

$$E(x) = k_1 e^{\bar{\gamma}x} + k_2 e^{-\bar{\gamma}x}$$

$$x = 0 \quad E(x) = E_{\text{envío}} = E_S$$

$$x = l \quad E(l) = E_{\text{recibo}} = E_R$$

$$E_S = \cosh(\bar{\gamma}l)E_R + Z_0 \sinh(\bar{\gamma}l)I_R$$

$$I_S = \cosh(\bar{\gamma}l)I_R + (\sinh(\bar{\gamma}l)/Z_0)E_R$$

$$\cosh x = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

$$\sinh x = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x})$$

$$e^x = \cosh x + \sinh x$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cosh b + \cos a \sinh b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cosh b - \sin a \sinh b$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$\cosh(ja) = \cos a$$

$$\sinh(ja) = j \sin a$$

$$E_S = [\cosh(\gamma l)] E_R + [Z_0 \sinh(\gamma l)] I_R$$

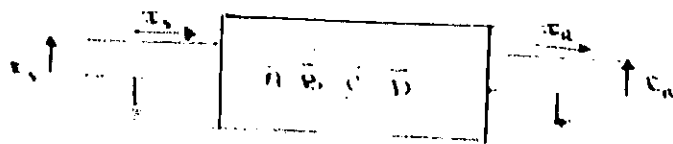
$$I_S = [\cosh(\gamma l)] I_R + \left(\frac{\sinh(\gamma l)}{Z_0} \right) E_R$$

$$E_S = \bar{A} E_R + \bar{B} I_R$$

$$E_R = \bar{D} E_S - \bar{B} I_S$$

$$I_S = \bar{C} E_R + \bar{D} I_R$$

$$I_R = -\bar{C} E_S + \bar{A} I_S$$



$$\begin{vmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{vmatrix} = 1 \angle 0^\circ \quad \text{circuito pasivo}$$

96

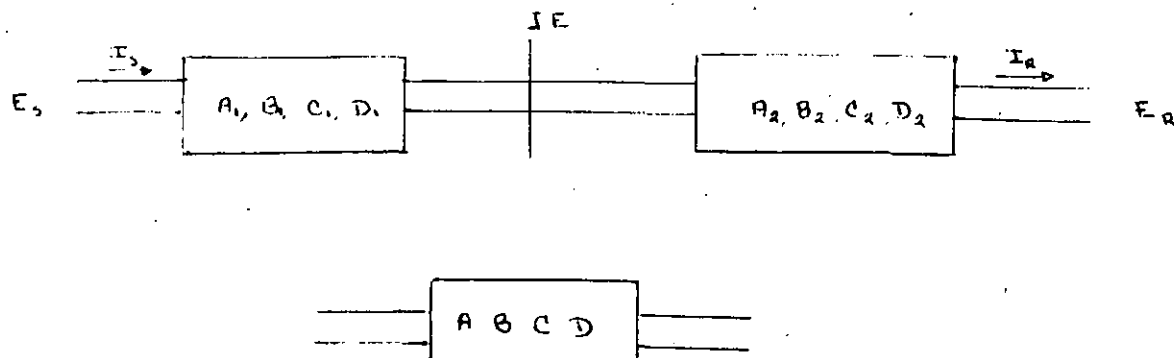
$$\bar{A} \bar{D} - \bar{B} \bar{C} = 1 \angle 0^\circ$$

para un sistema transpuesto $\bar{A} = \bar{D}$

$$\bar{A}, \bar{D} = \cosh(\bar{\gamma}l)$$

$$\bar{B} = Z_0 \sinh(\bar{\gamma}l) \quad \Omega$$

$$\bar{C} = \frac{\sinh(\bar{\gamma}l)}{Z_0} \quad \text{u}$$



$$E_S = A_1 E + B_1 I$$

$$I_S = C_1 E + D_1 I$$

$$E = A_2 E_R + B_2 I_R$$

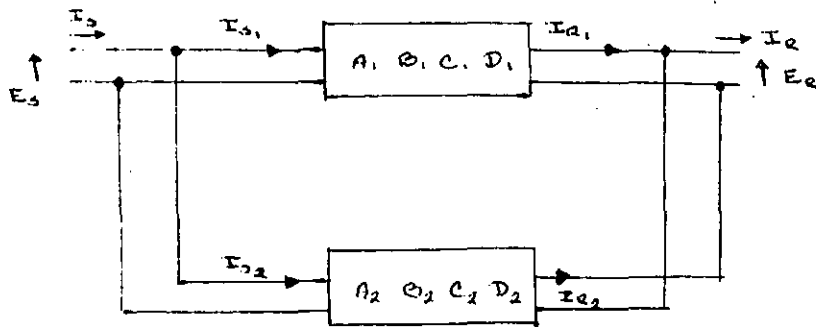
$$I = C_2 E_R + D_2 I_R$$

97

$$E_S = (A_1 A_2 + B_1 C_2) E_R + (A_1 B_2 + B_1 D_2) I_R$$

$$I_S = (C_1 A_2 + D_2 C_2) E_R + (C_1 B_2 + D_1 D_2) I_R$$

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1 A_2 + B_1 C_2 & A_1 B_2 + B_1 D_2 \\ C_1 A_2 + D_1 C_2 & C_1 B_2 + D_1 D_2 \end{vmatrix}$$



$$E_S = A_1 E_R + B_1 I_{R1}$$

$$I_S = C_1 E_R + D_1 I_{R1}$$

$$E_S = A_2 E_R + B_2 I_{R2}$$

$$I_S = C_2 E_R + D_2 I_{R2}$$

$$I_R = I_{R1} + I_{R2}$$

$$I_S = I_{S1} + I_{S2}$$

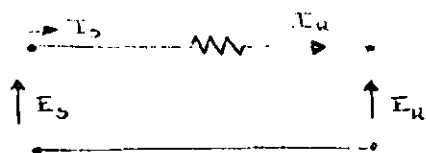
$$A = \frac{A_1 B_2 + B_1 A_2}{B_1 + B_2}$$

$$B = \frac{B_1 B_2}{B_1 + B_2}$$

$$C = C_1 + C_2 + \frac{(A_1 - A_2)(D_2 - D_1)}{B_1 + B_2}$$

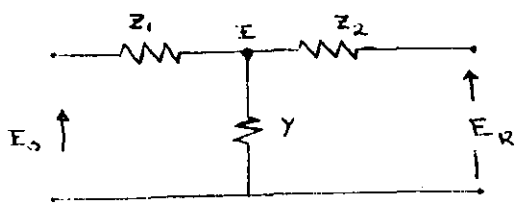
$$D = \frac{B_1 D_2 + D_1 B_2}{B_1 + D_2}$$

78



LINEA CORTA

$$\begin{array}{l} \bar{A} = \bar{D} = 1 \\ \bar{B} = Z \\ \bar{C} = 0 \end{array} \begin{array}{l} | \\ 0 \\ \hline B \end{array}$$



$$E = E_R + I_R Z_2$$

$$E_S = E + I_S Z_1$$

$$I_S = I_R + Z E$$

$$I_S = I_R + Y(E_R + Z_2 I_R) = Y E_R + (1 + Z_2 Y) I_R$$

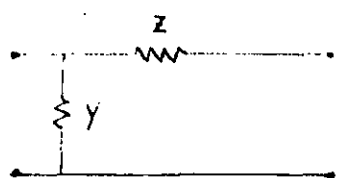
$$E_S = (E_R + Z_1 I_R) + Z_1 (Y E_R + (1 + Z_2 Y) I_R) = (1 + Z_2 Y) E_R + (Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y) I_R$$

$$A = 1 + Z_2 Y$$

$$B = Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y$$

$$C = Y$$

$$D = 1 + Z_2 Y$$

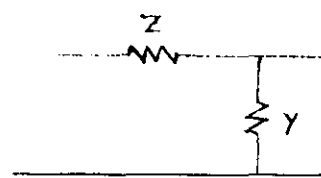


$$A = 1$$

$$B = Z$$

$$C = Y$$

$$D = 1 + Z Y$$



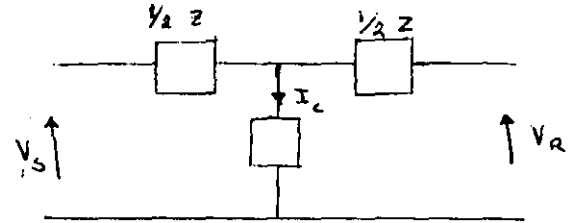
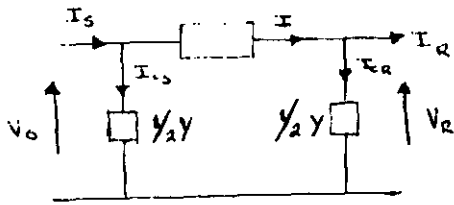
$$A = 1 + Z Y$$

$$B = Z$$

$$C = Y$$

$$D = 1$$

Lineas Largas



$$Y = G + j2\pi f C$$

$$I = VY = VG + jV2\pi f C$$

$$Z = R + jX = R + j2\pi f L = Z \underline{\Psi} \quad \Omega/\text{fase}$$

Para el circuito II

$$I_{cR} = V_R \frac{Y}{2}$$

$$I = I_R + I_{cR}$$

$$V_S = V_R + IZ$$

$$= V_R + (I_R + V_R Y/2) Z$$

$$= (1 + YZ/2) V_R + Z I_R$$

$$I_{cS} = V_S Y/2$$

$$I_S = I_R + V_R Y/2 + (1 + YZ/2) V_R Y/2 + Z I_R Y/2$$

$$= Y(1 + YZ/4) V_R + (1 + YZ/2) I_R$$

Para el circuito T

$$V_S = (1 + YZ/2) V_R + Z(1 + \frac{YZ}{4}) I_R$$

$$I_S = (YV_R + (1 + \frac{YZ}{2}) I_R$$



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I

FLUJOS DE ENERGIA

ING. RAFAEL GUERRERO CEPEDA.

OCTUBRE-1992

LA SIMULACION DE LOS FLUJOS DE CARGA EN LOS SISTEMAS DE POTENCIA TIENE UNA -- GRAN CANTIDAD DE APLICACIONES; TANTO PARA SIMULAR EVENTOS YA OCURRIDOS COMO -- PARA EVENTOS QUE SE ESTAN DESARROLANDO SIMULTANEAMENTE, ASI COMO TAMBIEN PARA SIMULAR EL DESARROLLO DE UN SISTEMA A LO LARGO DEL TIEMPO, DESDE LA PREDIC- CION A MUY CORTO PLAZO (MINUTOS) HASTA LA PREDICION A MUY LARGO PLAZO (LUS- TROS). LOS EVENTOS QUE SE PUEDEN SIMULAR VAN DESDE UN ESTADO "PERMANENTE" -- HASTA LA SIMULACION DE DISTURBIOS EN QUE EL DESARROLLO DE LOS SUCESOS NO SEA DEMASIADO RAPIDO (MINUTOS).

LA SOLUCION AL PROBLEMA DE FLUJOS IMPLICA LA SOLUCION DE ECUACIONES NO-LINEA- LES, YA QUE LOS ELEMENTOS EXTERNOS A LA RED SE MODELAN, NO COMO FUENTES DE -- VOLTAJE O DE CORRIENTE NI COMO IMPEDANCIAS CONSTANTES, SINO QUE, PARA APROXI- MARLAS MAS A LA REALIDAD, SE MODELAN COMO ELEMENTOS NO LINEALES, AUNQUE ESTO LLEVE MAYOR COMPLEJIDAD EN LA SOLUCION DEL PROBLEMA.

PARA LA SOLUCION SE USAN EN LA ACTUALIDAD, PRINCIPALMENTE, LOS DOS METODOS -- QUE SE ILUSTRAN, SIMPLIFICADOS, A CONTINUACION. ESTOS METODOS SON, EL DE -- GAUSS-SEIDEL Y EL DE NEWTON-RAPHSON.

METODO SIMPLE DE GAUSS:

PARA ENCONTRAR LA(S) RAICES DE UNA EXPRESION $f(x)$, ES NECESARIO ENCONTRAR PRI- MERAMENTE OTRA EXPRESION $f_1(x)$ TAL QUE SE PUEDA ESTABLECER LA ECUACION -- $x = f_1(x)$.

UNA VEZ QUE SE TIENE ESTA ECUACION, SE DEBERA SUPONER UN VALOR DE x , TAN CER- CANO COMO SE PUEDA A UNA RAIZ, Y, CON EL, EVALUAR $f_1(x)$. ESTE VALOR DE $f_1(x)$ SERA, SI LA SELECCION DE $f_1(x)$ Y DEL VALOR INICIAL DE x FUE BUENA, UN VALOR - MAS CERCANO A LA RAIZ DE LO QUE FUE LA SUPOSICION INICIAL DE x . CON BASE EN ESTO, SE PODRA AHORA EVALUAR $f_1(x)$ PARA ESTE NUEVO VALOR Y ASI OBTENER UN NUE- VO VALOR DE x AUN MAS CERCANO A LA RAIZ. CONTINUANDO ITERATIVAMENTE, SE PO- DRA LLEGAR A UN VALOR DE x TAN CERCANO A LA RAIZ COMO SE DESEE.

EL CRITERIO PARA DECIDIR QUE YA SE ALCANZO SUFICIENTE PRECISION EN EL VALOR DE x PODRA SER $|f(x)| < \epsilon$, O BIEN, EN LOS CASOS EN QUE EVALUAR $f(x)$ SEA COS- TOSO DESDE EL PUNTO DE VISTA DE COMPUTO, CONSIDERAR QUE YA SE ALCANZO SUFICI- ENTE PRECISION CUANDO LA DIFERENCIA ENTRE VALORES SUCESIVOS DE x YA ES MUY MAGNITUD PEQUEÑA ASI, SI LLAMAMOS x^n AL VALOR DE x EN LA ITERACION -- n -ESIMA, Y, x^{n+1} AL VALOR DE x EN LA ITERACION $(n+1)$ -ESIMA, ESTA CONDI- CION SE EXPRESARIA COMO:

$$|x^n - x^{n+1}| < \epsilon_2$$

DEPENDIENDO DE LA SELECCION DE $f_1(x)$ Y DEL VALOR INICIAL DE x , EL PROCESO PUEDE SER CONVERGENTE O BIEN PUEDE SER DIVERGENTE. NO EXISTE UNA REGLA DEFI- NIDA PARA LA FORMACION DE $f_1(x)$ QUE GARANTICE LA CONVERGENCIA SIN EMBARGO, LAS DOS MANERAS MAS COMUNES DE ENCONTRAR $f_1(x)$ SON LAS SIGUIENTES.

1.- SUMAR "x" A AMBOS LADOS DE LA ECUACION $f(x)=0$ PARA OBTENER:

$$x = f(x) + x \qquad f_1(x) = f(x) + x$$

Y ASI:

$$x^{n+1} = f_1(x^n)$$

POR EJEMPLO: Si $f(x) = \cos(x) + 0.3 = 0$

Se haria:

$$x = x + \cos(x) + 0.3$$

2.- PONER EN FORMA EXPLICITA A x EN EL LADO DERECHO DE LA ECUACION. PARA ESTO, SE SELECCIONA LA EXPRESION, DENTRO DE $f(x)$ DE LA QUE RESULTE MAS COMODO EFECTUARLO, AUNQUE ESTO NO SIEMPRE RESULTE CONVERGENTE. EN CASO DE QUE EL PROCESO RESULTE DIVERGENTE, SE PUEDE INTENTAR "DESPEJAR" x DE OTRA DE LAS EXPRESIONES QUE FORMAN $f(x)$, O BIEN RECURRIR A LA MANERA 1.

Vgr.: Si $f(x) = x^3 + x - 30 = 0$

Se haria:

$$x = 30 - x^3$$

EJEMPLO: $x^2 - 5x + 4 = 0 \longrightarrow x = \frac{x^2 + 4}{5}$

tabulando:

n	x^n	x^2	$x^2 + 4$	$(x^2 + 4)/5 = x^{n+1}$
0	3	9	13	2.6
1	2.6	6.76	10.76	2.15
2	2.15	4.63	8.63	1.73
3	1.73	2.98	6.98	1.40
4	1.40	1.95	5.95	1.19
5	1.19	1.42	5.42	1.08
	.			
	.			
	.			
	.			

POR OTRA PARTE, SI SE INICIA CON $x = 5$

n	x^n	x^{n^2}	$x^{n^2} + 4$	$\frac{x^{n^2} + 4}{5}$
0	5.00	25.00	29.00	5.80
1	5.8	33.64	37.64	7.53
2	7.53	56.67	60.67	12.13
3	12.13	147.24	151.24	30.25
4	30.25	914.91	918.91	183.78

COMO SE VE EL PROCESO ES DIVERGENTE.

EL PROCEDIMIENTO SE PUEDE EXTENDER A SISTEMAS DE MAS DE UNA ECUACION MUY FACILMENTE.

PARTIENDO DE:
$$[F(x)] = [0]$$

HAY QUE LLEGAR A:
$$[x] = [F_1(x)]$$

ESTO SE ILUSTR A CONTINUACION CON UN EJEMPLO:

$$2x_1 + x_1x_2 - 1 = 0$$

$$x_1 = 0.5 - (x_1x_2)/2$$

$$2x_2 - x_1x_2 + 1 = 0$$

$$x_2 = -0.5 + (x_1x_2)/2$$



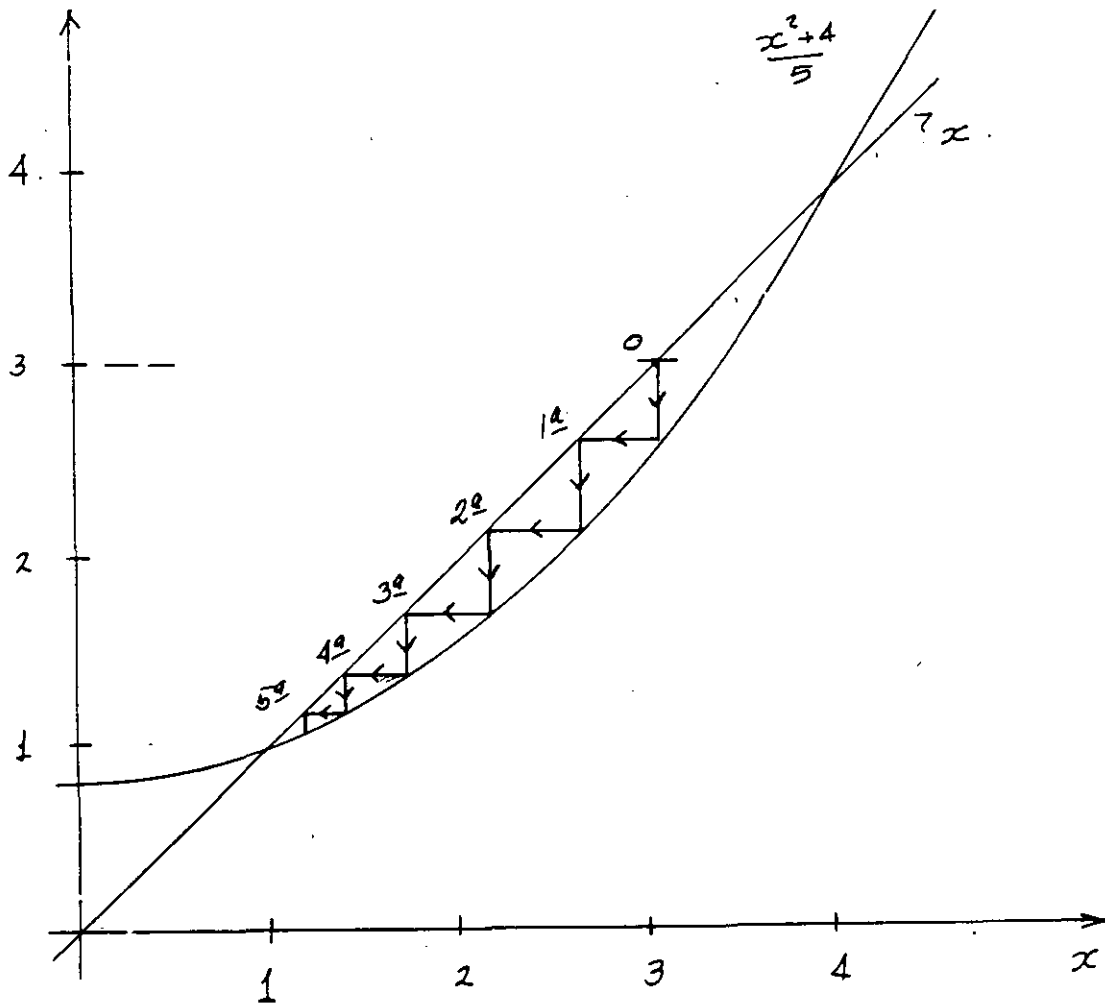
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA

EXAMEN: _____

PROFESOR: _____

MATERIA: _____

NOMBRE DEL ALUMNO: _____



TABULANDO:

n	x_1	x_2	$x_1 x_2 / 2$	x_1^{n+1}	x_2^{n+1}
0	0	0	0	0.50	-0.50
1	0.50	-0.50	-0.13	0.63	-0.63
2	0.63	-0.63	-0.20	0.70	-0.70
3	0.70	-0.70	-0.24	0.74	-0.74
4	0.74	-0.74	-0.28	0.78	-0.78
5	0.78	-0.78	-0.304	0.804	-0.804
6	0.804	-0.804	-0.323	0.823	-0.823
7	0.823	-0.823	-0.339	0.839	-0.839
8	0.839	-0.839			
	.	.			
	.	.			
	.	.			

DE AQUI SALTA A LA VISTA UNA MEJORA AL METODO, QUE CONSISTE EN USAR, PARA EL CALCULO DE CADA NUEVA x_1 LOS VALORES MAS RECIENTEMENTE CALCULADOS DE LAS DEMAS x . AL METODO ASI DESCRITO SE LE CONOCE COMO DE GAUSS-SEIDEL.

APLICANDOLO AL EJEMPLO ANTERIOR, SE OBTIENE:

n	x_1	x_2	$x_1 x_2 / 2$	x_1^{n+1}	$x_1 x_2 / 2$	x_2^{n+1}
0	0	0	0	0.5	0	-0.5
1	0.5	-0.5	-0.13	0.63	-0.16	-0.66
2	0.63	-0.66	-0.21	0.71	-0.23	-0.73
3	0.71	-0.73	-0.26	0.76	-0.28	-0.78
4	0.76	-0.78	-0.29	0.79	-0.31	-0.81
5	0.79	-0.81	-0.32	0.82	-0.332	-0.832
6	0.82	-0.832	-0.341	0.841	-0.350	-0.85
	.	.				
	.	.				

HAY UNA MEJORA MAS QUE SE LE PUEDE HACER AL METODO. ESTA MEJORA CONSISTE EN LA APLICACION DE UNA ACELERACION Y NACE DEL HECHO DE QUE, SIN ELLA, LA CONVERGENCIA ES MONOTONICA.

PARA APLICAR LA ACELERACION, SE COMPARA EL VALOR RECIEN OBTENIDO PARA x_{λ}^n Y, EN LUGAR DE HACER x_{λ}^{n+1} IGUAL A ESTE ULTIMO, SE MULTIPLICA LA DIFERENCIA POR UN VALOR α SUPERIOR A LA UNIDAD Y LA NUEVA x_{λ}^{n+1} SE TIENE SUMANDO ESTA DIFERENCIA AMPLIFICADA A x_{λ}^n .

SI LLAMAMOS x_{λ}' AL VALOR RECIEN OBTENIDO DE x ANTES DE ACELERAR, EL ALGORITMO SERIA:

$$\Delta_1 = x_{\lambda}' - x_{\lambda}^n$$

Y:

$$x_{\lambda}^{n+1} = x_{\lambda}^n + \alpha \Delta$$

A CONTINUACION SE ILUSTRAS EL USO DE LA ACELERACION CON EL EJEMPLO ANTERIOR DE UNA VARIABLE:

Encontrar una raíz de: $x^2 - 5x + 4$

Solución:

La raíz hará que: $x^2 - 5x + 4 = 0$

O sea que despejando: $x = \frac{x^2 + 4}{5}$

AHORA, ITERANDO, PARTIENDO DE $x=3$ AL IGUAL QUE EN LA SOLUCION SIN ACELERACION, SE TENDRA:

$$x^0 = 3; \quad x^1 = \frac{3^2 + 4}{5} = 2.6; \quad \Delta = 2.6 - 3 = -0.4$$

Y, SI ESCOGEMOS UNA ACELERACION DE 1.6, ENTONCES:

$$x^1 = x^0 + \alpha \Delta = 3 + 1.6 \times (-0.4) = 2.36$$

Y, TABULANDO PARA PROCEDER EN FORMA SISTEMATICA, SE TENDRA:

n	$x_{(n)}$	$x' : \left(\frac{x_{(n)} + 4}{5} \right)$	Δx	$\alpha \Delta x$	x^{n+1}
0	3.000	2.6000	-0.4000	-0.6400	2.3600
1	2.360	1.9139	-0.4461	-0.7137	1.6463
2	1.6463	1.3420	-0.3042	-0.4868	1.1595
3	1.1595	1.0689	-0.0906	-0.1450	1.0145
4	1.0145	1.0059	-0.0087	-0.0139	1.0006
5	1.0006	1.0003	-0.0004	-0.0006	1.0000
6	1.0000				

A CONTINUACION SE COMPARAN GRAFICAMENTE LOS METODOS GAUSS SIMPLE CON Y SIN --
ACELERACION EN EL EJEMPLO DE UNA VARIABLE $x^2 - 5x + 4 = 0$

CUANDO SE TRATA DE DOS O MAS VARIABLES SE PUEDE ACELERAR CON DIFERENTE α --
CADA Δx ; PERO NORMALMENTE SE APLICA UNA SOLA α .

AUNQUE SE PODRIA APLICAR ACELERACION SIMPLEMENTE, GENERALMENTE SE USAN LAS --
DOS MEJORAS VISTAS, O SEA:



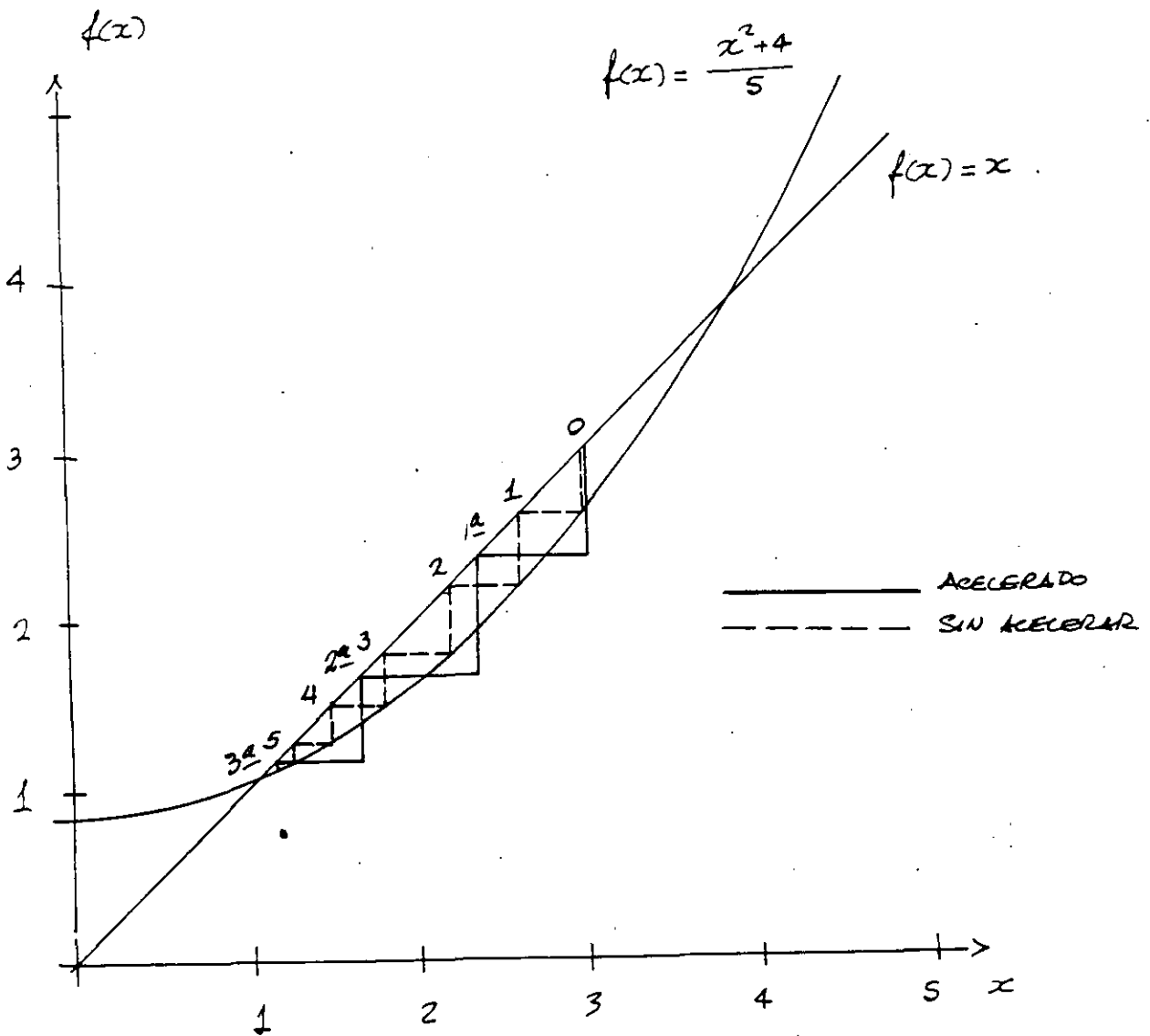
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA

EXAMEN: _____

PROFESOR: _____

MATERIA: _____

NOMBRE DEL ALUMNO: _____



ba

- USO DEL VALOR MAS RECIENTEMENTE CALCULADO EN LAS VARIABLES PRECEDENTES.
- ACELERACION SUPERIOR A 1 EN LOS CAMBIOS DE VALOR ENCONTRADOS.

POR RAZONES OBVIAS, A ESTE METODO SE LE LLAMA "GAUSS-SEIDEL ACELERADO".

APLICANDO ACELERACION A NUESTRO EJEMPLO, V.gr.: CON $\alpha = 1.6$ SE OBTENDRIA, CON GAUSS-SEIDEL ACELERADO:

n	x_1^n	x_2^n	x_1	Δ_1	$\alpha\Delta_1$	x_1^{n+1}	x_2'	Δ_2	$\alpha\Delta_2$	x_2^{n+1}
0	0.000	0.000	0.500	0.500	0.800	0.800	-0.500	-0.500	-0.800	-0.800
1	0.800	-0.800	0.820	0.020	0.032	0.832	-0.833	-0.033	-0.052	-0.852
2	0.832	-0.852	0.855	0.023	0.036	0.868	-0.870	-0.018	-0.028	-0.881
3	0.868	-0.881	0.882	0.014	0.023	0.891	-0.892	-0.012	-0.019	-0.899
4	0.891	-0.899	0.900	0.010	0.016	0.906	-0.907	-0.008	-0.013	-0.912
5	0.906	-0.912								
6	0.918	-0.922								
7	0.927	-0.93								
∞	1.000	-1.000								

EXISTE OTRO METODO NUMERICO PAR LA BUSQUEDA DE RAICES DE ECUACIONES LLAMADO - "NEWTON-RAPHSON".

ESTE METODO SE BASA EN LA SUPOSICION DE QUE, EN LA SERIE DE TAYLOR, EL TERMINO EN LA PRIMERA DERIVADA ES EL DE MAYOR PESO. EN LA MEDIDA EN QUE ESTO SE CUMPLA, LA CONVERGENCIA A LA SOLUCION SERA MAS RAPIDA.

A CONTINUACION SE MUESTRA EL PRINCIPIO DE OPERACION APLICADO GEOMETRICAMENTE, ASI COMO LA OBTENCION DEL ALGORITMO PARA UNA SOLA VARIABLE.



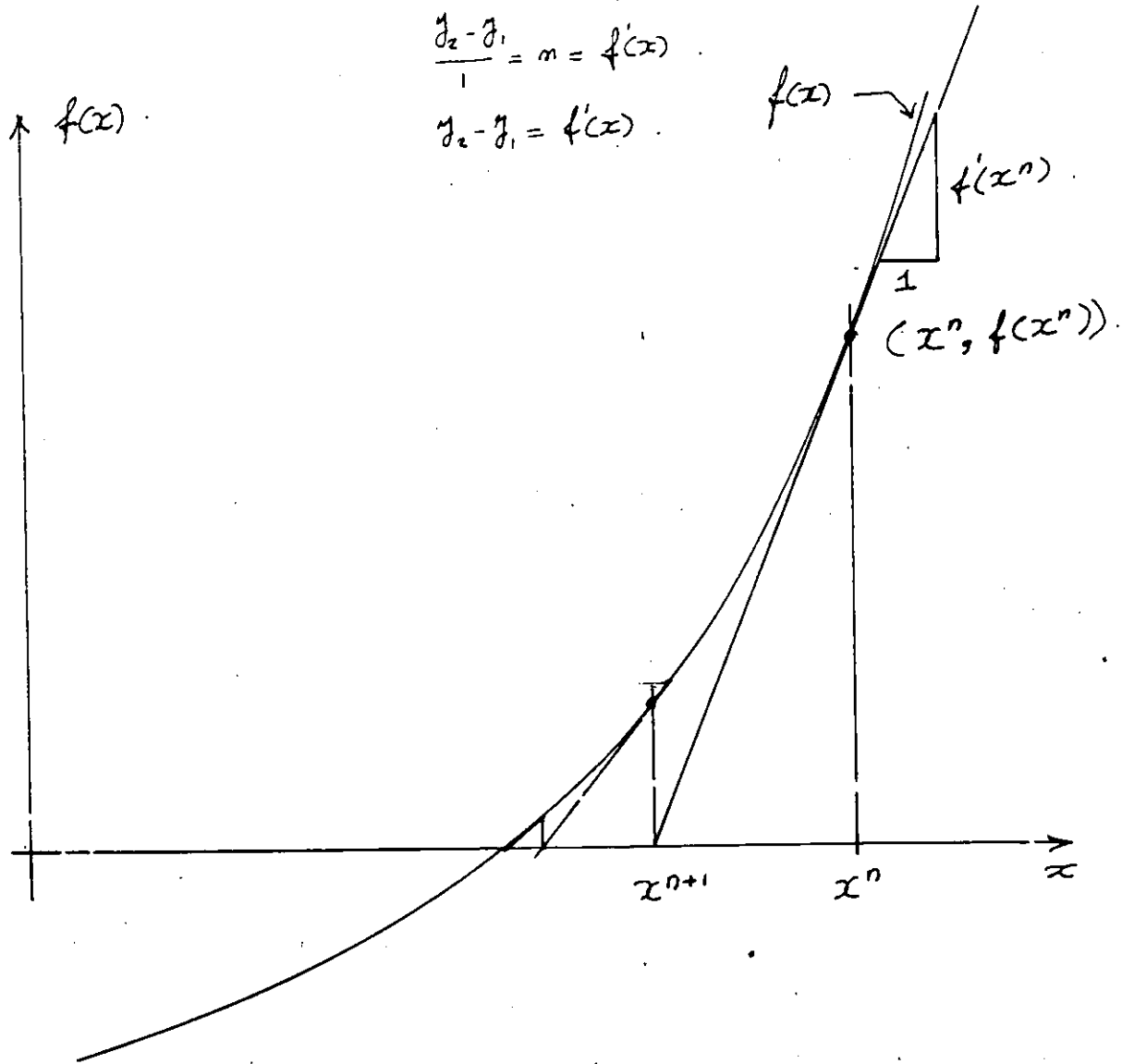
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA

EXAMEN: _____

PROFESOR: _____

MATERIA: _____

NOMBRE DEL ALUMNO: _____



POR TRIANGULOS SEMEJANTES:

$$\frac{f'(x^n)}{1} = \frac{f(x^n)}{x^n - x^{n+1}}$$

O SEA QUE: $x^n - x^{n+1} = \frac{f(x^n)}{f'(x^n)}$

DE DONDE: $-x^{n+1} = -x^n + \frac{f(x^n)}{f'(x^n)}$

Y CAMBIANDO SIGNOS:

$$x^{n+1} = x^n - \frac{f(x^n)}{f'(x^n)}$$

ESTE ES PRECISAMENTE EL ALGORITMO DE NEWTON-RAPHSON. ESTE METODO CONVERGE, EN GENERAL, CON MENOS ITERACIONES QUE EL GAUSS-SEIDEL ACELERADO, AUNQUE CADA ITERACION ES MAS LENTA PUES IMPLICA EL CALCULO, NO SOLO DE LA FUNCION SINO DE SU DERIVADA. POR OTRA PARTE, SE PUEDE DECIR QUE EN GENERAL, ES UN METODO MAS SEGURO PUES ES MAS DIFICIL QUE UN VALOR INICIAL MAL ESCOGIDO LO HAGA DIVERGENTE. EL TIEMPO TOTAL DE SOLUCION POR UN METODO U OTRO DEPENDERA DEL NUMERO DE VARIABLES, O DE VECES QUE SE REQUIERA ENCONTRAR LAS RAICES A ECUACIONES SIMILARES EN FORMA PERO CON COEFICIENTES DIFERENTES. SIN ACOTAR LOS EJES, SE PUEDE DECIR QUE LOS DOS METODOS SON, COMPARATIVAMENTE COMO SE MUESTRA.



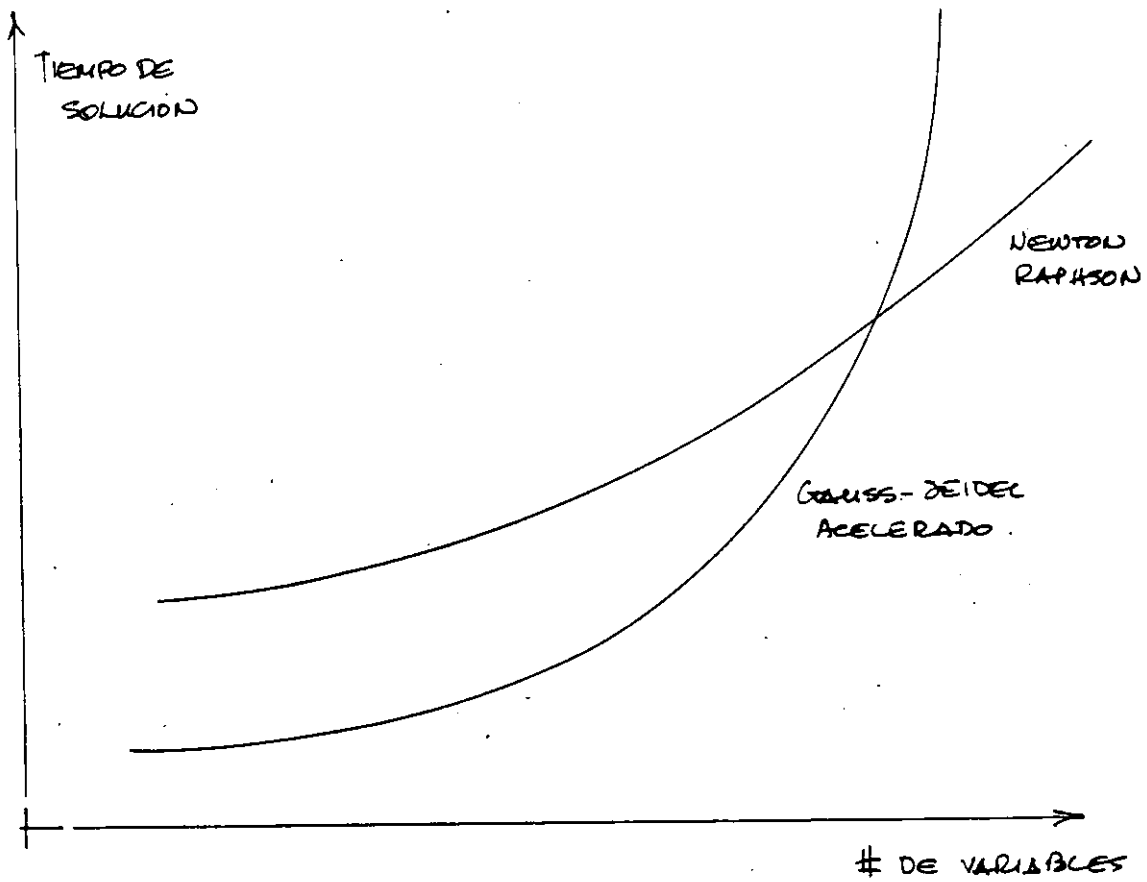
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA

EXAMEN: _____

PROFESOR: _____

MATERIA: _____

NOMBRE DEL ALUMNO: _____



A CONTINUACION SE ILUSTRAN EL EMPLEO DE ESTE METODO PARA RESOLVER EL MISMO --
EJEMPLO: $x^2 - 5x + 4 = 0$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 5x + 4 \\ f'(x) &= 2x - 5 \end{aligned} \quad x^{n+1} = x^n - \frac{x^n - 5x^n + 4}{2x^n - 5}$$

1. - EMPEZANDO CON EL MISMO VALOR INICIAL CON EL QUE SE RESOLVIO POR GAUSS --
ACELERADO:



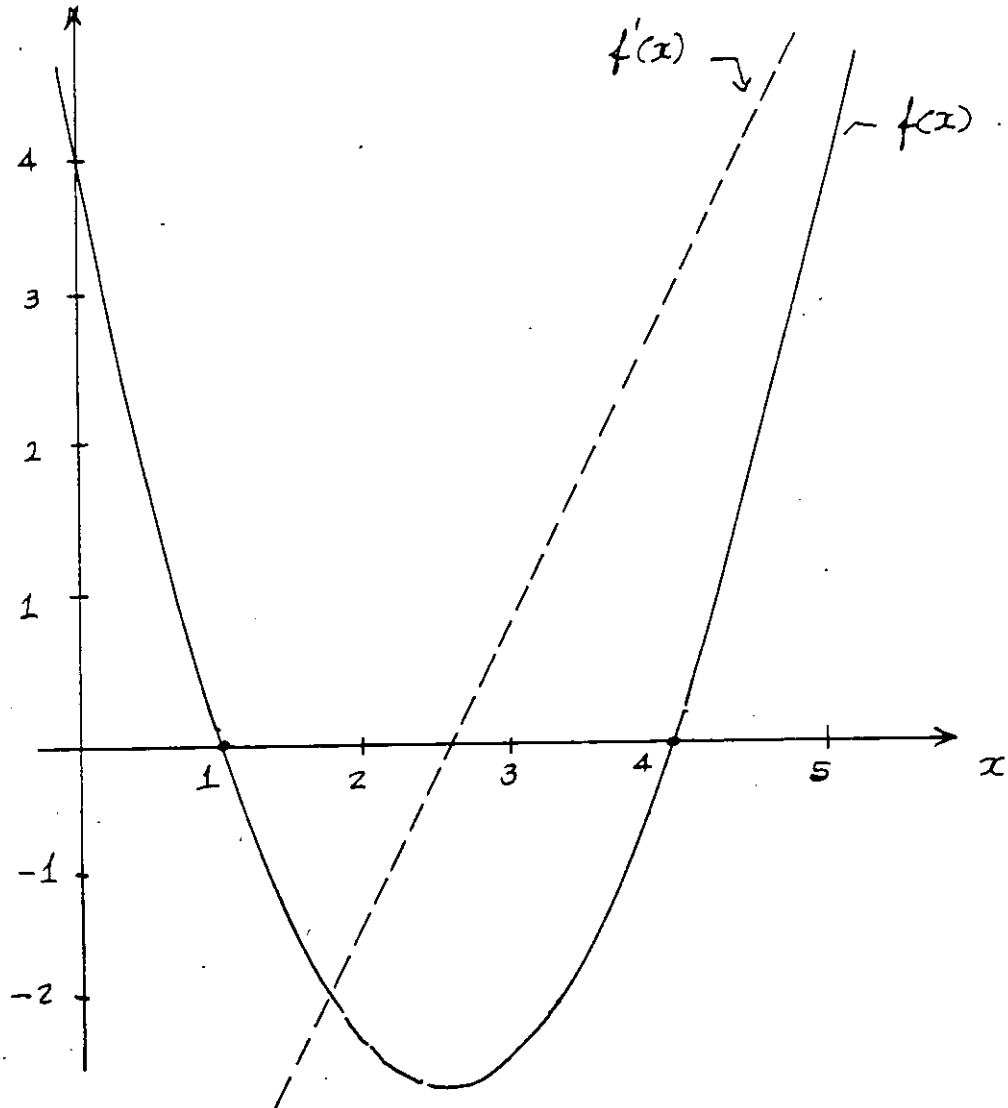
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA

EXAMEN: _____

PROFESOR: _____

MATERIA: _____

NOMBRE DEL ALUMNO: _____



IT #	x^n	$f(x^n)$	$f'(x^n)$	f/f'	x^{n+1}
0	3.000	-2.000	1.000	-2.000	5.000
1	5.000	4.000	5.000	0.800	4.200
2	4.200	0.640	3.400	0.1882	4.0118
3	4.0118	0.0354	3.0235	0.0117	4.000
4	4.0000				

NOTESE QUE LA RAIZ QUE SE LOCALIZO ES AQUELLA HACIA LA QUE APUNTO LA TANGENTE A LA CURVA EN EL PUNTO INICIAL.

NOTESE ADEMAS, QUE EL VALOR DE $f(x)$ ES DIRECTAMENTE EL INDICE DE QUE LEJOS ESTA DE CERO LA FUNCION, LO QUE FACILITA LA DETECCION DE LA ACEPTABILIDAD DE LA "RAIZ".

2.- PARA ENCONTAR LA OTRA RAIZ, SERA NECESARIO PARTIR DE UN PUNTO A LA IZQUIERDA DEL MINIMO; ESCOGIENDO CERO SE TENDRA:

IT #	x^n	$f(x^n)$	$f'(x^n)$	f/f'	x^{n+1}
0	0.000	4.000	-5.000	-0.8000	0.8000
1	0.8000	0.6400	-3.400	-0.1882	0.9882
2	0.9882	0.0354	-3.0235	-0.0117	1.0000
3	1.0000				

EL METODO DE NEWTON-RAPHSON TAMBIEN SE PUEDE APLICAR A SISTEMAS DE MAS DE UNA ECUACION CON UNA VARIABLE. A CONTINUACION SE MUESTRA EL PRINCIPIO EN QUE SE BASA EL ALGORITMO DE SOLUCION, TRAS LO CUAL, SE ILUSTRAS CON UN EJEMPLO.

SI SE TIENE UN SISTEMA DE ECUACIONES:

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

PARA EL CUAL SE BUSCA EL CONJUNTO DE VALORES DE x_1, x_2, \dots, x_n QUE LAS CUMPLAN, SE PUEDE HACER LO SIGUIENTE:

- 1: SUPONER UN VECTOR $[X]$ QUE SEA CERCANO A LA SOLUCION.
- 2: APLICARLE A ESTE VECTOR UNA CORRECCION QUE LO APROXIME A LA SOLUCION.
- 3: REPETIR EL PASO 2 HASTA QUE LAS FUNCIONES (TODAS) SE APROXIMEN TANTO A CERO COMO SE DESEE.

PARA ENCONTAR EL VECTOR DE CORRECCION ES NECESARIO RECORDAR QUE EXISTE UNA -- SERIE INFINITA PARA CALCULAR EL VALOR DE UNA FUNCION SI SE CONOCEN:

- SU VALOR EN OTRO PUNTO.
- SUS DERIVADAS PARCIALES.
- LAS DIFERENCIAS EN ARGUMENTOS AL NUEVO PUNTO.

ESTA SERIE DICE QUE:

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) = & \\
 & f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Delta x_n \\
 & + \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_1^2} \Delta x_1^2 + \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_2^2} \Delta x_2^2 + \dots + \frac{\partial^2 f_1}{\partial x_n^2} \Delta x_n^2 \\
 & + \dots \\
 & \infty
 \end{aligned}$$

EXPRESANDO MATRICIALMENTE ESTE CONJUNTO DE ECUACIONES SE TENDRA:

$$[f([x])] + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

QUE PUEDE ESCRIBIRSE EN FORMA CONDENSADA DE LA SIGUIENTE MANERA:

$$\begin{bmatrix} f(x) \end{bmatrix} + [J]_x [\Delta x] = 0$$

O SEA QUE:

$$[J]_x [\Delta x] = -\begin{bmatrix} f(x) \end{bmatrix}$$

SI SE PREMULTIPLICAN AMBOS LADOS DE LA ECUACION POR $[J]^{-1}$, SE TENDRA:

$$[J]^{-1} [J] [\Delta x] = -[J]^{-1} [f(x)]$$

O SEA QUE:

$$[\Delta x] = -[J]^{-1} [f(x)]$$

LLAMANDO:

$[X]_{\nu}$ Al vector solución aproximada en la iteración ν ésima.

$[f]_{\nu}$ Al vector de las funciones calculadas para $[X]_{\nu}$

$[J]_{\nu}$ Al JACOBIANO calculado para $[X]_{\nu}$

$[X]_{\nu+1}$ Al vector solución aproximada en la iteración $(\nu+1)$ ésima.

EL ALGORITMO SERA:

$$[X]_{\nu+1} = [X]_{\nu} - [J]_{\nu}^{-1} [f]_{\nu}$$

DEL CUAL EL CASO DE UNA VARIABLE ES UN CASO PARTICULAR; RECORDAR QUE:

$$x_{\nu+1} = x_{\nu} - \frac{f(x_{\nu})}{f'(x_{\nu})}$$

A CONTINUACION, SE ILUSTRAS EL EMPLEO DE ESTE METODO CON UN EJEMPLO DE DOS --
ECUACIONES DE DOS VARIABLES.

EJEMPLO:

$$2x_1 + x_1x_2 - 1 = 0 \quad \longleftarrow \quad f_1(x_1, x_2) = 0$$

$$2x_2 - x_1x_2 + 1 = 0 \quad \longleftarrow \quad f_2(x_1, x_2) = 0$$

EL JACOBIANO SERA:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}$$

DONDE: $\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = 2 + x_2$ $\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = x_1$

$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = -x_2$ $\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 2 - x_1$

ASI:

$$[J] = \begin{bmatrix} 2 + x_2 & x_1 \\ -x_2 & 2 - x_1 \end{bmatrix}$$

A FALTA DE MAS INFORMACION, SE PUEDE EMPEZAR SUPONIENDO 0 (cero) PARA AMBAS VARIABLES, CON LO QUE:

$$[f]_0 = \begin{bmatrix} 2x_1 + x_1x_2 & -1 \\ 2x_2 - x_1x_2 & +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 0 + 0 \times 0 & -1 \\ 2 \times 0 - 0 \times 0 & +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$[J]_0 = \begin{bmatrix} 2 + x_2 & x_1 \\ -x_2 & 2 - x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + 0 & 0 \\ -0 & 2 - 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

INVIRTIENDO EL JACOBIANO: $\Delta = 2 \times 2 - 0 \times 0 = 4$

La adjunta será:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Con lo que:

$$[J]_0^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Y así,

$$[x]_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$$

Esto justificado porque: $\left([x]_{\nu+1} = [x]_{\nu} - [J]_{\nu}^{-1} [f]_{\nu} \right)$

CON ESTE NUEVO VALOR DE $[x]$ SE PUEDE REPETIR EL PROCEDIMIENTO, PUES,

$$[x]_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}; \quad [J]_1 = \begin{bmatrix} 2 + (-0.5) & 0.5 \\ -(-0.5) & 2 - 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}$$

$$[J]_1^{-1} = \begin{bmatrix} 0.75 & -0.25 \\ -0.25 & 0.75 \end{bmatrix}$$

$$[f]_1 = \begin{bmatrix} 2 \times 0.5 + 0.5 \times (-0.5) - 1 \\ 2 \times (-0.5) - 0.5 \times (-0.5) + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.25 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

Con lo que:

$$[x]_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 & -0.25 \\ -0.25 & 0.75 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.25 \\ 0.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.25 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

O sea:
$$[x]_2 = \begin{bmatrix} 0.75 \\ -0.75 \end{bmatrix}$$

ITERANDO UNA VEZ MAS:

$$[x]_2 = \begin{bmatrix} 0.75 \\ -0.75 \end{bmatrix} ; [J]_2 = \begin{bmatrix} 1.25 & 0.75 \\ 0.75 & 1.25 \end{bmatrix} ; [J]_2^{-1} = \begin{bmatrix} 1.25 & -0.75 \\ -0.75 & 1.25 \end{bmatrix}$$

$$[f]_2 = \begin{bmatrix} -0.0625 \\ 0.0625 \end{bmatrix}$$

Con lo que:

$$[x]_3 = \begin{bmatrix} 0.75 \\ -0.75 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.25 & -0.75 \\ -0.75 & 1.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0625 \\ 0.0625 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.75 \\ -0.75 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.125 \\ 0.125 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.875 \\ -0.875 \end{bmatrix}$$

REITERANDO:

$$[J]_3 = \begin{bmatrix} 1.125 & 0.875 \\ 0.875 & 1.125 \end{bmatrix} ; [J]_3^{-1} = \begin{bmatrix} 2.25 & -1.75 \\ -1.75 & 2.25 \end{bmatrix}$$

$$[f]_3 = \begin{bmatrix} -0.0156 \\ 0.0156 \end{bmatrix}$$

Con lo que:

$$[x]_4 = \begin{bmatrix} 0.875 \\ -0.875 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2.25 & -1.75 \\ -1.75 & 2.25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.0156 \\ 0.0156 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9375 \\ -0.9375 \end{bmatrix}$$

Prof. R. Guerrero C.
DEPFI/UNAM/Lectura #

Y ASI SE CONTINIARIA HASTA ALCANZAR LA TOLERANCIA DESEADA. CABE ACLARAR QUE -
EL METODO DE NEWTON-RAPHSON CONVERGE MUY RAPIDAMENTE CUANDO YA SE ESTA CERCA
DE LA SOLUCION, PUES EL JACOBIANO ES CASI EXACTO, O LO QUE ES LO MISMO, LA --
FUNCION ES CASI UN PLANO PARA Δx 's PEQUEÑAS.

ES EN BASE A LO ANTERIOR QUE LA MAYORIA DE LOS PROGRAMAS DE FLUJOS QUE SE BA-
SAN EN ESTE METODO EMPIEZAN POR OBTENER UNA SOLUCION APROXIMADA POR ALGUN --
OTRO METODO MAS SIMPLE v.gr., GAUSS-SEIDEL, FLUJOS LINEALES, ETC.

Apéndice:

El sistema de la figura es uno de corriente directa, que contiene tres buses; el nodo 3 es de carga y su valor debe especificarse, el nodo 2 es de generación, la potencia real y el voltaje son valores especificados, el - nodo 1 es el nodo suelto con generación abierta, pero con el voltaje especificado o fijo.

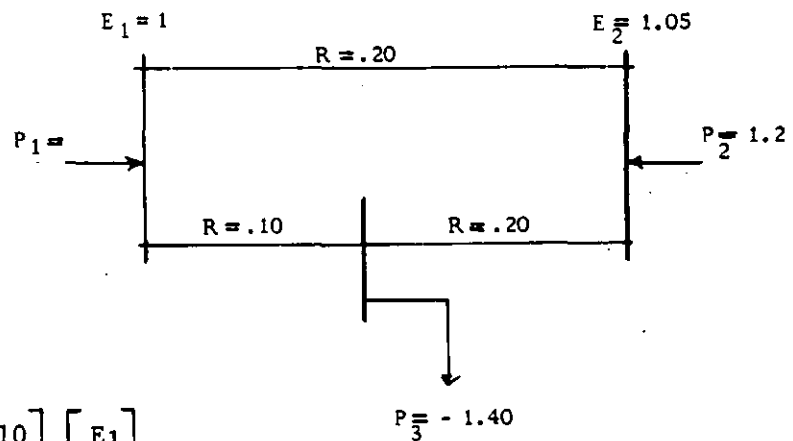
La solución se condensa en:

$$[E] = [Z][I]$$

o bien

$$[I] = [Y][E]$$

Usando admitancias:



$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -5 & -10 \\ -5 & 10 & -5 \\ -10 & -5 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

Para el bus 2;

$$I_2 = Y_{21}E_1 + Y_{22}E_2 + Y_{23}E_3$$

o bien:

$$E_2 = \frac{1}{Y_{22}} (I_2 - (Y_{21}E_1 + Y_{23}E_3))$$

como:

$$I_2 = \frac{P_2}{E_2}$$

$$E_2 = \frac{1}{Y_{22}} \left(\frac{P_2}{E_2} - (Y_{21}E_1 + Y_{23}E_3) \right)$$

Se justifica la fórmula clásica (pág. 253 Olle I. Elgerd)

$$V_i = \frac{1}{Y_{ii}} \left(\frac{P_i - Q_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{u=1 \\ u \neq i}}^n Y_{iu} V_u \right) \quad \begin{array}{l} i = 2 \dots \dots \dots n \\ \text{si } 1 \text{ es el suelto} \end{array}$$

Que es una ecuación no lineal para E₂. Numéricamente el valor es:

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.2}{E_2} + 5 \times 1.0 + 5E_3 \right) \quad 8.1$$

y del mismo modo

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{E_3} + 10 \times 1.0 + 5E_2 \right) \quad 8.2$$

Las ecuaciones 8.1 y 8.2 suelen resolverse de dos maneras:

I).- Método de Gauss - Seidel

- 1.- Se asigna un valor estimado a E₂ y E₃
- 2.- Se calcula nuevo valor de E₂ a partir de los valores estimados
- 3.- Se calcula nuevo valor de E₃ usando el valor estimado de E₃, pero el valor recientemente calculado de E₂.
- 4.- Se repite el proceso usando cada vez el valor más recientemente calculado de E₂ y E₃ hasta que se logra la solución. Cada vez que se calculan E₂ y E₃ se completa una iteración.

En general, para la iteración número m

$$E_2^m = \frac{1}{10} \left(\frac{1.2}{E_2^{m-1}} + 5 \times 1 + 5 \times E_3^{m-1} \right)$$

$$E_3^m = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.5}{E_3^{m-1}} + 10 + 5 \times E_2^m \right)$$

Numéricamente: Si E₂ = E₃ = 1 (valores estimados)

1a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.0} + 5 \times 1 + 5 \times 1.0 \right) = 1.1200$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{1.0} + 10 \times 1.0 + 5 \times 1.120 \right) = 0.9466$$

2a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.12} + 5 \times 1 + 5 \times 0.9466 \right) = 1.0804$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{0.9466} + 10 \times 1 + 5 \times 1.0804 \right) = .9282$$

3a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.0804} + 5 \times 1 + 5 \times .9282 \right) = 1.0751$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{.9282} + 10 \times 1 + 5 \times 1.0751 \right) = 0.9245$$

4a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.0751} + 5 \times 1 + 5 \times .9245 \right) = 1.0738$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{.9245} + 10 \times 1 + 5 \times 1.0738 \right) = 0.9236$$

5a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.0738} + 5 \times 1 + 5 \times .9236 \right) = 1.0735$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{.9236} + 10 \times 1 + 5 \times 1.0735 \right) = 0.9234$$

6a. Iteración

$$E_2 = \frac{1}{10} \left(\frac{1.20}{1.0735} + 5 \times 1 + 5 \times .9234 \right) = 1.0735$$

$$E_3 = \frac{1}{15} \left(\frac{-1.40}{0.9234} + 10 \times 1 + 5 \times 1.0735 \right) = 0.9234$$

Se dice que la solución para los voltajes converge cuando por cada iteración los valores son más y más cercanos cada vez; es necesario tomar una decisión de cuando el valor calculado está lo suficientemente cerca de la solución deseada; el criterio para fijar ese límite es el criterio de convergencia. El "mismatch" de potencias compara la potencia calculada con la especificada, así si para el bus i se obtiene un "mismatch" máximo el criterio se establece como:

$$\Delta P_{\max} = \Delta P_i = \left| P_i - E_i \left(\sum_{k=1}^n Y_{ik} E_k \right) \right| < \epsilon_P$$

ϵ_P vale generalmente .01 - .0001 pu

Otro criterio de convergencia es el que compara el valor de las tensiones en pasos consecutivos de tal modo que:

$$\Delta E_{\max} = \Delta E_i = \left| E_i^{n-1} - E_i^n \right| < \epsilon_E$$

ϵ_E vale generalmente .0001

La acotación por tensiones depende de qué tan rápido converja el sistema, por lo que no es tan seguro como el de Potencias; sin embargo, la comprobación por potencia $\Delta P_i < \epsilon_P$ hasta que $\Delta E_i < \epsilon_E$

Una solución híbrida consistirá en no calcular ΔP_i hasta que $\Delta E_i < \epsilon_E$

La tabla siguiente muestra los resultados obtenidos hasta la sexta iteración.

It	E_2	E_3	E_{\max}	P_2	P_3	P_{\max}
1	1.1200	0.9466	0.12	1.64304	-1.32618	.44304
2	1.0804	0.9282	0.0396	1.55512	-1.37280	.25512
3	1.0751	0.9245	0.0053	1.21235	-1.39414	.01235
4	1.0738	0.9236	0.0013	1.20265	-1.39925	.00265
5	1.0735	0.9234	0.0003	1.20017	-1.40033	.00033
6	1.0735	0.9234	-	-	-	-

$$P_1 = E_1 \sum_{k=1}^n Y_{1k} E_k$$

$$P_2 = 1.12 \left[Y_{21} E_1 + Y_{22} E_2 + Y_{23} E_3 \right]$$

$$it 1 = 1.12 (-5 \times 1 + 10 \times 1.12 - 5 \times 0.9466) = 1.64304$$

$$it 2 = 1.0804 (-5 \times 1 + 10 \times 1.0804 - 5 \times 0.9282) = 1.55512$$

$$it 3 = 1.0751 (-5 \times 1 + 10 \times 1.0751 - 5 \times 0.9245) = 1.21325$$

$$it 4 = 1.0738 (-5 \times 1 + 10 \times 1.0738 - 5 \times 0.9236) = 1.20265$$

$$it 5 = 1.0735 (-5 \times 1 + 10 \times 1.0735 - 5 \times 0.9234) = 1.20017$$

$$P_3 = E_3(Y_{31}E_1 + Y_{32}E_2 + Y_{33}E_3)$$

$$\text{it 1} = 0.9466(-10 \times 1 - 5 \times 1.12 + 15 \times 0.9466) = -1.32618$$

$$\text{it 2} = 0.9282(-10 \times 1 - 5 \times 1.0804 + 15 \times 0.9282) = -1.37280$$

$$\text{it 3} = 0.9245(-10 \times 1 - 5 \times 1.0751 + 15 \times 0.9245) = -1.39414$$

$$\text{it 4} = 0.9236(-10 \times 1 - 5 \times 1.0738 + 15 \times 0.9236) = -1.39925$$

$$\text{it 5} = 0.9234(-10 \times 1 - 5 \times 1.0735 + 15 \times 0.9234) = -1.40033$$

Es de notarse en este resumen de resultados que el voltaje está dentro de una tolerancia de 1% en la tercera iteración, no así las potencias, ya que para que $|\Delta P_{\max}| < .001$ se requiere llegar hasta la quinta iteración.

II.- Método de Newton - Raphson

Las potencias se expresan como:

$$P_i = E_i \sum_{k=1}^n Y_{ik} E_k$$

En el sistema nuestro de tres buses, si:

$$P_1 = E_1(Y_{11}E_1 + Y_{12}E_2 + Y_{13}E_3)$$

$$P_2 = E_2(Y_{21}E_1 + Y_{22}E_2 + Y_{23}E_3)$$

$$P_3 = E_3(Y_{31}E_1 + Y_{32}E_2 + Y_{33}E_3)$$

se puede afirmar que las potencias son una función no lineal de los voltajes.

$$P = P(E_1, E_2, E_3)$$

variaciones pequeñas en los voltajes (ΔE) producirán pequeñas variaciones en las potencias (ΔP). Linealizando y puesto en forma matricial

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial E_1} & \frac{\partial P_1}{\partial E_2} & \frac{\partial P_1}{\partial E_3} \\ \frac{\partial P_2}{\partial E_1} & \frac{\partial P_2}{\partial E_2} & \frac{\partial P_2}{\partial E_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial E_1} & \frac{\partial P_3}{\partial E_2} & \frac{\partial P_3}{\partial E_3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta E_1 \\ \Delta E_2 \\ \Delta E_3 \end{bmatrix}$$

Simbólicamente

$$[\Delta P] = [J] \times [\Delta E]$$

El Jacobiano (J) contiene las derivadas parciales de la potencia con respecto a los voltajes para un valor particular de E_1 , E_2 y E_3 . Cuando los voltajes cambian el Jacobiano también.

En el caso actual E_1 no varía, por lo tanto $\Delta E_1 = 0$ y dado que ΔP_1 no interviene en el proceso, la ecuación original se reduce a:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial E_2} & \frac{\partial P_2}{\partial E_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial E_2} & \frac{\partial P_3}{\partial E_3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta E_2 \\ \Delta E_3 \end{bmatrix}$$

Simbólicamente

$$[\Delta E] = [J]^{-1} [\Delta P]$$

La solución consiste de los siguientes pasos:

- 1.- Se asignan valores estimados a E_2 y E_3
- 2.- Se calculan las potencias usando:

$$P_i = E_i \sum_{k=1}^n Y_{ik} E_k$$

- 3.- Se calculan las diferencias (ΔP) entre los valores calculados y especificados

$$\Delta P_2 = P_{2c} - P_{2e}$$

$$\Delta P_3 = P_{3c} - P_{3e}$$

- 4.- Si $\Delta P \neq 0$, el error lo causan los voltajes, cuyo error se supone -- aproximado a ΔE como se calcula en:

$$[\Delta E] = [J]^{-1} [\Delta P]$$

por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}_{\text{viejo}} - [J]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix}$$

actual viejo

- 5.- Dado que existen nuevas tensiones se deberá calcular e invertir un nuevo Jacobiano. Se calculan nuevas potencias y se prosigue cíclicamente hasta que ΔP_2 y ΔP_3 son menores que ϵ_p

Aplicando el procedimiento a nuestro sistema de CD obtendremos:

1a. ITERACION

$$\text{Si } P_2 = E_2(Y_{21}E_1 + Y_{22}E_2 + Y_{23}E_3)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_2} = Y_{21}E_1 + 2Y_{22}E_2 + Y_{23}E_3$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_3} = Y_{23}E_2$$

$$\text{Si } P_3 = E_3(Y_{31}E_1 + Y_{32}E_2 + Y_{33}E_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_2} = Y_{32}E_3$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_3} = Y_{31}E_1 + Y_{32}E_2 + 2Y_{33}E_3$$

Suponiendo que $E_2 = E_3 = 1.0$ y que Y_{bus} vale:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 15 & -5 & -10 \\ -5 & 10 & -5 \\ -10 & -5 & 15 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_2} = -5 \times 1 + 2 \times 10 \times 1 - 5 \times 1 = 10$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_3} = -5 \times 1 = -5$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_2} = -5 \times 1 = -5$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_3} = -10 \times 1 - 5 \times 1 + 2 \times 15 \times 1 = 15$$

Por lo tanto: $[J] = \begin{bmatrix} 10 & -5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix}$

Las diferencias entre las potencias calculadas y especificadas son:

$$\begin{aligned} \Delta P_2 &= E_2(Y_{21}E_1 + Y_{22}E_2 + Y_{23}E_3) - P_{2e} \\ &= 1(-5 + 10 - 5) - 1.2 = -1.20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta P_3 &= E_3(Y_{31}E_1 + Y_{32}E_2 + Y_{33}E_3) - P_{3e} \\ &= 1(-10 - 5 + 15) + 1.40 = +1.40 \end{aligned}$$

Si $[J]^{-1} = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

como $\begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}_{\text{actual}} = \begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}_{\text{viejo}} - [J]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1.20 \\ +1.40 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{25} \begin{bmatrix} -3.60 + 1.40 \\ -1.20 + 2.80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{25} \begin{bmatrix} -2.20 \\ 1.60 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -.088 \\ +.064 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.088 \\ 0.936 \end{bmatrix}$$

2a. ITERACION

Cálculo del Jacobiano:

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_2} = -5 \times 1 + 2 \times 10 \times 1.088 - 5 \times 0.936 = 12.080$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_3} = -5 \times 1.088 = -5.44$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_2} = -5 \times 0.936 = -4.68$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_3} = -10 \times 1 - 5 \times 1.088 + 2 \times 15 \times 0.936 = 12.64$$

$$\text{Por lo tanto } [J] = \begin{bmatrix} 12.08 & -5.44 \\ -4.68 & 12.64 \end{bmatrix}$$

Cálculo de las ΔP

$$\Delta P_2 = 1.088(-5 + 10 \times 1.088 - 5 \times 0.936) - P_{2e} = .1056$$

$$\Delta P_3 = 0.936(-10 \times 1 - 5 \times 1.088 + 15 \times 0.936) + P_{3e} = .0896$$

El inverso del Jacobiano vale:

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} .099343 & .042754 \\ .03678 & .09494 \end{bmatrix}$$

Entonces:

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.088 \\ 0.936 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .099343 & .042754 \\ .03678 & .09494 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .1056 \\ .0896 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.088 \\ 0.936 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .01049 + .00383 \\ .003883 + .008506 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.07368 \\ 0.9236 \end{bmatrix}$$

3a. ITERACION

Cálculo del Jacobiano

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_2} = -5 \times 1 + 2 \times 10 \times 1.07368 - 5 \times 0.9236 = 11.8556$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_3} = -5 \times 1.07368 = -5.3684$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_2} = -5 \times 0.9236 = -4.618$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_3} = -10 \times 1 - 5 \times 1.07368 + 2 \times 15 \times 0.9236 = 12.3396$$

Por lo tanto $[J] = \begin{bmatrix} 11.8556 & -5.3684 \\ -4.618 & 12.3396 \end{bmatrix}$

$$\Delta P_2 = 1.07368(-5 + 10 \times 1.07368 - 5 \times 0.9236) - P_{2e} = .001233$$

$$\Delta P_3 = 0.9236(-10 \times 1 - 5 \times 1.07368 + 15 \times 0.9236) + P_{3e} = .0013$$

$$[J]^{-1} = \begin{bmatrix} .10156 & .044186 \\ .0380 & .09758 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.07368 \\ 0.9236 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .10156 & .044186 \\ .0380 & .09758 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} .001233 \\ .0013 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.07368 \\ 0.9236 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .0001252 & + & .0000574 \\ .0000468 & + & .0001268 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1.07368 \\ 0.9236 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} .0001826 \\ .0001736 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.07349 \\ 0.9234 \end{bmatrix}$$

4a. ITERACION

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_2} =$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_3} =$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_2} =$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial E_3} =$$

$$\Delta P_2 = 1.07349(-5 + 10 \times 1.07349 - 5 \times 0.9234) - P_{2e} = .0001$$

$$\Delta P_3 = 0.9234(-10 \times 1 - 5 \times 1.07349 + 15 \times 0.9234) + P_{3e} = .00029$$

$$|\Delta P_{\max}| < .001$$

En realidad el Jacobiano no se invierte sino que se usa un método de eliminar variables por triangularización (ver referencia manuscrita)

Existe otro método cuyo conocimiento deberá resultar interesante para el lector: Ward y Hale, autores de éste método, usan solo los elementos diagonales del Jacobiano, haciendo la inversión trivial.

Por lo tanto la ecuación básica:

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}_{\text{new}} = \begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}_{\text{old}} - \begin{bmatrix} J \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix}$$

Queda:

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}_{\text{new}} = \begin{bmatrix} E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}_{\text{old}} \begin{bmatrix} 1/\partial P_2 & 0 \\ 0 & 1/\partial P_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \end{bmatrix}$$

O bien:

$$E_{2 \text{ new}} = E_{2 \text{ old}} - \frac{1}{\partial P_2 / \partial E_2} \Delta P_2$$

$$E_{3 \text{ new}} = E_{3 \text{ old}} - \frac{1}{\partial P_3 / \partial E_3} \Delta P_3$$

Para el caso de muestra, en método de Ward-Hale se aplicaría de la manera -- siguiente:

- 1.- se estimarían los valores de arranque de E2 y E3
- 2.- se procedería a calcular el nuevo valor de E2 usando los valores estimados para E2 y E3:

$$\Delta P_2 = E_2 (E_1 Y_{21} + E_2 Y_{22} + E_3 Y_{23}) - P_2$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial E_2} = Y_{21} E_1 + 2Y_{22} E_2 + Y_{23} E_3$$

$$E_{2 \text{ new}} = E_2 \frac{\Delta P_2}{\partial P_2 / \partial E_2}$$

UNCLASSIFIED
DATE 08-14-2013 BY 60322 UCBAW/BJS/STP

UNCLASSIFIED
DATE 08-14-2013 BY 60322 UCBAW/BJS/STP

UNCLASSIFIED
DATE 08-14-2013 BY 60322 UCBAW/BJS/STP

UNCLASSIFIED
DATE 08-14-2013 BY 60322 UCBAW/BJS/STP

UNCLASSIFIED
DATE 08-14-2013 BY 60322 UCBAW/BJS/STP

UNCLASSIFIED
DATE 08-14-2013 BY 60322 UCBAW/BJS/STP

UNCLASSIFIED
DATE 08-14-2013 BY 60322 UCBAW/BJS/STP

UNCLASSIFIED
DATE 08-14-2013 BY 60322 UCBAW/BJS/STP

UNCLASSIFIED
DATE 08-14-2013 BY 60322 UCBAW/BJS/STP

UNCLASSIFIED
DATE 08-14-2013 BY 60322 UCBAW/BJS/STP

Power Flow Solution by Newton's Method

WILLIAM F. TINNEY, SENIOR MEMBER, IEEE, AND CLIFFORD E. HART, MEMBER, IEEE

Abstract—The ac power flow problem can be solved efficiently by Newton's method. Only five iterations, each equivalent to about seven of the widely used Gauss-Seidel method, are required for an exact solution. Problem dependent memory and time requirements vary approximately in direct proportion to problem size. Problems of 500 to 1000 nodes can be solved on computers with 32K core memory. The method, introduced in 1961, has been made practical by optimally ordered Gaussian elimination and special programming techniques. Equations, programming details, and examples of solutions of large problems are given.

INTRODUCTION

THE AC power flow problem can be solved by several different methods.⁽¹⁾⁻⁽⁹⁾ In a recent survey⁽⁹⁾ these methods were classified as either direct or iterative. Actually, all the methods are iterative in one sense because the basic problem involves the solution of a system of nonlinear equations. However, the so-called direct methods employ the direct solution of a related linear system in the iterative algorithm, whereas the iterative methods use a scheme of successive displacements, generally known as Gauss-Seidel. As the survey pointed out, equitable comparisons between methods are difficult because of differences in computers, programming methods, and test problems. In general, the direct methods converge in few iterations and are not subject to ill-conditioned situations. On the other hand, their memory requirements and computing time increase as some power of problem size, thereby limiting their effectiveness to small problems.

The iterative methods converge slowly and are subject to ill-conditioned situations. Their memory requirements are minimal and directly proportional to problem size, but the number of iterations for solution increases rapidly with problem size. However, for large problems only the iterative methods have proved practical. Now that larger systems than ever before are being studied, the need for a better method is becoming increasingly urgent. The purpose of this paper is to describe an improved version of one of the previously published direct methods which offers a definite margin of advantage over other methods for any size or kind of problem. It has been used at Bonneville Power Administration (BPA) since 1962.

In 1961 Van Ness and Griffin described what they called the elimination method of power flow solution.⁽⁷⁾ Actually, their method is the n -dimensional analog of Newton's method^{(14), (17)} and it seems best to refer to it by this name. Using relatively small problems, they showed that this method overcomes deficiencies in the successive displacements methods and has other favorable characteristics. They anticipated that the method would prove equally effective on large problems. However, since the iterative algorithm involved the direct solution of a system of sparse simultaneous equations, the relationship between problem size and computer time and memory requirements could only be established by experiment.

Shortly after its publication, the method was tested at BPA. A hastily written subroutine employing the method was incorporated in the BPA power flow program in place of a suc-

cessive displacements method and tests were run using various sizes and kinds of problems. It was found that the computer time and memory requirements increased rapidly with problem size. The practical upper limit for the method on computers with 32K core memory was found to be about 200 nodes and the time required for solution of problems of this size was greater than with the best accelerated successive displacements methods. However, it was also found that the method could solve problems which, for unknown reasons, the successive displacements methods could not solve.

It was evident that the main difficulty was not in the method itself but in the elimination procedure for solving the simultaneous equations. Recognition of this fact led to the discovery of a simple but effective remedy which was reported in 1963.⁽¹⁰⁾ Briefly, it is a scheme for arranging the order of the rows of a matrix prior to triangularization by Gaussian elimination such that the accumulation of new terms is kept to a near minimum. This idea is of great importance in the solution of all large power system network problems and several other papers have been written on it.⁽¹¹⁾⁻⁽¹³⁾ Application of this scheme, which will be referred to as optimally ordered elimination, greatly improved the efficiency of Newton's method for solution of the power flow problem and was immediately adopted for use at BPA. Subsequently the program has been rewritten several times and many improvements have been added.

CHARACTERISTICS OF METHOD

The characteristics described in this section will be discussed in more detail in sections that deal with aspects of the method that affect them.

Speed

The number of iterations required for solution is virtually independent of problem size and kind. This is strictly true only for problems with a flat voltage start and without automatic adjustments. Under these conditions an acceptable solution can be obtained in four or five iterations. With optimum machine language programming one iteration of this method is equal to about seven of the successive displacements methods. With a good starting approximation, solutions can be obtained in fewer iterations. When extensive program-controlled adjustments such as transformer taps, area interchange, and constraint checks are required, solutions may take up to three times as many iterations. The time per iteration for a 500-node problem on the IBM 7040 is about 11 seconds. The high speed of solution is due to the quadratic convergence characteristic of Newton's method, optimally ordered elimination, and special programming techniques.

Accuracy

The accuracy of the power flow solution is limited only by the round-off error of the direct solution of the system of simultaneous equations. Using single precision 36-bit floating point words, the solution of a 500-node problem will converge to a total absolute mismatch of less than 0.0001 per unit complex power. The concept of mismatch is irrelevant to this method.

Computer Requirements

Although Newton's method takes more memory than the iterative methods, the requirement is not prohibitive. With optimally ordered elimination, the problem dependent memory and time requirements for large systems vary approximately in

Paper 31 TP 67-46, recommended and approved by the Power System Engineering Committee of the IEEE Power Group for presentation at the IEEE Winter Power Meeting, New York, N. Y., January 29-February 3, 1967. Manuscript submitted October 27, 1966; made available for printing June 26, 1967.

The authors are with the U. S. Department of the Interior, Bonneville Power Administration, Portland, Ore.

We doubtless are not alone in realizing that the results of transient stability runs depend on the accuracy of the load flow solution at each calculating interval. Using the Gauss-Seidel (nodal iterative) approach in calculating generator power outputs during transient stability runs, we found that a tolerance of 0.001 pu in the real and imaginary parts of the voltage correction terms gave a stable answer. When the voltage correction tolerance was decreased or (tightened) to 0.0001, the stability of the system was indicated to be marginal. In other instances the opposite effect was noted. We can only conclude that extremely high accuracy is desirable in certain types of transient stability studies when, for one reason or another, power limits of critical switching times are being closely determined.

As a corollary to the above statements, extremely high accuracy is expensive to obtain in terms of machine time. This is even more evident when some or all the loads in the power system are assumed to be voltage sensitive in varying degrees. In certain cases a satisfactory solution may be obtained if the loads (P and Q) were allowed to vary as the first power of the voltage. The identical system would not run satisfactorily when constant power and constant reactive power were assumed during the transient stability conditions under investigation.

A method such as that proposed by the authors of this paper would appear to avoid this serious problem, and at the same time retain the various benefits of the nodal iterative approach for step-by-step stability studies.

We look forward with interest to any subsequent work by the authors in this important area of power system analysis.

W. P. Tinney and C. E. Hart: The authors are grateful for the excellent discussions that are a valuable supplement to the paper.

Dr. Dommel, who has recently joined the BPA staff, reports on his past and present work using several different forms of Newton's method. He shows that there is a difference in the rate of convergence among the various formulations of the method and that this is to be expected because the complex nodal power equation on which the Jacobian matrix is based is not an analytic function. Our statement that the convergence properties of the rectangular formulation would be the same is incorrect. There is need for further experimentation to find which form of Newton's method is best for special applications, such as transient stability. Both programming efficiency and rate of convergence should be taken into account. It appears that our choice of the polar form was fortunate because it seems to be best for our problems and, most likely, for the general case.

Mr. H. Brown asks about the possibility of running a transient stability study directly from a power flow solution. This would be feasible, but the method we use transfers the essential power flow data to a tape for subsequent use in an independent transient stability program. When we implement Newton's method in the transient stability program, it will be a specialized subroutine, differing from the one used in the general power flow solution. Mr. Brown also asks about the possibility of using the method with a reduced network in the transient stability program. This could be done, but unless the number of swing buses is very small compared with the number of nonswing buses, it would not help. Paradoxically, with

Manuscript received April 12, 1967.

optimally ordered elimination, reducing the network actually increases the data burden and computing time. Mr. Brown has had considerable success with the Z-matrix method of power flow solution. It appears to us that this method might compete with Newton's method in speed and size if some form of ordered triangular factorization were used instead of the explicit Z matrix. It would require more iterations, as Dr. Dommel's Fig. 3 shows, but the iterations should be faster because the system only has to be triangularized once.

Mr. R. Brown asks about our general approach. If it differs from others, it is because we do not separate methods analysis and programming. We disagree with the idea that programming is subordinate to methods analysis and that these activities should be performed by different specialists. The successful application of Newton's method to the power flow problem is an example of what can be accomplished by a synthesis of methods development and programming techniques. In our opinion, the solution of other power system problems could be improved by a similar approach.

Mr. Wood's comments about his experiences with the polar form of Newton's method mostly confirm our experiences. He indicates an influence on convergence due to reference bus location, an effect we did not investigate. He also indicates that he has encountered some ill-conditioned systems that cannot be solved. Our experience indicates that some modification of the starting procedure or a restriction on the magnitude of voltage corrections would probably make these systems solvable. It is also possible that one of the alternative forms of Newton's method described in Dr. Dommel's comments would be better for a radial system. Mr. Wood notes that his program can solve problems with a ratio of line impedances of 10^6 to 1. This is due not only to the direct solution method but also to the large word size of his computer, which minimizes the effects of round-off error.

Mr. Prebble has used the alternative rectangular formulation of Newton's method to which we referred in the paper. His optimal ordering appears to be the same as our scheme 2. As he notes, with a direct as opposed to an iterative method, the magnitude of the diagonal matrix terms does not influence the convergence rate. Nevertheless, all other considerations being equal, a large pivot element is desirable since it minimizes round-off error. Mr. Prebble indicates that only two or three iterations are required, whereas we have indicated that we usually use four or five. This could be due to the difference in methods, rectangular instead of polar, but this is unlikely. In fact, as Dr. Dommel has found, if there is any difference, it is in favor of the polar form. Part of the difference in number of iterations may be due to differences in solution criteria. Another factor affecting the number of iterations is round-off error. The residuals at the end of each iteration are due not only to the linear approximation, but also to the round-off error of the direct solution. When the problem is large and/or the computer word size is small, it may require additional iterations to liquidate the round-off error.

We fully agree with Mr. Dandeno's comments concerning the need for accuracy in the power flow solution for transient stability simulation. Since Newton's method can achieve any specified degree of accuracy, the only questions concerning its application are which version is best and most efficient. For any given accuracy, Newton's method should be much faster than Gauss-Seidel, but it will take more memory. We are experimenting with it now, but cannot give a definitive answer. We find that the assumed power flow conditions during the transient swing, which often turn out to be insoluble by the Gauss-Seidel method, almost always can be solved by Newton's method. Dr. Dommel's comments on truncation error explain why the Gauss-Seidel method cannot produce accurate results and thus should not be relied upon for transient stability purposes.

... ..

... ..