

**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO 2: SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

AREAS IGUALES

ING. JOSE LEONEL HERNANDEZ GRIMALDO

OCTUBRE 1992

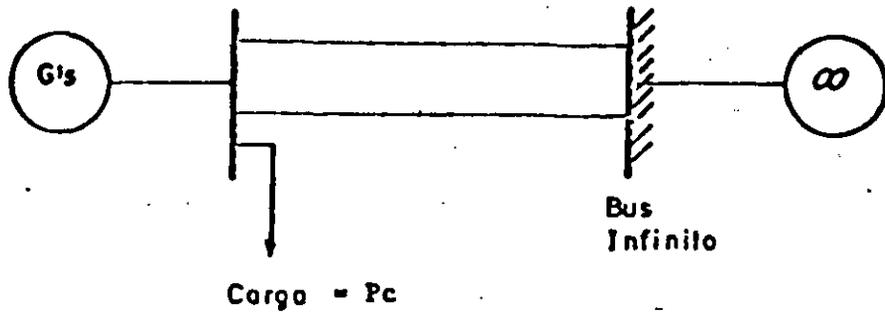
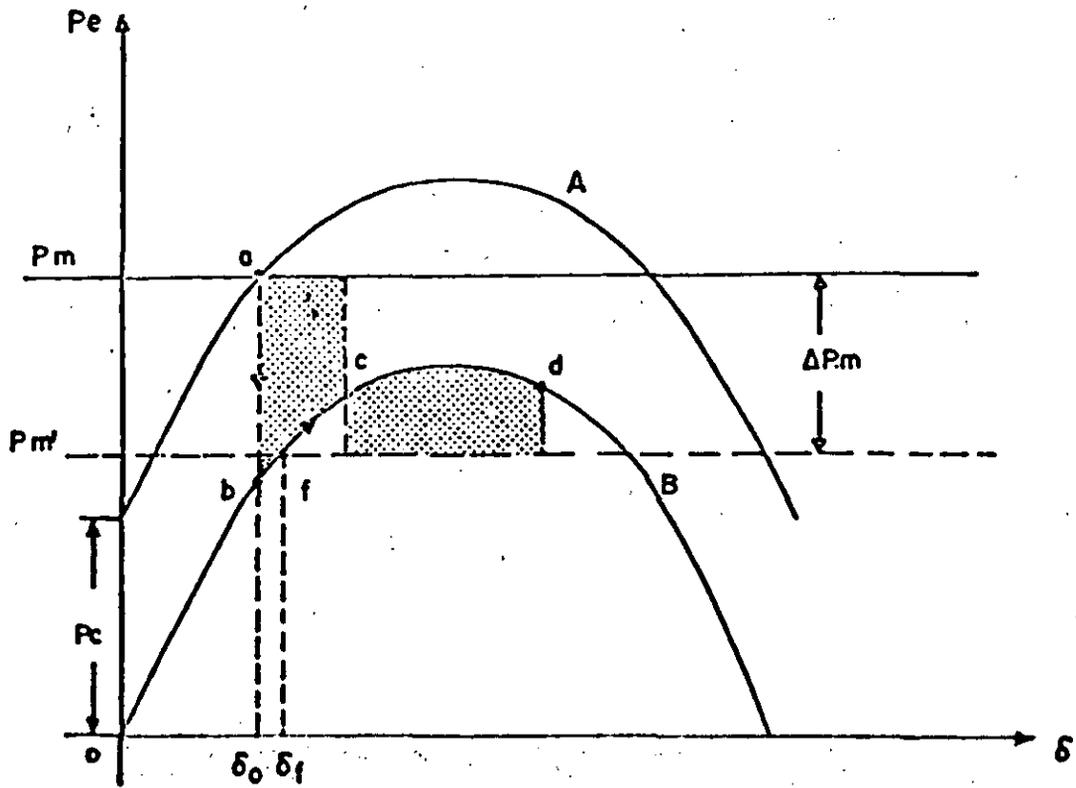


FIG. 9 Sistema de Potencia con Carga en el nodo de Generación.

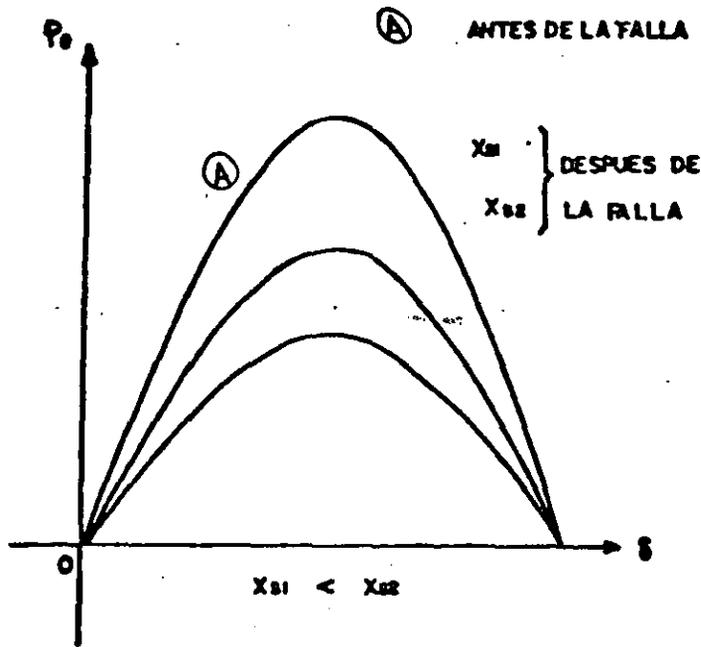


- A Curva Pre-disturbio
- B Curva con pérdida de carga.

ΔP_m Magnitud del disparo de generación.

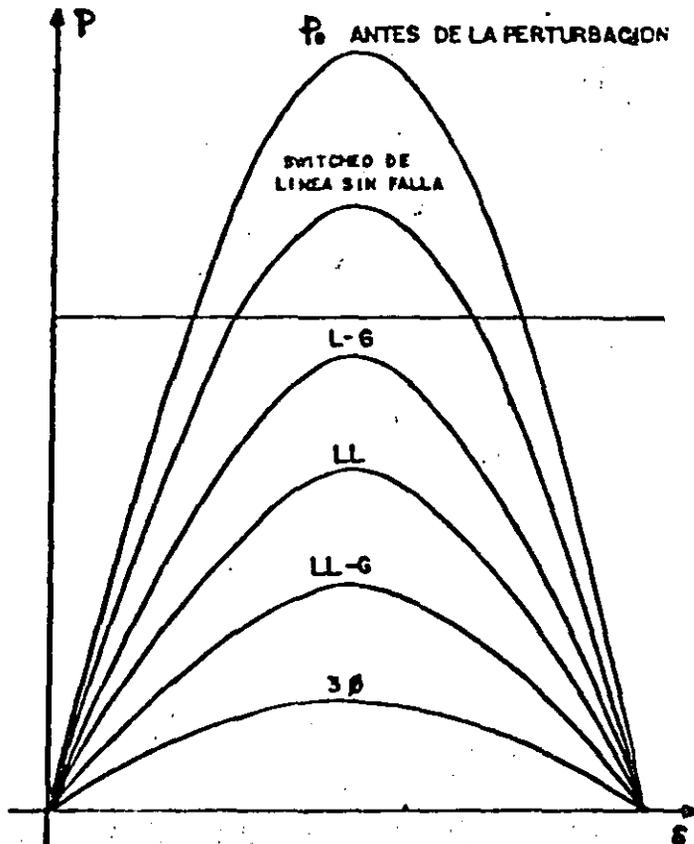
FIG. 10 Método de las Areas Iguales considerando pérdida de Carga y disparo Automático de Generación.

FIGURA 20. LA MAGNITUD DE LA REACTANCIA DEL SISTEMA X_s DESPUES DE LA FALLA ES IMPORTANTE.



SE DESEA QUE X_s SEA LO MENOR POSIBLE

FIGURA 21. LA NATURALEZA (TIPO) DE FALLA ES IMPORTANTE.



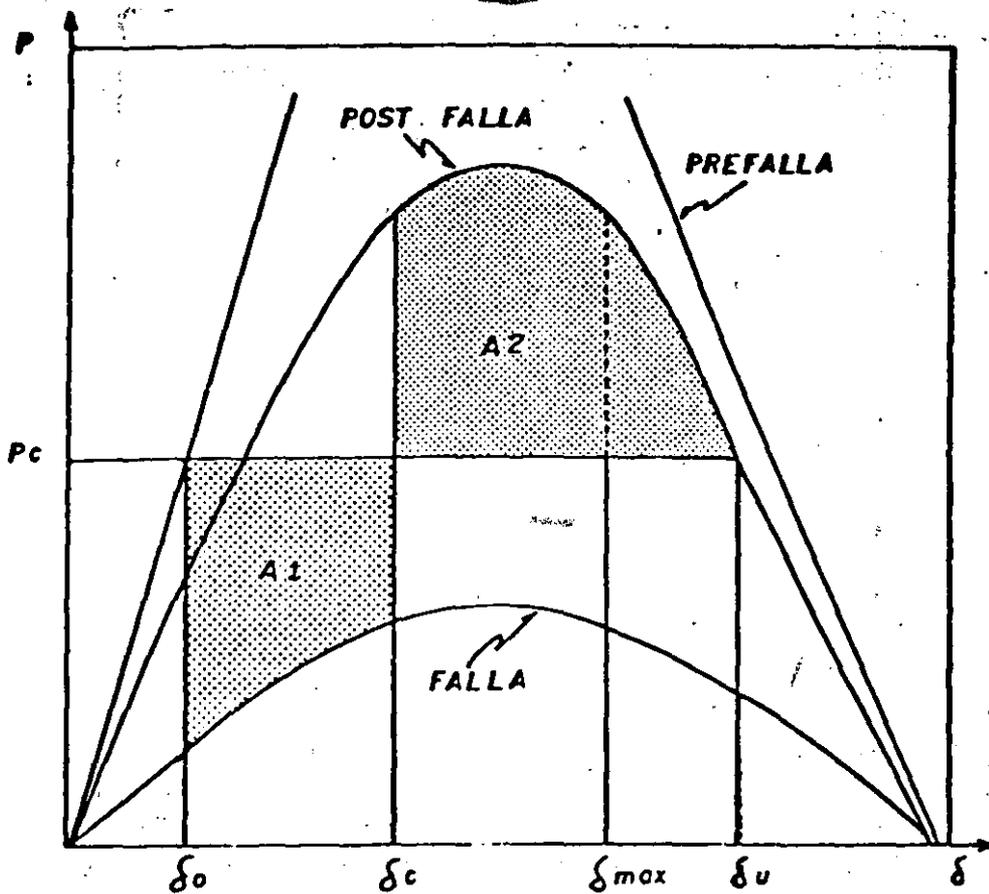


FIGURA 22

MARGEN DE ENERGIA PARA SOPORTAR CONTINGENCIA
 EVALUADO CON ESTABILIDAD TRANSITORIA CASO ELEMENTAL
 MAQUINA BUS INFINITO.

MARGEN DE ENERGIA = A₂ - A₁

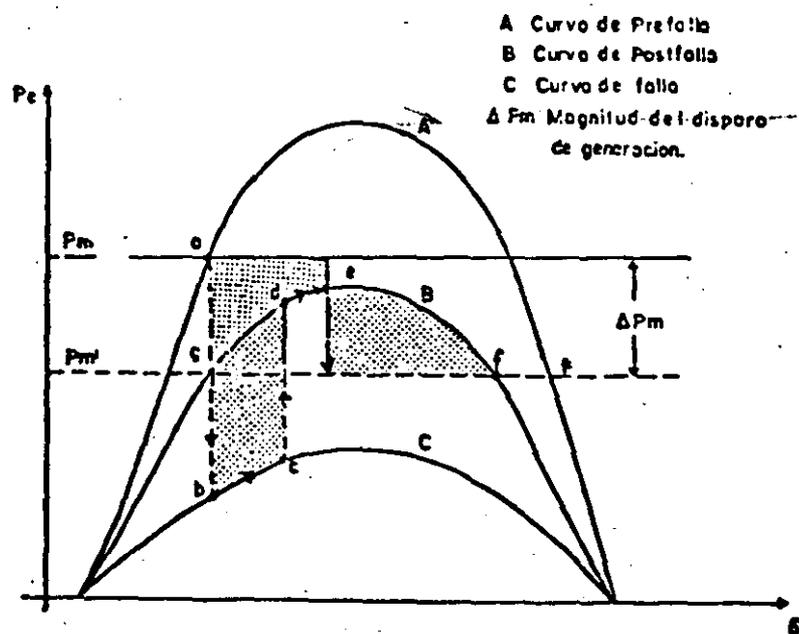


FIG. 8 Método de Areas Iguales considerando disparo Automático de Generación.

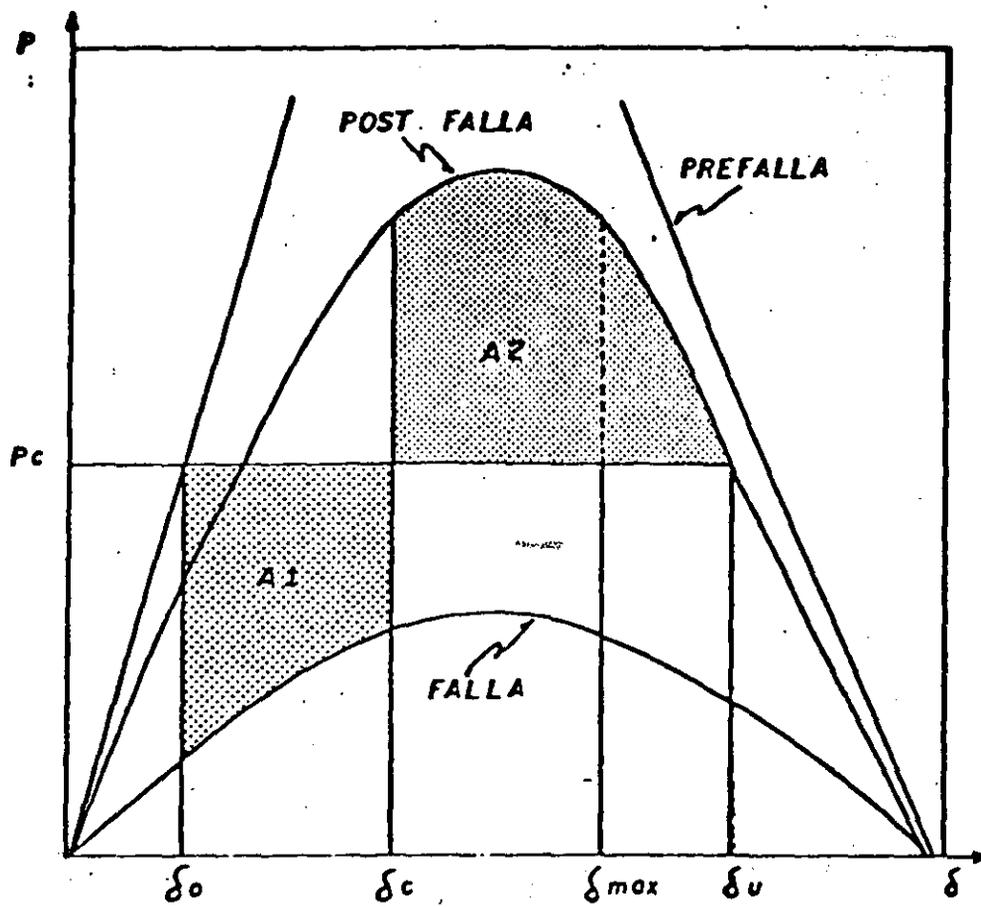


FIGURA 22

MARGEN DE ENERGIA PARA SOPORTAR CONTINGENCIA
 EVALUADO CON ESTABILIDAD TRANSITORIA: CASO ELEMENTAL
 MAQUINA BUS INFINITO.

MARGEN DE ENERGIA = A2 - A1

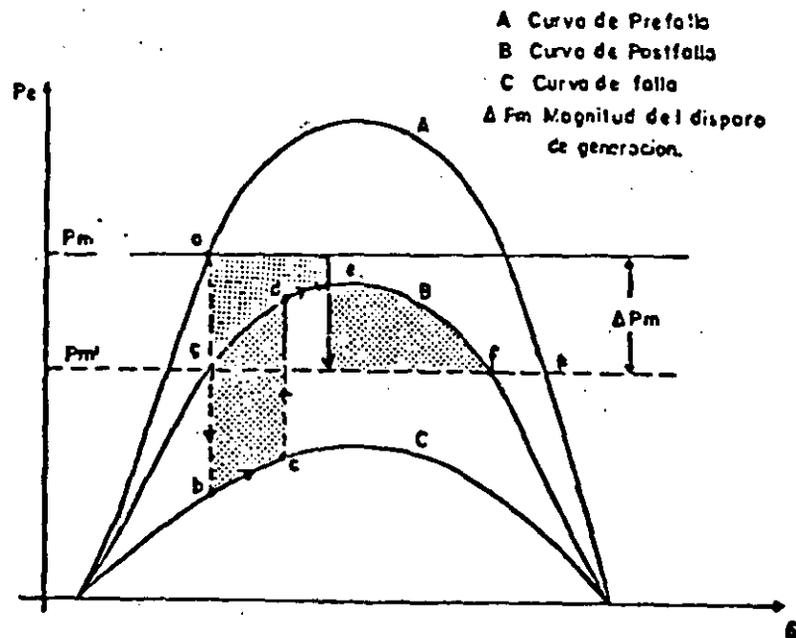
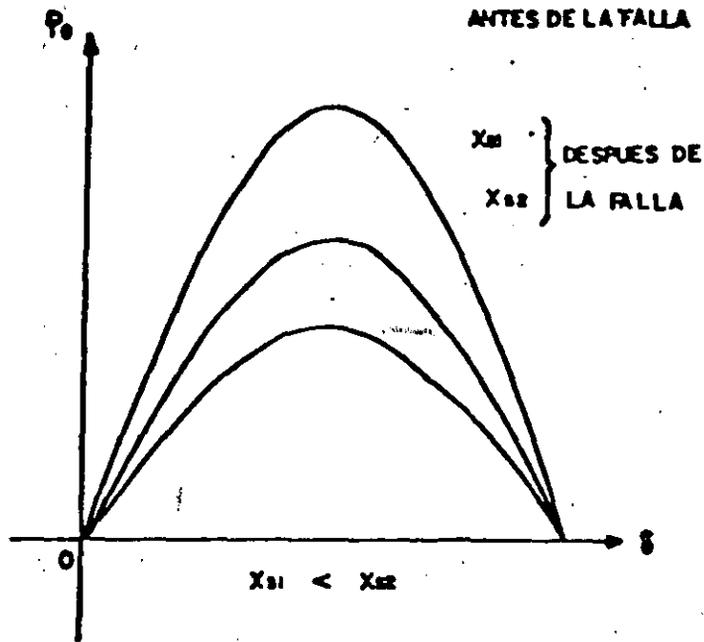


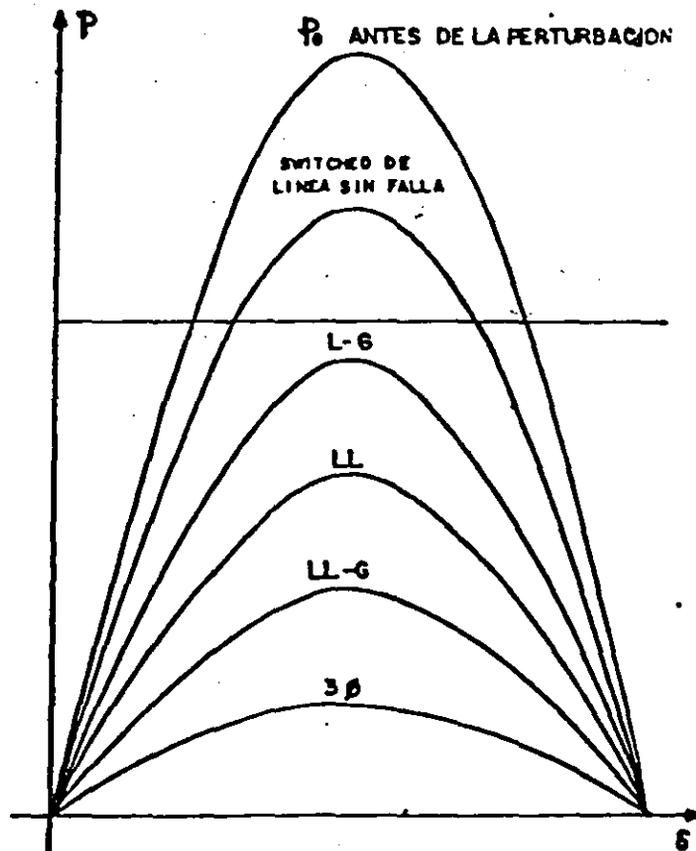
FIG. 8 Método de Areas Iguales considerando disparo Automático de Generación.

FIGURA 20. LA MAGNITUD DE LA REACTANCIA DEL SISTEMA X_0 DESPUES DE LA FALLA ES IMPORTANTE.



SE DESEA QUE X_0 SEA LO MENOR POSIBLE.

FIGURA 21. LA NATURALEZA (TIPO) DE FALLA



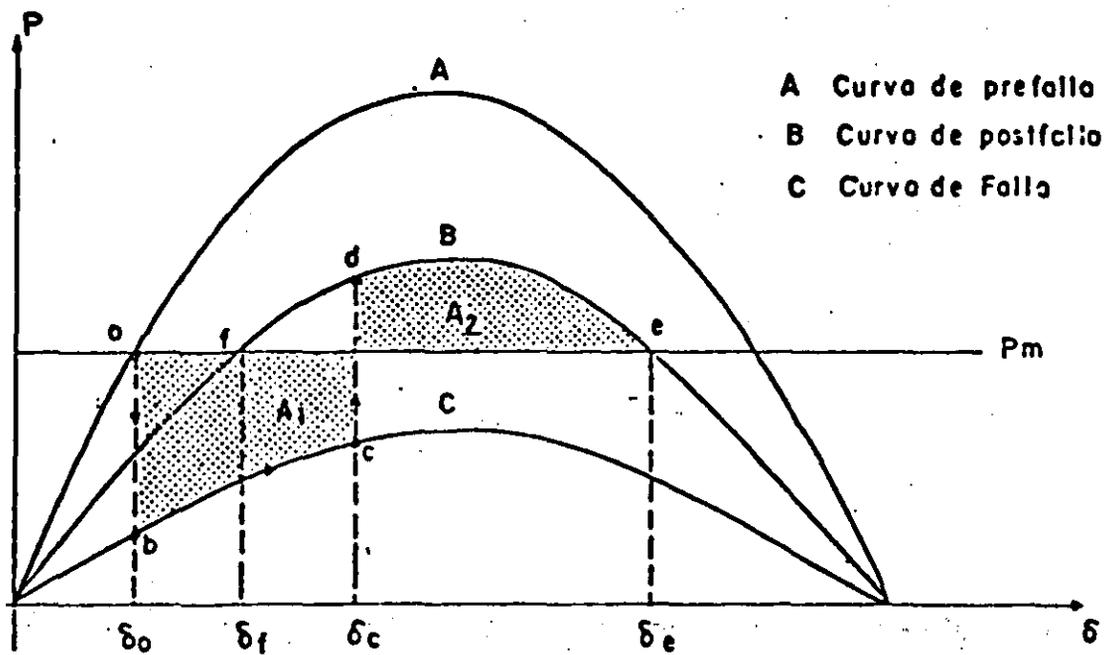
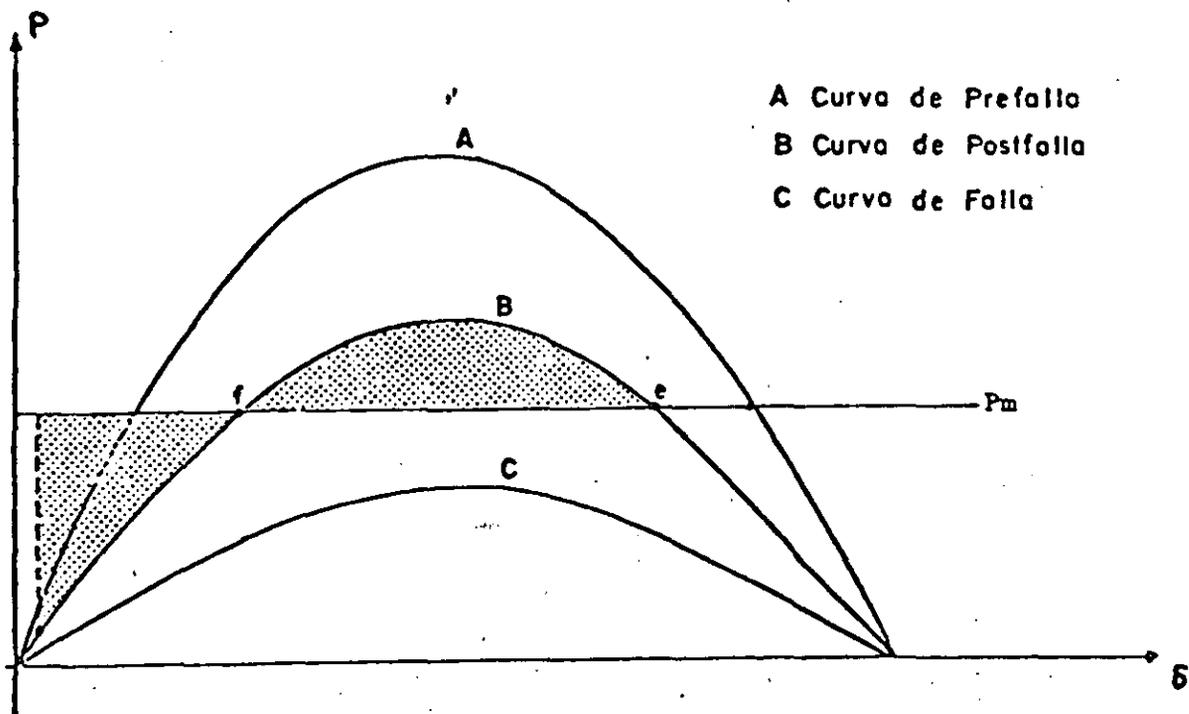


FIG. 6 Curvas de Potencia para las condiciones de Prefalla, falla y Postfalla.



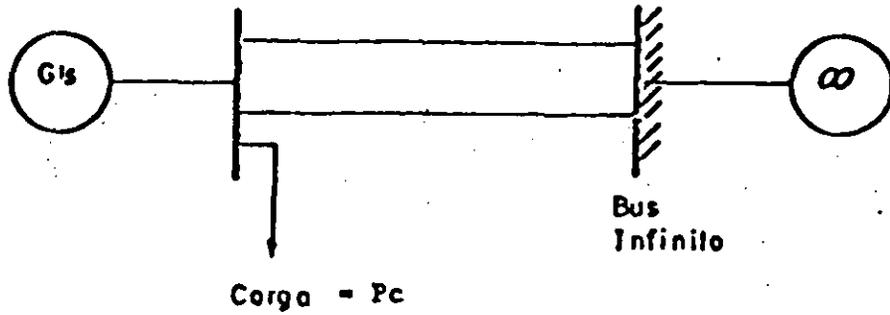
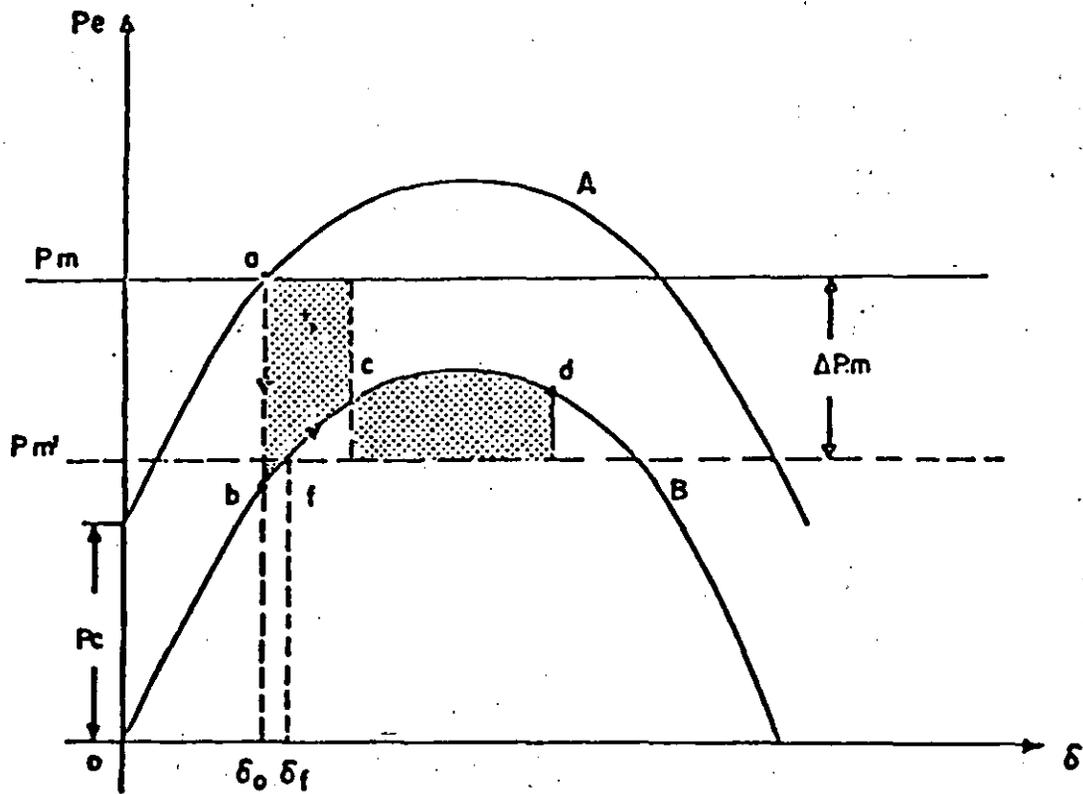


FIG. 9 Sistema de Potencia con Carga en el nodo de Generación.



A Curva Pre-disturbio

B Curva con pérdida - de carga.

ΔP_m Magnitud del disparo de generación.

FIG. 10 Método de las Areas Iguales considerando pérdida de Carga y disparo automático de Generación.

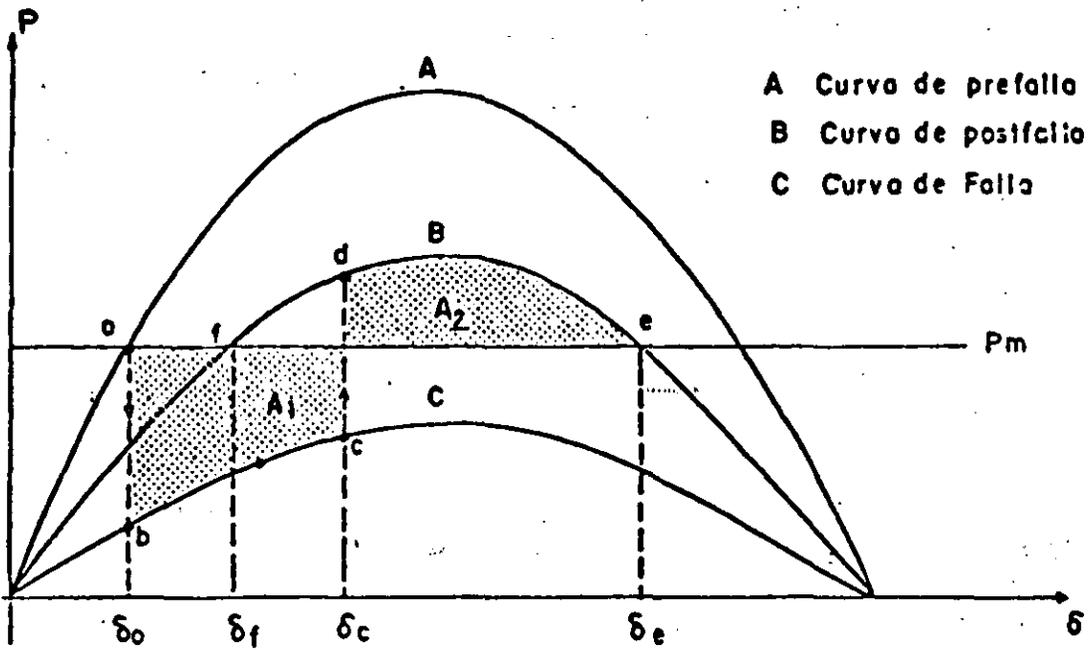
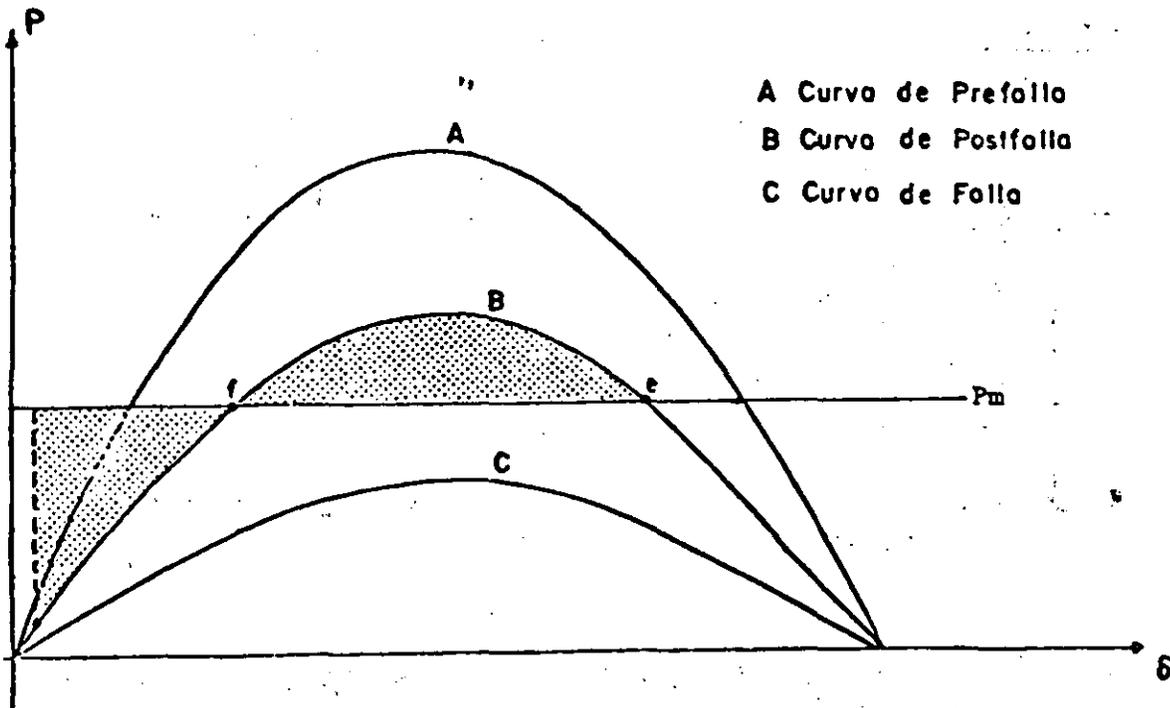


FIG. 6 Curvas de Potencia para las condiciones de Prefallo, fallo y Postfallo.



- A Curva de Prefallo
- B Curva de Postfallo
- C Curva de Fallo



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO 2: SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

**ING. FELIPE MARTINEZ CRUZ
ING. J. LEONEL HERNANDEZ GRIMALDO**

OCTUBRE 1992

ESTABILIDAD DE LOS SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

CONTENIDO:

- 1 El problema de la estabilidad (FMC).**
 - 2 Máquina Síncrona (FMC).**
 - 3 Estabilidad transitoria. Máquina-bus infinito (FMC).**
 - 4 Método de las áreas iguales (JLHG).**

 - 5 Métodos de solución numérica (FMC).**
 - 6 Sistemas multimáquina (JLHG).**
 - 7 Estabilidad en estado estable (FMC).**
 - 8 Estabilidad dinámica (JLHG).**
- Conclusiones.**

EXPOSITORES:

FMC - Ing. Felipe Martínez Cruz
Cía. de Luz y Fuerza del Centro, S.A.

JLHG - José Leonel Hernández Grimaldo
Cía. de Luz y Fuerza del Centro, S.A.

1 EL PROBLEMA DE LA ESTABILIDAD

1.1 ESTADO ESTABLE Y ESTADO DINAMICO.

El análisis de los sistemas de potencia implica el cálculo de algunas variables de la red, como voltajes, corrientes, potencias activa y reactiva, frecuencias, etc., bajo un conjunto de condiciones dadas. La figura 1.1 presenta una organización de los estudios sobre sistemas de potencia. La clase de problemas localizados en la parte izquierda de la figura son llamados de estado estable o régimen permanente (steady state) porque en ellos las magnitudes eléctricas del sistema son prácticamente constantes; en este caso la solución se obtiene mediante ecuaciones algebraicas. Esto no significa que el sistema esté estático o inalterable en el momento para el cual se obtiene la solución.

Por el contrario, el sistema puede sufrir cambios bruscos, por ejemplo, una condición de falla. El punto es que resulta mucho más fácil resolver ecuaciones algebraicas que ecuaciones diferenciales. Se ha aprendido a hacer buen uso de las soluciones en estado estable en la planeación del sistema y al determinar la protección de éste. Esto es semejante a tomar un grupo de fotografías del sistema bajo ciertas condiciones específicas. A partir de estas fotografías se pueden diseñar expansiones del sistema y esquemas de protección, y puede uno aprender bastante acerca de las debilidades y fortalezas del sistema.

En los problemas dinámicos mostrados en la parte derecha de la figura 1.1, se hace necesario resolver un grupo de ecuaciones diferenciales para determinar el comportamiento de voltajes, corrientes y otras variables como una función del tiempo.

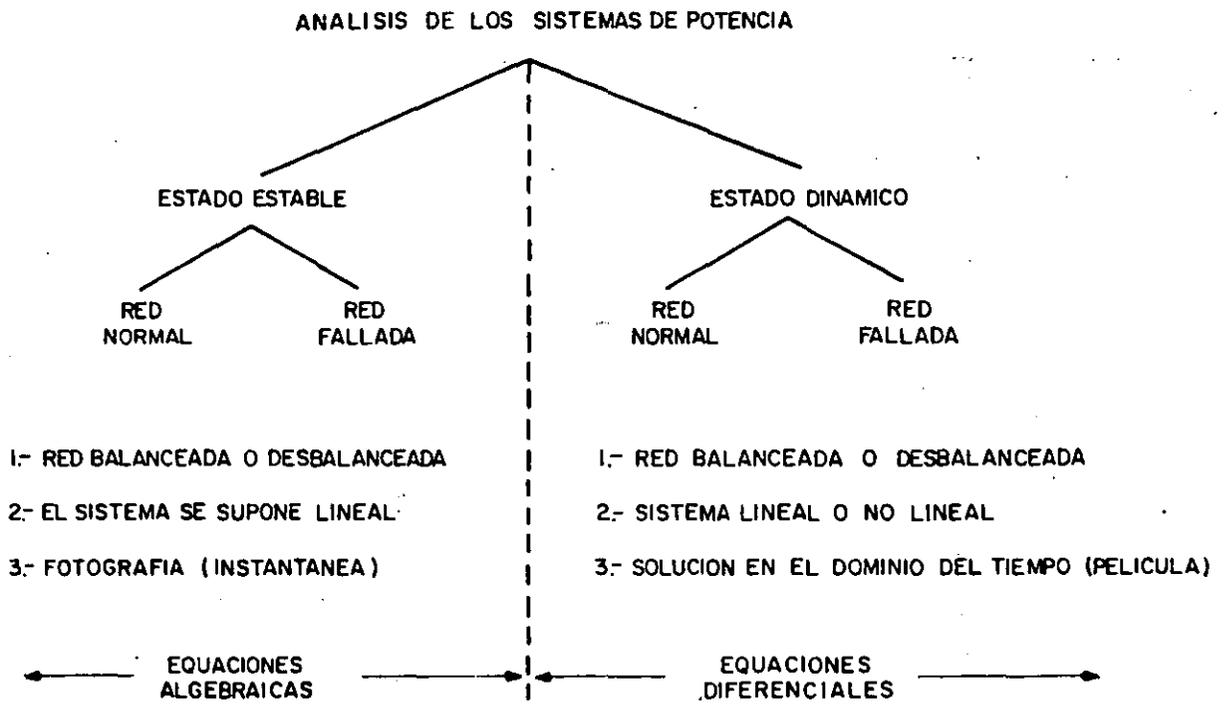


Figura 1.1 Organización de los estudios sobre sistemas de potencia.

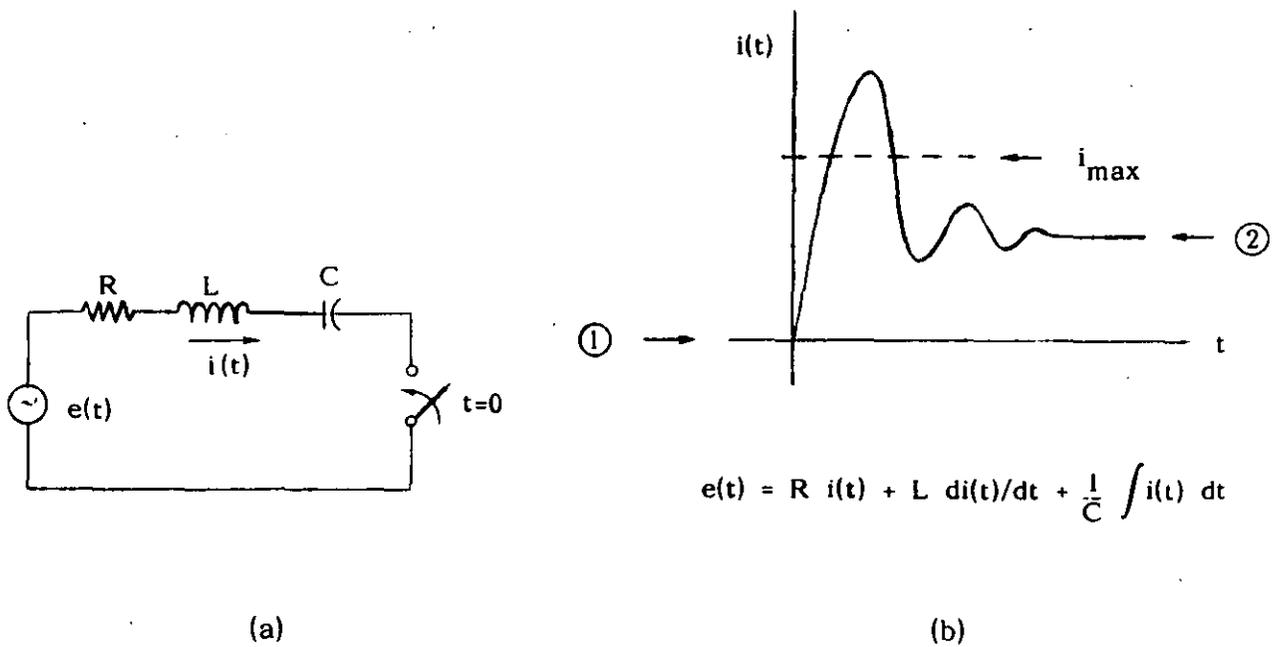


Figura 1.2 Estado transitorio de un circuito eléctrico.

$$e(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Aunque los estudios en régimen permanente son muy útiles, con ellos no es posible reproducir y detectar condiciones especiales entre dos estados de operación del sistema, las cuales pudieran ser críticas. Esto solo se logra con los estudios dinámicos. A manera de analogía, se presenta el siguiente ejemplo: un circuito serie RLC, como el mostrado en la figura 1.2(a), se energiza en el tiempo $t=0$; después de que el transitorio ocurre, la corriente se estabiliza en un cierto valor. Si lo que uno desea es calcular el valor de estado estable de la corriente, basta con aplicar la ley de Ohm para fasores e impedancias, siendo ésta una ecuación algebraica. Pero si lo que uno desea es conocer el valor instantáneo de la corriente y determinar si rebasó cierto valor crítico $i_{m\acute{a}x}$, es necesario resolver la ecuación diferencial del circuito. La figura 1.2(b) ilustra de manera objetiva lo explicado.

La figura 1.3 muestra el conjunto de estudios dinámicos que generalmente se realiza para los sistemas de potencia, haciéndose hincapié en la diferencia de tiempos o velocidades de ocurrencia. Dentro de estos fenómenos se incluyen los llamados "problemas o estudios de estabilidad", los cuáles aparecen marcados con un asterisco.

Los estudios de estado estable y los estudios dinámicos son generalmente de una gran dimensión para el caso de los sistemas de potencia. Redes de pocos cientos de nodos y con varias decenas de generadores son muy comunes, ello hace que estos problemas deban orientarse a soluciones computacionales.

1.2 ESTABLECIMIENTO DEL PROBLEMA.

El problema de la estabilidad consiste en estudiar el comportamiento de las máquinas después de que en el sistema ocurre un disturbio. El disturbio puede ser pequeño, como la variación normal de la carga o mayor, como el disparo de un generador, la falla en una línea, etc.

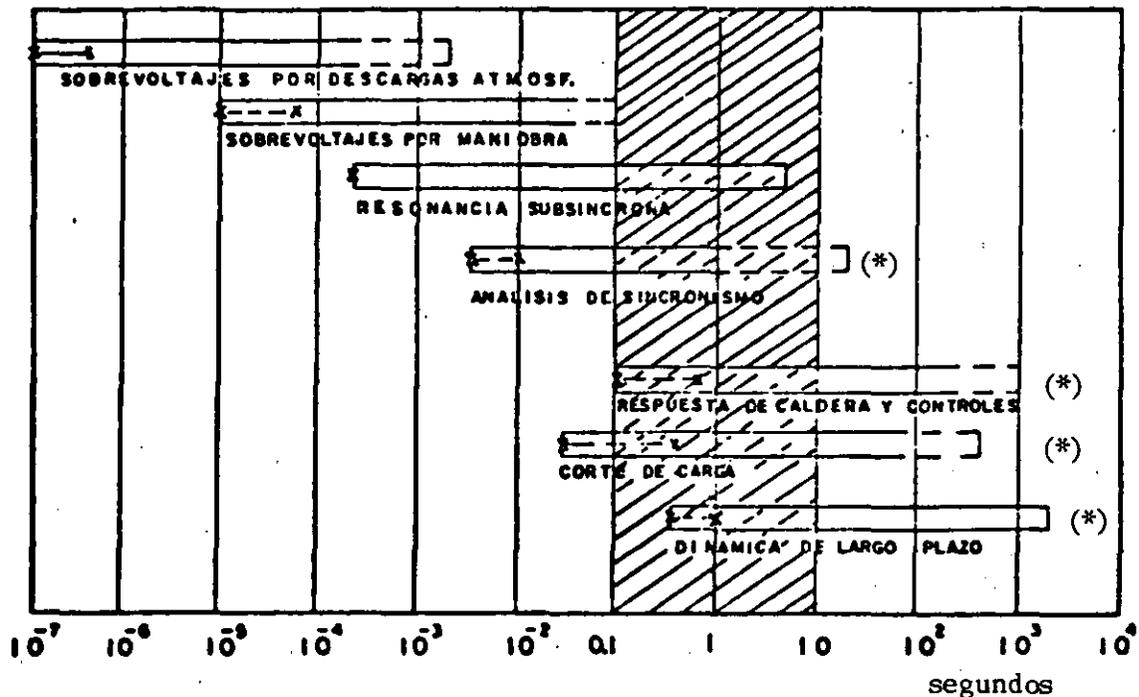


Figura 1.3 Clasificación de los estudios dinámicos.

Si el sistema es estable ante cierto disturbio, todas sus máquinas permanecerán en sincronismo, es decir, seguirán operando en paralelo y a la misma velocidad.

El periodo transitorio o dinámico siguiente al disturbio es oscilatorio por naturaleza, pero si el sistema es estable, estas oscilaciones se amortiguarán hasta dar origen a una nueva condición normal de operación. La figura 1.4 muestra, por ejemplo, la manera en que varía la frecuencia en varios puntos del Sistema Interconectado Mexicano después de cierto disturbio.

Los conceptos anteriores permiten plantear una primera definición de estabilidad de un sistema eléctrico:

"Si la respuesta oscilatoria de un sistema de potencia, durante el periodo transitorio posterior a cierto disturbio es amortiguada y el sistema alcanza en un tiempo finito una nueva condición normal de operación, se dice que el sistema es estable".

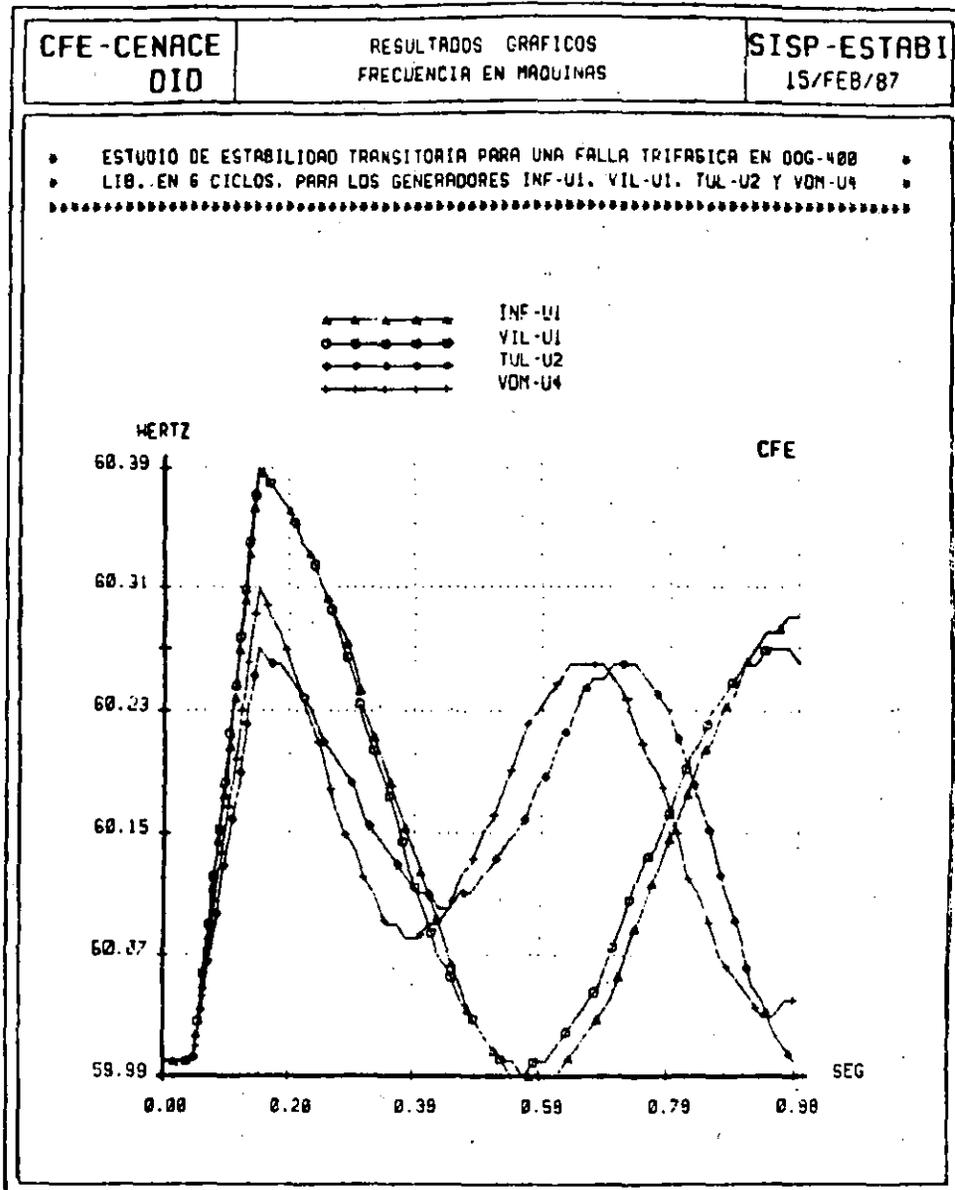


Figura 1.4 Comportamiento de la frecuencia en varios puntos del sistema después de una falla trifásica.

1.3 CLASIFICACION DE LOS ESTUDIOS DE ESTABILIDAD.

Los estudios de estabilidad pueden ser de tres tipos:

- a).- Estabilidad transitoria.
- b).- Estabilidad en régimen permanente o estado estable.
- c).- Estabilidad dinámica.

A continuación se da una breve descripción de cada uno de ellos.

Estabilidad transitoria.- Los estudios de estabilidad transitoria tienen por objeto analizar el sincronismo de las máquinas de un sistema de potencia después de un disturbio mayor. El criterio de estabilidad consiste en verificar si el desplazamiento angular relativo entre los rotores de los generadores no crece indefinidamente. El tiempo de estudio comprende desde el instante del disturbio hasta unos 2 segundos. Dada la rapidez del fenómeno, generalmente se desprecia el efecto de los controles de velocidad y de voltaje de los generadores.

Estabilidad en estado estable.- Estos estudios permiten determinar la máxima transferencia de potencia que puede realizarse entre dos puntos del sistema. Su metodología se basa en considerar pequeños disturbios y determinar su efecto en la operación síncrona del sistema. En este tipo de estudios se supone que la acción de los controles ya tuvo lugar, con el fin de no considerar el estado transitorio o dinámico entre el estado inicial y el estado final.

Estabilidad dinámica.- Los estudios de estabilidad dinámica tienen la finalidad de analizar el comportamiento de las principales variables del sistema después de un disturbio, sobretodo la frecuencia. El resultado del disturbio son oscilaciones con frecuencias típicas de 2 a 4 hertz. En este tipo de estudios es fundamental incluir la respuesta de los controles de velocidad y de voltaje de las máquinas del sistema. Si las oscilaciones producidas por el disturbio se amortiguan por la acción de los controles, se dice que el sistema es dinámicamente estable.

1.4 METODOS DE SOLUCION.

Los estudios de estabilidad se resuelven principalmente mediante las técnicas siguientes:

- a).- Métodos gráficos.
- b).- Simulación digital.
- c).- Simulación analógica.
- d).- Simulación híbrida.

Las técnicas más utilizadas son las dos primeras, por lo que a continuación se explican éstas con mayor detalle.

Métodos gráficos.

En el caso de la estabilidad transitoria se utiliza con cierta frecuencia el método de la áreas iguales, el cual consiste básicamente en investigar si el área de aceleración es igual al área de desaceleración. Para ello se hace uso de las curvas "potencia-ángulo", las que se explicarán en los capítulos siguientes.

Por otro lado, en los estudios de estabilidad en estado estable se utiliza ampliamente el diagrama de Clarke, que permite obtener gráficamente los voltajes internos de las máquinas, valores que son necesarios para determinar el límite de estabilidad.

Simulación digital.

Si se estudia un sistema de potencia con bastantes máquinas, líneas y cargas y se trata de reproducir los efectos de un cierto disturbio, puede pensarse que el problema es de difícil solución. Afortunadamente, las constantes de tiempo de los diferentes componentes del sistema son apreciablemente diferentes, permitiendo que uno se concentre sólo en ciertos elementos clave que afectan el transitorio y el área bajo estudio.

El primer paso consiste en establecer un modelo del sistema para el estado dinámico. Los elementos incluidos en el modelo serán aquellos que afecten la aceleración o desaceleración de los rotores de las máquinas. La complejidad del modelo dependerá del tipo de transitorio y del sistema bajo estudio. Generalmente, los componentes del sistema que afectan los pares eléctricos y mecánicos de las máquinas deben incluirse en el modelo. Estos componentes son:

- 1.- La red (antes, durante y después del disturbio).
- 2.- Las cargas y sus características.
- 3.- Los parámetros de las máquinas síncronas.
- 4.- El sistema de excitación de las máquinas.
- 5.- Las turbinas y su regulador de velocidad.

Así, los ingredientes principales para la solución son: el conocimiento de las condiciones iniciales del sistema antes del disturbio y la descripción matemática de los principales componentes del sistema que afectan el comportamiento dinámico de las máquinas síncronas.

Las ecuaciones diferenciales que resultan del planteamiento matemático se resuelven mediante métodos numéricos, haciendo uso de la computadora digital.

La aparición de la computadora digital en los inicios de los años 50's y su aplicación a los problemas dinámicos de los sistemas de potencia desde el año de 1959, han permitido realizar análisis más completos, más precisos y de mayor magnitud, estimulando el desarrollo de nuevas técnicas de solución y mejorando los conceptos teóricos y filosóficos del comportamiento dinámico de los sistemas eléctricos.

2 MAQUINA SINCRONA

Los generadores síncronos, transformadores y líneas de transmisión constituyen los elementos fundamentales de un sistema eléctrico de potencia. De ellos, la máquina síncrona es el dispositivo más complejo. Esto se debe a que en la máquina se presentan fenómenos eléctricos, magnéticos y mecánicos, todos ellos interrelacionados. Por ejemplo, el campo magnético de la máquina es una variable que depende del tiempo y del espacio debido al movimiento del rotor y a la irregularidad del entrehierro, provocando que las inductancias propias y mutuas de sus devanados no sean constantes como en los transformadores y en las líneas de transmisión.

2.1 CONFIGURACION DE LA MAQUINA.

Una máquina síncrona está formada por dos partes fundamentales: una fija, llamada estator y una móvil, conocida como rotor. En ellas se alojan seis devanados:

- Tres en el estator, uno para cada fase. Estos devanados son idénticos y están simétricamente distribuidos; son de corriente alterna y se conectan al sistema eléctrico.
- Otro en el rotor, llamado "devanado de campo". Este devanado se excita con corriente directa proveniente de una fuente externa y es el que va a inducir las fuerzas electromotrices (fems) en los devanados del estator, al producirse el movimiento del rotor.

Este capítulo es un resumen, con algunas aportaciones personales, obtenido de varias referencias entre las que destaca la siguiente: ELECTRIC ENERGY SYSTEM THEORY de O. I. Elgerd. FMC-880920.

- Dos devanados más en el rotor, uno en cada cabeza polar. Estos, reciben el nombre de "devanados amortiguadores" y están constituidos por barras cortocircuitadas, en las que solo se inducen fems cuando se presenta en la máquina una velocidad diferente a la síncrona.

La figura 2.1 muestra de manera esquemática la disposición física de estos devanados.

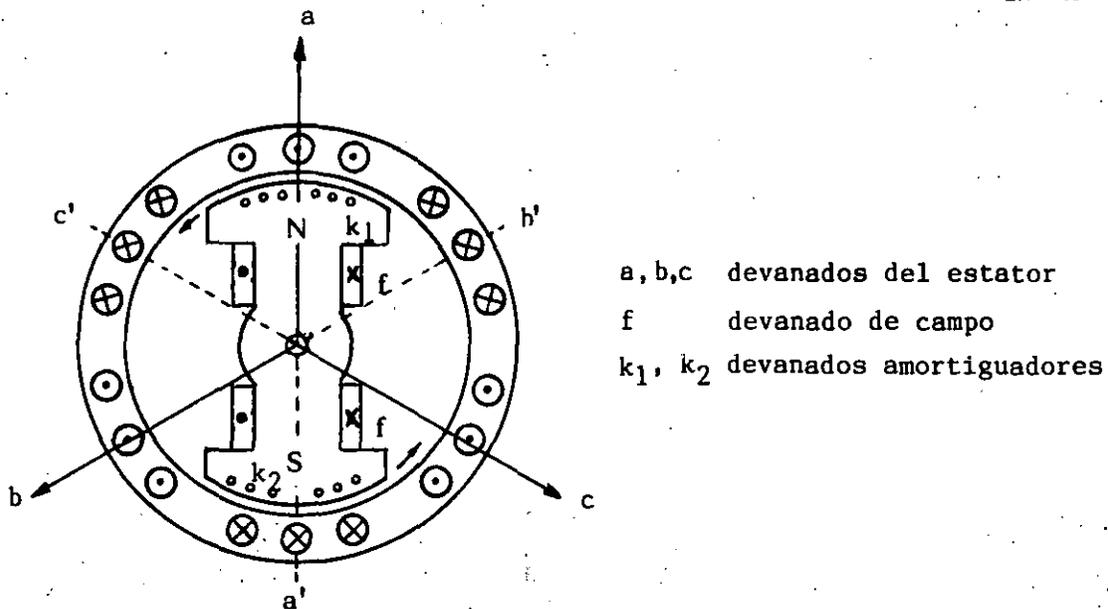


Figura 2.1 Devanados de una máquina síncrona.

2.2 LA MAQUINA SINCRONA Y EL SISTEMA ELECTRICO.

Si la máquina opera como generador, lo cual ocurre generalmente, el rotor es impulsado por un primotor; por ejemplo, una turbina de vapor o una turbina hidráulica.

Un generador síncrono puede operar alimentando una sola carga o en paralelo con otros generadores en una gran red; esto último es también lo más común. En la figura 2.2 se tiene un conjunto de n generadores conectados al sistema. El k-ésimo generador suministra al sistema su potencia

compleja $S_k = P_k + jQ_k$. En las terminales de la máquina se mantiene el voltaje en un valor $|V_k|$ y el sistema en su conjunto funciona en sincronía a la frecuencia f .

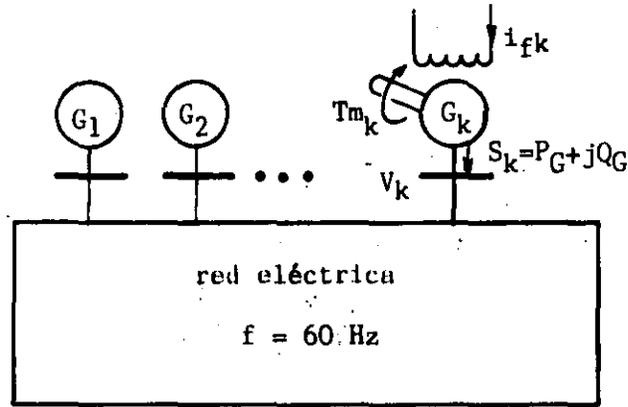
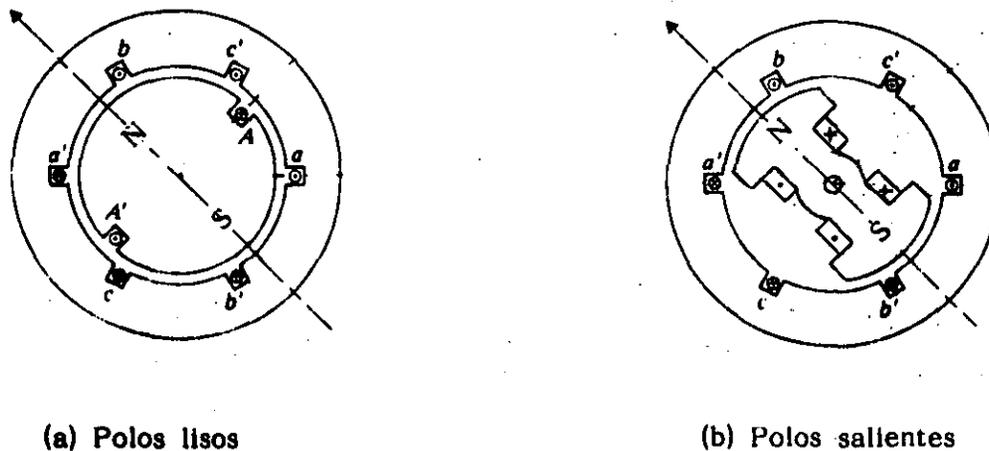


Figura 2.2 Típica operación en paralelo de n generadores.

Existen dos tipos de generadores síncronos, los de polos lisos y aquéllos de polos salientes. Los primeros se usan en velocidades altas, como los turbogeneradores que operan a unas 3600 rpm; los segundos, se utilizan en bajas velocidades, como los hidrogeneradores que operan a unas 400 rpm. La figura 2.3 muestra las diferencias fundamentales de estos dos tipos de máquinas.



(a) Polos lisos

(b) Polos salientes

Figura 2.3 Tipos de máquinas síncronas.

La ecuación que relaciona la velocidad de operación de las máquinas con la frecuencia del sistema es:

$$\omega_m = \frac{120 f}{p} \quad (2.1)$$

Donde:

- ω_m = velocidad (mecánica) de rotación, en rpm
- f = frecuencia del sistema, en hertz
- p = No. de polos de la máquina.

Así, si una máquina de dos polos se conecta a un sistema de 60 hertz, ésta debe girar a 3600 rpm.

Por último, la irregularidad del entrehierro entre el rotor y el estator en las máquinas de polos salientes, recibe el nombre de "saliencia", término que se utilizará más adelante.

2.3 CONTROL DE LAS MAQUINAS SINCRONAS.

Es útil analizar el comportamiento cualitativo de la máquina síncrona antes de intentar abordar sus modelos matemáticos.

Cada máquina del sistema puede controlarse mediante dos variables: la corriente de campo del rotor y el par mecánico del primotor T_m . Cuando una o ambas variables son alteradas, generalmente se producen cambios en las cuatro variables de salida: potencia activa generada P_G , potencia reactiva generada Q_G , voltaje terminal $|V|$ y la frecuencia de operación f . Esta interrelación se muestra en la figura 2.4.

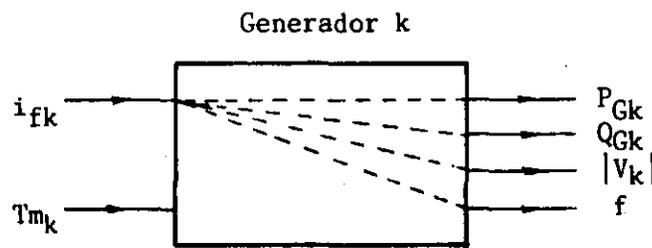


Figura 2.4 Variables de entrada y salida de un generador síncrono.

Desde el punto de vista del sistema, sería deseable tener un comportamiento no interactivo, de tal modo que al manipular una variable de entrada se produjera el cambio en solo una variable de salida. Esto generalmente no es posible. En primer lugar, porque se tienen cuatro variables de salida y solo dos de entrada; además, el comportamiento físico inherente de la máquina es tal que se presenta cierto acoplamiento entre las variables de entrada y las de salida. El grado de acoplamiento dependerá fundamentalmente de la magnitud del sistema. El mejor grado de desacoplamiento se logra cuando el sistema es muy grande, siendo el ideal, el caso denominado "red infinitamente fuerte" o simplemente "bus infinito".

Un bus infinito tiene las siguientes características:

- 1.- Una potencia de cortocircuito disponible infinita.- Lo que equivale a decir que tiene una reactancia de Thevenin igual a cero.
- 2.- Una masa y una inercia, infinitas.
- 3.- Un voltaje y una frecuencia invariables.

En el caso de la conexión de una máquina síncrona a un bus infinito, la frecuencia f del sistema y el voltaje terminal $|V_k|$ son independientes del control de la corriente de campo I_{fk} y el par mecánico de la máquina T_{mk} , y en tal caso las cuatro variables de salida de la figura 2.4 se reducen a dos: la potencia activa P_{Gk} y la potencia reactiva Q_{Gk} . En este caso particular, la condición de desacoplamiento casi está satisfecha. El manejo

de la corriente de campo afectará sólo a la potencia reactiva generada, mientras que un cambio en el par mecánico iniciado por la apertura o cierre de las válvulas de vapor o de agua en el primotor, afectará principalmente a la potencia activa generada. El cambio en el par también afectará, en menor medida a la potencia reactiva; es decir se tiene un pequeño acoplamiento entre T_m y Q_G .

El concepto de bus infinito representa un caso extremo del tamaño del sistema. El otro extremo es representado por un solo generador alimentando una carga única. En este caso, supóngase que se incrementa el par mecánico. Lo que sucede a continuación (si no actúan los controles de velocidad y de voltaje) es que la velocidad del rotor aumentará, y por lo tanto la frecuencia. El aumento de velocidad provocará que las fems inducidas en los devanados del estator se incrementen y entonces el voltaje terminal también se elevará. Finalmente, todos estos cambios producirán alteraciones en las potencias activa y reactiva. En resumen, la alteración en el par mecánico produce cambios en las cuatro variables de salida. Algo similar sucede si la alteración se efectúa en la corriente de campo.

Si en este último caso se considera la respuesta de los controles, la historia es muy diferente. La figura 2.5 servirá de auxiliar para la explicación. El regulador automático de voltaje (RAV) es el encargado de controlar el voltaje terminal del generador síncrono; su funcionamiento de una manera resumida, es el siguiente: cuando el voltaje terminal (medido a través de un transformador de potencial) es diferente a un cierto valor de referencia, se genera una señal que se envía a la fuente de corriente directa para ajustar el valor de la corriente de campo. Si el voltaje era mayor al deseado, el resultado de la acción del regulador automático de voltaje es una disminución de la corriente de campo.

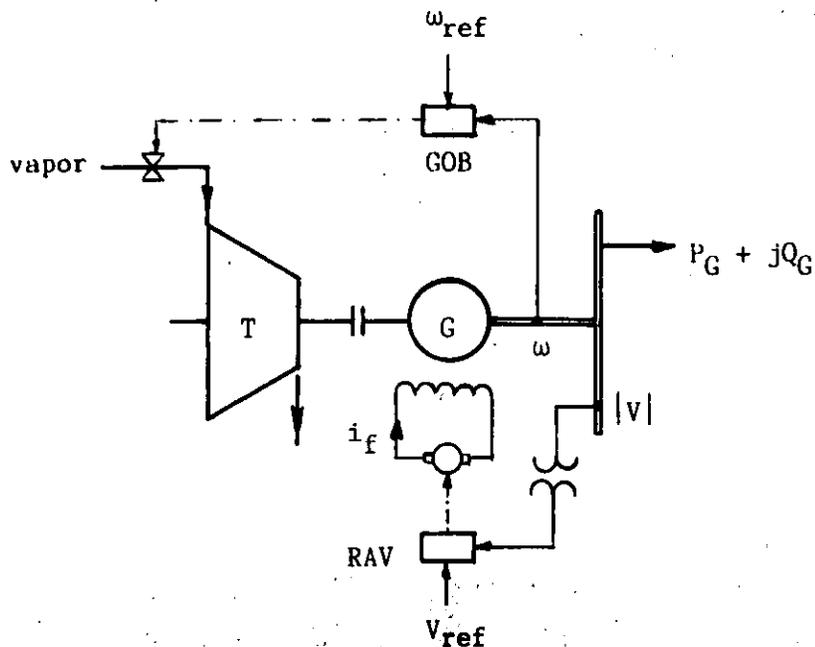


Figura 2.5 Controles de una máquina síncrona.

El gobernador o control de velocidad de una máquina síncrona, es el encargado por un lado, de mantener la velocidad de la máquina en un valor constante, y por el otro, variar la potencia activa de salida P_G . Funciona de manera similar al regulador de voltaje. Si la velocidad de rotación de la máquina es diferente a cierta velocidad de referencia, se generará una señal que abrirá o cerrará las válvulas de vapor o de agua para ajustar el par mecánico. Si la velocidad era menor a la deseada, el gobernador mandará abrir las válvulas para permitir la entrada de más vapor o de más agua.

Para el caso de una máquina conectada a un bus infinito ya se explicó que al cambiar el par mecánico, no se altera la velocidad, pero sí se varía la potencia activa generada. Por lo tanto, para aumentar o disminuir la potencia activa de salida, tendrá que manipularse el gobernador hasta lograr la apertura o cierre de válvulas, respectivamente.

2.4 ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA MAQUINA SINCRONA.

a) Planteamiento.

Existen básicamente dos formas de expresar las ecuaciones de una máquina síncrona: en términos de los enlaces de flujos (ψ) de cada devanado, o en función de los voltajes en los mismos. Aquí se seguirá esta última.

Las ecuaciones que se presentarán parten de las siguientes consideraciones fundamentales:

1.- Se supone que la máquina es magnéticamente lineal; esto significa que se desprecia la saturación del circuito magnético.

2.- Se supone que la máquina se puede representar como un conjunto de circuitos acoplados magnéticamente.

3.- Se desprecia el efecto de los devanados amortiguadores.

4.- Se suponen nulas las resistencias de los devanados.

Después de estos supuestos, la expresión que sirve como punto de partida para el desarrollo de las ecuaciones es:

$$v_{abc} = \frac{d}{dt} [L_{abc}(t)] i_{abc} \quad (2.2)$$

En la ecuación (2.2) la matriz de inductancias $[L_{abc}(t)]$ de 4×4 está formada por las inductancias propias y mutuas de los tres devanados del estator y las del devanado de campo. Todas ellas, a excepción de la inductancia propia del devanado de campo, son dependientes del tiempo, debido al movimiento del rotor y a la saliencia de la máquina.

Para resolver este problema se utiliza una herramienta matemática llamada transformación de Blondel, la cual ha sido aplicada por otros autores como Doherty, Park, etc. Esta transformación transporta el problema del marco de referencia "abc" al marco "dqo"; algo similar a lo que sucede cuando se utilizan las componentes simétricas al resolver circuitos trifásicos desbalanceados.

En el marco dqo existen dos ejes: el "eje directo (d)", que coincide con el eje polar, y el "eje en cuadratura (q)" que se localiza en la línea neutra magnética. Ver figura 2.6.

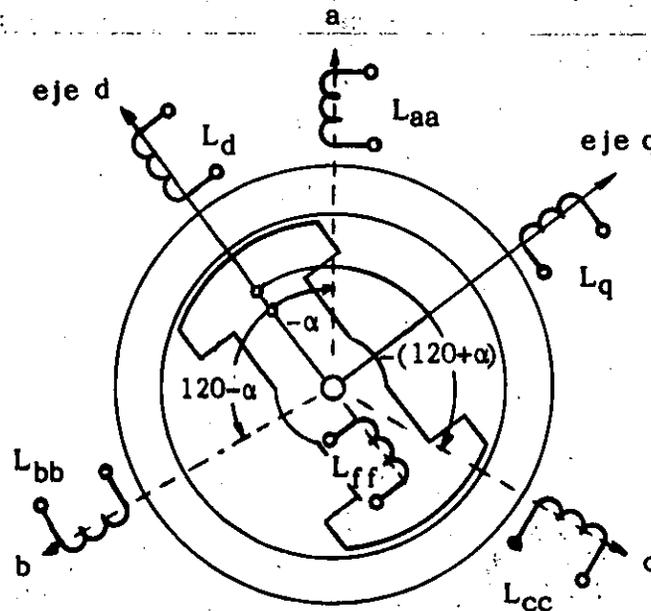


Figura 2.6 Reactancias en los marcos abc y dqo.

La transformación de Blondel simplifica notablemente las ecuaciones, ya que en el marco dqo las inductancias, las corrientes y los voltajes son constantes e independientes de la posición del rotor.

b) El generador con carga balanceada.

Después de establecer la ecuación (2.2) en el marco abc, de aplicar la transformación de Blondel y de expresar en forma fasorial las ecuaciones resultantes para el caso un generador operando con carga trifásica balanceada, se obtienen las siguientes expresiones:

$$V_a = E_a - jX_d I_d - jX_q I_q \quad (2.3)$$

$$I_a = I_d + I_q \quad (2.4)$$

Donde:

$$E_a = \frac{-\omega L_5 i_{f0}}{\sqrt{2}} \quad (2.5)$$

= fem inducida en vacío en la fase a.

$$I_d = j |I| \cos \psi = \text{corriente de eje directo.} \quad (2.6)$$

$$I_q = - |I| \sin \psi = \text{corriente de eje en cuadratura.} \quad (2.7)$$

I = Valor máximo de la corriente de cada devanado del estator.

$X_d = \omega L_d$ = reactancia de eje directo.

$X_q = \omega L_q$ = reactancia de eje en cuadratura.

L_5 = Valor máximo de la inductancia mutua entre el devanado de la fase a y el devanado de campo.

i_{f0} = corriente de campo nominal.

Los fasores anteriores se muestran en el diagrama de la figura 2.7. Este diagrama es extremadamente importante, dado que permite obtener de él toda la información esencial relacionada con la operación de una máquina síncrona en condiciones de estado estable equilibrado.

Puesto que existe simetría entre los fasores de cada fase, se ha retirado el subíndice a de los fasores E , V e I . Nótese que el ángulo ϕ es el existente entre el voltaje terminal y la corriente.

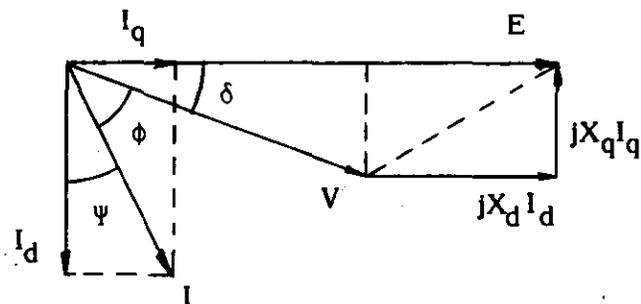


Figura 2.7 Diagrama fasorial de la máquina síncrona en condiciones balanceadas.

c) Potencia activa generada.

Las potencias activa y reactiva entregadas al sistema por un generador síncrono están dadas por:

$$P_G = |V| |I| \cos \phi \quad (2.8)$$

$$Q_G = |V| |I| \sin \phi \quad (2.9)$$

Donde V , I y ϕ están definidos en el diagrama fasorial anterior. P_G y Q_G se consideran positivas si salen del generador hacia el sistema. Del diagrama fasorial:

$$|E| - |I_d| X_d = |V| \cos \delta \quad (2.10.a)$$

$$|I_q| X_q = |V| \sin \delta \quad (2.10.b)$$

$$|I_q| = |I| \sin \psi \quad (2.11.a)$$

$$|I_d| = |I| \cos \psi \quad (2.11.b)$$

$$\phi + \delta + \psi = 90^\circ \quad (2.12)$$

De la ecuación (2.12) se deriva:

$$\cos \phi = \sin \psi \cos \delta + \cos \psi \sin \delta, \text{ por lo tanto:}$$

$$|I| \cos \phi = |I| \sin \psi \cos \delta + |I| \cos \psi \sin \delta \quad (2.13)$$

Haciendo uso de las ecuaciones (2.11), se tiene:

$$|I| \cos \phi = |I_q| \cos \delta + |I_d| \sin \delta \quad (2.14)$$

Sustituyendo (2.14) en (2.8):

$$P_G = |V| |I_q| \cos \delta + |V| |I_d| \sin \delta \quad (2.15)$$

Despejando las corrientes de las ecuaciones (2.10):

$$|I_d| = \frac{|E| - |V| \cos \delta}{X_d} \quad (2.16)$$

$$|I_q| = \frac{|V| \sin \delta}{X_q} \quad (2.17)$$

Sustituyendo (2.16) y (2.17) en (2.15):

$$\begin{aligned} P_G &= |V| \cos \delta \left[\frac{|V| \sin \delta}{X_q} \right] + |V| \sin \delta \left[\frac{|E| - |V| \cos \delta}{X_d} \right] \\ &= \frac{|V|^2 \cos \delta \sin \delta}{X_q} + \frac{|E||V|}{X_d} \sin \delta - \frac{|V|^2 \cos \delta \sin \delta}{X_d} \end{aligned}$$

$$P_G = \frac{|E||V|}{X_d} \sin \delta + \frac{|V|^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \quad (2.18)$$

ya que $\cos \delta \sin \delta = 1/2 \sin 2\delta$.

Se concluye que para todo propósito práctico, P_G es función únicamente del ángulo de carga δ , existente entre los fasores E y V . Esto se debe a que el voltaje terminal $|V|$ puede suponerse constante si la red es razonablemente grande y $|E|$, la fem inducida, es constante si se mantiene la corriente de campo en un valor fijo.

d) Reactancias típicas.

Si las reactancias de una máquina síncrona se expresan en por unidad de sus valores nominales, se obtienen valores semejantes para cada reactancia, independientemente de la capacidad de la máquina.

La tabla 2.1 muestra los valores de las reactancias principales para los diferentes tipos de máquinas síncronas: las reactancias síncronas de eje directo (X_d) y de eje en cuadratura (X_q); la reactancia transitoria de eje directo (X'_d), la reactancia subtransitoria de eje directo (X''_d), la reactancia de secuencia negativa (X_2) y la reactancia de secuencia cero (X_0).

TABLA 2.1
Reactancias típicas de máquinas síncronas en p.u.

Reactancia	Motores Síncronos	Condensadores Síncronos	Hidro- generadores	Turbo- generadores
X_d	1.00	1.60	1.00	1.15
X_q	0.75	1.00	0.65	1.00
X'_d	0.30	0.40	0.30	0.15
X''_d	0.20	0.25	0.20	0.10
X_2	0.25	0.25	0.20	0.13
X_0	0.06	0.08	0.07	0.04

2.5 MODELO CLASICO DE LA MAQUINA SINCRONA.

Consideración No. 5.- Si se supone que la máquina es de polos lisos, o bien, de polos salientes, pero se ignora el efecto de la saliencia, se tiene que $X_d = X_q$.

En estas condiciones, se obtiene lo que se conoce como el modelo clásico de la máquina síncrona. En este contexto, la ecuación (2.18) se convierte en:

$$P_G = \frac{|E||V|}{X_d} \operatorname{sen} \delta \quad (2.19)$$

Siguiendo un procedimiento similar al usado para deducir la ecuación (2.18), y considerando saliencia despreciable, es posible obtener una expresión para la potencia reactiva Q_G . El resultado es:

$$Q_G = \frac{|E||V|}{X_d} \cos \delta - \frac{|V|^2}{X_d} \quad (2.20)$$

Por otro lado, si $X_d = X_q$, la ecuación (2.3) se transforma en:

$$V = E - j X_d (I_d + I_q) = E - j X_d I \quad (2.21)$$

El diagrama fasorial en estas condiciones se simplifica notablemente, como se observa en la figura 2.8.

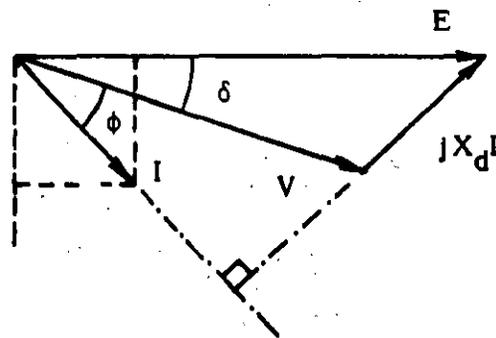


Figura 2.8 Diagrama fasorial para generadores síncronos de polos lisos.

El comportamiento de la máquina descrito por la ecuación (2.21) y el diagrama fasorial de la figura 2.8, es posible reproducirlo mediante un circuito equivalente sumamente simple. Ver figura 2.9.

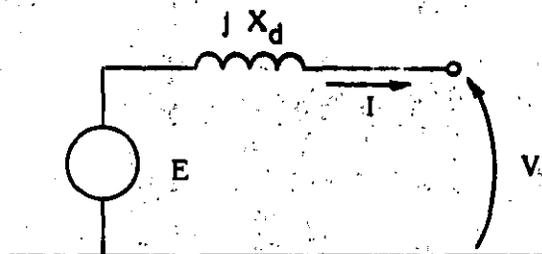


Figura 2.9 Circuito equivalente del generador de polos lisos.

2.6 OPERACION DE LA MAQUINA SINCRONA.

a) Modos de operación.

Las máquinas síncronas tienen tres modos de operación: como generador, cuando la potencia activa va de la máquina al sistema; como condensador síncrono, si la potencia activa es cero, o bien, como motor si la potencia activa va del sistema a la máquina.

Por lo que se refiere a la potencia reactiva, la máquina síncrona tiene dos posibilidades de operación: como capacitor o generador de reactivos, si la máquina entrega potencia reactiva al sistema; o bien, como inductancia o consumidor de reactivos, si absorbe potencia reactiva del sistema.

Es común usar los símbolos (\rightarrow) (\leftrightarrow) para indicar el sentido de la potencia activa y el de la potencia reactiva respectivamente; la figura 2.10 resume los diferentes modos de operación de una máquina síncrona, aclarando que en general los generadores, los condensadores y los motores síncronos, tienen características constructivas diferentes.

	GENERADOR	CONDENSADOR SINCRONO	MOTOR
CAPACITOR (entregando)			
INDUCTANCIA (absorbiendo)			

Figura 2.10 Modos de operación de una máquina síncrona.

b) Límites de operación.

Una "curva de capacidad" o carta de operación de un generador síncrono es una gráfica que contiene una serie de puntos (P,Q), que en conjunto constituyen los límites de funcionamiento de una máquina síncrona. Este documento es un auxiliar de gran utilidad, tanto para el personal de operación de la planta generadora, como para el personal de control y despacho que opera el sistema de potencia.

La figura 2.11 muestra una curva de capacidad típica, en la que pueden observarse los cuatro límites de un generador síncrono:

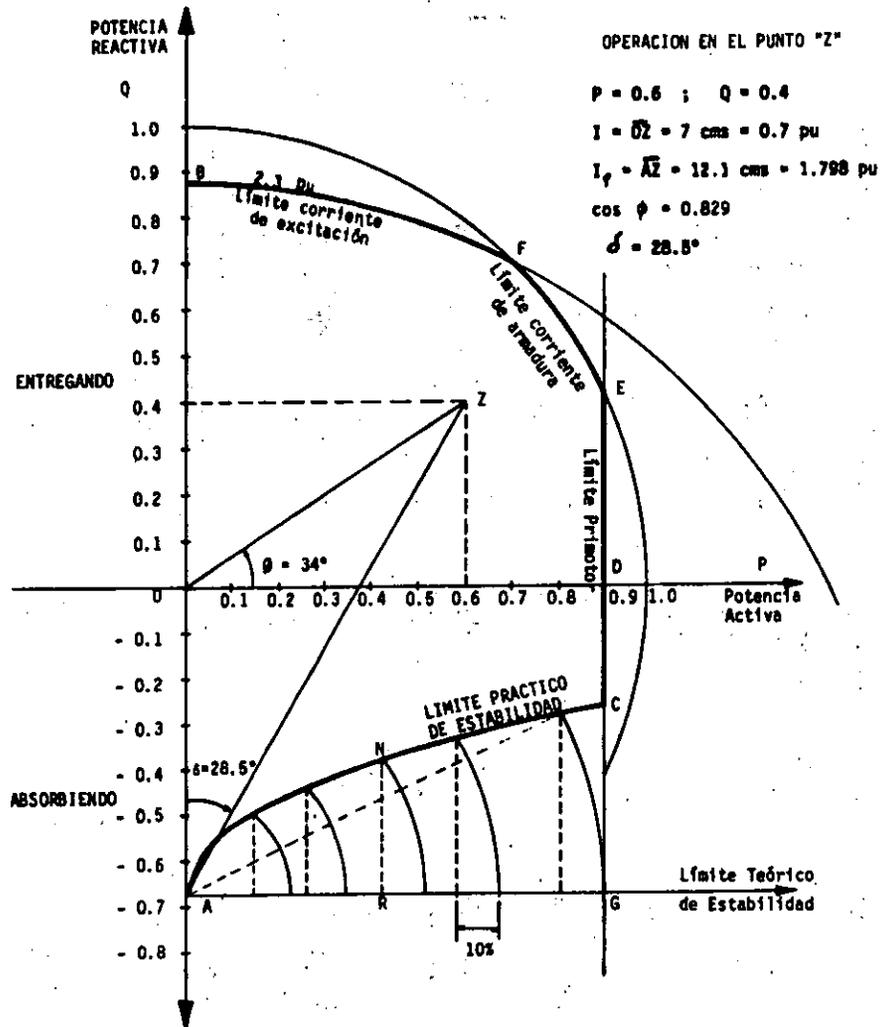


Figura 2.11 Curva de capacidad para un generador de rotor cilíndrico.

- 1) Arco BF - Límite por calentamiento en el rotor provocado por la corriente de campo o corriente de excitación.
- 2) Arco FE - Límite por calentamiento en el estator, provocado por la corriente de armadura.
- 3) Segmento EC - Límite por capacidad mecánica del primotor.
- 4) Arco CA - Límite por estabilidad de la máquina.

El área acotada por estos cuatro límites y el eje de las ordenadas, constituye la región permitida para operar el generador síncrono, dando lugar a una gran cantidad de combinaciones posibles (P,Q).

2.7 EJERCICIOS

Para finalizar el capítulo se presentan dos ejemplos numéricos que ilustran de manera objetiva el comportamiento de un generador síncrono. En ambos, se supone que la máquina es de polos lisos y está conectada a un gran sistema; esto es con el fin de simplificar los análisis y centrar la atención en los aspectos fundamentales.

Ejemplo 1.- Un generador con 400 MVA, 20 kV y 60 Hz nominales opera inicialmente con un ángulo de carga de 30° y una corriente de excitación tal que la fem inducida es de 1.25 pu. Si sus reactancias X_d y X_q son de 1.0 pu, determinar:

- P_G y Q_G para las condiciones iniciales.
- P_G y Q_G si se modifica la corriente de excitación de tal modo que la fem inducida se reduce a 0.7 pu.
- Mostrar el efecto del cambio de excitación mediante curvas "potencia-ángulo" y de diagramas fasoriales.

SOLUCION

$$\begin{aligned} \text{a) } S_r &= 400 \text{ MVA} \\ V_r &= 20 \text{ kv} = 1.0 \text{ pu} \\ \delta &= 30^\circ \\ |E| &= 1.25 \text{ pu} = 1.25 \times 20 = 25 \text{ kV} \end{aligned}$$

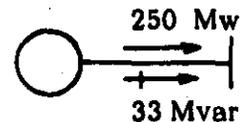
Mediante las ecuaciones (2.19) y (2.20) de este capítulo y trabajando con valores por unidad, se tiene:

$$P_G = \frac{1.25 \times 1.0}{1.0} \sin 30^\circ = 0.625 \text{ pu}$$

$$Q_G = \frac{1.25 \times 1.0}{1.0} \cos 30^\circ - \frac{(1.0)^2}{1.0} = 1.0825 - 1 = 0.0825 \text{ pu}$$

En valores absolutos:

$$\begin{aligned} P_G &= 0.625 \times 400 = 250 \text{ Mw} \\ Q_G &= 0.0825 \times 400 = + 33 \text{ Mvar} \end{aligned}$$

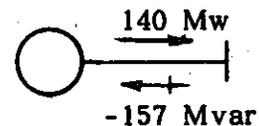


b) CONTROL DE LA EXCITACION

$$|E| = 0.70 \text{ pu}$$

$$P_G = \frac{0.7 \times 1.0}{1.0} \sin 30^\circ = 0.35 \text{ pu} = 140 \text{ Mw}$$

$$Q_G = \frac{0.7 \times 1.0}{1.0} \cos 30^\circ - \frac{(1.0)^2}{1.0} = -0.39 \text{ pu} = -157 \text{ Mvar}$$



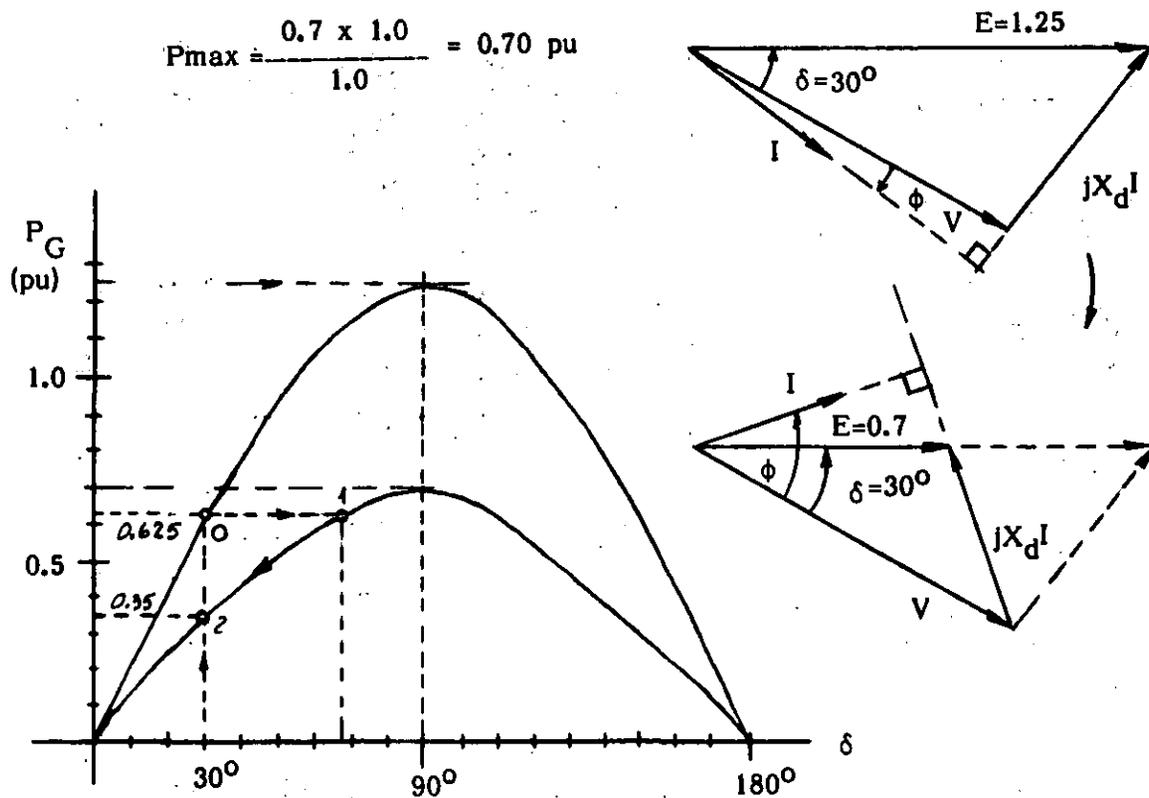
c) Efecto del control de la excitación:

Para el inciso (a):

$$P_{\max} = \frac{|E| |V|}{X_d} \sin 90^\circ = \frac{1.25 \times 1.0}{1.0} = 1.25 \text{ pu}$$

Para el inciso (b):

$$P_{\max} = \frac{0.7 \times 1.0}{1.0} = 0.70 \text{ pu}$$



Ejemplo 2.- El generador del ejemplo 1 está ahora operando con una fem de 1.5 pu y una potencia activa de 0.25 pu. En este caso determinar:

- El ángulo de carga δ y la potencia reactiva Q_G .
- Los mismos valores anteriores, pero después de incrementar el par mecánico al triple.
- Mostrar mediante curvas "potencia-ángulo" y diagramas fasoriales, el resultado del cambio en el par.

SOLUCION

$$|E| = 1.5 \text{ pu}$$

$$P_G = 0.25 \text{ pu} = 100 \text{ Mw}$$

De la ecuación (2.19):

$$\delta = \text{sen}^{-1} \frac{P_G X_d}{|E| |V|} = \text{sen}^{-1} \frac{0.25 \times 1.0}{1.5 \times 1.0} = 9.6^\circ$$

$$Q_G = \frac{1.5 \times 1.0}{1.0} \cos 9.6^\circ - \frac{(1.0)^2}{1.0} = 0.48 \text{ pu} = 192 \text{ Mvar}$$

b) CONTROL DEL PAR MECANICO.

Si T_m aumenta al triple, P_G se incrementa en la misma proporción. Por lo tanto:

$$P_G = 3 \times 0.25 = 0.75 \text{ pu} = 300 \text{ Mw}$$

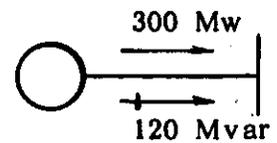
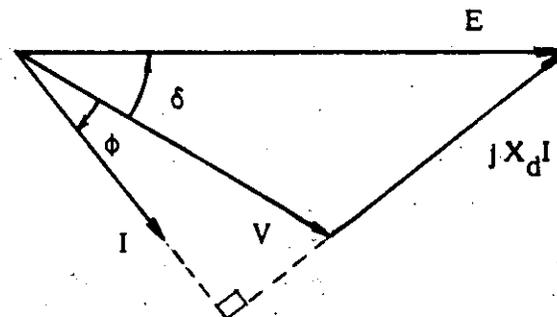
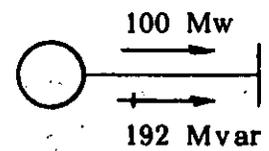
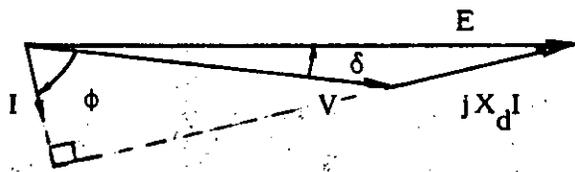
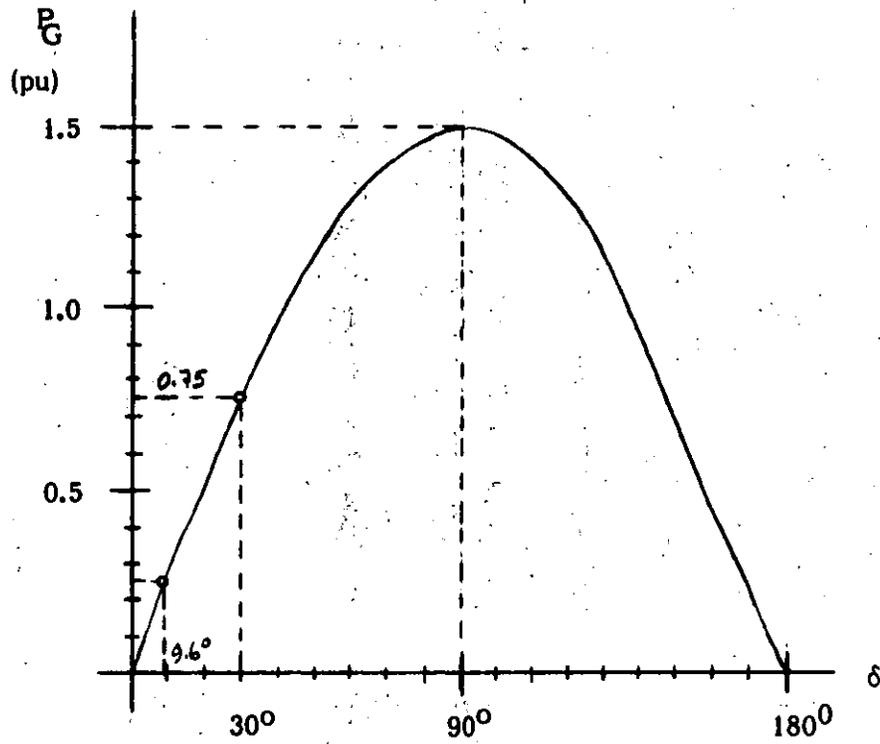
$$\delta = \text{sen}^{-1} \frac{P_G X_d}{|E| |V|} = \text{sen}^{-1} \frac{0.75 \times 1.0}{1.5 \times 1.0} = 30^\circ$$

$$Q_G = \frac{1.5 \times 1.0}{1.0} \cos 30^\circ - \frac{(1.0)^2}{1.0} = 0.30 \text{ pu} = 120 \text{ Mvar}$$

Nótese que la potencia reactiva se redujo de 0.48 a 0.30 pu; es decir, solo el 38%, contra el 200% de cambio en la potencia activa.

C) Efecto del control en el par mecánico.

$$P_{\max} = \frac{|E||V|}{X_d} = \frac{1.5 \times 1.0}{1.0} = 1.5 \text{ pu}$$



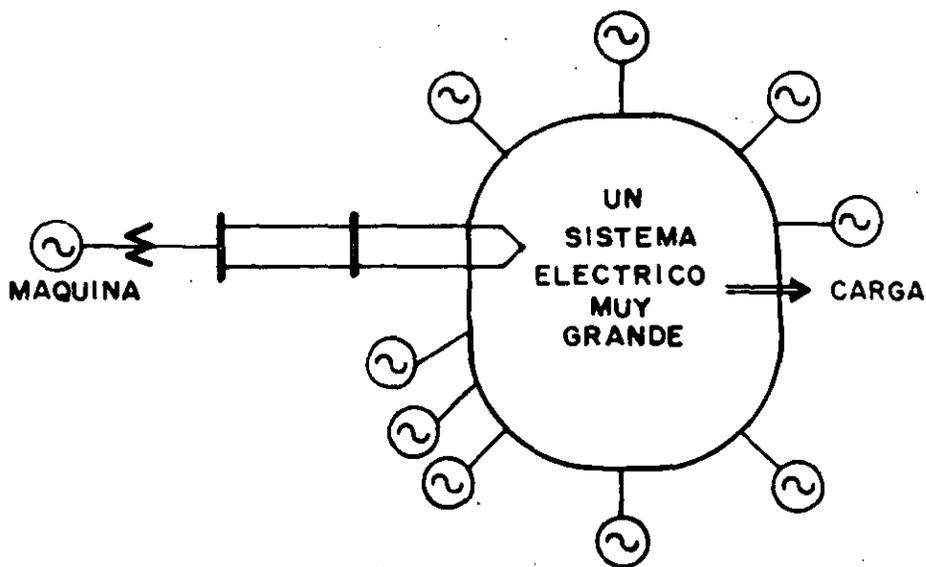
3 ESTABILIDAD TRANSITORIA. MAQUINA-BUS INFINITO

El Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) está integrado por numerosas unidades generadoras y cargas interconectadas por medio de líneas de transmisión y transformadores. En el comportamiento dinámico de los siste - mas eléctricos interactúan todos los elementos.

El estudio integral del comportamiento dinámico de SEP's resulta suma - mente complejo. Aunado a la gran dimensión, por el número de componen - tes que intervienen, se tiene la dificultad de que una sola unidad generadora requiere un número elevado de ecuaciones diferenciales para el - modelo matemático de sus distintos elementos. Sin embargo, es posible abordar el estudio de estabilidad simplificándolo en base a diversos - criterios.

En este tema se utilizarán dos criterios para simplificar el estudio - del problema dinámico de sistemas eléctricos. El primero consiste en - reducir al mínimo la dimensión y el segundo en utilizar el menor número de ecuaciones para la modelación de los componentes. Estas simplificaciones, a pesar de lo drástico que aparentan ser, no distorsionan los - conceptos fundamentales que se busca hacer llegar.

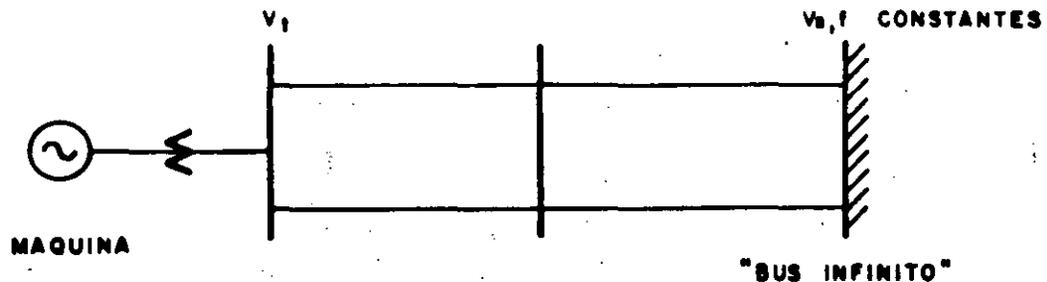
La simplificación en las dimensiones consiste en suponer una máquina - síncrona conectada a un gran sistema. En realidad lo que se quiere decir es que las unidades generadoras y la red del "gran sistema" son de tamaño bastante mayor que la unidad bajo estudio, tal y como lo muestra la siguiente figura.



Este "gran tamaño" relativo evita que eventos que ocurran en la máquina,

o en la red que une la máquina con el sistema, logren afectar el voltaje y la frecuencia del nodo al cual está conectada la máquina.

La figura anterior puede ser simplificada, quedando como lo indica la figura siguiente:



La barra con pequeñas líneas representa un bus cuyo voltaje y frecuencia permanecen constantes. También se puede pensar como si fuera un enorme generador.

Es sorprendente cuantos problemas pueden resolverse con el estudio de una máquina contra un bus infinito.

Los parámetros dominantes para estudios de primera oscilación (tiempo de estudio de 0 a 1 seg.) son:

- 1.- La reactancia y la inercia del generador.
- 2.- La reactancia de la red de transmisión para las tres condiciones: prefalla, falla y postfalla.
- 3.- Los esquemas de protecciones.
- 4.- Los tiempos de operación de los interruptores.

A continuación se describen los conceptos de la constante de inercia y la ecuación de oscilación de una Máquina Síncrona.

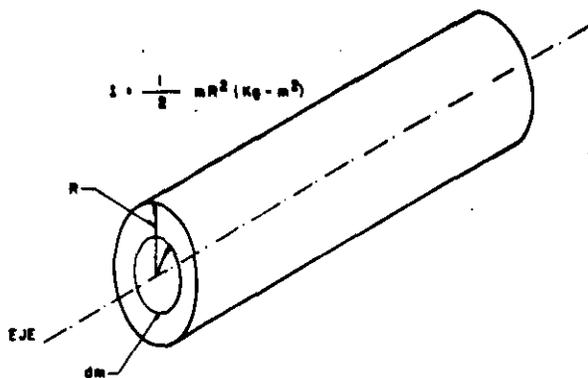
3.1.- Constante de Inercia.

El momento de inercia de un cuerpo rígido de masa m , con respecto a un eje está definido por:

$$I = \int r^2 dm$$

donde dm es un elemento de masa del cuerpo y r es la distancia del eje a dm . Físicamente el momento de inercia I de un cuerpo es una medida de su resistencia a la aceleración angular.

El momento de inercia que presenta un cilindro sólido uniforme es $I = \frac{1}{2} m R^2$ [Kg - m²], tal como lo indica la siguiente figura:



La energía cinética (E_c) de un cuerpo en traslación se obtiene de $E_c = 0.5 m v^2$ [J] y la E_c de un cuerpo en rotación de $E_c = 0.5 I \omega^2$ [J]; o sea que I también tiene unidades de $\frac{J - \text{seg}^2}{\text{rad}^2}$

El momentum o cantidad de movimiento en traslación se define co-

mo $M^1 = mv$ y en rotación como $M = I\omega$ (J - S/rad).

La constante de inercia H para una unidad generadora se define -
como:

$$H = \frac{\text{Energía cinética a velocidad } \omega_n \text{ (MJ)}}{\text{MVA nominales} = S_n}$$

De la ecuación anterior se puede obtener la relación entre M y -
H:

$$H = \frac{\frac{1}{2} I \omega_n^2}{S_n} \quad \delta \quad 2HS_n = I \omega_n \omega_n = I\omega_n$$

por lo tanto

$$M = \frac{2HS_n}{\omega_n} = \frac{HS_n}{\pi f_n} \text{ (MJ - s/rad)}$$

La constante de inercia H es un parámetro de diseño que influye
en la estabilidad de manera muy relevante. El valor de H como -
está referido a la capacidad nominal propia de cada máquina, cae
en un rango estrecho de valores, sin importar el tamaño de la -
unidad.

El rango de H para unidades generadoras de centrales hidráulicas
es de 2 a 7 y el rango de H para turbogeneradores típicos es de
2 a 5.

Debido a que algunas veces no se dispone de H directamente sino
de otros datos, a continuación se presenta una fórmula usual pa-
ra obtener H:

$$H = \frac{2.31 \times 10^{-10} WR^2}{S_n(\text{MVA})} \text{ (seg)}$$

donde W es el peso del generador y partes mecánicas acopladas en la misma flecha en libras y R es el radio de giro en pies.

3.2.- Ecuación de Oscilación.

Al aplicar un par o potencia acelerante ($P_m - P_e$) al rotor se tendrá una aceleración del mismo. La ecuación de movimiento del rotor se conoce como ecuación de péndulo o de ecuación de oscilación.

La segunda ley de Newton para movimiento de traslación se expresa como $F = ma = m \frac{d^2x}{dt^2}$; para movimiento de rotación la ecuación es:

$$T = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

donde θ es la posición del rotor, $\theta = \omega_n t + \delta$; aplicando esta ecuación al movimiento del rotor de un generador síncrono resulta:

$$I \frac{d^2\delta}{dt^2} = T_m - T_e$$

donde:

T_m Par mecánico aplicado en la flecha MJ/rad.

T_e Par eléctrico, MJ/rad.

δ Angulo de posición (en rad) del rotor con respecto a una refe

rencia girando a velocidad síncrona.

I Momento de inercia del rotor en MJ-seg²/rad².

Si multiplicamos ambos términos de la ecuación anterior por la velocidad angular (ω), puede ser expresada en términos de potencia

$$I\omega \frac{d^2\delta}{dt^2} = T_m\omega - T_e\omega$$

o sea:

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e$$

donde P_m y P_e son la potencia mecánica y eléctrica respectivamente expresadas en MW; la ecuación anterior implica una ligera aproximación ya que al hacer $M = I\omega$ se está suponiendo que ω es constante; las desviaciones de ω de la velocidad síncrona ω_n en realidad deben ser muy pequeñas para que no haya pérdida de sincronismo.

La ecuación de oscilación también se acostumbra en función de H:

$$H = \frac{1}{2} \frac{I\omega_n^2}{S_n} = \frac{M\omega_n}{2S_n} \text{ o sea } M = \frac{2HS_n}{\omega_n}$$

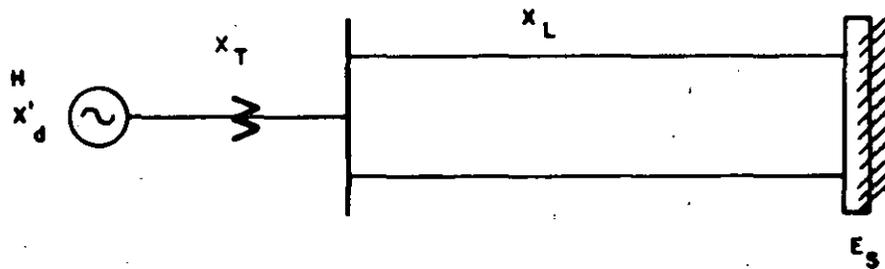
$$\frac{2HS_n}{\omega_n} \frac{d^2\delta}{dt^2} = (P_m - P_e), \text{ que resulta en}$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\pi f}{H} (P_m - P_e)$$

Con H, P_m y P_e expresadas en pu en base a S_n .

En los estudios de estabilidad transitoria (primera oscilación) se supone que la potencia mecánica de entrada al primo-motor no cambia. La potencia eléctrica que entrega el generador depende de la situación del sistema visto desde las terminales del generador.

Para el caso más sencillo, como lo indica la siguiente figura, - el de un generador conectado a un bus infinito por medio de dos líneas de transmisión



La potencia eléctrica P_e , resulta:

$$P_e = \frac{|E'| |E_s|}{X} \text{ sen } \delta$$

sustituyendo esta ecuación en la ecuación de oscilación, queda

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi f}{H} (P_m - \frac{|E'| |E_s|}{X} \text{ sen } \delta)$$

donde: $X = X'_d + X_T + X_L$

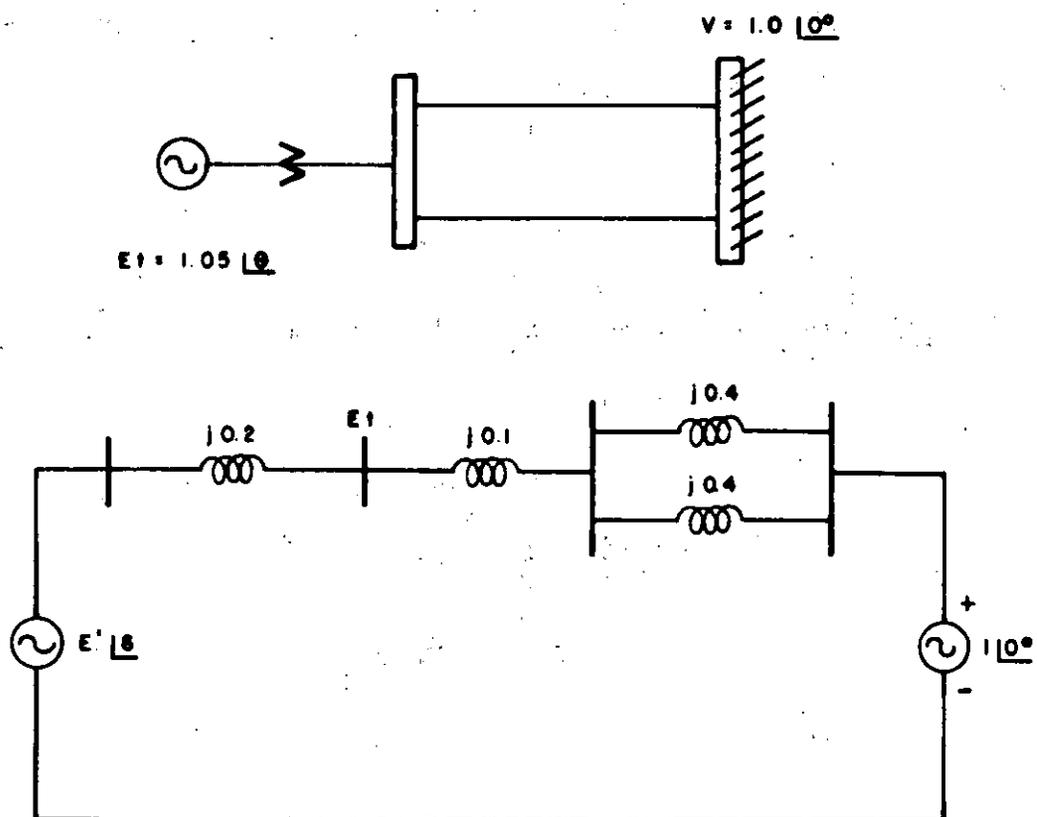
La solución de la ecuación diferencial ordinaria anterior, se efectúa por métodos numéricos ya que no tiene solución analítica.

3.3.- Ejemplo.

Una MS se conecta a un bus infinito, como se muestra $X'_d = 0.2$ pu, la X del transformador es 0.1 pu y la X de cada línea es 0.4 pu; todos en base a los datos de la máquina.

Inicialmente la máquina está entregando 0.8 pu de potencia a un $E_t = 1.05$ pu y además $H = 5$ MJ/MVA.

Determinar la ecuación de oscilación.



Solución:

$$0.8 = \frac{VE_t}{0.3} \sin \theta \quad \therefore \theta = 13.21^\circ$$

$$I = \frac{E_t - V}{Z} = 0.803 \quad \underline{-5.29^\circ}$$

$$E' \quad \underline{\delta} = 0.2 \quad \underline{90^\circ} \quad 0.803 \quad \underline{-5.29} + 1.05 \quad \underline{13.21^\circ}$$

$$E' \quad \underline{\delta} = 1.111 \quad \underline{21.09^\circ}$$

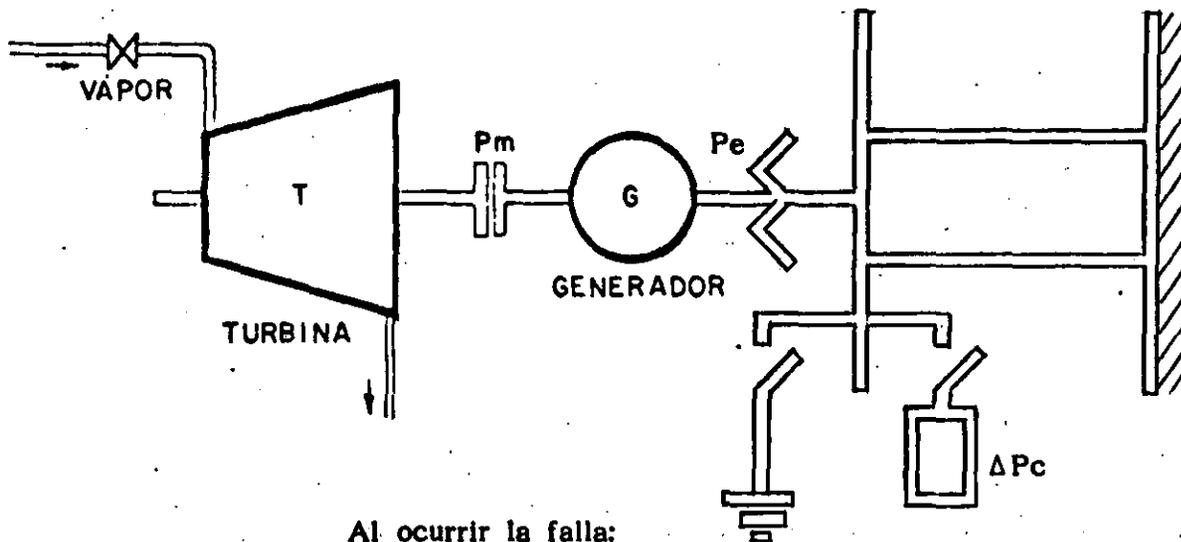
$$\frac{1.111}{0.5} \text{ sen } \delta = 2.222 \text{ sen } \delta$$

La ecuación de oscilación queda

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi f}{H} (0.8 - 2.22 \text{ sen } \delta) \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2}$$

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{60\pi}{5} (0.8 - 2.22 \text{ sen } \delta) \frac{\text{rad}}{\text{seg}^2}$$

DESCRIPCION FISICA DEL FENOMENO DINAMICO



- P_e se hace CERO
- No hay cambio en P_m
- Las masas rodantes de la MS absorben la P_m en forma de energía cinética.
- Estas incrementan su velocidad
- El ángulo del rotor crece

Lo contrario sucede si se conecta ΔP_c

● Casos especiales

$P_m = P_e$ (δ cte. : equilibrio)

$P_m > P_e$ (δ crece: aceleración)

$P_m < P_e$ (δ decrece: desaceleración)

TABLA 3.1
COMPARACION DE LAS ECUACIONES PARA EL MOVIMIENTO DE TRANSLACION
CON LAS DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

TRANSLACION				ROTACION			
MAGNITUD	SIMBOLO	ECUACION	UNIDAD	MAGNITUD	SIMBOLO	ECUACION	UNIDAD
Longitud	s	-	m	Desplazamiento angular	θ	$\theta = \frac{s}{r}$	rad
Masa	m	-	kg	Momento de inercia	I	$I = \int r^2 dm$	kg m ²
Tiempo	t	-	s	Tiempo	t	-	s
Velocidad	v	$v = ds/dt$	m/s	Velocidad angular	ω	$\omega = d\theta/dt$	rad/s
Aceleración	a	$a = dv/dt$	m/s ²	Aceleración angular	α	$\alpha = d\omega/dt$	rad/s ²
Fuerza	F	$F = ma$	N	Par	T	$T = I\alpha$	N m
Cantidad de movimiento	M'	$M' = mv$	N s	Momento angular cinético	M	$M = I\omega$	s/rad
Trabajo	W	$W = \int F ds$	J	Trabajo	W	$W = \int T d\theta$	J
Potencia	P	$P = dW/dt$ $= F v$	w	Potencia	P	$P = dW/dt$ $= T \omega$	w
Energía cinética	E_k	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	J	Energía cinética de rotación	E_k	$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$	J

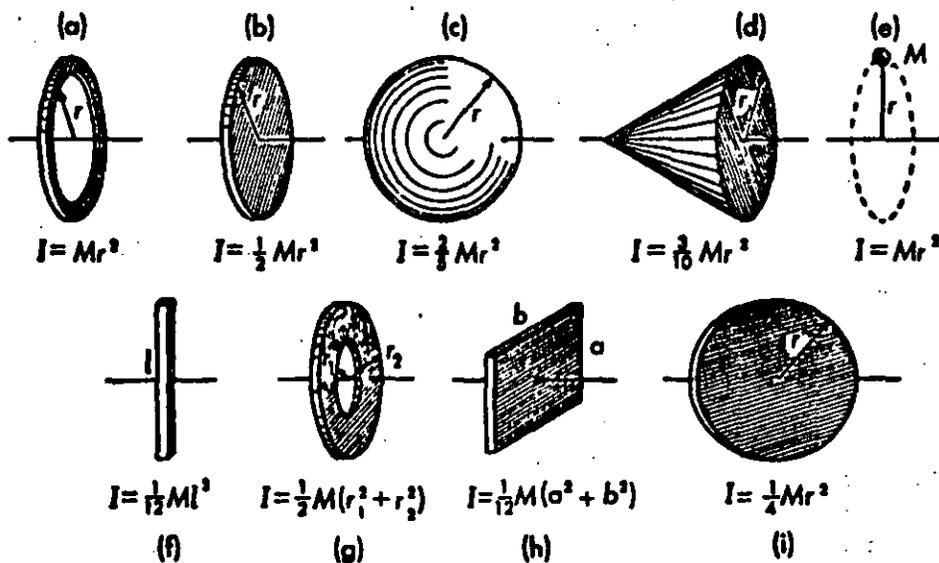
CONCEPTOS FUNDAMENTALES

- Potencia de aceleración

$$P_a = P_m - P_e$$

- Momento de Inercia

$$I = \int r^2 dm$$



- Constante de inercia

$$H = \frac{E_{co}}{S_n} = \frac{1/2 I \omega_0^2}{S_n} \quad \text{MJ/MVA, seg}$$

Valores típicos:

Hidrogeneradores 400rpm $H = 3.5 \text{ s}$

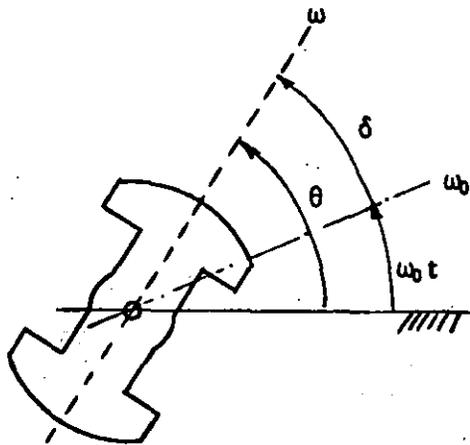
Turbogeneradores 3600rpm $H = 6 \text{ s}$

ECUACION DE OSCILACION

- **Utilidad:**

Describe el movimiento del rotor de una MS originado por la potencia de aceleración.

- **Cambio de referencia**



θ = posición angular del rotor con resp. a una ref. fija

δ = posición angular del rotor con respecto a una ref. que gira a la vel. ω_0

$$\theta = \omega_0 t + \delta \quad \rightarrow \quad \delta = \theta - \omega_0 t$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d\theta}{dt} - \omega_0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_0}$$

$$\boxed{\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2\theta}{dt^2}}$$

o Aplicación de la 2a. Ley de Newton

$$F = ma \rightarrow T_m - T_e = I \frac{d^2\theta}{dt^2} = I \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

por ω : $P_m - P_e = I\omega \frac{d^2\delta}{dt^2}$

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_{\max} \sin \delta$$

o Otras versiones

$$H = \frac{1/2 I \omega_0^2}{S_n} = \frac{M \omega_0}{2 S_n} \rightarrow M = \frac{2 S_n H}{\omega_0}$$

$$\left(\frac{2 S_n H}{\omega_0} \right) \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_{\max} \sin \delta$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_0}{2 H} (\bar{P}_m - \bar{P}_{\max} \sin \delta) \text{ rad/s}^2$$

donde \bar{P}_m y \bar{P}_{\max} son valores por unidad de S_n

o Otra más:

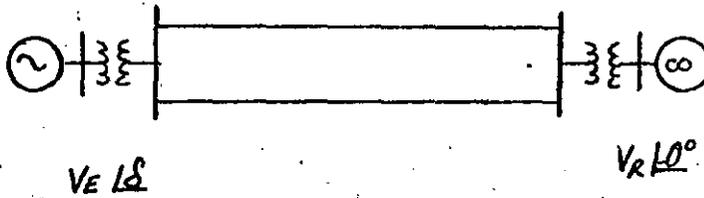
$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\pi f_0}{H} (\bar{P}_m - \bar{P}_{\max} \sin \delta) \text{ rad/s}^2$$

4 METODO DE LAS AREAS IGUALES

El método de las áreas iguales es un método directo de solución al problema de la estabilidad transitoria en sistemas eléctricos de potencia, está basado en conceptos de energía y utiliza las gráficas Potencia-Angulo ($P - \delta$) en sus diferentes estados de operación para determinar las condiciones de estabilidad.

METODO DE AREAS IGUALES PARA EL ESTUDIO DE ESTABILIDAD TRANSITORIA

- La ecuación de oscilación (sin considerar amortiguamiento) del generador síncrono de la siguiente fig. es :



$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_{mec} - P_e(t) \quad \text{---} \quad (1)$$

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_{mec} - \frac{V_E V_R}{X_{ER}} \text{sen } \delta_{ER} \quad \text{---} \quad (2)$$

$$o' \quad M \frac{d\omega}{dt} = P_{mec} - P_{m\acute{a}x} \text{sen } \delta \quad \text{---} \quad (3)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_0 ; \quad \omega_0 = \text{velocidad sincrónica} \quad \text{---} \quad (4)$$

Dividiendo ec (3) entre ec. (4) tenemos

$$\frac{M \frac{d\omega}{dt}}{\frac{d\delta}{dt}} = \frac{P_{mec} - P_{m\acute{a}x} \text{sen } \delta}{\omega - \omega_0}$$

$$M \frac{d\omega}{dt} (\omega - \omega_0) = (P_{mec} - P_{m\acute{a}x} \text{sen } \delta) \frac{d\delta}{dt}$$

$$M \omega d\omega = (P_{mec} - P_{m\acute{a}x} \text{sen } \delta) d\delta \quad \text{---} \quad (5)$$

Integrando la ec. (5) se tiene :

$$M \int_{\omega_0}^{\omega} \omega d\omega = \int_{\delta_0}^{\delta} (P_{mec.} - P_{m\acute{a}x} \text{ Sen } \delta) d\delta$$

$$\frac{1}{2} M \omega^2 - \frac{1}{2} M \omega_0^2 = \int_{\delta_0}^{\delta} (P_{mec.} - P_{m\acute{a}x} \text{ Sen } \delta) d\delta$$

$$\Delta E_c = \int_{\delta_0}^{\delta} P_{ac.} d\delta$$

⑥

ΔE_c = Incremento de energía cinética debido a la velocidad ω .

La ecuación ⑥ indica que la energía acumulada ó disipada en la máquina, provocada por un cambio en la velocidad, puede ser calculada por la integral de la potencia de aceleración. La potencia de aceleración puede ser positiva o negativa.

- o La solución de la ecuación de oscilación (ec. 1), mostrará el comportamiento angular de la máquina (δ) ante alguna contingencia. (Solución analítica).
- o Otra alternativa para observar el comportamiento angular y determinar la estabilidad de la máquina, bajo condiciones transitorias, sin resolver la ec. de oscilación; es el método gráfico -- llamado "Criterio de Areas Iguales".
- o El método de Areas-Iguales se limita a un generador (s) oscilando contra un bus infinito, ó a 2 grupos de generadores equivalentes que intercambian energía entre sí.

El método de Areas-Iguales está fundamentado en conceptos de -- energía. De acuerdo a este método, un sistema será estable si ante alguna contingencia la energía acumulada durante la aceleración, es disipada en un período de desaceleración. De lo contrario será inestable.

- o Suposiciones del método de Areas-Iguales, en estudios transitorios de 1a. oscilación.
 - La potencia mecánica de la turbina permanece constante.
 - Voltaje constante detrás de la reactancia transitoria.
 - Pares de amortiguamiento despreciados.
 - Efectos resistivos y capacitivos de LT's se desprecian.
 - Por simplicidad se analizan fallas 3Ø ó disparo de -- elementos sin presencia de fallas.

Considerese el caso mostrado en la siguiente fig. donde debido a un disturbio, a partir de δ_0 se tiene una diferencia entre la potencia eléctrica (P_e) y la potencia mecánica (P_m).

En forma analítica, la condición para que sea estable - requiere que $\Delta E_c = 0$, es decir que:

$$\Delta E_c = 0 = \int_{\delta_0}^{\delta_b} (P_m - P_{max} \text{Sen} \delta) d\delta - \int_{\delta_b}^{\delta_c} (P_{max} \text{Sen} \delta - P_m) d\delta$$

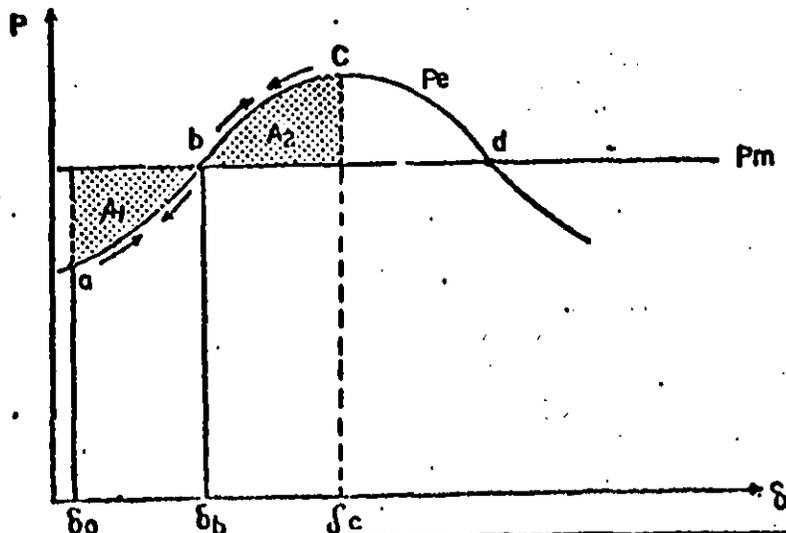
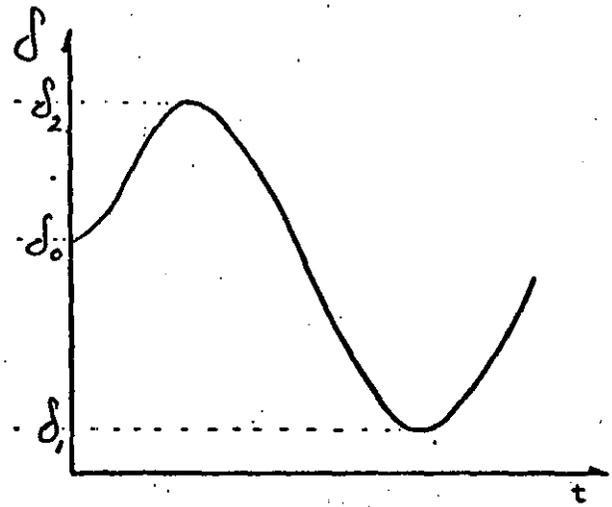
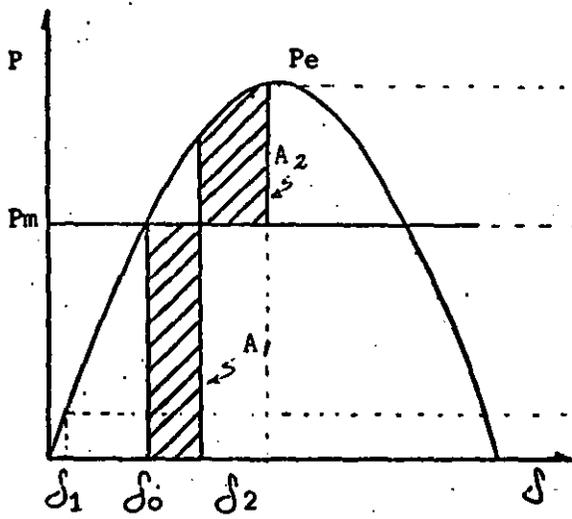
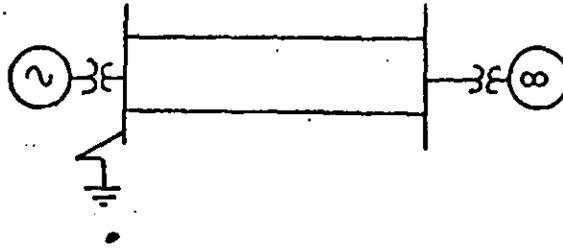


FIG.
CRITERIO AREAS
IGUALES

T A B L A I

Resumen de variables para el caso analizado en la

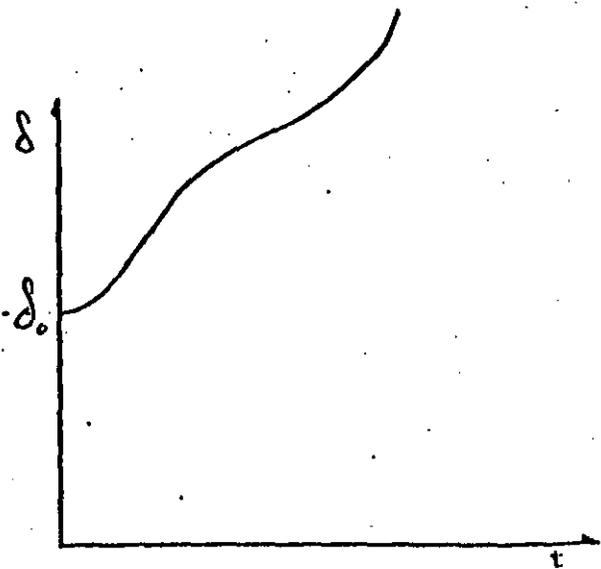
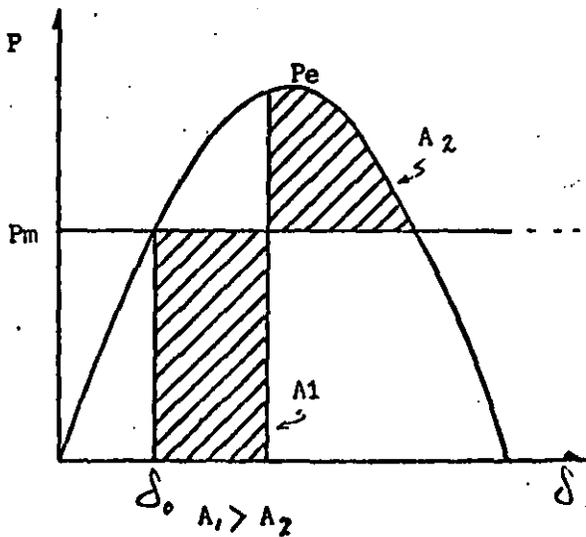
Trayectoria	Velocidad Angular	Posición Angular	Aceleración
a - b	$W > W_0$	crece	positiva
b	$W > W_0$ máxima	crece	cero
b - c	$W > W$	crece	negativa
c	$W = W_0$	decrece	negativa (mínima)
c - b	$W < W_0$	decrece	negativa
b	$W < W_0$ mínima	decrece	cero
b - a	$W < W_0$	decrece	positiva
a	$W = W_0$	crece	positiva (máxima)



$A_1 = A_2$

(a)

Oscilación de la máquina en una condición estable.

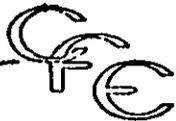


$A_1 > A_2$

(b)

Pérdida de sincronismo de la máquina.

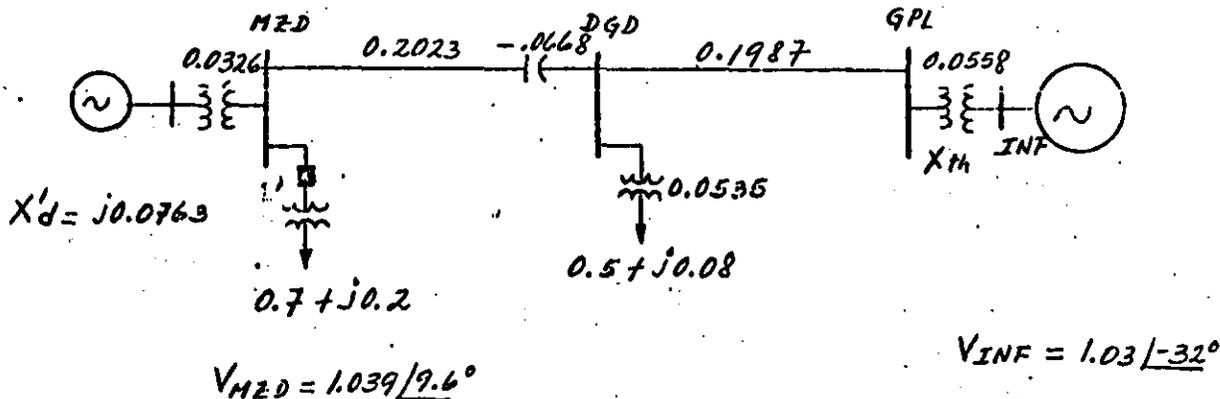
Ejemplo de Máquina-Bus Infinito. Falla 3Ø liberada en 2 tiempos. Caso (a) Estable caso (b) Inestable.



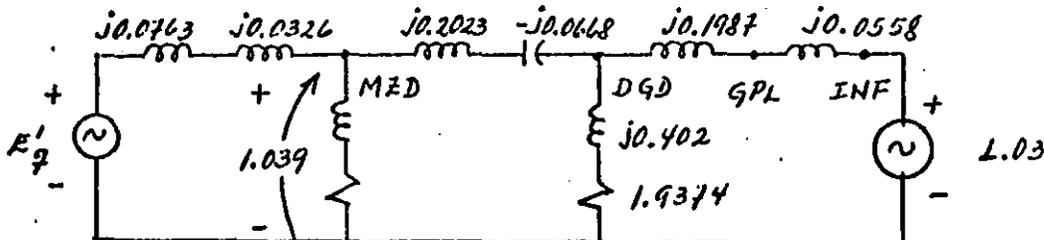
EJEMPLO: ANALISIS DE LA TRANSMISION MZD-GPL POR AREAS IGUALES.

Utilizando el método de Areas iguales (Gráfico), determinar la generación máxima de MZD-U3, para soportar la pérdida -- de la carga de Mazatlán (70 MW) a la hora de demanda máxima sin pérdida de sincronismo de MZD-U3. Representar en GPL - al resto del Sistema Interconectado por un equivalente de - thévenin.

En la siguiente figura se indican los parámetros de los elementos que intervienen en el estudio así como algunos datos obtenidos de una corrida de flujos. Se desprecia el efecto-capacitivo y resistivo de las líneas.



El diagrama de reactancias queda de la siguiente manera:



Para determinar la transferencia de potencia de MZD hacia el bus infinito, se requiere transformar la conexión Y - a una conexión Δ . Nos interesa la impedancia serie entre el nodo MZD y el bus INF.

$$Z_{M2D-INF} = \frac{j0.2625 - 0.05448 - 0.03455 + j0.494 - 0.1025}{1.9374 + j0.402}$$

$$Z_{M2D-INF} = \frac{-0.1915 + j0.7565}{1.9786 \angle 11.7^\circ} = \frac{0.78036 \angle 104.2^\circ}{1.9786 \angle 11.7^\circ}$$

$$Z_{M2D-INF} = 0.394 \angle 92.5^\circ \therefore X_{M2D-INF} \approx j0.394$$

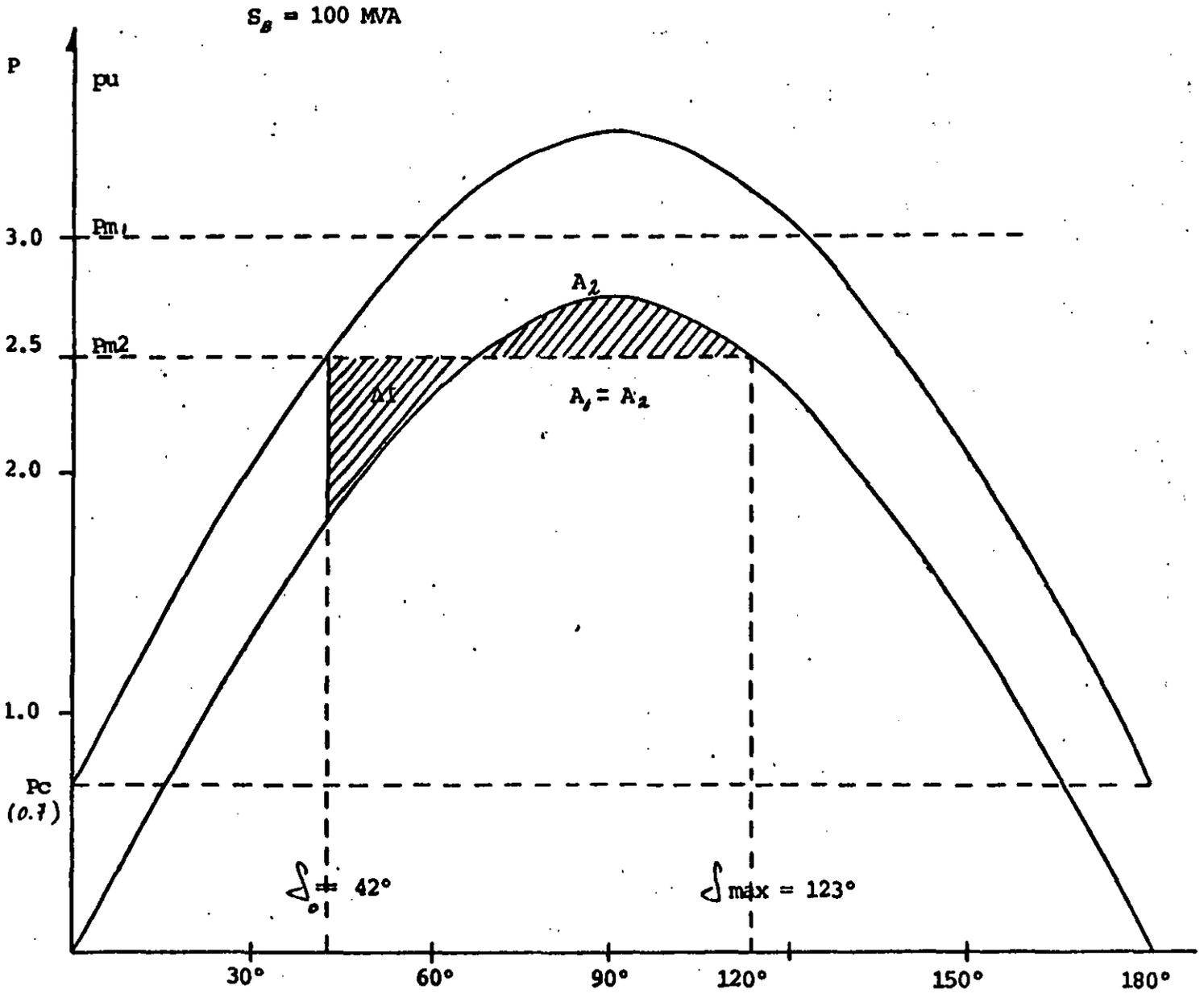
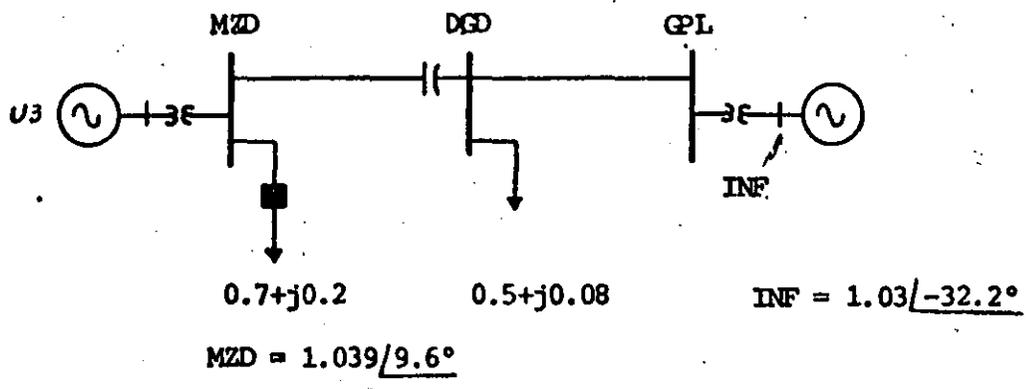
La ecuación de transferencia de potencia de M2D a INF es:

$$P_e = \frac{V_{M2D} V_{INF}}{X_{M2D-INF}} \text{ Sen } \delta = \frac{(1.039)(1.03)}{0.394} \text{ Sen } \delta$$

$$P_e = 2.72 \text{ Sen } \delta$$

En la siguiente gráfica P- δ se muestra la característica de transferencia de potencia; la carga de Mazatlán y la potencia mecánica del turbogenerador, para algunos valores de generación.

Efectuando análisis por el método de Areas Iguales resultó que la generación máxima para M2D-U3 es de aproximadamente 2.5 pu. - (250 MW).



Análisis de estabilidad transitoria por el método de Areas Iguales para simular, pérdida de la carga de Mazatlán.

CFE-CENACE
DID

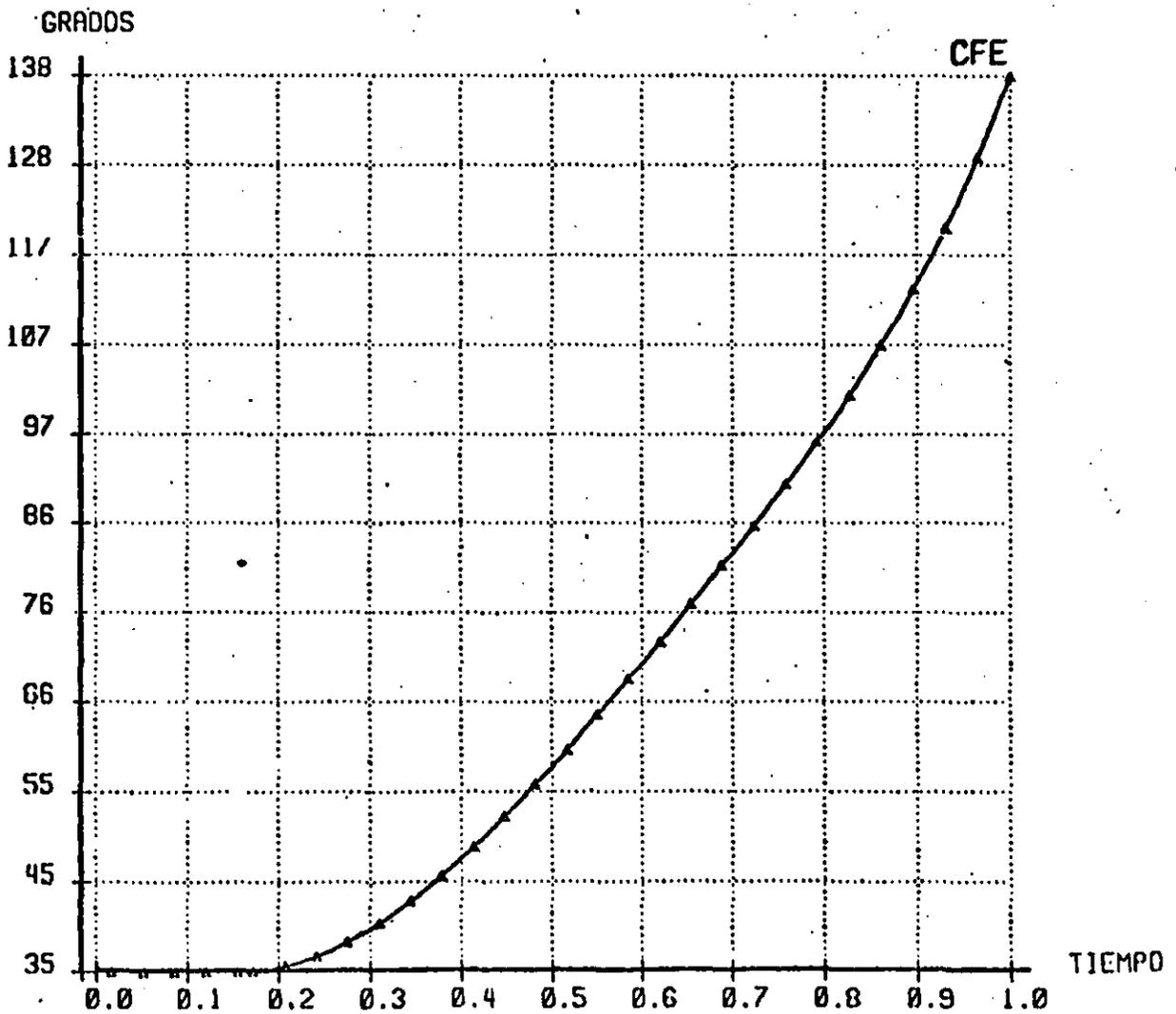
RESULTADOS GRAFICOS
DIFERENCIAS ANGULARES

SISP-ESTABI
27/FEB/86

* PERDIDA DE LA CARGA DE MZO-115 . CONSIDERANDO LA U3 DE MZO Y LA CARGA *
* MZO-115 HACIA EL SIN. *

MAQUINA DE REFERENCIA MTY-U1

←←←←← MZO-U3



CFE - CENACE
DID

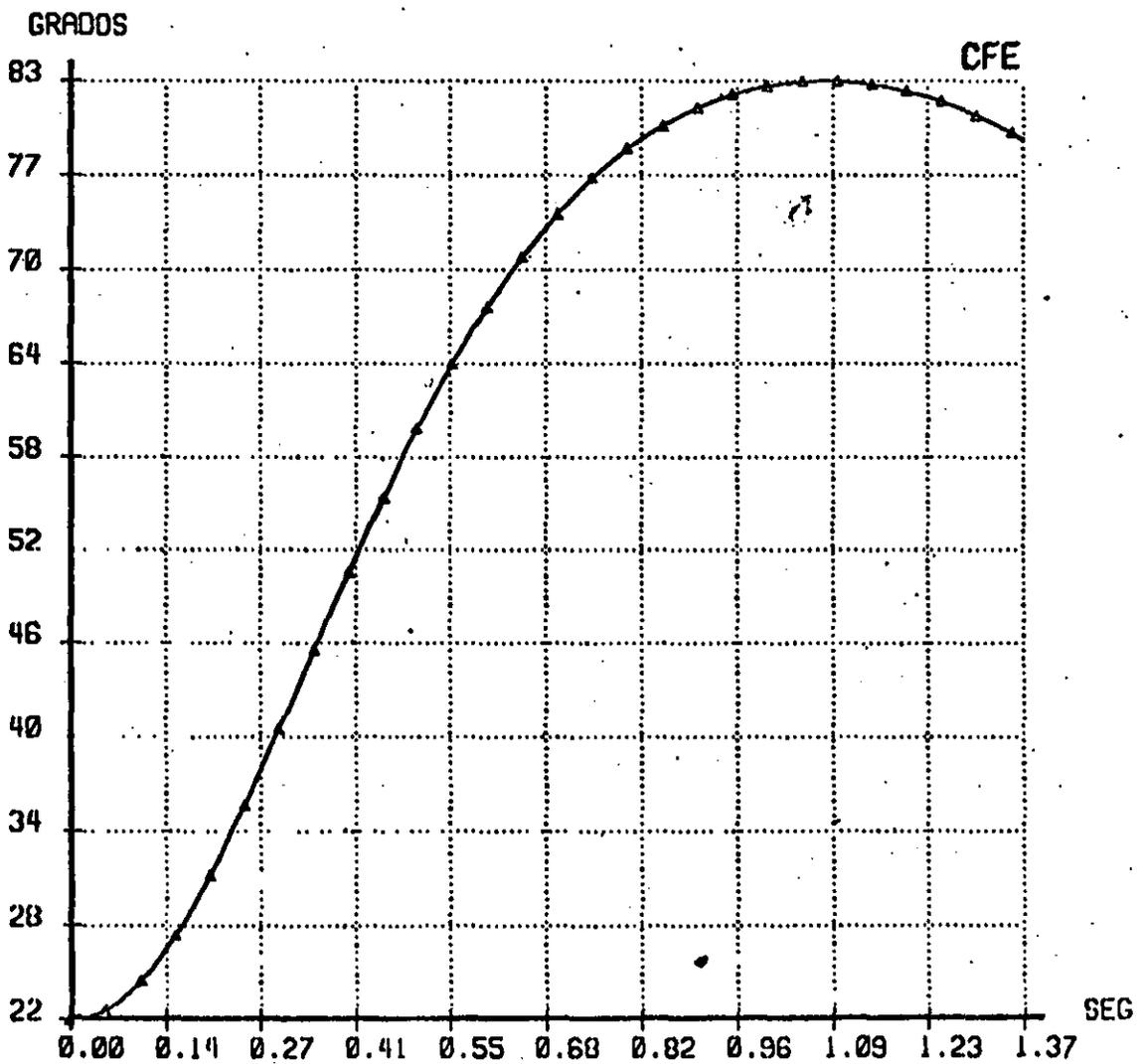
RESULTADOS GRAFICOS
DIFERENCIAS ANGULARES

SISP-ESTABI
28/FEB/86

* PERDIDA DE CARGA EN MZD-115 . U3 DE MZD CON 265 MW *
* * * * *

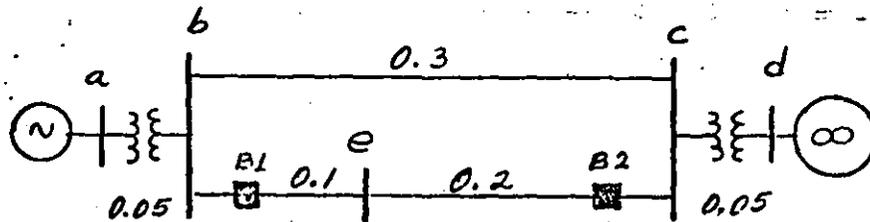
MAQUINA DE REFERENCIA MTY-U1

————— MZD-U3



EJEMPLO No. 1. Considere el sistema de la siguiente figura. Si el bus infinito absorbe $S = 1.0 + j0.2$. Demostrar que los valores correspondientes para E'_g y δ_0 son 1.152 y 20.3° .

Calcular la máxima oscilación del rotor δ_3 , si disparan accidentalmente el I-B1.



$$X'_d = X_g = 0.15$$

$$V_d = 1 \angle 0^\circ$$

$$H = 2.7 \text{ seg.}$$

$$E'_g = V_d + jX'_d I$$

$$I^* = \frac{S}{V_d} = \frac{1.0 + j0.2}{1 \angle 0^\circ} = 1.0 + j0.2$$

$$\therefore I = 1.0 - j0.2$$

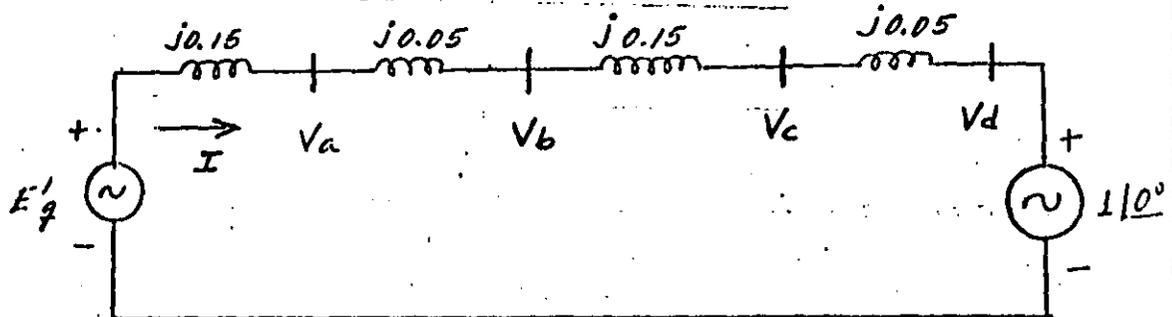


Diagrama de reactancias.

$$E'_g = V_d + jX_T I = 1 \angle 0^\circ + j0.4 (1 - j0.2)$$

$$E'_g = 1.152 \angle 20.3^\circ ; \delta_0 = 20.3^\circ$$

$$S = VI^* = (1.152 \angle 20.3^\circ)(1.0198 \angle 11.3^\circ) = 1.1748 \angle 31.6^\circ$$

$$S = P + jQ = 1.0 + j0.616$$

$$\underline{P_e = P_m = 1.0 \text{ pu}} \}}}$$

también:

$$P_e = \frac{E'V}{X_T} \sin \delta = \frac{(1.152)(1)}{0.4} \sin 20.3^\circ = 1.0 \text{ pu.}$$

$$\underline{P_m = 1.0 \text{ pu.}} \}}}$$

$$\Rightarrow \therefore \text{EN PREFALLA } \underline{P_e = 2.88 \sin \delta}$$

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi f}{H} (P_m - P_e)$$

$$\boxed{\frac{d^2 \delta}{dt^2} = 69.8 (1 - 2.88 \sin \delta)} \quad \text{Ec. de oscilación.}$$

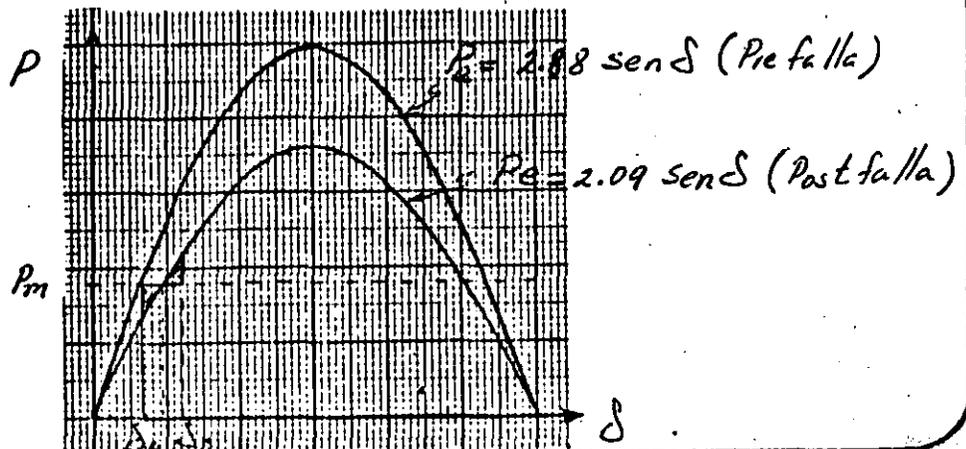
\Rightarrow Al abrirse el I-B1 la X_T es:

$$X_T = 0.15 + 0.05 + 0.03 + 0.05 = 0.55$$

$$P_e = \frac{E'V}{X_T} \sin \delta = \frac{(1.152)(1)}{0.55} \sin \delta = 2.09 \sin \delta$$

$$\Rightarrow \therefore \text{EN POSTFALLA } \underline{P_e = 2.09 \sin \delta} \}}}$$

$$\boxed{\frac{d^2 \delta}{dt^2} = 69.8 (1 - 2.09 \sin \delta)}$$



Con una línea abierta se tiene que en el cruce de P_m y P_e

$$P_e = P_m = 1.0 \text{ pu.}$$

$$\Rightarrow 1.0 = 2.09 \sin \delta_2$$

$$\delta_2 = \sin^{-1} \frac{1}{2.09} = 28.6^\circ$$

$$\delta_2 = 28.6^\circ \quad \text{ó} \quad \delta_2 = 151.4^\circ$$

$$A_1 = \int_{20.3^\circ}^{28.6^\circ} (1 - 2.09 \sin \delta) d\delta = \delta \Big|_{0.354}^{0.499} + 2.09 \cos \delta \Big|_{0.354}^{0.499}$$

$$A_1 = 0.499 - 0.354 + 1.835 - 1.96 = 0.02$$

$$A_1 = 0.02$$

$$0.02 = \int_{28.6^\circ}^{\delta_3} (2.09 \sin \delta - 1) d\delta$$

$$0.02 = -2.09 \cos \delta \Big|_{0.499}^{\delta_3} - \delta \Big|_{0.499}^{\delta_3}$$

$$0.02 = -2.09 \cos \delta_3 + 1.835 - \delta_3 + 0.499$$

$$\delta_3 + 2.09 \cos \delta_3 = 2.314$$

$$\delta_3 \approx 37^\circ$$

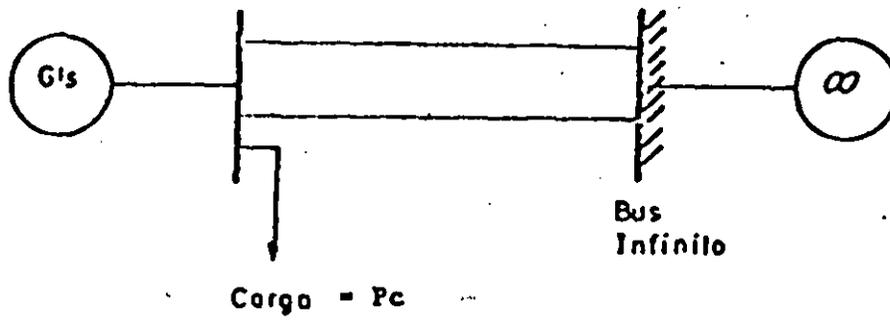
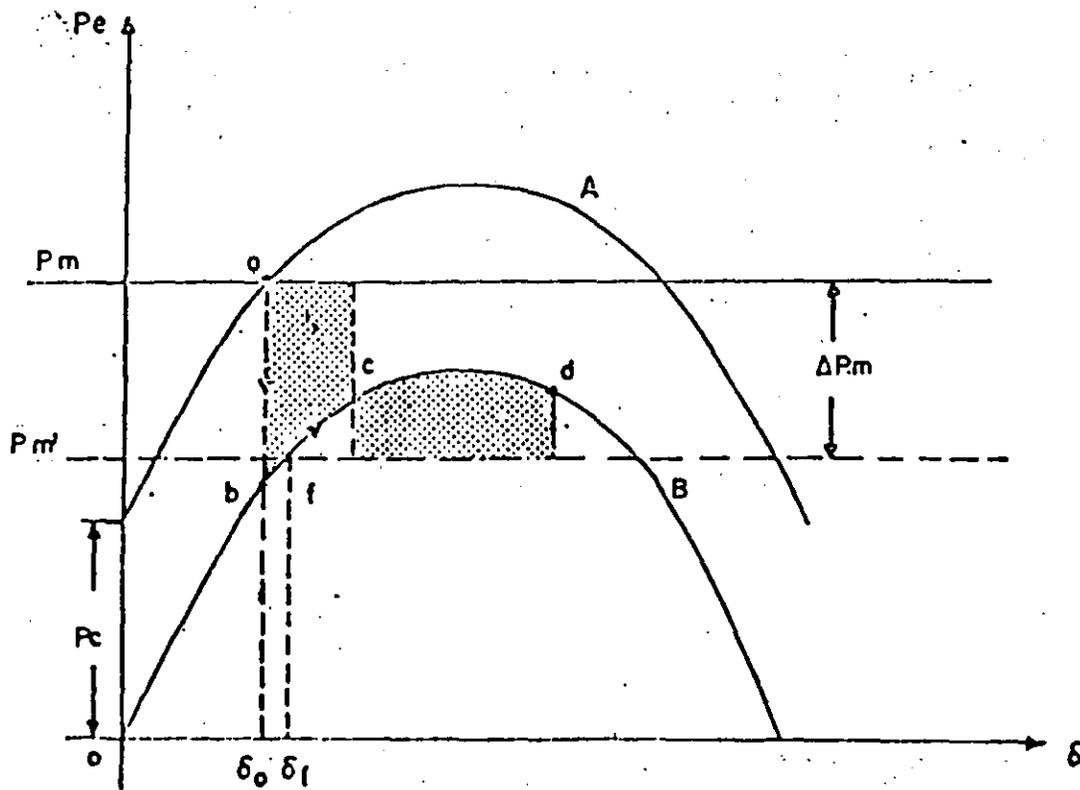


FIG. 9 Sistema de Potencia con Carga en el nodo de Generación.



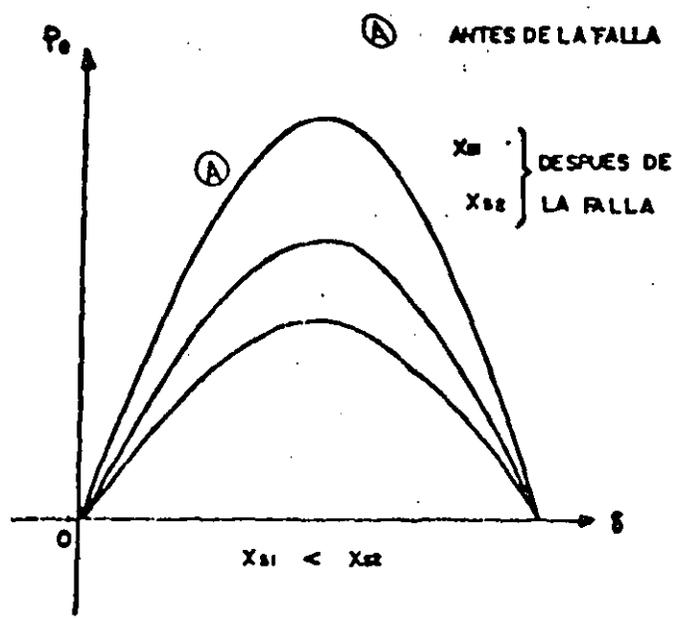
A Curva Pre-disturbio

B Curva con pérdida de carga.

ΔP_m Magnitud del disparo de generación.

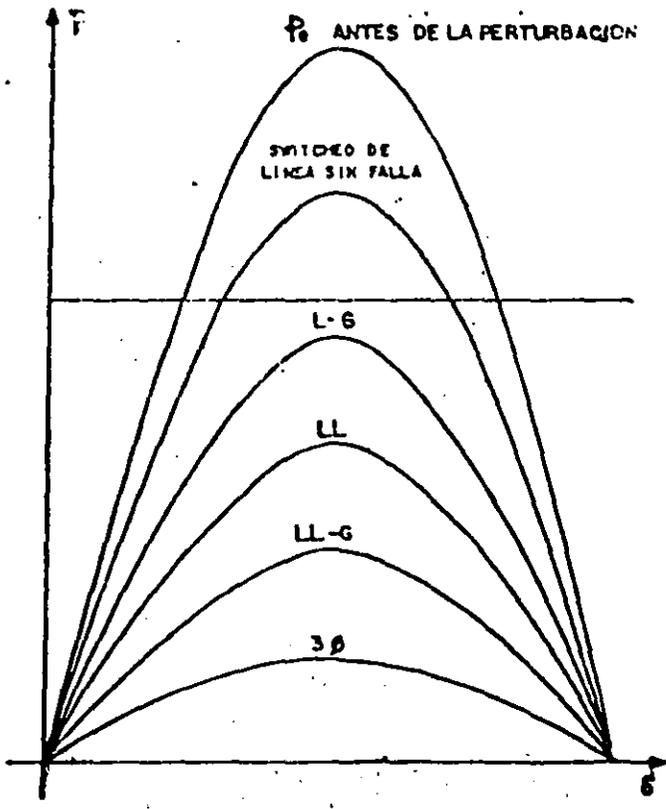
FIG. 10 Método de las Areas Iguales considerando pérdida de Carga y disparo Automático de Generación.

FIGURA 20. LA MAGNITUD DE LA REACTANCIA DEL SISTEMA X_{s1} DESPUES DE LA FALLA ES IMPORTANTE.



SE DESEA QUE X_{s1} SEA LO MENOR POSIBLE

FIGURA 21. LA NATURALEZA (TIPO) DE FALLA ES IMPORTANTE .



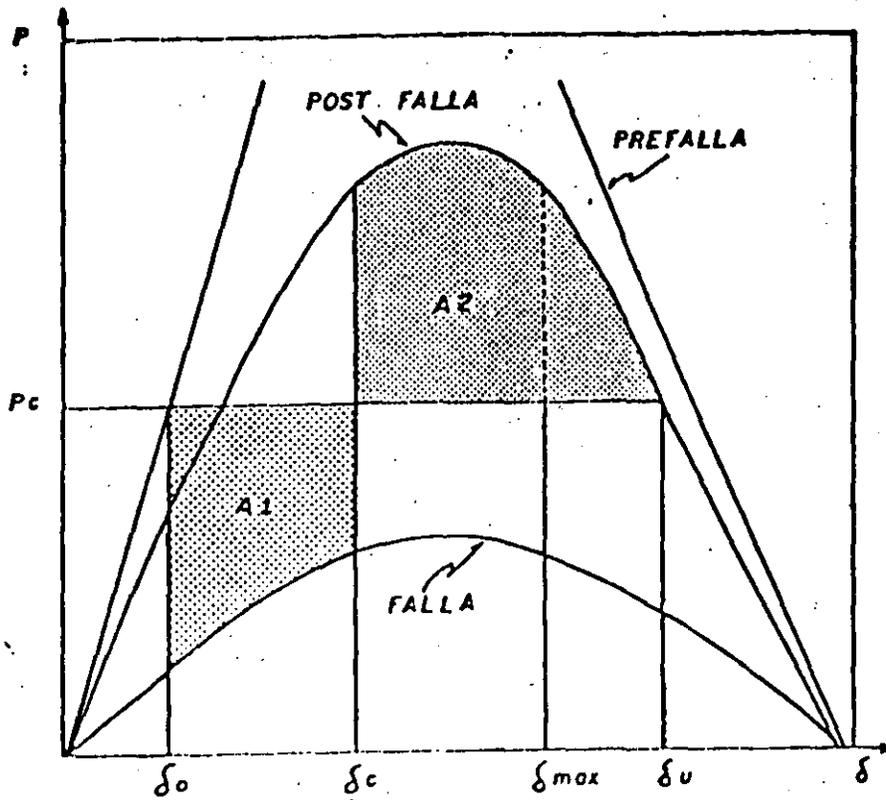


FIGURA 22

MARGEN DE ENERGIA PARA SOPORTAR CONTINGENCIA
 EVALUADO CON ESTABILIDAD TRANSITORIA: CASO ELEMENTAL
 MAQUINA BUS INFINITO.

MARGEN DE ENERGIA = $A2 - A1$

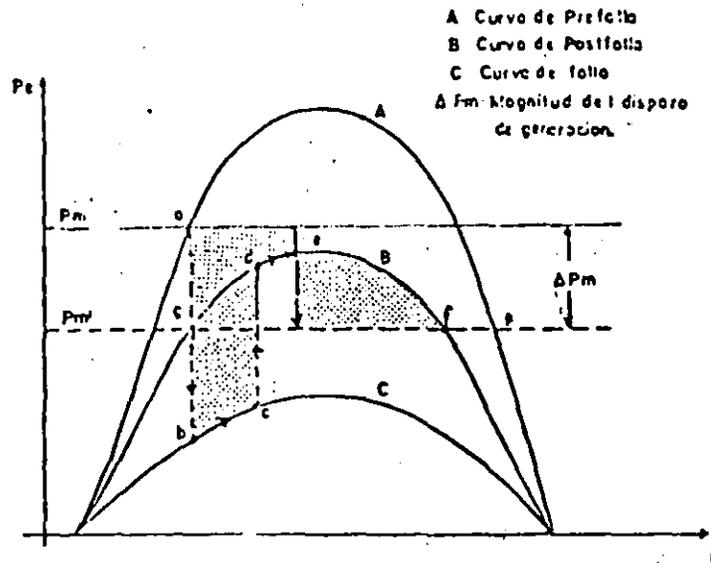


FIG. 8 Método de Areas Iguales considerando disparo Automático de Generación.



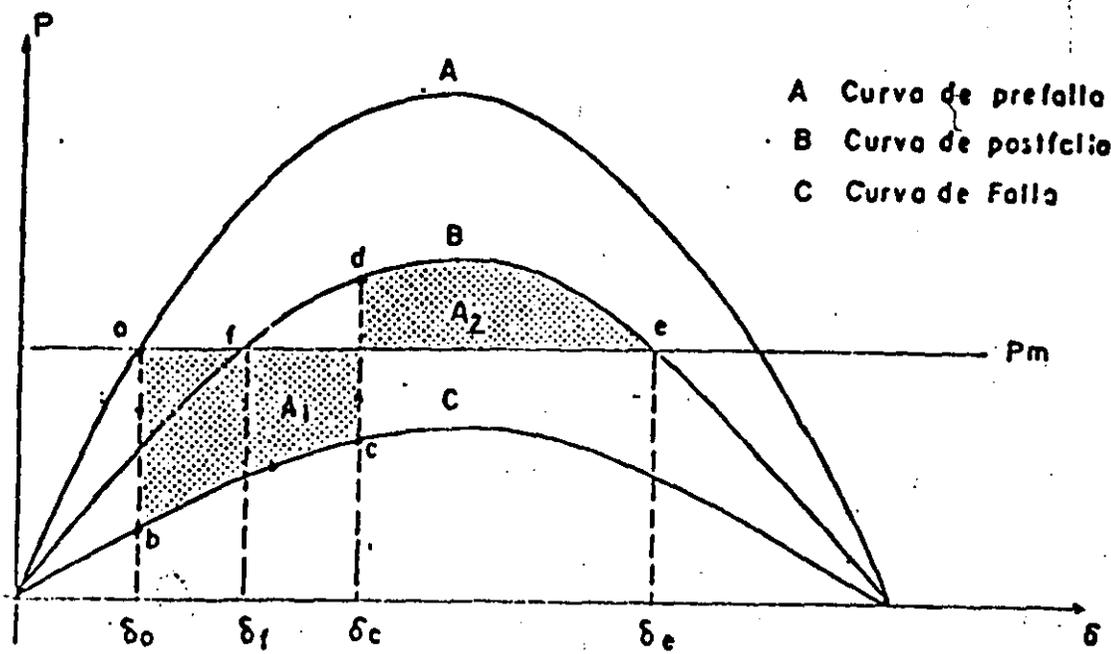
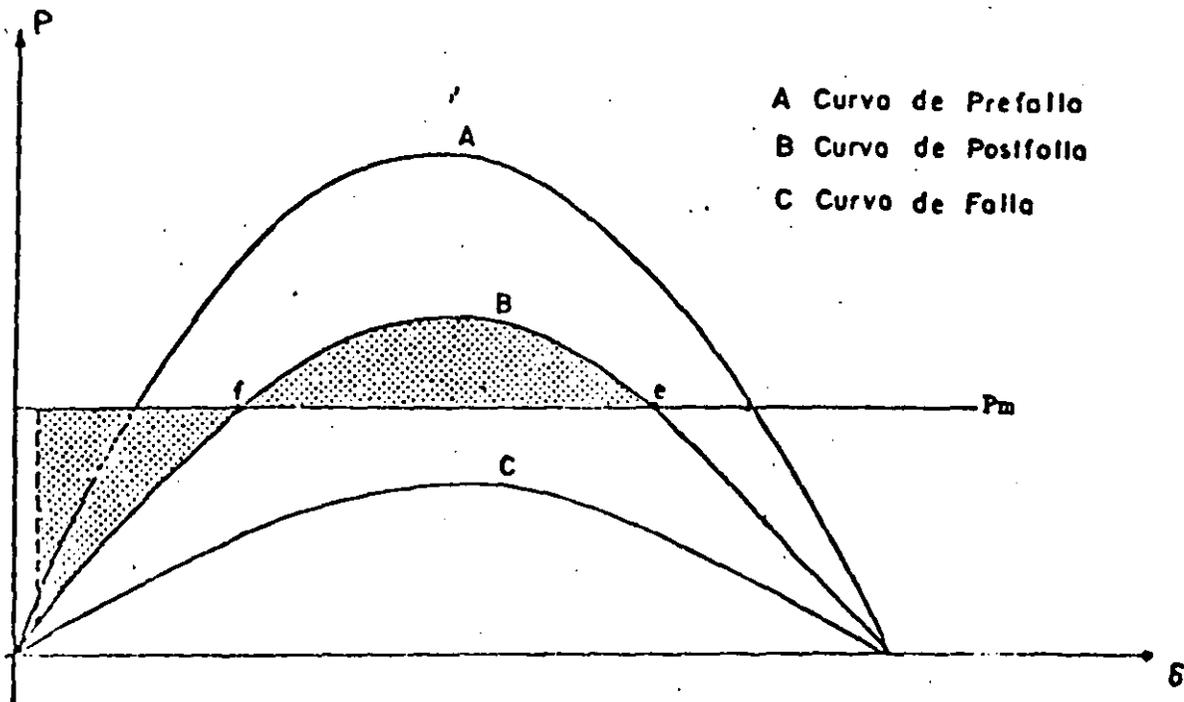


FIG. 6 Curvas de Potencia para las condiciones de Prefallo, fallo y Postfallo.



5.1 NECESIDAD DEL USO DE METODOS NUMERICOS.

En el capítulo 3 se expuso que las expresiones matemáticas que describen el comportamiento dinámico de un sistema eléctrico son ecuaciones diferenciales no lineales, las cuales no tienen solución por métodos directos. Es por ello que se hace necesario aplicar métodos numéricos para obtener la solución citada, a través de la computadora digital.

Los métodos más utilizados en este tipo de problemas son:

- Método de Euler.
- Método modificado de Euler.
- Método trapezoidal.
- Método de Runge-Kutta.

Los dos primeros se emplean frecuentemente con fines didácticos, dada su sencillez; aunque desde el punto de vista del tiempo de cómputo no son muy eficientes. Por el contrario, los dos últimos se caracterizan por su alta eficiencia, pero su planteamiento resulta complicado.

En el presente capítulo se describen los dos métodos de Euler y su aplicación a la solución de la ecuación de oscilación que resulta de un sistema "máquina-bus infinito". Al final se dan algunas conclusiones de tipo general en relación con el impacto del tipo, localización y duración de las fallas sobre la estabilidad transitoria de un sistema eléctrico.

5.2 GENERALIDADES DE LOS METODOS.

Regularmente, los métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales, llamados de integración numérica, utilizan el proceso "paso a paso" para obtener una serie de valores para cada una de las variables dependientes, los cuales corresponden a un conjunto de valores de la variable independiente seleccionados usualmente en intervalos fijos.

La precisión de una solución por integración numérica depende del método escogido y del tamaño del intervalo.

5.3 METODO DE EULER.

El problema de integración numérica consiste en que a partir de una ecuación diferencial de primer orden

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y) \quad (5.1)$$

en la que y es la variable dependiente y x la variable independiente, se requiere obtener su solución, la cual es de la forma

$$y = g(x,c) \quad (5.2)$$

En esta expresión, c es una constante obtenida con las condiciones iniciales especificadas. La curva que representa a la ecuación solución (5.2) es como la mostrada en la figura 5.1. Dado que esta curva varía suavemente, es posible aproximarla por medio de segmentos de recta muy cortos. En estas condiciones, en el punto inicial $P_0(x_0, y_0)$ de esta curva se cumple

$$\Delta y \cong \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 \Delta x$$

siendo Δy el incremento en la variable dependiente correspondiente al incremento Δx y $dy/dx|_0$ la pendiente de la curva en el punto $P_0(x_0, y_0)$, misma que se obtiene sustituyendo las coordenadas del punto P_0 en la ecuación diferencial (5.1).

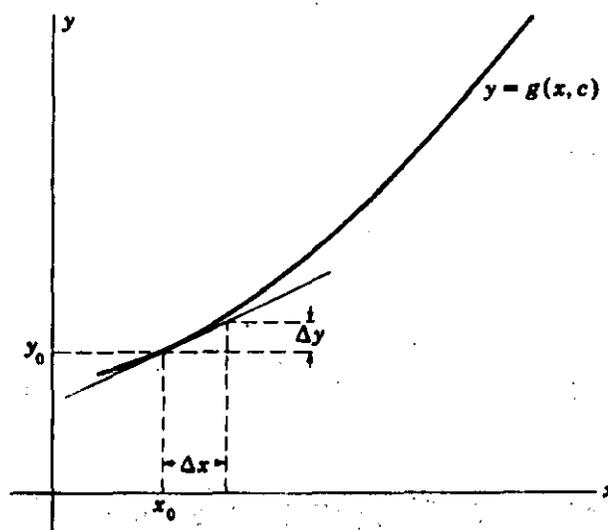


Figura 5.1
Gráfica de la función solución

Por lo tanto, dados los valores iniciales puede obtenerse un nuevo valor de las variables x, y para un incremento Δx especificado. Haciendo $h = \Delta x$, se obtiene

$$x_1 = x_0 + h$$

$$y_1 = y_0 + \Delta y = y_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 h$$

Del mismo modo puede determinarse un segundo valor de las variables:

$$x_2 = x_1 + h$$

$$y_2 = y_1 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1 h = y_1 + f(x_1, y_1) h$$

Este proceso debe repetirse para calcular los valores subsecuentes de x, y

$$x_3 = x_2 + h$$

$$y_3 = y_2 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_2 h$$

...

$$x_n = x_{n-1} + h$$

$$y_n = y_{n-1} + \left. \frac{dy}{dx} \right|_{n-1} h$$

Una vez realizado el proceso completo, los valores x, y que corresponden a la solución se proporcionan en forma de tabla. La figura 5.2 muestra gráficamente el método descrito.

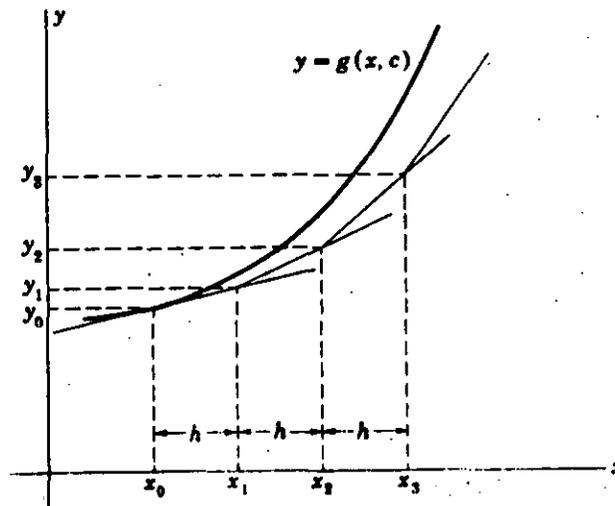


Figura 5.2

Gráfica de la solución estimada por el método de Euler

5.4 METODO MODIFICADO DE EULER.

En el método original de Euler, el valor de la derivada al principio de cada incremento se aplicaba en todo el intervalo. Un perfeccionamiento del método se logra calculando un valor preliminar de y para x_1 como antes

$$x_1 = x_0 + h$$

$$y_1^0 = y_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_0 h$$

y sustituyendo estos valores en la ecuación (5.1) para calcular el valor de la pendiente al final del intervalo, es decir

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_1^0 = f(x_1, y_1^0)$$

Entonces, es posible obtener un valor modificado de y más aproximado, usando el promedio de las derivadas o pendientes

$$y_1^1 = y_0 + (1/2) \left[\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1^0 \right] h$$

Usando y_1^1 y x_1 se puede calcular una tercera aproximación de y mediante el mismo procedimiento

$$y_1^2 = y_0 + (1/2) \left[\left. \frac{dy}{dx} \right|_0 + \left. \frac{dy}{dx} \right|_1^1 \right] h$$

El proceso se continúa hasta que en dos estimaciones consecutivas los valores obtenidos de y difieran en un monto menor a una cierta tolerancia preestablecida. Finalmente, las fases del método se repiten en su totalidad para obtener el valor de las variables en los siguientes intervalos. La mayor precisión que se obtiene con el método modificado de Euler se muestra en la figura 5.3.

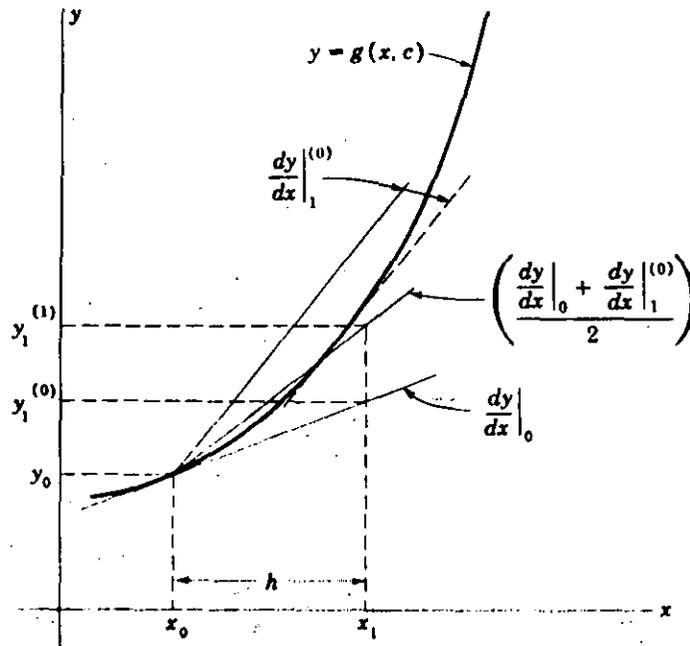


Figura 5.3
Gráfica de la solución por el método modificado de Euler.

5.5 EJEMPLO DE SOLUCION NUMERICA.

Supóngase que se desea resolver la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2$$

Es obvio que la solución obtenida por métodos directos es

$$y = x^3$$

pero se aprovechará la sencillez de esta función para mostrar la formulación de los métodos de integración numérica. En la figura 5.4 se muestra el diagrama de flujo correspondiente al algoritmo del método modificado de Euler, en base al cual se elaboró el siguiente programa para computadora en lenguaje basic:

```

10 REM Programa para resolver una ecuación diferencial
15 REM por el método modificado de Euler
20 XF=5 : H=.5 : X0=0 : Y0=0
25 PRINT X0,Y0
30 X1= X0 : Y1=Y0
40 REM Valor preliminar
50 D1=3*X1^2 : X2 = X1+H : Y2P=Y1+D1*H
60 REM Valor corregido
70 D2=3*X2^2 : DPROM=.5*(D1+D2) : Y2C = Y1 + DPROM*H
85 PRINT X2,Y2C
95 IF X2>XF THEN 100 ELSE 97
97 X1=X2 : Y1=Y2C : GOTO 40
100 END

```

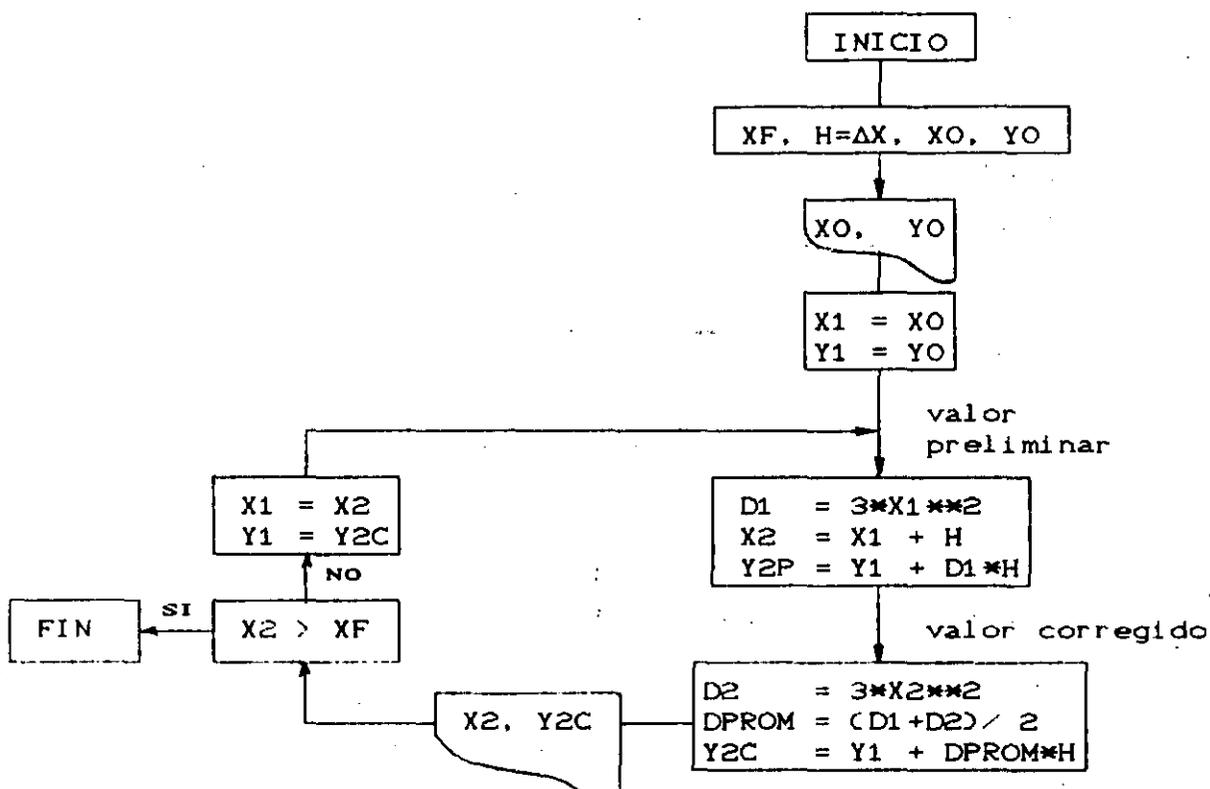


Figura 5.4

Diagrama de flujo para el método modificado de Euler

En el diagrama la variables de entrada son:

XF = Valor final de la variable independiente.
 H = Δx = Tamaño del intervalo de integración.
 (XO, YO) = Condiciones iniciales.

Los resultados son los mostrados en la siguiente tabla:

TABLA DE RESULTADOS DE LA INTEGRACION NUMERICA

X	Y (exacta)	Y (Euler) (h=0.5)	Y (Mod. de Euler) (h=0.5)	Y (Mod. de Euler) (h=0.1)
0	0	0	0	0
1	1	0.4	1.13	1.01
2	8	5.3	8.25	8.01
3	27	20.6	27.38	27.02
4	64	52.5	64.50	64.02
5	125	106.9	125.63	125.02

5.6 ECUACIONES DE OSCILACION PARA LA SOLUCION NUMERICA.

Con el objeto de mostrar el empleo de los métodos de integración numérica en los estudios de estabilidad transitoria, se retoma el ejemplo del sistema presentado en el capítulo 3 y cuya configuración se muestra nuevamente en la figura 5.5. En ella se ha agregado una falla en una de las líneas, representada por la reactancia de valor 0.1 pu. Esta reactancia equivale a una falla trifásica no sólida, o bien, representa a las reactancias de las redes de secuencia negativa y cero en el caso de una falla desbalanceada.

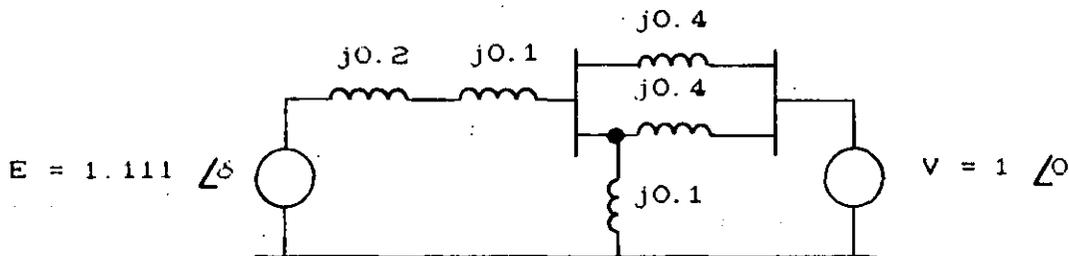


Figura 5.5

Circuito equivalente del sistema "máquina-bus infinito" estudiado en el capítulo 3.

De manera semejante a como ocurrió en el caso del método de las "Áreas Iguales", en la solución de tipo numérico también deben considerarse los tres momentos básicos del sistema:

- Prefalla.
- Falla y
- Postfalla.

a) Condiciones de prefalla.

En el capítulo 3 se determinó que la ecuación de oscilación en condiciones normales o de prefalla para el sistema era:

$$-\frac{d^2\delta}{dt^2} = 37.7 (0.8 - 2.222 \text{ sen } \delta)$$

b) Condiciones de falla.

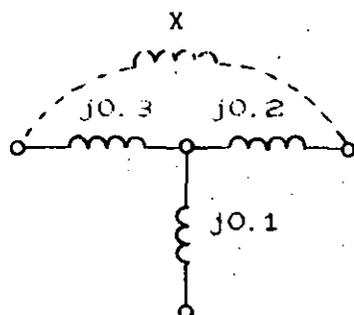
En condiciones de falla las reactancias involucradas quedan conectadas como se muestra en la figura 5.6(a), calculándose la reactancia entre las fuentes de voltaje mediante

reducciones serie-paralelo y conversiones estrella-delta, llegando así a un valor de 1.1 pu. Con ello, la potencia máxima resulta:

$$P_{\max} = \frac{|E| |V|}{X} = \frac{(1.111)(1.0)}{1.1} = 1.01$$

y la ecuación de oscilación en condiciones de falla:

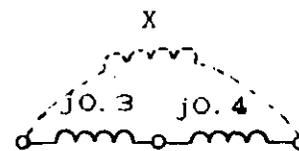
$$-\frac{d^2\delta}{dt^2} = 37.7 (0.8 - 1.01 \sin \delta)$$



$$X = \frac{0.3 \times 0.2 + 0.2 \times 0.1 + 0.1 \times 0.3}{0.1}$$

$$X = 1.1 \text{ pu}$$

(a)



$$X = 0.3 + 0.4$$

$$X = 0.7 \text{ pu}$$

(b)

Figura 5.6

Reactancia entre las fuentes de voltaje en condiciones de (a) falla y (b) postfalla.

c) Condiciones de postfalla.

Una vez liberada la falla, las reactancias del circuito quedan como se muestra en la figura 5.6(b), con lo que la reactancia equivalente entre las fuentes de voltaje es de 0.7 pu y la potencia máxima igual a

$$P_{\max} = \frac{|E| |V|}{X} = \frac{(1.111)(1.0)}{0.7} = 1.587$$

resultando la ecuación de oscilación para condiciones de postfalla siguiente:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = 37.7 (0.8 - 1.587 \sin \delta)$$

Finalmente, es necesario reemplazar la ecuación de oscilación por dos ecuaciones de primer orden para estar en posibilidades de aplicar los métodos de solución numérica. Para ello se parte del hecho demostrado de que el cambio en el ángulo del rotor δ depende de la diferencia de velocidades angulares:

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \omega(t) - \omega_0 \quad (5.3)$$

Si se deriva la ecuación anterior, se obtiene:

$$\frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = \frac{d\omega(t)}{dt}$$

A partir de este resultado, la ecuación de oscilación puede escribirse

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{\omega_0}{2H} (P_m - P_{\max} \sin \delta) \quad (5.4)$$

Las ecuaciones diferenciales (5.3) y (5.4) serán la base para la solución numérica en los estudios de estabilidad transitoria. La primera, proporciona el cambio en el ángulo y la segunda, el cambio en la velocidad angular.

5.7 APLICACION DE LOS METODOS DE INTEGRACION NUMERICA A LOS ESTUDIOS DE ESTABILIDAD.

En la figura 5.7 se proporciona el diagrama de flujo correspondiente a un programa digital que permite simular un sistema "máquina-bus infinito" sujeto a condiciones de disturbio. El algoritmo utiliza el método modificado de Euler.

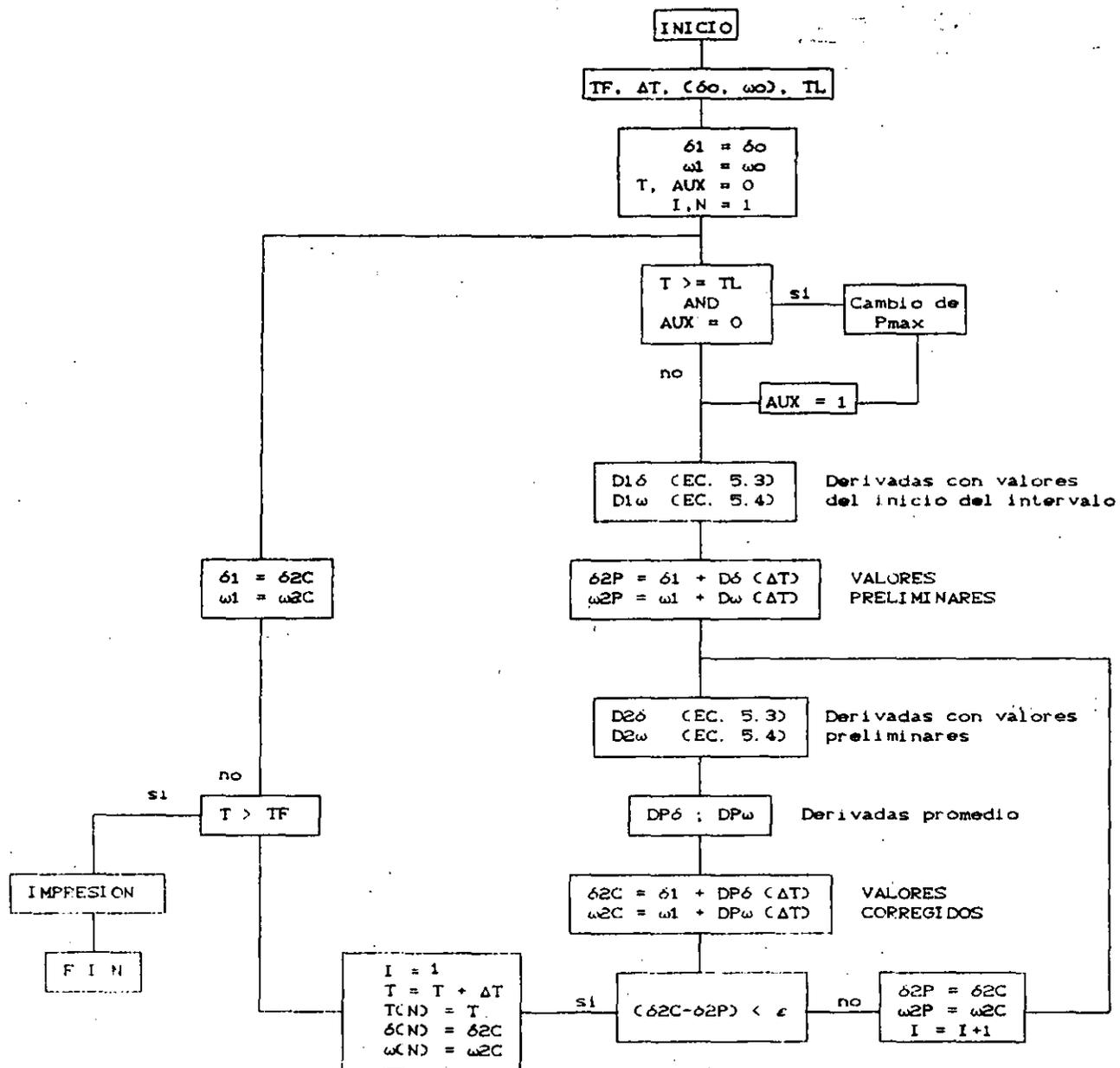


Figura 5.7
 Algoritmo para la simulación de un sistema
 máquina-bus infinito en condiciones de disturbio

Las variables de entrada son:

TF = Tiempo (final) del estudio
 ΔT = Tamaño del intervalo de integración
 (δ_0, ω_0) = Condiciones iniciales
 TL = Tiempo de liberación de la falla

y las de salida:

TCN) = Tiempo asociado a cada intervalo
 δ (CN) = Angulo del rotor en cada intervalo
 ω (CN) = Velocidad angular del rotor en cada intervalo

Las etapas del proceso son: una evaluación inicial de las derivadas del ángulo y de la velocidad mediante las ecuaciones (5.3) y (5.4), utilizando los valores correspondientes al principio del intervalo; una estimación preliminar del ángulo y de la velocidad; un cálculo de las derivadas al final del intervalo, empleando los valores preliminares, y un cálculo modificado final aplicando el promedio de las derivadas. La variante en este último diagrama con respecto al de la figura 5.4 consiste en que ahora se incluye un lazo para efectuar las iteraciones que sean necesarias hasta que la diferencia entre el valor preliminar y el corregido esté dentro de la tolerancia deseada (ϵ).

Para realizar una simulación es necesario primeramente, efectuar el estudio del sistema en condiciones de prefalla como se hizo en el capítulo 3, para obtener los valores del ángulo y la velocidad antes del disturbio, es decir, las condiciones iniciales.

Durante el proceso numérico se parte de las condiciones iniciales y se empieza a trabajar con la ecuación de oscilación en condiciones de falla. Cuando el tiempo (T) alcanza o rebasa el tiempo de liberación de la falla (TL), el programa efectúa el cambio de Pmax para que a partir de ese instante se trabaje con la ecuación de oscilación de postfalla.

5.8 OBTENCION DE RESULTADOS Y ALGUNAS CONCLUSIONES GENERALES.

Los valores calculados durante la corrida del programa se imprimen al final de la misma en forma de tabla, usando tres columnas principales: tiempo, ángulo y velocidad angular del rotor. A partir de estos datos es posible obtener gráficas de velocidad contra tiempo o ángulo contra (tiempo como las mostradas al final de este capítulo) con el objeto de concluir si el sistema fué o no estable para el disturbio simulado.

Las curvas ángulo-tiempo de las figuras 5.8 a 5.11 fueron obtenidas a partir de simulaciones mediante un programa digital como el descrito, aplicando diferentes disturbios al sistema "máquina-bus infinito" que se ha venido estudiando. Del comportamiento particular de este sistema es posible obtener algunas conclusiones de carácter general, las cuales son muy importantes:

1). La estabilidad de una máquina síncrona depende, entre otras cosas, de la severidad de la falla, siendo la de mayor impacto la falla trifásica y la de menor impacto la de fase a tierra (ver figura 5.8).

2). Las fallas tienen un mayor efecto sobre la estabilidad de las máquinas, entre más cercanas a éstas ocurran (figura 5.9).

3). La duración de la falla juega un papel de suma importancia en la estabilidad de un sistema (figura 5.10).

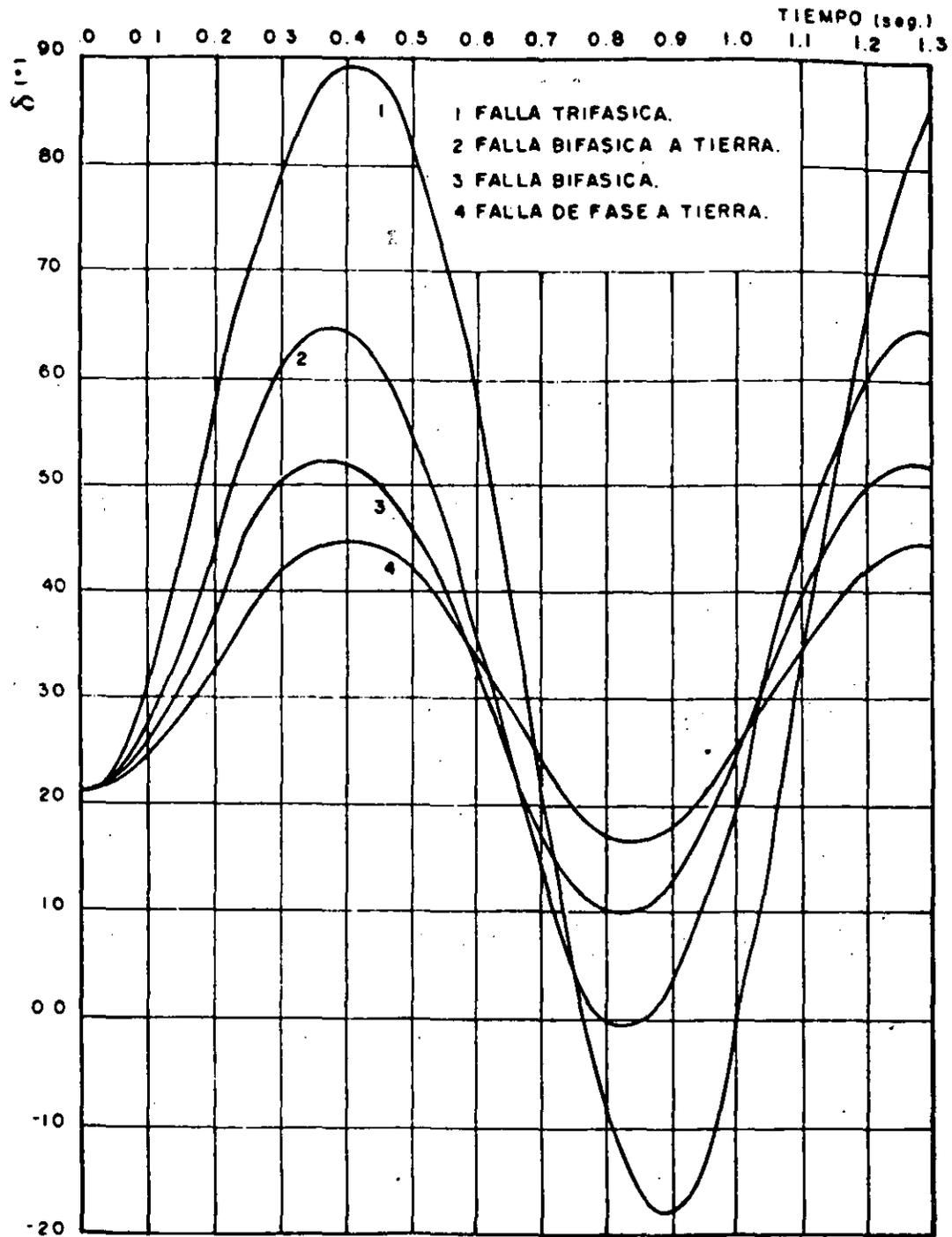
4). Las máquinas con menor inercia se ven más afectada por las perturbaciones (ver figura 5.11)

EFECTO DEL TIPO DE FALLA

$$FRL = 0$$

$$TL = 0.19 \text{ s}$$

Figura 5.8



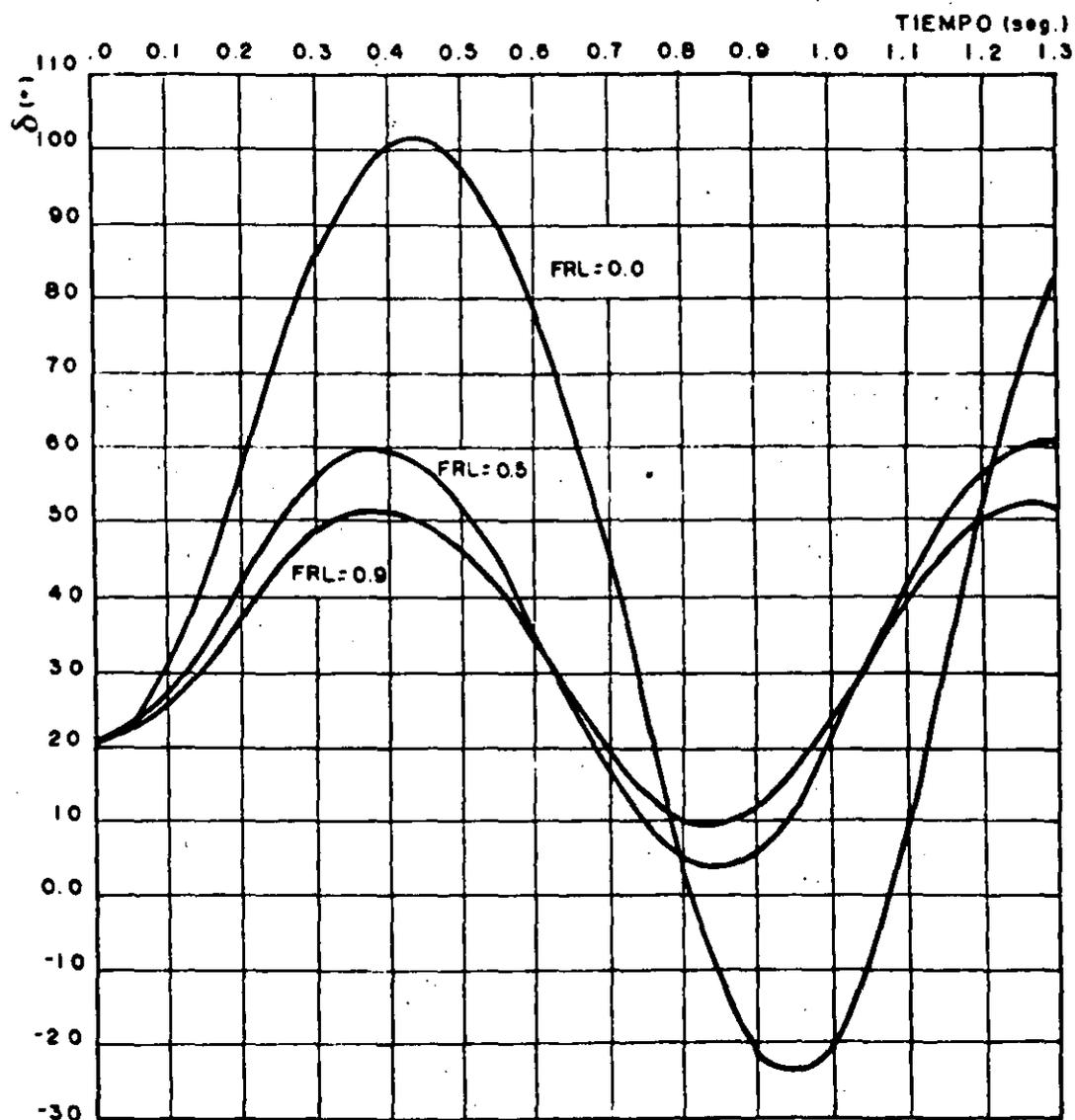
EFECTO DE LA LOCALIZACION DE LA FALLA

TL = 0.21 s

Falla 3 ϕ

XF = 0

Figura 5.9



EFFECTO DE LA DURACION DE LA FALLA

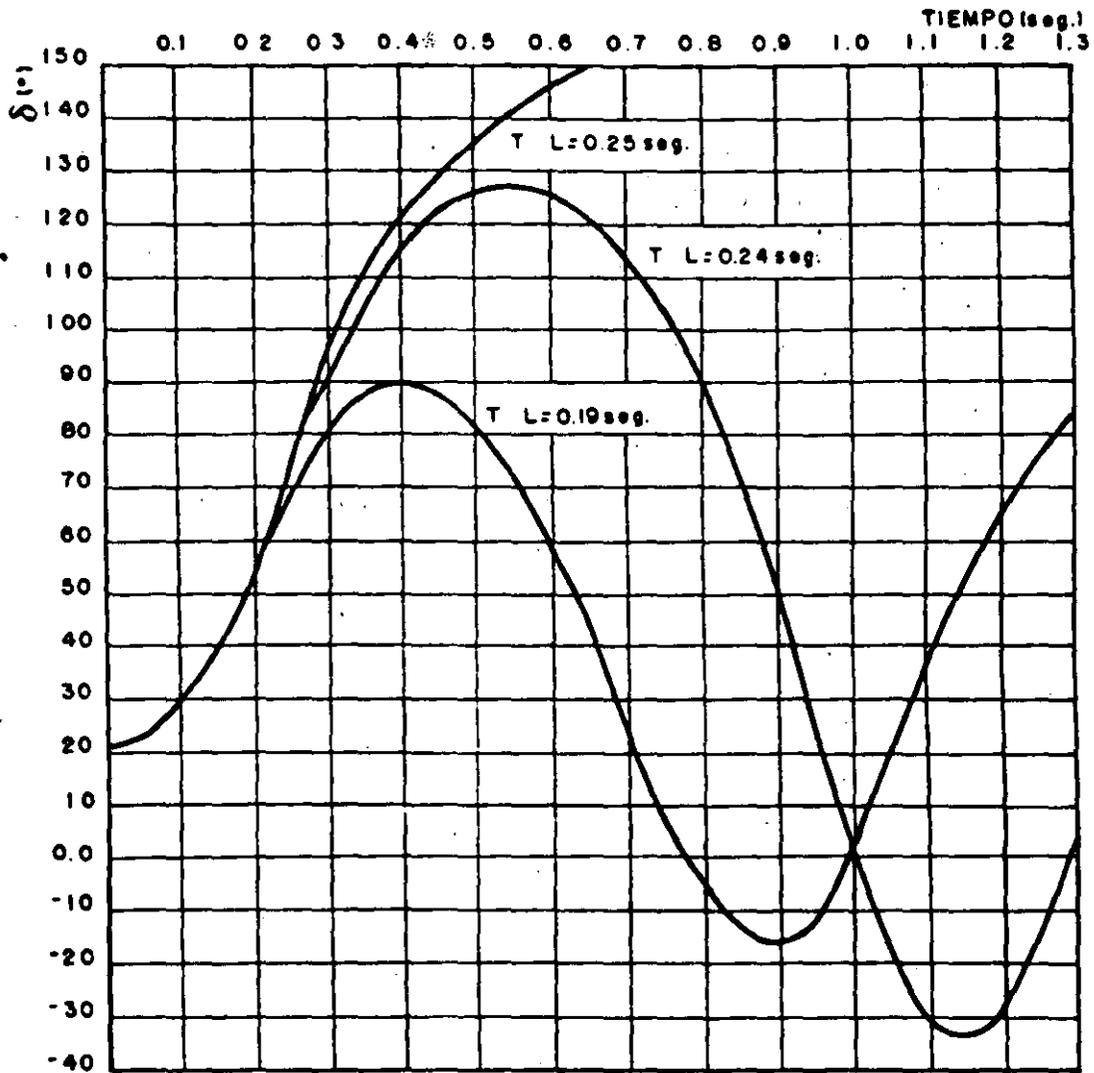
FRL = 0

Falla 3 ϕ

XF = 0

TCL = Tiempo crítico de liberación = 0.24 s

Figura 5.10



EFECTO DE LA INERCIA

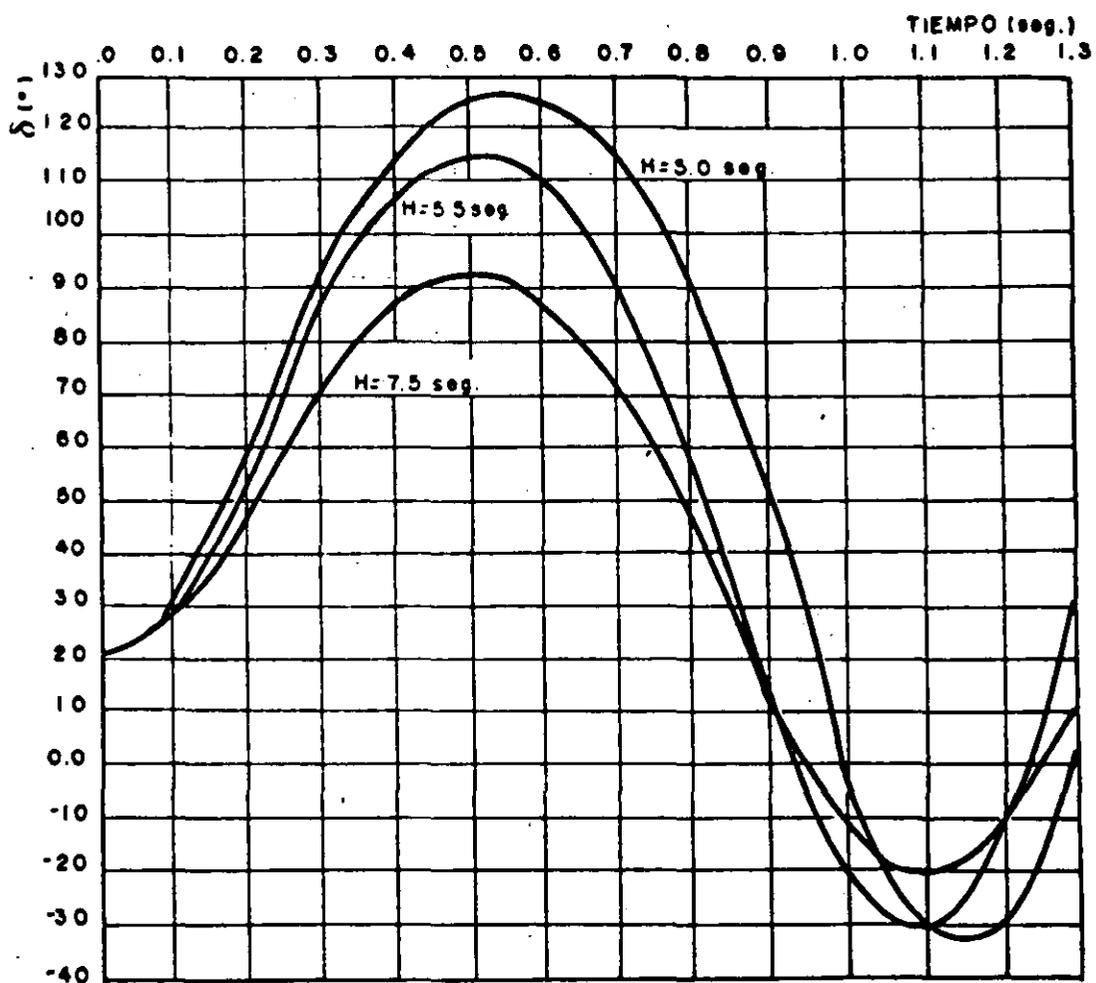
$$FRL = 0$$

$$TL = 0.24 \text{ s} = TCL$$

Falla 3 \emptyset

$$XF = 0$$

Figura 5.11



6. MODELADO DE SISTEMAS MULTIMAQUINA

Las mismas consideraciones que se hacen para un sistema formado por una máquina y un bus infinito se consideran validas para un sistema multimáquina.

o La potencia mecánica de entrada se puede considerar constante en el estudio.

o Se desprecia el amortiguamiento y los flujos asíncronos de potencia.

o Se puede usar el modelo mas sencillo de la máquina síncrona el cual asume una fuente de voltaje constante atrás de la reactancia transitoria.

o El ángulo mecánico del rotor coincide con el ángulo del voltaje atrás de la reactancia transitoria.

o Las cargas se modelan por medio de impedancias constantes.

El modelo clásico que se describe es valido para el estudio de estabilidad transitoria conocido como estudio de primera oscilación.

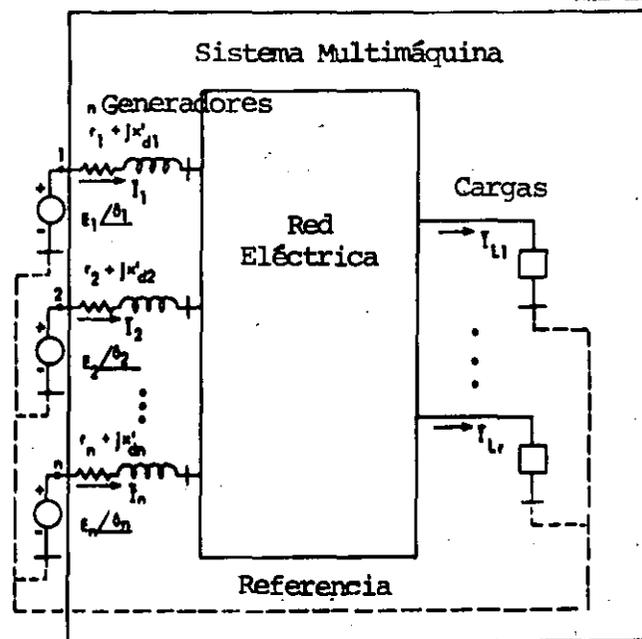
La segunda consideración describe que la característica de amortiguamiento es lineal y un par de amortiguamiento (o potencia D_w frecuentemente se adiciona al par Inercial (o a la potencia) en la ecuación de oscilación. El coeficiente de amortiguamiento D incluye varias componentes del par de amortiguamiento del tipo mecánico y eléctrico. Los valores típicos del par de amortiguamiento es de 1-3 pu. El cual representa el amortiguamiento de la Turbina, el amortiguamiento eléctrico del generador, y el efecto amortiguante de la carga.

La consideración 5 respecto a modelar la carga como una impedancia constante se hace para simplificar la representación del sistema y se usa en los estudios clásicos, pero cabe aclarar que esto no es una restricción.

La carga tiene dinámica propia que generalmente se desconoce su

comportamiento en función del voltaje y la frecuencia, que varía de una representación de Impedancia Constante a una característica de Potencia Constante modificando en forma apreciable la respuesta del sistema y la condición de estabilidad del Sistema.

La red eléctrica asociada a un sistema de n -generadores que se muestra en la figura en la cual se representa un sistema con un nodo de referencia que define el valor de los voltajes internos de las máquinas generadoras referido como el voltaje atrás de la reactancia transitoria que se calcula a partir del resultado de un estudio de flujos de carga.



La magnitud del voltaje interno se mantiene en un valor constante en los estudios clásicos de estabilidad. En esta condición el sistema eléctrico se representa por red pasiva entre los n nodos con fuentes activas y la red se puede representar por medio de la matriz de admitancia nodal y se expresa en forma matricial.

$$I = YE$$

Recordando que la matriz de admitancia nodal se forma:

$$Y_{ii} = Y_{ii} \angle \theta_{ii} = G_{ii} + B_{ii}$$

$$Y_{ij} = Y_{ij} \angle \theta_{ij} = \text{Valor negativo de la admitancia de transferencia entre nodos } i \text{ y } j.$$

La inyección de potencia en el nodo i queda:

$$P_i = \operatorname{Re}\{ E_i \bar{I}_i^* \}$$

Para la potencia eléctrica se tiene:

$$P_{ei} = E_i^2 G_{ii} + \sum E_i E_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j); \quad i = 1, \dots, n$$

La ecuación de oscilación se expresa como:

$$R \frac{2H_i}{\omega} \frac{d\omega_i}{dt} + D_i \omega_i = P_{mi} - [E_i^2 G_{ii} + \sum E_i E_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)]$$

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_R$$

Hay que recordar que para la condición inicial la potencia eléctrica es igual a la potencia mecánica.

Las ecuaciones que describen el comportamiento dinámico es un conjunto de n ecuaciones diferenciales simultáneas de segundo orden que en forma compacta se expresan:

$$\dot{x} = f(x, x_0, t)$$

El vector x tiene una dimensión de $(2n \times 1)$

$$x^t = [\omega_1, \delta_1, \omega_2, \delta_2, \dots, \omega_n, \delta_n]$$

UTILIDAD DE ANALISIS DE ESTABILIDAD
EN
SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

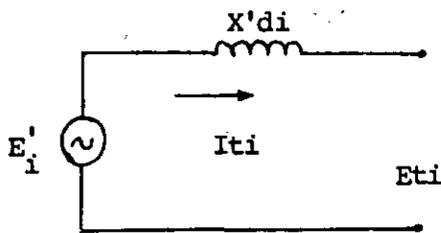
ETAPA PLANEACIÓN:

- A) DISEÑO DE LA RED.
- B) ESPECIFICACIÓN DE PARÁMETROS DE LOS GENERADORES: $x'd$,
 $x'q$, H , ETC.
- C) TIPOS DE SISTEMAS DE EXCITACIÓN.
- D) EQUIPOS DE CONTROL SUPLEMENTARIOS: VALVULEO RÁPIDO MOMEN
TÁNEO Y SOSTENIDO, INSERCIÓN DE CAPACITORES SERIE, FRENA
DO DINÁMICO, RECIERRE MONOPOLAR, ETC.
- E) COMPENSACIÓN DE POTENCIA REACTIVA: COMPENSADORES ESTÁTI-
COS DE VARS, CAPACITORES SERIE, ETC.

ETAPA OPERACIÓN:

- A) DEFINICIÓN DE LÍMITES DE GENERACIÓN-TRANSMISIÓN.
- B) IMPLANTACIÓN DE ESQUEMAS DE CONTROL SUPLEMENTARIOS (DISP.
AUTOMÁTICOS DE CARGA, GENERACIÓN, LÍNEA, ETC.).
- C) AJUSTES ESQUEMAS DE PROTECCIONES DE DISTANCIA.
- D) SEGREGACIÓN DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA ANTE OSCILA
CIONES NO AMORTIGUADAS.
- E) DISEÑO DE ESQUEMAS DE CORTE DE CARGA POR BAJA FRECUENCIA.
- F) ANÁLISIS Y REPRODUCCIÓN DE DISTURBIOS.

EXPRESIONES MATEMÁTICAS DEL GENERADOR



SUBÍNDICE i = No. DE GENERADOR.

$$I_{ti} = \frac{P_{ti} - jQ_{ti}}{E_{ti}^*} ; E'_i = E_{ti} + jX'di I_{ti}$$

$$E'_i = e'_i + jfi ; \delta_i = \text{tg}^{-1} \frac{f'_i}{e'_i}$$

$$P_{ei} = \text{Re} [I_{ti} E_i'^*] ;$$

$$\frac{d\delta_i}{dt} = W_i(t) - 2\pi f ; \frac{dW_i}{dt} = \frac{\pi f}{H_i} (P_{mi} - P_{ei}(t))$$

EXPRESIONES DEL MÉTODO MODIFICADO DE EULER

1. $y_1^o = y_0 + \left. \frac{dy}{dt} \right|_0 \Delta T$

2. CON y_1^o EVALUAR $\left. \frac{dy}{dt} \right|_1$ EN EL PUNTO FINAL DEL INTERVALO.

3. $y_1^1 = y_0 + \left(\frac{\left. \frac{dy}{dt} \right|_0 + \left. \frac{dy}{dt} \right|_1}{2} \right) \Delta T$

PLANTEAMIENTOS Y CUESTIONAMIENTOS SOBRE ESTUDIOS DE
ESTABILIDAD EN SISTEMAS MULTIMAQUINA

1. SOLUCIÓN AL CONJUNTO DE ECUACIONES ALGEBRAICAS NO LINEALES PARA OBTENER LAS CONDICIONES DE LOS VOLTAJES NODALES EN LAS REDES -- ELÉCTRICAS. "CORRIDAS DE FLUJOS".
2. INFORMACIÓN DE PARÁMETROS DE LOS TURBOGENERADORES Y DE EQUIPO - ASOCIADO; REACTANCIAS TRANSITORIAS, CONSTANTES DE INERCIA, SISTEMAS DE EXCITACIÓN, SISTEMA DE GOBERNACIÓN, PARÁMETROS DE TURBINAS, ETC.
3. SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE ESTABILIDAD, RESOLVIENDO LAS ECUACIONES DIFERENCIALES QUE DEFINEN EL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LOS TURBOGENERADORES Y CONTRALES (SISTEMAS DE EXCITACIÓN, GOBERNADORES, ETC.).
4. INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS Y EFECTOS FACTIBLES DE PREDECIR SOBRE LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA.
 - A) ES ESTABLE UNA Ó UN GRUPO DE UNIDADES.
 - B) ALGUNA PIERDE SINCRONISMO.
 - C) TODAS PIERDEN SINCRONISMO.
 - D) CORTES DE CARGA POR BAJA FRECUENCIA.
 - E) CORTES DE CARGA POR BAJO VOLTAJE.
 - F) OSCILACIONES LENTAS EN EL SISTEMA.
 - G) ETCÉTERA.

SECUENCIA PARA SOLUCION DE LAS ECUACIONES DE OSCILACION
EN UN SISTEMA MULTIMAQUINA

M. EULER MODIFICADO

1. CONDICIONES INICIALES. CORRIDA DE FLUJOS PARA DETERMINAR: $\delta_i(0)$, -
 $W_i(0)$, $E_i'(0)$, $I_{Ti}(0)$, $E_{Ti}(0)$, $P_{Ei}(0)$.

2. DETERMINACION DE $\delta_i^o(\Delta T)$ Y $W_i^o(\Delta T)$.

3. CON $\delta_i^o(\Delta T)$ CALCULAR LAS COMPONENTES DE $E_i^{\prime o}(\Delta T)$.

1A. 4. CORRIDA DE FLUJOS CON $E_i^{\prime o}(\Delta T)$ PARA DETERMINAR VOLTAJES NODALES EN ΔT .
 $E_{Ti}^o(\Delta T)$.

5. DETERMINAR $I_{Ti}^o(\Delta T)$ Y $P_{Ei}^o(\Delta T)$.

6. CORREGIR PARA DETERMINAR LOS VALORES FINALES (EN ΔT) DE $\delta_i^1(\Delta T)$,
 $W_i^1(\Delta T)$, $E_i^{\prime 1}(\Delta T)$.

2A. 7. CORRER FLUJOS CON $E_i^{\prime 1}(\Delta T)$ PARA ENCONTRAR VOLTAJES NODALES $E_{Ti}^1(\Delta T)$.

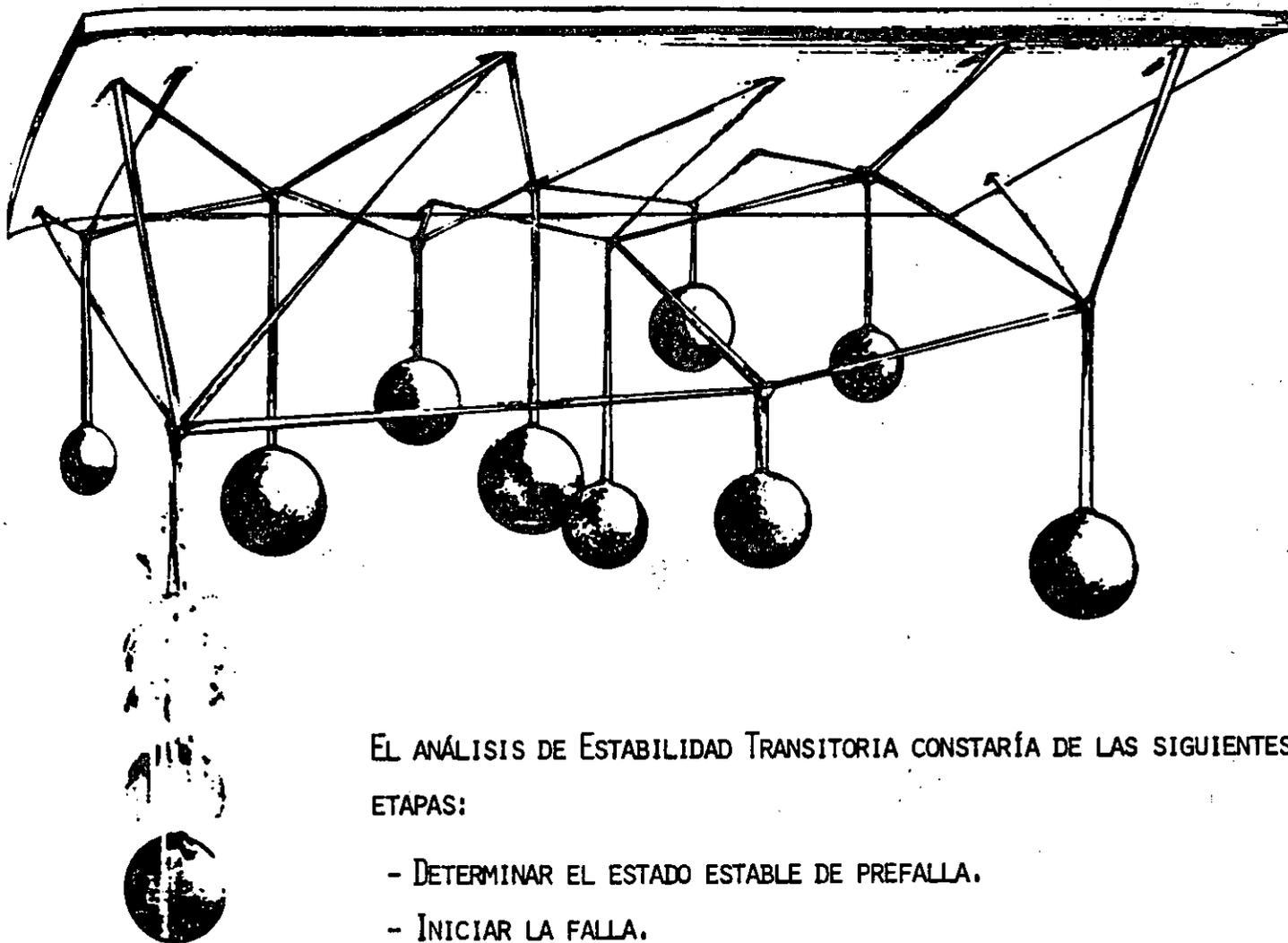
8. DETERMINAR $I_{Ti}^1(\Delta T)$, $P_{Ei}^1(\Delta T)$.

1A. PRIMERA ESTIMACION DE VARIABLES PARA EL PASO DE INTEGRACION AT.

2A. ESTIMACION FINAL DE VARIABLES PARA EL PASO DE INTEGRACION AT.

ANALOGÍA MECÁNICA PARA ILUSTRAR EL PROBLEMA DE ESTABILIDAD TRANSITORIA.

UN NÚMERO DE MASAS DE DIFERENTES PESOS REPRESENTAN A LOS GENERADORES. LAS BANDAS DE HULE (LIGAS) QUE FORMAN LA RED SEMEJAN A LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN.



EL ANÁLISIS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA CONSTARÍA DE LAS SIGUIENTES ETAPAS:

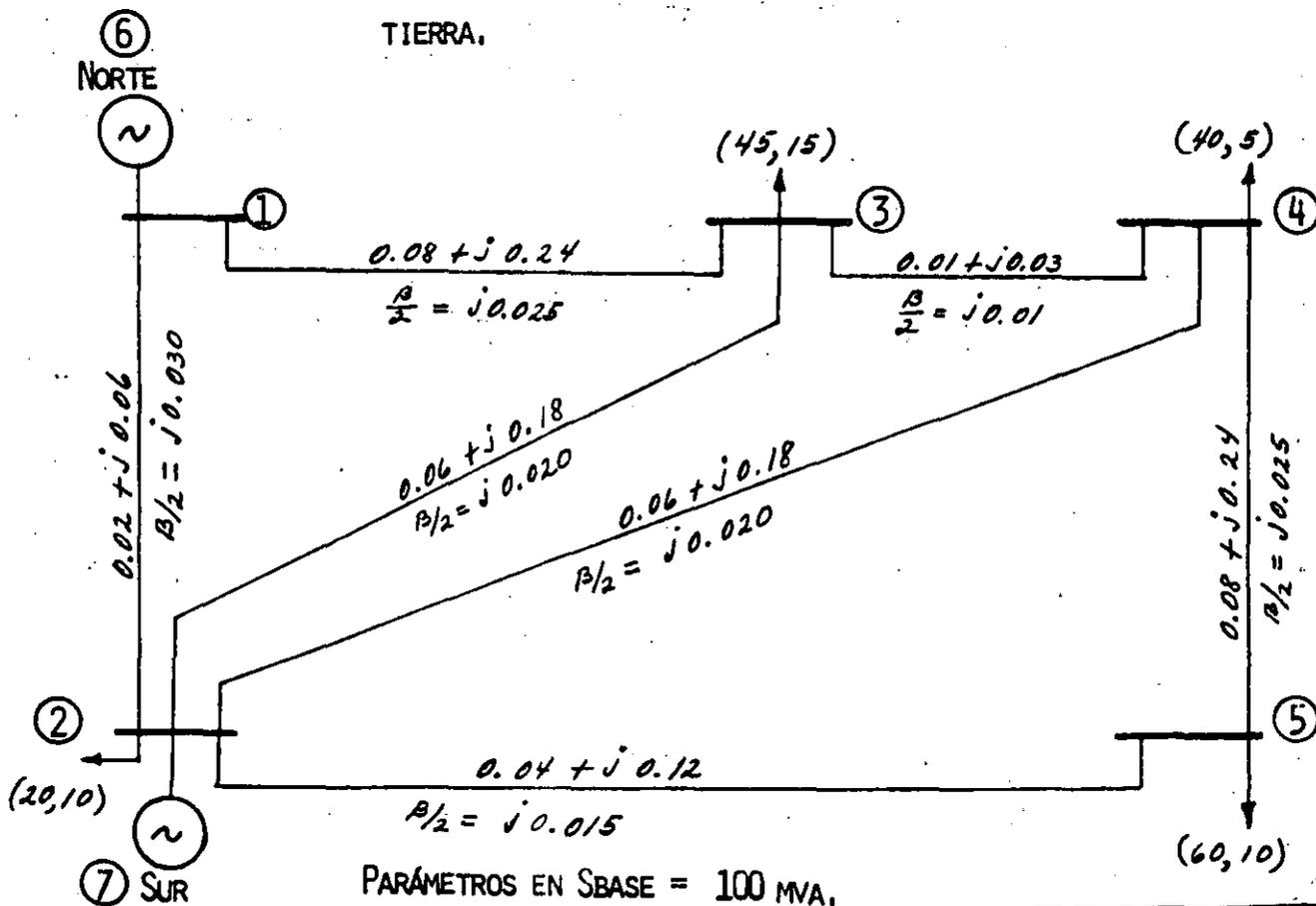
- DETERMINAR EL ESTADO ESTABLE DE PREFALLA.
- INICIAR LA FALLA.
- CALCULAR EL MOVIMIENTO TRANSITORIO DE LAS MASAS Y LAS FUERZAS RESULTANTES EN LAS LIGAS.
- SI LAS FUERZAS NO EXCEDEN LOS PUNTOS DE RUPTURA DE LAS LIGAS. - EL SISTEMA SE JUZGARÍA COMO ESTABLE PARA LA FALLA QUE EN PARTICULAR SE LE APLICÓ.

EJEMPLO: ESTABILIDAD MULTIMÁQUINA.

UTILIZANDO EL MÉTODO MODIFICADO DE EULER PARA LA SOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE OSCILACIÓN, CALCULAR EL COMPORTAMIENTO DE LA VELOCIDAD $W(t)$ Y POSICIÓN ANGULAR $\delta(t)$ EN LAS MÁQUINAS DE LA SIGUIENTE RED, PARA UN TIEMPO $\Delta t = 0.02$ SEG.; SI EN $t = 0$ SEG. OCURRE UNA FALLA 3ϕ (TRIFÁSICA) EN LA BARRA 2 DE 0.1 SEG. DE DURACIÓN.

PREMISAS:

- VOLTAJE CONSTANTE DETRÁS DE LA REACTANCIA TRANSITORIA.
- POTENCIA MECÁNICA CONSTANTE.
- LAS CARGAS SON REPRESENTADAS COMO ADMITANCIAS FIJAS A TIERRA.



EN LA TABLA I SE INDICAN LOS DATOS DE LOS GENERADORES EN PU, SOBRE UNA -
SBASE = 100 MVA.

TABLA I

GENERADOR	CONSTANTE DE INERCIA H (SEG.)	REACTANCIA TRANSITORIA EJE DIRECTO X'D
NORTE	50.0	0.25
SUR	1.0	1.50

DESARROLLO

I. A) $T = 0^-$

- CALCULAR CONDICIONES DE PREFALLA.

DE UNA CORRIDA DE FLUJOS ANTES DE LA OCURRENCIA DE LA FALLA SE OB-
TUVIERON LOS VOLTAJES NODALES Y GENERACIONES QUE SE MUESTRAN EN -
LA TABLA II.

TABLA II

VOLTAJES NODALES DE PREFALLA

BARRA	VOLTAJE PU.	GENERACION		CARGAS	
		MW	MVAR	MW	MVAR
1	1.060 + j0.0	129.56	-7.48	0.0	0.0
2	1.0462 - j0.05128	40.0	30.0	20.0	10.0
3	1.02032 - j0.0892	0.0	0.0	45.0	15.0
4	1.01917 - j0.09506	0.0	0.0	40.0	5.0
5	1.01209 - j0.10906	0.0	0.0	60.0	10.0

- CALCULAR LOS VOLTAJES ATRÁS DE LAS REACTANCIAS TRANSITORIAS:

PARA EL GENERADOR NORTE SE DESIGNARÁ COMO E'_6

PARA EL GENERADOR SUR SE DESIGNARÁ COMO E'_7

$$E'_i = E_{ti} + j X'_{di} I_{ti} \quad I_{ti} = \frac{P_{ti} - jQ_{ti}}{E'^*_{ti}}$$

GEN. NORTE

$$E'_6 = 1.06 + j0.0 + j0.25 \left(\frac{1.29565 + j0.07480}{1.06 - j0.0} \right)$$

$$E'_6 = 1.04236 + j0.30558 = 1.08623 \quad | \quad 16.34^\circ$$

$$\delta_6 = 16.34^\circ \quad \delta \quad 0.28517 \text{ rad.}$$

$$P_{m6} = 1.29565 \text{ pu} = P_{e6}$$

GEN. SUR

$$E'_7 = 1.0462 - j0.05128 + j1.5 \left(\frac{0.4 - j0.3}{1.0462 + j0.05128} \right)$$

$$E'_7 = 1.50335 + j0.49981 = 1.58426 \quad | \quad 18.39^\circ$$

$$\delta_7 = 18.39^\circ \quad \delta \quad 0.32097 \text{ rad.}$$

$$P_{m7} = 0.4 \text{ pu.} = P_{e7}$$

B) $T = 0^+$

EN EL INSTANTE DE OCURRIR LA FALLA Y DURANTE LA MISMA, EL VOLTAJE EN LA BARRA 2 ES IGUAL A CERO.

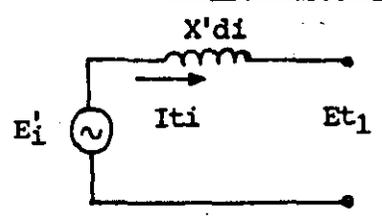
MANTENIENDO LOS VOLTAJES DETRÁS DE LAS REACTANCIAS TRANSITORIAS Y DE LA BARRA 2 FIJOS, SE EFECTÚA UNA CORRIDA DE FLUJOS PARA ENCON-

TRAR LOS VOLTAJES NODALES DE FALLA. EN LA TABLA III SE MUESTRAN LOS VOLTAJES RESULTANTES DE LA CORRIDA DE FLUJOS.

TABLA III
VOLTAJES EN EL INSTANTE DE LA FALLA

BARRA	VOLTAJES NODALES
1	0.19234 + j0.00330
2	0.0 + j0.0
3	0.04707 - j0.00096
4	0.03758 - j0.00118
5	0.01226 - j0.00093
6	1.04236 + j0.30558
7	1.50335 + j0.49981

CORRIENTES EN LOS GENERADORES CON LA FALLA



$$I't_i = \frac{E'_i - E_{t1}}{x'd_i}$$

GEN. NORTE $I_6 = \frac{1.04236 + j0.30558 - 0.19234 - j0.0033}{j0.25}$

$$I_6 = 1.20912 - j3.4008 \text{ pu}$$

$$\text{GEN. SUR } I_7 = \frac{1.50335 + j0.49981 - 0.0 - j0.0}{j1.5}$$

$$I_7 = 0.33321 - j1.00223 \text{ pu.}$$

POTENCIA ELÉCTRICA DE LOS GENERADORES EN EL MOMENTO DE LA FALLA.

$$P_{e6} = \text{Re} [I_6 E_6^{i*}] = \text{Re} [(1.20912 - j3.4008) (1.04236 - j0.30558)]$$

$$P_{e6} = 0.22134 \text{ pu}$$

$$P_{e7} = \text{Re} [I_7 E_7^{i*}] = \text{Re} [(0.33321 - j1.00223) (1.50335 - j0.49981)]$$

$$P_{e7} = 0.0 \text{ pu}$$

II. A) $T = 0.02 \text{ SEG} = \Delta T$

DETERMINAR $W(T)$ Y $\delta(T)$ PARA LOS GENERADORES.

1RA. ESTIMACIÓN

$$W_i^o(\Delta T) = W_i^o(0) + \left. \frac{dW_i}{dt} \right|_{(0)} \Delta T$$

$$\frac{dW_i}{dt} = \frac{\pi f}{H_i} (P_{mi} - P_{ei}(t)) ; \quad \frac{d\delta_i}{dt} = W_i(t) - 2\pi f$$

$$\text{GEN. NORTE } \left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0)} = \frac{(3.1416)(60)}{50} (1.29565 - 0.22134) = 4.05006$$

$$W_6^o(0.02) = 2(3.1416)(60) + 4.05006(0.02)$$

$$W_6^o(0.02) = 377.073$$

$$\left. \frac{d\delta_6}{dt} \right|_{(0)} = 2\pi f - 2\pi f = 0$$

$$\delta_6(0.02) = 0.28517 + 0 (0.02)$$

$$\delta_6(0.02) = 0.28517 \text{ rad.}$$

GEN. SUR $\left. \frac{dw_7}{dt} \right|_{(0)} = \frac{(3.1416) (60)}{1.0} (0.4000 - 0.0) = 75.398$

$$w_7^\circ(0.02) = 2(3.1416) (60) + 75.398 (0.02)$$

$$w_7^\circ(0.02) = 378.499$$

$$\left. \frac{d\delta_7}{dt} \right|_{(0)} = 2\pi f - 2\pi f = 0$$

$$\delta_7^\circ(0.02) = 0.32097 + 0 (0.02)$$

$$\delta_7^\circ(0.02) = 0.32097 \text{ rad.}$$

B) CON ESTOS ÁNGULOS DE LOS ROTORES DE LOS GENERADORES, QUE SON LOS ÁNGULOS DE FASE DE LOS VOLTAJES DETRÁS DE LAS REACTANCIAS TRANSITORIAS, Y DADO QUE LA MAGNITUD DE ESTOS VOLTAJES ES CONSTANTE, SE CALCULAN LAS COMPONENTES REAL E IMAGINARIA DE LOS VOLTAJES DETRÁS DE LAS REACTANCIAS TRANSITORIAS. EFECTUANDO ASIMISMO, UNA NUEVA CORRIDA DE FLUJOS PARA DETERMINAR LOS VOLTAJES NODALES.

DADO QUE LOS VOLTAJES INTERNOS DE LOS GENERADORES NO HAN SUFRIDO CAMBIO EN SUS ÁNGULOS DE FASE, LA SOLUCION DE LA CORRIDA DE FLUJOS ARROJARÁ -- LOS MISMOS VOLTAJES NODALES, CORRIENTES Y POTENCIAS ELÉCTRICAS EN LAS --

UNIDADES QUE LOS OBTENIDOS EN EL INSTANTE DE LA OCURRENCIA DE LA FALLA (TO*),

LOS VALORES AL FINAL DEL INTERVALO $\Delta T = 0.02$ SEG. DE VELOCIDAD Y APERTURA ANGULAR DE LOS ROTORES SERÁN:

$$\text{GEN. NORTE } P_{E6}(T) = P_{E6}^{\circ}(0.02) = 0.22134 \text{ pu.}$$

$$W_6(T) = W_6'(0) = 376.992$$

$$\delta_6(T) = \delta_6'(0) = 0.28517$$

$$\left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0)} = 4.05006$$

$$\left. \frac{d\delta_6}{dt} \right|_{(0)} = 0$$

$$W_6'(0.02) = W_6'(0) + \left(\frac{\left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0)} + \left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0.02)}}{2} \right) 0.02$$

$$\left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0.02)} = \frac{\pi F}{H_6} (P_{M6} - P_{E6}^{\circ}(0.02))$$

$$\left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0.02)} = \frac{(3.1416)(60)}{50} (1.29565 - 0.22134)$$

$$\left. \frac{dW_6}{dt} \right|_{(0.02)} = 4.05006$$

$$W_6'(0.02) = 376.992 + \left(\frac{4.05006 + 4.05006}{2} \right) 0.02$$

$$W_6'(0.02) = 377.073$$

$$\delta_6'(0.02) = \delta_6'(0) + \left(\frac{\frac{d\delta_6}{dt} \Big|_0 + \frac{d\delta_6}{dt} \Big|_{(0.02)}}{2} \right) 0.02$$

$$\frac{d\delta_6}{dt} \Big|_{(0.02)} = W_6'(0.02) - 2\pi F = 377.073 - 376.992$$

$$\frac{d\delta_6}{dt} \Big|_{(0.02)} = 0.08100$$

$$\delta_6'(0.02) = 0.28517 + \left(\frac{0 + 0.081}{2} \right) 0.02$$

$$\delta_6'(0.02) = 0.28598 \text{ RAD.} = 16.3854^\circ$$

GEN. SUR

$$PE_7(T) = PE_7^0(0.02) = 0.22134$$

$$W_7(T) = W_7'(0) = 376.992$$

$$\delta_7(T) = \delta_7'(0) = 0.32097$$

$$\frac{dW_7}{dt} \Big|_0 = 75.3984$$

$$\frac{d\delta_7}{dt} \Big|_0 = 0.0$$

$$W_7'(0.02) = W_7'(0) + \left(\frac{\frac{dW_7}{dt} \Big|_{(0)} + \frac{dW_7}{dt} \Big|_{(0.02)}}{2} \right) 0.02$$

$$\frac{dW_7}{dt} \Big|_{(0.02)} = \frac{\pi F}{H_7} (P_{M7} - P_{E7}(0.02))$$

$$\frac{dW_7}{dt} \Big|_{(0.02)} = \frac{(3.1416)(60)}{1} (0.400 - 0.0) = 75.398$$

$$W_7'(0.02) = 376.992 + \left(\frac{75.398 + 75.398}{2} \right) 0.02 = 378.4997$$

$$\delta_7'(0.02) = \delta_7'(0) + \left(\frac{\frac{d\delta_7}{dt} \Big|_{(0)} + \frac{d\delta_7}{dt} \Big|_{(0.02)}}{2} \right) 0.02$$

$$\frac{d\delta_7}{dt} \Big|_{(0.02)} = W_7'(0.02) - 2\pi F = 378.4997 - 376.992$$

$$\frac{d\delta_7}{dt} \Big|_{(0.02)} = 1.50797$$

$$\delta_7'(0.02) = 0.32097 + \left(\frac{0 + 1.50797}{2} \right) 0.02$$

$$\delta_7'(0.02) = 0.33605 \text{ RAD.} = 19.2592^\circ$$

LOS VOLTAJES INTERNOS DE LOS GENERADORES QUEDAN:

$$E_6 = 1.08623 \quad | 16.3854^\circ$$

$$E_7 = 1.58426 \quad | 19.2542^\circ$$

CON LOS NUEVOS ÁNGULOS DE LOS VOLTAJES E'_6 Y E'_7 Y CON EL VOLTAJE DE LA BARRA 2 IGUAL A CERO SE EFECTÚA UNA CORRIDA DE FLUJOS PARA OBTENER LOS -- NUEVOS VOLTAJES NODALES. EN LA TABLA IV SE INDICAN, ASÍ COMO LOS VOLTAJES INTERNOS DE LOS GENERADORES E'_6 Y E'_7 .

TABLA IV

VOLTAJES EN AT = 0.02 SEGUNDOS

BARRA	VOLTAJES	PU
1	0.19258 +	J0.00353
2	0.0	+ J0.0
3	0.04815 -	J0.00114
4	0.03845 -	J0.00133
5	0.01249 -	J0.00097
6	1.042113 +	J0.30642
7	1.49564 +	J0.52242

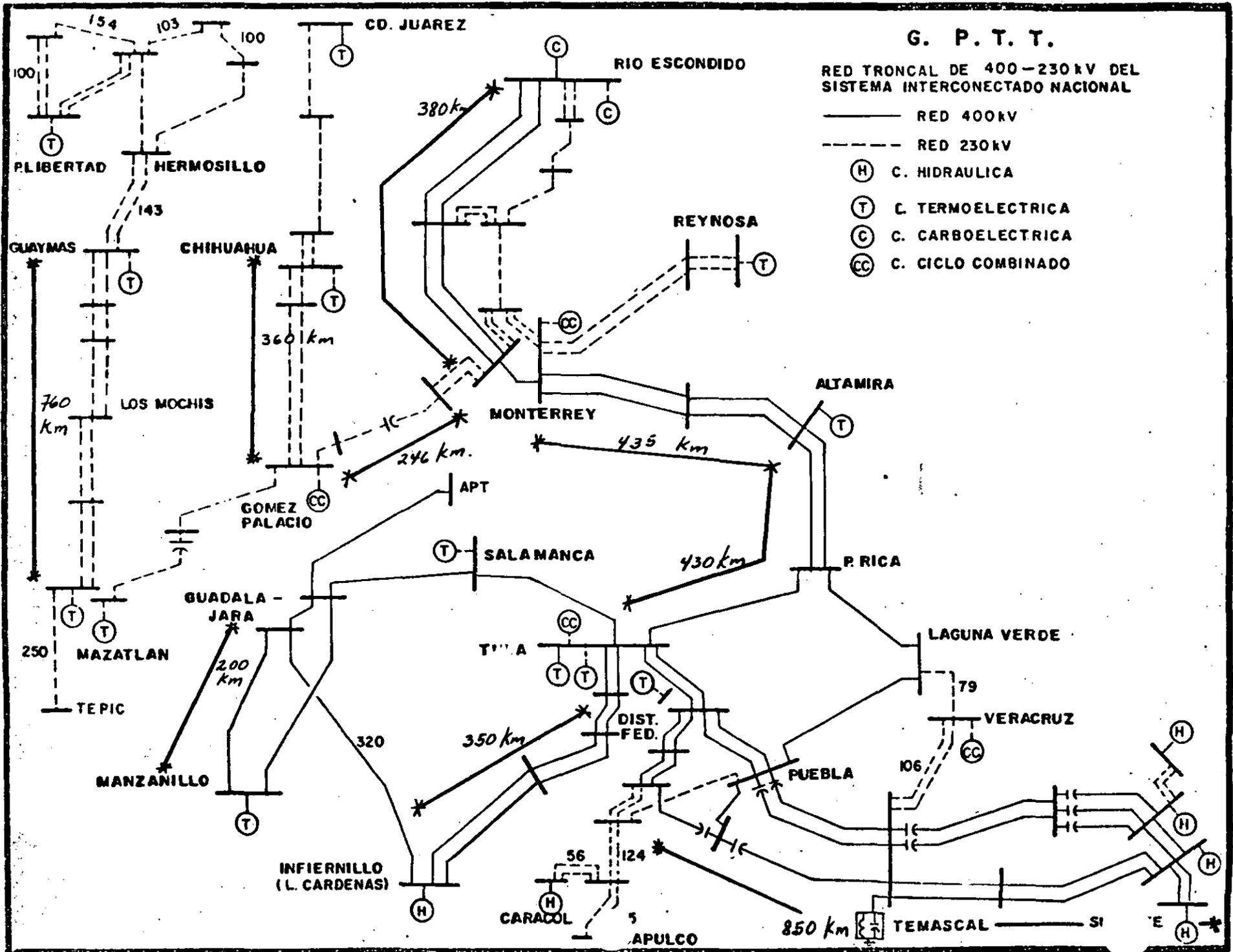
CON LOS VOLTAJES DE TABLA IV SE CALCULAN LAS POTENCIAS ELÉCTRICAS, ÉSTAS SE MUESTRAN EN LA TABLA V.

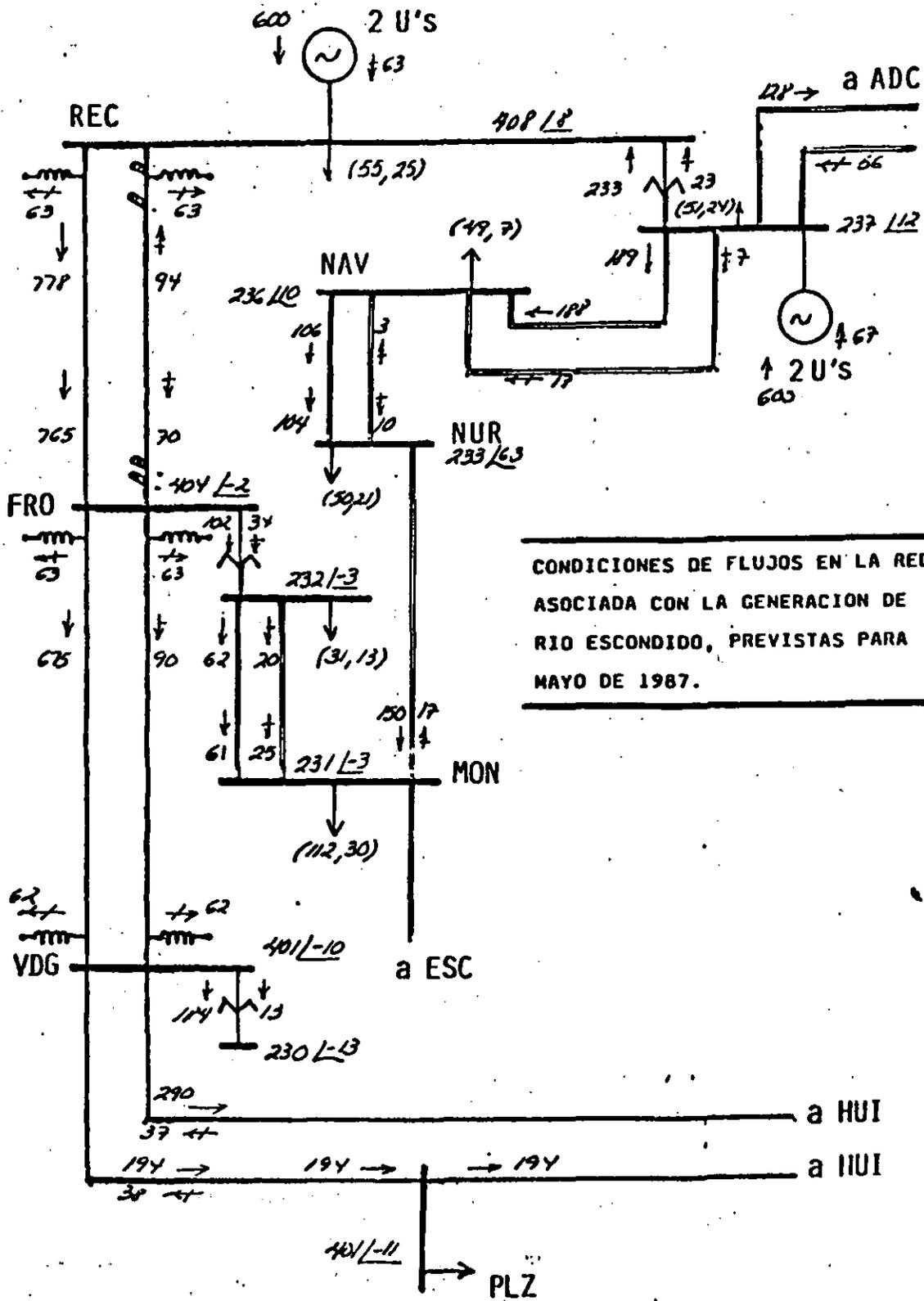
TABLA V

POTENCIAS ELÉCTRICAS EN AT = 0.02 SEGUNDOS

GENERADOR	POTENCIAS ELÉCTRICAS
NORTE (6)	0.22132
SUR (7)	0.0

CON ESTO SE COMPLETAN LOS CÁLCULOS PARA $T + \Delta T = 0.02$ SEGUNDOS. PARA EL SIGUIENTE PASO DE INTEGRACIÓN $T + \Delta T = 0.02 + 0.02 = 0.04$ SEGUNDOS SE REPITE EL PROCESO EFECTUADO PARA EL PRIMER PASO DE INTEGRACIÓN.





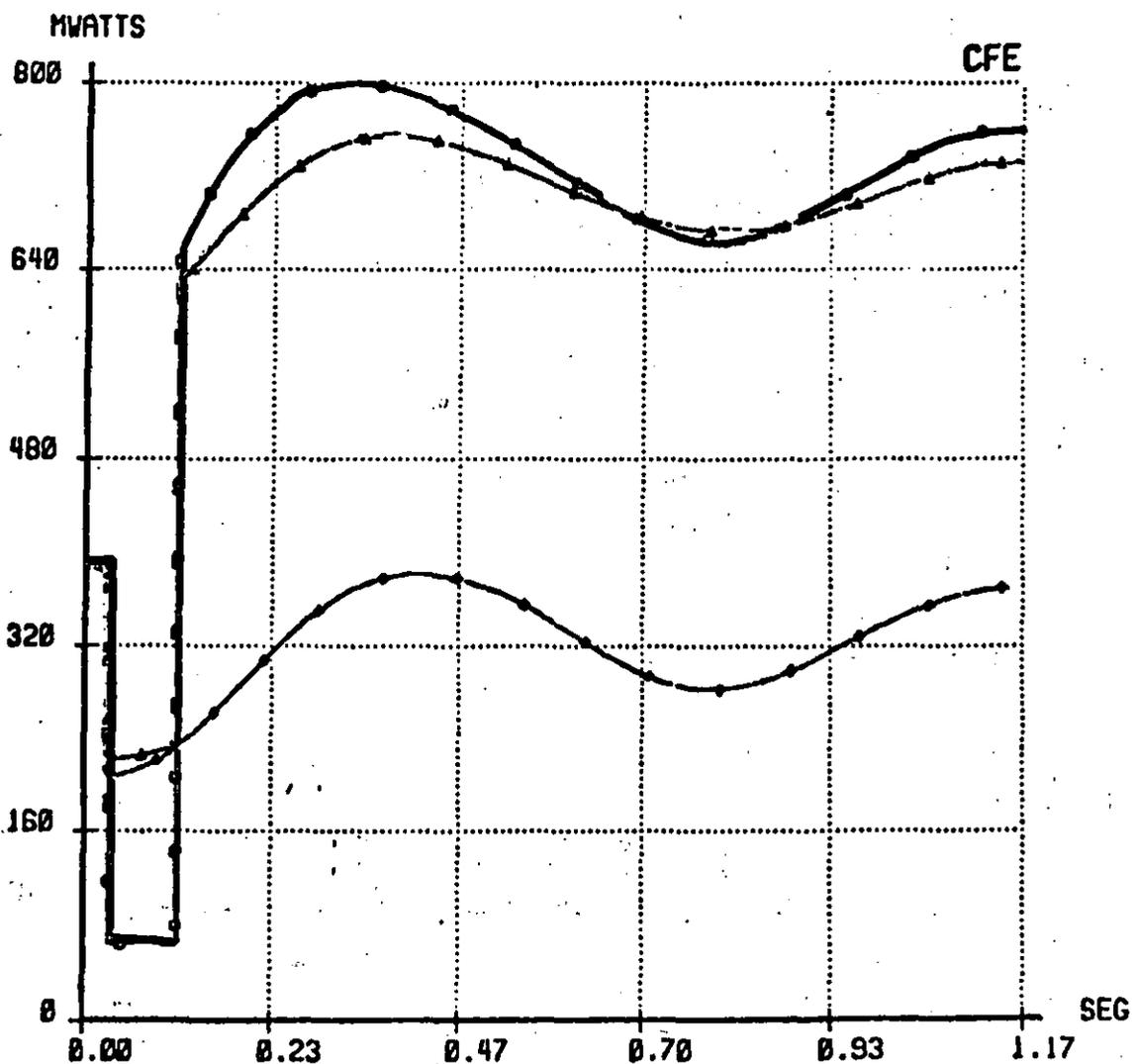
CFE CENACE
DID

RESULTADOS GRAFICOS
FLUJOS DE POTENCIA

SISP-ESTABI
22/OCT/86

RED DEL SISTEMA INTERCONECTADO PARA 1987 EN DEMANDA MAXIMA.
1:FALLA 2F. 2:FALLA 3F (EN LT REC-FRO). 3:DISPARO DEL AT DE REC.

REC-400 -> REC-FRO FALLA 2 0
REC-C2 -> FRO-C2 FALLA 3 0
NUR-230 -> MON-230 APERTURA AT de REC



CFE CENACE
DID

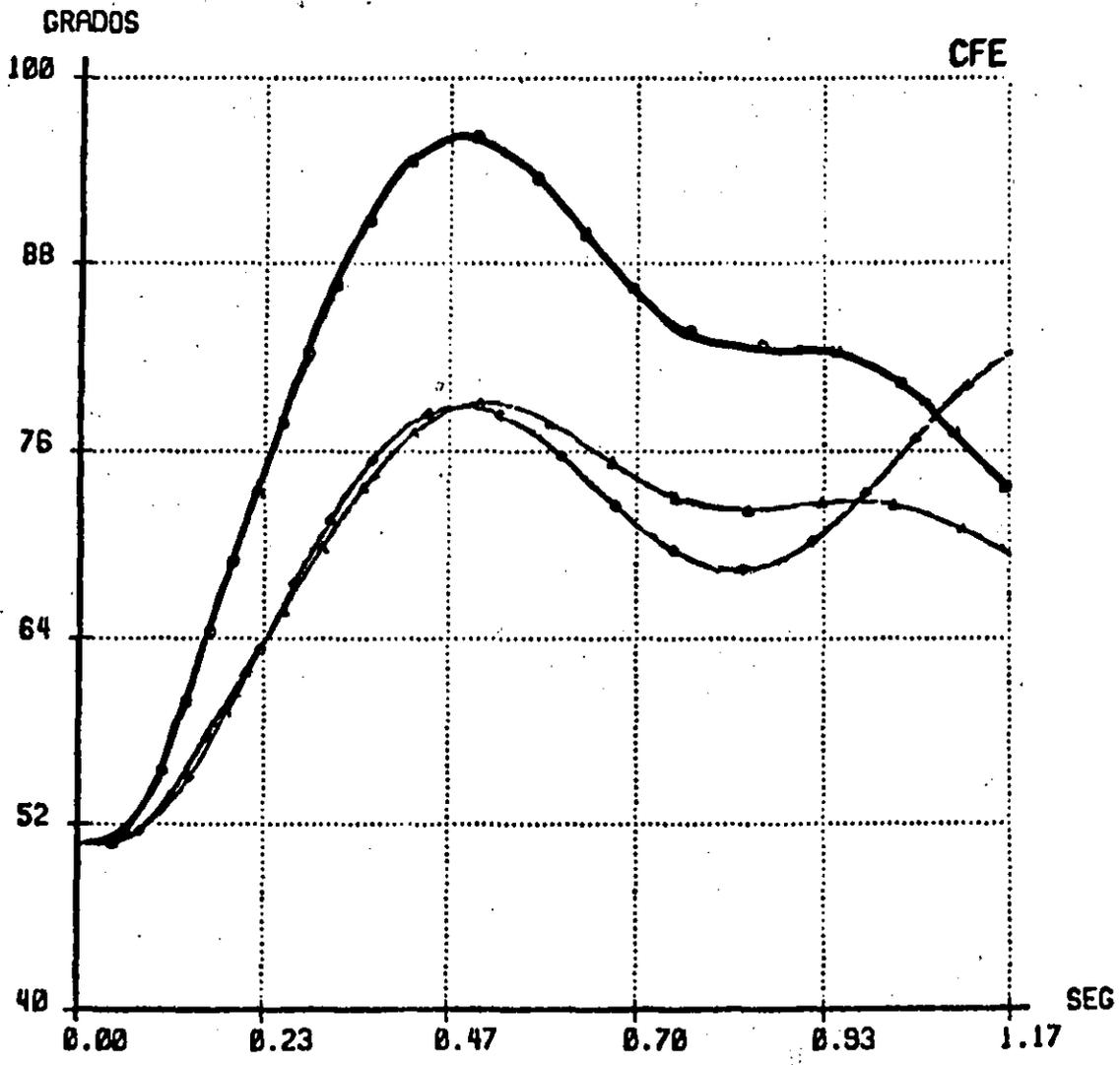
RESULTADOS GRAFICOS
DIFERENCIAS ANGULARES

SISP-ESTABI
22/OCT/86

- RED DEL SISTEMA INTERCONECTADO PARA 1987 EN DEMANDA MAXIMA.
- 1:FALLA 2F. 2:FALLA 3F (EN LT REC-FRO). 3:DISPARO DEL AT DE REC.

MADUINA DE REFERENCIA TUL-U4

—●—●—●—●—●—	REC-U1	FALLA 2 0
—●—●—●—●—●—	CAS02	FALLA 3 0
—●—●—●—●—●—	CAS03	APERTURA AT de REC



CFE - CENACE
DID

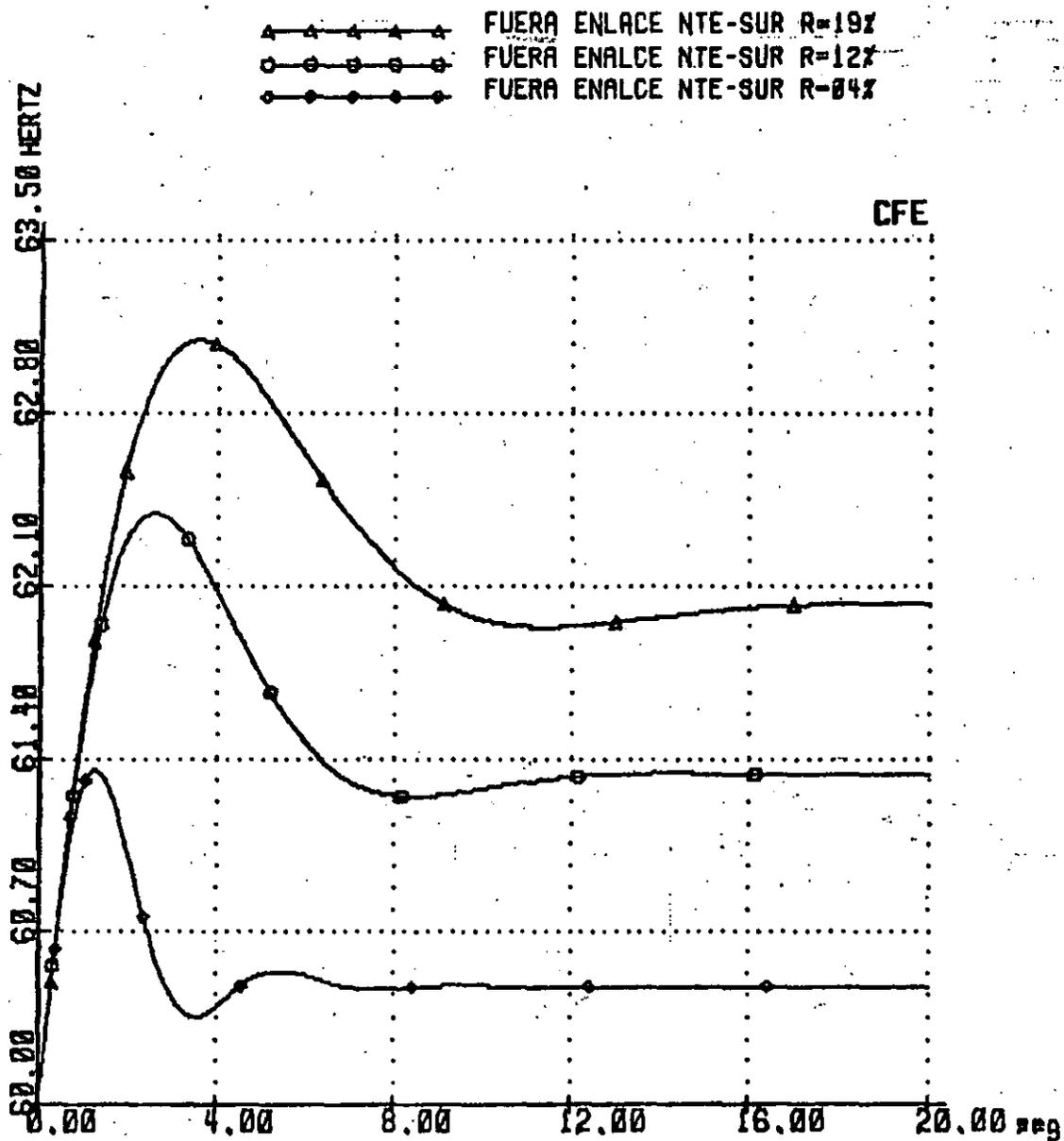
RESULTADOS GRAFICOS

SISP - CARFRE
04/NOV/86

13/15

SIMULACION DE LA SEPARACION DEL NYN Y SIS EL 861020 - 11:47 HRS

EXCEDENTE EN NYN 720 MW; DEFICIT SIS 880 MW.



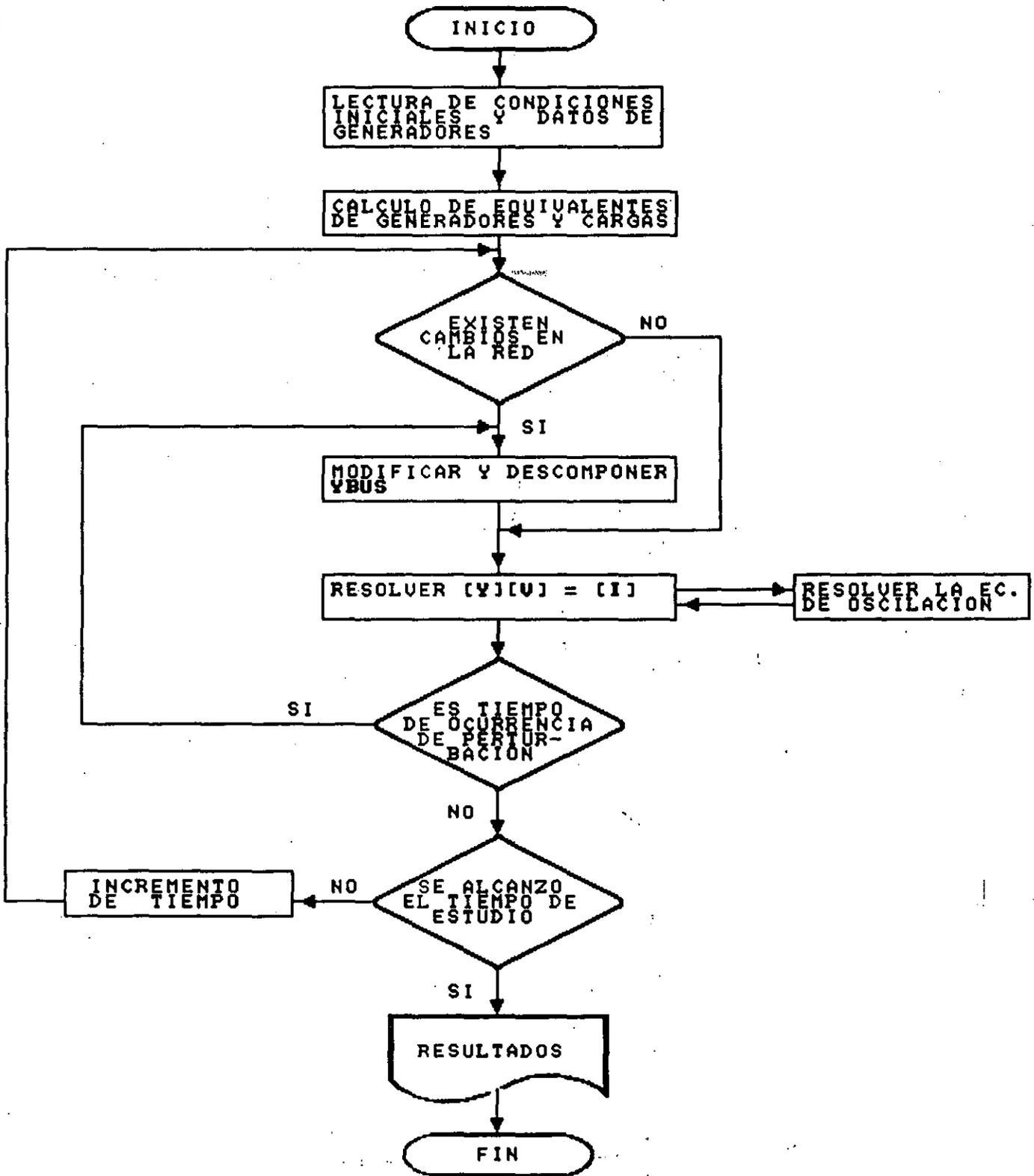


DIAGRAMA DE BLOQUES PARA LA SOLUCION DEL PROBLEMA DE ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS MULTIMAQUINAS.

ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS MULTIMAQUINAS.

DESCRIPCION DEL DIAGRAMA DE BLOQUES.

Lectura de condiciones iniciales y datos de generadores. Del programa de flujos de potencia se extrae la información topológica y nodal necesaria para estudios de estabilidad transitoria. Se graban datos de líneas, Y_{bus} , potencias nodales y de carga así como también voltajes nodales. Como información adicional para los generadores se dan los valores de reactancias, constantes de inercia y los tipos de máquina (polos lisos o polos salientes).

Cálculo de equivalentes de generadores y cargas. De acuerdo al tipo de máquina y al tipo de carga se obtienen sus equivalentes.

Cambios en la red. Cuando existen cambios en la red debidos a una perturbación, es necesario modificar la matriz Y_{bus} , modificar de ser necesario las inyecciones de corriente nodal y resolver para voltajes nodales.

Solución de la ecuación de oscilación. Una vez resuelta para $[V]$ la ecuación $[Y][V]=[I]$ se encuentran δ y ω para ese tiempo utilizando las ecuaciones respectivas de acuerdo al método de solución seleccionado, ajustandose al mismo tiempo el valor de δ con soluciones iterativas de la ecuación $[Y][V]=[I]$.

Simulación de la perturbación. Algunos de los tipos de perturbación que es conveniente tener implementados en los programas de explotación son:

- Fallas paralelo
- Fallas serie
- Salida de línea o transformador
- Salida de generador
- Operación de relevadores
- Recierres

ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS MULTIMAQUINAS.

MODIFICACION DE (Y) DE ACUERDO AL TIPO DE FALLA.

a) Falla 3ϕ . Los elementos del renglón k se hacen cero, a excepción de la diagonal principal, el cual toma el valor de $1.0\angle 0^\circ$ y la inyección de corriente nodal en caso de existir también se hace cero.

b) Falla $\phi - T$. Se modifica únicamente el elemento Y_{kk}

$$Y_{kk_n} = Y_{kk_a} + \frac{1}{Z_{-0k} + Z_{00k}}$$

c) Falla $\phi\phi - T$. En el elemento Y_{kk}

$$Y_{kk_n} = Y_{kk_a} + \frac{\begin{bmatrix} Z_{-0k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{00k} \end{bmatrix}}{Z_{-0k} + Z_{00k}}$$

d) Falla $\phi - \phi$. En el elemento Y_{kk}

$$Y_{kk_n} = Y_{kk_a} + \frac{1}{Z_{-0k}}$$

e) ϕ abierta entre los nodos k y l . Se modifica Y_{kk} , Y_{ll} , Y_{kl} y Y_{lk} intercalando en serie la suma del paralelo de las impedancias equivalentes de secuencia positiva y secuencia cero en el nodo donde se simula la apertura.

f) $\phi\phi$ abiertas entre los nodos k y l . Se modifica Y_{kk} , Y_{ll} , Y_{kl} y Y_{lk} . Se conecta en serie en el punto de apertura la suma de las impedancias equivalentes de secuencia positiva y secuencia cero.

ESTABILIDAD TRANSITORIA EN SISTEMAS MULTIMAQUINAS.

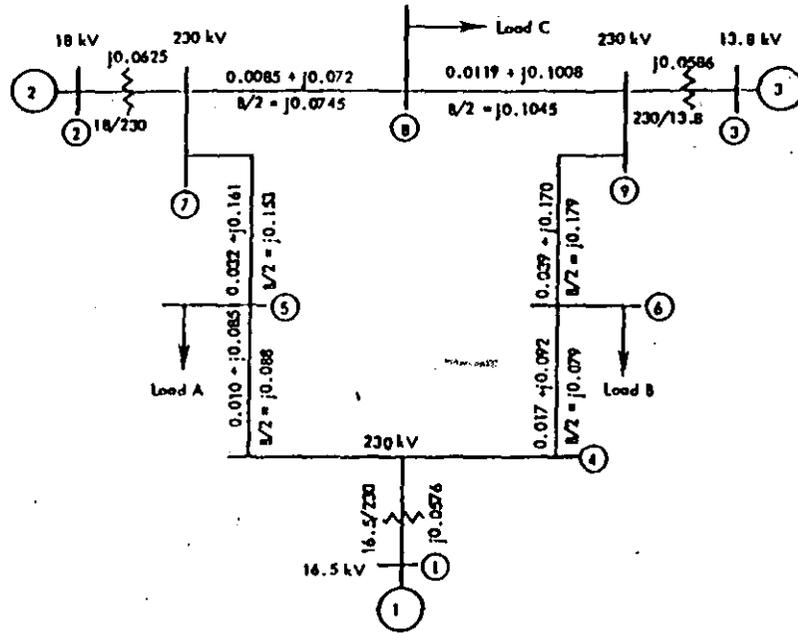
MODIFICACION DE [Y] CON OTRAS PERTURBACIONES.

- g) Salida de línea ó transformador. Es clara la afectación en los elementos mutuos y propios de los nodos en cuestión.
- h) Salida de generador. Se hace cero la inyección de corriente en el nodo correspondiente, y se elimina la admitancia propia de acuerdo al modelo utilizado.
- i) Modificación en la carga. Se modifica el elemento propio de acuerdo al modelo considerado.

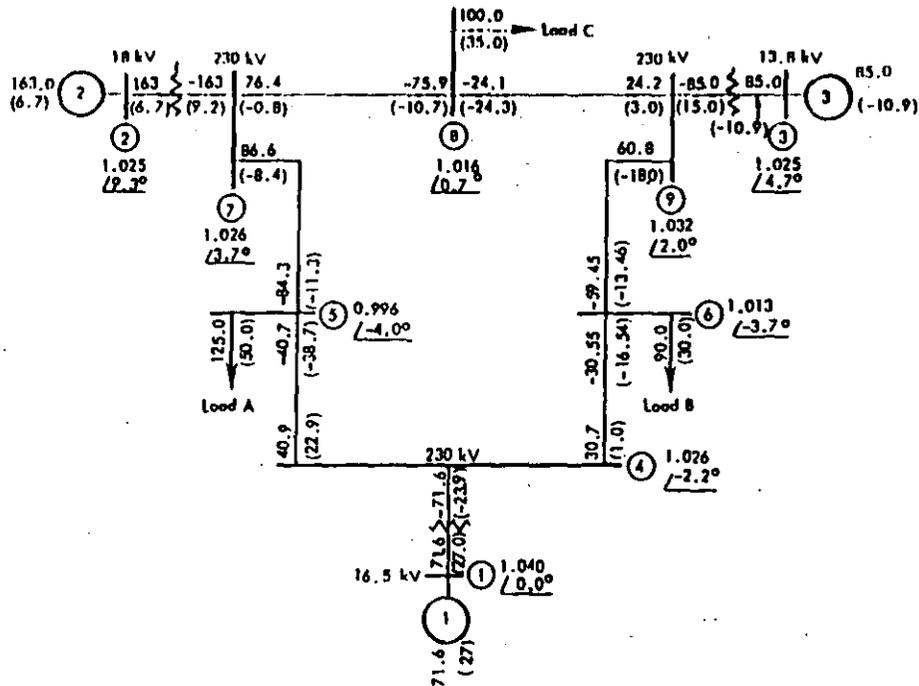
Nota:

- Y_{kk_n} Y_{kk_a} - Admitancias propia en el nodo k , nueva y anterior respectivamente.
- Z_{-0k} - Impedancia de secuencia negativa equivalente en el nodo k .
- Z_{00k} - Impedancia de secuencia cero equivalente en el nodo k .

Chapter 2



Nine-bus system impedance diagram; all impedances are in pu on a 100-MVA base.



Nine-bus system load-flow diagram showing pre-fault conditions; all flows are in MW and MVAR.

Table 2.1. Generator Data

Generator	1	2	3
Rated MVA	247.5	192.0	128.0
kV	16.5	18.0	13.8
Power factor	1.0	0.85	0.85
Type	hydro	steam	steam
Speed	180 r/min	3600 r/min	1600 r/min
λ_d	0.1460	0.8958	1.3125
λ'_d	0.0608	0.1198	0.1813
λ_f	0.0969	0.8645	1.2578
λ'_f	0.0969	0.1969	0.25
x_f (leakage)	0.0336	0.0521	0.0742
r_{d0}	8.96	6.00	5.89
r'_{d0}	0	0.535	0.600
Stored energy at rated speed	2364 MW·s	640 MW·s	301 MW·s

Note: Reactance values are in pu on a 100-MVA base. All time constants are in s. (Several quantities are tabulated that are as yet undefined in this book. These quantities are derived and justified in Chapter 4 but are given here to provide complete data for the sample system.)

***** SISTEMA DE PRUEBA 9 NODOS ANDERSON *****
 ***** JLHG 071091 *****

OMH

FIN

GEN1	00.00	00.00	11	0
GEN2	00.00	00.00	11	0
GEN3	00.00	00.00	11	0
CUATRO	00.00	00.00	11	0
CINCO	125.00	50.00	11	0
SEIS	90.00	30.00	11	0
SIETE	00.00	00.00	11	0
OCHO	100.00	35.00	11	0
NUEVE	00.00	00.00	11	0

FIN

GEN1	CUATRO	300.00	100.00	-100.00	1.04000
GEN2	SIETE	163.00	50.00	-50.00	1.02500
GEN3	NUEVE	85.00	50.00	-50.00	1.02500

FIN

CUATRO	GEN1	0.00000	0.05760	0.00000	1.00000
SIETE	GEN2	0.00000	0.06250	0.00000	1.00000
NUEVE	GEN3	0.00000	0.05860	0.00000	1.00000
CUATRO	CINCO	0.01000	0.08500	0.08800	
CUATRO	SEIS	0.01700	0.09200	0.07900	
CINCO	SIETE	0.03200	0.16100	0.15300	
SEIS	NUEVE	0.03900	0.17000	0.17900	
SIETE	OCHO	0.00850	0.07200	0.07450	
OCHO	NUEVE	0.01190	0.10080	0.10450	

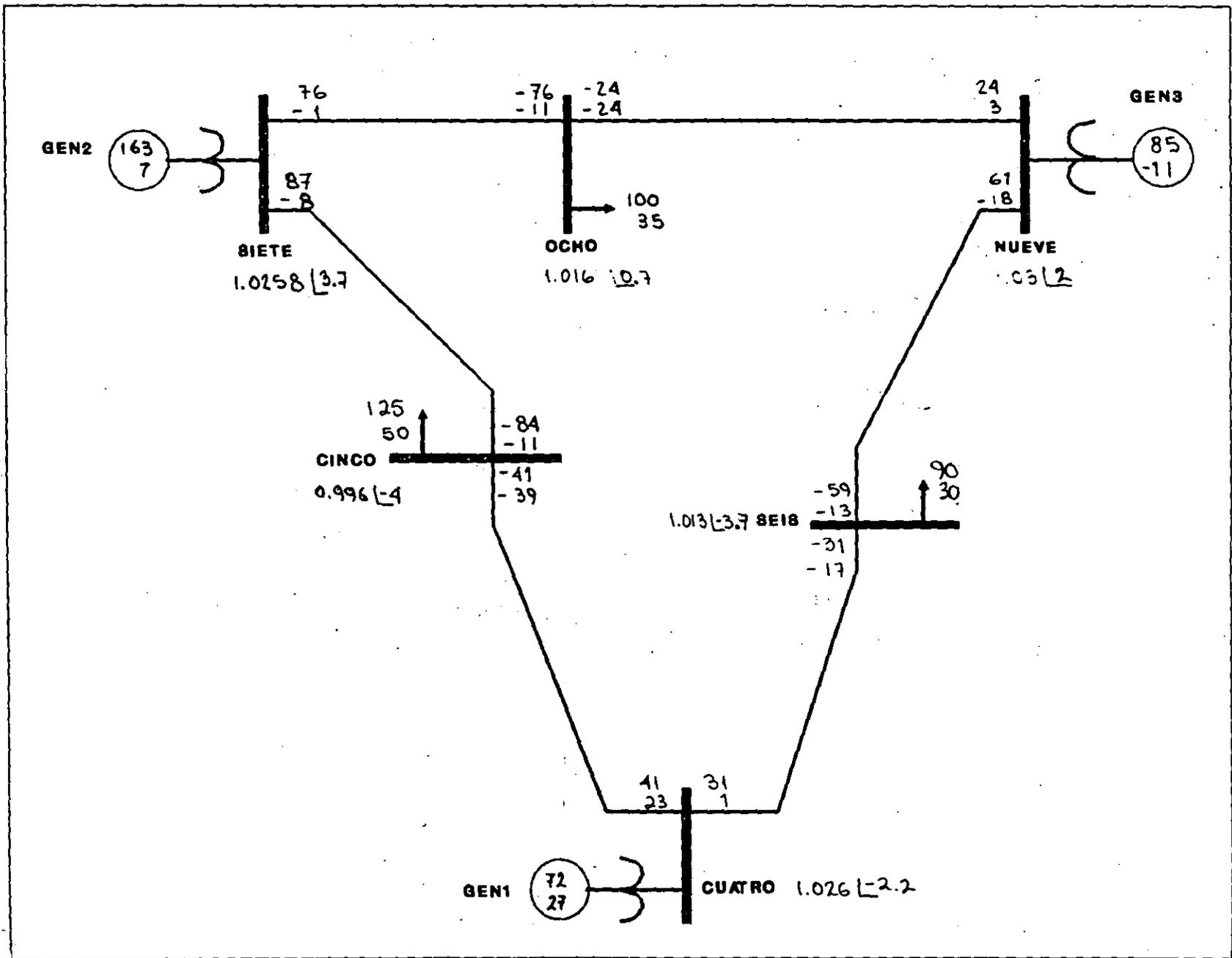
FIN

FIN

OK 20:49:03 0.306 0.115

***** SISTEMA DE PRUEBA 9 NODOS ANDERSON *****
 ***** JLHG 071091 *****

DE	1 GEN1	MW	MVAR	MVA	TAP	1.04000	0.00	1
GENERADOR		71.7	27.1R	76.6				
A	4 CUATRO	71.7	27.1	76.6	0.0000	TR		
DE	2 GEN2	MW	MVAR	MVA	TAP	1.02500	9.28	2
GENERADOR		163.0	6.7R	163.1				
A	7 SIETE	163.0	6.7	163.1	0.0000	TR		
DE	3 GEN3	MW	MVAR	MVA	TAP	1.02500	4.66	3
GENERADOR		85.0	-10.8R	85.7				
A	9 NUEVE	85.0	-10.8	85.7	0.0000	TR		
DE	4 CUATRO	MW	MVAR	MVA	TAP	1.02578	-2.22	4
A	1 GEN1	-71.7	-23.9	75.6	1.0000	TR		
A	5 CINCO	40.9	22.9	46.9	0.0000			
A	6 SEIS	30.7	1.0	30.7	0.0000			
DE	5 CINCO	MW	MVAR	MVA	TAP	0.99561	-3.99	5
A	CARGA	125.0	50.0	134.6				
A	4 CUATRO	-40.7	-38.7	56.1	0.0000			
A	7 SIETE	-84.3	-11.3	85.1	0.0000			
DE	6 SEIS	MW	MVAR	MVA	TAP	1.01263	-3.69	6
A	CARGA	90.0	30.0	94.9				
A	4 CUATRO	-30.5	-16.6	34.7	0.0000			
A	9 NUEVE	-59.5	-13.5	61.0	0.0000			
DE	7 SIETE	MW	MVAR	MVA	TAP	1.02576	3.72	7
A	2 GEN2	-163.0	9.2	163.3	1.0000	TR		
A	5 CINCO	86.6	-8.4	87.0	0.0000			
A	8 OCHO	76.4	-0.8	76.4	0.0000			
DE	8 OCHO	MW	MVAR	MVA	TAP	1.01587	0.73	8
A	CARGA	100.0	35.0	105.9				
A	7 SIETE	-75.9	-10.7	76.7	0.0000			
A	9 NUEVE	-24.1	-24.3	34.2	0.0000			
DE	9 NUEVE	MW	MVAR	MVA	TAP	1.03234	1.97	9
A	3 GEN3	-85.0	14.9	86.3	1.0000	TR		
A	6 SEIS	60.8	-18.1	63.4	0.0000			
A	8 OCHO	24.2	3.1	24.4	0.0000			



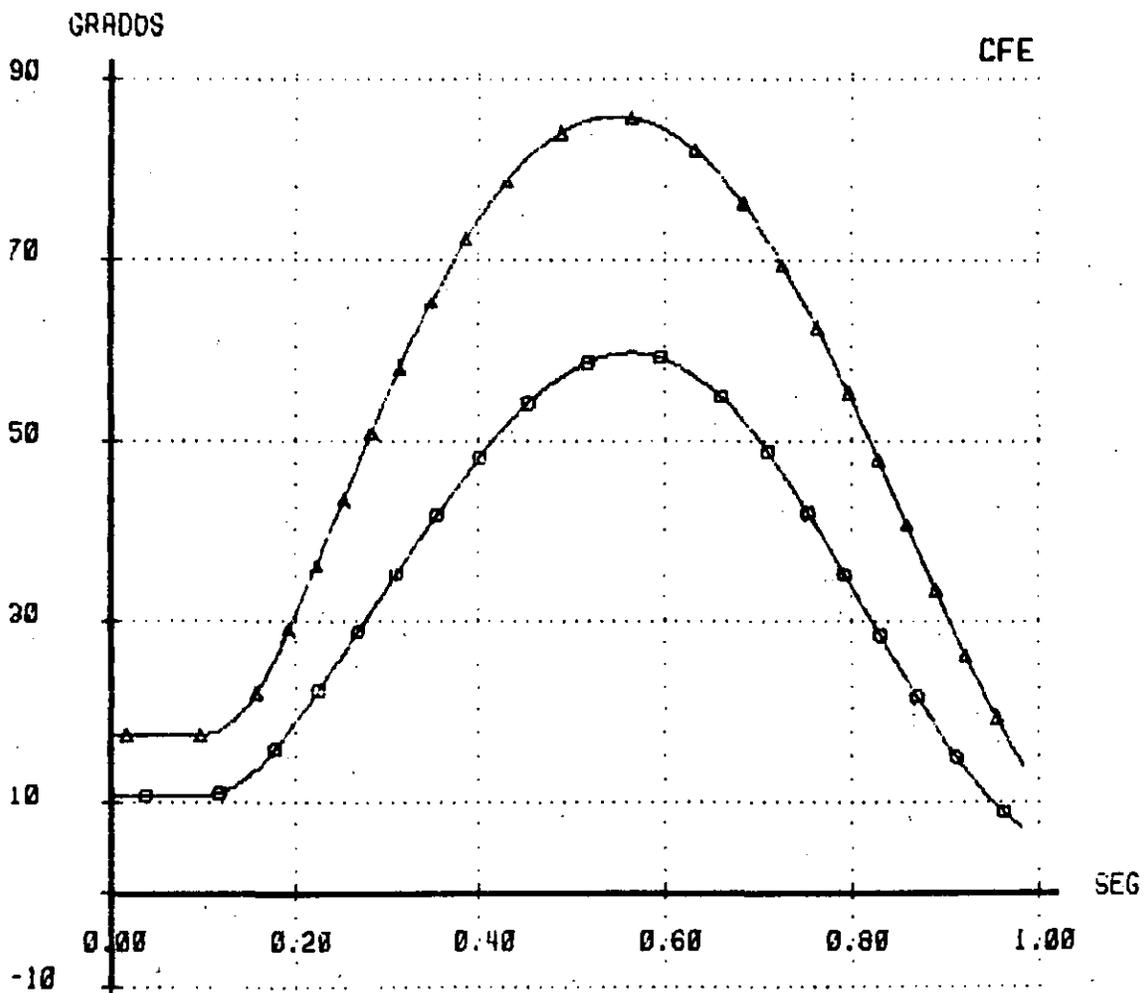
CFE - CENACE
DID

RESULTADOS GRAFICOS
DIFERENCIAS ANGULARES

SISP-ESTABI
09/OCT/91

SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO
SIETE A LOS 8 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C
+--- MAQUINA DE REFERENCIA ---+ [GEN1]

▲▲▲▲▲ GEN2
●●●●● GEN3

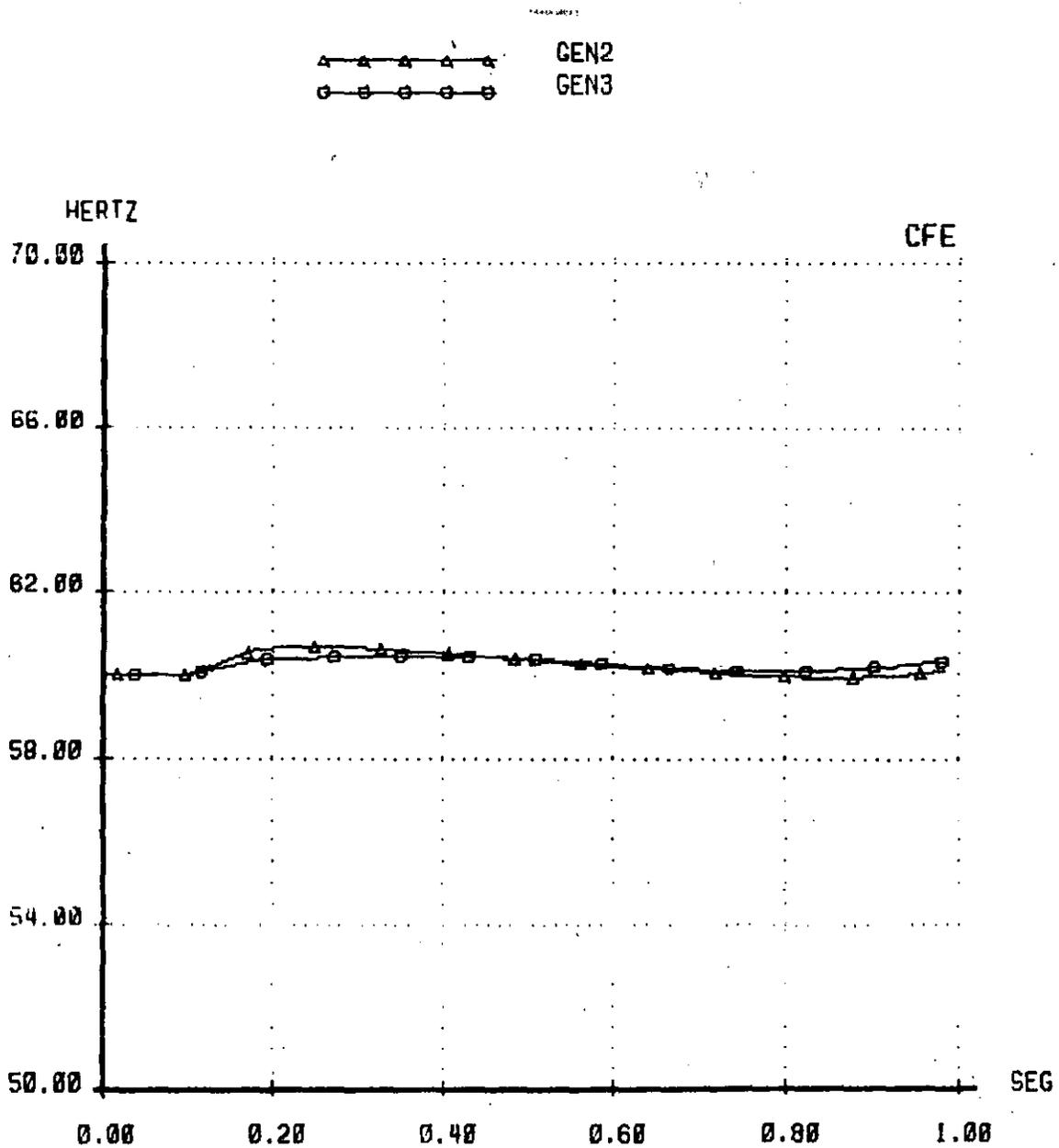


CFE - GENACE
DID

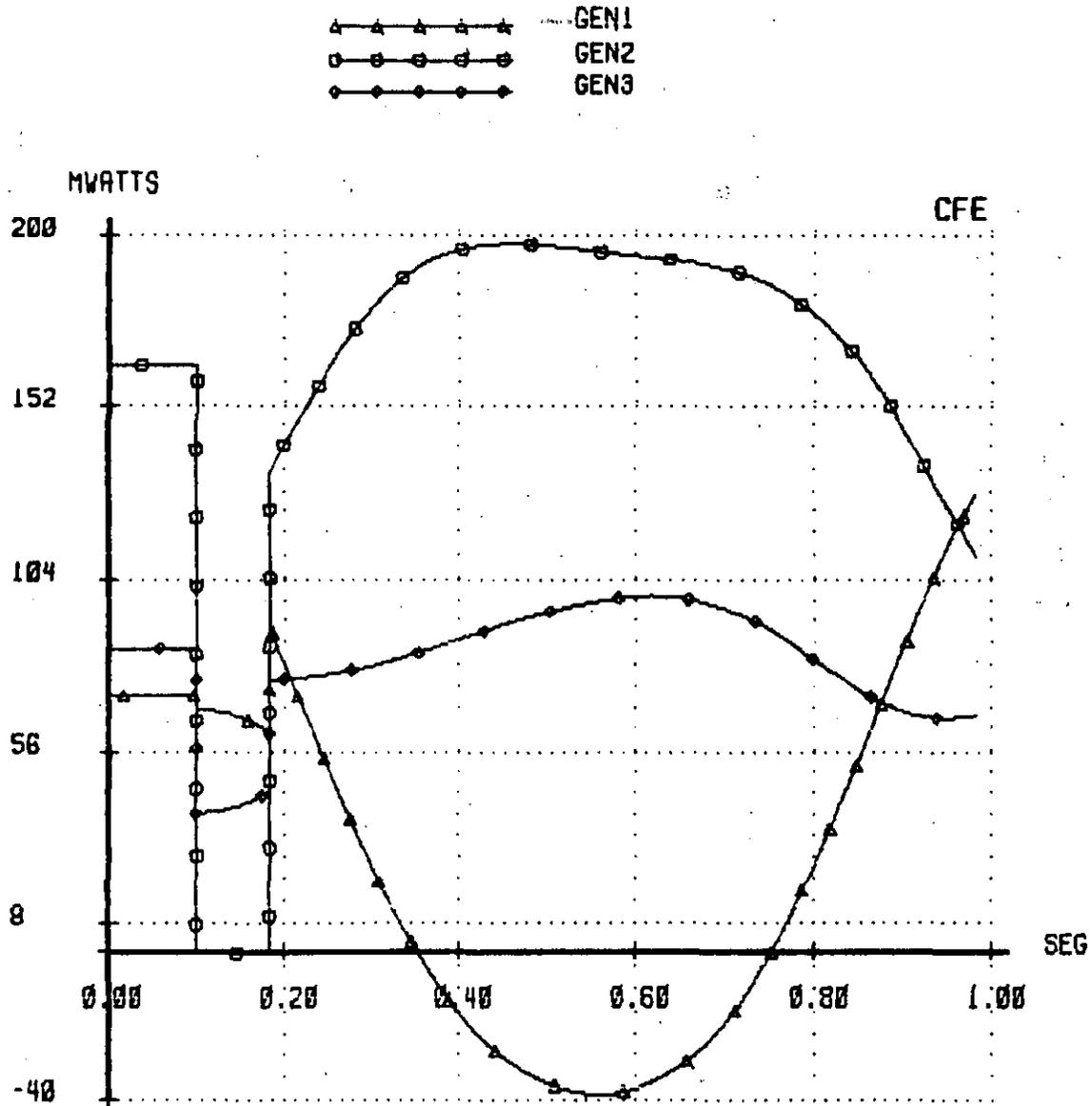
RESULTADOS GRAFICOS
FRECUENCIA EN MAQUINAS

SISP-ESTABI
09/OCT/91

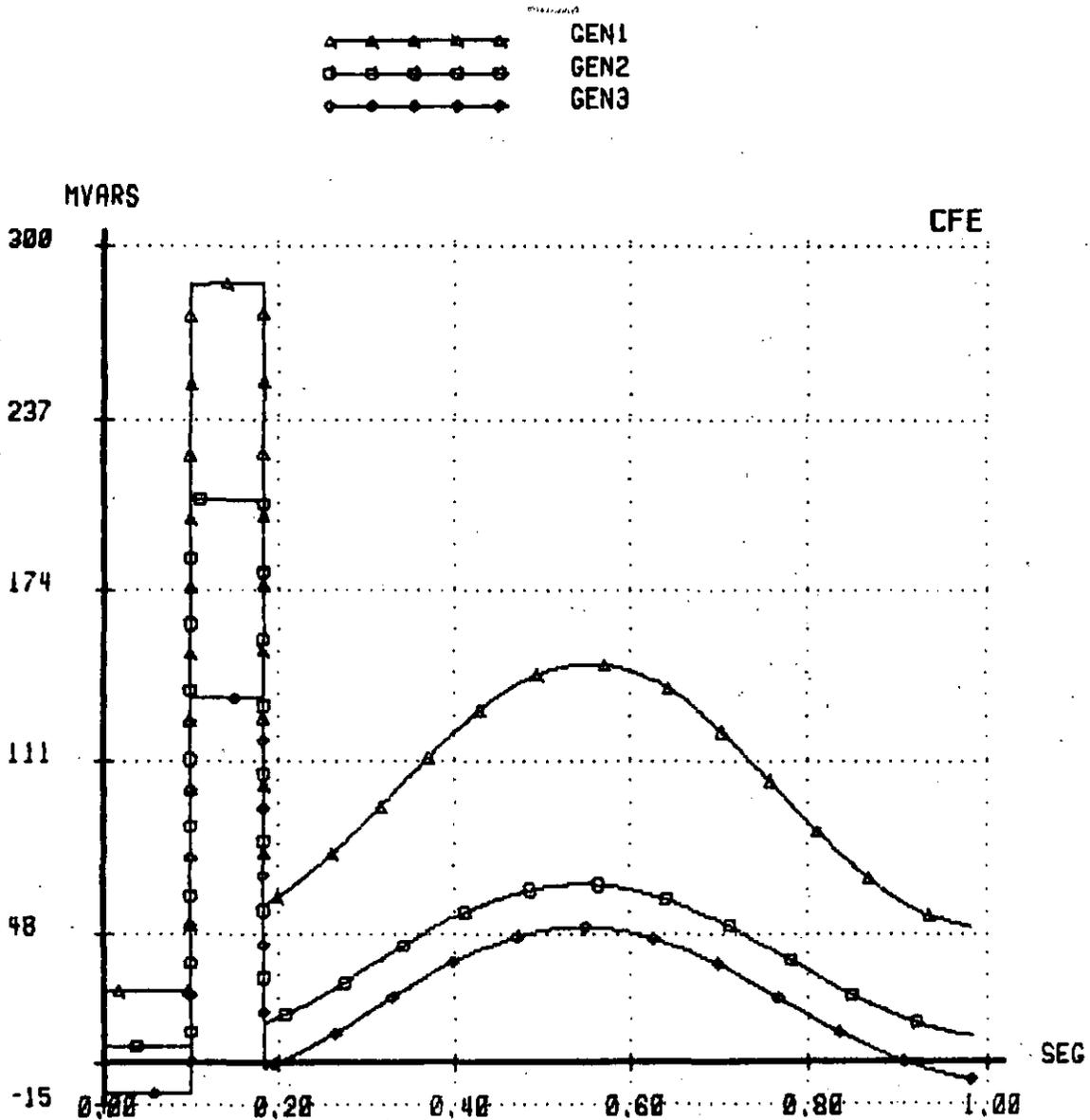
SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO
SIETE A LOS 6 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C



SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO
SIETE A LOS 6 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C

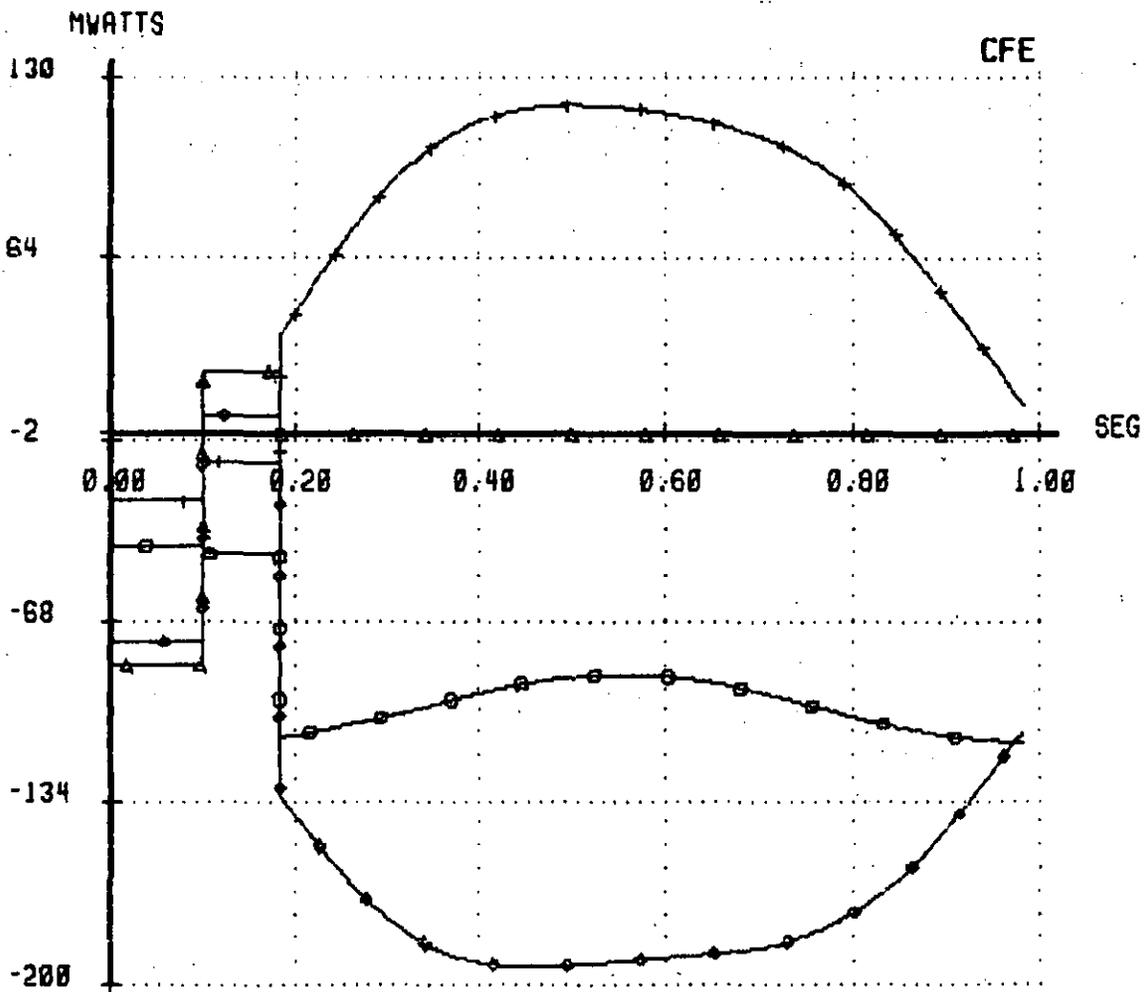


SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO SIETE A LOS 6 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C

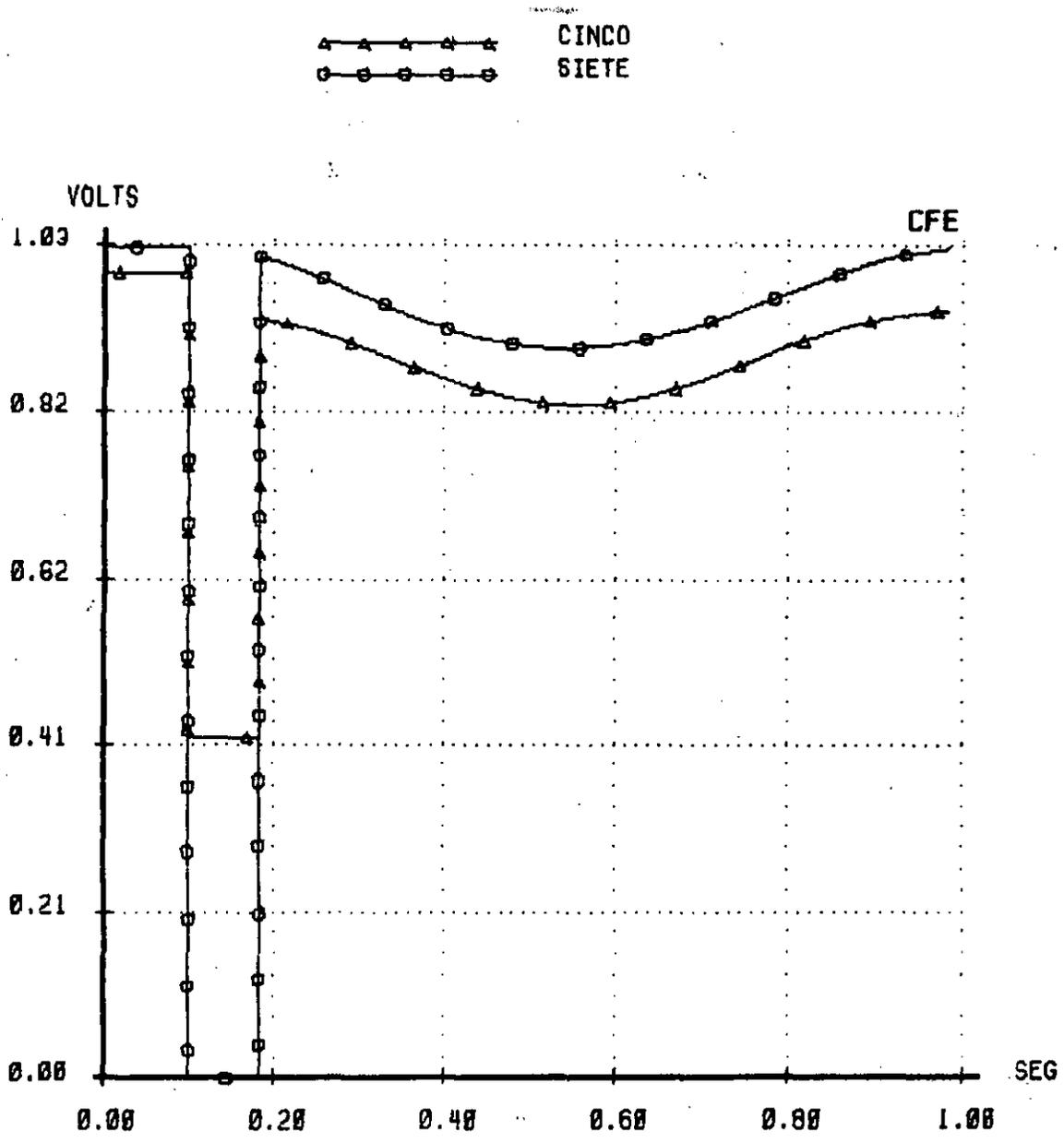


SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO
SIETE A LOS 6 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C

▲-▲-▲-▲-▲	CINCO	-> SIETE
○-○-○-○-○	CINCO	-> CUATRO
●-●-●-●-●	OCHO	-> SIETE
†-†-†-†-†	OCHO	-> NUEVE



SISTEMA DE PRUEBA DE NUEVE NODOS (ANDERSON). FALLA TRIFASICA EN EL NO
SIETE A LOS 6 CICLOS. SE LIBERA CON LA APERTURA DE CINCO-SIETE EN 11 C



LIST TEMP

***** SISTEMA DE PRUEBA 2 NODOS ANDERSON *****
***** FUERA LINEA CINCO-SIETE JLHG 091091 *****

GMH

FIN

GEN1	00.00	00.00	11	0
GEN2	00.00	00.00	11	0
GEN3	00.00	00.00	11	0
CUATRO	00.00	00.00	11	0
CINCO	125.00	50.00	11	0
SEIS	90.00	30.00	11	0
SIETE	00.00	00.00	11	0
OCHO	100.00	35.00	11	0
NUEVE	00.00	00.00	11	0

FIN

GEN1	CUATRO	300.00	100.00	-100.00	1.04000
GEN2	SIETE	163.00	50.00	-50.00	1.02500
GEN3	NUEVE	85.00	50.00	-50.00	1.02500

FIN

CUATRO	GEN1	0.00000	0.05760	0.00000	1.00000
SIETE	GEN2	0.00000	0.06250	0.00000	1.00000
NUEVE	GEN3	0.00000	0.05860	0.00000	1.00000
CUATRO	CINCO	0.01000	0.08500	0.08800	
CUATRO	SEIS	0.01700	0.09200	0.07900	
SEIS	NUEVE	0.03900	0.17000	0.17900	
SIETE	OCHO	0.00850	0.07200	0.07450	
OCHO	NUEVE	0.01190	0.10080	0.10450	

FIN

FIN

OK 08:29:32 0.278 0.000

***** SISTEMA DE FUERA DE MUROS ANDERSON *****
 ***** FUERA LINEA CERRO-SIETE JULIO 091091 *****

DE	1 GEN1	MW	MVAR	MVA	TAP	1.04000	0.00	1
GENERADOR		80.2	81.9R	114.6				
A	4 CUATRO	80.2	81.9	114.6	0.0000	TR		
DE	2 GEN2	MW	MVAR	MVA	TAP	1.02500	30.22	2
GENERADOR		163.0	21.0R	164.4				
A	7 SIETE	163.0	21.0	164.4	0.0000	TR		
DE	3 GEN3	MW	MVAR	MVA	TAP	1.02500	17.19	3
GENERADOR		85.0	12.7R	85.9				
A	9 NUEVE	85.0	12.7	85.9	0.0000	TR		
DE	4 CUATRO	MW	MVAR	MVA	TAP	0.99565	-2.56	4
A	1 GEN1	-80.2	-74.9	109.7	1.0000	TR		
A	5 CINCO	127.0	50.3	136.6	0.0000			
A	6 SEIS	-46.8	24.6	52.9	0.0000			
DE	5 CINCO	MW	MVAR	MVA	TAP	0.93814	-8.83	5
A	CARGA	125.0	50.0	134.6				
A	4 CUATRO	-125.0	-49.9	134.6	0.0000			
DE	6 SEIS	MW	MVAR	MVA	TAP	0.97488	0.31	6
A	CARGA	90.0	30.0	94.9				
A	4 CUATRO	47.3	-36.9	60.0	0.0000			
A	9 NUEVE	-137.3	7.0	137.5	0.0000			
DE	7 SIETE	MW	MVAR	MVA	TAP	1.01703	24.62	7
A	2 GEN2	-163.0	-5.0	162.1	1.0000	TR		
A	8 OCHO	163.0	5.0	163.1	0.0000			
DE	8 OCHO	MW	MVAR	MVA	TAP	1.00098	18.06	8
A	CARGA	100.0	35.0	105.9				
A	7 SIETE	-160.8	-1.5	160.8	0.0000			
A	9 NUEVE	60.8	-33.5	69.4	0.0000			
DE	9 NUEVE	MW	MVAR	MVA	TAP	1.01890	14.46	9
A	3 GEN3	-85.0	-8.6	85.4	1.0000	TR		
A	6 SEIS	145.3	-7.8	145.5	0.0000			
A	8 OCHO	-60.3	16.4	62.5	0.0000			

7 ESTABILIDAD EN ESTADO ESTABLE (EEE)

OBJETIVOS:

- Plantear el método de Edith Clarke y algunas técnicas aproximadas para determinar la transferencia de potencia máxima entre dos puntos de un SEP.
- Comentar el caso radial para enfatizar que los métodos anteriores no son aplicables en esta situación.

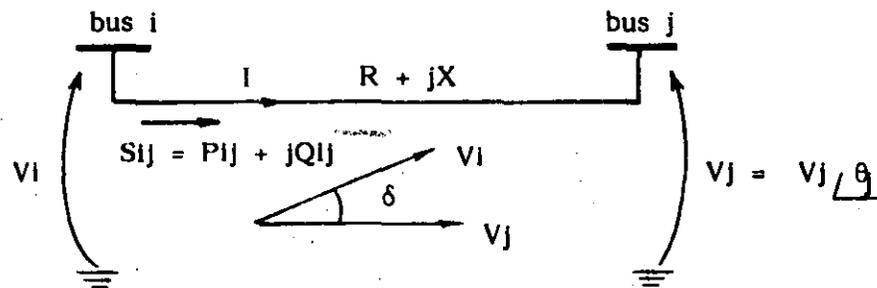
CARACTERISTICAS DE LOS ESTUDIOS DE EEE:

- Métodos sencillos.
- Los límites de EEE son superiores a los encontrados en estabilidad transitoria.
- Se utilizan cuando no se cuenta con recursos de simulación digital:

Límites de EEE + Margen = Límites prácticos

- Punto de atención: sincronismo de las máquinas.

TRANSFERENCIA DE POTENCIA ACTIVA
ENTRE DOS PUNTOS DEL SISTEMA



o Secuencia de solución:

- 1.- $I = (V_i - V_j)/Z$
- 2.- $S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = V_i I^*$
- 3.- $\delta = \theta_i - \theta_j$
- 4.- $P_{ij} = \text{Re}(S_{ij})$

o Resultado:

$$P_{ij} = \frac{1}{R^2 + X^2} (R |V_i|^2 - R |V_i| |V_j| \cos \delta + X |V_i| |V_j| \sin \delta)$$

Si se considera $R=0$:

$$P_{ij} = \frac{1}{X^2} (X |V_i| |V_j| \sin \delta)$$

$$P_{ij} = \frac{|V_i| |V_j|}{X} \sin \delta$$

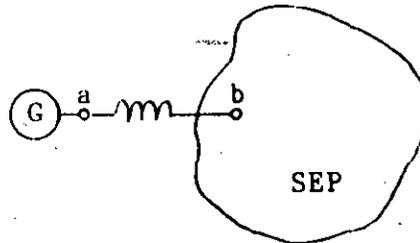
!!!

CASOS DE APLICACION

• Caso 0

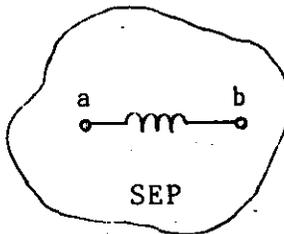


• Caso 1



• Caso 2

SCC
 Tula 13 700 MVA
 Salamanca 5 400
 USA 35 000

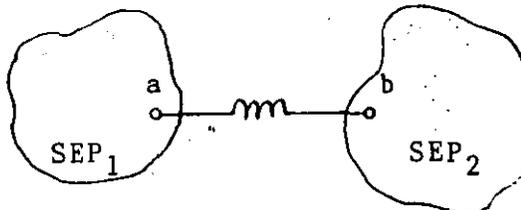


(Dunlop-1979)

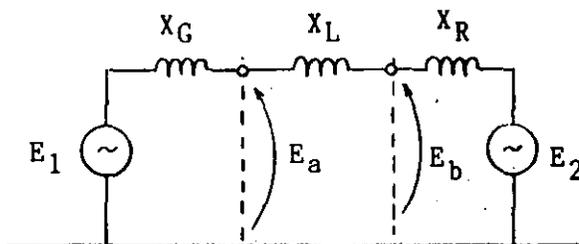
$$X_G = S_B / SCC_a$$

$$X_R = S_B / SCC_b$$

• Caso 3



o Representación General:



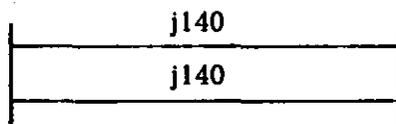
$$LEEE = P_{\max} = \frac{E_1 E_2}{X}$$

$$X = X_G + X_L + X_R$$

ALGUNAS APLICACIONES CUALITATIVAS

$$P_{\max} = \frac{E_1 E_2}{X}$$

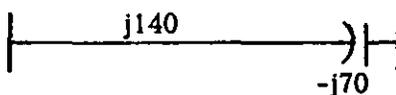
1.- Líneas en paralelo



$$X = \frac{j140}{2} = j70$$

$P_{\max} \uparrow$

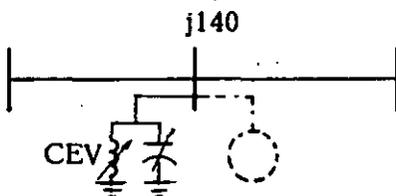
2.- Compensación serie



$$X = j140 - j70 = j70$$

$P_{\max} \uparrow$

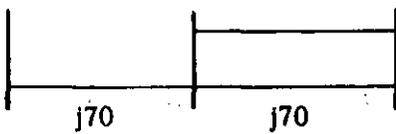
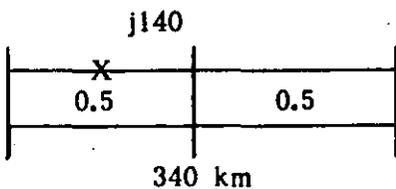
3.- Compensación en paralelo



$$X = \frac{j140}{2} = j70$$

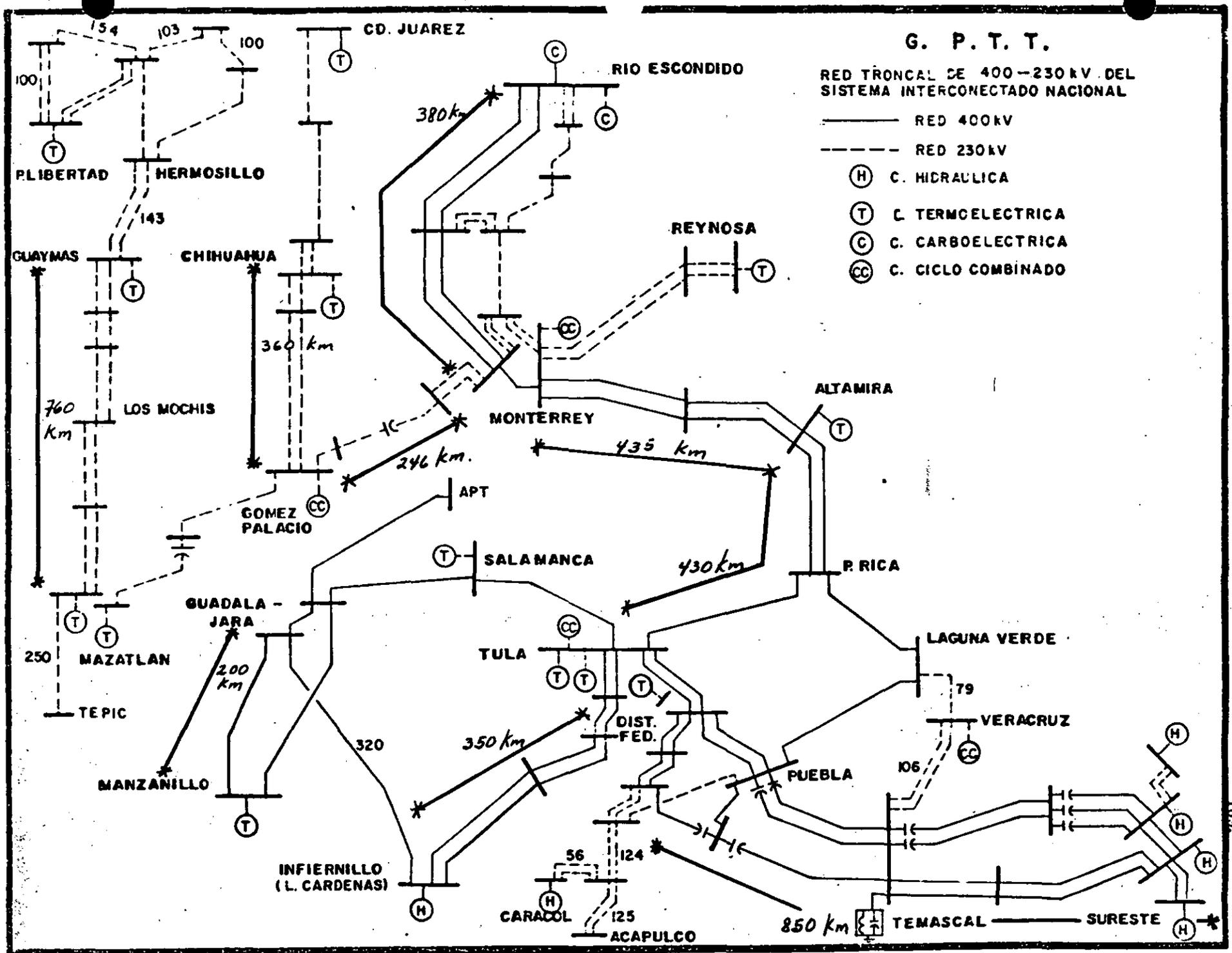
$P_{\max} \uparrow$

4.- Subestación de maniobra.

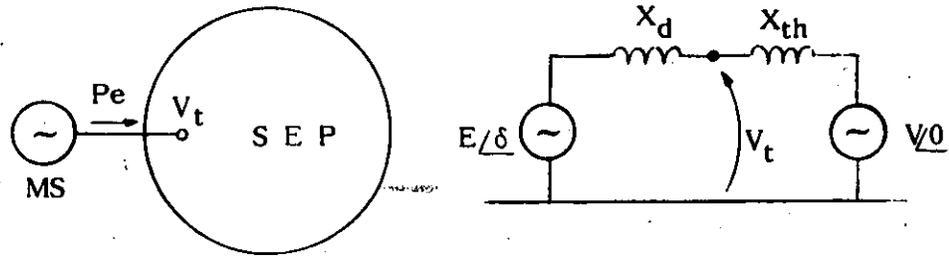


$$X = j70 + \frac{j70}{2} = j105$$

$P_{\max} \uparrow$

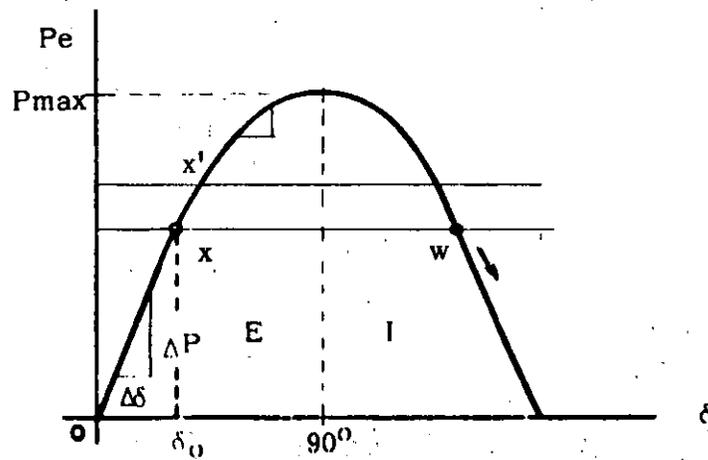


MAQUINA - BUS INFINITO



$$P_e = \frac{|E| |V|}{X_d} \sin \delta$$

$$P_{m\max} = \frac{|E| |V|}{X_d}$$



El coeficiente de sincronización es una medida de la estabilidad:

$$CS = \frac{\Delta}{d\delta} \frac{dP}{d\delta} \cong \frac{\Delta P}{\Delta \delta}$$

$$\text{en } \delta = 0^\circ : \quad \frac{dP}{d\delta} = \cos(0) = 1$$

$$\text{en } \delta = 90^\circ : \quad \frac{dP}{d\delta} = \cos(90) = 0$$

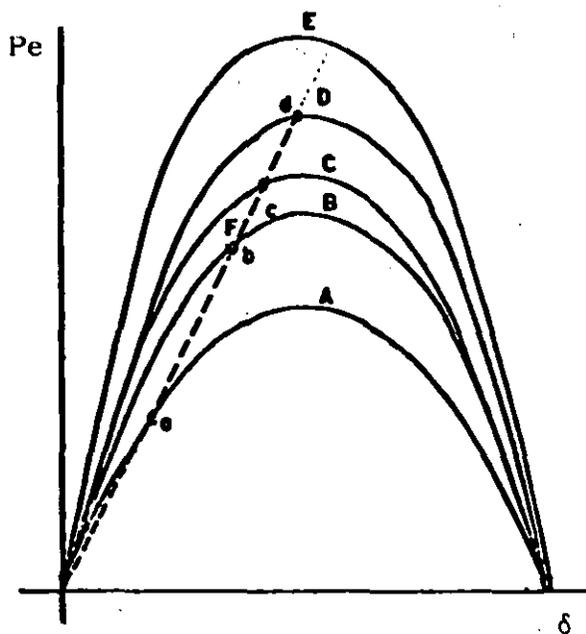
EL CASO GENERAL

o Límite de estabilidad con excitación fija.

$$P_{max} = \frac{E_1 E_2}{X} \sin \delta$$

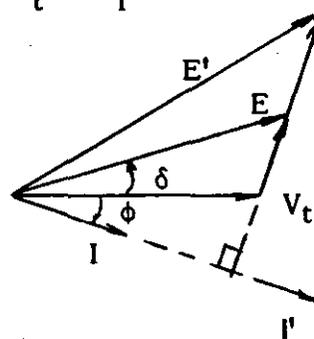
- La transferencia de potencia entre dos puntos del sistema depende de E_1 , E_2 , X y δ
- Se tendrá un límite de transferencia por cada nivel de excitación.
- Idem para cada configuración del sistema.

o Efecto del cambio manual de excitación.



Proceso:

$$\Delta P \rightarrow -\Delta V_t \rightarrow \Delta i_f \rightarrow \Delta E \rightarrow \Delta \delta$$



- A-E Curvas con excitación etc.
- F Curva con cambio de excitación manual.

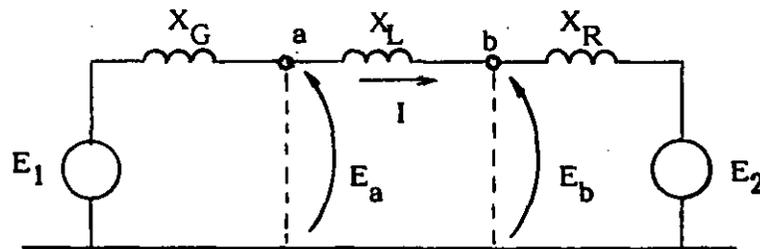
Problema: Se conocen los voltajes externos (E_a, E_b) pero se desconocen los voltajes internos (E_1, E_2) para encontrar P_{max} .

DIAGRAMA DE (EDITH) CLARKE

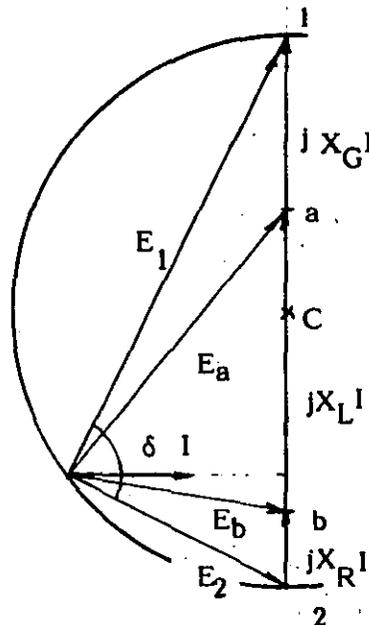
Es un método gráfico directo, para determinar el LEEE en base al diagrama fasorial del circuito.

El límite se obtiene para $\delta = 90^\circ$ y voltajes E_a , E_b especificados.

o Circuito equivalente



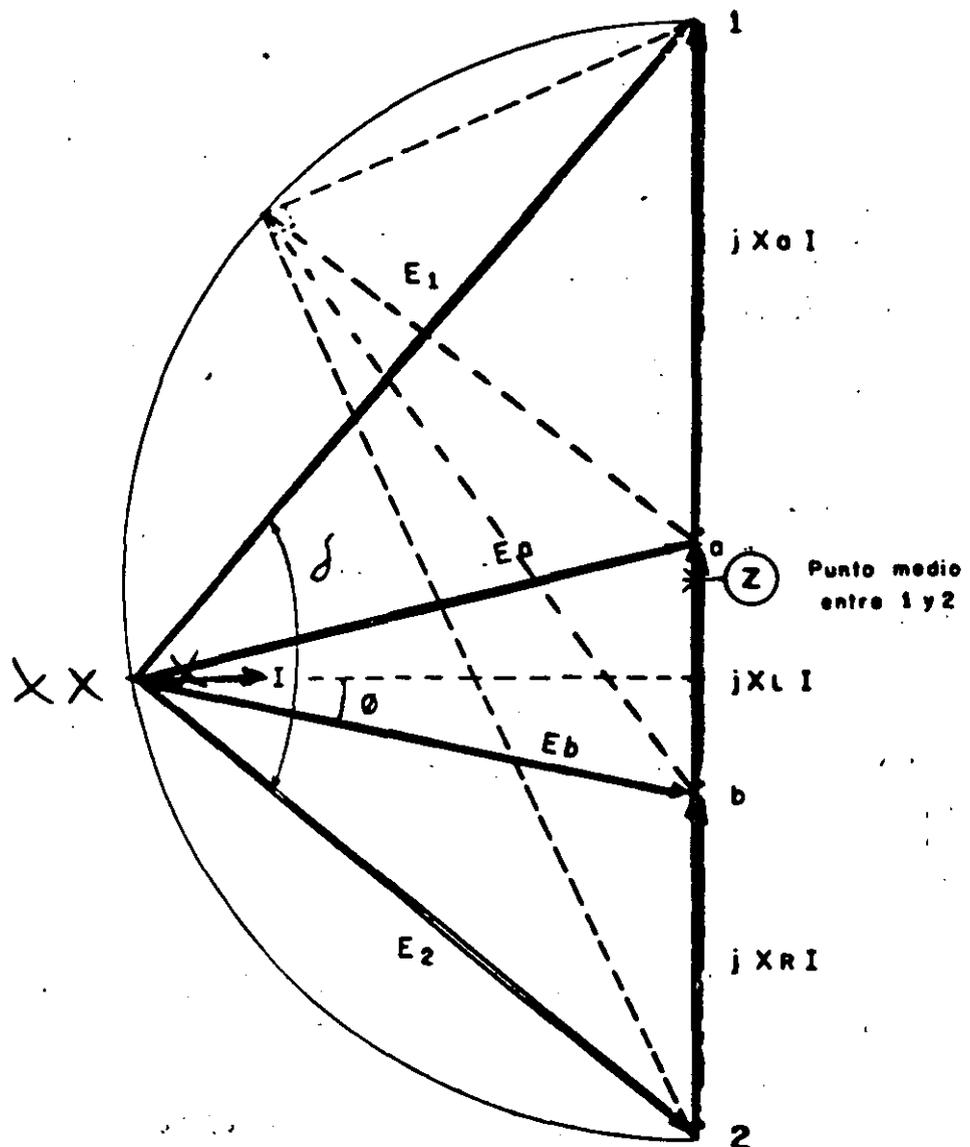
o Diagrama de Clarke



CONSTRUCCION DEL DIAGRAMA:

- 1.- Se trazan (a escala) $X_G I$, $X_L I$, $X_R I$
- 2.- Se dibuja el semicírculo
- 3.- Se obtiene el vértice del diagrama fasorial
- 4.- Se determina la magnitud de I , E_1 , E_2
- 5.- Se obtiene el LEEE = P_{max}

$$P_{max} = \frac{E_1 E_2}{X_{12}} = E_b I \cos \phi$$



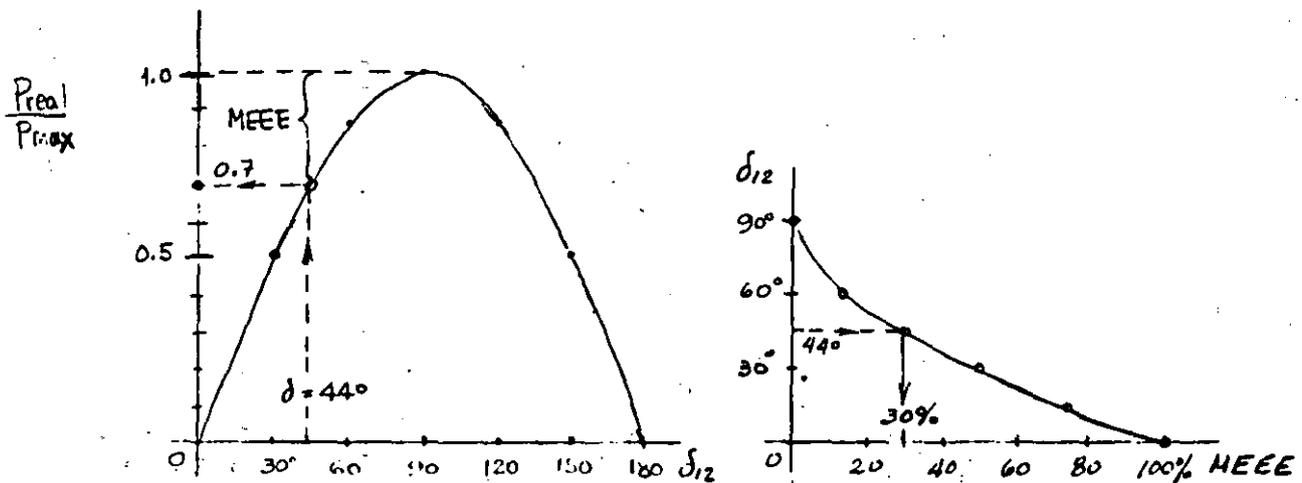
MARGEN DE ESTABILIDAD:

- * $MEEE \triangleq \frac{P_{max} - P_{real}}{P_{max}} \quad (100)$
- * SE SELECCIONA DE TAL MODO QUE EL SISTEMA SOPORTE CUALQUIER DISTURBIO CONCEBIBLE
- * REGLA PRACTICA:

$$MEEE = 30 - 35\%$$

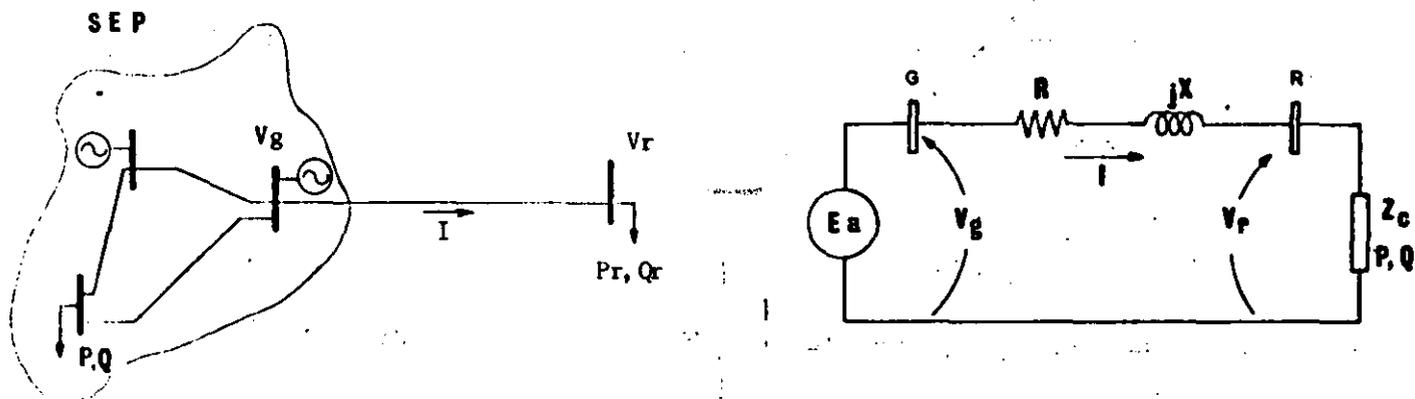
$$\delta_{12} = 44 - 40^\circ$$

$$\delta_{ab} = ?$$

ESTUDIO DE FLUJOS:

- * CONDICIONES DE INESTABILIDAD: PROBLEMAS DE CONVERGENCIA (δ, p anormales)
- * ANGULOS MAYORES A 90° EN EE?
- * NO SE INCLUYE LA REPRESENTACION INTERNA DE MAQUINAS: REGULACION IDEAL
- * LIMITE DE REACTIVOS YA ALCANZADOS

EL CASO RADIAL. Particularidades



Cantidades conocidas: \tilde{V}_g , R , X , P_r , Q_r

Cantidades desconocidas: \tilde{I} , \tilde{V}_r

Método usado anteriormente: Aproximaciones sucesivas

Ecuación básica:

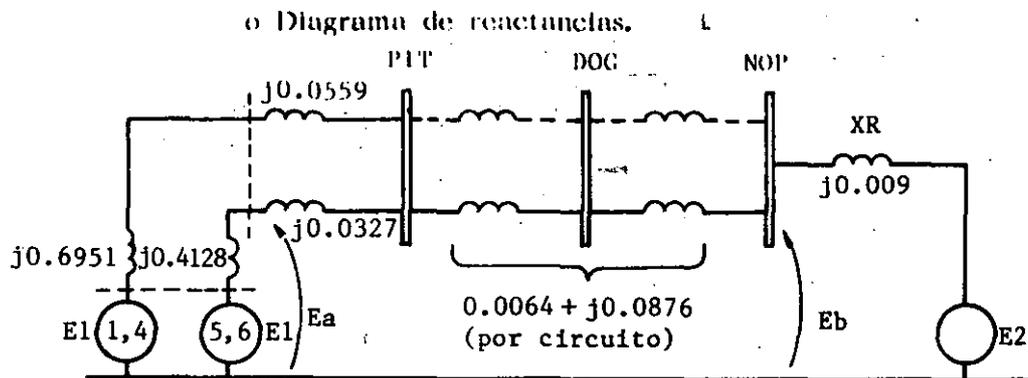
$$\tilde{V}_g = \tilde{V}_r + Z\tilde{I} \quad ; \tilde{V}_g \text{ se supone etc.}$$

UN CASO PARTICULAR (Elgerd)

$$R = 0$$

$$Q_r = 0 \quad ; \quad \text{f.p.} = 1$$

Ejemplo 1.- Determinar el LEEE de una de las líneas de 400 kV pitirera - Nopala.



$$X_G = 0.0943 \text{ pu}$$

$$S_B = 100 \text{ MVA}$$

$$X_L = 0.0951$$

$$E_a = 410/400 = 1.025 \text{ pu}$$

$$X_R = 0.009$$

$$E_b = 410/400 = 1.025 \text{ pu}$$

o Caídas por reactancias:

$$X_G I = j0.0943 I \quad (94.3 \text{ mm})$$

$$X_L I = j0.0951 I \quad (95.1 \text{ mm})$$

$$X_R I = j0.009 I \quad (9.0 \text{ mm})$$

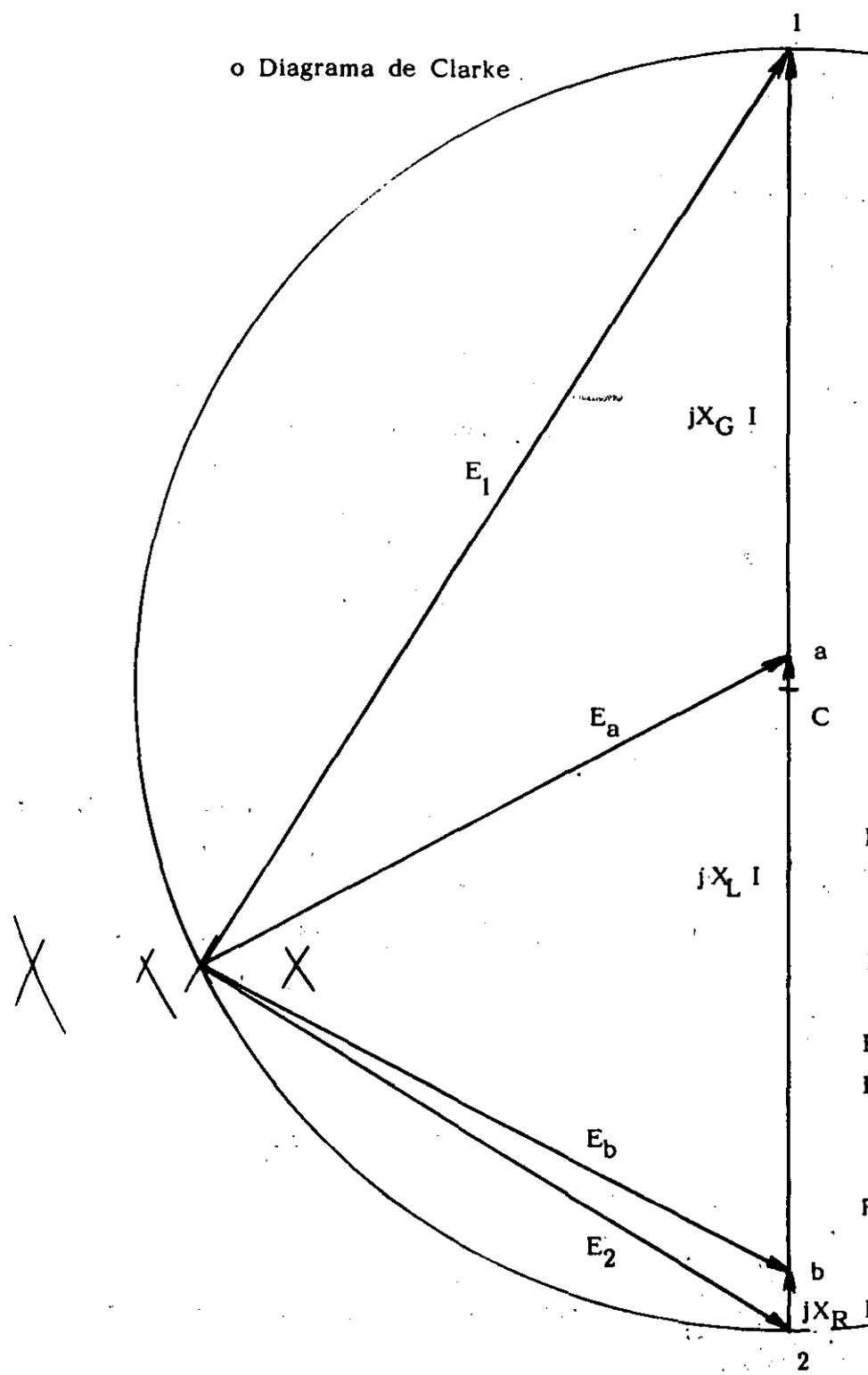
$$X I = 0.1984 I \quad (198.4 \text{ mm})$$

Escala seleccionada: $0.1984 I = 198.4 \text{ mm}$.

o Solución de 3 casos:

Caso	Condiciones	LEEE (Mw/línea)
1	6G's + 1 L	898
2	6G's + 2L's	706
3	2G's + 1 L	570

o Diagrama de Clarke



RESULTADOS:

$$E_a = E_b = 102 \text{ mm} = 1.025 \text{ pu}$$

$$1 \text{ mm} = 0.01005 \text{ pu de V}$$

$$E_1 = 167.5 \text{ mm} = 1.68 \text{ pu}$$

$$E_2 = 105.5 \text{ mm} = 1.06 \text{ pu}$$

$$P_{\max} = \frac{1.68 \times 1.06}{0.1984}$$

$$P_{\max} = 8.98 \text{ pu} = 898 \text{ Mw}$$

8. ESTABILIDAD DINAMICA

Dentro del análisis del comportamiento dinámico de los sistemas de potencia se ha estudiado la estabilidad transitoria por medio de la cual se puede determinar si un sistema pierde estabilidad en la primera oscilación, sin embargo el problema de estabilidad se puede presentar en oscilaciones posteriores generalmente cuando la perturbación provoca que alguno o algunos de los equipos de control capaces de producir pares de amortiguamiento negativo hagan que el sistema pierda estabilidad. Las consideraciones que se hacen en este estudio son diferentes al de estabilidad transitoria dado que el efecto de los controles es determinate y el tiempo de estudio es mayor. En forma simple se puede decir que la Estabilidad Dinámica estudia el comportamiento del sistema de potencia para periodos de tiempo superiores a la primera oscilación y se deben tomar en cuenta un modelado de cada componente que represente adecuadamente su operación en el periodo de tiempo de interés.

Estudio de Estabilidad Dinámica.

Cuando se analiza la estabilidad dinámica del sistema es conveniente suponer que los disturbios que causan los cambios desaparecen, por ejemplo: El movimiento del sistema es libre, en este caso la estabilidad se asegura si el sistema regresa a su estado inicial.

Si el modelado de SEP se hace por medio de ecuaciones lineales o estas se linealizan, se pueden utilizarlas técnicas del análisis del sistema lineales. El método más común es representar cada componente por su función de transferencia y aplicar las técnicas conocidas en teoría del control clásico como Nyquist, Bode, Root Locus, etc. Actualmente para sistemas multivariabiles el modelo de variables de estado es el más utilizado y se representa en forma compacta:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

La respuesta libre del sistema se obtiene por el primer método de Lyapunov, el cual consiste en determinar los eigenvalores de la matriz "A". El criterio de estabilidad se establece por la representación de los eigenvalores en el plano asumiendo que el sistema pierde estabilidad cuando cualquier eigenvalor tiene parte real positiva. Si todas las partes reales de los eigenvalores son negativas, se dice que el sistema dinámico es estable o asintóticamente estable.

El método usado para linealizar el sistema de ecuaciones es suponer que la perturbación del sistema es pequeña y ocasiona cambios pequeños en las variables del sistema, tales como $\Delta\delta$, $\Delta\omega$, Δi_d , ΔP , etc.

Las ecuaciones para estas variables se encuentran por medio de la serie de Taylor alrededor del punto X_0 que es la condición de predisturbio y por simplicidad se desprecian los términos de orden mayor a 2 por considerar su efecto poco significativo. Suponiendo que el vector de estado "X" tiene un estado inicial X_0 , al ocurrir un disturbio el vector de estado cambiará ligeramente y queda:

$$X = X_0 + \Delta X$$

El modelo en variables de estado es:

$$\dot{X} = f(X, t)$$

Representando el pequeño cambio se tiene:

$$\dot{X} + \Delta \dot{X} = f(X_0 + \Delta X, t)$$

La expansión en serie de Taylor se expresa:

$$\dot{X}_0 + \Delta \dot{X}_0 = f(X_0, t) + \left. \frac{df}{dX_1} \right|_{X_0} \Delta X_1 + \left. \frac{df}{dX_2} \right|_{X_0} \Delta X_2 + \dots + \left. \frac{df}{dX_n} \right|_{X_0} \Delta X_n$$

Quedando como:

$$\Delta \dot{X} = A_{X_0} \Delta X + B_{X_0} \Delta U$$

La respuesta libre del sistema $\Delta \dot{X} = A \Delta X$ estará dada por los eigenvalores de la matriz A.

$$A = \left[\frac{df}{dX} \right]_{X_0}$$

INTERPRETACION MATEMATICA DE LOS
EIGENVALORES Y EIGENVECTORES

Suponiendo que un sistema se expresa por un conjunto de ecuaciones linealmente independientes de la forma:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}$$

En forma compacta:

$$A X = Y$$

El problema es encontrar un vector "X" (llamado Eigenvector, vector propio o columna modal) el cual será transformado por la matriz "A" en un vector "Y" cuyas coordenadas son proporcionales al vector "X" en el espacio vectorial. Esto es, encontrar el vector "X" que satisfaga.

$$Ax = \lambda x$$

λ es llamado eigenvalor, valor característico, número característico, valor propio. Es escalar o complejo que deberá ser calculado.

$$[A - \lambda I] X = 0$$

La matriz resultante de la reducción del parentesis se conoce como matriz característica y representa los coeficientes de un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas y homogéneas las cuales tienen una solución que no es trivial.

Los eigenvalores se determinan al obtener las raíces del polinomio resultante del determinante de la matriz característica.

$$\text{Det } [A - \lambda I] = 0$$

La interpretación se puede tomar como que cada punto del espacio n-dimensional se transforma a un nuevo espacio.

INTERPRETACION FISICA DE LOS EIGENVALORES

Para propósitos de estabilidad las interpretaciones son las siguientes:

Un eigenvalor está formado por 2 componentes, una parte real " α " y una parte imaginaria " β ".

La parte real representa la constante de amortiguamiento; y la parte imaginaria es la frecuencia natural del modo oscilación.

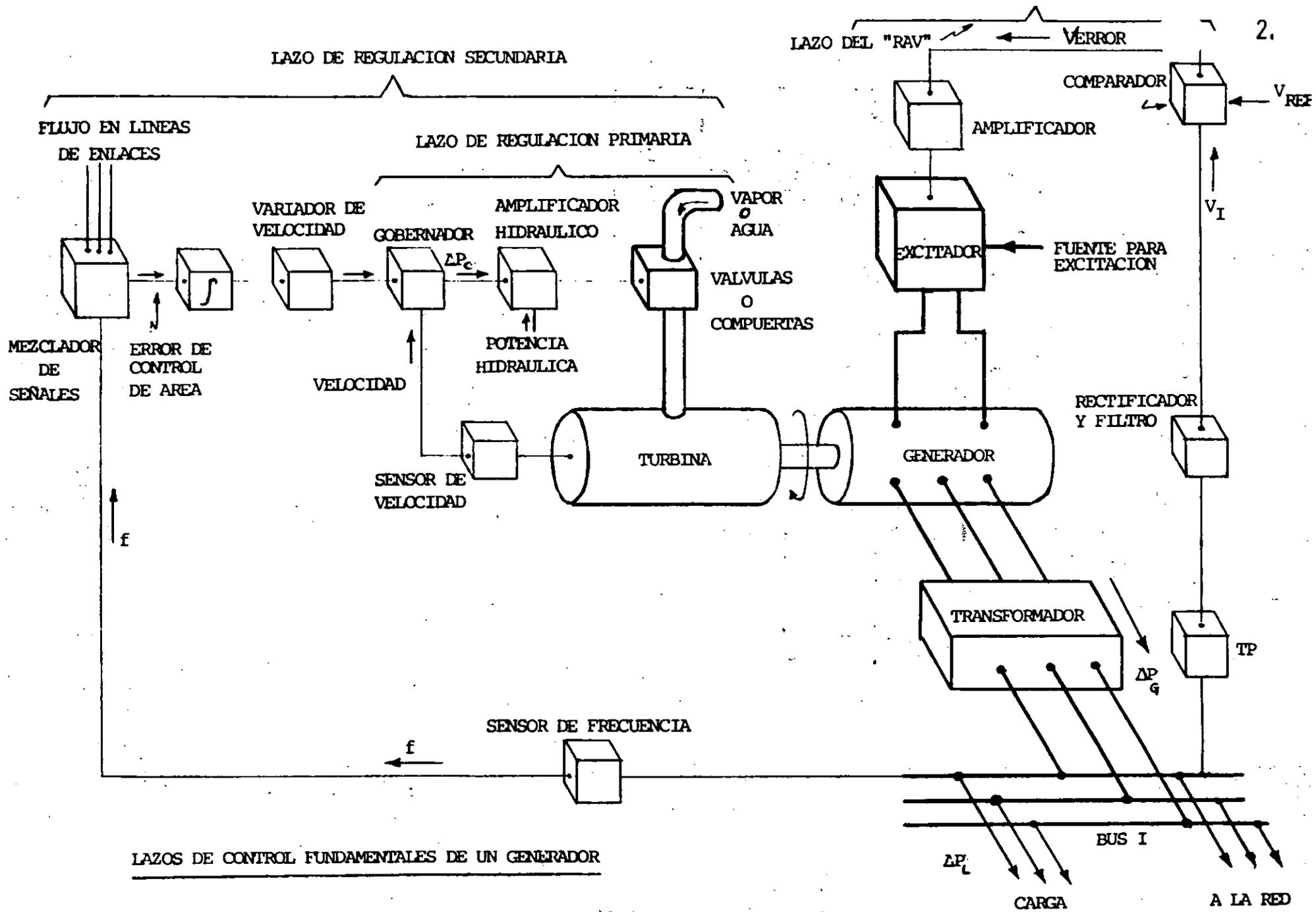
Se pueden analizar algunos puntos significativos en el plano complejo.

Podemos decir que el sistema es estable si los eigenvalores están en el lado izquierdo del plano complejo, e inestable si se encuentra en el lado derecho, en el caso en donde $\alpha=0$ las oscilaciones son constantes y mantenidas.

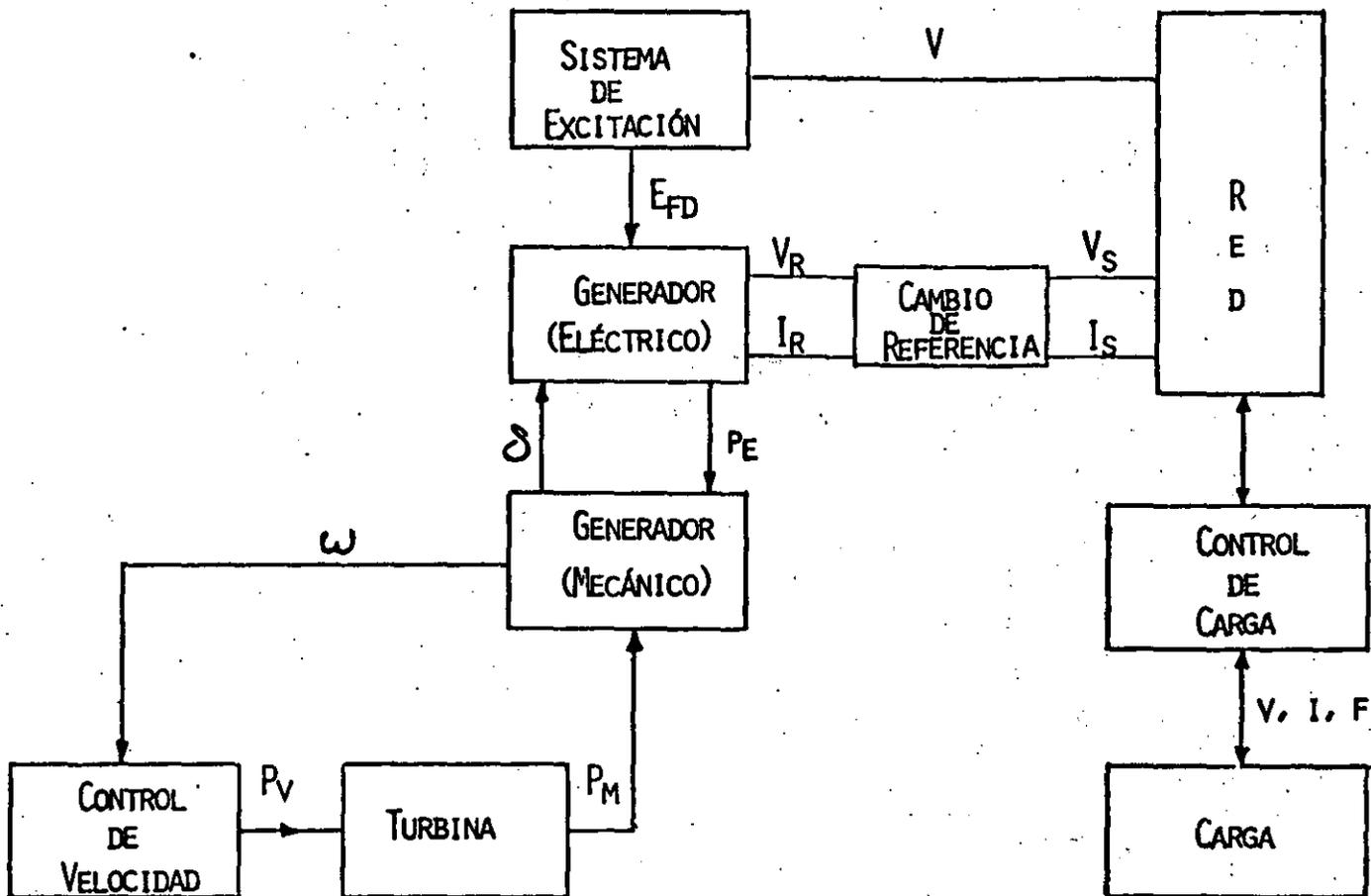
AREA DE INTERÉS

	DINÁMICA DEL GEN. ELECT. (ANÁLISIS DE ESTABILIDAD TRANSITORIA)	REGULACIÓN PRIMARIA Y C A G	DINÁMICA DE LA CALDERA Y CONTROLES
POCOS SEGUNDOS	X		
DE VARIOS SEGUNDOS A POCOS MINU- TOS.		X	
VARIOS MINUTOS			X

CLASIFICACION DE PROBLEMAS DINÁMICOS DE ACUERDO A LA -
DURACIÓN DE LOS EFECTOS PRINCIPALES.



LAZOS DE CONTROL FUNDAMENTALES DE UN GENERADOR

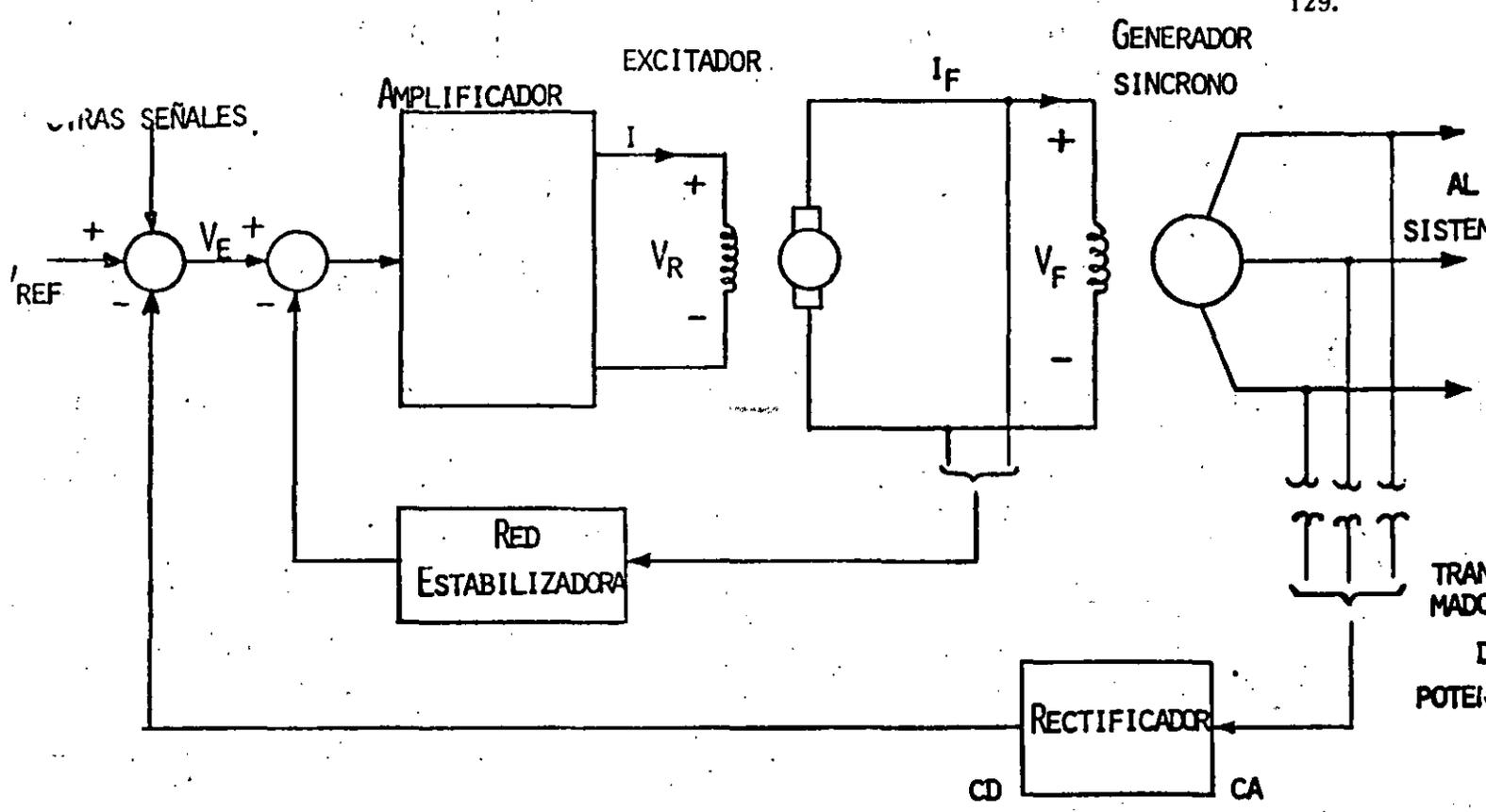


ELEMENTOS QUE INTERVIENEN EN UN ESTUDIO DE ESTABILIDAD DINÁMICA

MODELOS DE COMPONENTES:

LOS SUBSISTEMAS DE MAYOR INFLUENCIA EN EL PROBLEMA DINÁMICO SON:

- CONTROL DE VELOCIDAD.
- CONTROL DE POTENCIA MECÁNICA.
- CARGA.
- RELEVADORES.
- CONTROL DE VOLTAJE.



SISTEMA DE EXCITACION SIMPLIFICADO

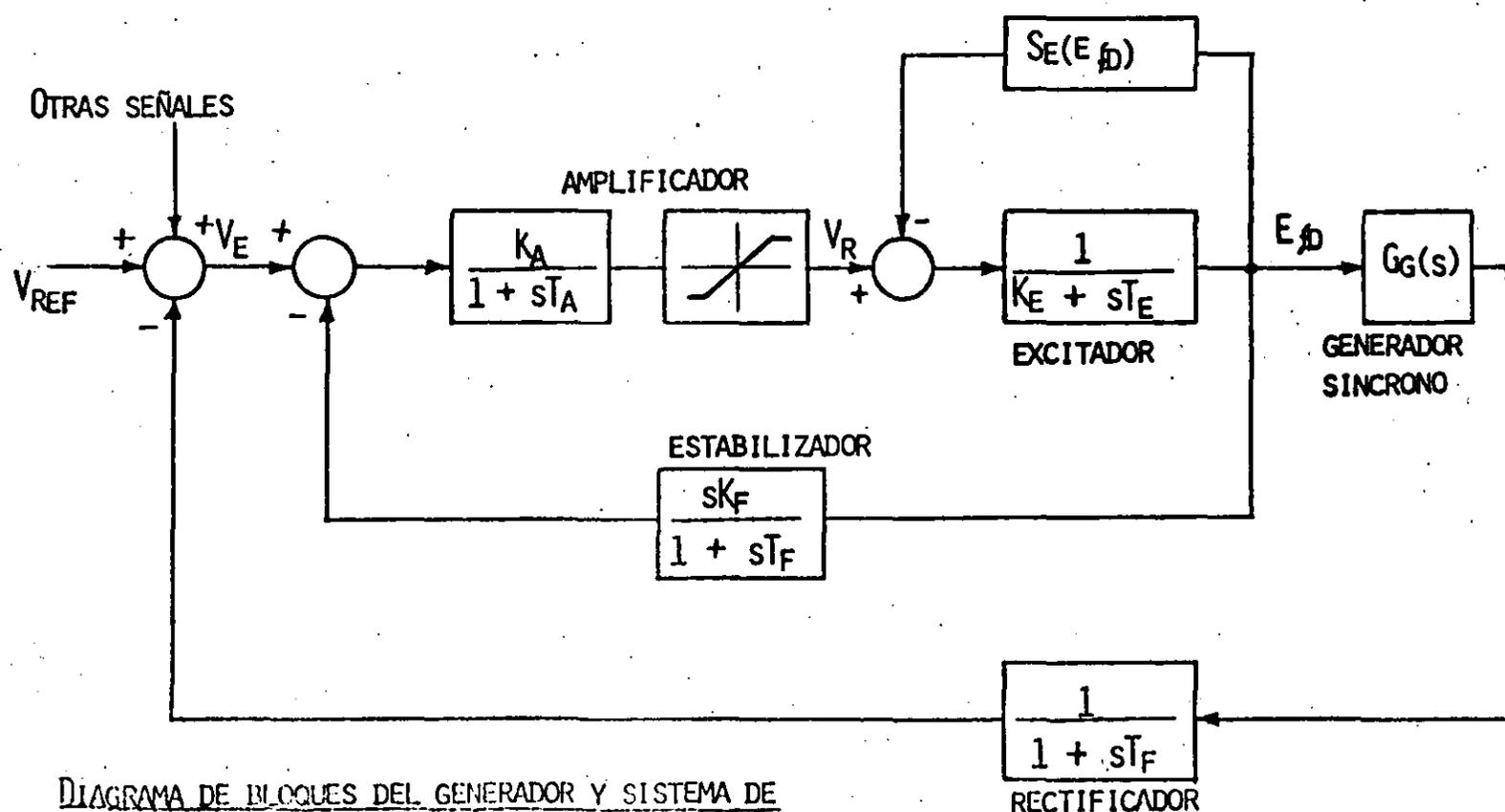
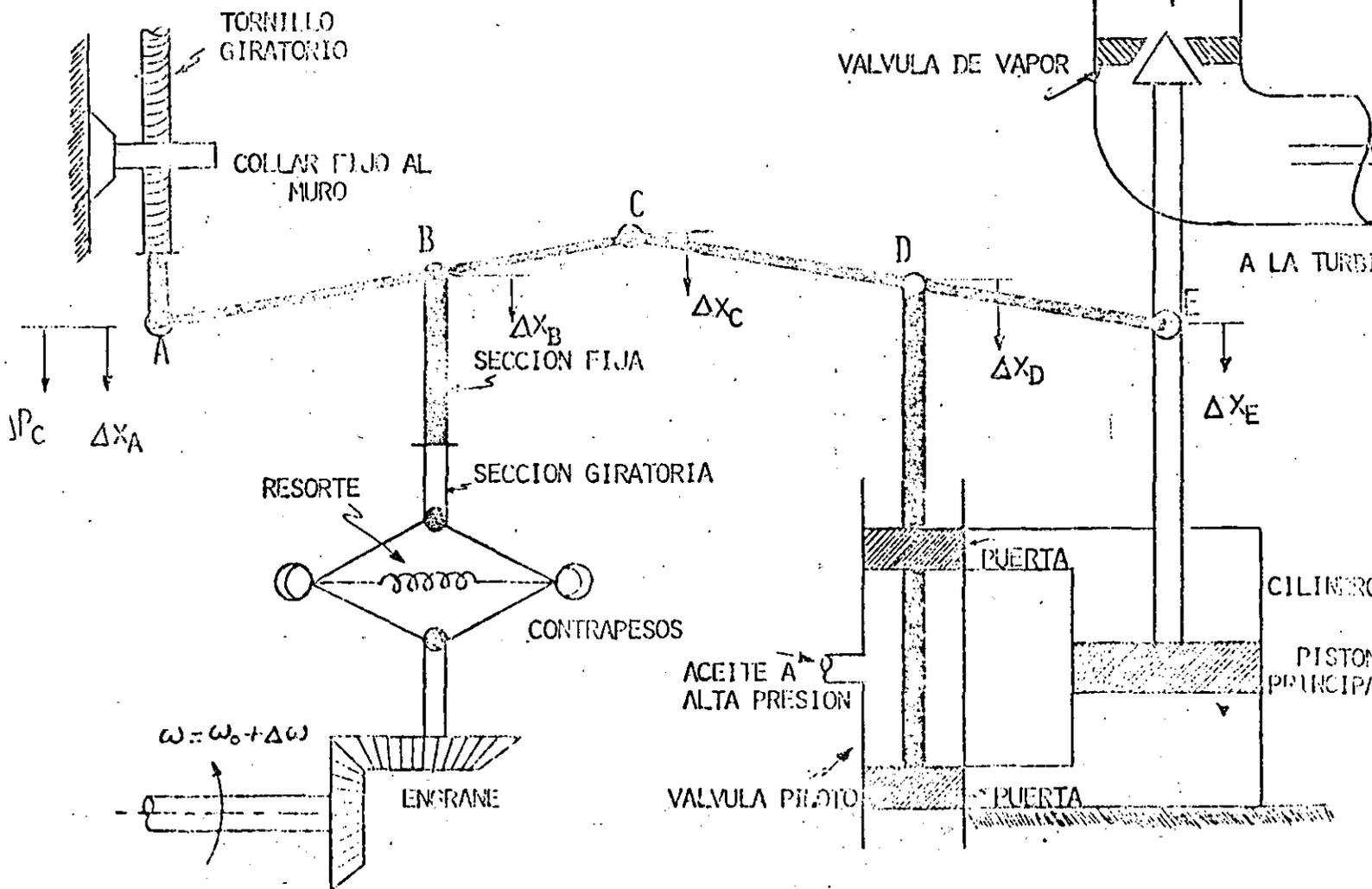
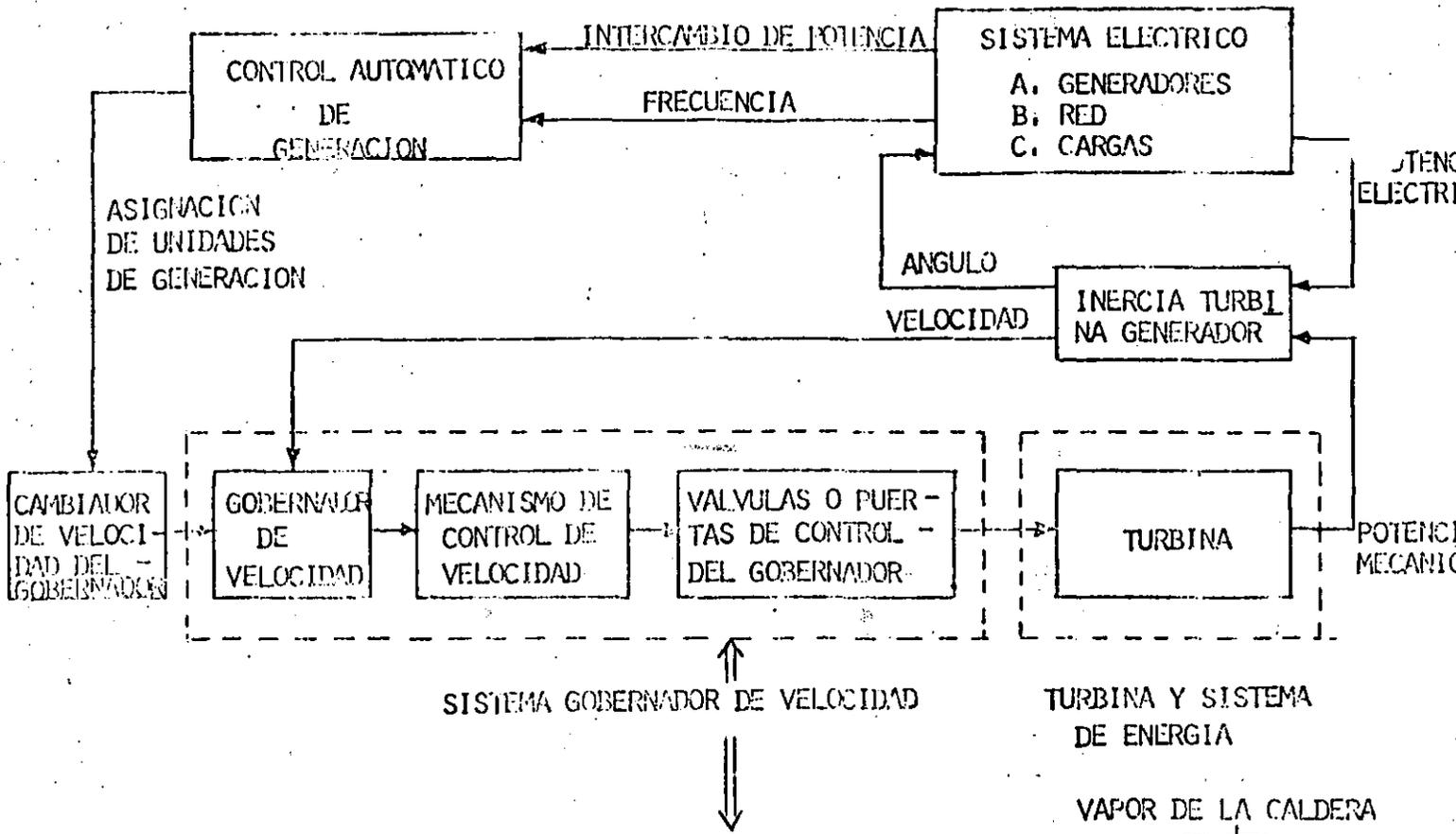
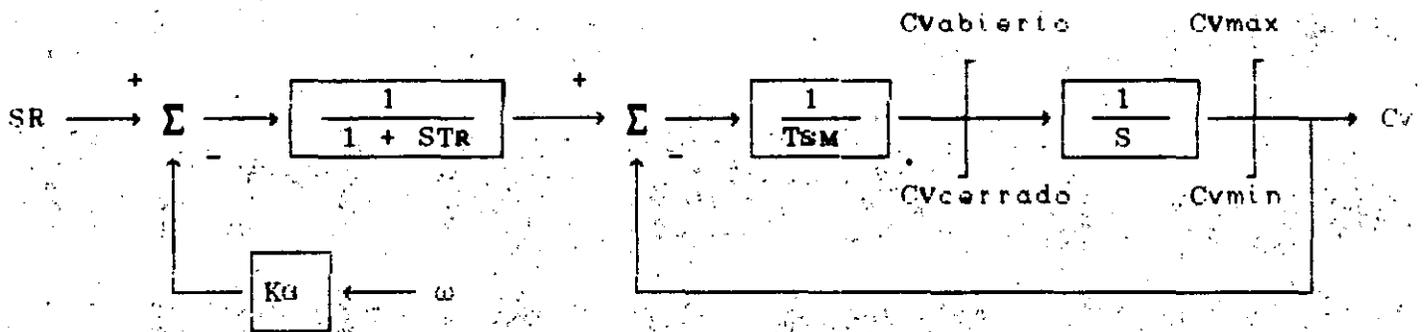
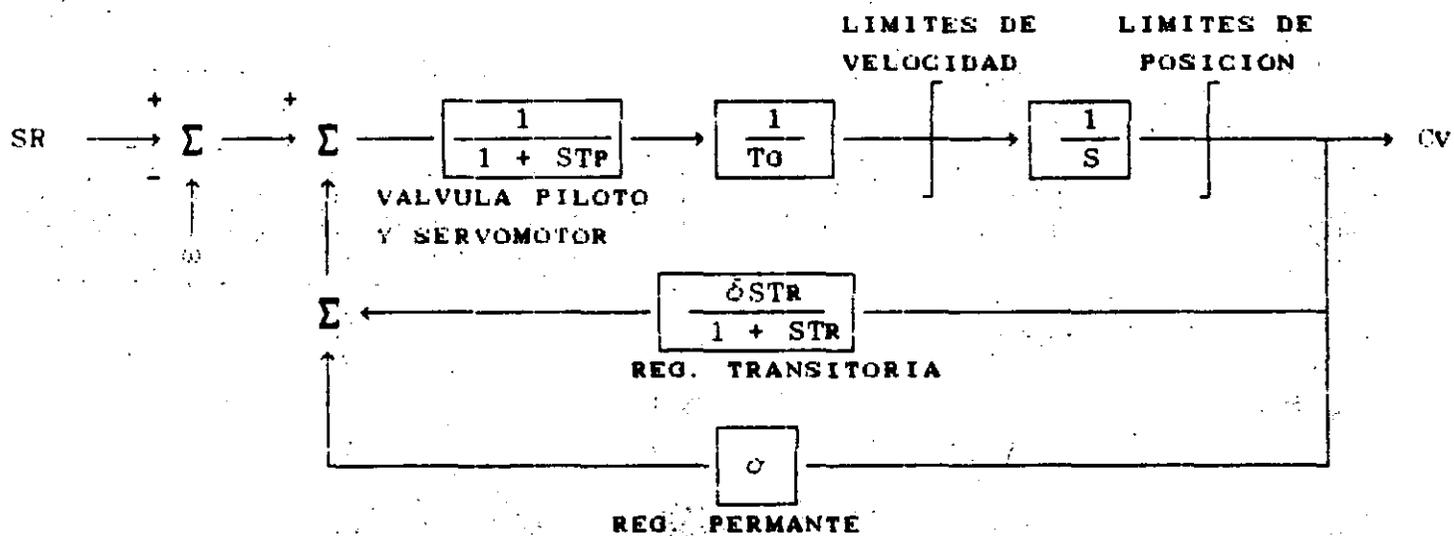


DIAGRAMA DE BLOQUES DEL GENERADOR Y SISTEMA DE EXCITACION



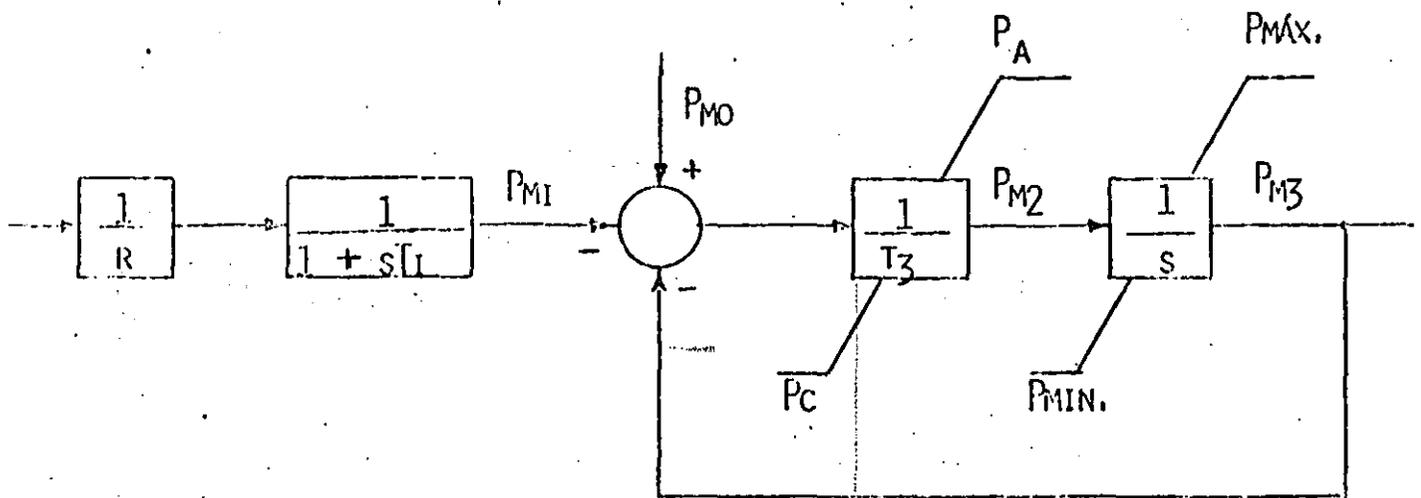


GOBERNADOR MECANICO - HIDRAULICO (TURBO)



GOBERNADOR MECANICO - HIDRAULICO (HIDRO)

DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SUBSISTEMA DE CONTROL DE VELOCIDAD DE UNIDADES TÉRMICAS.



R - CARACTERÍSTICAS DE REGULACION EN ESTADO ESTABLE.

T_1 - CONSTANTE DE TIEMPO DEL RELEVADOR DE VELOCIDAD.

T_3 - CONSTANTE DE TIEMPO DEL SERVOMOTOR.

P_A, P_c - VELOCIDAD MÁXIMA PARA LA APERTURA Y CIERRE DE VÁLVULAS.

$P_{M3}^máx., P_{M3}^mín.$ - POSICIÓN MÁXIMA Y MÍNIMA DE VÁLVULAS.

P_{M0} - POSICIÓN ACTUAL DE VÁLVULAS.

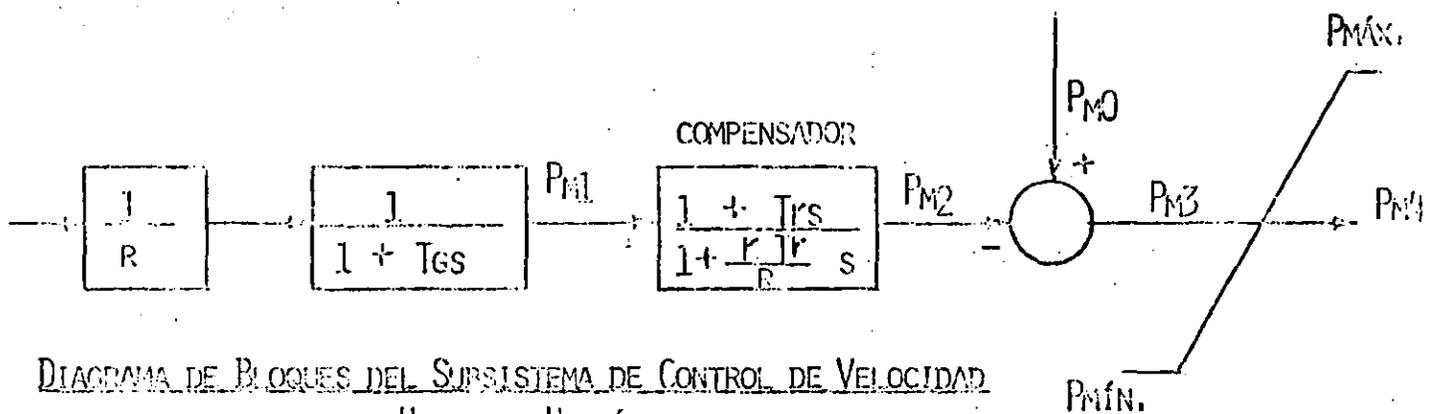


DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SUBSISTEMA DE CONTROL DE VELOCIDAD DE UNIDADES HIDRÁULICAS

T_{rs} - CONSTANTE DE TIEMPO DEL DASHPOT.

R - CARACTERÍSTICAS DE REGULACIÓN DE ESTADO ESTABLE.

T_G - TIEMPO PARA PRODUCCIÓN 1,0 P.U. DE APERTURA EN LA VÁLVULA COMO RESPUESTA A UN CAMBIO DE 1,0 P.U. DE VELOCIDAD.

r - CARACTERÍSTICAS DE REGULACIÓN TRANSITORIA.

P_{M0} - POSICIÓN ACTUAL DE VÁLVULA.

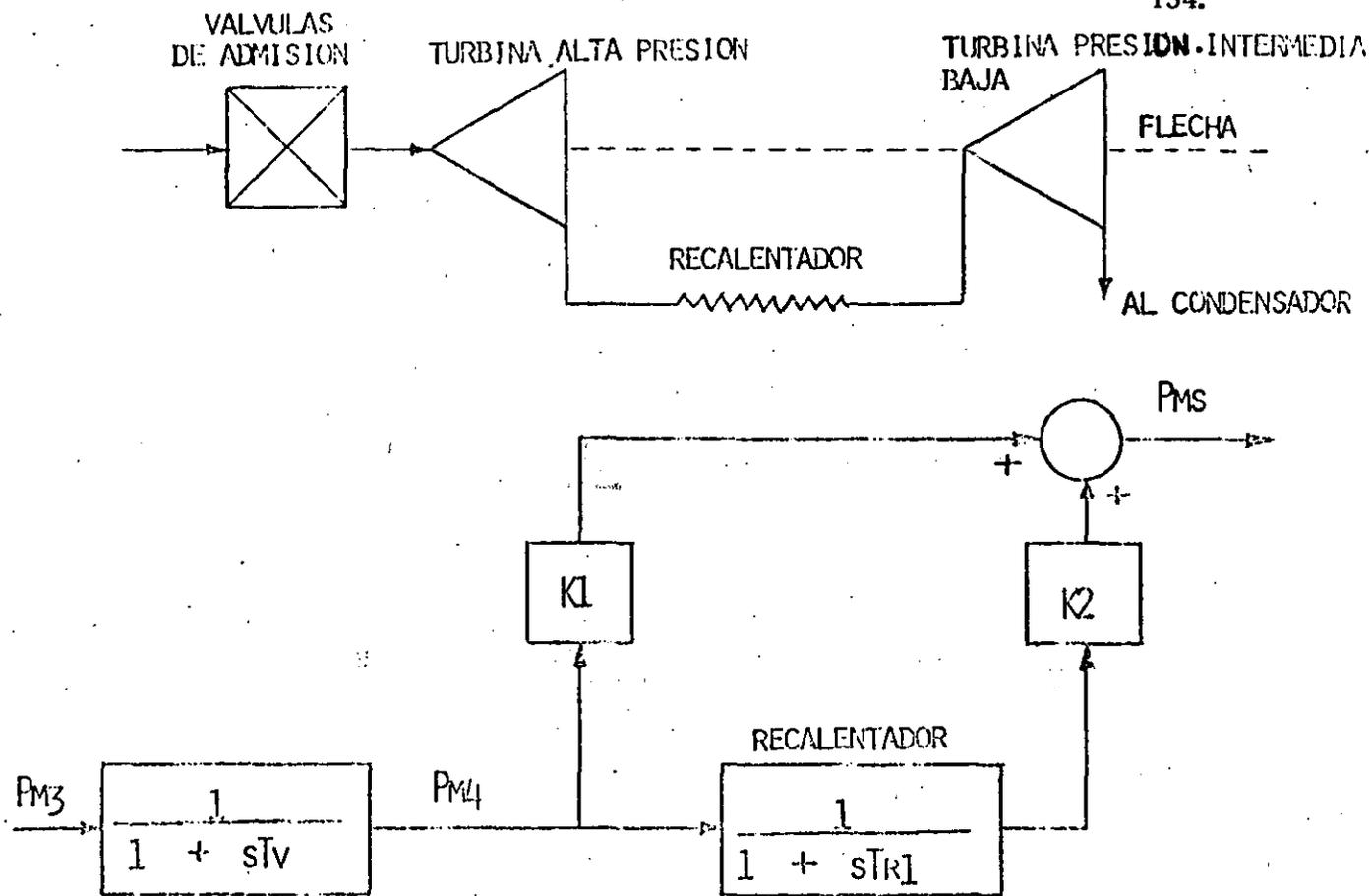


DIAGRAMA DE BLOQUES PARA TURBINAS DE VAPOR

T_V - CONSTANTE DE TIEMPO DEL VOLUMEN DE ENTRADA DE VAPOR.

T_{R1} - CONSTANTE DE TIEMPO DEL RECALENTADOR.

K_1, K_2 - FRACCIONES DE POTENCIA MECÁNICA.

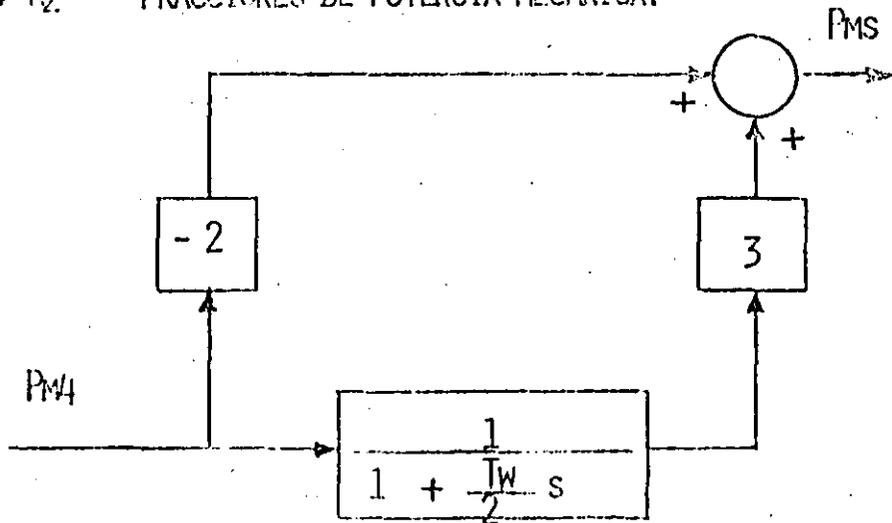


DIAGRAMA DE BLOQUES PARA TURBINAS HIDRÁULICAS

T_W - CONSTANTE DE TIEMPO DE LA INERCIA DEL AGUA.

MODELACIÓN DE LA CARGA

$$P = \left(\frac{F}{F_0} \right)^{f_p} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{v_p} P_0$$

$$Q = \left(\frac{F}{F_0} \right)^{f_q} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{v_q} Q_0$$

(P_0, Q_0) - VALORES BASE DE POTENCIA ACTIVA Y REACTIVA.

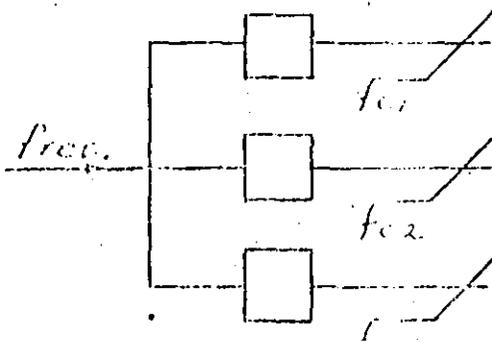
(P, Q) - VALORES DE POTENCIA ACTIVA Y REACTIVA AFECTADOS POR VOLTAJE Y FRECUENCIA.

(V_0, F_0) - VALORES BASE DE VOLTAJE Y FRECUENCIA.

(V, F) - VALORES EN EL TIEMPO DE VOLTAJE Y FRECUENCIA.

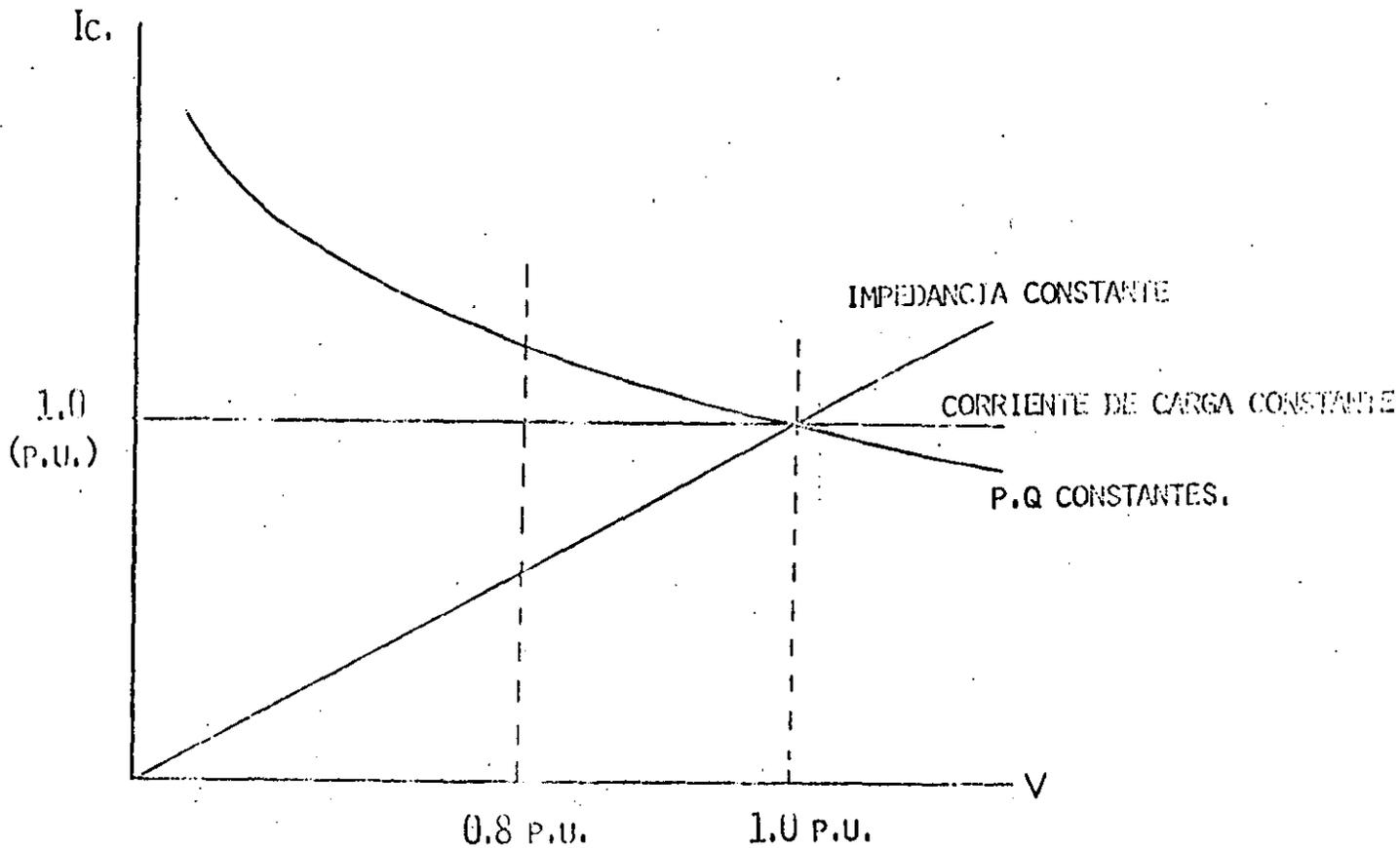
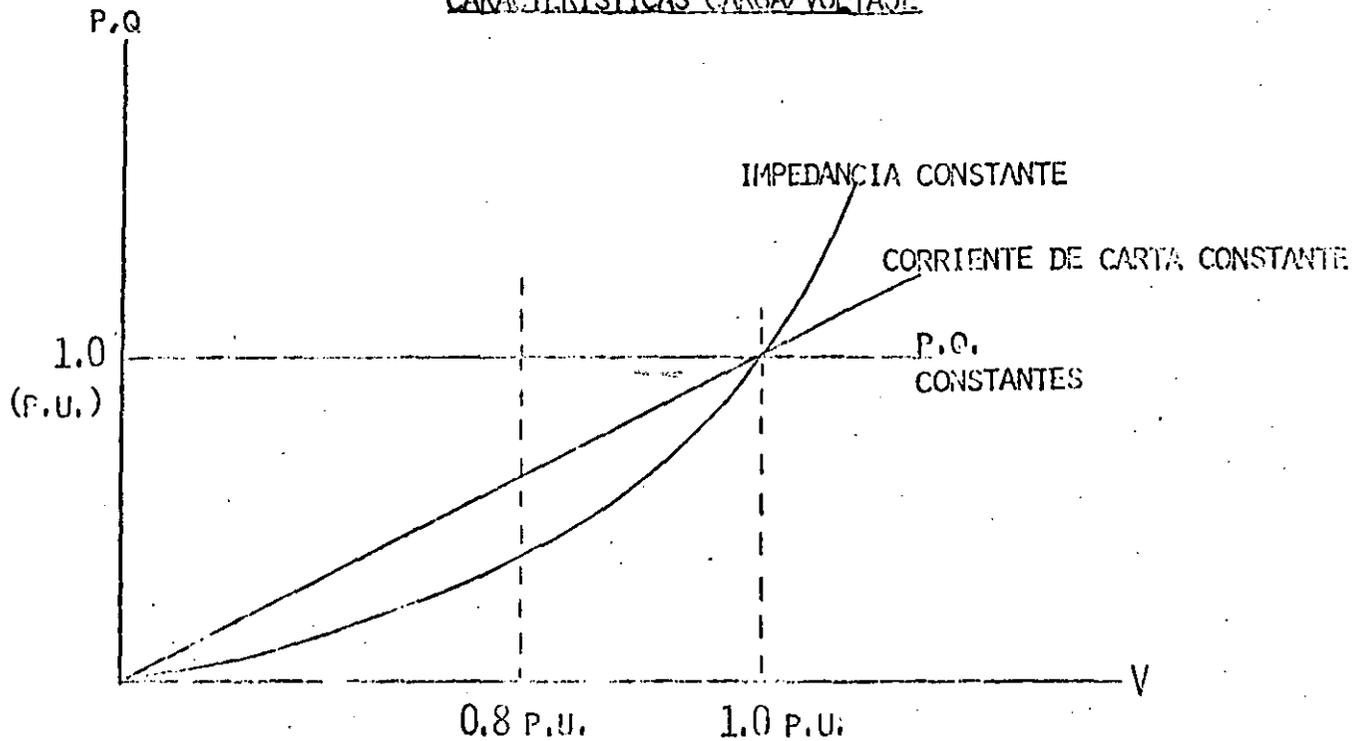
TIPOS DE CARGA

f_p	f_q	v_p	v_q	C A R G A
0	0	0	0	POTENCIA CONSTANTE
0	0	1	1	CORRIENTE CONSTANTE
0	0	2	2	IMPEDANCIA CONSTANTE
1	1	0	0	DEPENDENCIA LINEAL UNITARIA DE LA FRECUENCIA

DESCONEXIÓN DE AUTOMÁTICA DE CARGA

$$f_{c1} > f_{c2} > f_{c3}$$

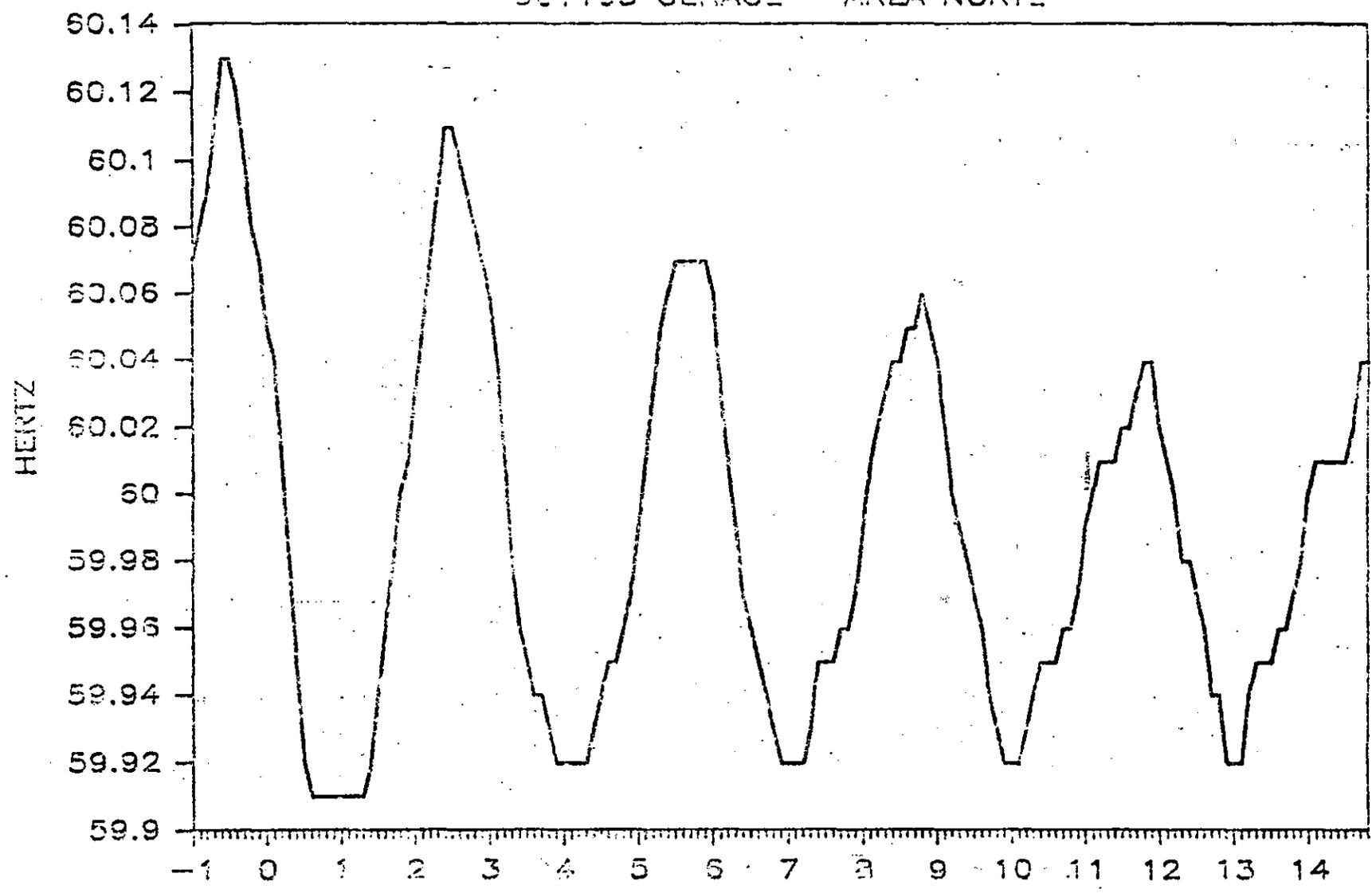
CARACTERÍSTICAS CARGA/VOLTAJE



CARACTERÍSTICAS CORRIENTE DE CARGA/VOLTAJE

FRECUENCIA GPL-230 POR DISP. PRD - T

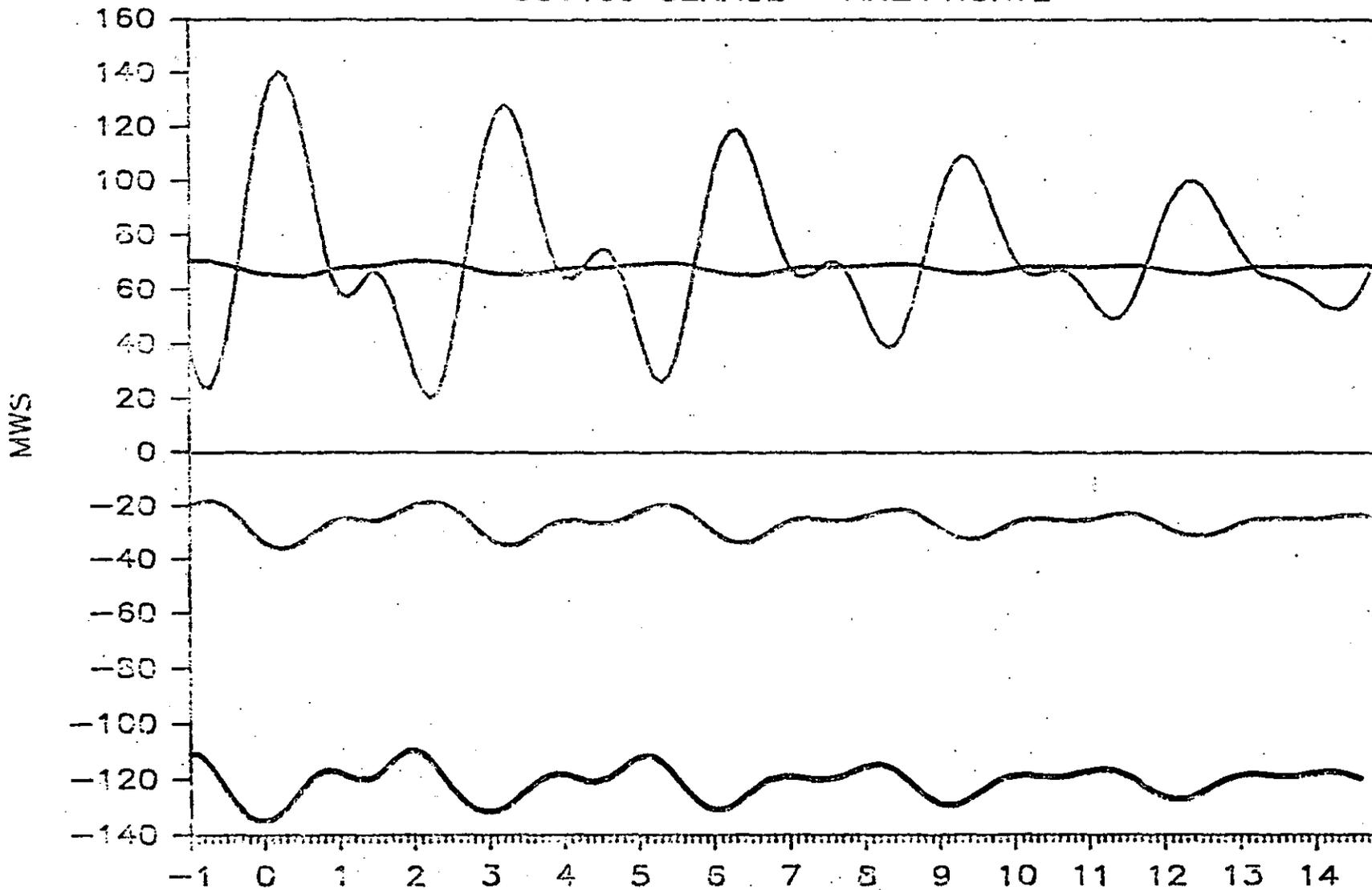
861105 CENACE - AREA NORTE



SEG.
93020

FLUJOS LINEAS GPL * DISP. PRD-TUL *

851105 CENACE - AREA NORTE



— 93020

— 93030

SEG. — 93040

— 92980
73010

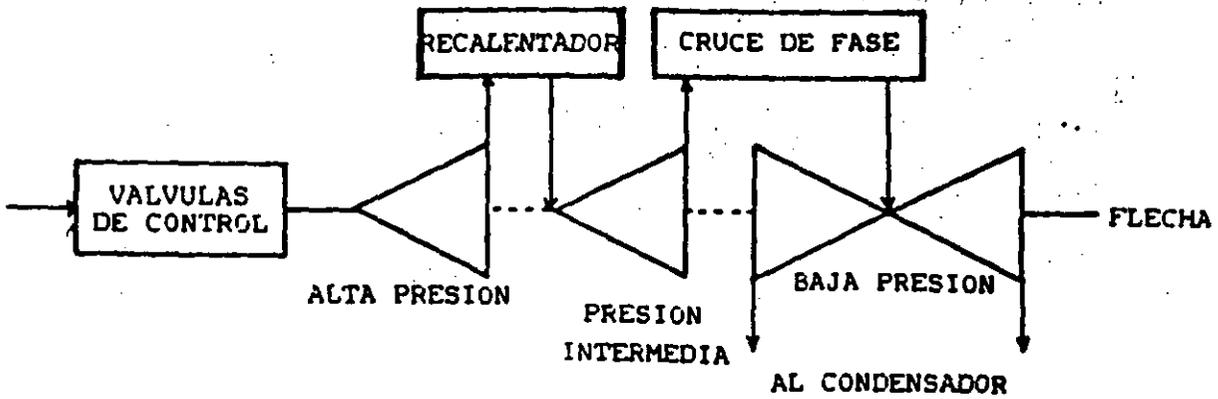


Figura 1. Diagrama esquemático de la turbina térmica con recalentamiento.

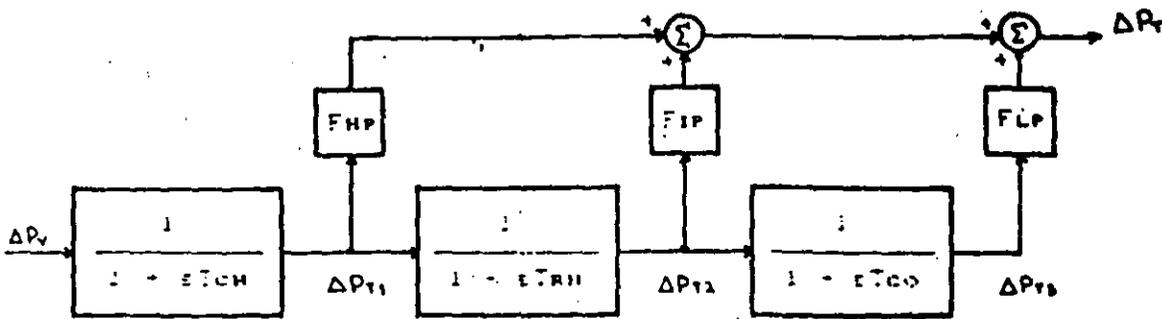


Figura 2. Modelo en bloques de la turbina térmica con recalentamiento.

$$\begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta F_{T3} \\ \Delta F_{T2} \\ \Delta F_{T1} \\ \Delta F_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \cdot T_p & F_{LP}/P \cdot T_p & F_{IP}/P \cdot T_p & F_{HP}/P \cdot T_p & 0 \\ 0 & -1 \cdot T_{Co} & 1 \cdot T_{Co} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \cdot T_{RH} & 1 \cdot T_{RH} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \cdot T_{CH} & 1 \cdot T_{CH} \\ -1 \cdot P_{TH} & 0 & 0 & 0 & -1 \cdot T_H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta F_{T3} \\ \Delta F_{T2} \\ \Delta F_{T1} \\ \Delta F_v \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -1/P \cdot T_p \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta P_L + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \cdot T_H \end{bmatrix} \Delta P_{REF}$$

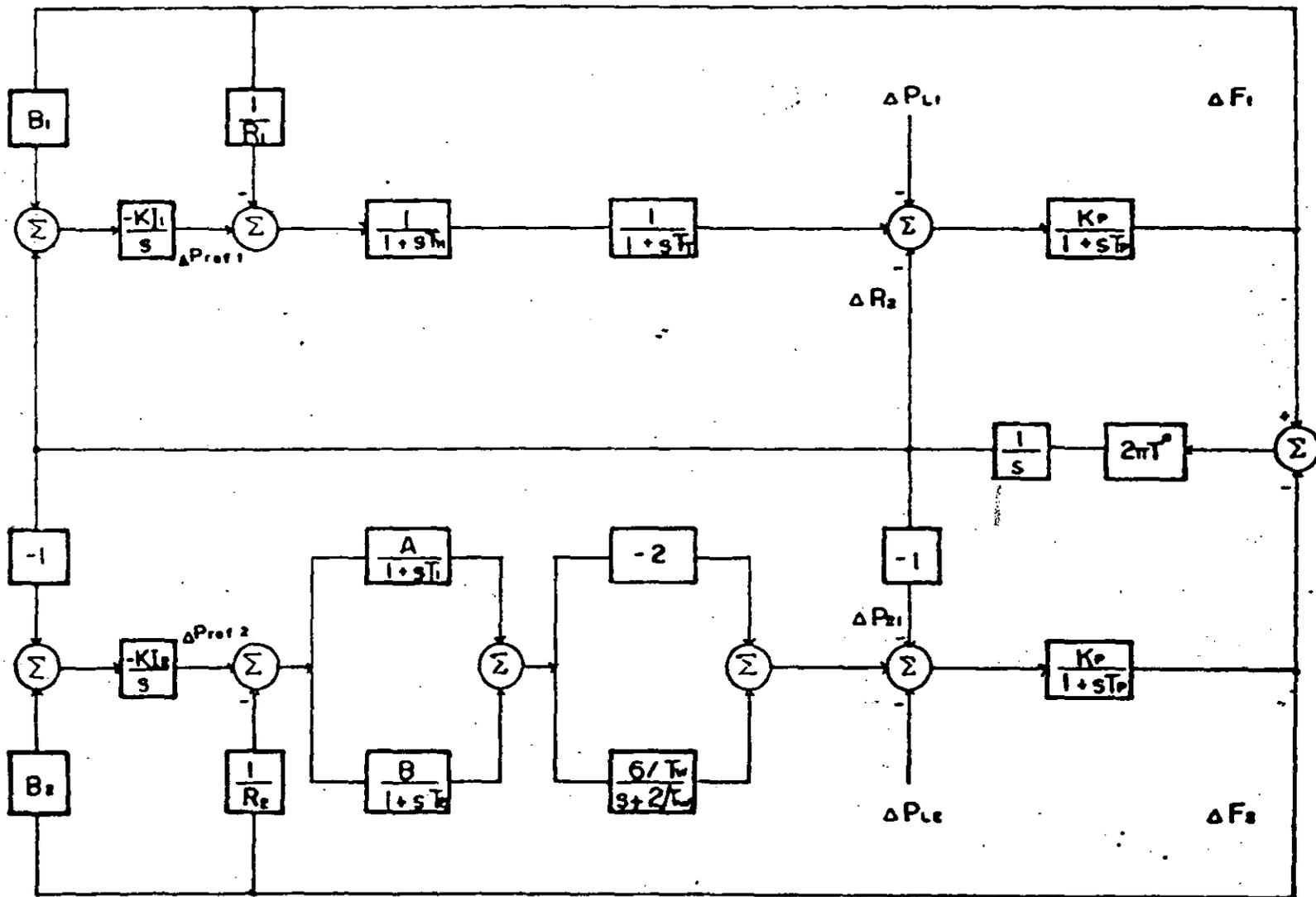


Figura 1 Regulación secundaria para dos áreas con control de interconexiones

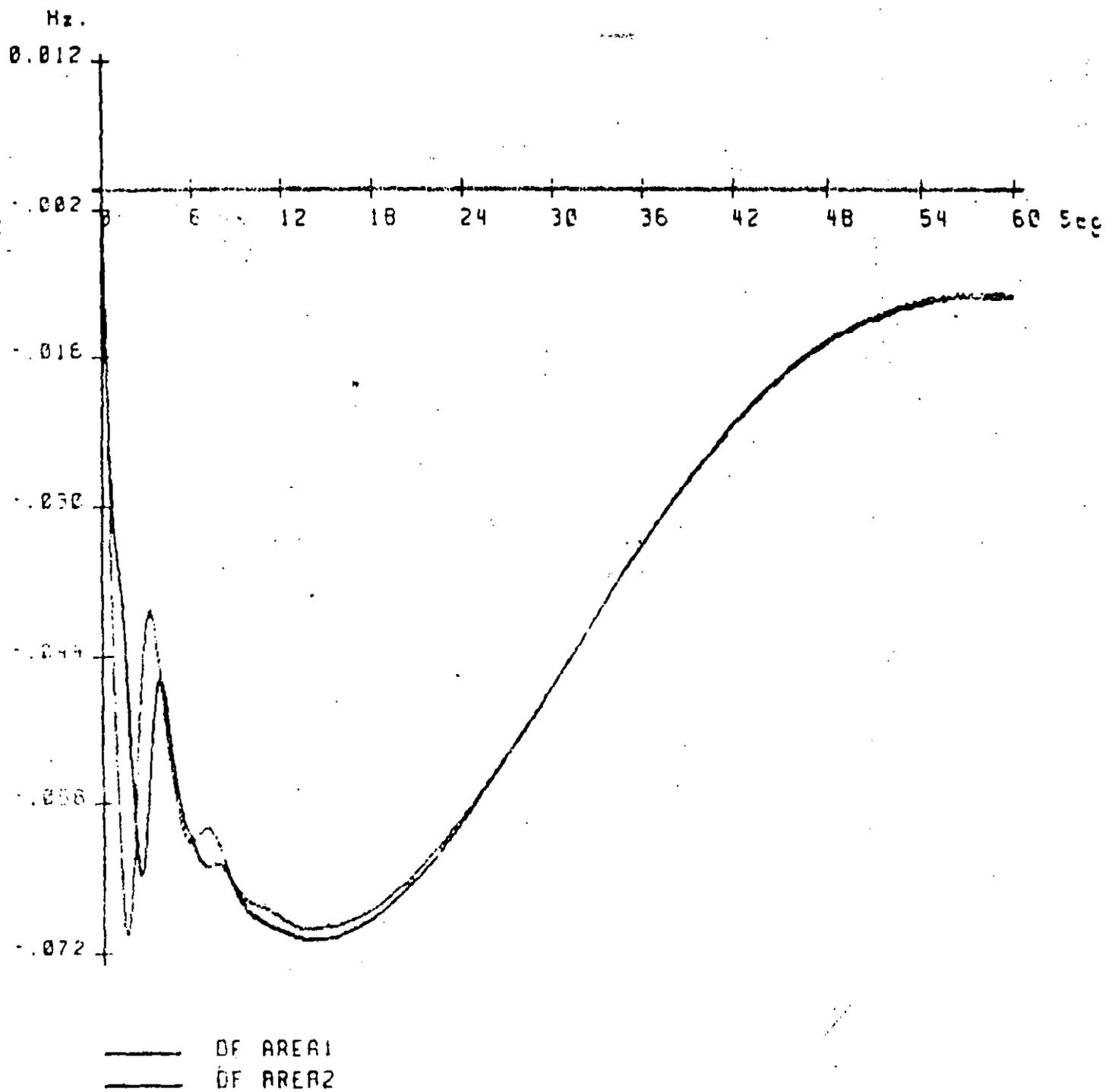
$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_P} & 0 & \frac{K_P}{T_P} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_P}{T_P} \\ 0 & \frac{1}{T_P} & 0 & \frac{K_P}{T_P} & 0 & -\frac{2K_P}{T_P} & -\frac{2K_P}{T_P} & 0 & 0 & \frac{K_P}{T_P} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_T} & 0 & \frac{1}{T_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{T_V} & 0 & \frac{B}{T_V} & \frac{B}{T_V} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_1 T_H} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_H} & 0 & 0 & \frac{1}{T_H} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{A}{R_2 T_1} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 & 0 & \frac{A}{T_1} & 0 \\ 0 & -\frac{B}{R_2 T_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{B}{T_2} & 0 \\ -K_{I1} B_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_{I1} \\ 0 & -K_{I2} B_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{I2} \\ 2\pi T^0 & -2\pi T^0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \Delta F_1 \\ \Delta F_2 \\ \Delta P_T \\ \Delta P_{T1} \\ \Delta P_V \\ \Delta P_{V1} \\ \Delta P_{V2} \\ \Delta P_{r1} \\ \Delta P_{r2} \\ \Delta P_{12} \end{bmatrix}$$

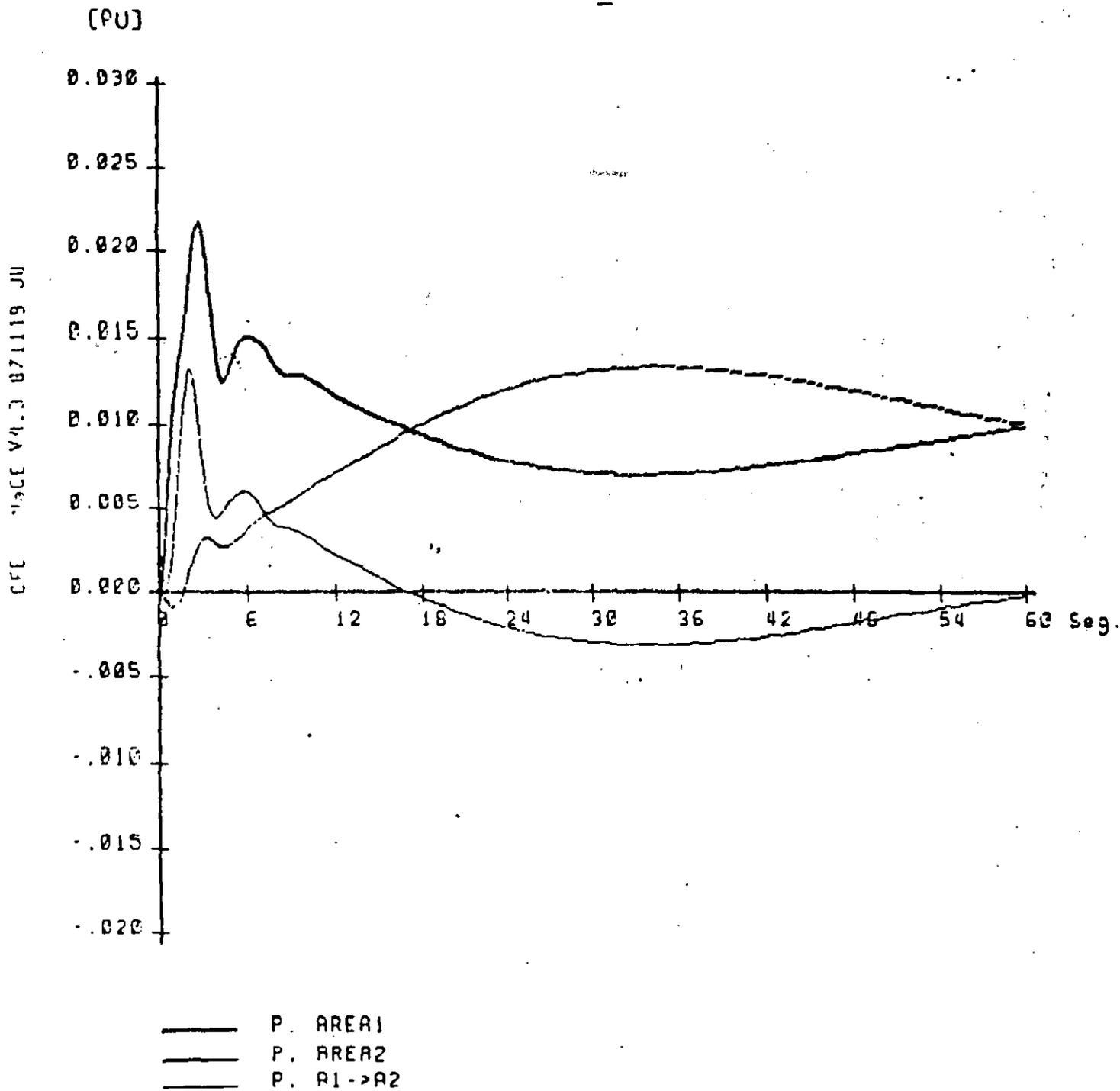
$$BU = \begin{bmatrix} -K_P/T_P \Delta P_{11} \\ -K_P/T_P \Delta P_{12} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3

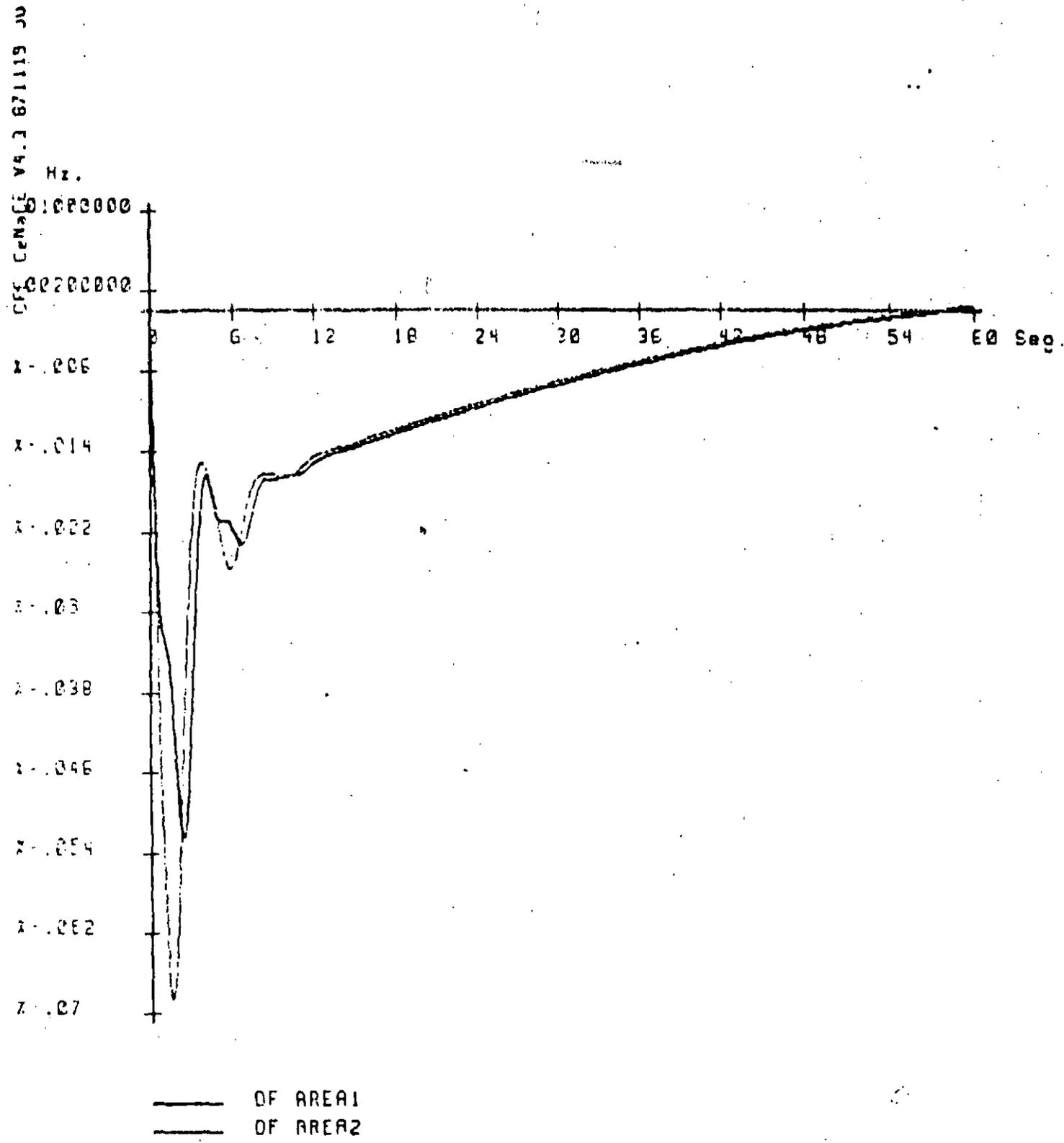
GRAFICAS DE VARIACION DE FRECUENCIA
(caso 2)



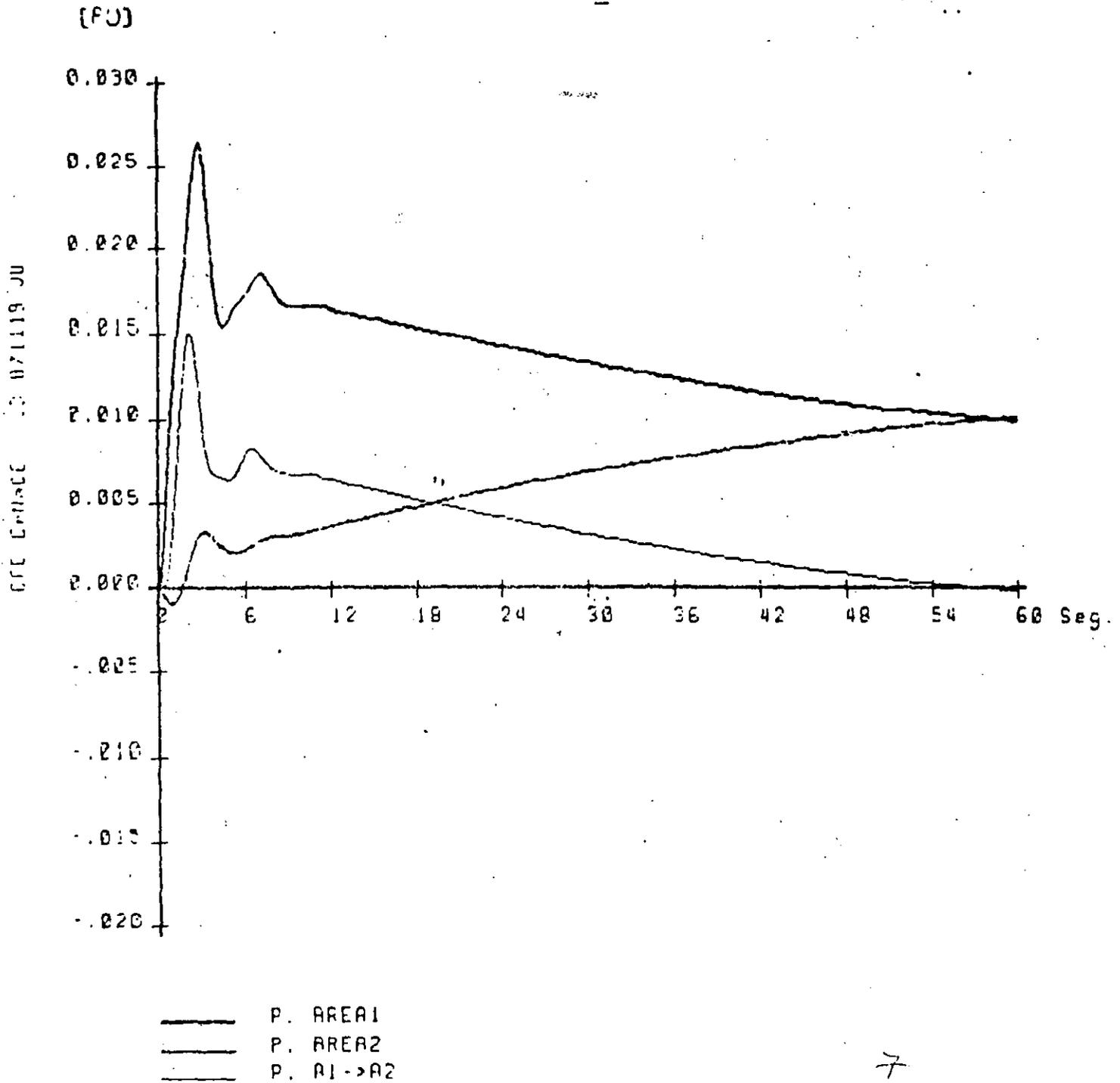
VARIACION DE POTENCIA MECANICA Y DE POTENCIA DE INTERCONEXION
(caso 2)



GRAFICAS DE VARIACION DE FRECUENCIA
(caso 5A)



VARIACION DE POTENCIA MECANICA Y POTENCIA DE INTERCONEXION
(caso 5A)



CONCLUSIONES

Los estudios de Estabilidad en los Sistemas Eléctricos de Potencia, independientemente de su tiempo de estudio (Estabilidad transitoria, dinámica o en estado estable) deberán de ser considerados tanto en la Planeación como en la Operación de los mismos.

En la fase de la Planeación, deberán analizarse las afectaciones provocadas por la variación de los parámetros de los que dependen la estabilidad, tal como:

- 1.- Longitud de líneas (reactancia entre nodo de envío y recepción).
- 2.- Robustez de nodos de envío y recepción.
- 3.- Esquema adecuado de protecciones (tiempo de apertura de interruptores).
- 4.- Elementos auxiliares (CEV's, inserción de capacitores serie, etc.).
- 5.- Etc..

En la fase de la Operación es importante tener presentes los conceptos de Estabilidad, para en su caso, tomar una acción inmediata y evitar así un problema mayor.

Dada la magnitud de los SEP's actuales y el desarrollo en las computadoras digitales, es deseable realizar los estudios de Estabilidad con la ayuda de un simulador digital, pues éstos son eficientes y altamente confiables.

C
E
TSUBDIRECCION
DE CONSTRUCCION

G. P. T. T.

8/10/3

1. Los parámetros de una máquina síncrona son determinantes en el comportamiento dinámico de los rotores en la 1ra. oscilación. Por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} H > \\ X' < \end{array} \right\} \text{Incrementan límites de estabilidad transitoria} \\ (\Delta\phi)$$

$$\left. \begin{array}{l} H < \\ X > \end{array} \right\} \text{Disminuyen límites de estabilidad transitoria} \\ (-\Delta\phi)$$

2. Recomendable la adición del sistema de excitación en estudios de estabilidad transitoria, aproximadamente 2 segundos. Se mejoran los límites de estabilidad transitoria.

3. El concepto áreas iguales se fundamenta en energía cinética.

$$\text{Si } \Delta E_{c_{ac}} \leq \Delta E_{c_{desac.}} \Rightarrow \text{Estable}$$

$$\Delta E_{c_{ac}} > \Delta E_{c_{desac.}} \Rightarrow \text{Inestable}$$

- La apertura angular se mide respecto al bus infinito.

4. Aunque se deben hacer algunas simplificaciones al método de áreas iguales puede ser aplicado a sistema de potencia reales.

5. En sistema multimáquina los ángulos de fase de los voltajes internos corresponden a la apertura angular de los rotores respecto a una referencia imaginaria sincrónica. En el análisis de resultados, lo importante es el desplazamiento respecto a otros rotores. En el estudio de flujos dentro de la corrida de estabilidad se pierde la referencia designada en el estado de prefalla.

C
F
ESUBDIRECCION
DE CONSTRUCCION

G. P. T. T.

871013

6. El problema de sincronismo puede presentarse en una máquina, un grupo de máquinas, o un colapso generalizado.

7. En un estudio de estabilidad dinámica que comprende de 2 a 60 segundos aproximadamente, es importante modelar los controles primarios de la máquina síncrona y de la turbina. Esto es, el subsistema de excitación, el subsistema de gobernación y los tipos de turbinas.

En este tipo de estudios se puede obtener información de oscilaciones en enlaces débiles; diferencias en los valores de frecuencia en distintos puntos de una red eléctrica, debidos a la estructura alargada de la red. Asimismo, puede ser útil para ajuste de controles primarios RAV, regulación primaria. *etc.*

REFERENCIAS

- (1) F. Aboytes - G. Arroyo
TOPICOS DE ESTABILIDAD
CFE. Cenace, 1985.
- (2) F. Aboytes - F. Sánchez - M. Flores
SIMULADOR INTERACTIVO DE
SISTEMAS DE POTENCIA (SISP)
CFE-Cenace-Did, 1986.
- (3) Gerardo López S.
TOPICOS DE ESTABILIDAD EN SISTEMAS DE POTENCIA
Tesis Profesional, ESIME-IPN, 1987.
- (4) G. Villa
NOTAS SOBRE ESTABILIDAD
Curso Sistemas de Potencia II. Educ. Continua, 1987.
- (5) O. I. Elgerd
ELECTRIC ENERGY SYSTEMS. An introduction.
McGraw Hill, 1971.
- (6) E. W. Kimbark
POWER SYSTEM STABILITY
John Wiley & Sons, 1948.
- (7) Stagg - El Abiad
COMPUTER METHODS IN POWER SYSTEM ANALISIS.
McGraw Hill, 1968.
- (8) Anderson and Fouad
POWER SYSTEM CONTROL AND STABILITY
Iowa State University Press, 1973.
- (9) Robin Padmore - Alain Germond
DEVELOP OF DINAMIC EQUIVALENTS FOR
TRANSIENT STABILITY STUDIES
Systems Control Inc., 1977.
- (10) Rubén Pérez R.
ANALISIS TRANSITORIO DE UN SEP
Proyecto Terminal, UAM, 1988.

Comportamiento del Voltaje en las Líneas de Transmisión Radiales

Felipe Martínez Cruz

José Luis Martínez Menchaca

Compañía de Luz y Fuerza del Centro, S. A.
Operación Sistema

RESUMEN

Se presenta un método directo para determinar el comportamiento del voltaje de recepción en una línea de transmisión radial. El método resulta sencillo y práctico, y sustituye al procedimiento iterativo o de tanteos, que tradicionalmente se utilizaba cuando la carga es modelada como una potencia constante.

Se incluyen algunas aplicaciones del método, como son: La explicación del fenómeno de colapso de voltaje, la obtención del límite de estabilidad y la descripción de la relación entre la capacidad de transmisión y la longitud de la línea.

INTRODUCCION

En las líneas de transmisión radiales, como la mostrada en la figura 1, el voltaje en el punto de recepción (R), es la variable clave para analizar el comportamiento de la línea en estado estable equilibrado. El resto de las variables, como el voltaje en el extremo de envío (G), los parámetros de la línea y las características de la carga, son generalmente conocidos, y así se consideran en este trabajo.

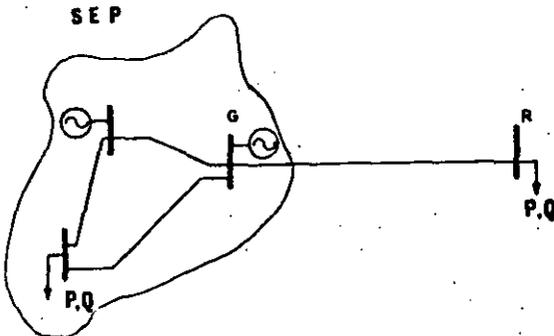


Figura 1.- Línea radial conectada a un bus robusto de un sistema eléctrico.

El voltaje de recepción, y la solución misma del problema, depende fundamentalmente del tipo de carga conectada y del modelo adoptado para representar la línea de

transmisión. Los párrafos siguientes se dedican a explicar el modelo de línea utilizado, los distintos modelos de cargas y su efecto en el comportamiento de la línea.

MODELADO DE LA LINEA

La línea de transmisión es modelada como una línea corta, esto es, despreciando el efecto capacitivo, como se muestra en la figura 2. Esta modelación simplifica notablemente el problema y aunque introduce un cierto error, éste influye hacia el lado conservador, es decir el comportamiento real de la línea, es ligeramente mejor que el obtenido a partir del método aquí expuesto.

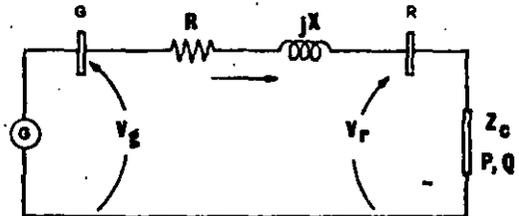


Figura 2.- Circuito equivalente de una línea radial.

MODELADO DE LA CARGA

Con el objeto de representar adecuadamente a las cargas en el análisis de un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP), se han establecido tres modelos básicos, los cuales, combinados en diferentes proporciones, pueden representar con buena aproximación el comportamiento real de la carga [1]. Estos modelos quedan englobados en la ecuación:

$$S = V^k \quad (1)$$

donde

S = Potencia activa o reactiva demandada por la carga [p.u.]

V = Voltaje en el punto de carga [p.u.]

RECONOCIMIENTO

Los autores desean expresar su agradecimiento al Ing. Adolfo García García, Jefe de Operación Sistema de la CLFC, por el apoyo brindado en la realización de este trabajo.

- k = Exponente que determina el tipo de modelo
- = 0 (modelo de potencia constante)
- = 1 (modelo de corriente constante)
- = 2 (modelo de impedancia constante)

El modelo de potencia constante se aproxima al comportamiento real de cargas rotativas, tales como motores de inducción y motores síncronos. Por otro lado, el modelo de impedancia constante se puede asociar a cargas estáticas, como por ejemplo: hornos, calefacción, alumbrado, etc. Las figuras 3 y 4 muestran de una manera más objetiva los modelos mencionados.

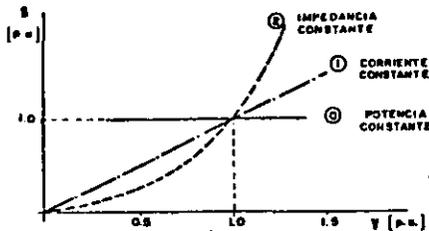


Figura 3.- Relación entre la carga y el voltaje para los modelos básicos.

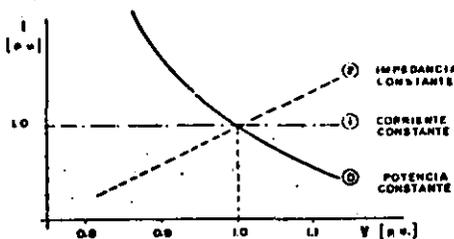


Figura 4.- Relación entre la corriente de la carga y el voltaje para los modelos básicos.

EFFECTO DEL TIPO DE CARGA EN LA SOLUCION

En una línea radial cuya carga puede suponerse una impedancia constante, el voltaje de recepción se obtiene con facilidad a partir de la ecuación:

$$\tilde{V}_r = \tilde{I} \tilde{Z}_c = \frac{\tilde{Z}_c}{\tilde{Z} + \tilde{Z}_c} \tilde{V}_g \text{ [volts]} \quad (2)$$

donde $\tilde{Z} = R + jX$ es la impedancia de la línea, \tilde{Z}_c la impedancia de la carga, y las demás variables, las asociadas al circuito de la figura 2.

Si la carga se considera modelada como una potencia constante, el problema ya no resulta tan sencillo, ya que la corriente demandada por la carga es función del voltaje de recepción, el cual a su vez depende de la caída de tensión en la línea, y ésta, de la corriente demandada. La determinación de las dos incógnitas (V_r e I) se realiza tradicionalmente utilizando el procedimiento iterativo mostrado en la figura 5. Los autores de este trabajo consideran que con el método aquí expuesto, el procedimiento iterativo no volverá a usarse (a menos que se quiera usar un modelo de la línea más completo).

MODELO DE CARGA ADOPTADO.

Una carga con impedancia constante contribuye a aliviar el problema de bajo voltaje demandando menor corriente, mientras que la carga con potencia constante es la más severa, ya que acentúa las caídas de tensión. Finalmente, un modelo de corriente constante tiene efectos intermedios, ya que es equivalente a 50% de carga con potencia constante y 50% de carga de impedancia constante.

Por tal motivo el problema del comportamiento del voltaje en líneas radiales se aborda utilizando el modelo más crítico, el de potencia constante.

INTENTOS DE RESOLVER EL PROBLEMA

Algunos autores han realizado esfuerzos para resolver el problema planteado, destacándose el método expuesto en las referencias [2] y [3], y que puede resumirse en la ecuación siguiente:

$$|V_r| = |V_g| - (R I \cos \theta + XI \sin \theta) \quad (3)$$

donde (θ) es el ángulo definido por el factor de potencia de la carga. En la ecuación (3) se considera que la corriente es conocida e independiente del voltaje de recepción V_r . Esto es equivalente a suponer un modelo de carga de corriente constante.

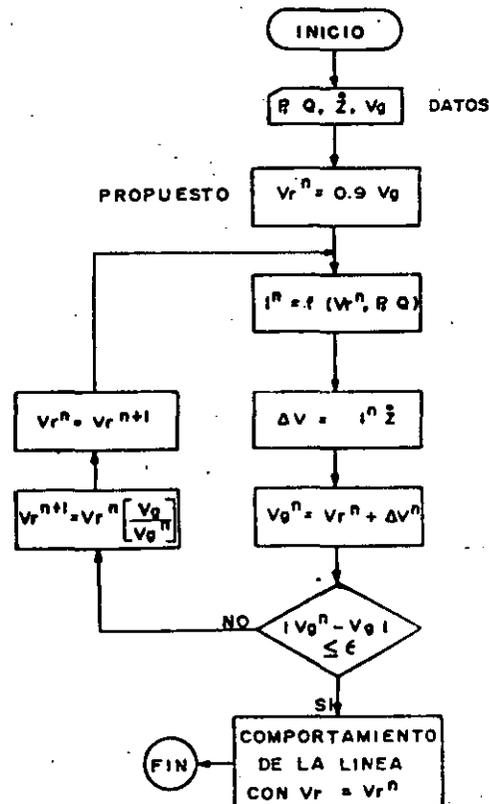


Figura 5.- Procedimiento iterativo para calcular el voltaje de recepción.

Es conveniente destacar que este método se basa también en el modelo de línea corta y supone que el ángulo (δ) entre los fasores V_r y V_g es pequeño, es decir - - -
 $(XI \cos \theta - RI \sin \theta) \approx 0$.

METODO DIRECTO DE SOLUCION

Considérese la línea radial modelada de acuerdo con el circuito de la figura 2, donde:

$\tilde{Z} = Z \angle \theta$ = Impedancia total de la línea.

$\tilde{V}_g = V_g \angle \delta$ = Fasor asociado al voltaje de envío.

$\tilde{V}_r = V_r \angle 0^\circ$ = Fasor asociado al voltaje de recepción.

$\tilde{I} = I \angle \phi$ = Fasor asociado a la corriente demandada por la carga y que circula a través de la línea.

$S = P + jQ$ = Potencia compleja (por fase) de la carga conectada a la línea.

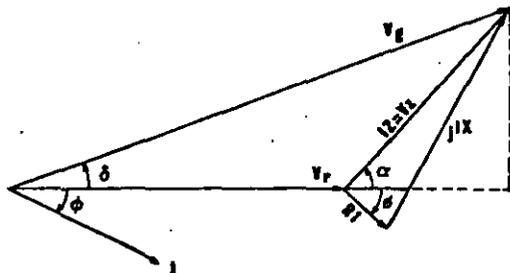


Figura 6.- Diagrama fasorial correspondiente al circuito monofásico de la línea de transmisión.

Del diagrama fasorial de la figura 6:

$$V_g^2 = (V_r + V_z \cos \alpha)^2 + (V_z \sin \alpha)^2 \quad (4)$$

Como:

$$\tilde{Z} = R + jX_L = Z \angle \theta \quad (5)$$

se tiene que:

$$\tilde{V}_z = (I \angle -\theta) (Z \angle \theta) = Vz \angle \theta - \theta \quad (6)$$

de modo que:

$$\alpha = \theta - \theta$$

Generalizando para cualquier factor de potencia:

$$\alpha = \theta + \beta \quad (7)$$

También,

$$I = \frac{P}{V_r \cos \beta} \quad (8)$$

De lo cual:

$$V_z = IZ = \frac{PZ}{V_r \cos \beta} \quad (9)$$

Sustituyendo (9) en (4):

$$V_g^2 = \left(V_r + \frac{PZ}{V_r \cos \beta} \cos \alpha \right)^2 + \left(\frac{PZ}{V_r \cos \beta} \sin \alpha \right)^2 \quad (10)$$

Despejando V_r , se obtiene:

$$V_r = \sqrt{A + \sqrt{D}} \quad (11)$$

Donde:

$$A = \frac{V_g^2}{2} - B \cos \alpha \quad (12)$$

$$B = \frac{PZ}{\cos \beta} \quad (13)$$

$$D = A^2 - B^2 \quad (14)$$

La ecuación (11) es la que permite determinar de manera directa, el voltaje de recepción V_r .

Con el objeto de ilustrar el método, se presenta a continuación su aplicación a un caso real.

EJEMPLO 1.- La línea de 230 kV que une las Subestaciones de Puebla y Zapata, tiene los siguientes parámetros:

$$\tilde{Z} = 9.79 + j 63.32 = 64.07 \angle 81.2^\circ \text{ ohms}$$

$$l = 127.7 \text{ km}$$

Para el caso en que la Subestación Zapata quede radial de Puebla a través de la línea descrita, se desea saber el voltaje que se tendrá en el punto de recepción, si:

$$V_g = 241.5 \text{ kV}$$

$$P = 180 \text{ Mw (3}\phi\text{)}$$

$$\cos \phi = 0.90 \text{ (-)}$$

A partir de estos datos se tiene:

$$A = 2.1879 \times 10^{10}$$

$$B = 1.2814 \times 10^{10}$$

$$D = 3.1450 \times 10^{10}$$

$$V_r = 199 \text{ 031 volts.}$$

lo cual puede comprobarse, calculando secuencialmente \tilde{I} , \tilde{V}_z y \tilde{V}_g . Puede demostrarse también que la ecuación (11), funciona indistintamente con valores trifásicos, monofásicos o en por unidad, cuidando la homogeneidad de los valores.

**APLICACIONES FUNDAMENTALES
DEL METODO**

El resto del trabajo se dedica a explicar el comportamiento del voltaje y sus repercusiones, tomando como base el método directo de solución explicado en la sección anterior.

COMPORTAMIENTO DEL VOLTAJE

Repetiremos la ecuación (11), con el objeto de analizarla con un poco más de profundidad.

$$V_r = \sqrt{A + \sqrt{D}}$$

Debido a que toda raíz cuadrada tiene dos soluciones, el voltaje de recepción tiene también dos valores posibles.

$$V_{r_1} = +\sqrt{A + \sqrt{D}} \quad (15)$$

$$V_{r_2} = +\sqrt{A - \sqrt{D}} \quad (16)$$

donde las raíces negativas del radical externo no tienen sentido, ya que V_r es una magnitud.

Es interesante este resultado, ya que teóricamente es posible alimentar la carga con el valor bajo de voltaje (V_{r_2}), pero con una corriente demandada muy alta, de tal modo que su potencia se mantenga constante.

Para el caso de la línea del ejemplo 1, los valores posibles del voltaje de recepción son:

$$V_{R_1} = 199\,031 \text{ volts} \quad \text{y} \quad V_{R_2} = 64\,385 \text{ volts.}$$

Las ecuaciones (15) y (16) definen por lo tanto, el comportamiento del voltaje de recepción cuando se hace variar la carga conectada a la línea. La tabla 1 muestra dicho comportamiento para la línea del ejemplo 1, cuando la carga tiene un factor de potencia de 0.9 atrasado.

En la tabla 1, resultan de interés los casos siguientes

Caso (0) .- Si la línea está en vacío, el voltaje de recepción es igual al voltaje de envío.

Caso (9) .- Con 180 MVA de carga, se tiene el caso resuelto en el ejemplo 1.

Caso (14) .- Con 280 MW de carga, el problema ya no tiene solución.

LIMITE DE ESTABILIDAD EN ESTADO ESTABLE (LEEE)

Como pudo observarse del punto anterior, existe un cierto valor de carga con el cual el problema empieza a ser indeterminado. Desde el punto de vista matemático, esto se debe a que el discriminante (D), definido en la ecuación (14), se vuelve negativo y los valores V_{r_1} y V_{r_2} resultan números complejos. Desde el punto de vista eléctrico, ello se debe a que se ha rebasado el límite de estabilidad de la línea, es decir, la máxima potencia que puede enviarse a través de ella.

**TABLA I
COMPORTAMIENTO DEL VOLTAJE DE RECEPCION
EN LA LINEA DE 230 kV PUE - ZAP
(cos ϕ = 0.90)**

CASO N°	P (Mw)	V_{R_1} (kV)	V_{R_2} (kV)
0	0	241.50	0.00
1	20	238.05	5.98
2	40	234.39	12.15
3	60	230.49	18.53
4	80	226.31	25.17
5	100	221.81	32.10
6	120	216.94	39.38
7	140	211.60	47.10
8	160	205.69	55.38
9	180	199.03	64.39
10	200	191.32	74.42
11	220	181.97	86.07
12	240	169.56	100.77
13	260	144.45	128.14
14	280	-	-

Si se grafican los resultados de la tabla 1, se obtiene la curva (A) de la figura 7. En ella se observan los dos valores posibles de V_r para cada valor de potencia. De los datos de la tabla, se desprende que el LEEE de la línea que ha servido como ejemplo, está entre 260 y 280 Mw, pero éste puede obtenerse directamente de la manera siguiente:

El LEEE se presenta en el vértice de la parábola, punto donde las soluciones V_{r_1} y V_{r_2} son iguales. Esto se presenta cuando el discriminante (D) es igual a cero. Por lo tanto si se iguala la ecuación (14) a cero y se despeja P, se tiene:

$$P_{\text{máx}} = \frac{Vg^2 \cos \theta}{2Z(\cos \alpha + 1)} = \text{LEEE} \quad (17)$$

o bien, en términos de potencia aparente:

$$S_{\text{máx}} = \frac{Vg^2}{2Z(\cos \alpha + 1)} \quad (18)$$

El límite, para la línea que se ha venido manejando como ejemplo es entonces de 261.20 Mw con un factor de potencia de 0.9 atrasado.

Una expresión muy conocida [4] para calcular el LEEE de una línea radial es:

$$P_{\text{máx}} = \frac{Vg^2}{2X} \quad (19)$$

donde se considera que la línea tiene resistencia cero y la carga, un factor de potencia unitario. Puede demostrarse que esta última ecuación es solo un caso particular de las ecuaciones (17) y (18), descritas anteriormente.

Es muy importante enfatizar que en el caso de líneas radiales, el LEEE no puede definirse únicamente en términos de potencia activa como normalmente ocurre, sino que se hace necesario asociar el factor de potencia correspondiente. Esto se debe a que en este tipo de líneas, la variable crítica es el voltaje de recepción, y éste se ve afectado no solo por el flujo de potencia

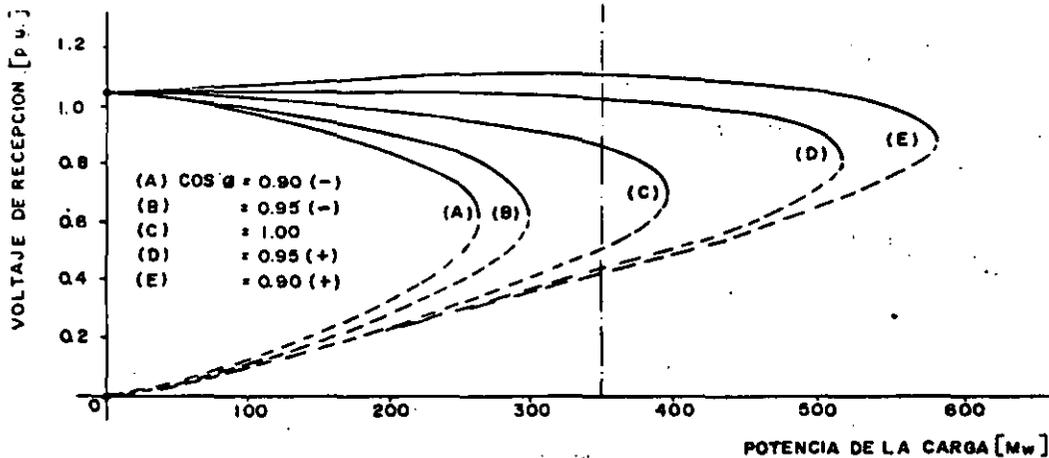


Figura 7.- Comportamiento (en estado estable) del voltaje en una línea radial (Caso típico: línea de 230 kV de 128 km).

activa, sino especialmente por el flujo de potencia reactiva, tal como se demuestra en la figura 8.

La tabla 2 muestra los límites de estabilidad para la línea Puebla - Zapata para diferentes factores de potencia de la carga, los cuales también pueden observarse en las curvas de la figura 7.

TABLA 2
LÍMITES DE ESTABILIDAD DE LA LÍNEA PUEBLA - ZAPATA PARA DIFERENTES FACTORES DE POTENCIA (V_G = 241.5 kV)

CASO	COS φ	LEEE Mw)
A	0.90 (-)	261.2
B	0.95 (-)	297.4
C	1.00	394.8
D	0.95 (+)	516.7
E	0.90 (+)	579.5

Es oportuno en este momento justificar la instalación de capacitores en derivación, o cualquier otro equipo con el mismo efecto, con el objeto de mejorar el factor de potencia al que opera la línea. Los beneficios

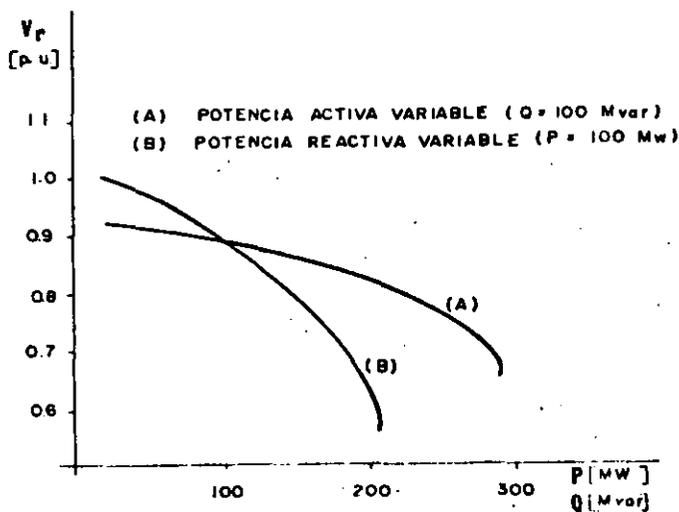


Figura 8.- Efecto de la transferencia de potencia reactiva a través de la línea.

asociados a la inyección local de potencia reactiva son importantes en la operación de un sistema eléctrico; entre ellos pueden mencionarse:

- Incremento del límite de estabilidad de la línea.
- Mejor regulación de voltaje.
- Reducción de las pérdidas de potencia activa y reactiva.

COLAPSO DE VOLTAJE

El colapso de voltaje es un fenómeno característico de las redes radiales y está íntimamente relacionado con la estabilidad de la carga. Puede ocurrir cuando el porcentaje de carga rotativa es alto.

Si se está operando la línea exactamente en su límite de estabilidad y llega a presentarse un aumento infinitesimal de carga, la estabilidad se pierde y el voltaje sufre el colapso, abatiéndose completamente como lo muestra la figura 9. Ello se debe a que el incremento de carga demanda mayor corriente, lo que a su vez produce una disminución en el voltaje, repitiéndose el ciclo hasta que el voltaje se hace cero en el punto de carga. Si se toma en cuenta que la carga rotativa se vuelve inestable (demandando mucho mayor potencia) cuando el voltaje se abate, entonces, podrá verse que el fenómeno se ve acentuado [5].

El colapso de voltaje no solo se presenta al conectar a la línea una carga rotativa superior a su límite de estabilidad, sino también debido a la disminución en el factor de potencia de la carga. Se recurrirá a la línea del ejemplo 1 para explicar esta posibilidad. Supóngase que se está operando a un factor de potencia unitario, con una carga de 280 Mw y con un voltaje de recepción de 0.93 pu. Si el banco de capacitores de la

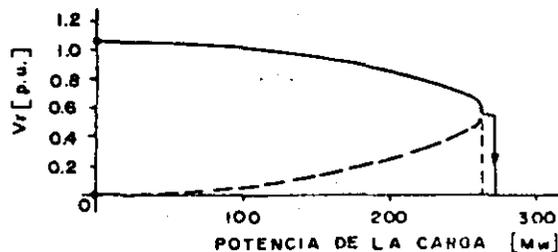


Figura 9.- Ocurrencia del colapso del voltaje por incremento de carga mas allá del límite de estabilidad.

Subestación receptora se desconectará y originará que el factor de potencia caiga a 0.90, ocurriría el colapso, ya que no habrá un punto de operación estable en la nueva curva de comportamiento.

CAPACIDAD DE TRANSMISION

En esta sección se enuncian las variables que determinan la capacidad de transmisión de potencia de una línea radial y se hace uso nuevamente del método directo de solución para describir cómo varía la capacidad de transmisión con la longitud de la línea de transmisión.

La capacidad de transmisión depende de tres límites, -- que son:

- Límite Térmico (Pt).
- Límite de Estabilidad (LEEE).
- Límite por Caída de Voltaje (Pv).

El límite térmico es función principalmente del calibre y material del conductor, de la temperatura de operación máxima y de las condiciones climatológicas (temperatura ambiente, velocidad del viento, etc.). Una vez definido el conductor de la línea y las demás condiciones de operación, el límite es constante e independiente de la longitud de la línea, tal como se muestra en la figura 10.

El límite de estabilidad, definido por la ecuación (17), puede escribirse como:

$$LEEE = \frac{V_g^2 \cos \theta}{2 |z| (1 + \cos \alpha)} \quad (20)$$

donde (z) = Z es la impedancia total de la línea; (z) la impedancia por unidad de longitud y (l) la longitud de la línea. Una vez establecida la configuración de la línea, las características de la carga y el voltaje de envío, la única variable que resulta es la longitud (l) de la línea, de tal modo que la ecuación (20) puede expresarse de la siguiente manera:

$$LEEE = \frac{K_1}{l} \quad (21)$$

donde

$$K_1 = \frac{V_g^2 \cos \theta}{2 z (1 + \cos \alpha)} \quad (22)$$

La ecuación (21) corresponde a una hipérbola similar a la curva (B) de la figura 10. En dicha figura se muestra que existe una cierta longitud l₁ donde se presenta la frontera entre los dos límites descritos hasta el momento. Para una longitud menor a l₁, la capacidad de transmisión está dada por el límite térmico, mientras que para una longitud mayor, la capacidad está determinada por el límite de estabilidad, el cual disminuye con la longitud. El valor de (l₁) puede obtenerse de la ecuación (21).

El límite por caída de voltaje puede también determinarse aplicando el método directo de solución descrito en este artículo. Despejando la potencia (P) de la ecuación (10) se tiene:

$$P = \frac{V_r \cos \theta}{z} \left(\sqrt{V_g^2 - V_r^2 \sin^2 \alpha} - V_r \cos \alpha \right) \quad (23)$$

Si se expresa la impedancia total (Z) en términos de la impedancia por unidad de longitud y además se fija el valor mínimo permisible del voltaje de recepción V_r se

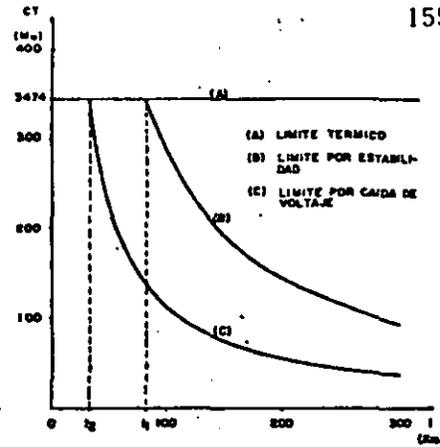


Figura 10.- Límites que determinan la capacidad de transmisión (CT) de una línea radial.

tiene que el flujo máximo de potencia activa es:

$$P_v = \frac{K_2}{l} \quad (24)$$

donde

$$K_2 = \frac{V_r \cos \theta}{z} \left(\sqrt{V_g^2 - V_r^2 \sin^2 \alpha} - V_r \cos \alpha \right) \quad (25)$$

De igual manera, la ecuación (24) describe una hipérbola como la curva (c) de la figura 10 con una longitud frontera (l₂), la cual puede obtenerse a partir de la ecuación (24). También, el flujo máximo de potencia activa disminuye con la longitud de la línea.

De manera que la capacidad de transmisión de una línea radial puede definirse como el valor mínimo de los tres límites descritos, es decir:

$$CT = \min [Pt, LEEE, P_v]$$

Normalmente se cumple que a partir de la longitud (l₂) el límite menor es el de caída de voltaje.

Como se mencionó en su oportunidad, el factor de potencia de la carga tiene gran influencia en el flujo máximo de potencia activa. La figura 11 muestra cómo se modifica la capacidad de transmisión con diferentes valores del factor de potencia. En esta figura ya no se incluye la curva correspondiente al LEEE por ser un límite intermedio.

EJEMPLO 2.- Una línea típica de 230 kV tiene los siguientes parámetros y valores de operación:

- Z = 0.5283 / 68.54 Ω/km
- V_G = 1.05 V_n = 241.5 kV
- V_R = 0.95 V_n = 218.5 kV
- cos θ = 0.9(-)

En estas condiciones se tiene:

- θ = 68.84°
- φ = - 25.842°
- α = θ + φ = 42.998°

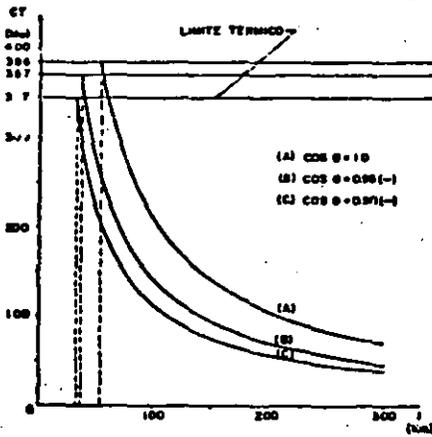


Figura 11.- Efecto del factor de potencia sobre la capacidad de transmisión (CT).

$$K_1 = 28\ 692.910\ \text{Mw} - \text{km}$$

$$K_2 = 11\ 256.753\ \text{Mw} - \text{km}$$

El límite térmico para las líneas de 230 kV es

$$P_t = 386\ \text{Mva} (\cos \theta) = (386) (0.9) = 347.4\ \text{Mw}$$

Las longitudes frontera se calculan a partir de (21) y (24) considerando que:

$$P_t = \text{LEEE} = P_v$$

$$l_1 = \frac{K_1}{\text{LEEE}} = \frac{28\ 692.910}{347.4} = 82.59\ \text{km}$$

$$l_2 = \frac{K_2}{P_v} = \frac{11\ 256.753}{347.4} = 32.40\ \text{km}$$

Las ecuaciones que definen los tres límites de transferencia de potencia son entonces:

$$P_t = 347.4\ \text{Mw} = \text{cte.}$$

$$\text{LEEE} = \frac{K_1}{l} \text{ para } l \geq 82.59\ \text{km.}$$

$$P_v = \frac{K_2}{l} \text{ para } l \geq 32.40\ \text{km.}$$

y la capacidad de transmisión estará dada por el límite que se presente primero, tal como lo describe la ecuación (26).

Presentado y aprobado en la Sesión Ordinaria de la 11.ª Conferencia Interamericana de Investigaciones Científicas y Aplicación de Ingeniería eléctrica y Electrónica "MEXICON 83", No. Noviembre de 1983.

Después del desarrollo del tema, es posible resumir su esencia con las siguientes conclusiones:

- 1.- Las condiciones de una transmisión radial de energía eléctrica puede presentarse con cierta frecuencia en un sistema eléctrico, no solo en condiciones normales de operación, sino también en el caso de falla de una de dos líneas que converjan en una subestación.
- 2.- El voltaje de recepción y su variación ante cambios de carga, determina prácticamente el comportamiento general de una línea radial.
- 3.- Dicho comportamiento se ve influenciado sobremedida por el tipo de carga conectada a la línea, siendo crítico el caso de carga rotativa o de potencia constante.
- 4.- El método directo de solución aquí expuesto, para el caso de carga rotativa, resulta práctico y sencillo, sustituyéndose así el método iterativo anteriormente utilizado.
- 5.- El límite de estabilidad puede calcularse de una manera directa para cualquier factor de potencia de la carga. Este límite no es determinado por el ángulo entre los voltajes de envío y recepción, sino por la magnitud del voltaje (estabilidad de voltaje).
- 6.- El límite de estabilidad no puede definirse solamente en términos de potencia activa, sino que se debe incluir el factor de potencia, ya que el límite crece conforme dicho factor se mejora.
- 7.- El flujo de potencia reactiva por la línea abate notablemente el voltaje en el extremo de recepción, por lo que es recomendable la inyección local de potencia reactiva en el punto de carga.
- 8.- Si por algún motivo llega a rebasarse el límite de estabilidad de una línea radial, se presenta el fenómeno denominado "colapso" o inestabilidad de voltaje.

REFERENCIAS

- [1] Kent, Schmus; Mc Crackin and Wheeler. DYNAMIC MODELING OF LOADS IN STABILITY STUDIES. IEEE Transactions PAS, May 1969.
- [2] C. W. Brice. COMPARISON OF APPROXIMATE AND EXACT VOLTAGE DROP CALCULATIONS FOR DISTRIBUTION LINES. IEEE Transactions PAS, November 1982.
- [3] E. T. A. Rapson. ELECTRICAL TRANSMISSION AND DISTRIBUTION. Oxford University Press, London 1933.
- [4] O. I. Etgerd. ELECTRIC ENERGY SYSTEMS THEORY. AN INTRODUCTION. Mc. Graw Hill Book Company. 2nd Edition. 1981.
- [5] B. M. Weedy. ELECTRIC POWER SYSTEMS. John Wiley & Sons. 2nd. Edition. 1972.

Desconexión de Carga por Baja Frecuencia en un Sistema Eléctrico de Potencia

Felipe Martínez Cruz

J. Leonel Hernández Grimaldo

Cfa. de Luz y Fuerza del Centro, S. A.
Universidad Autónoma Metropolitana

RESUMEN

En el trabajo se describe el comportamiento de un sistema eléctrico de potencia después de una pérdida de generación severa, incluyendo la desconexión de la carga por relevadores de frecuencia, la respuesta de los gobernadores, el amortiguamiento de la carga y la influencia de las constantes de tiempo de los componentes principales del sistema.

En la parte final del trabajo se muestra el programa digital desarrollado para simular el comportamiento mencionado, el cual ofrece la facilidad de modelar relevadores convencionales y/o relevadores de pendiente. El modelo del sistema utilizado es el de 1 Área - 1 Máquina.

INTRODUCCION

Todo sistema eléctrico de potencia (SEP) pasa durante su operación, por estados bien definidos [1, 2]:

- Normal (Durante más del 99% del tiempo).
- Alerta.
- Emergencia.
- Extremis (El más remoto).
- Restaurativo.

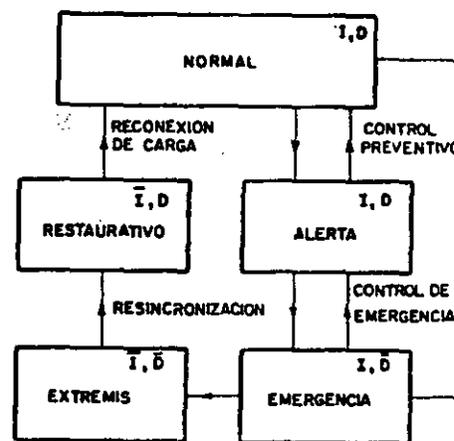
La figura 1 muestra la transición del sistema de un estado a otro. Si se desea, puede consultarse el anexo 1, donde los estados de operación se tratan con más de detalle.

La desconexión de carga por baja frecuencia es un evento que tiene lugar en el estado extremis y tiene por objeto llevar al sistema al estado restaurativo. Aunque la desconexión de carga es una medida que se aplica desde los años 30's, siempre resultará de interés abordar este tema, dada su importancia y efectividad.

RECONOCIMIENTO

Los autores desean expresar su agradecimiento al Ing. Adolfo García García, Jefe de Operación Sistema de la CLFC y al Ing. Agustín Flores Novelo, Jefe del Área Eléctrica de la UAM, por el apoyo brindado en la realización de este trabajo.

Trabajo preparado para presentarse en la Conferencia Internacional de Investigación, Desarrollo y Aplicación de Ingeniería Eléctrica y Electrónica "LATINCON", Julio de 1984.



I = RESTRICCIONES DE IGUALDAD.
D = RESTRICCIONES DE DESIGUALDAD.
- = NEGACION.

Figura 1.- Estados de operación de un SEP.

INTERACCION POTENCIA - FRECUENCIA

La desviación de la frecuencia en un SEP depende básicamente de las siguientes variables y parámetros:

- Magnitud del desbalance de potencia activa.
- Inercia del sistema.
- Coeficiente de amortiguamiento de la carga.
- Característica de regulación de los gobernadores.
- Reserva rodante en el momento del disturbio.

paulatinamente se irá explicando la influencia de cada una.

MODELO DEL SISTEMA.

Un SEP formado por los subsistemas de generación, transmisión y distribución, puede simplificarse para su estudio dinámico, de tal modo que solo se considere la generación y las cargas, estas últimas conectadas en un solo nodo.

En la figura 2 se muestra este modelo, donde el generador y la turbina son un equivalente de todas las unidades generadoras del sistema, y la carga P_c es la suma de todas las cargas conectadas, más el total de pérdidas en la red. Considerando las pérdidas del generador equivalente incluidas también en la carga, la potencia mecánica P_m en la entrada de éste, será igual a la potencia eléctrica de generación P_g en la salida. Algunos autores le asignan a este modelo el nombre de "1 Área - 1 Máquina".

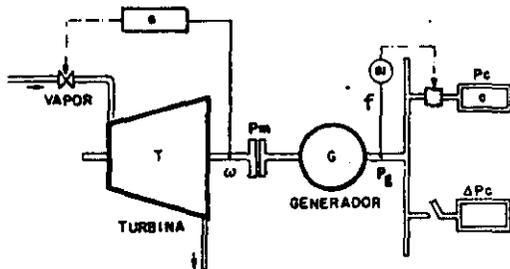


Figura 2.- Modelo del sistema.

CAUSAS Y EFECTOS DE UN DESBALANCE DE POTENCIA ACTIVA.

Las salidas forzadas de unidades generadoras, líneas de transmisión, etc. (denominados "disturbios"), pueden provocar que se produzca un fuerte desbalance entre la potencia de la carga P_c y la potencia eléctrica de generación P_g . Dos casos son los que ocurren:

- Deficiencia de generación.
- Exceso de generación.

Para explicar el caso de deficiencia, el cual es el que nos ocupa, supóngase que la carga excede a la generación debido a la conexión súbita de la carga ΔP_c . Después de la conexión, se presenta la siguiente secuencia de acontecimientos.

- La carga es alimentada instantáneamente.
- Debido a que los controles no han actuado, la potencia mecánica P_m y la de generación P_g no cambian.
- La nueva carga conectada, para satisfacerse, "toma prestada" una parte de la energía cinética que se encuentra almacenada en todas las masas rodantes del sistema.
- La velocidad angular de las masas rodantes (turbinas, generadores, excitatrices, etc.) decrece, es decir, se presenta una desaceleración.
- La frecuencia eléctrica del sistema, reflejo de la velocidad de rotación, decrece en igual proporción.

Bajo esta base, toda vez que se presente en el sistema baja frecuencia, es síntoma de que se tiene deficiencia de generación. En caso contrario, un valor alto de la frecuencia, es indicio de que sobra generación en el sistema.

En ambos casos el desbalance resulta ser:

$$P_a = P_m - P_c = P_g - P_c \quad (\text{Mw}) \quad (1)$$

Si el desbalance o potencia de aceleración P_a es positivo se produce una aceleración de las masas rodantes y si es negativo el resultado es una desaceleración. - Recuérdese que para el modelo adoptado P_m y P_g son iguales.

SOBRECARGA DEL SISTEMA.

Cuando una pérdida de generación (desbalance negativo) ocurre, es común manejar el concepto de "sobrecarga" - en lugar de "desbalance de potencia" o "potencia de aceleración". La sobrecarga del sistema se define como:

$$SC = \frac{100|P_a|}{\text{Generación Final}} = \frac{|P_a|}{P_{go} - |P_a|} \times 100 \quad (2)$$

donde P_{go} es la potencia de generación antes del disturbio y $|P_a|$ el valor absoluto del desbalance.

Ejem PLO 1.- Un sistema que tiene una generación inicial $P_{go} = 9000$ Mw y que sufre una pérdida de generación de 425 Mw (4.7%), estará soportando una sobrecarga de:

$$SC = \frac{425 \times 100}{9000 - 425} = \frac{425}{8575} \times 100 \approx 5\%$$

La expresión para calcular el desbalance en función de la sobrecarga puede deducirse a partir de la ecuación (2), obteniéndose:

$$|P_a| = \frac{SC}{100 + SC} P_{go} \quad (3)$$

Esta ecuación es válida solo para el caso en que la deficiencia haya sido producida por una pérdida de generación (lo más frecuente y real); no así para un aumento súbito de carga. En la tabla N° 1 se muestran algunos valores de desbalance con las sobrecargas correspondientes.

TABLA N° 1
 DESBALANCES, SOBRECARGAS Y PENDIENTES

DESBALANCE DE POTENCIA (PERDIDA DE GENERACION)	SOBRECARGA	PENDIENTE
4.7%	5%	0.3 hz/s
9.1	10	0.6
16.7	20	1.2
23.1	30	1.8
33.3	50	3.0
50.0	100	6.0
66.7	200	12.0

CONSTANTE DE INERCIA

Al describir cualitativamente los efectos de un desbalance de potencia activa, se mencionó la energía cinética de las masas rodantes. La constante de inercia H de una unidad generadora es una medida de esa energía y se define como:

$$H = \frac{\text{Energía cinética de las masas [M Joules]}}{\text{Potencia de la Unidad [MVA]}} \quad (4)$$

Tal constante tiene la ventaja de tomar valores muy pa- recidos, independientemente del tamaño de la unidad:

Unidades Hidráulicas (400 rpm)	$H = 3.5s.$
Turbogeneradores (3600 rpm)	$H = 6 \text{ a } 8s.$

La constante de inercia de un conjunto de unidades - - (sistema) puede obtenerse a partir de las constantes - individuales calculando un promedio ponderado de todas ellas, en función de la capacidad de las unidades.

$$H_s = H_1(S_1/S_B) + H_2(S_2/S_B) + \dots + H_n(S_n/S_B) \quad (5)$$

siendo $S_B = S_1 + S_2 + \dots + S_n$, la suma de las capacida- des en MVA de todas las unidades.

Si todas las unidades del sistema fueran idénticas, H_s resultaría igual a la constante individual de las unidades. En la práctica H_s toma valores entre 4 y 6 segundos.

Cuando una pérdida de generación ocurre, la energía - cinética en las masas rodantes del sistema se altera, - por lo que se hace necesario corregir la constante de inercia del sistema.

$$H_s' = H_s \frac{P_{go} - |\bar{P}_a|}{P_{go}} = H_s (1 - |\bar{P}_a|) \quad (6)$$

siendo $|\bar{P}_a|$ el desbalance de potencia, expresado en por unidad.

Se intuye que si un sistema tiene una alta inercia, o- sea una gran energía cinética disponible, va a ser me- nos afectado por un desbalance de potencia activa. Es- ta propiedad es explotada en los sistemas interconecta- dos, ya que un cierto desbalance impacta más a una - área aislada, que a un sistema interconectado.

ECUACION DE OSCILACION.

La ecuación de oscilación es la expresión matemática - que describe el comportamiento dinámico de una unidad- generadora después de que se ha presentado un desbala- ce de potencia. Como el modelo adoptado consta de una unidad equivalente, será suficiente trabajar con una - sola ecuación de oscilación.

En el anexo 2 se muestra cómo es posible transformar - la expresión clásica de la ecuación de oscilación en - una forma de mayor utilidad para nuestro problema, - - siendo ésta:

$$\dot{f} = \frac{df}{dt} = \frac{f_0}{2H_s'} \bar{P}_a \quad (7)$$

Con esta expresión es posible observar la variación de la frecuencia en el tiempo, a partir del valor de la - constante de inercia modificada H_s' , de la frecuencia- nominal del sistema f_0 y de la potencia de aceleración o desbalance \bar{P}_a , expresada en por unidad.

1a. Solución.- La solución más simple al problema de- encontrar la variación de la frecuen- cia al ocurrir un desbalance, se obtie- ne a partir de la ecuación (7) supo- niendo que $\bar{P}_a = P_g - P_c$ es constante. - Esto es cierto, si la carga P_c no cam- bia con la frecuencia y los gobernado- res no actúan para variar la potencia- de generación P_g . Dicha solución es:

$$f(t) = f_0 + (\dot{f}) t \quad (8)$$

la cual representa a una recta, siendo f_0 la ordenada- al origen y (\dot{f}) , la pendiente.

En este caso particular de solución, la ecuación (7) - puede transformarse a:

$$\dot{f} = \frac{df}{dt} = \frac{f_0}{2H_s'} \quad (5C) \quad (9)$$

al sustituir en (7) el valor de la constante de iner- cia corregida H_s' , dado en (6). En este caso (5C) indi- ca la sobrecarga del sistema, expresada en por unidad.

La primera solución es la más pesimista, dadas las su- posiciones que involucra. Aún con sus limitaciones, - esta solución ofrece excelente información del fenóme- no, tal como lo ilustra el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 2.- Si en el sistema del ejemplo 1 se tiene - una sobrecarga del 100% y se supone que la constante de inercia inicial es de 5 segun- dos, se tiene:

Desbalance:

$$|\bar{P}_a| = \frac{sc}{100+sc} P_{go} = \frac{100}{200} 9000 = 4500 \text{ Mw}$$

Constante de Inercia Corregida:

$$H_s' = H_s (1 - |\bar{P}_a|) = 5 (1 - \frac{4500}{9000}) = 5(0.5) = 2.5s$$

Pendiente de Frecuencia.

$$\dot{f} = \frac{f_0}{2H_s'} \bar{P}_a = \frac{60}{(2)(2.5)} (-\frac{4500}{9000}) = -6 \text{ hz/s}$$

$$= \frac{f_0}{2H_s'} (5C) = \frac{60}{(2)(5)} (1.0) = 6 \text{ hz/s}$$

Ecuación de variación:

$$f(t) = 60 - 6.0t$$

Frecuencia 2 segundos después del disturbio:

$$f(2) = 60 - (6.0)(2) = 48 \text{ hz.}$$

La figura 3 y la tabla N° 1 incluyen el ejemplo anterior y proporcionan información objetiva del comportamiento de la frecuencia para otras sobrecargas.

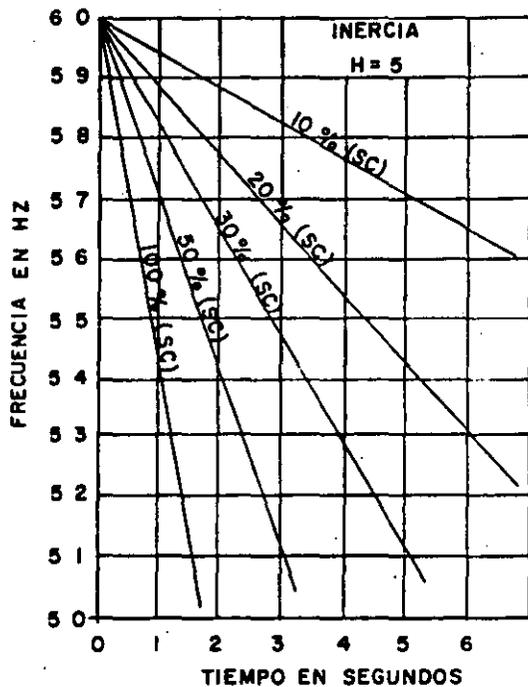


Figura 3.- Variación lineal de la frecuencia y efecto del grado de sobrecarga.

COEFICIENTE DE AMORTIGUAMIENTO DE LA CARGA.

En la primera solución se supuso constante la potencia de la carga P_c , sin embargo la carga real de un sistema (particularmente la rotatoria), varía con la frecuencia, tendiendo a disminuir conforme la frecuencia cae.

Esta característica se mide con el llamado "coeficiente de amortiguamiento", el cual se define como:

$$D = \frac{\Delta}{\Delta f} \frac{\partial P_c}{\partial f} \quad (10)$$

Existen varias versiones de este coeficiente, dependiendo de las unidades utilizadas, pero generalmente en todas ellas se supone que la variación de la carga es lineal:

$$D = \frac{\Delta P_c}{\Delta f} \quad \left[\frac{\text{Mw}}{\text{hz}} \right]$$

$$D = \frac{\Delta P_c}{10 \Delta f} \quad \left[\frac{\text{Mw}}{\text{dHz}} \right]$$

$$D = \frac{\Delta P_c / P_{go}}{\Delta f} = \frac{\Delta \bar{P}_c}{\Delta f} \quad \left[\frac{\text{pu Mw}}{\text{hz}} \right]$$

$$D = \frac{\Delta P_c / P_{go}}{\Delta f / f_0} \quad [\%]$$

(11)

Esta última versión es la más popular y expresa el porcentaje que varía la carga para un 1% de variación en la frecuencia. Este coeficiente tiene un rango de 1 a 7, dependiendo de la mezcla de cargas, siendo el valor típico igual a 2% [4].

2a. Solución.- Esta solución considera que la carga es función del valor de la frecuencia, aunque supone todavía que no hay respuesta de los gobernadores, es decir, que la potencia de generación P_g no cambia. En estas condiciones se tiene:

$$P_c = P_{co} + \Delta P_c = P_{co} + D \Delta f \quad (12)$$

La ecuación de oscilación dada en (7) es ahora:

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0}{2H'_s} (P_g - P_c)$$

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0}{2H'_s} [P_{ao} - Df + Df_0] \quad (13)$$

donde

$P_{ao} = P_g - P_{co}$ es la potencia de aceleración en $t=0^+$.

La solución de la ecuación diferencial (13) es:

$$f(t) = f_0 + \frac{P_{ao}}{D} (1 - e^{-kt}) \quad (14)$$

con

$$k = \frac{f_0 D}{2H'_s}$$

Esta solución es ya más realista; de ella puede observarse que la frecuencia no decae indefinidamente sino que tiende a estabilizarse en el valor:

$$f_{EE} = f(\infty) = f_0 + \frac{P_{ao}}{D}$$

EJEMPLO 3.- Si en el sistema de 9000 Mw que se ha venido manejando, se presenta una pérdida de generación de 420 Mw y la frecuencia se llega a estabilizar en 59.3 hz, se tiene:

$$D = \frac{420 \text{ Mw}}{0.7 \text{ hz}} = 600 \text{ Mw/hz} = 60 \text{ Mw/dHz} = 4\%$$

$$\bar{D} = \frac{420/9000}{0.7} = 0.0667 \text{ pu Mw/hz}$$

Si en este sistema se presentara una sobrecarga del 100% (comparar con el ejemplo 2), se tendría.

$$K = \frac{f_0 \bar{D}}{2H'_s} = \frac{60 \times 0.0667}{2 \times 2.5} = 0.8 \text{ s}^{-1}$$

$$f(t) = 60 - 7.5 (1 - e^{-0.8t})$$

La frecuencia, 2 segundos después del disturbio sería:

$$f(2) = 60 - 7.5 (1 - e^{-1.6}) = 60 - 6 = 54 \text{ hz.}$$

La frecuencia final, después del amortiguamiento de la carga:

$$f(\infty) = 60 - 7.5 = 52.5 \text{ hz.}$$

La pendiente de la frecuencia en $t=0^+$ coincidirá con la calculada en el ejemplo 2, ya que en ese momento el amortiguamiento de la carga es nulo; mientras que la pendiente final será cero, ya que la frecuencia se estabilizará en 52.5 hz.

RESERVA RODANTE Y RESPUESTA DE LOS GOBERNADORES (REGULACION PRIMARIA).

Tomar en cuenta las respuestas de los gobernadores introduce una gran complejidad en el problema, sin embargo con la ayuda de la computadora digital ya resulta alcanzable el objetivo de incluirla. Esta situación será tratada con detalle en la última parte del trabajo; por el momento, se describirá de manera breve el mecanismo de respuesta del control de velocidad o gobernador ante la baja frecuencia.

La figura 4 representa la curva de respuesta o característica de regulación (R) del gobernador de una unidad generadora. El punto O es el punto actual de operación, donde a 60 hz está entregando la unidad al sistema una potencia P_0 y conservando una reserva rodante de $(P_n - P_0)$. Si la frecuencia se eleva por arriba de los 60 hz, la unidad disminuirá su generación (hasta cero, si la frecuencia llegara a un valor de f_1 , esto lógicamente ayuda a aliviar el problema, teniendo en cuenta que se tiene exceso de generación y que todas las unidades reaccionan en la misma forma. Por el contrario, si la frecuencia baja, es indicación de que falta generación y a medida que el decremento de frecuencia es mayor, la potencia generada aumenta hasta llegar a un valor de frecuencia f_2 , a partir del cual la unidad solo entrega su potencia nominal P_n , ya que su reserva se ha agotado.

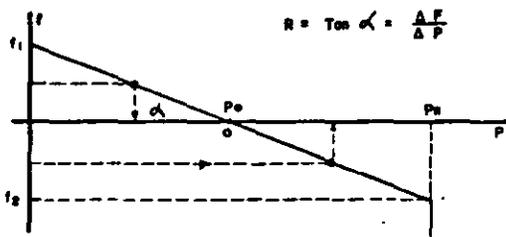


Figura 4.- Característica de regulación o estatismo del gobernador.

La característica de regulación (R) de un gobernador se define como el porcentaje que debe variar la frecuencia para que la potencia generada cambie de cero hasta la potencia nominal. Un valor típico resulta ser:

$$R = \frac{\Delta f}{\Delta P} = 4\%$$

o bien, en otras unidades:

$$R = 0.04 \times 60 = 2.4 \text{ hz/pu Mw}$$

PROTECCION DEL SISTEMA CONTRA BAJA FRECUENCIA

LIMITES DE FRECUENCIA.

En un SEP, el requisito ideal de mantener la frecuencia constante no se puede cumplir, dada la variabilidad incesante y aleatoria de la carga. No obstante, tal variable debe mantenerse dentro de márgenes muy estrechos, aunque en ocasiones por condiciones anormales, tales márgenes se vean excedidos.

Existen varias razones para justificar los límites estrictos en las fluctuaciones de la frecuencia del sistema:

- Efectos en la carga.
- Daño en las turbinas.
- Operación deficiente de auxiliares.
- Disparos en cascada.

Efectos en la carga.- Esta primera razón no pone fronteras estrictas en las desviaciones de frecuencia ya que la gran mayoría de las cargas manejadas por motores de corriente alterna no son sensibles a las fluctuaciones del orden de ± 2 hz [5].

Posibilidad de daño en las turbinas.- Cuando las turbinas de vapor o de gas operan con alta carga cerca de los 57.5 hz se presenta la resonancia mecánica en las dos últimas filas de álabes y éstos vibran severamente, produciéndose esfuerzos de fatiga en el material. Deben tomarse todas las precauciones para evitar a toda costa la operación abajo de los 57.5 y permitiendo solo desviaciones momentáneas abajo de los 59.4 hz. La frecuencia y tiempo límites para una turbina varían según el fabricante, pero resulta una buena guía los siguientes datos [6].

Frecuencia a Plena Carga	Tiempo máximo
59.4 hz	Operación continua
58.8	90 min.
58.2	10
57.6	1

estos tiempos son acumulativos durante la vida de la turbina.

Las turbinas hidráulicas prácticamente son inafectables a frecuencias hasta de 54 hz [7].

Operación Deficiente de Auxiliares.- Durante condiciones de baja frecuencia, los servicios auxiliares de una planta de vapor se ven afectados, provocando la reducción de la potencia de salida de la unidad. Por ejemplo: las bombas de agua de alimentación a la caldera, las bombas de agua de enfriamiento, el sistema de lubricación de chumaceras, etc. La operación es notoriamente deficiente a partir de los 56.5 hz.

Disparos en Cascada.- Si se alcanzan los límites de operación de una turbina, ésta será desconectada del sistema por la acción de su protección. Esto agrava el problema, ya que el desbalance de potencia crece, la frecuencia cae más rápidamente y el sistema se va desintegrando hasta llegar al colapso.

Aunque no existe ninguna reglamentación en cuanto a límites de frecuencia, por lo menos en nuestro país, es posible resumir lo expuesto, definiendo tres zonas características:

- Zona Favorable: 60 ± 0.1 hz.
- Zona Tolerable: 60 ± 0.6 hz.
- Zona Extrema: $57.5 < f < 61$ hz.

Los límites de la zona favorable son arbitrarios, aun que acordes con la práctica, como referencia se mencionará que en EUA tales límites son del orden de ± 0.05 hz [5]. La figura 5 resume lo expuesto en esta sección.

ESQUEMAS DE DESCONEXION AUTOMÁTICA DE CARGA (EDAC's).

Una vez que se ha presentado en el sistema una pérdida de generación importante y la frecuencia empieza a caer peligrosamente, la medida efectiva de salvar al sistema de males mayores, es desconectar la carga no prioritaria del sistema mediante relevadores de baja frecuencia (81's), con el fin de regresar al equilibrio entre generación y carga. Esta desconexión automática debe ser rápida y confiable.

El evento de desconexión de carga debe tener lugar en el intervalo de 0 a 2 segundos aproximadamente y sus efectos todavía se observan a los 5 ó 10 segundos después de ocurrida la pérdida de generación. En la figura 6 se muestra objetivamente este hecho y se compara el evento que nos ocupa con los problemas de estabilidad transitoria y estabilidad dinámica.

Un EDAC es un programa establecido de como ir desconectando la carga, de acuerdo con la severidad del desbalance de potencia que haya sufrido el sistema. Un EDAC debe cumplir los siguientes objetivos:

- . Detectar a través del valor de baja frecuencia y/o su pendiente, que el sistema ha sufrido una pérdida de generación severa.
- . Desconectar la carga necesaria (la mínima posible) para restablecer el balance entre generación y carga y asegurar que no se alcanzan valores críticos de baja frecuencia.
- . Restablecer la frecuencia del sistema a su valor nominal, o por lo menos, a un valor dentro de la zona tolerable.
- . Evitar un disturbio mayor o total del sistema (colapso), reduciendo la probabilidad de disparos en cascada de unidades generadoras.

Un esquema de desconexión de carga queda caracterizado, generalmente por:

- a) Máxima sobrecarga a proteger
- b) Frecuencia a la cual se inicia la desconexión
- c) Frecuencia mínima aceptable
- d) Número de pasos de desconexión y carga en cada uno.
- e) Ajuste de frecuencia y retardo, en cada paso.

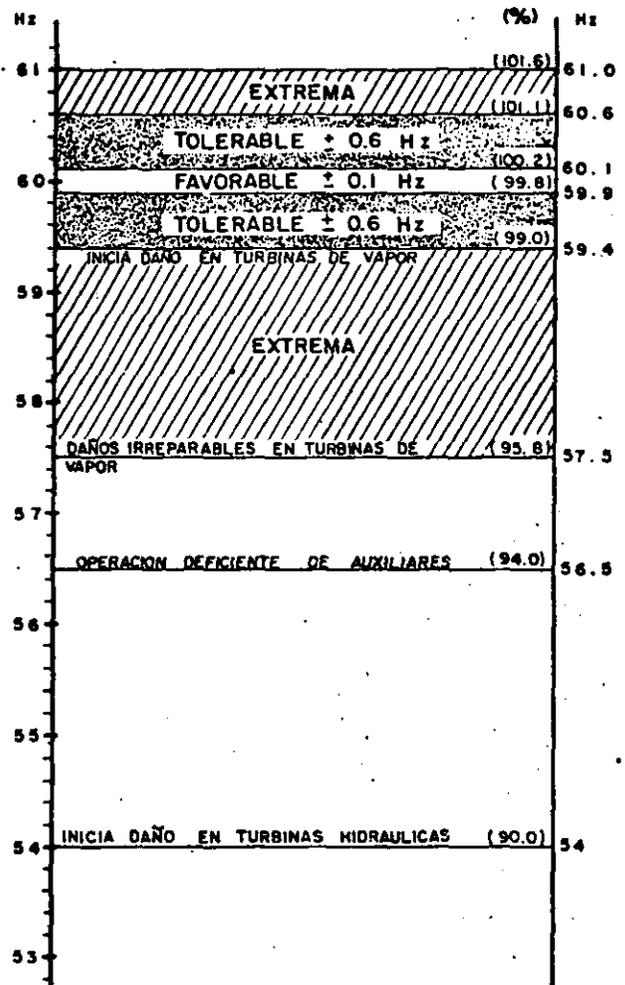


Figura 5.- Límites y zonas de frecuencia.

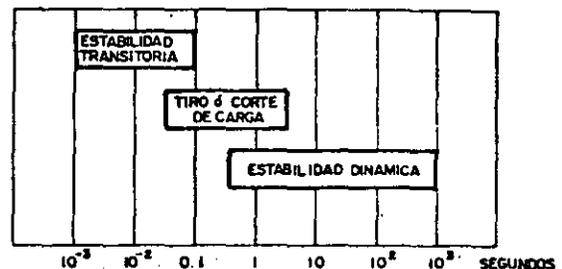


Figura 6.- Ubicación en el tiempo de la desconexión de carga.

SIMULACION DEL COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA

REPRESENTACION DE SISTEMA

De acuerdo con el modelo adoptado (figura 2), el sistema está constituido por:

- Grupo turbina - generador equivalente
- Gobernador de velocidad (incluyendo sistema de válvulas).
- Respuesta del sistema eléctrico de potencia.

Estos elementos ya interconectados forman el lazo de control potencia - frecuencia mostrado a continuación [5]:

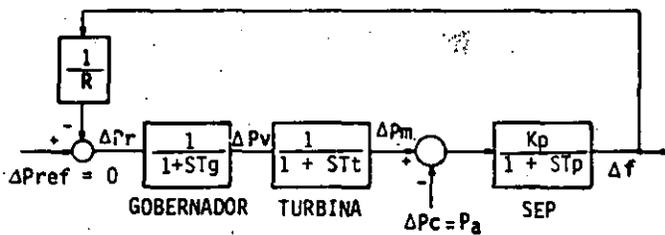


Figura 7.- Diagrama del lazo de control correspondiente a la regulación primaria.

Donde:

- Δf - variación de frecuencia
- ΔPr - variación de potencia en el gobernador
- ΔPref - posición del cambiador de velocidad
- ΔPv - variación de potencia en las válvulas
- ΔPm - incremento de potencia mecánica
- ΔPc - incremento de potencia en la carga
- Tg - constante de tiempo del gobernador (≈ 0.1 s)
- Tt - constante de tiempo de la turbina (≈ 0.3. a 0.5 s)

$$Kp = \frac{1}{D}$$

$$Tp = \frac{2Hs}{f_0 D}$$

El diagrama del lazo de control o regulación primaria mostrado en la figura 7, se podría reducir a otro de menos bloques, pero para obtener su función de transferencia en el dominio del tiempo resultaría demasiado complicado. El método de solución adoptado es el de resolver las ecuaciones diferenciales simultáneas mediante métodos numéricos.

Sistema de ecuaciones resultantes. Las ecuaciones - que representan matemáticamente al sistema en el dominio de Laplace son:

$$\Delta P_v(s) = -\frac{1}{R} \frac{1}{1+ST_g} \Delta f(s) \quad (15)$$

$$\Delta P_m(s) = \Delta P_v(s) \frac{1}{1+ST_t} \quad (16)$$

$$\Delta f(s) = [\Delta P_m(s) - \Delta P_c(s)] \frac{1}{1+ST_p} \quad (17)$$

con $\Delta P_{ref} = 0$ dado que no se considera regulación secundaria.

Las ecuaciones (15), (16) y (17) están en el dominio de la variable(s); considerando las condiciones iniciales cero, es posible sustituir directamente $\frac{d}{dt}$ por s en las ecuaciones mencionadas, para así --

tenerlas en el dominio del tiempo como se muestra a continuación:

$$\Delta P_v(t) + \Delta P_v(t) T_g = -\frac{1}{R} \Delta f(t) \quad (18)$$

$$\Delta P_m(t) + \Delta P_m(t) T_t = \Delta P_v(t) \quad (19)$$

$$\Delta f(t) + \Delta f(t) T_p = [\Delta P_m(t) - \Delta P_c(t)] K_p \quad (20)$$

Las expresiones anteriores constituyen un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden, que pueden resolverse por cualquier método aplicable a su solución (Euler, Trapezoidal, Runge-Kutta, etc.). En este caso se utilizó el método de Euler modificado de segundo orden y con un paso de integración de 0.01 s, tal como se recomienda en la referencia [5].

3a. Solución. Si se considera, por un lado que la carga tiene la característica de amortiguamiento, y por el otro, que los gobernadores responden instantáneamente (solución optimista), se tiene:

$$T_g = T_t = 0$$

En estas condiciones, es posible obtener la solución en el dominio del tiempo, a partir del diagrama de bloques del lazo de control primario; siendo esta:

$$f(t) = f_0 + \frac{R K_p}{R + K_p} P_a (1 - e^{-\frac{R + K_p}{R T_p} t}) \quad (21A)$$

$$\text{con } K_p = \frac{1}{D}$$

$$T_p = \frac{2Hs}{f_0 D}$$

Que sigue siendo una exponencial pura como la solución 2, solo que la frecuencia dada en (21A) se estabiliza en un valor superior, debido al incremento de generación originado por la respuesta de los gobernadores.

Ejemplo 4: Con esta nueva solución el ejemplo 3 -- resultaría:

$$R = 4\% = 2.4 \left[\frac{\text{Hz}}{\text{puMW}} \right] \text{ (valor típico)}$$

$$K_p = \frac{1}{\delta} = \frac{1}{0.0667} = 15 \frac{\text{Hz}}{\text{puMW}}$$

$$T_p = \frac{2Hs}{f_0 \delta} = \frac{2 \times 2.5}{60 \times 0.0667} = 1.25 \frac{\text{s}}{\text{puMW}}$$

$$f(t) = 60 - 1.0345 (1 - e^{-5.8t})$$

La frecuencia, 2 segundos después del disturbio, será:

$$f(2) = 60 - 1.0345(1 - e^{-11.6}) = 60 - 1.0345 = 58.96 \text{ Hz.}$$

La frecuencia final:

$$f(\infty) = 60 - 1.0345 = 58.96 \text{ Hz.}$$

Con esta solución, prácticamente la frecuencia alcanza su valor final antes de los 2 segundos. Este valor es mayor que el obtenido en los ejemplos anteriores, debido a la acción "instantánea" del gobernador.

IMPLEMENTACION DEL PROGRAMA

4a. Solución. La solución más completa al problema de determinar el comportamiento de la frecuencia después de una pérdida de generación (en base al modelo de 1 Area - 1 Máquina), es la obtenida al considerar todas las variables y parámetros que aparecen en el diagrama de control o regulación primaria (figura 7). Este objetivo se alcanza únicamente mediante métodos numéricos de solución de ecuaciones diferenciales y con la ayuda de una computadora digital.

Por tal motivo y para tal fin se desarrolló el programa de computadora que permite simular el comportamiento de la frecuencia del sistema después de una pérdida de generación. La figura 8 reúne las 4 soluciones tratadas en este trabajo, con el objeto de que el lector observe las diferencias entre ellas.

Una vez logrado esto, es fácil modelar la desconexión de carga, con solo variar el valor de ΔP_c o P_a cuando las condiciones de ajuste de los relevadores se han alcanzado.

El programa es interactivo y está estructurado en las siguientes partes:

- . Entrada de datos y parámetros
- . Solución del sistema de ecuaciones diferenciales.
- . Simulación de relevadores
- . Impresión de resultados

Entrada de datos y parámetros. Cuando se va a emplear el programa para una simulación, es necesario proporcionar:

- a) Número de pasos del esquema de desconexión de carga, el tipo de relevador (de magnitud o pendiente), su ajuste en Hz o Hz/s, el retardo y la potencia de la carga desconectable en cada paso.

b) La constante de inercia del sistema, el coeficiente de amortiguamiento de la carga, la característica de regulación del gobernador y las constantes de tiempo del gobernador y la turbina.

c) La potencia de generación inicial o potencia base, la reserva rodante disponible, la pérdida de generación y el horario del evento.

d) Tiempo de estudio e intervalo de impresión.

Solución del sistema de ecuaciones resultantes. El programa cuenta con una rutina que resuelve ecuaciones diferenciales usando el método de Euler modificado de segundo orden, con un paso de integración de 0.01 segundos.

Simulación de relevadores. Dependiendo el tipo de relevador, se usan condicionales para discriminar entre los de magnitud y los de pendiente. Si algún contador de tiempo ya se inicializó, pero antes de que se cumpla su tiempo de operación la frecuencia o su derivada es mayor que su ajuste, -- dicho contador se restablece; es decir su conteo -- vuelve a ser cero segundos. Si uno ya alcanzó su tiempo de operación, se simula la pérdida de carga de ese paso modificando el desbalance.

Impresión de resultados. El programa imprime los valores de tiempo, frecuencia, derivada de la frecuencia, incremento de la potencia de generación, deficiencia de generación y valores de los contadores de tiempo de los relevadores.

CONSIDERACIONES PRACTICAS

En la simulación de corte de carga por baja frecuencia se toma en cuenta:

- . Pérdidas de generación en cascada
- . Horario del evento

Pérdidas de generación en cascada. Si por un desbalance inicial de potencia se alcanzan los valores críticos de frecuencia para las turbinas de vapor -- es posible que se produzcan salidas en cascada por acción de sus protecciones. El programa permite considerar tales eventos, tal como se muestran en la simulación de casos prácticos.

Horario del evento. La carga, como se sabe, tiene un comportamiento variable cíclico. Es por esto que determinada pérdida de generación no afecta de igual manera si esta se presenta en distinto horario. Por ejemplo en un sistema de 11000 MW, se pierden dos unidades de 300 MW en la hora pico produce una sobrecarga menor que en la hora de demanda mínima. Así mismo, la carga desconectable en cada paso del esquema también varía según el horario. Por esta razón, el programa corrige mediante un factor, dependiendo del horario del evento, la carga desconectable.

SIMULACION DE CASOS PRACTICOS.

Con el objeto de ilustrar la utilidad del programa digital, se incluyen algunas corridas de casos prácticos. La primer muestra se tiene en la figura 8 donde aunque no se presenta la desconexión de carga, se ilustran las cuatro variantes de la solución del modelo 1 Area - 1 Máquina.

El segundo caso es el mostrado en la figura 9, donde un sistema de 3800 Mw sufre una sobrecarga del 58%. Los datos para las corridas son:

. Esquema de Desconexión Automática de Carga.

Paso	Frec.	Retardo	Carga
1	59.2 hz	0.20 s	90 Mw
2	59.0	0.20	590
3	58.8	0.20	770
4	58.6	0.20	1170
5	58.4	0.20	1230
6	58.2	0.20	60

. Ajuste de las protecciones de Baja Frecuencia de las Unidades Generadoras.

No.	Frec.	Retardo	Generación
1	57.0 hz	2.0 s	590 Mw
2	57.0	3.0	510
3	57.0	4.0	700

. Parámetros Adicionales.

Hs = 5 s Reserva = 0
 D = 2% Horario: Lunes (7AM)
 R = 4% Pa = -1400 Mw

La curva (1) corresponde a una operación correcta del esquema de desconexión, mientras que la curva (2) muestra el colapso del sistema por una operación deficiente del esquema de desconexión (solo se cortó el 20% de la carga desconectable).

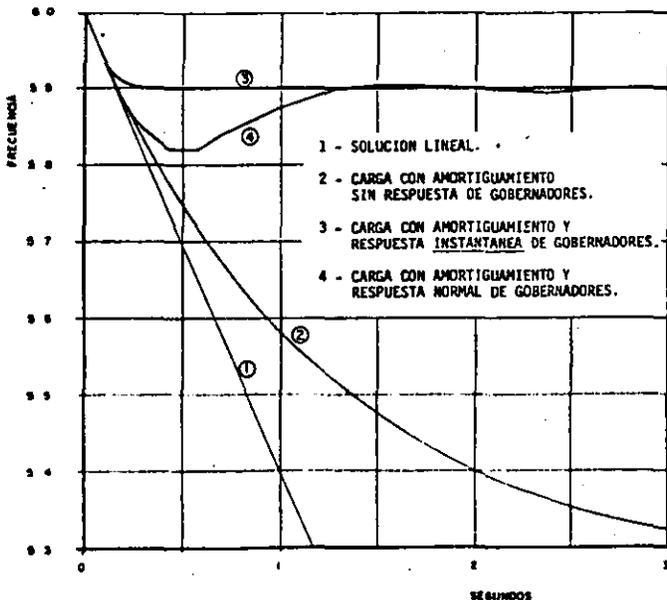


Figura 8.- Comparación del comportamiento de la frecuencia según la solución adoptada.

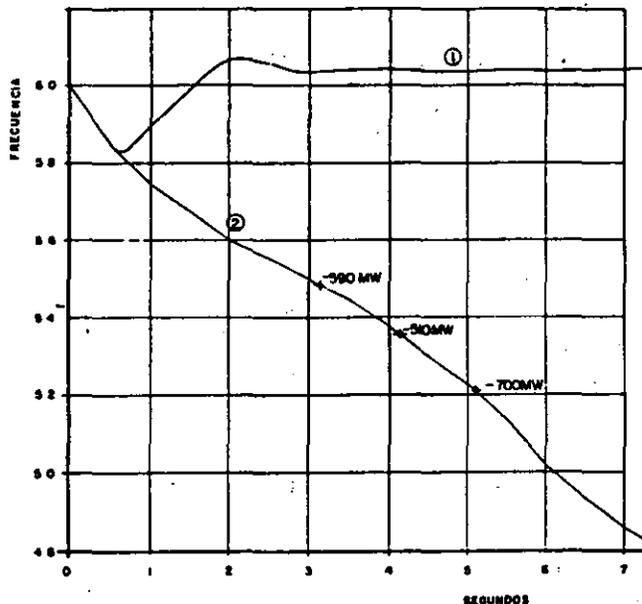


Figura 9.- Simulación de casos prácticos.

CONCLUSIONES

- 1.- La frecuencia del sistema no puede ser constante dada la incesante variabilidad de la carga, sin embargo, se debe procurar mantenerla dentro de límites muy estrechos, distinguiéndose tres zonas de desviación: la favorable, la tolerable y la extrema.
- 2.- La razón principal para limitar las desviaciones de frecuencia es evitar daños en las turbinas de vapor por resonancia mecánica y los disparos en cascada, una vez alcanzados los valores críticos para estas turbinas. Tales valores críticos se dan en la zona extrema.
- 3.- El comportamiento de la frecuencia, después de una pérdida de generación severa, depende fundamentalmente de la magnitud del desbalance de potencia activa, de la inercia del sistema, del amortiguamiento de la carga, de la respuesta de los gobernadores y de la magnitud de carga desconectada por los relevadores de frecuencia.
- 4.- El objetivo de la desconexión automática de carga por baja frecuencia es preservar la integridad del sistema, restableciendo el balance de potencia activa, antes de que la frecuencia alcance valores críticos y evitando así los disparos en cascada de las unidades generadoras.
- 5.- El grado de complejidad en la solución es susceptible de incrementarse tanto como se desee. En este caso, el modelo de 1 Area-1 Máquina ofrece una buena aproximación del comportamiento del sistema.
- 6.- Tener un medio de simulación siempre es ventajoso ya sea para analizar disturbios consumados, para revisar el esquema de desconexión o para capacitar al personal de operación en la comprensión del fenómeno y de las variables que intervienen.

ANEXO 1 ESTADOS DE OPERACION.

Como sugirió inicialmente Dy Liacco [1] y posteriormente ampliaron Fink y Carlsen [2], un SEP pasa durante su operación por varios estados (figura 1), los cuales se definen a continuación tomando como base la referencia [3].

ESTADO NORMAL. Este estado se caracteriza por: a) Con servarse un equilibrio entre la carga y la generación tanto en la parte activa, como en la reactiva (restricciones de igualdad), b) La corriente y voltaje en los elementos del sistema no excede los valores nominales de éstos (restricciones de desigualdad), y c) La reserva en generación rodante y en capacidad de transmisión son suficientes para proporcionar un nivel adecuado de seguridad.

ESTADO DE ALERTA. En este estado, las restricciones de igualdad y de desigualdad aún se satisfacen, pero la reserva es tal que el nivel de seguridad se ha reducido al grado de que algún disturbio pudiera provocar la violación de algunas restricciones de desigualdad.

ESTADO DE EMERGENCIA. Aquí las condiciones de desigualdad se han violado y el nivel de seguridad es cero. El sistema sin embargo todavía está intacto.

ESTADO EXTREMIS. En este estado, las restricciones de igualdad y las condiciones de desigualdad se han violado. El sistema no permanecerá intacto y se perderá un gran porcentaje de la carga del sistema.

ESTADO RESTAURATIVO. Este estado consistirá en reconstituir el sistema y recuperar la carga.

ANEXO 2 TRANSFORMACION DE LA ECUACION DE OSCILACION.

La expresión clásica de la ecuación de oscilación es [1]:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_0}{2H} (\bar{P}_m - \bar{P}_c) = \frac{\omega_0}{2H} \bar{P}_a \quad (21)$$

donde: δ = Ángulo del rotor con respecto a una referencia que gira a velocidad síncrona ω_0 , en radianes.

ω_0 = Velocidad angular síncrona, en rad/s.

\bar{P}_m = Potencia mecánica en la flecha de la turbina, en por unidad.

\bar{P}_c = Potencia eléctrica de la carga del sistema, en por unidad.

haciendo $\omega_0 = 2\pi f_0$ y sustituyendo en (21) se tiene:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\pi f_0}{H} \bar{P}_a \quad (22)$$

La relación entre el ángulo y el ángulo real del rotor (θ), está dada por:

$$\theta = \omega_0 t + \delta$$

derivando sucesivamente:

$$\omega = 2\pi f = \frac{d\theta}{dt} = \omega_0 + \frac{d\delta}{dt}$$

$$2\pi \frac{df}{dt} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (23)$$

igualando (22) y (23)

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0}{2H} \bar{P}_a$$

Esta última expresión es una versión de la ecuación de oscilación de mucha utilidad para cuando se desea observar el comportamiento de la frecuencia, en lugar del comportamiento del ángulo de los rotores.

REFERENCIAS

- [1] T.E. Dy Liacco
THE ADAPTIVE RELIABILITY CONTROL SYSTEM
IEEE Trans., PAS-86, May 1967.
- [2] L. Fink and K. Carlsen
OPERATING UNDER STRESS AND STRAIN
IEEE Spectrum, March 1978.
- [3] R. Guerrero, O. Hintze, G. Medina, F. Novas, L. Castanedo.
ESTRATEGIA DE DEFENSA DEL SIS. INTERCONECTADO MEXICANO.
- [4] H.E. Lokay, V. Burtnyk
APPLICATION OF UNDERFREQUENCY RELAYS FOR AUTOMATIC LOAD SHEDDING
IEEE Trans., March 1983.
- [5] O.I. Elgerd.
ELECTRIC ENERGY SYSTEMS THEORY. AN INTRODUCTION
Mc Graw Hill Book Company 1971.
- [6] J. Berdy
LOAD SHEDDING. AND APPLICATION GUIDE
General Electric Company
- [7] Warren C. New
LOAD CONSERVATION BY MEANS OF UNDERFREQUENCY RELAYS.
General Electric Co., 1966.
- [8] R.O. Bigelow, R.A. Thompson, P.L. Dandeno
AUTOMATIC LOAD RELIEF PRACTICES IN NORTHEASTERN UNITED STATES AND PROVINCE OF ONTARIO, CANADA.
- [9] Adolfo García G.
CONTROL DE FRECUENCIA Y GENERACION
Curso. Cia. de Luz y Fuerza del Centro, S.A. 1976.
- [10] Gonzalo Arroyo A.
EL CONTROL EN LOS SISTEMAS DE POTENCIA
Curso. Sección de Graduados ESIME - IPN, 1982.
- [11] Anderson and Fouad
POWER SYSTEM CONTROL AND STABILITY
Iowa State University Press.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO 2: SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

ESTABILIDAD DINAMICA

ING. JOSE LEONEL HERNANDEZ GRIMALDO

OCTUBRE 1992

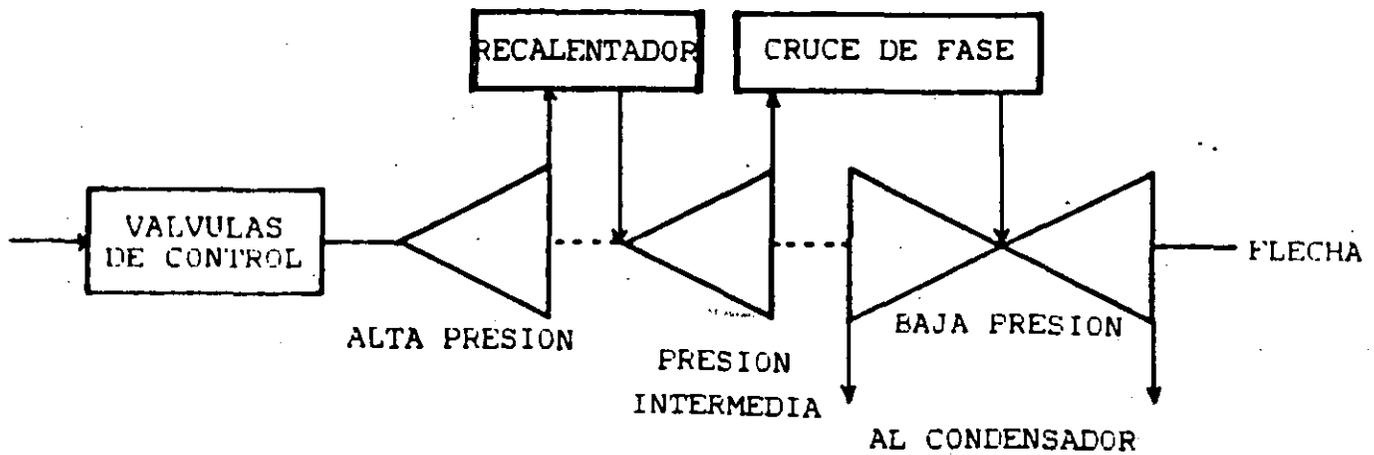


Figura 1. Diagrama esquemático de la turbina térmica con recalentamiento.

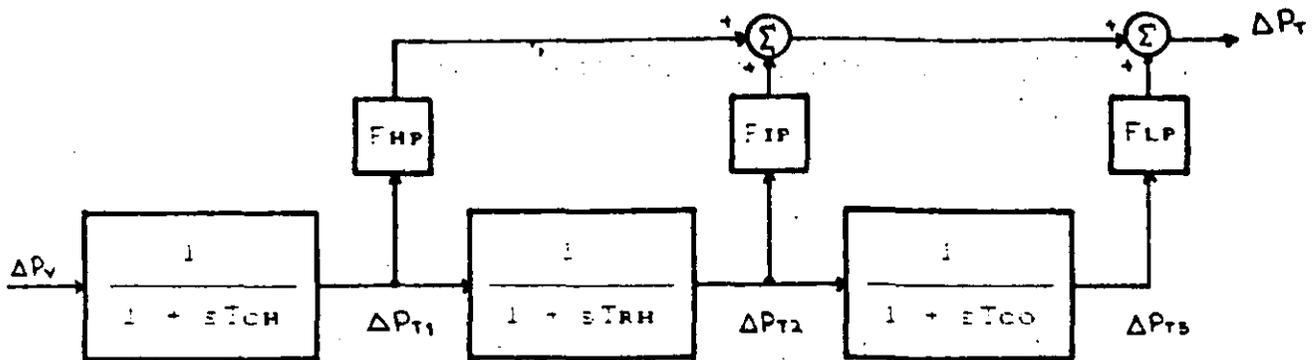


Figura 2. Modelo en bloques de la turbina térmica con recalentamiento.

$$\begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta P_{T3} \\ \Delta P_{T2} \\ \Delta P_{T1} \\ \Delta P_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \cdot T_P & FLP/HP \cdot T_P & FIP/IP \cdot T_P & FHP/HP \cdot T_P & 0 \\ 0 & -1 \cdot T_{co} & 1 \cdot T_{co} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \cdot T_{RH} & 1 \cdot T_{RH} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \cdot T_{CH} & 1 \cdot T_{CH} \\ -1 \cdot T_{TH} & 0 & 0 & 0 & -1 \cdot T_{TH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta P_{T3} \\ \Delta P_{T2} \\ \Delta P_{T1} \\ \Delta P_V \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -1 \cdot P \cdot T_P \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta P_L + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta P_{REF}$$

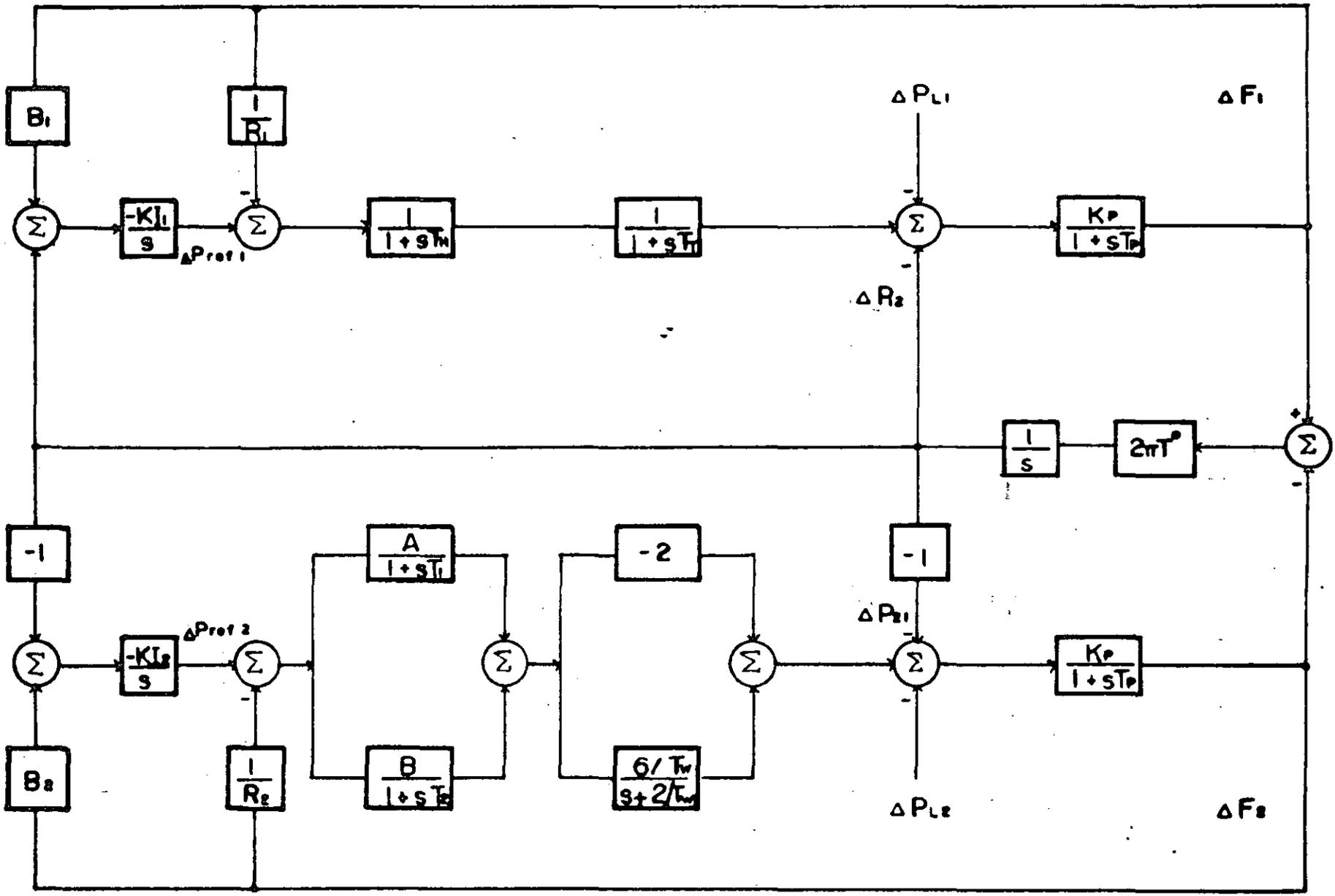


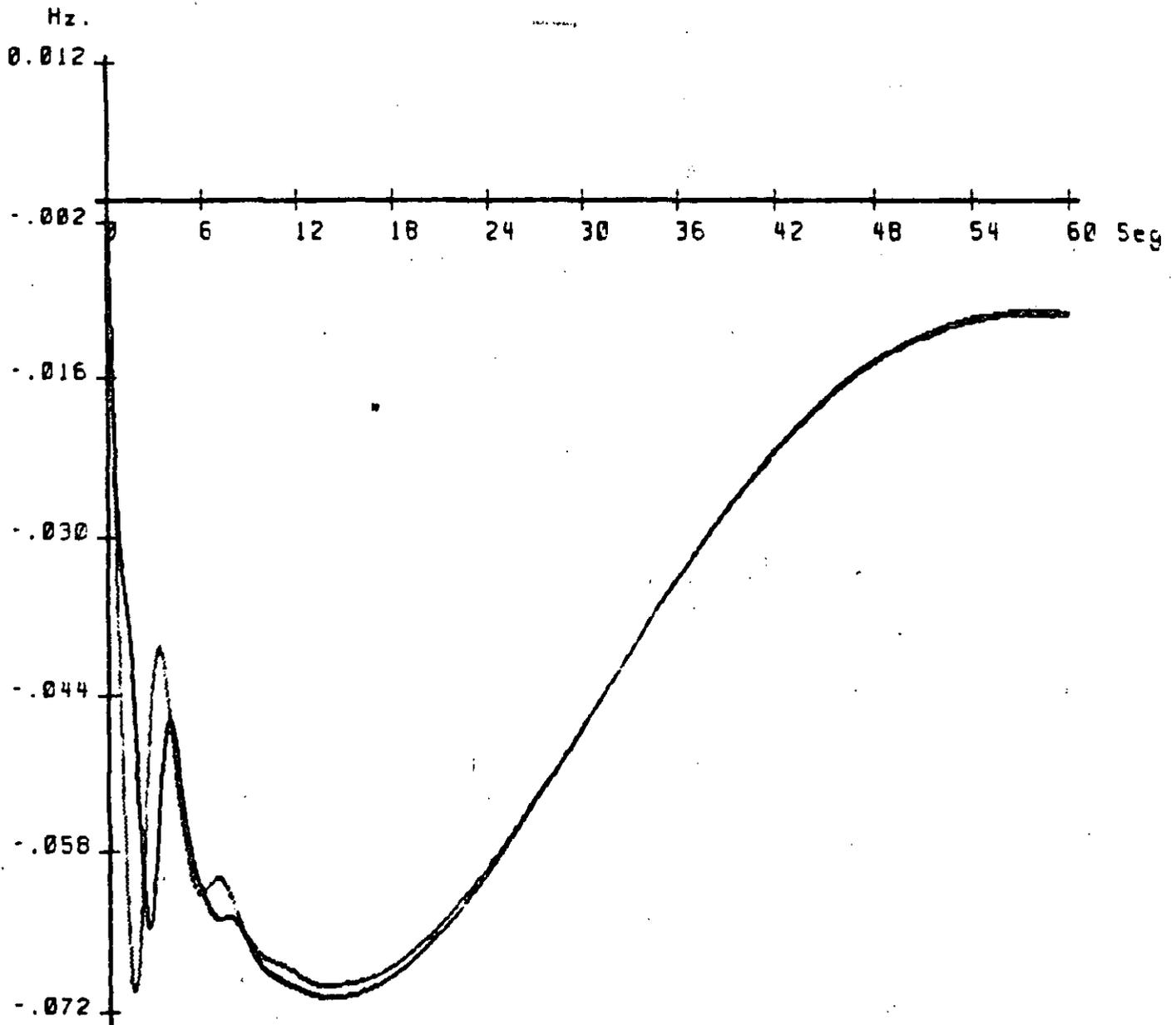
Figura 1 Regulación secundaria para dos áreas con control de interconexiones

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_P} & 0 & \frac{K_P}{T_P} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_P}{T_P} \\ 0 & -\frac{1}{T_P} & 0 & \frac{K_P}{T_P} & 0 & -2\frac{K_P}{T_P} & -2\frac{K_P}{T_P} & 0 & 0 & \frac{K_P}{T_P} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_T} & 0 & \frac{1}{T_T} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{T_V} & 0 & \frac{6}{T_V} & \frac{6}{T_V} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{RT_H} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_H} & 0 & 0 & \frac{1}{T_H} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{A}{R_2 T_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_1} & 0 & 0 & \frac{A}{T_1} & 0 \\ 0 & -\frac{B}{R_2 T_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & \frac{B}{T_2} & 0 \\ -KI_1 B_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -KI_1 \\ 0 & -KI_2 B_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & KI_2 \\ 2\pi T^{\circ} & -2\pi T^{\circ} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \Delta F_1 \\ \Delta F_2 \\ \Delta P_T \\ \Delta P_{T1} \\ \Delta P_V \\ \Delta P_{V1} \\ \Delta P_{V2} \\ \Delta P_{r1} \\ \Delta P_{r2} \\ \Delta P_{12} \end{bmatrix}$$

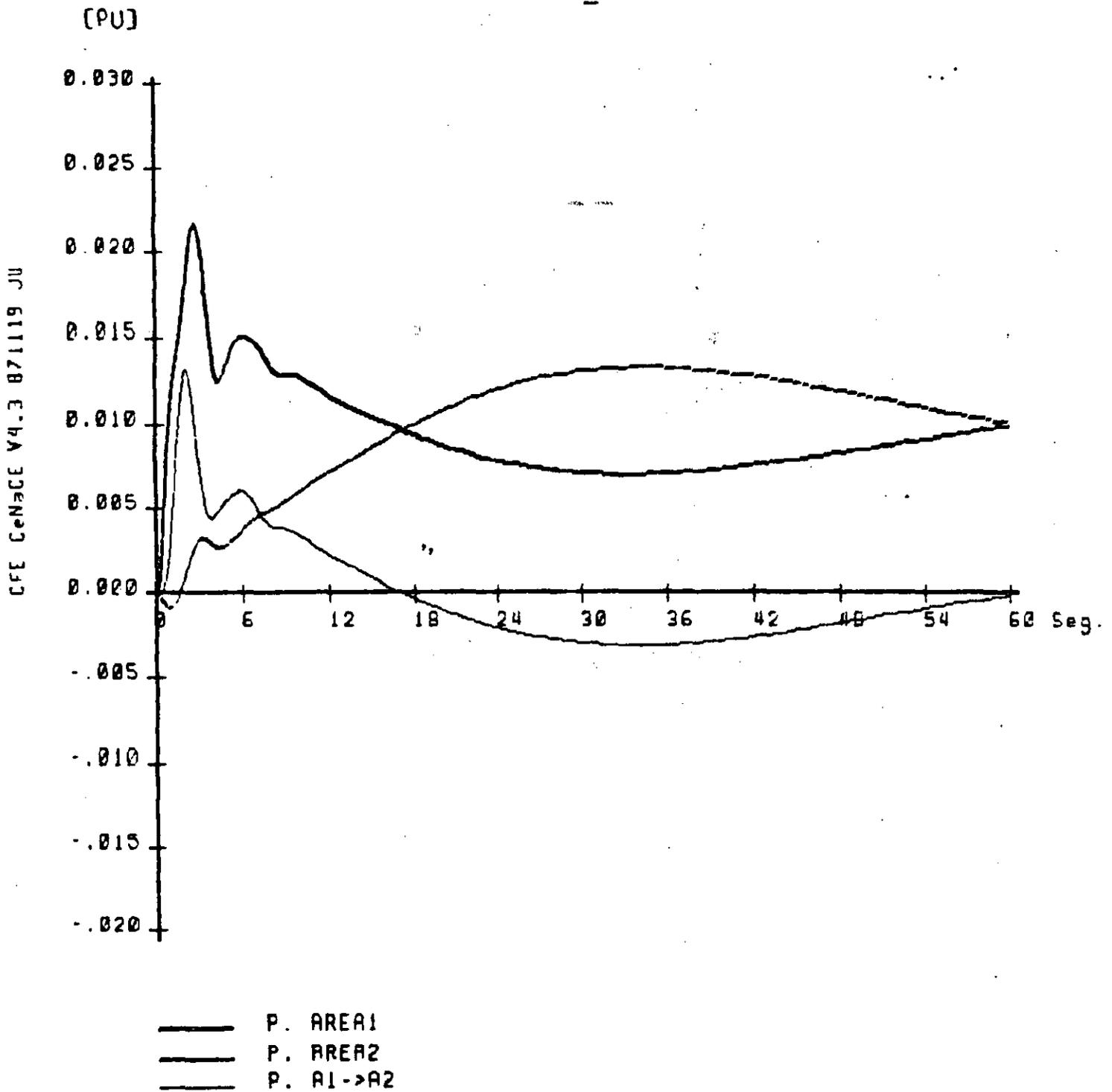
$$BU = \begin{bmatrix} -K_P/T_P \Delta P_{11} \\ -K_P/T_P \Delta P_{12} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

GRAFICAS DE VARIACION DE FRECUENCIA
(CASO 2)

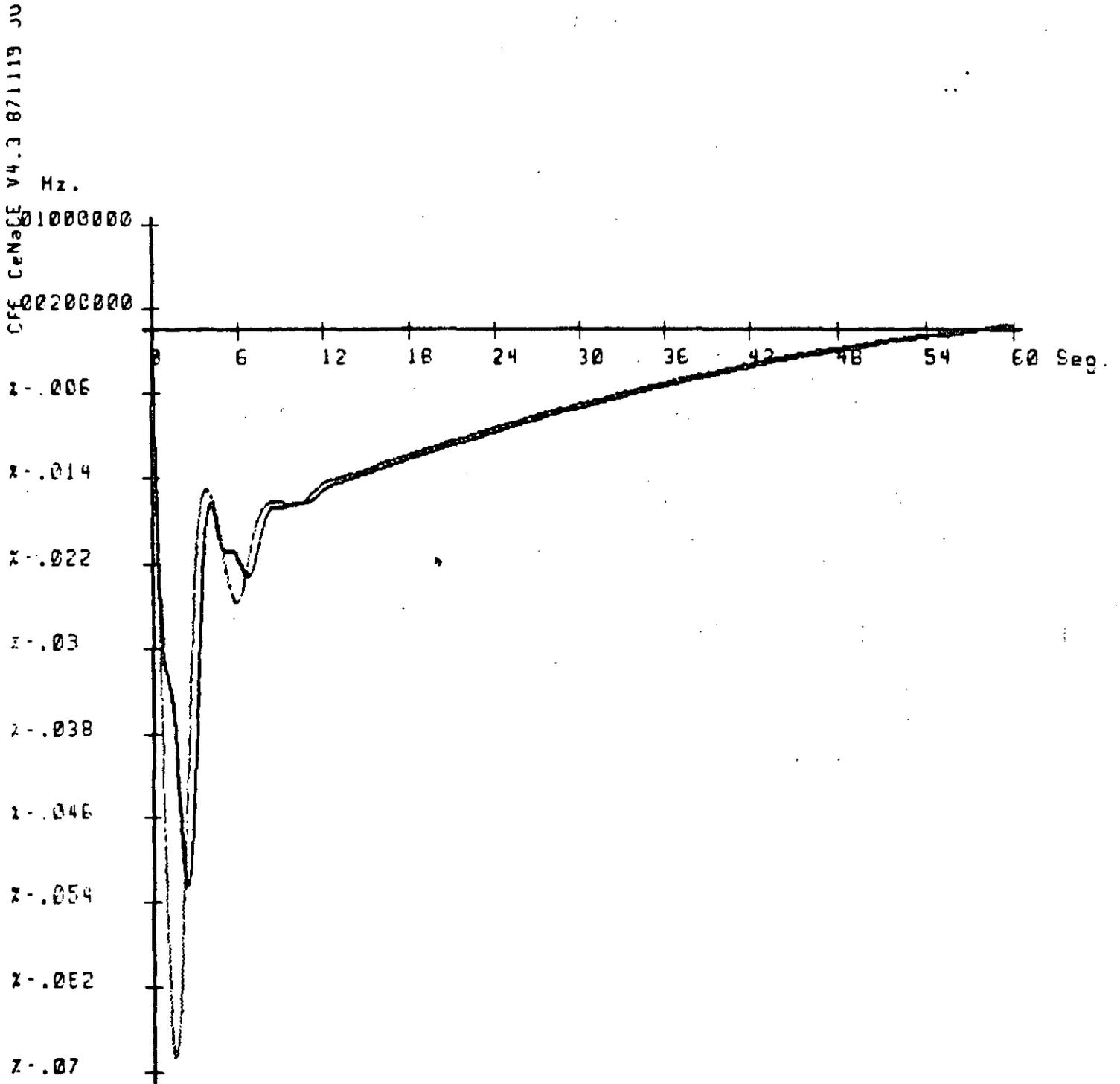


— DF AREA1
- - - DF AREA2

VARIACION DE POTENCIA MECANICA Y DE POTENCIA DE INTERCONEXION (caso 2)

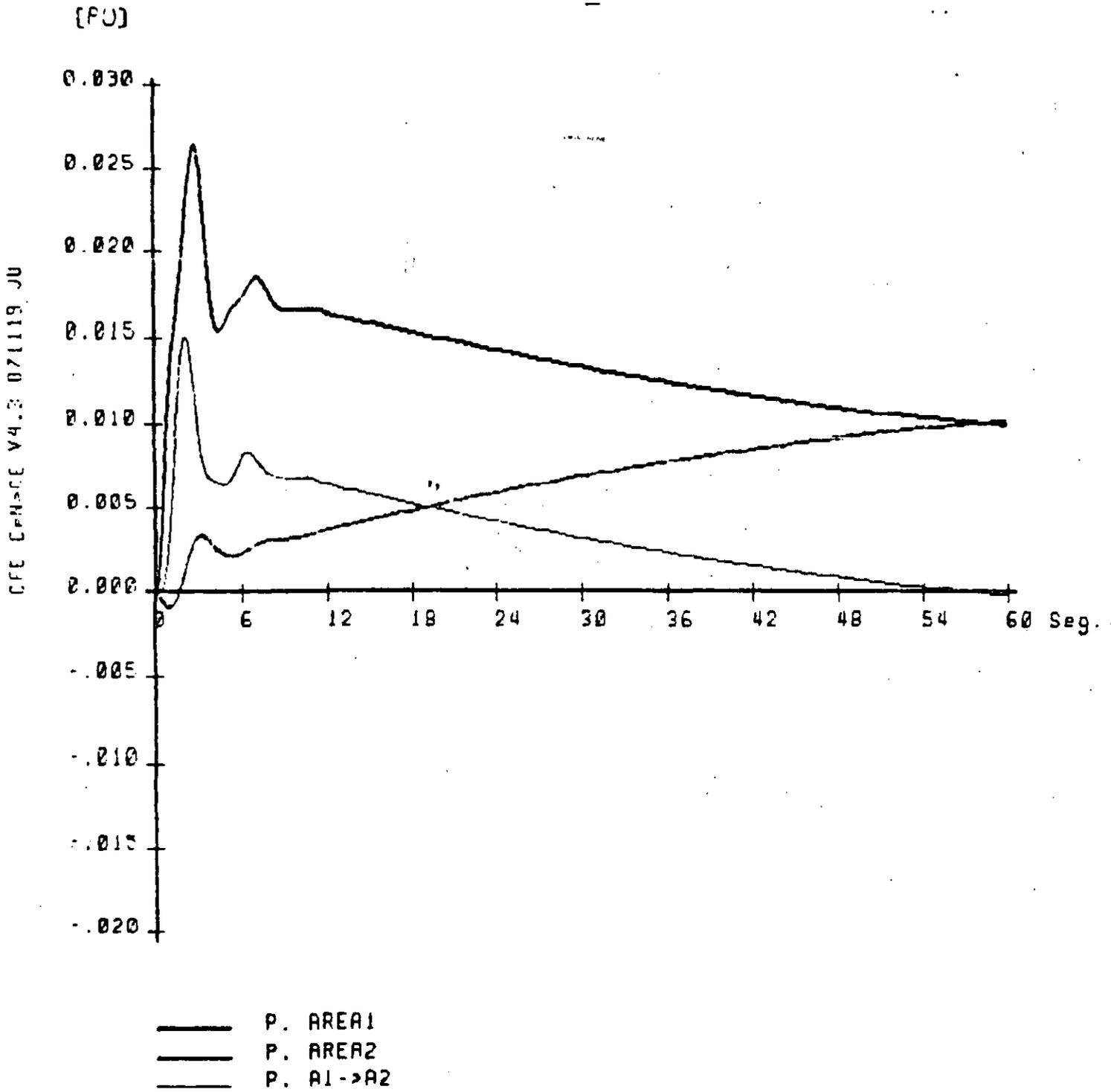


GRAFICAS DE VARIACION DE FRECUENCIA
(caso 5A)



— OF AREA1
 — OF AREA2

VARIACION DE POTENCIA MECANICA Y POTENCIA DE INTERCONEXION
(caso 5A)





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO 2: SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

PROTECCION DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

ING. AUGUSTO O. HINTZE V.

OCTUBRE-1992

1.- INTRODUCCION Y FILOSOFIAS GENERALES

RELEVADORES DE PROTECCION Y
SISTEMAS DE PROTECCION POR RELEVADORES.

Son circuitos analógicos compactos, conectados a varias partes del --
Sistema de Potencia, para detectar condiciones de operación no deseadas
ó intolerables dentro de su área asignada.

Su función principal es iniciar la desconexión del área en problema, -
esta desconexión se lleva a cabo mediante los interruptores.

Por lo tanto: Los relevadores y los interruptores forman un equipo, -
ambos deben ser planeados juntos.

FACTORES IMPORTANTES EN LA APLICACION

1.- ECONOMIA.-

Inicial, de operación, mantenimiento.

2.- PRACTICAS DE OPERACION.-

De acuerdo a los estándares y prácticas.
Permiten una operación eficiente del sistema.
Flexibilidad para el futuro.

3.- EXPERIENCIAS PREVIAS.-

La protección se enfoca hacia problemas previos ó anticipando otros.

4.- MEDICIONES DISPONIBLES DE FALLAS A PROBLEMAS.-

Magnitudes de falla, localizaciones de TC'S
ó de TP'S.

CLASES DE RELEVADORES POR ANSI

I.- POR FUNCION

- | | |
|----------------|------------------|
| 1). Protección | 4). Programación |
| 2). Regulación | 5). Auxiliar |
| 3). Monitoreo | |

II.- POR SEÑAL DE ENTRADA

- | | | |
|---------------|-----------------|-----------|
| 1). Corriente | 4). Presión | 7). |
| 2). Voltaje | 5). Frecuencia | 8). Flujo |
| 3). Potencia | 6). Temperatura | |

III.- SEGUN PRINCIPIO DE OPERACION O ESTRUCTURA

- | | |
|------------------------------|---------------------|
| 1). Por ciento | 4). Estado sólido |
| 2). Restricción
Múltiple. | 5). Electromecánico |
| 3). Producto | 6). Térmico |

IV.- POR CARACTERISTICA DE COMPORTAMIENTO

- | | |
|---------------------------------|---------------------------|
| 1).- Distancia | 5). Bajo Voltaje |
| 2).- Sobrecorriente Direccional | 6). Tierra, Fase |
| 3). Tiempo Inverso | 7). Alta ó Baja Velocidad |
| 4). Tiempo Definido | 8). Comparación de Fase |

CLASIFICACION DEL COMPORTAMIENTO DEL RELEVADOR

- 1.- Correcta.
- 2.- Sin conclusión.
- 3.- Incorrecta
 - a). No disparó
 - b). Disparó en falso.

RAZONES DE OPERACION INCORRECTA

- 1.- Aplicación
- 2.- Ajuste.
- 3.- Personal.
- 4.- Equipo (TC'S, TP'S, Interruptor, Cable y Alambrado, Relevador, Canal, Batería, Otros).

FILOSOFIA GENERAL
DE LA APLICACION DE RELEVADORES

Dividir el sistema de potencia en zonas que pueden ser protegidas adecuadamente con un mínimo de interrupción para el sistema.

- 1.- Generador y Unidad Generador-Transformador.
- 2.- Transformadores.
- 3.- Buses.
- 4.- Circuitos de Transmisión y de Distribución.
- 5.- Motores.

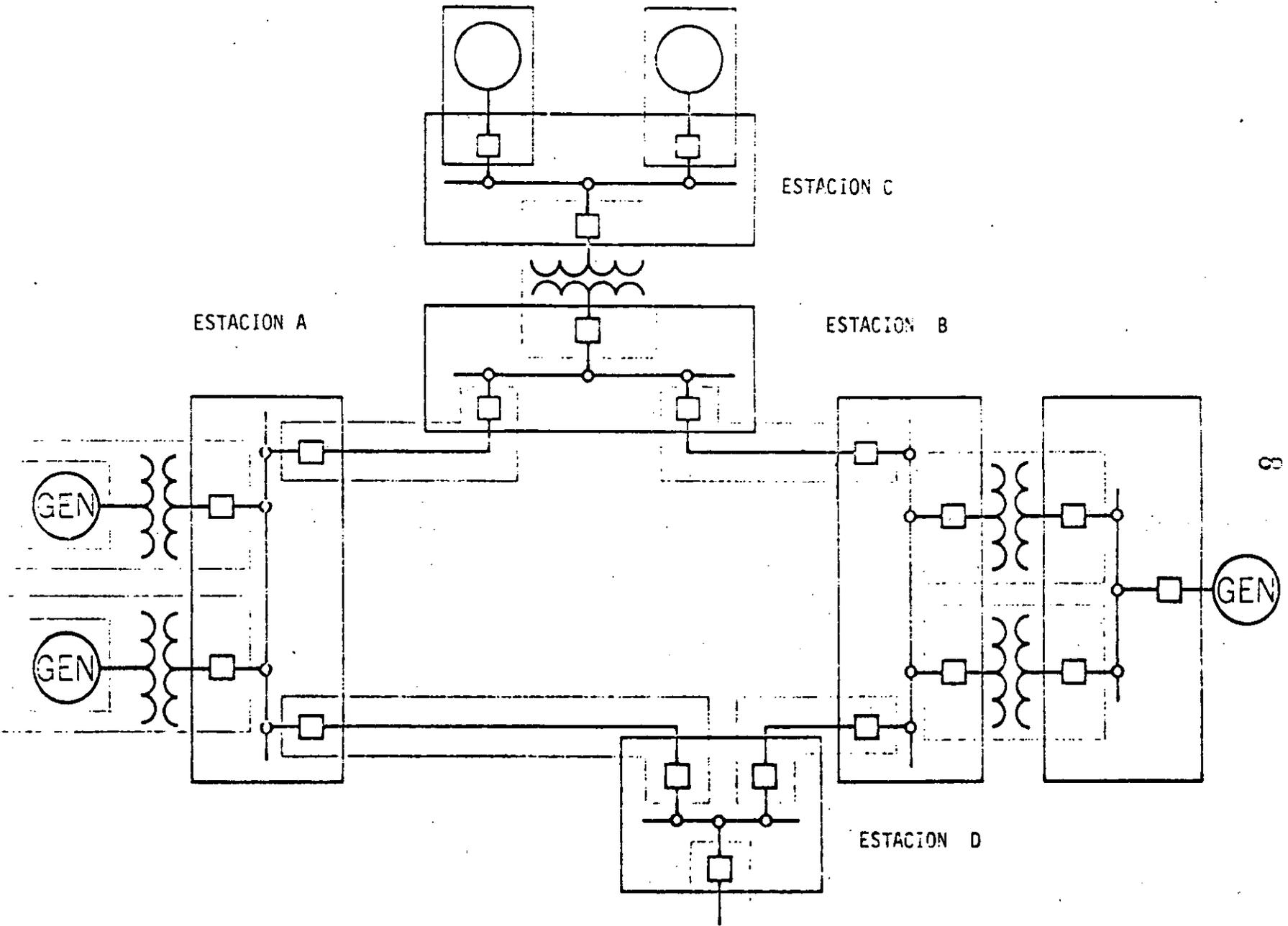
MÓTORES

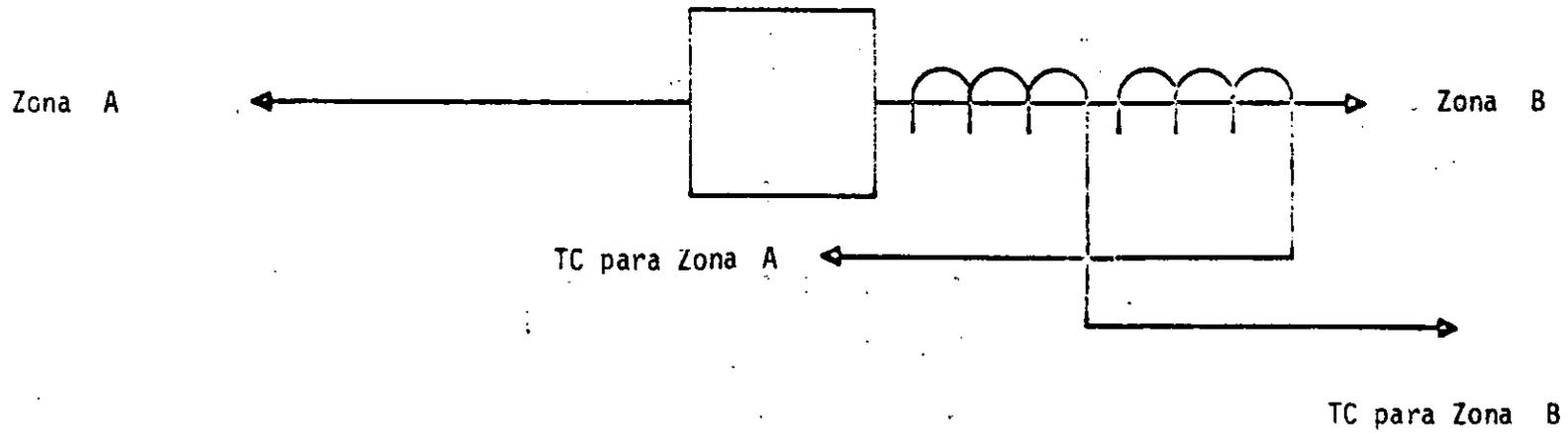
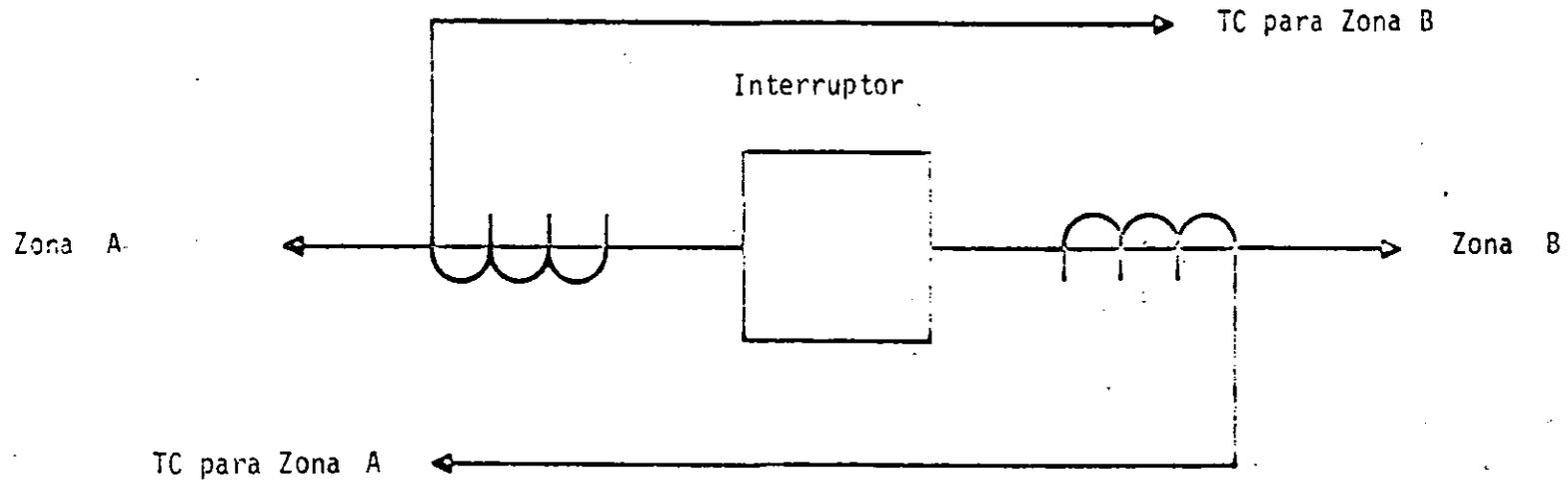
ESTACION C

ESTACION A

ESTACION B

ESTACION D





INFORMACION REQUERIDA
PARA LA APLICACION DE RELEVADORES

- 1.- Configuración del Sistema.
- 2.- Protección actual del sistema y sus dificultades.
- 3.- Grado de Protección requerida.
- 4.- Preferencias Existentes, operación, procedimientos, prácticas.
- 5.- Expansiones Futuras.
- 6.- Estudios de corto circuito y Cargas Máximas compatibles.
- 7.- Localización de TC'S, TP'S, conexión y relación de transformación.
- 8.- Impedancias de líneas y transformadores.

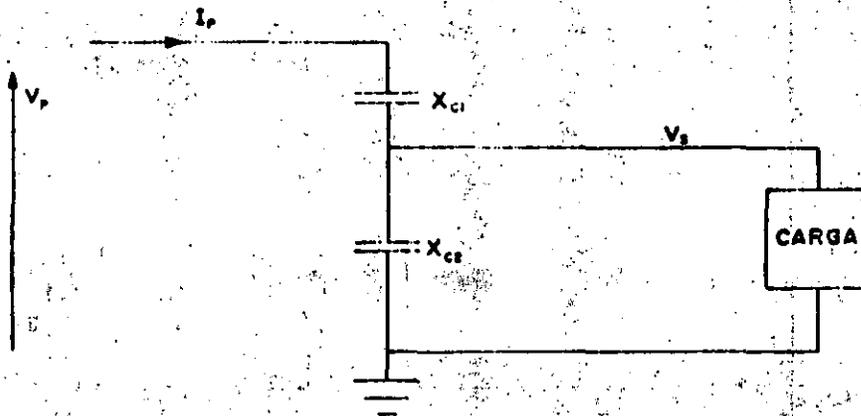
2.- TRANSFORMADORES DE INSTRUMENTO

FUENTES DE POTENCIAL

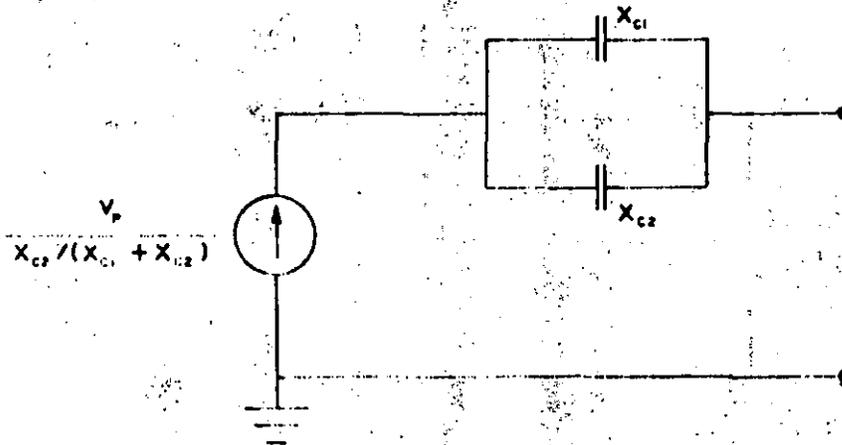
Dispositivos capacitivos de potencial

Transformadores de potencial

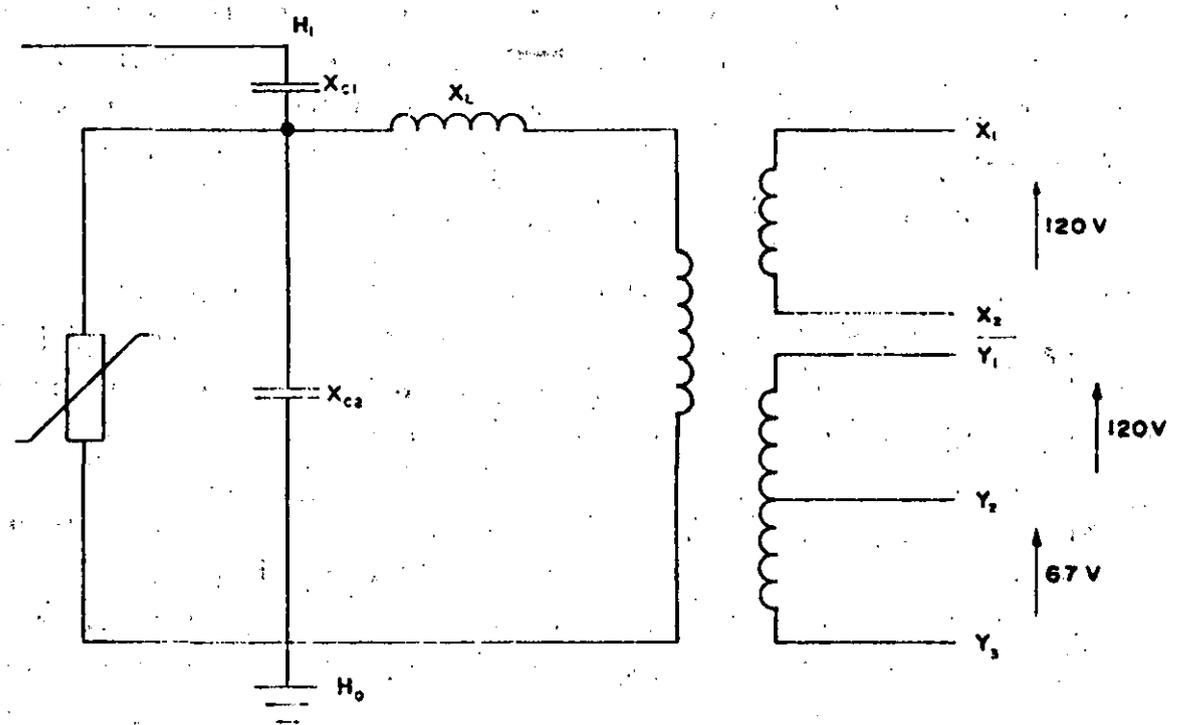
Un dispositivo de potencial podría ser simplemente



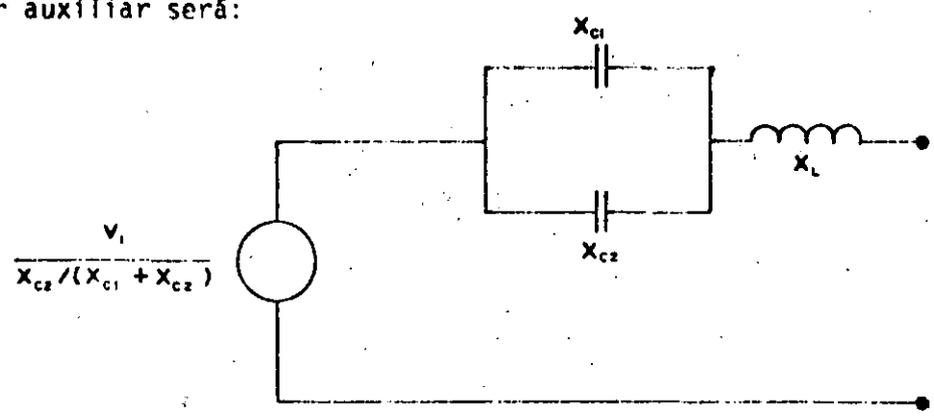
Pero esto limitaría muy seriamente la capacidad que se pudiera alimentar; ya que el equivalente de Thevenin sería:



Lo cual resultaría en una regulación muy alta. Para poder evitar este problema, se utiliza un circuito resonante al que además para tener aislamiento eléctrico, se le añade un transformador auxiliar, tal como se muestra en seguida:



De tal manera, el equivalente visto desde las terminales del transformador auxiliar será:



Seleccionando $X_L = \frac{X_{c1} - X_{c2}}{X_{c1} + X_{c2}}$ se logra una regulación prácticamente cero;

sin embargo, esto no es sin costo. En este caso, el costo es el hecho de que, si se llega a provocar un corto circuito en las terminales secundarias del DP, el voltaje a través del reactor y a través de los capacitores crecerá enormemente, y, con excepción de X_{c1} , el nivel de aislamiento no será suficiente. Es por ésto que es necesario proveerlo de un apartarrayos que sea capaz de proteger el aislamiento pero que no opere durante medio ciclo en caso de descargas atmosféricas.

Los transformadores de potencial efectúan la reducción de la señal en forma muy similar a la de los transformadores de distribución con la diferencia principal de que el hierro del núcleo es suficiente para soportar mayores voltajes sin que su saturación sea apreciable.

Como son elementos que trabajan a flujo reducido todo el tiempo, generalmente los efectos no lineales de la saturación se puede despreciar.

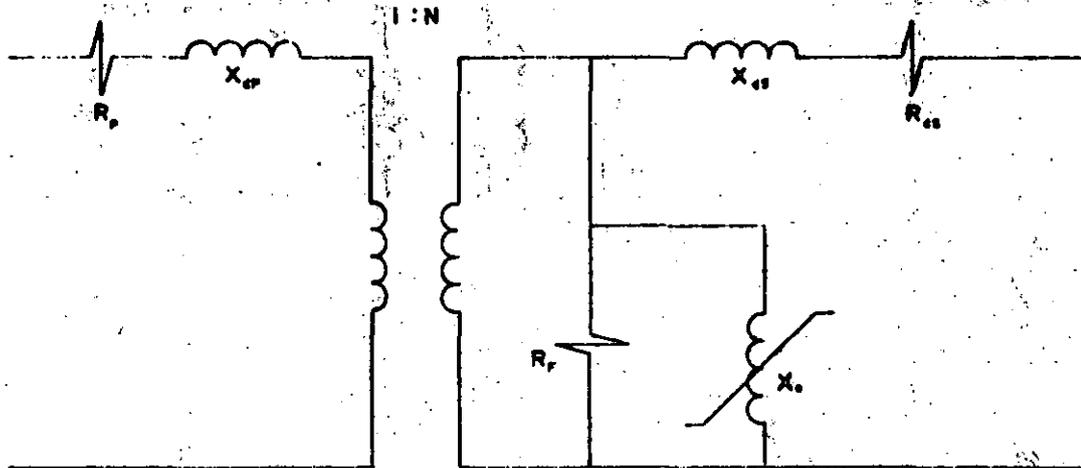
Igualmente los errores de relación de transformación (en magnitud y ángulo) son despreciables para los fines de protección; no siendo este el caso con los equipos de medición a menos que se tenga cuidado con la carga secundaria del TP ó DP.

FUENTES DE CORRIENTE

La obtención de una señal representativa de la corriente primaria se lleva a cabo por medio de transformadores de corriente. Es en estos aparatos en donde el rango dinámico de las señales por manejar es más grande, y, por tanto, es en ellos donde se tienen los mayores problemas de manejo de señal. Generalmente los problemas los causa la saturación del núcleo y es por eso que el mayor esfuerzo se dedica a conocer y tratar este fenómeno.

Debido a que el manejo de fenómenos no lineales no es fácil, generalmente se procura simplificar el fenómeno antes de representarlo.

Partiendo del diagrama equivalente del transformador



6

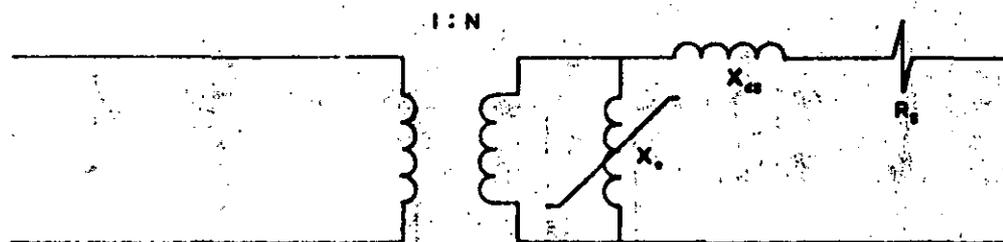
Tanto R_p como X_{dp} o sea la resistencia del primario como la reactancia de dispersión del primario no tienen ningún efecto sobre la precisión de la relación de transformación.

Su efecto se deja sentir únicamente en la necesidad del voltaje primario para sostener una corriente de falla y esto solo afectaría a sistemas de voltajes muy reducidos.

Es por lo anterior que estos dos elementos no se incluyen en los cálculos de relación de transformación.

Para la precisión requerida para la protección, la resistencia paralela con la que se representan las pérdidas en el hierro, se puede despreciar. Lo que es muy importante representar es la inductancia de excitación, ya que su efecto puede ser decisivo, sobre todo para corrientes elevadas.

Tras las simplificaciones mencionadas, el modelo del transformador de corriente será:



Dependiendo de la construcción del transformador de corriente, puede ---
lograrse tener una baja impedancia de dispersión secundaria o no. Si --
ésto se logra, el comportamiento del TC es calculable; en caso contrario,
este comportamiento se deberá encontrar por medio de pruebas en las que -
simulen (o dupliquen) las condiciones que se espera encontrar.

Lo anterior da lugar a la clasificación de TC's en función de la impedancia
de dispersión y del voltaje de saturación de la impedancia de excitación.
Esta clasificación es de la forma:

	<u>C 400</u>	
C	calculable	voltaje de
T	se debe probar	saturación

La literal solo puede ser C ó T; si es C esto implica que la reactancia
de dispersión es despreciable y que por tanto el comportamiento es ---
calculable. Si es T, la reactancia de dispersión es apreciable y solo -
por medio de pruebas se podrá determinar el comportamiento. La T pro-
viene de la palabra "Tested".

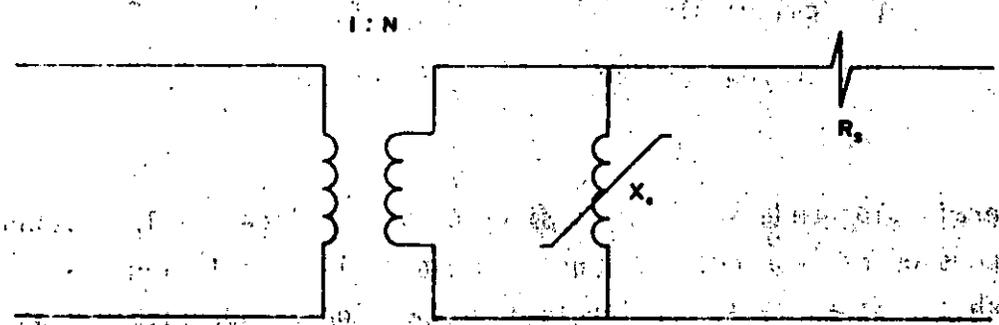
El voltaje de saturación se define como "El voltaje máximo RMS en las --
terminales secundarias para el que el TC, con una corriente primaria de
20 veces el valor nominal, entrega una corriente secundaria con un error
no mayor del 10%".

Los valores de voltaje de saturación se encuentran normalizados a las --
siguientes clases:

38

- 50 V
- 100 V
- 200 V
- 400 V
- 800 V

de tal suerte, si un determinado TC es capaz de sostener el error dentro de 10% para 500 V; deberá ser clasificado como clase 400. Debido a que solo se pueden calcular los TC's con impedancia de dispersión despreciable, el modelo que se usará para ellos será el siguiente:



y, en este modelo, la X_e se da por medio de la curva $V - I$, ya que no es una constante.

Existen tres métodos generalmente empleados para calcular el comportamiento de los TC's:

- 1.- Se calcula la densidad de flujo en el núcleo y se compara con la densidad que se puede tener en el acero del núcleo.

10

Para élio, suponiendo que la relación de transformación es perfecta, se calcula la corriente secundaria y, con ella y las impedancias de las cargas, se calcula el voltaje en el secundario del TC. Con este voltaje, y sabiendo que

$$V = 4.44 f N \phi \times 10^{-8}$$

se puede calcular ϕ y con él y el área de sección transversal del TC se puede calcular β pues

$$\beta = \frac{\phi}{A}$$

Una vez calculada la β , se compara con la densidad permisible para la clase de acero de que esté hecho el núcleo, la cual es generalmente del orden de 11 000 a 19 000 líneas/cm²: (75 000 a 125 000 líneas/pulg²).

Esta prueba solo es cualitativa en realidad, pues solo indica si ha brfa o no saturación pero no indica la imprecisión que esto causaría. Además no siempre se tiene disponible la información del tipo de acero del núcleo ni del área de sección transversal. Esto orilla al in geniero de protecciones a usar alguno de los dos métodos siguientes.

- 2.- Una vez calculado el voltaje secundario del TC tal como se describió en el método 1, se procede simplemente a compararlo con el voltaje de clasificación del TC y, si lo excede, la aplicación implicará --

saturación (aunque no necesariamente pues como se mencionó antes, un TC con voltaje de saturación V_{gr} 700 volts se clasificaría como -- clase 400).

Este método es también cualitativo únicamente ya que es solo una -- comprobación permisiva; además, no es muy precisa para corrientes diferentes de 20 veces la corriente nominal (tanto mayores como meno--res).

Cuando se desea mayor detalle o precisión se debe entrar al método -- que aquí se da como número 3.

- 3.- Utilizar el modelo eléctrico del (o los) TC teniendo la curva de -- excitación para tomar en cuenta correctamente el elemento no lineal. Este método solo se puede utilizar para TC's con impedancia baja de dispersión secundaria. Cabe hacer notar además, que, debido a la -- presencia de fenómenos no lineales, no se pueden obtener soluciones generales sino solamente soluciones particulares, lo cual implica -- que cada caso se deberá analizar individualmente y con los métodos -- numéricos adecuados.

Debido a que un TC no se debe aplicar si esto está al borde de no -- resultar satisfactorio, en la aplicación de este método se toma un -- punto de vista pesimista y se asume que todos los componentes son resistivos puros con lo que las corrientes y las caídas de tensión se pueden manejar aritméticamente en lugar de fasorialmente.

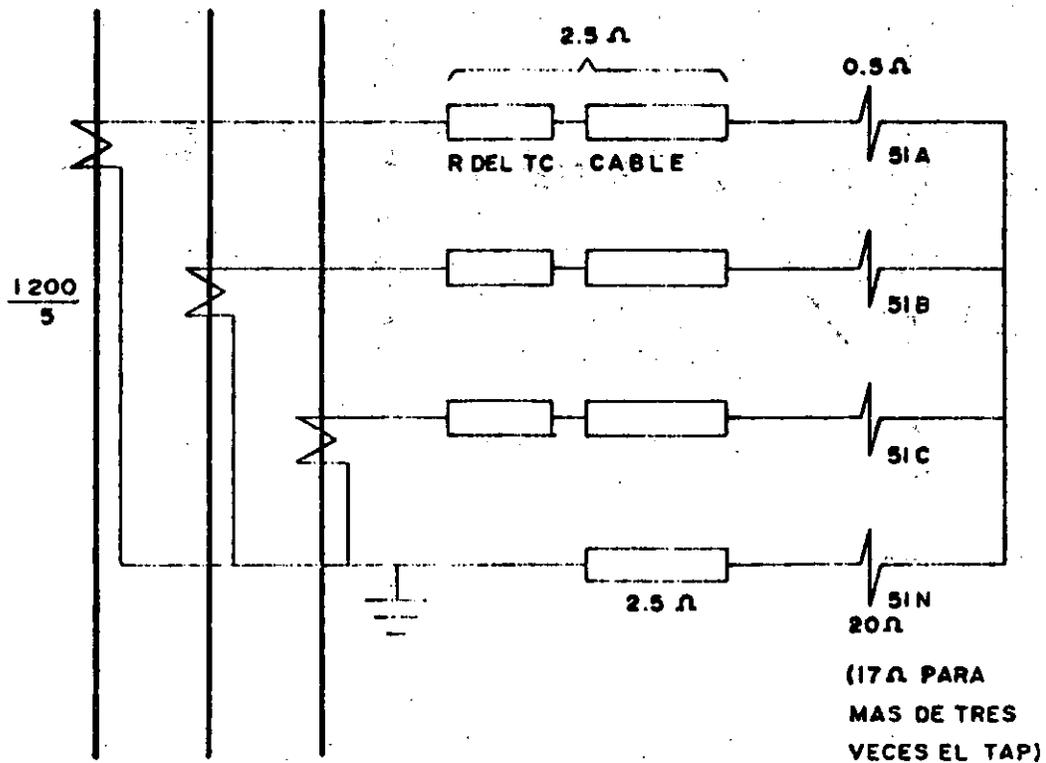
Esto simplifica la labor de por sí pesada de manejar por prueba y -- error los elementos no lineales, además de que el concepto de reac--tancia se diluye un poco por el hecho de que se tiene un contenido -- de armónicas generalmente alto.

A continuación se resuelve un problema que ejemplifica los dos tipos de problema que generalmente se encuentran y que son:

- Conocida una corriente secundaria deseada, cual deberá ser la corriente primaria que la produzca.
- Conocida una corriente primaria, que corriente secundaria circulará.

En el ejemplo se han exagerado las resistencias del cableado. Además se ha representado un TC de muy baja calidad (tiene una corriente de excitación alta y se satura pronto) para ilustrar más claramente el efecto de la corriente de excitación.

Primeramente se plantea el problema más fácil de resolver y que es: conocida la corriente secundaria, encontrar la corriente primaria.



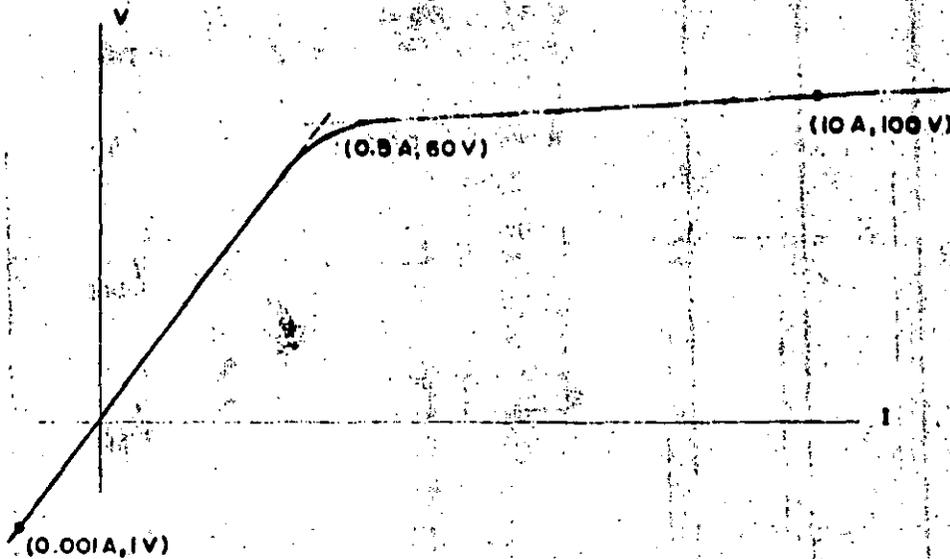
Sabiendo que los ajustes son:

51's de fase — TAP = 5 amp.

51 N — TAP = 0.5 amp.

Se desea saber cual es la corriente trifásica primaria con la que operarán los 51's de fase y cual es la corriente primaria monofásica con la que operará el 51N. Para ello se cuenta, además del conocimiento de la RTC, con el conocimiento de la curva de saturación de los TC's.

La curva de excitación es:



y, aproximándola con dos líneas rectas, las ecuaciones que la definen son:

$$a) \quad \text{Para} \quad 0.001 \leq I_e \leq 0.5$$

$$\delta \quad 1 \leq V \leq 60$$

$$V = 94.7278 I_e^{65883}$$

$$\delta \quad I_e = 0.001 V^{1.5179}$$

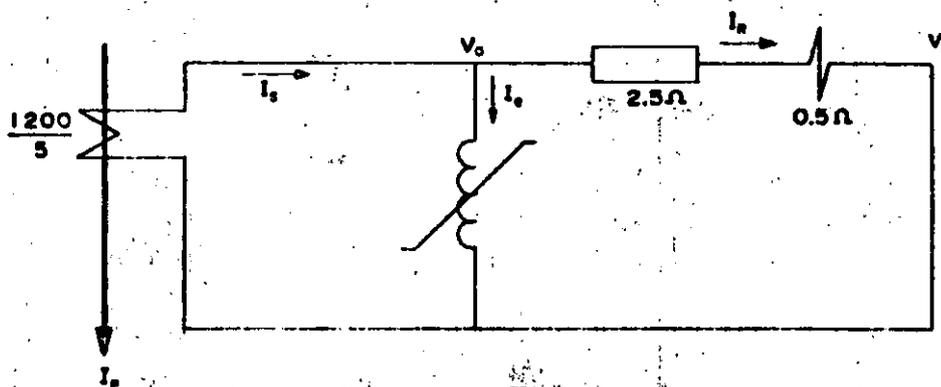
$$b) \quad \text{Para} \quad 0.5 \leq I_e \leq 60 \leq V$$

$$V = 67.528 I_e^{0.17052}$$

$$\delta \quad I_e = 1.8665 \times 10^{-11} V^{5.8645}$$

SOLUCION

Para corriente trifásica no circulará corriente por el 51N y así no habrá caída de tensión ni en él ni en el cableado de neutro. Entonces, como $T = 5$ amps., $IR = 5$ para que opere. Así:



Si $I_R = 5$, como $V_1 = 0$

$$V_a = 5 \times (2.5 + 0.5) = 15 \text{ V}$$

De la curva, para $V = 15$, $I_e = 0.061$ amps.

entonces

$$I_s = I_e + I_R = 5 + 0.061 = 5.061$$

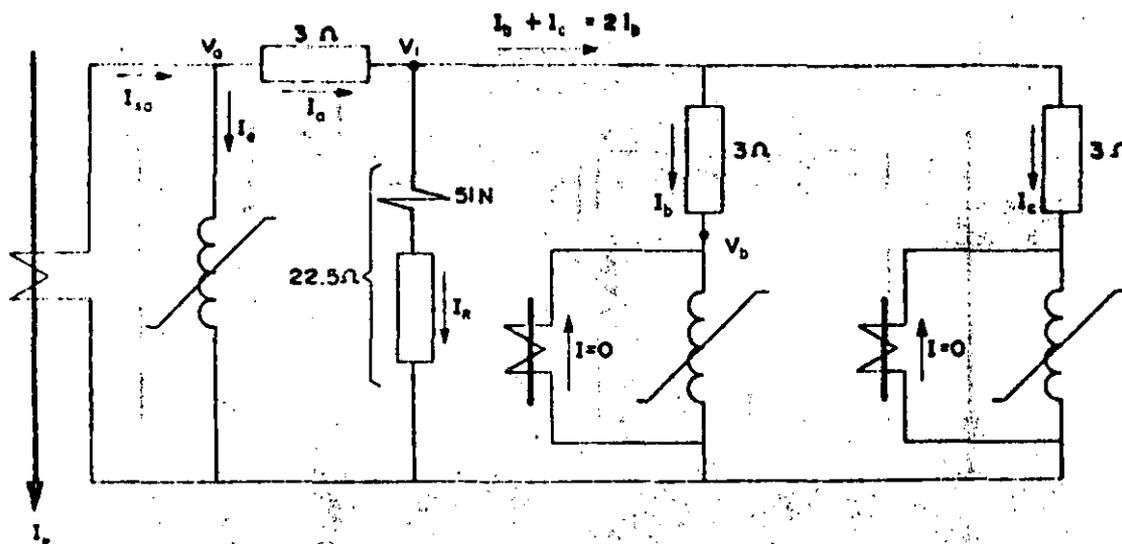
y así

$$I_p = \frac{1200}{5} \times 5.061 = 1214.6 \text{ amps.}$$

o sea

$$I_p = 1215 \text{ Amps.}$$

Para el caso de corriente monofásica, habrá necesidad de representar el circuito completo pues el voltaje del neutro de los relés será diferente de cero. El diagrama equivalente será:



Como $T = 0.5$; $I_R = 0.5$ entonces

$$V_1 = 22.5 \times 0.5 = 11.25 \text{ V}$$

Con este valor de voltaje, se encontrará I_b por aproximaciones sucesivas así; suponiendo $V_b = V_1$

— para $V_b = 11.25$; $I_e = 0.03940$

Con I_e conocida, se calcula $V_b = V_1 - I_e \times 3$

$$V_b = 11.25 - 3 \times 0.03940 = 11.132 \text{ y nuevamente se entra a la curva}$$

— para $V_b = 11.132$, $I_e = 0.03877$ y, con esta nueva I_e , se recalcula V_b y se vuelve a la curva.

— para $V_b = 11.134$, $I_e = 0.03878$

Como ya el valor en dos aproximaciones sucesivas es prácticamente igual, se considera correcto, con lo cual y sabiendo que $I_b = I_c$

$$I_a = I_R + I_b + I_c = 0.5 - 0.039 + 0.039$$

$$I_a = 0.578$$

con lo que ahora se puede calcular V_a pues

$$V_a = V_1 + I_a \times 3$$

$$= 11.25 + 3 \times 0.578$$

$$V_a = 12.983$$

26

y, entrando a la curva,

$$\text{para } V = 12.983, \quad I_e = 0.04897$$

y así,

$$I_s = I_a + I_e = 0.578 + 0.04897$$

$$I_s = 0.6265$$

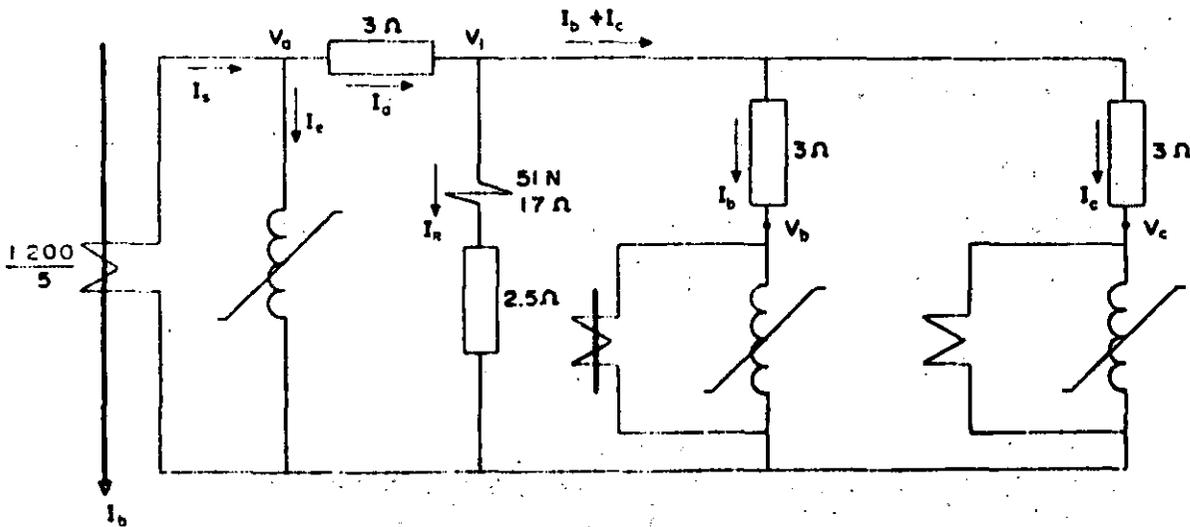
y entonces

$$I_p = \frac{1200}{5} \times 0.6265$$

$$I_p = 150.37 \text{ amps.}$$

(teóricamente $I_p = 120 \text{ amps}$)

Para corriente de falla monofásica, se desea conocer el valor de la corriente primaria que haga circular por el 51N, una corriente ocho veces superior a la del tap. (con lo cual la resistencia del 51N baja a 17Ω .)



Como $T = 0.5$ y $K = 8$, $I_R = 0.5 \times 8 = 4.0$ amps.

$$V_1 = 4.0 \times (17 + 2.5) = 78 \text{ V}$$

efectuando nuevamente el proceso iterativo para encontrar I_b , iniciando con $V_b = V_1$

V_b	I_b
78.00	2.329
71.01	1.343
73.97	1.706
72.88	1.5642
73.31	1.6187
73.144	1.5976
73.21	1.606 — valor suficientemente aproximado

Conocida $I_b = I_e = 1.606$

$$I_a = I_R + I_b + I_c = 4.0 + 1.606 + 1.606 = 7.2052$$

con lo que

$$V_a = V_1 + 3 \cdot I_a$$

$$= 78 + 3 \times 7.2052$$

$V_a = 99.616$ y, entrando a la curva con este voltaje

$$I_e = 9.777$$

88

así,

$$I_s = I_a + I_e = 7.2052 + 9.777 = 169819$$

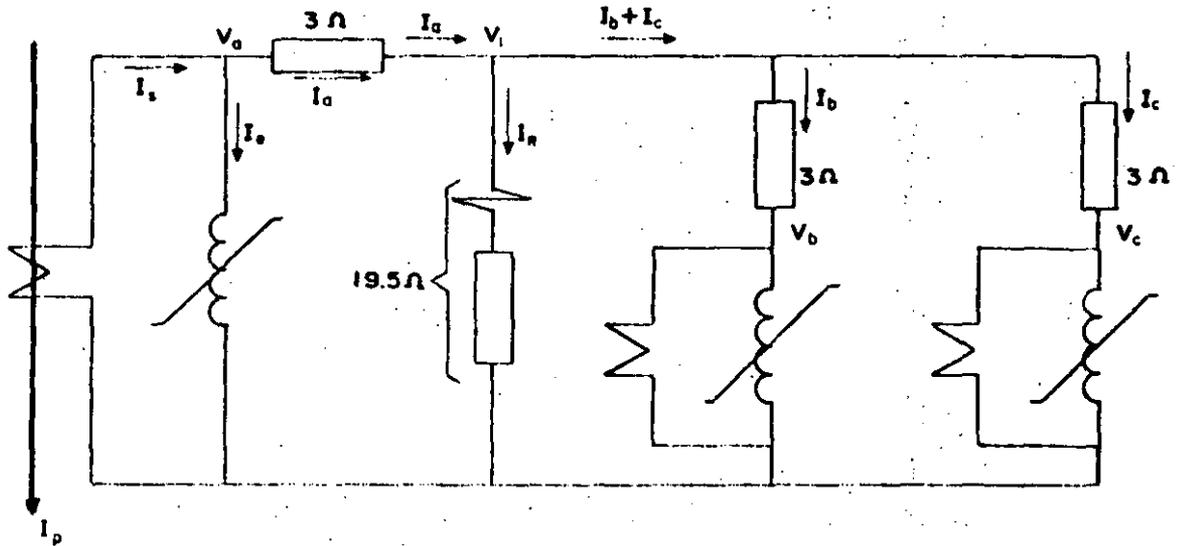
con lo que

$$I_p = \frac{1200}{5} \times 16.9819$$

$$I_p = 4075.7 \text{ Amps.}$$

teóricamente $I_p = 960 \text{ Amps.}$

Ahora, para una corriente primaria de 20 veces la corriente nominal, se desea conocer la corriente en el 51N.



$$I_p = 20 \times 1200 = 24\ 000 \text{ Amps.}$$

$$I_s = 24\ 000 / \left(\frac{1200}{5}\right) = 100 \text{ Amps.}$$

2.9

Asumiendo el límite del error

$$I_e = 10 \text{ y } V_a = 100 \text{ y así } I_a = 90$$

con lo que

$$V_1 = 100 - 90 \times 3 = 100 - 270 = 170 \text{ lo que no puede}$$

ser.

Suponiendo entonces una corriente mucho más alta de excitación

$$I_e = 70, \quad V_a = 139.35 \text{ (de la curva); } I_a = 30$$

$$\text{y así } V_1 = 139.35 - 30 \times 3 = 49.349$$

Con V_1 conocido, se puede calcular I_R

$$I_R = V_1/19.5 = 49.349/19.5 = 2.531$$

y con I_R se puede calcular I_b pues

$$I_b = \frac{I_a - I_R}{2} = \frac{30 - 2.531}{2} = \frac{12.469}{2} = I_b$$

y entonces $V_b = V_1 - 3 \times I_b$

$$V_b = 49.349 - 3 \times 12.469 = 11.942$$

y para este voltaje, según la curva

$I_b = 0.043$ que es inferior a la calculada arriba

30

Probando con una saturación más alta

$$I_e = 80, \quad V_a = 142.56 \text{ (de la curva) y así } I_a = 20A$$

entonces, con I_a conocido

$$V_1 = V_a - 3 \times I_a = 142.56 - 3 \times 20 = 82.558$$

con lo que

$$I_R = V_1/19.5 = \frac{82.558}{19.5} = 4.234$$

$$\text{para obtener } I_b = \frac{I_a - I_R}{2} = \frac{20 - 4.234}{2} = 7.883 = I_b$$

$$V_b = V_1 - I_b \times 3 = 82.558 - 3 \times 7.883 = 58.909$$

y, con este voltaje, la curva arroja $I_b = 0.486$ que es aún inferior a la calculada anteriormente.

— Probando con saturación aún mayor

$$I_e = 90, \quad V_a = 145.451 \text{ (de la curva), así } I_a = 10A$$

Con esto,

$$V_1 = V_a - 3 \cdot I_a = 145.451 - 3 \times 10 = 115.451$$

$$\text{con lo que } I_R = \frac{115.451}{19.5} = 5.921$$

$$\text{entonces } I_b = \frac{10 - 5.921}{2} = 2.040$$

3.- ESTUDIOS DE CORTO CIRCUITO

4.- PROTECCION DE MOTORES

PROTECCION DE MOTORES

El arte de la protección de motores está bien alejado de estar tan estandarizado como el de los generadores, aunque el National Electric Code y los Estandares de la NEMA tienen requerimientos específicos básicos de protección.

Estos no pueden proporcionar protección adecuada en todas las aplicaciones, así que hay muchos esquemas y grados de protección variables en servicio exitoso. La principal razón de esto es los numerosos y diferentes tipos y tamaños de motores, su aplicación tan variada a través de los vastos campos que utilizan la energía eléctrica. También aquí, el costo y el grado de protección debe ser sopesado contra el riesgo de eventualidades, de tal forma que el tamaño y el tipo de servicio tendrán una gran influencia en la protección.

Las eventualidades por las que se aplican protecciones a los motores son:

- 1.- Fallas en las bobinas ó circuitos asociados.
- 2.- Sobrecargas excesivas.
- 3.- Reducción y pérdida del voltaje de alimentación.
- 4.- Inversión de fase
- 5.- Desbalance de fases.
- 6.- Pérdida de excitación o sincronismo en motores

Hay algo de traslape, particularmente en las dos primeras, ya que un corto circuito es una sobrecarga muy severa. Así una protección apli

cada para una eventualidad puede operar con otras.

La protección puede proporcionarse por dispositivos de protección en los controles y directamente en los motores. Excepto en los motores pequeños que tienen varios tipos de protección térmica en su interior, la protección usualmente se incluye como parte de los controles. Los motores de hasta 600 V usualmente se protegen con fusibles. Arriba de 600 V y hasta alrededor de 2200 V, se usan dispositivos de sobrecorriente de acción directa, asociados con interruptores. En voltajes más altos se aplican relevadores de sobrecorriente por separado.

Se recomienda protección diferencial en motores grandes de 1500 HP ó más, ó en motores de 5 KV ó más. Donde no se usa protección diferencial, la protección para las dos primeras eventualidades consiste en relevadores de sobrecorriente de tiempo e instantáneos con relevadores térmicos para una protección de sobrecarga más sensible.

PROTECCION POR SOBRECARGA Y CONTRA CORTO CIRCUITO

Es difícil obtener las curvas de calentamiento del motor y varían -- considerablemente con los tamaños y diseños. Además, son un promedio aproximado de una zona térmica difícil de definir donde pueden ocurrir diversos grados de daño o envejecimiento prematuro del aislamiento. Así se vuelve difícil para un esquema de protección acercarse adecuadamente a estas curvas que varían sobre el rango completo desde sobrecargas pequeñas sostenidas hasta severas sobrecargas con motor bloqueado.

Los relevadores térmicos de sobrecarga ofrecen buena protección en los casos de sobrecargas cortas y medianas (en largo tiempo) pero --

frecuentemente no pueden proporcionar adecuada protección en sobrecargas fuertes, como se vé en la figura 5-1. El relevador de inducción de sobrecorriente de tiempo, proporciona protección en estos casos, -- pero sobreproteje en sobrecargas pequeñas y medianas. Por lo que se requiere un compromiso. Algunas de las aplicaciones más comunes se dan en la tabla IV.

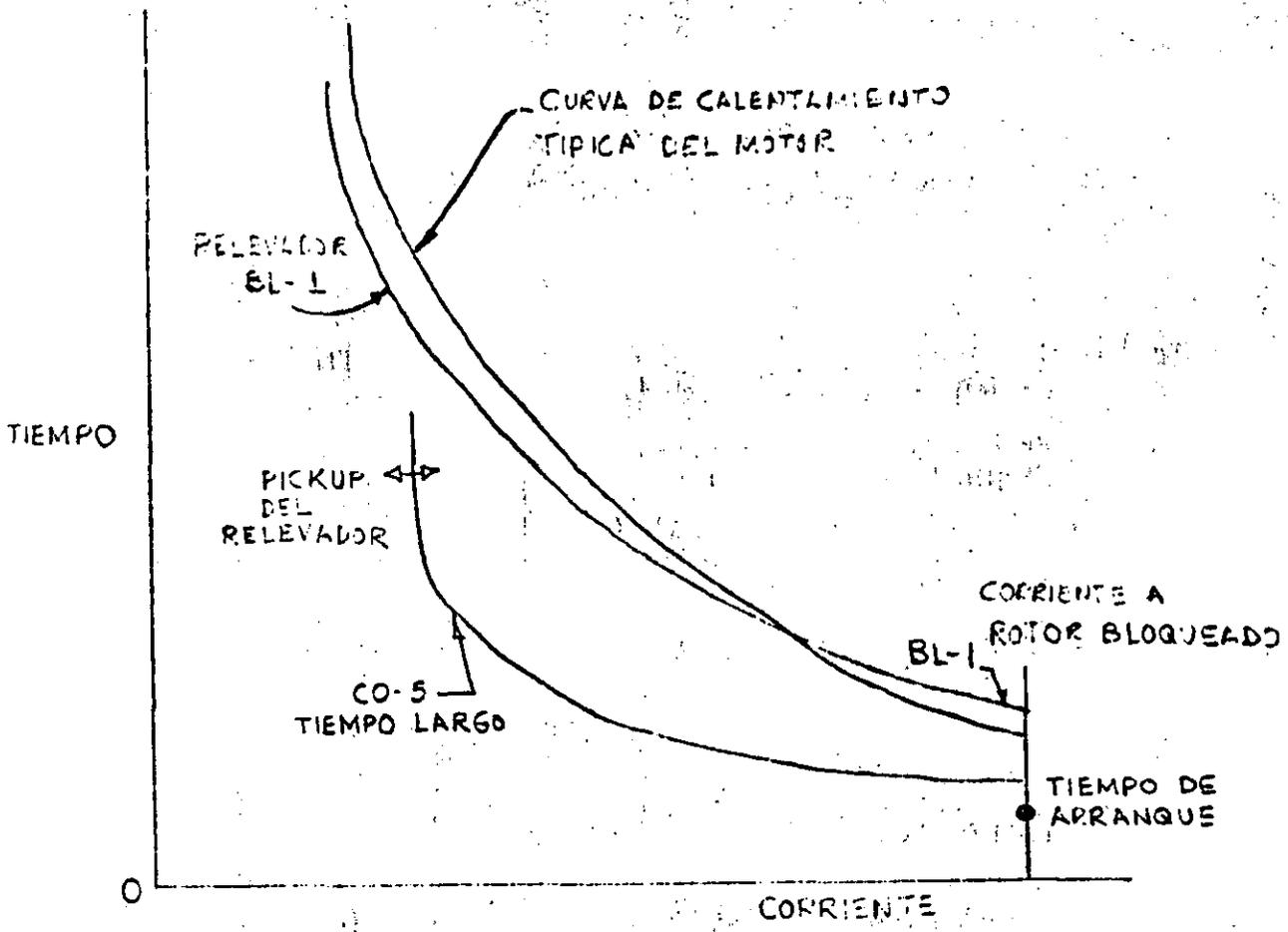


FIG. 5-1 CARACTERISTICAS TÍPICAS DE CORRIENTE DEL ROTE Y DEL MOTOR.

La aplicación de ambos tipos de relevadores (esquema 1) es recomendada, ya que ofrece la mejor protección. Cuando se usa la protección de sobrecarga térmica, el relevador de tiempo puede ser ajustado alto para reducir la sobreprotección inherente a cargas pequeñas con esta característica.

En motores grandes (200 - 300 HP) existe una tendencia para que el tiempo de arranque sea mayor que el tiempo del rotor bloqueado. Esto hace que los relevadores de sobrecorriente queden imposibilitados para distinguir ó proporcionar protección adecuada con estas altas corrientes.

TABLA IV
PROTECCION DE MOTORES POR SOBRECORRIENTE
(LOS RELEVADORES DE TIERRA SE CONSIDERAN POR SEPARADO)

ESQUEMA	RELEVADORES APLICADOS	ACCION (NOTA 4)	AJUSTES TIPICOS
1	2 RELEVADORES TERMICOS	DISPARO O ALARMA	100% Ir (Nota 1)
	1 SOBRECORRIENTE DE INDUCCION - TIEMPO LARGO	DISPARO O ALARMA	300-350% Ir (Nota 2)
	3 SOBRECORRIENTE INSTANTANEOS	DISPARO	ARRIBA DE LA MAXIMA I DE ARRANQUE (Nota 3)
2	2 SOBRECORRIENTE DE INDUCCION - TIEMPO LARGO	DISPARO	300-350% Ir (Nota 2)
	1 SOBRECORRIENTE DE INDUCCION - TIEMPO LARGO	ALARMA	115-125% Ir

30

	2 SOBRECORRIENTE INSTANTANEO	DISPARO	ARRIBA DE LA MAXIMA I DE ARRANQUE (Nota 3)
3	2 SOBRECORRIENTE DE INDUCCION - TIEMPO LARGO	DISPARO O ALARMA	125-150% Ir (Nota 2)
	2 SOBRECORRIENTE INSTANTANEOS	DISPARO	ARRIBA DE LA MAXIMA I DE ARRANQUE (Nota 3)
4	2 RELEVADORES TERMICOS	DISPARO O ALARMA	100% Ir (Nota 1)
	2 SOBRECORRIENTE INSTANTANEOS	DISPARO	ARRIBA DE LA MAXIMA I DE ARRANQUE (Nota 3)

Ir es la corriente nominal (carga plena) del motor

NOTA 1: Relevador tipo réplica como el BL-1. El ajuste se cambia en el ajuste del contacto. Un ajuste normal proporciona operación en 60 minutos a 125% Ir. Puede ser ajustado para que opere en 15 minutos con 125% de Ir.

NOTA 2: El tiempo seleccionado es tal que la operación ocurre con corriente de rotor bloqueado, pero no cuando el motor arranca cuando el tiempo de arranque es menor que el tiempo de rotor bloqueado. Cuando no se tenga este dato, este ajuste se obtiene arrancando el motor varias veces y aumentando el ajuste del tiempo hasta que la operación del relé no suceda, luego agregue entre 1 y 5 segundos al tiempo de operación del relevador. Un ajuste típico puede ser de 10 seg.

para la magnitud de corriente con rotor bloqueado. Si los relevadores son para alarma, los ajustes se reducen a 115%, excepto donde se tienen valores cortos en los factores de servicio ó en las capacidades nominales para sobrecarga.

NOTA 3: Como es difícil determinar cómo ocurren offset de las corrientes de directa particularmente al arrancar grandes motores, el ajuste se obtiene mejor con arranques sucesivos - para determinar el ajuste de no operación y entonces incrementar el pick-up en 10% aproximadamente. Ajustes típicos pueden ser de 160 a 170% de la corriente de rotor bloqueado, aunque pueden requerirse valores tan altos como 250%. Esto puede ser de 12 a 15 veces la corriente nominal del motor.

NOTA 4: La decisión para disparo a alarma depende del énfasis dado a la continuidad del servicio y a protección de motores. En motores esenciales como auxiliares de planta de fuerza (donde una falla podría causar la salida del generador) se usan alarmas frecuentemente, para que el operador pueda tomar medidas correctivas y evitar la salida ó transferir la generación antes de un disparo.

DESCRIPCION DE RELEVADORES TERMICOS

Los relevadores térmicos son de dos tipos: uno opera con bobinas exploradoras embebidas en los devanados de la máquina, como los tipos - CT y DT-3, y el otro directamente de la corriente que pasa por la máquina como el tipo BL-1.

Los primeros se aplican sólo en motores grandes, usualmente entre 1000, 1500 HP y más donde las bobinas exploradoras están disponibles. El -

segundo tipo es el relevador réplica de sobrecorriente térmica, aplicado como se indica en la Tabla IV.

Las bobinas exploradoras forman parte de un puente de Wheatstone que se balancea a una temperatura particular. Al variar la temperatura del motor, el puente se desbalancea y opera el relevador. El tipo CT 6 -- DT-3 son los aplicados; con el CT se usan dos bobinas exploradoras como vemos en la figura 5-2.

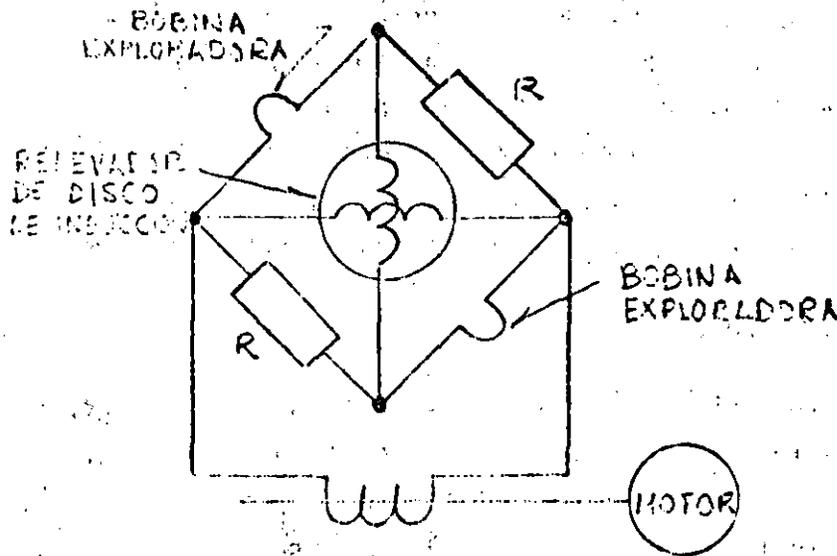


FIG. 5-2 ESQUEMATICO DEL RELEVADOR CON BOBINAS EXPLORADORAS

La unidad de operación es un disco de inducción con dos bobinas productoras de Par conectadas a través del puente. Se usa la corriente de una de las fases de la máquina a través de un TC para suministrar ener-

gía al puente. El relevador cierra sus contactos cuando la temperatura de las bobinas del estator y la corriente calculando en una línea, -- alcanzan un valor predeterminado. Durante el arranque el disparo se previene si el ciclo de arranque queda dentro de la capacidad de la máquina porque tanto la alta temperatura como una sobrecorriente deben estar presentes para que el relevador opere. Además, se previene el disparo con sobrecarga térmica donde la sobrecarga sea de corta duración.

El relevador DT-3 es un miliamperímetro tipo d'Arsonval, de CD que cierra sus contactos al operar y que puede ser conectado a través del puente donde una bobina exploradora forma parte del puente. En esta aplicación el puente es energizado con CD, 125 ó 250 VCD. La escala del relé se calibra de 60° a 120°C. con el puente balanceado (sin corriente por el relevador) normalmente a 90°C. Los contactos izquierdo y derecho cierran cuando la temperatura baja ó sube del valor 90° a los valores ajustados entre 60 y 120°C.

Los relevadores tipo réplica intentan duplicar en una pequeña escala -- dentro del relevador las características de calentamiento de la máquina. Entonces, cuando la corriente del secundarios del TC pasa por el relevador, su característica tiempo-corriente sigue aproximadamente la de la máquina como se ilustra en la figura 5-1. El relevador BL-1 tiene dos resortes bimetálicos enrollados en espiral. Uno es actuado por el calor producido por la corriente aplicada mientras que el otro por la temperatura ambiente del relevador. Esto proporciona una compensación por temperatura ambiente, así que el relevador opera aproximadamente en la misma curva corriente-tiempo, independientemente de la temperatura del aire alrededor del relevador.

El relevador BC-1 esta disponible en una o dos unidades de sobrecarga --

térmica con accesorios de disparo instantáneo para cuando se aplica - como se dice en la tabla IV.

PROTECCION DE FALLA A TIERRA

Cuando la fuente de alimentación está a tierra, se conecta en el TC - del neutro un relevador de inducción de tiempo inverso, muy inverso, - ó de corto tiempo. Estas fuentes tienen normalmente impedancias de neutro para limitar la corriente de tierra así que se requieren ajustes muy sensibles de los relevadores de tierras. Ajustes típicos -- son 1/5 de la corriente de falla mínima para una falla sólida en las terminales de la máquina. Se usan ajustes del tiempo en el dial de alrededor de 1 y se tienen operaciones de 4 a 5 ciclos para 500% de pick-up, cuando se usa el relevador CO-2 (COH).

Ocasionalmente una corriente alta de arranque en motores grandes que se arrancan directamente a la línea, causarán la operación del relevador de tierra. Esto sucede cuando hay saturación desigual en los -- TC'S que origina una corriente residual falsa en los circuitos secundarios o del relevador. El usar dos y no tres relevadores de fase ó ajustes diferentes entre los tres relevadores de fases tenderá a -- aumentar el efecto.

Como una regla de dedo, no habrá problemas si los burdens de fase están limitados de tal manera que el voltaje desarrollado por el TC durante el arranque es menor que el 75% de la precisión nominal 10H del TC. Una solución práctica para prevenir la operación del relevador, debido a un problema de estos, es aumentar el burden en el relevador de tierra, usando un tap menor. Esto hace que los tres TC'S se sa-

tienen más uniformemente juntos y reducen efectivamente la corriente residual falsa. Una solución alternativa es conectar una resistencia a reactor en serie con el relevador de tierra.

La tendencia en estaciones de servicio y sistemas de potencia industriales entre 2300 y 14400 Volts es aumentar la impedancia de neutro y obtener apreciablemente menores corrientes de falla a tierra. Esto aumenta el problema de obtener un ajuste muy sensible en los relevadores, que no opere con las falsas corrientes residuales durante el arranque. Esto se resuelve mejor usando un TC tipo ventana que tiene un sólo secundario rodeando los tres conductores. Esto elimina la corriente residual falsa, y permite aplicar un relevador de tierra instantáneo muy sensible. Una alternativa es usar relevadores direccionales de sobrecorriente con la bobina de polarización por corriente o voltaje conectada en el neutro de la fuente ó entre las terminales de la resistencia de neutro.

PROTECCION POR BAJO VOLTAJE

El bajo voltaje no permite que los motores alcancen su velocidad nominal en el arranque ó es la causa de que pierdan velocidad y de que tomen pesadas sobrecargas. Mientras que los relevadores de sobrecarga eventualmente detectan esta condición, el motor debe ser desconectado rápidamente cuando se tiene una severa condición de bajo voltaje. La protección contra bajo voltaje en la línea es una característica estándar de los controles de motores que operan con C.A. Usualmente se aplican relevadores de bajo voltaje, con retraso de tiempo, tal como el tipo CV. Donde es esencial una operación continua, como en los auxiliares de estación a procesos de manufactura continuos, estos relevadores ó son omitidos ó se usan solamente como alarma.

PROTECCION DE ROTACION DE FASE (SECUENCIA)

En donde un arranque en reversa puede provocar un daño serio, un relevador en fase inversa como el CP debe aplicarse. Este es un relevador de inducción operado como un voltmetro polifásico con contactos para bajo voltaje y para alto voltaje. Los contactos de bajo voltaje son los de disparo y se mantienen cerrados por un resorte. Si la rotación de fases es correcta y están presentes los tres voltajes este contacto abre y se mantiene abierto. Si los voltajes aplicados están suficientemente desbalanceados el relevador operará, aunque el relevador no proporciona protección por desbalance de fase con una fase abierta, si la rotación del motor y la carga son tales que el voltaje se mantiene en la fase abierta.

PROTECCION CONTRA OPERACION DESBALANCEADA DE CORRIENTE O CON UNA SOLA FASE.

Este tipo de protección se aplica en motores grandes donde la operación en una fase es un riesgo peligroso. El caso típico es el suministro a través de fusibles y uno de éstos está abierto. En estas aplicaciones, el relevador tipo CM es el recomendado. Contiene dos unidades de disco de inducción. Una balancea I_a contra I_b y la otra I_b contra I_c . Cuando las corrientes se desbalancean suficientemente, se produce un par en una de las dos unidades, tendiendo a cerrar sus contactos que están en paralelo en el circuito de disparo. Un relevador protegerá una ó dos máquinas en paralelo. Su rango entre sensibilidad máxima a mínima de 3 a 1 no puede permitir proteger un número grande de motores polifásicos. Por ejemplo, si la corriente de plena carga de una máquina es de 2 amperes, y la corriente de otras es de 4 amperes, el relevador CM puede ser ajustado en el tap de 2 amperes donde la corriente térmica continua nominal es 6 amperes. Esto propor--

46

Comará protección para la máquina más pequeña cuando opere sola, en tanto tome 2 amperes en una o dos fases y cero en la tercer fase.

Protección contra operación monofásica con cargas pequeñas es difícil de lograr, ya que las magnitudes de la corriente para una condición de fase abierta son pequeñas.

Donde se requiere más sensibilidad, el relevador POQ de secuencia negativa es el indicado. Opera con 0.5 amperes de secuencia negativa (I_2) y soporta 5 amperes de corriente de carga continua. Con una fase --- abierta las otras dos corrientes quedan a 180° y la corriente de fase es $\sqrt{3} I_2$, así la comparación es 0.866 amperes para el POQ contra los 2 amperes del CM. El POQ opera en uno ó dos ciclos, así un relé de tiempo debe ser usado para prevenir su operación a menos que persista esa condición.

En motores de 1000 HP ó más, el COQ se aplica. Donde fueron establecidos los estándares para generadores sincronicos no se obtuvo ningún -- acuerdo en las constantes aplicadas a los motores sincronicos ó motores de inducción. Se diseñan motores para soportar una cantidad más gran de de corriente inducida en el propio rotor, así como en el devanado - amortiguador durante el periodo de arranque. Por consiguiente, parece razonable usar un valor de I^2t igualmente alto que en generadores - convencionales y cuando menos de 40.

PROTECCION CONTRA OSCILACIONES O PERDIDAS DE SINCRONISMO

Este tipo de protección generalmente no es aplicado a equipo rotativo, excepto en cambiadores sincronicos de frecuencia que interconectan dos - sistemas, y en motores sincronicos ó grupos motor generador donde caídas de voltaje severas pueden provocar que la máquina pierda sincronismo.- Donde se requiere esta protección se usa el relevador tipo notching -

CRH, el cual cuenta una sucesión de variaciones de potencia inversa y si un determinado número de ellas ocurre dentro de un intervalo especificado de tiempo, el relevador envía una alarma ó un disparo para sacar la máquina. El relevador CRH es un relevador de sobrecorriente bidireccional que opera con cada impulsor de oscilación. Estos impulsos operan una cadena de relevadores auxiliares que los cuentan y el último opera después de 3-1/2 ciclos de deslizamiento. El Timer puede ser ajustado entre 0 y 10 segundos y a menos que los 3 1/2 ciclos de deslizamiento ocurren dentro de este tiempo, todas las unidades de notching son restablecidas.

PERDIDA DE EXCITACION

La protección contra pérdida de excitación puede obtenerse en motores síncronos, con un relevador de baja corriente conectado en el campo. Debe tener retraso de tiempo para el disparo ó alarmar al operador si los reguladores automáticos de voltaje no son usados. El relevador HLF también se aplica con grandes motores. La habilidad del circuito de suministro para proporcionar potencia inductiva al motor cuando pierda su campo es un factor importante en esta protección. Si el voltaje cae con el incremento de potencia reactiva, el par puede reducirse causando que el motor pierda sincronismo, y cualquier relevador, el de pérdida de campo ó el de pérdida de sincronismo proporcionarán una protección.

5.- PROTECCION DE LINEAS

PROTECCION DE LINEAS

Las líneas se pueden proteger contra fallas por medio de relevadores de sobrecorriente; sin embargo, esto solo se puede lograr si la corriente de carga es inferior a la mínima corriente de falla. Tiene este método a su favor el poder proporcionar respaldo remoto sin instalaciones adicionales.

Debido a que no es una protección selectiva en cuanto a detección, la selectividad se debe lograr en base a coordinación de tiempos. Esto hace que los tiempos de libramiento de fallas cercanas a la fuente sean, en general, altos.

Cuando hay pluralidad de fuentes de suministro en la red, se hace necesario dotar de direccionalidad a la protección de sobrecorriente para poder lograr la coordinación. A pesar de ello, en algunos casos, principalmente en los que se forman anillos se dificulta mucho el lograr la coordinación o, inclusive, puede resultar imposible. Esto obligará a operar el anillo abierto o a utilizar una protección más selectiva.

La protección de distancia es una protección más selectiva y por lo mismo puede ser más rápida.

Según la longitud de la línea, la resistencia de arco esperable y la carga que se espera transportar por la línea se deberá seleccionar la protección adecuada, ya sea de admitancia, de reactancia, de paralelogramo, etc.

Debido a que la protección de distancia no puede ser tan precisa que discrimine entre fallas a un lado y otro del interruptor remoto, la protección de la línea se lleva a cabo por medio de dos zonas:

La primera zona se utiliza para detectar fallas en el primer 80% a 85% de la línea protegida utilizándose la detección para provocar disparo instantáneo.

La segunda zona se utiliza para detectar fallas en la porción restante de la línea. Para asegurarse de ello, se le da un ajuste de alcance tal que sea cuando menos el 115% de la línea protegida, aunque la costumbre es dar el ajuste de alcance tal que cubra la totalidad de la línea protegida más la mitad de la línea siguiente.

Cuando se desea dar respaldo remoto de distancia, se emplea una tercera zona, cuyo ajuste de alcance deberá ser tal que cubra no solo la línea protegida sino además, la línea más larga que salga de la estación remota y esto con un margen de seguridad de 10 a 15%; o sea que

$$\text{Zona 3} > 1.15 \cdot (L1 + L2 \text{ más larga})$$

En ocasiones este alcance tan largo puede provocar problemas, ya que también se debe evitar que la Zona 3 alcance porciones protegidas por la estación remota en Zona 3; o sea que

$$\text{Zona 3} < L1 + L2 \text{ más corta} + L3 \text{ más corta}$$

Estos dos criterios limitantes del ajuste de alcance de la Zona 3 puede reducir demasiado el margen de ajuste o inclusive cancelarlo, lo que imposibilitaría el uso de la Zona 3 para dar respaldo remoto.

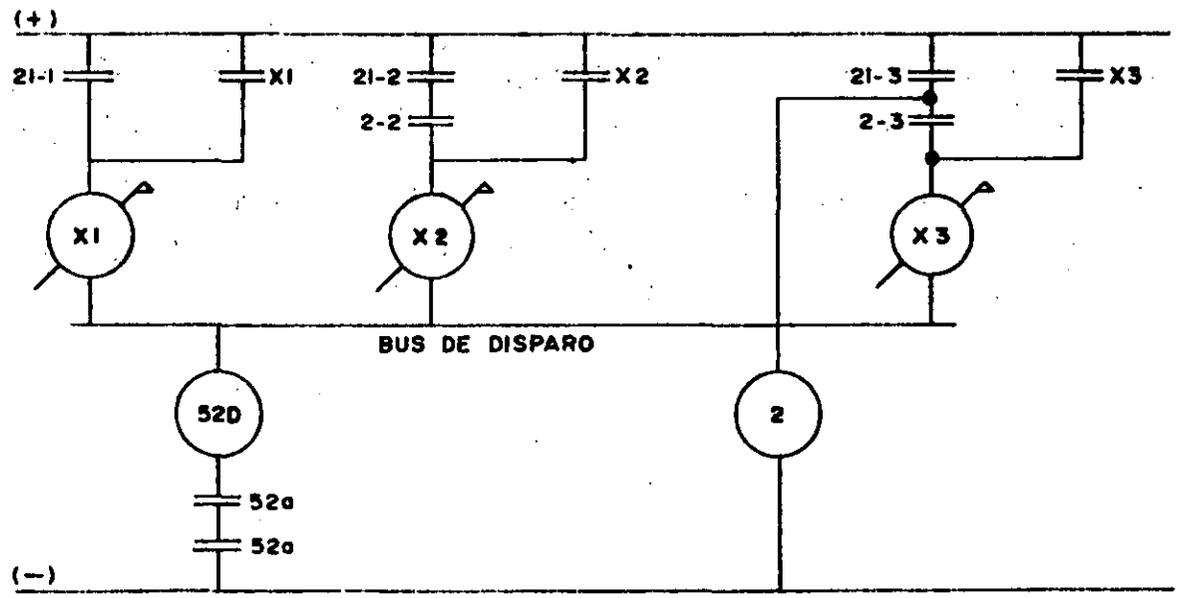
Debido a los sobrealcances introducidos intencionalmente en las Zonas 2 y 3, la selectividad se debe lograr nuevamente en base de tiempo.

El tiempo de la Zona 1 será cero para el retraso intencional puesto que esta Zona sí es selectiva.

El tiempo de la Zona 2 deberá ser tal que, para la porción sobrealcanzada, no opere antes que la protección propia de ella. Dependiendo de la protección propia de la porción sobrealcanzada, el tiempo se ajustará usualmente entre 0.2 y 0.5 segundos.

El tiempo de la Zona 3 también deberá permitir que primeramente dispare la protección primaria. Como la protección primaria pudiera ser lenta, generalmente el ajuste de tiempo de la Zona 3 es muy alto; usualmente entre 0.8 y 2 segundos.

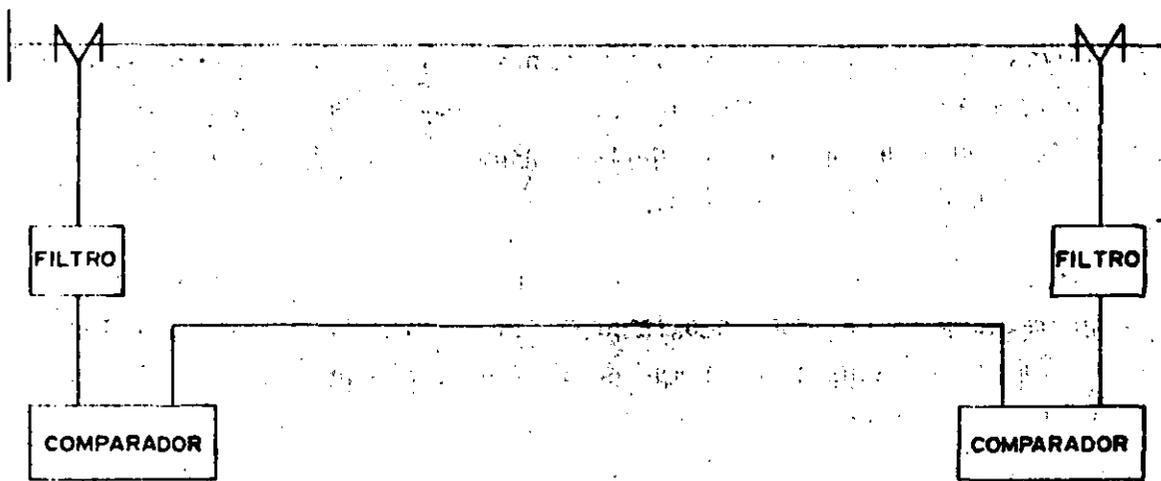
El diagrama simplificado de control de la protección de distancia de tres zonas se muestra a continuación.



52

Existe para la protección de líneas un dispositivo eminentemente selectivo y que por lo tanto puede tener disparo instantáneo. Esta protección es el "hilo piloto".

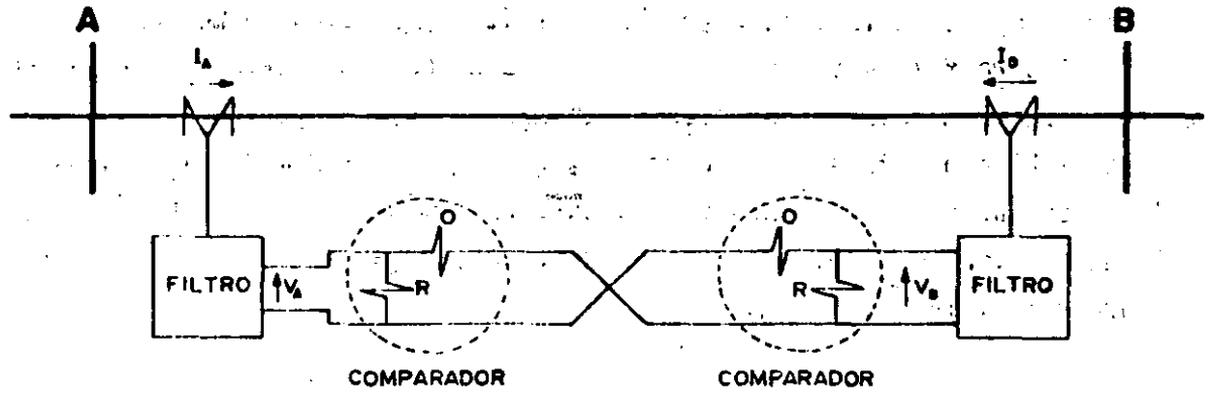
PROTECCION POR HILO PILOTO



Para ahorro de canal de comunicaciones, por él se envía una señal que es una mezcla (en proporciones ajustables) de las tres componentes de la corriente primaria.

Para líneas muy cortas, en que el canal puede ser una pareja física de conductores, la señal empleada es analógica y puede ser de voltaje o de corriente. A continuación se muestran estos dos tipos de comparación.

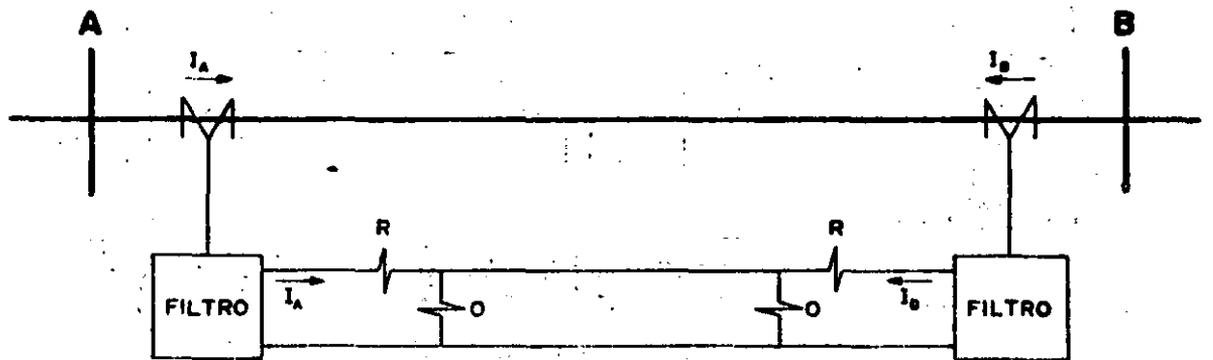
a) COMPARACION DE VOLTAJES



$$V_A = K_1 I_{A1} + K_2 I_{A2} + K_0 I_{A0}$$

$$V_B = K_1 I_{B1} + K_2 I_{B2} + K_0 I_{B0}$$

b) COMPARACION DE CORRIENTES

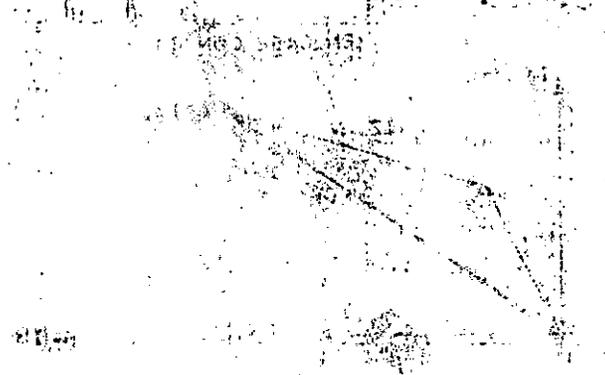


$$I_A = K_1 I_{A1} + K_2 I_{A2} + K_0 I_{A0}$$

$$I_B = K_1 I_{B1} + K_2 I_{B2} + K_0 I_{B0}$$

... de los generadores de potencia en las plantas de energía eléctrica, para evitar que se produzcan daños en los mismos por causas de sobrecarga o por causas de tipo mecánico, tales como vibraciones excesivas, etc.

6.- PROTECCION DE GENERADORES



... de los generadores de potencia en las plantas de energía eléctrica, para evitar que se produzcan daños en los mismos por causas de sobrecarga o por causas de tipo mecánico, tales como vibraciones excesivas, etc.

PROTECCION DE GENERADORES

La frecuencia de falla en máquinas es pequeña, éste es el resultado de los diseños modernos y de los materiales cada vez mejores. Aún así - las fallas ocurren con las consecuencias serias y los daños severos -- que dejan a las unidades fuera de servicio por tiempos largos. Así - que es muy importante que se detecten rápidamente las condiciones anormales y que las áreas afectadas sean prontamente aisladas.

El equipo rotatorio está sujeto a varias condiciones anormales, algunas de las cuales son:

- a). Fallas en los devanados
- b). Sobrecargas
- c). Sobrecalentamientos (devanados o chumaceras).
- d). Sobrevelocidad
- e). Falla ó pérdida de campo
- f). Motorización del Generador.
- g). Operación en una fase ó desbalanceado.
- h). Pérdida de sincronismo.

Algunas de estas condiciones pueden no requerir disparo automático de la máquina, ya que pueden ser corregidas en una estación apropiadamente atendida, mientras que la máquina permanece en operación. Aquí, - los dispositivos de protección actúan sobre alarmas. Otras condiciones, como las fallas, requieren que la máquina sea rápidamente desconectada.

mismas características, siempre que sea posible y evitar la conexión de otros equipos en estos circuitos.

La mayoría de los generadores tienen sus devanados conectados en estrella. Así los tres relevadores conectados a los TC'S también conectados en estrella proporcionan protección contra fallas entre fases y de fase a tierra (Fig. 4-2). Una protección similar se obtiene para generadores en delta con el esquema de la Fig. 4-3.

Esto requiere que los devanados sean traídos al exterior para que sean instalados los TC'S dentro de la delta. Los generadores que tienen bobinas divididas (split-phase) se protegen con dos juegos de relevadores diferenciales, uno conectado entre dos bobinas paralelas y el otro completo como en la Fig. 4-2. Este arreglo hace posible proteger contra todo tipo de fallas internas, incluyendo cortos entre espiras una bobina abierta. Un esquema alternativo es el de la Fig. 4-4. Las relaciones de los TC'S deben ser de dos a uno, ó conectar un juego de transformadores auxiliares para proporcionar un balanceo durante la operación normal.

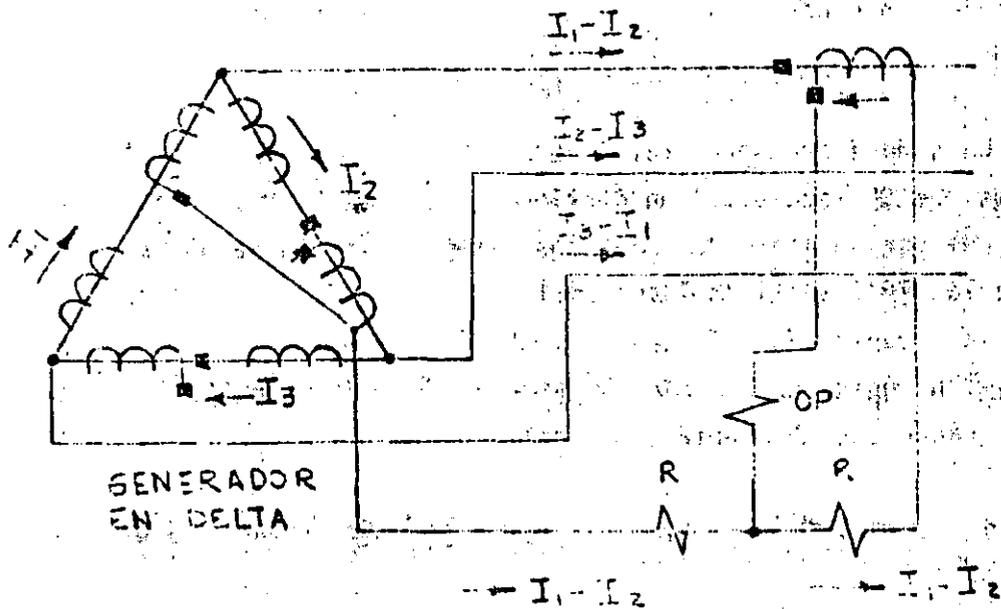


FIGURA 4-3

DIAGRAMA ESQUEMATICO DE UN RELEVADOR DIFERENCIAL PARA UNA UNIDAD CONECTADA EN DELTA. SE MUESTRAN SOLO LAS UNIDADES DE LA LINEA.

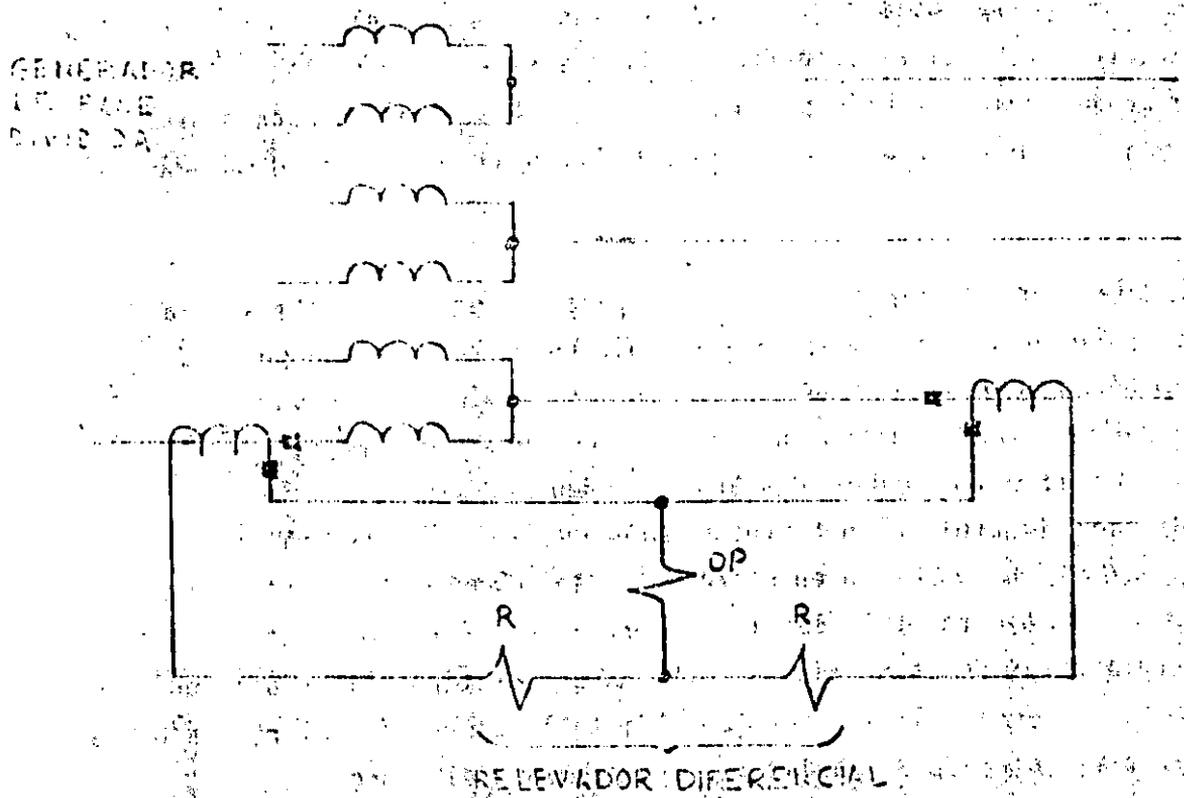


FIGURA 4-9

DIAGRAMA ESQUEMATICO, MONTADO EN UNA SOLA FASE PARA LA PROTECCION DE UNA UNIDAD CON BOBINAS DE FASE DIVIDIDAS

PROTECCION CONTRA FALLAS A TIERRA

El método de conexión a tierra afecta la protección proporcionada por los relevadores diferenciales. Entre más grande es la impedancia de conexión, más pequeña es la magnitud de la corriente de falla y más difícil es para el relevador diferencial detectar las fallas pequeñas. Un relevador conectado en la trayectoria del neutro a tierra proporcionará protección más sensible, ya que puede ser ajustado en forma correspondiente de la corriente de carga. Al aumentar la impedancia de conexión a tierra, se hace más difícil aplicar un relevador de corrien-

The type CV-8 low pick-up overvoltage relay is applicable for this application. Two varieties are used, one has a continuous rating of 67 volts (140 volts for two minutes) and the other a continuous rating of 199 volts. The pick-up is 8% of the rating or 5.4 for the 67 volt relay and 16 volts for the 199 volt relay. The maximum voltage for a solid ground fault is $\left(\frac{120}{\sqrt{3}}\right)$ or 69.3 volts with 120 volts distribution transformer secondary or $\left(\frac{240}{\sqrt{3}}\right)$ or 138.6 volts with 240 volt secondary.

Thus, the scheme provides good sensitivity for light ground faults in the machine. At the same time, the relay coil and capacitor provide a tuned filter circuit offering a high impedance to third harmonics (180 cycle) voltages so that they will not operate the scheme. The 180-cycle pick-up of the relay is approximately 60% of the rating as compared to the 8% pick-up on 60 cycles.

The relay without the SV relay can be used with 120-volt secondaries, as the continuous rating of the CV-8 is approximately the same as the maximum fault voltage. However, for 240-volt secondaries, the SV is used to protect the CV-8 unless the fault cannot remain on for more than two minutes. It is set to open its contacts above 70 volts, inserting the resistor R which will limit the voltage on the CV-8 to 60 volts when 139 volts are applied. The SV will continuously stand 160 volts. Thus, the SV is required where the scheme sounds an alarm, but is seldom required for tripping.

The CV-8 has adjustable time dial settings to provide time delay to assure tripping only on faults and not on any transient disturbance. The minimum delay on the 1/2 time dial is around 1.5 cycles. Delays of 4 seconds or more are possible on the #11 time dial to provide coordination with potential transformer and station ground transformer fuses. The settings should be made so that faults in the transformers will blow their fuses before the ground relay operates.

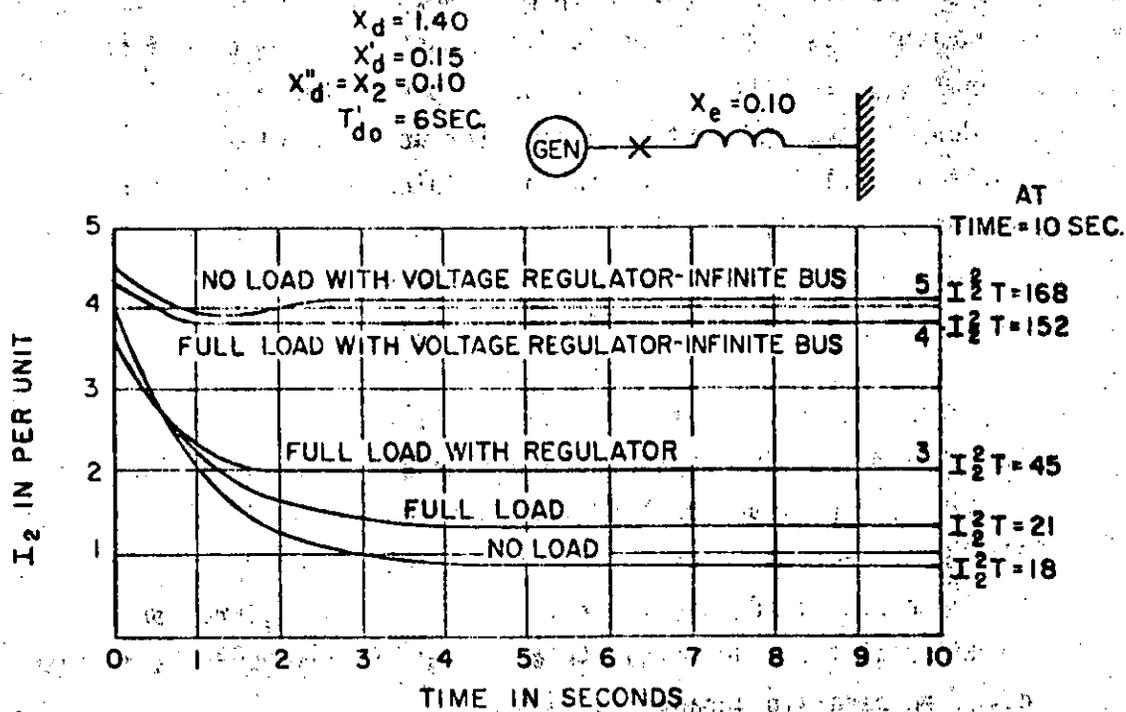


FIG. 4-6 -- Relative Magnitudes of Negative Sequence Currents for Line-to-Line Faults on a Typical Machine Under Different Operating Conditions. (From AIEE Transactions Vol. 72, 1953 Part III, Page 283, Fig. 1.)

El relevador COQ es de secuencia negativa con un pick-up mínimo de 0.6 por unidad de corriente de secuencia negativa (I_2), y tiene taps entre 3 y 5 por unidad de I_2 . Los estándares del AIEE establecen que el producto integrado, $I_2^2 t$, permisible que pueden soportar con turbina, condensados síncronos, y grupos cambiadores de frecuencia es de 30, ó 40 para turbinas hidráulicas ó generadores con motor. La definición establece que las máquinas sujetas a fallas entre el límite anterior --- (30 ó 40) y 200% del límite, pueden sufrir varios grados de daño y se recomienda hacer una inspección cuidadosa. Por fallas arriba del --- 200% se debe esperar un daño muy serio.

El COQ sigue las curvas $I_2^2 t = K$ para valores de K desde 30 a 90 desde 1 a 5 por unidad de I_2 como se ve en la Fig. 4-7. La corriente de frecuencia negativa para una falla entre líneas, varía según las condiciones de operación entre 1 y 5 por unidad. Este relevador es el que se recomienda para todas las máquinas de 20 MVA ó más grandes. El diagrama esquemático se muestra en la Fig. 4-8.

PROTECCION CONTRA SOBRECARGAS

La protección contra sobrecarga de generadores se aplica principalmente para proporcionar protección de respaldo en fallas de bus ó de alimentadores más bien que proteger directamente la máquina. Los estándares del AIEE especifican que "Una máquina debe ser capaz de soportar sin daño durante 30 segs. un corto circuito trifásico en sus terminales cuando opera a sus KVA y fP nominales y con excitación fija a 5% de sobrevoltaje".

Protección de sobrecorriente de respaldo con un sólo relevador es difícil ya que la impedancia síncrona ($X_d = 1.1$ y más) limita la corriente de falla en fallas sostenidas a un valor igual ó menor que la máxima corriente a la de carga nominal. El rele COV es un relevador de sobrecorriente con control de voltaje donde la unidad de sobrecorriente no puede operar a menos que el voltaje este abajo de un valor predefinido. Así, el elemento de sobrecorriente puede ser ajustado abajo de la corriente nominal y no operará hasta que una falla haga bajar el voltaje. El relevador consiste de una unidad de inducción, de sobrecorriente (CO) controlada por una unidad de bajo voltaje tipo plunger (SV).

Las unidades de voltaje y de sobrecorriente se ajustan en forma independiente, lo que asegura facilidad de aplicación y de ajuste. Donde un relevador del tipo de restricción por voltaje se usa, el tiempo del

20

relevador se afecta con el voltaje del bus, haciendo difícil la coordinación con otros relevadores a los que respalda. El rango del relevador usualmente es de 2 a 6 amperes con una curva inversa, aunque cualquier curva del CO puede ser usado.

Un riesgo de todos los relevadores que reciben señal de voltaje es-- triba en que una pérdida inadvertida del voltaje puede ocasionar un disparo incorrecto de la unidad. Esto debe ser reconocido y deben tomarse precauciones apropiadas a través de un diseño bueno y un mantenimiento adecuado del circuito de suministro de voltaje.

Cuando se usan reguladores de voltaje en la máquina, la corriente de falla sostenida puede ser más alta que la corriente de carga máxima. En estos casos, un relevador tipo CO puede ser usado con ajustes del orden de 120% del valor nominal de la corriente.

Con la aplicación del relevador COQ, se recomienda un COV. Como -- previamente fué indicado, esto se completa con un COV. Donde no se uso el COQ es necesario tener 3 COV'S.

PROTECCION CONTRA SOBRECALENTAMIENTO

El sobrecalentamiento de los devanados del generador puede resultar de muchas causas, y las bobinas exploradas con resistencias muy sensibles a la temperatura, colocadas en las ranuras ó embobinadas en los devanados proporcionan una indicación satisfactoria. Máqui-- nas de 750 KW y más grandes tienen estos detectores que pueden ser arregladas para dar indicación en un instrumento, actuar sobre una alarma de operar un relevador.

PROTECCION POR SOBREVELOCIDAD

La protección por sobrevelocidad usualmente esta puesta en el primo

80

tor. Consiste en un dispositivo centrífugo que opera con una flecha acoplada directamente por medios mecánicos al promotor; un relevador de sobrefrecuencia puede ser usado para implementar esto y -- proteger por sobrevelocidad.

PROTECCION CONTRA PERDIDA DE EXCITACION

Es importante mantener el generador en línea tanto como sea posible suministrando KW y particularmente donde la máquina representa una parte considerable de la capacidad del sistema. Así una alarma de baja excitación podría dar al operador una oportunidad de -- restablecer el campo si es posible y evitar la salida de la máquina. El disparo y la pérdida de KW consecuente, cuando no es necesario, puede originar un resquebrajamiento del sistema y una salida mayor. Por otro lado, si la máquina y el sistema pierden estabilidad como resultado de una pérdida de excitación, entonces la máquina debe ser disparada automáticamente sin esperar ninguna acción del operador.

El relevador HLF ha sido diseñado teniendo los objetivos citados en mente. Se aplica a todo tipo de máquinas y protegerá contra -- grados variables de anomalía por baja excitación. El relevador:

- 1.- Alertará al operador por cualquier baja ó pérdida de excitación que podría dañar la máquina ó resultar en inestabilidad.
- 2.- Alertará al operador tan rápidamente como sea posible en el caso de pérdida de campo para que el operador pueda tener el máximo tiempo para corregir la condición.
- 3.- Disparará la unidad automáticamente en el caso de que exista peligro de inestabilidad del sistema.

Así, el operador está libre para corregir la conducción si es posible, evitando una salida innecesaria de KW. Si se prefiere un disparo automático a causa de pérdida de campo bajo cualquier condición, entonces el relevador puede ser operado de esta manera.

Cuando ocurre una pérdida de excitación (parcial o total) en una máquina síncrona, existe un flujo de energía reactiva desde el sistema hacia la máquina. Esto se ilustra en la Fig. 4-9 donde los fasores son dibujados en un diagrama KW-KVAR. Es importante recordar que los KW a la red son controlados por el primotor mientras que los KVAR a la red son controlados por el campo ó excitación. Si el sistema es suficientemente grande para cubrir la deficiencia de excitación a través de la armadura, entonces la máquina síncrona operará como un generador de inducción suministrado esencialmente los mismos KW al sistema que antes de la pérdida de excitación.

Para operar como un generador de inducción, la máquina debe perder sincronismo. Como las máquinas síncronas no están diseñadas por este tipo de operación, los KW entregados oscilarán un poco, ya que el rotor oscila en un intento de entrar en sincronismo. Esta pérdida de sincronismo no requiere disparo inmediato a menos que exista un decremento en el voltaje terminal a un punto tal que ocurra una inestabilidad del sistema. Generalmente una máquina tarda 2 a 6 segundos para perder sincronismo. Un turbogenerador puede girar con seguridad arriba de la velocidad síncrona con cero excitación por cerca de dos ó tres minutos. Hay numerosos ejemplos en los records de máquinas girando fuera del sincronismo debido a pérdidas de excitación por diversos periodos de tiempo sin que hayan reportado casos de daño real en las máquinas. El tiempo máximo reportado ha sido 17 minutos en una máquina de 10 MW, 25 Hz.

La pérdida de campo resulta de pérdida de campo en el excitador, disparo accidental del interruptor de campo, corto circuito en los cir-

80

cuitos del campo, contacto pobre de escobillas del excitador, falla en el excitador, falla en el interruptor del campo ó a errores de operación.

El relevador HLF contiene una unidad direccional, una unidad de impedancia desplazada (OFFSET) y una unidad de bajo voltaje instantánea tipo plunger. La operación puede ser explicada mejor, transfiriendo la Fig. 4-9 a un diagrama R-X, como se muestra en la Fig. -- 4-10.

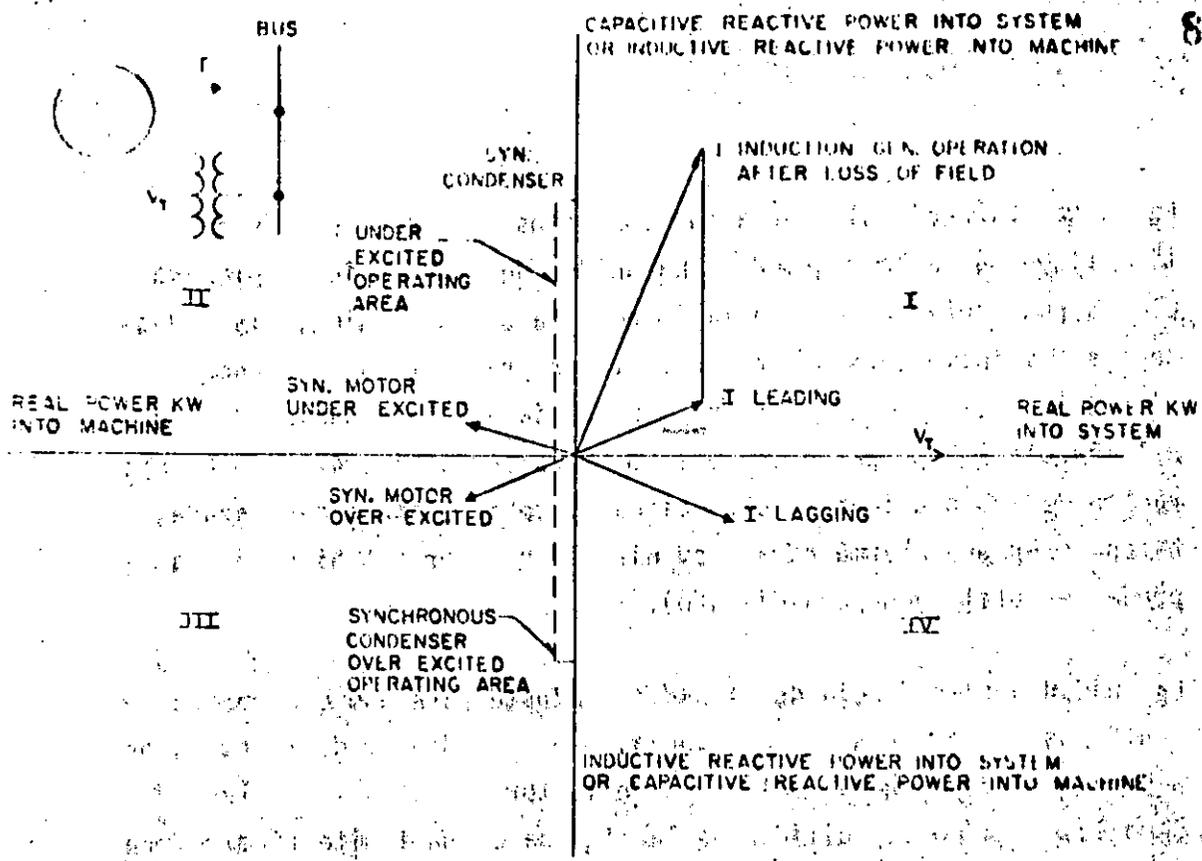


FIG. 4-9 -- KW-RKVA Diagram Showing Operation of A-C Machines Under Various Conditions.

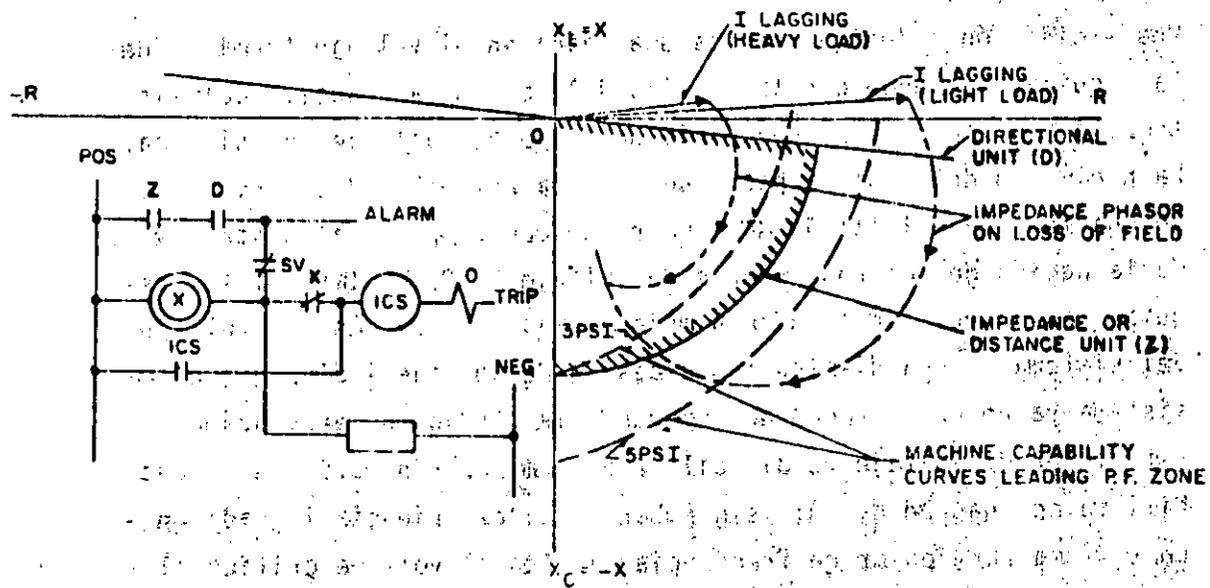


FIG. 4-10 -- Trip Circuits and R-X Diagram Showing Operation of the HLF Loss-of-Field Relay.

La unidad direccional cierra sus contactos cuando la potencia reactiva fluye hacia la máquina. La unidad de impedancia desplazada cierra sus contactos cuando la impedancia de la máquina, vista desde sus terminales, es menor que un valor preajustado. Cuando se pierde la excitación, el factor impedancia se mueve hacia adentro del círculo de operación, como se muestra en la Fig. 4-10. La operación de ambas unidades, direccional y de impedancia desplazada, hacen sonar una alarma para prevenir al operador. (Si se desea puede ser utilizado para disparo).

La unidad de impedancia desplazada se ajusta para que cierre sus contactos con valores de impedancia, que caen dentro de la curva de capacidad de máquina en la zona de factor de potencia adelantada. Como la curva de capacidad de la máquina es un límite térmico, representa una zona donde puede ocurrir una temperatura excesiva, y así la unidad Z no necesita ser calibrada para que se ajuste exactamente a la curva de capacidad.

Una excitación reducida provoca una caída en el voltaje terminal de la máquina, haciendo que la máquina jale potencia reactiva del sistema, organizando en consecuencia una baja del voltaje del sistema. La habilidad del sistema para mantener la estabilidad es primeramente una función del tamaño del generador con respecto al sistema y de la acción de los reguladores de voltaje. Generalmente, los reguladores de voltaje tienden a mejorar las condiciones del voltaje del sistema. Una disminución excesiva de voltaje indica que el sistema ya no puede recobrase durante la pérdida de excitación. Este valor de voltaje es difícil de determinar sin estudios de estabilidad en una red de CA; sin embargo, la experiencia lograda en un sistema particular de frecuencia, indica el voltaje crítico al

cual se puede anticipar a los problemas y la unidad SV puede ser ajustada para operar en ese valor.

La operación de las unidades direccionales, impedancia desplazada y bajo voltaje, disparan la unidad, como se muestra en la fig. 4-10. Un relevador tipo telefónico, X, se conecta en paralelo con los tres contactos en serie para dar 15 ciclos de retraso en el Dropout, antes de energizar el circuito de disparo.

El relevador HLF puede ser usado para proteger contra pérdida de campo los condensadores sincrónicos. Aquí el factor principal de discriminación es el voltaje en las terminales de la unidad. La característica de alarma puede no ser usada, ya que la operación normal puede incluir situaciones de baja excitación donde los contactos de A y Z podrían normalmente estar cerrados.

PROTECCION CONTRA MOTORIZACION DEL GENERADOR

Aquí la protección es primeramente para el promotor ó el sistema más que para la unidad generadora. Para turbinas de vapor, el sobrecalentamiento de las turbinas ocurre cuando hay bajo flujo de vapor y la protección se suministra con dispositivos que detectan la temperatura del vapor. Con turbinas hidráulicas, la indicación del flujo hidráulico proporciona protección contra cavitación de los alabes cuando hay poco flujo de agua. Dispositivos similares se usan con turbinas de gas.

La aplicación de protección contra motorización usando cantidades eléctricas es recomendable en todas las máquinas. Este tipo de protección se proporciona con switches límite, detectores de temperatura en el escape, etc., pero donde un gran número de estos dispo

sitivos están involucrados, la simplicidad de un relevador de potencia inversa es atractiva al proporcionar para proporcionar seguridad adicional y protección de respaldo. El relevador de potencia inversa donde se prevé un considerable peligro de explosión y fuerza por el combustible sin quemar.

La motorización ocurre como resultado de alguna deficiencia en el primotor por mover al generador. Cuando este suministro no es capaz de cubrir todas las pérdidas, entonces la deficiencia es proporcionada absorbiendo potencia real del sistema. Como la excitación del campo debe permanecer igual, deberá fluir la misma potencia reactiva que había antes de la motorización. Así, al motorizar, la potencia real entrará a la máquina, mientras que la reactiva puede ser positiva (inductiva) o negativa (capacitiva). Usualmente la potencia reactiva podría ser positiva, ya que las máquinas generalmente operan con factor de potencia adelante.

Así que, durante la motorización del generador, la corriente como factor de potencia podría caer en el segundo o tercer cuadrante de la Fig. 4-9. En la mayoría de los casos, podría caer sólo en el tercer cuadrante cuando la máquina es operada con factor de potencia atrasado.

Cualquier relevador que detecte la motorización tiene que ser infinitamente sensible para detectar el primer incremento de potencia inversa. Como un ejemplo, suponga que tubería tiene sus válvulas cerradas a una posición cercana a los requerimientos de vapor con cero carga, así que la tubería suministra 99% de las pérdidas, y el generador, como un motor suministra el uno por ciento. Si las pérdidas totales fueron de 3% de los KW nominales, entonces los KW suministrados por el generador trabajando como motor, jalándolos del sistema de potencia sería sólo del 1% del 3% es decir, 0.03% de la capa

idad nominal. Para que un relevador detecte esto y aún lleva en forma continua 100% de la corriente de carga hacia el sistema es algo impráctico de llevar a cabo. La potencia inversa requerida para motorizar un generador cuando el primario está siendo conducido a velocidad síncrona sin que reciba ninguna potencia es como sigue en forma aproximada:

Turbina con condensado	1% de los KW nominales.
Turbina sin condensado	3 a 4% de los KW nominales.
Máquina Diesel	25% de los KW nominales.
Turbina Hidráulica	.2 a 2 + Z de los KW nominales.

Turbinas de Vapor: Turbinas de condensado operando bajo completo vacío y cero entrada de vapor requieren 3% de los KW nominales para motorización. Turbinas de no-condensado operando contra presión atmosférica ó mayor requieren 3% ó más de los KW nominales para motorizar con cero flujo de vapor.

Máquinas Diesel: La cifra de 25% de los KW nominales es considerando a los cilindros sin encender. Cuando uno ó más habrá algún incremento de potencia inversa dependiendo de la acción del gobernador y del efecto en la frecuencia del sistema.

TURBINAS HIDRAULICAS:

- Quando los alabes estén abajo del nivel del agua, el % para motorizar es alto, probablemente bien arriba del 2%.
- Quando los alabes están arriba del nivel del agua, se requiere entre 2 y 2% de la capacidad nominal para motorizar.
- Quando se usa una turbina tipo Kaplan de alabes, la condición de alabes rectos podría requerir menos del 0.2%.

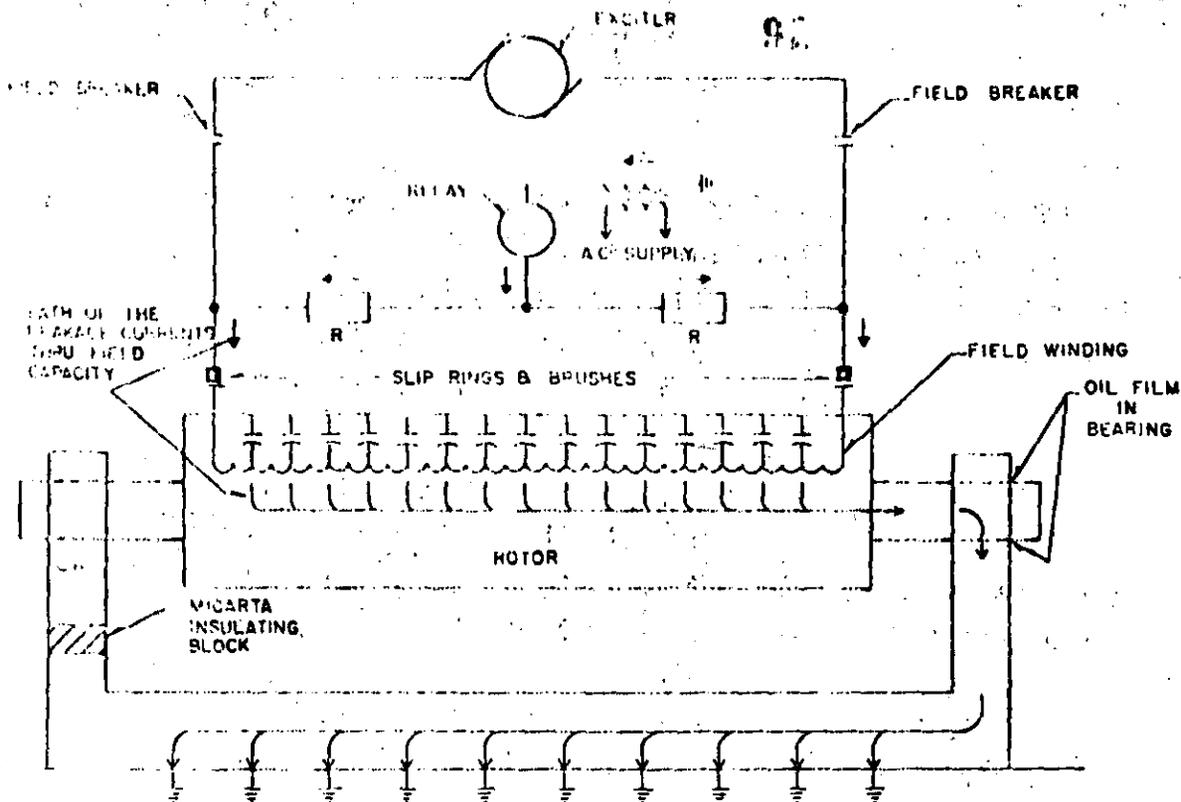
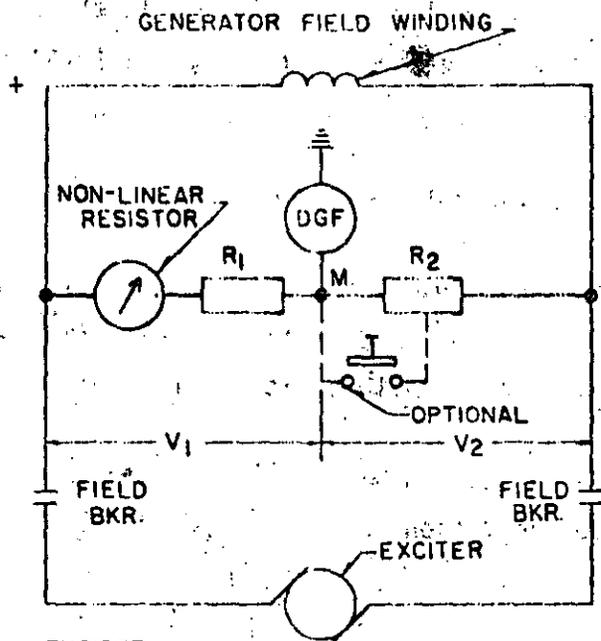


FIG. 4-12 -- Path of the Currents in a Machine When Using an A-C Field Ground Relay.



EXCITER RATING IN VOLTS	R ₁ IN OHMS	R ₂ IN OHMS
125	0	45,000
250	5,000	23,000
375	10,000	23,000

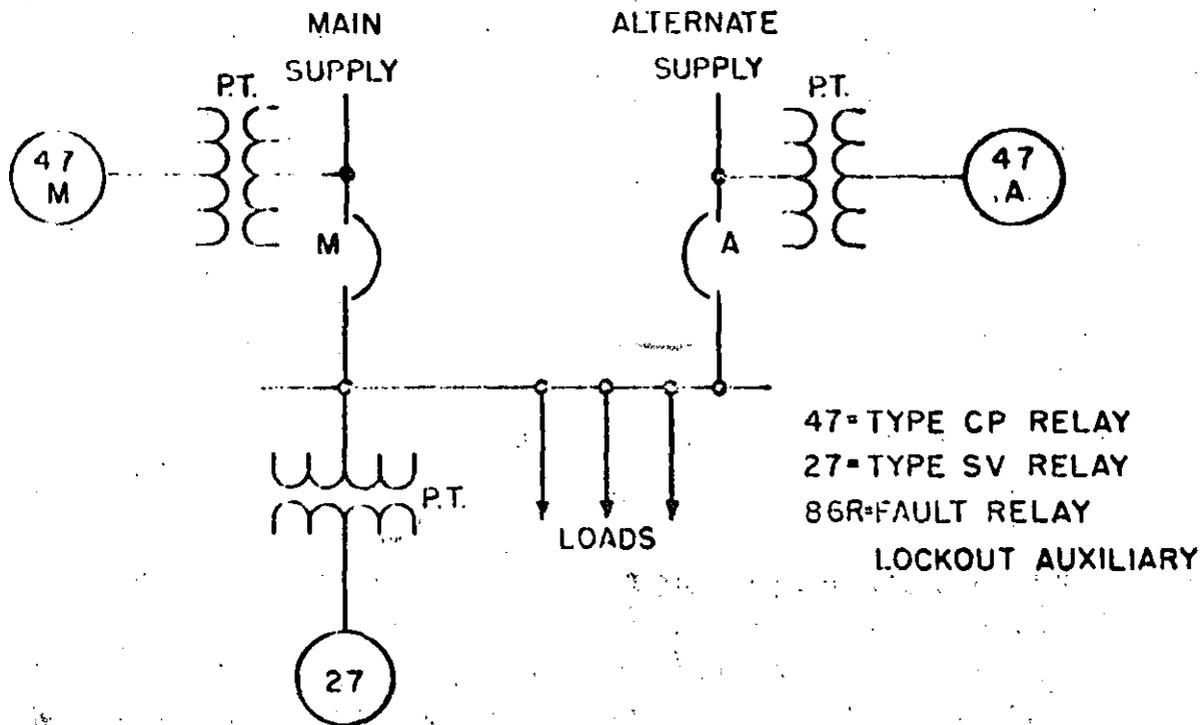
FIG. 4-13 -- Field Ground Protection Scheme for a Generator.

La aplicación de un Pushbutton conectado a través de una porción de la resistencia R_2 permitirá una revisión manual para una posible falla a tierra en el centro del devanado.

PROTECCION DE SOBREVOLTAJE DE CA PARA GENERADORES HIDRAULICOS.

Se recomienda principalmente para generadores hidroeléctricos que están sujetos a sobrevelocidades y consecuentes sobrevoltajes después de una pérdida de carga. Ha habido casos donde un generador hidráulico a llegado a girar a 130 y 140% de su velocidad nominal como resultado de un rechazo de carga total. Es posible que el voltaje alcance 200% ó más. El esquema usado se muestra en la fig. 4-14. El relevador puede ser usado para sonar una alarma ó hacer un cambio en el sistema de excitación y reducir el voltaje de salida. Este relevador puede ser usado para protección de respaldo del regulador de voltaje.

SINGLE LINE SCHEMATIC



CONTROL SCHEMATIC

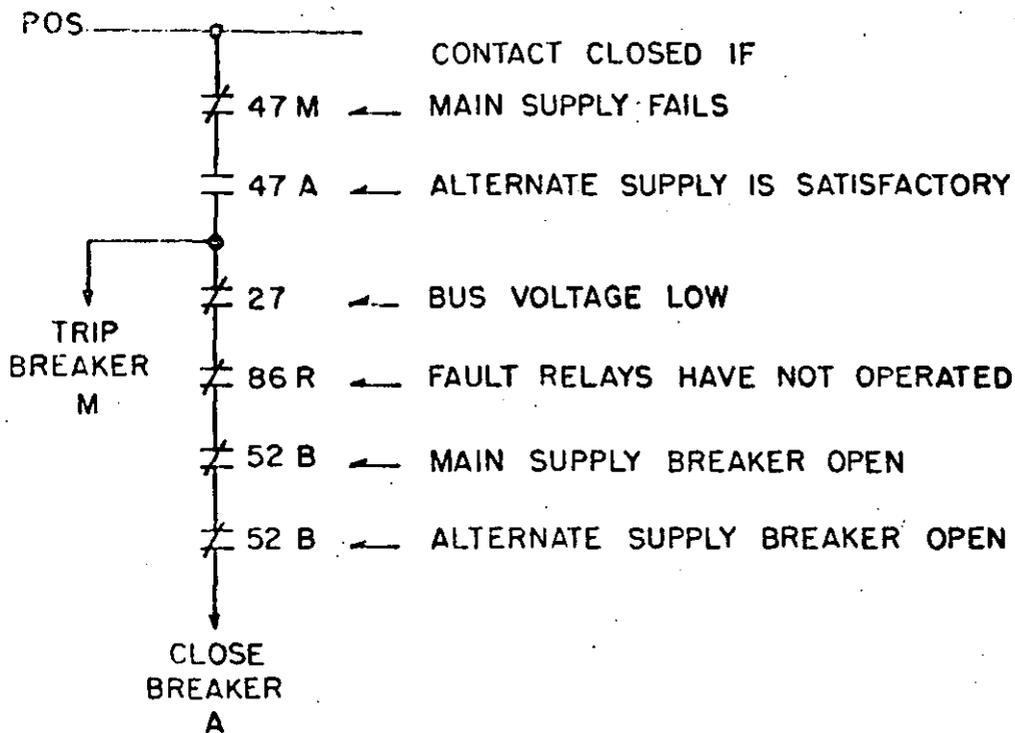


FIG. 4-15 -- Bus Transfer Scheme for Station Auxiliaries Utilizing Polyphase Voltage Relays.

7.- SISTEMAS DE AUXILIARES

PROTECTIVE PHILOSOPHY
FOR
POWER SECTOR ASSOCIATES

By

John Coase

Public Service Company

of

Oklahoma

Presented at the Twenty-fourth Annual
Conference for Protective Relay Engineers

April 19-21, 1971

PROTECTIVE PHILOSOPHY
FOR
POWER STATION AUXILIARIES

John Cease

Public Service Company

of

Oklahoma

The power station auxiliary system is an area of protection that has been neglected or avoided by many utilities and consultants. Special effort is required to provide a selectively coordinated system. Short circuits and abnormal operating conditions do not occur on the auxiliary system very often and selective operation may seem unimportant. It is easy to overlook this part of design. When trouble occurs on the auxiliary system selective operation is vital and should indicate trouble and isolate a minimum amount of equipment.

It is desirable to have as a part of the specifications, the requirement to provide a set of coordination curves and fault currents for auxiliaries where the auxiliary system is designed by those outside your company. If design is performed by your own personnel, this is also a requirement.

A coordinated auxiliary system is possible. All it takes is effort, ingenuity and some additional cost.

The purpose of this paper has three objectives: (A) outline procedures used to achieve protection for auxiliary equipment; (B) set forth the problems encountered in achieving coordination with auxiliary systems; and (C) to explore some solutions and developments of protection for auxiliary systems. These items are discussed below as they apply to Public Service Company of Oklahoma power stations:

Procedures used in protecting auxiliary systems.

1. Construct system Overall One Line diagram showing: generator connections, main and reserve auxiliary transformer connections, and auxiliary buses (Figure 1). One lines of auxiliary 4160 V Switchgear and 480 V Load Center Unit Substations should be drawn showing sources and connected equipment. (Figures 2 and 3)

2. Data acquisition:

a. Motor data -

Motor name or its function, manufacturer, disconnect device name or number, horsepower, r.p.m., service factor, rated voltage, rated amperes, locked rotor code, letter insulation system type, and serial number.

(Figure 4)

b. Cable data -

Type (three conductor or single conductor), material (copper or aluminum), and length. (Figure 4) References

(1), (2), (3), (4), and (5) will aid in determining the applicable cable parameters R_1 , X_1 , R_0 and X_0 .

c. Breaker Control data -

90

The current transformer ratios & connections, relays (phase, ground) and/or differential characteristic and current range for each relay. (Figure 4)

Direct acting series trip device data should include, coil current rating, pickup range, long time delay characteristic, short time delay pickup and time delay ranges, and instantaneous trip range.

Molded case breaker data should include the current rating, frame size, trip designation, i.e., thermal magnetic or magnetic only and if magnetic only, the pickup range.

d. Transformer name or function, manufacturers name, KVA rating or ratings, voltage ratio, insulation system type, percent impedance, and serial number. (Figure 4)

e. Specifications for equipment should include having successful vendor supply all necessary characteristic curves for motors, breakers, etc.

3. Fault Study

A fault study showing the magnitude and distribution of fault currents is necessary to analyze and evaluate the protective system. The magnitude of fault currents available compared to breaker capability should always be checked. The distribution of fault currents, for a given fault location, is necessary to determine relative operating times of protective equipment for

with coordination.

100

In order to evaluate the maximum possible currents to be interrupted, it is necessary to sum up the system fault current and motor contribution.

Motor contributions are a function of subtransient machine reactance (X_d''). X_d'' is defined as the direct axis reactance of a synchronous machine or the locked rotor reactance of an induction machine. Motor contribution is the line-neutral voltage divided by POSITIVE SEQUENCE Z , as defined in TABLE I.

TABLE I

MOTOR TYPE	SPEED	POSITIVE SEQUENCE Z	
		INTERRUPTING DUTY	MOMENTARY DUTY
All asynchronous		$1.5 X_d''$	$1.0 X_d''$
1000 HP and above	1800 r.p.m.	$1.5 X_d''$	$1.0 X_d''$
250 HP and above	3600 r.p.m.	$1.5 X_d''$	$1.0 X_d''$
50 HP and above		$3.0 X_d''$	$1.2 X_d''$

For motors 1000 HP or more operating at less than 1800 r.p.m., use $1.5 X_d''$.

Reference ASA C37.010-1964 version. (6)

4. Protection of Power Plant Auxiliaries

Coordination curves which show expected time-current characteristics of related equipment and the protection devices are constructed for each portion of the system. Beginning with lighting or pipe heating panels construct TCC's for the breaker

10
Having the highest susceptance rating, the main breaker (if any), the 480 volt load center protective device, and the transformer damage characteristic (lighting or pipe heating) (Figure 5). Repeat the procedure for motor control centers and their source devices at the load center. (Figure 6) The TCC of the load center feeder having the highest setting is plotted along with the TCC's of the load center main breaker (if automatic), the switchgear feeder relays, and the transformer damage characteristic. (Figure 7) Careful evaluation of the coordination curves will indicate to what degree coordination and/or protection is provided.

Coordinated system data, if prepared in book form with one line diagrams, curves, coordination philosophy and list of any coordination problems will provide a useful tool in analyzing operations, changes needed for next power station or unit, and is helpful to operating personnel. It provides a guide for relay engineering and helps to insure that items will not be overlooked.

a. Large motors -

"Safe Stall Time" and "Safe Running Time" characteristics are available from motor manufacturers and are essential to the setting of the protective relays for large motors. The "Safe Stall Time" curve will list design parameters of full load current, locked rotor current, speed, and safe stall time, while the curve will reflect the characteristics of the motor in terms of time (per unit safe stall time) versus multiples of full load current. "Safe Running" curves have the same variables but a different shape due to heat dissipation.

100

Motors may be classified as essential or non-essential. A motor may be classified as essential if its loss results in shutting down the generator unit (generator, boiler, & turbine) or a hazardous operating condition arises. A non-essential motor would be one which could be taken out of service and the generator unit still be able to operate.

Motors which would be classified as essential are the exciter, boiler feed pump, draft fans (forced, induced or both) and gas recirculating fan. Motors classified as non-essential would include those driving condensate and circulating water pumps.

Table II lists the various relay settings used to protect large motors.

TABLE II

SUMMARY OF RELAY SETTINGS FOR MOTORS

RELAY UNIT	ESSENTIAL	NON-ESSENTIAL
	<u>PHASE RELAYS</u>	
Overcurrent Pickup	2X Full Load	1.15 to 1.3 x Full Load
Instantaneous	1.8 to 2 x Locked Rotor	1.8 to 2 x Locked Rotor
Time Delay for Locked Rotor Current	1.5 x Starting Time	1.5 x Starting Time
<u>OVERLOAD RELAYS</u>		
Overcurrent Pickup	TMC (thermal) 108 to 131 percent of Full Load available range.	
	BL (thermal) 115 to 130 percent Full Load - alarm in 12 to 16 minutes at 200 percent load.	
	(Induction) Alarm 120 percent of Full Load Trip on 200 percent load following time out of overcurrent unit.	
Instantaneous	1.8 to 2 x Locked Rotor	1.8 to 2 x Locked Rotor

TABLE II
(Continued)

RELAY UNIT	ESSENTIAL	NON-ESSENTIAL
	GROUND DELAYS CONNECTED IN RESISTUAL CIRCUIT	
Overcurrent Pickup	.667 x Full Load	.667 x Full Load
Instantaneous	1.5 to 2 x Locked Rotor	1.5 to 2 x Locked Rotor
Time Delay for Locked Rotor Current	.2 to .3 second	.2 to .3 second
	GROUND DELAYS CONNECTED TO DOUGHNUT CT (Ground Sensor)	
Overcurrent Pickup	10 amperes	10 amperes
Instantaneous	40 to 80 amperes	40 to 80 amperes
Minimum Time Delay	.1 to .3 second	.1 to .3 second

The ground sensor scheme is very sensitive to ground faults and immune to the effects of CT saturation and mismatch.

Large motors are protected from long term overloads by using thermal overload devices or overcurrent relays with a second instantaneous element with a high dropout feature. The overcurrent relay is set to pick up at 120 percent full load, including service factor, a high dropout relay set for 200 percent full load, and instantaneous setting of 200 percent locked rotor current. On starting, the high dropout unit picks up instantaneously, (normally set approximately 200% full load and must have contact closed for time delay tripping; resets at 160% or less of full load) and the overcurrent unit will begin to time out. If the overcurrent condition continues the motor breaker will be tripped off the line. If, on starting, a short circuit exists, the motor breaker will be tripped by

For future stations coordination of 480 volt protection of lighting and heating transformers can be improved by including a short time delay feature in 480 volt overcurrent protection and elimination of the low-side main automatic tripping capability. The use of inverse or very inverse relays for protection of the station service transformer and switchgear bus can be affected by shifting the trip capability of 480 volt mains.

(Figure 6)

Probably the most important factor in 480 volt station service protection is the actual testing of 480 volt devices. Trip testing direct trip devices requires a current source of 3000 to 5000 amperes and above. Static overcurrent trip devices are tested using secondary current values. The static trip device may be expected to operate within a relatively narrow band of the published time-current curves and thus provides improved coordination within a system that can be adequately tested.

Some motors associated with high inertia drives require a long time to come up to speed. These motors may be started using relatively high time dials but protection with long time locked rotor currents is sacrificed. The use of a centrifugal switch on the motor shaft to take relays out of service during the accelerating period has been suggested as a possible solution, however, removal of protection at a critical time, such as starting, is unwise. (Figure 11)

Oscillograph records of starting currents and voltages should be made and retained as a permanent record of all large motors and pertinent small motors. It is important to make these on start up and checkout. Initial troubles can be detected, it provides a check on locked rotor current and

length of time motor draws high current. This can then be compared with protective device settings. Records of energizing transformers can be beneficial.

107

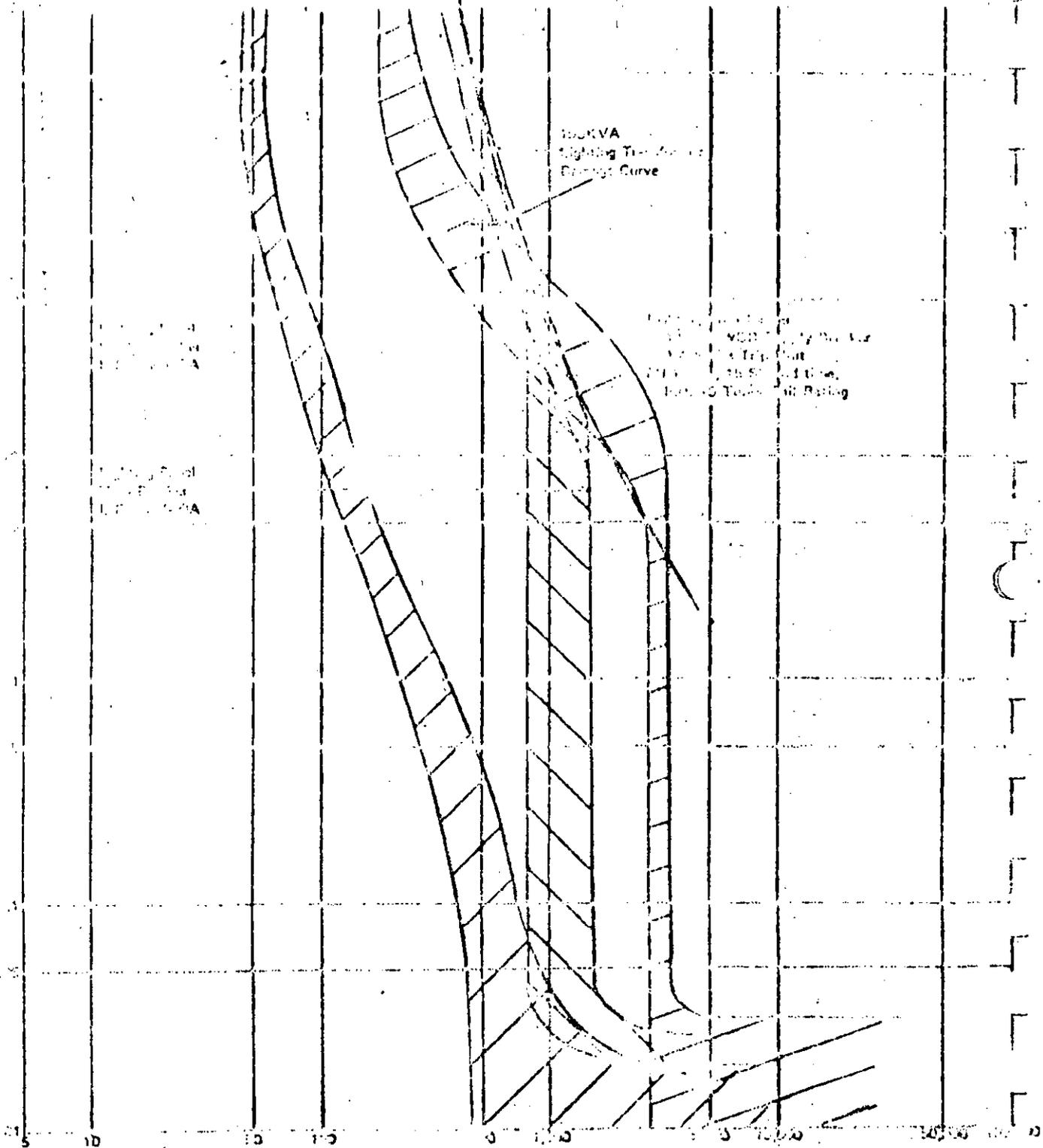
SUMMARY

Yes, improved protection and a coordinated power station auxiliary system can be provided for your power station. This may be obtained by: (1) judicious choice of relay ranges and characteristics (inverse and/or very inverse); (2) ground sensor schemes for motor protection; (3) omission of trip capability of secondary main molded case breakers and 480 volt switchgear mains to eliminate one step of coordination; (4) use of solid state low voltage trip devices which can be tested easily and provide a narrow band of operation and improve selectivity; (5) make initial oscillograph records of all large and pertinent small motors; and (6) prepare coordinated system data with curves, one line diagrams, coordination philosophy and list any coordination problems.

REFERENCES

- (1) Impedance of Three Phase Secondary Mains in Non-Metallic and Iron Conduits. B. L. Brieger, Assistant Engineer, Con Edison Company, New York, Inc. EEI Transmission and Distribution Committee, February 9, 1938.
- (2) Calculation of the Electrical Problems of Underground Cables. Donald M. Simmons, Chief Consulting Engineer, General Cable Corporation.
- (3) Underground System Reference Book 1957, EEI.
- (4) Westinghouse Transmission and Distribution Reference Book. Central Station Engineers of the Westinghouse Corporation, East Pittsburgh, Pennsylvania.
- (5) Overcurrent Protection Data Book, adjunct to series of articles by Frank R. Valveda, Frank Valveda and Associates, Oak Park, Illinois appearing in *Actual Specifying Engineer*.
- (6) American Standard Application Guide for AC High-Voltage Circuit Breakers, c 37.010

TIME IN SECONDS

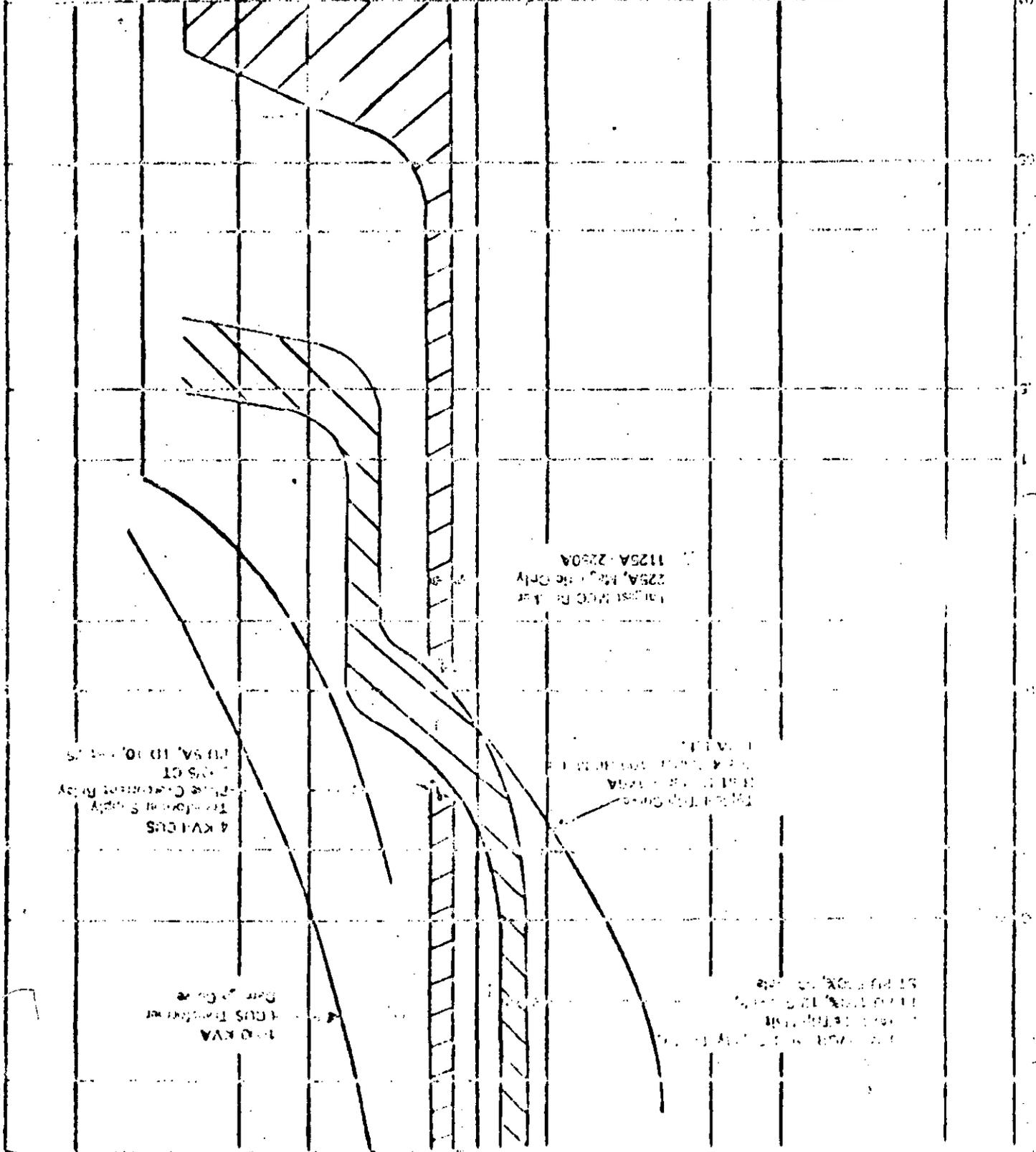


100KVA Sighting Time-Airport Drainage Curve

WIND TOWER FOUNDATION

IS ON A VOLT BASE

0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000

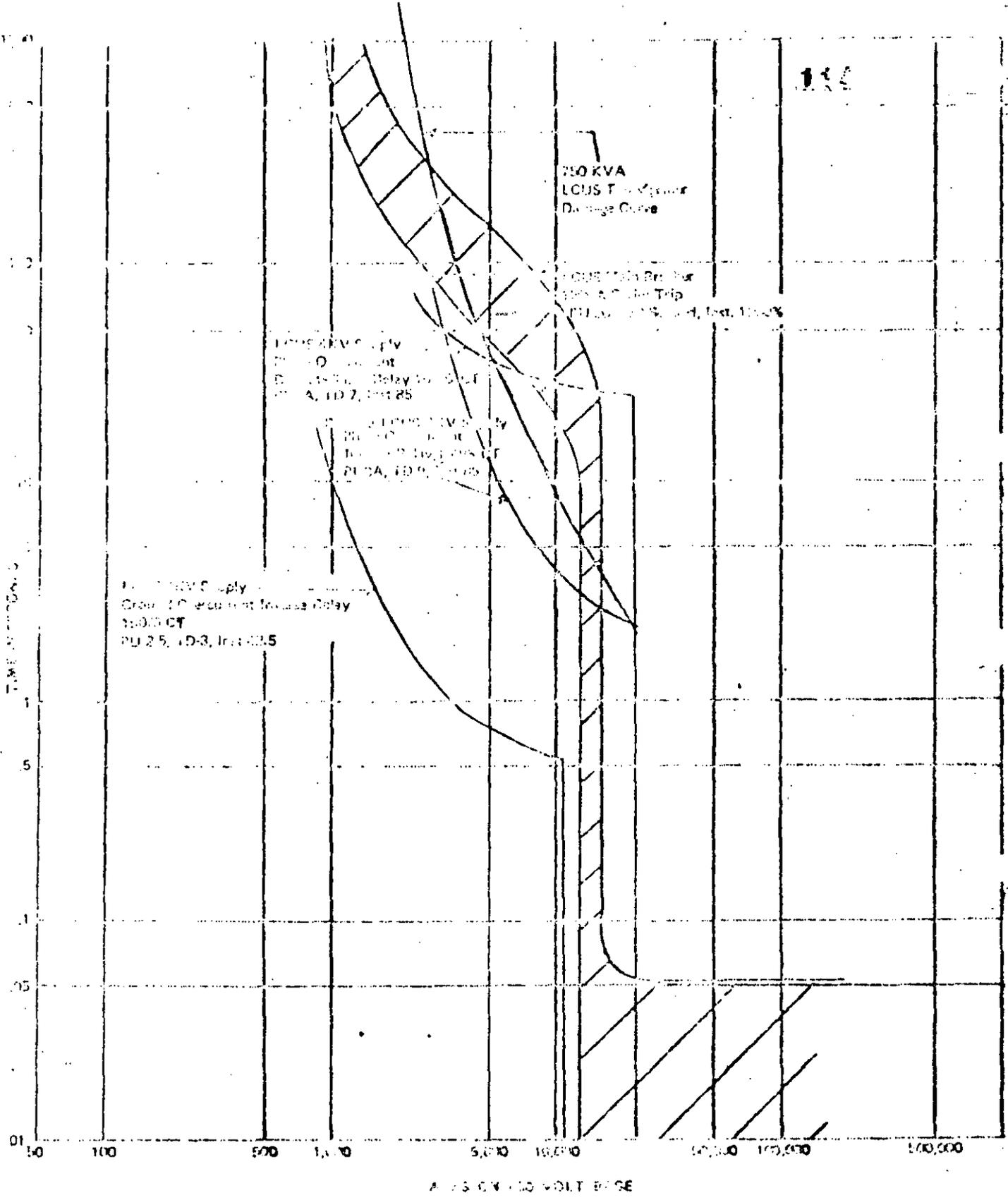


1000 KVA
4000 KVA
1125A-2250A
1125A-2250A

1125A-2250A
1125A-2250A

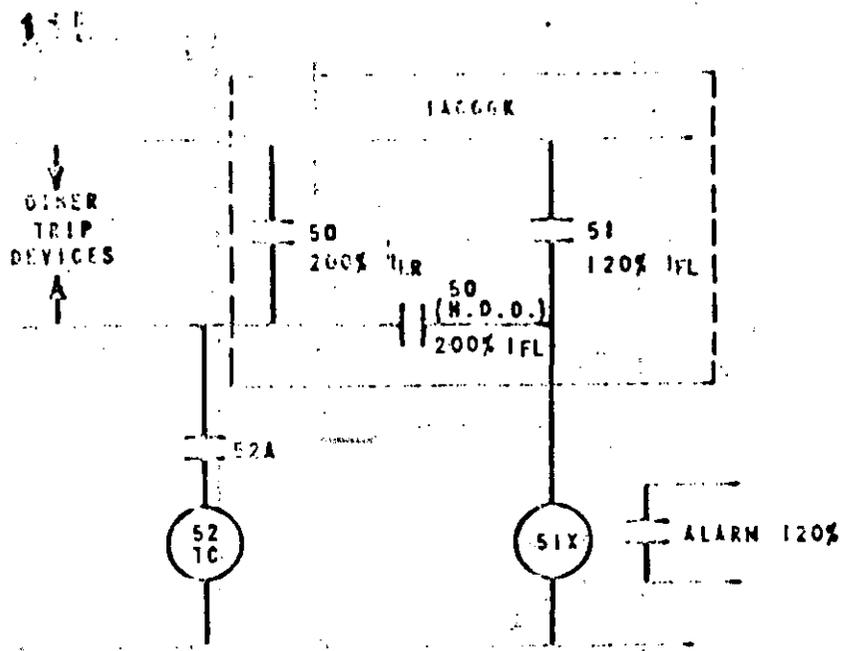
1125A-2250A
1125A-2250A

1125A-2250A
1125A-2250A

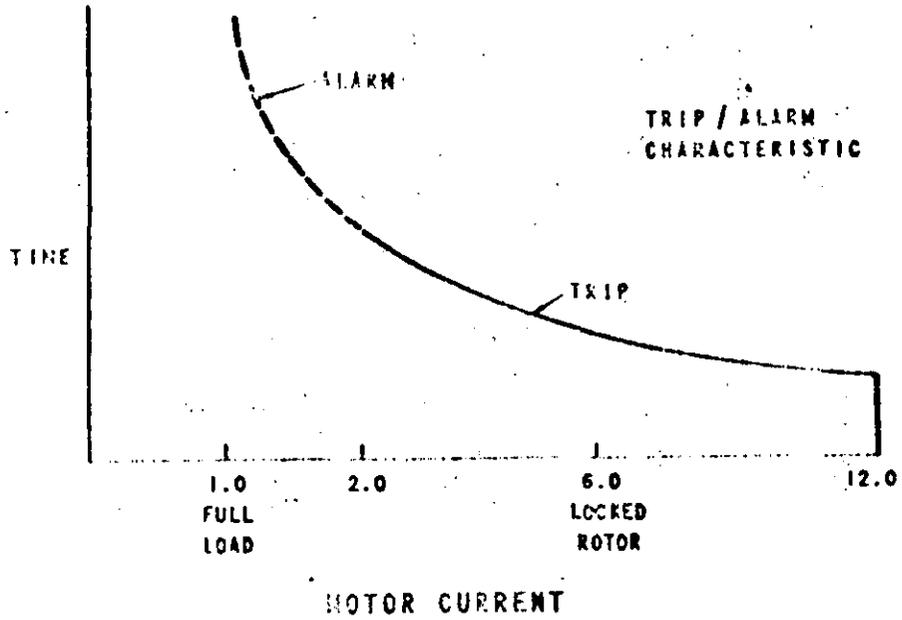


110 V. LCUS SUPPLY COORDINATION

FIG. 7

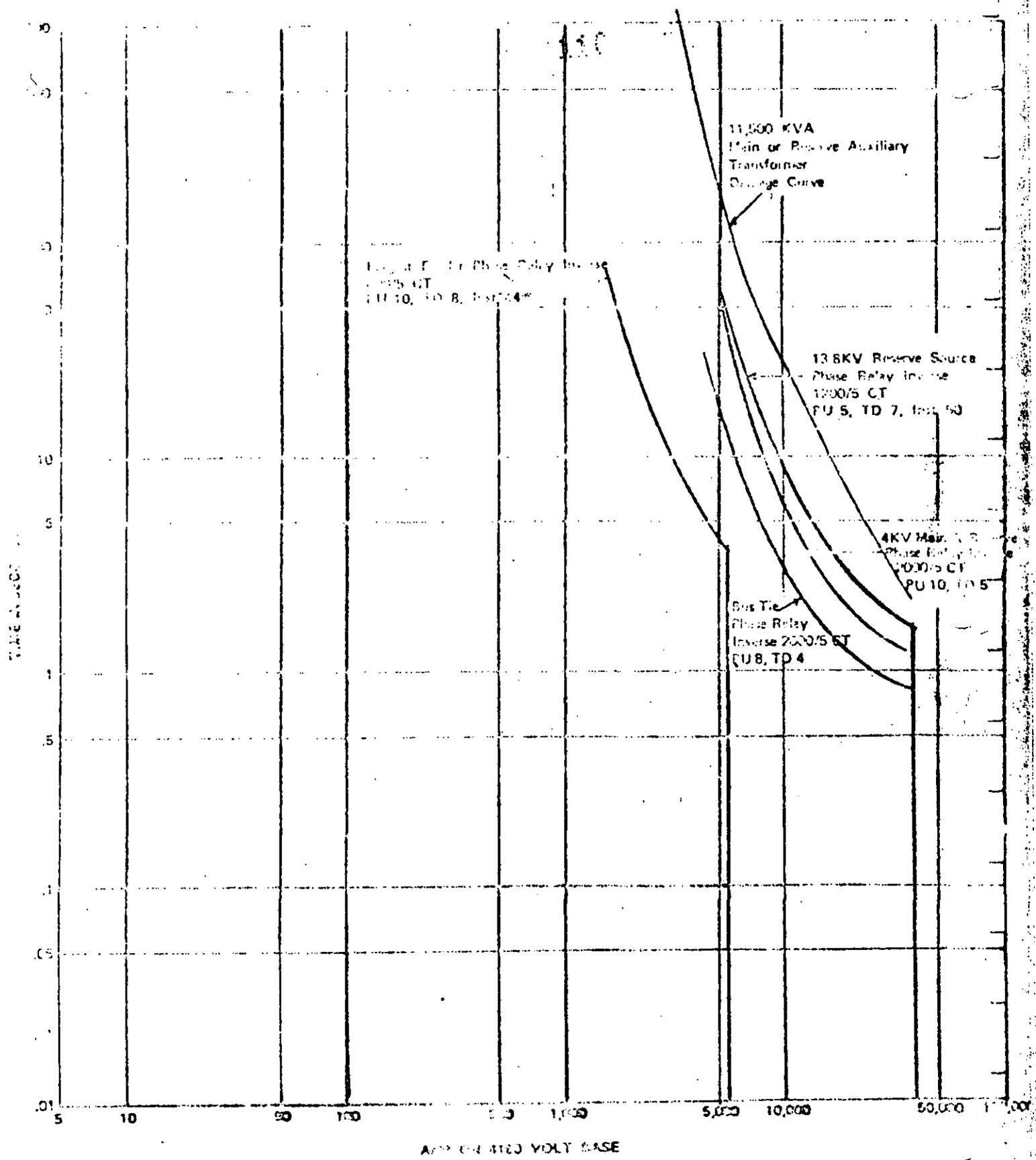


SIMPLIFIED LOGIC



MOTOR PROTECTION SCHEME

PUBLIC SERVICE COMPANY OF OKLAHOMA
 NORTHEASTERN STATION UNIT 2



4KV BUS PHASE RELAY COORDINATION

FIG. 9

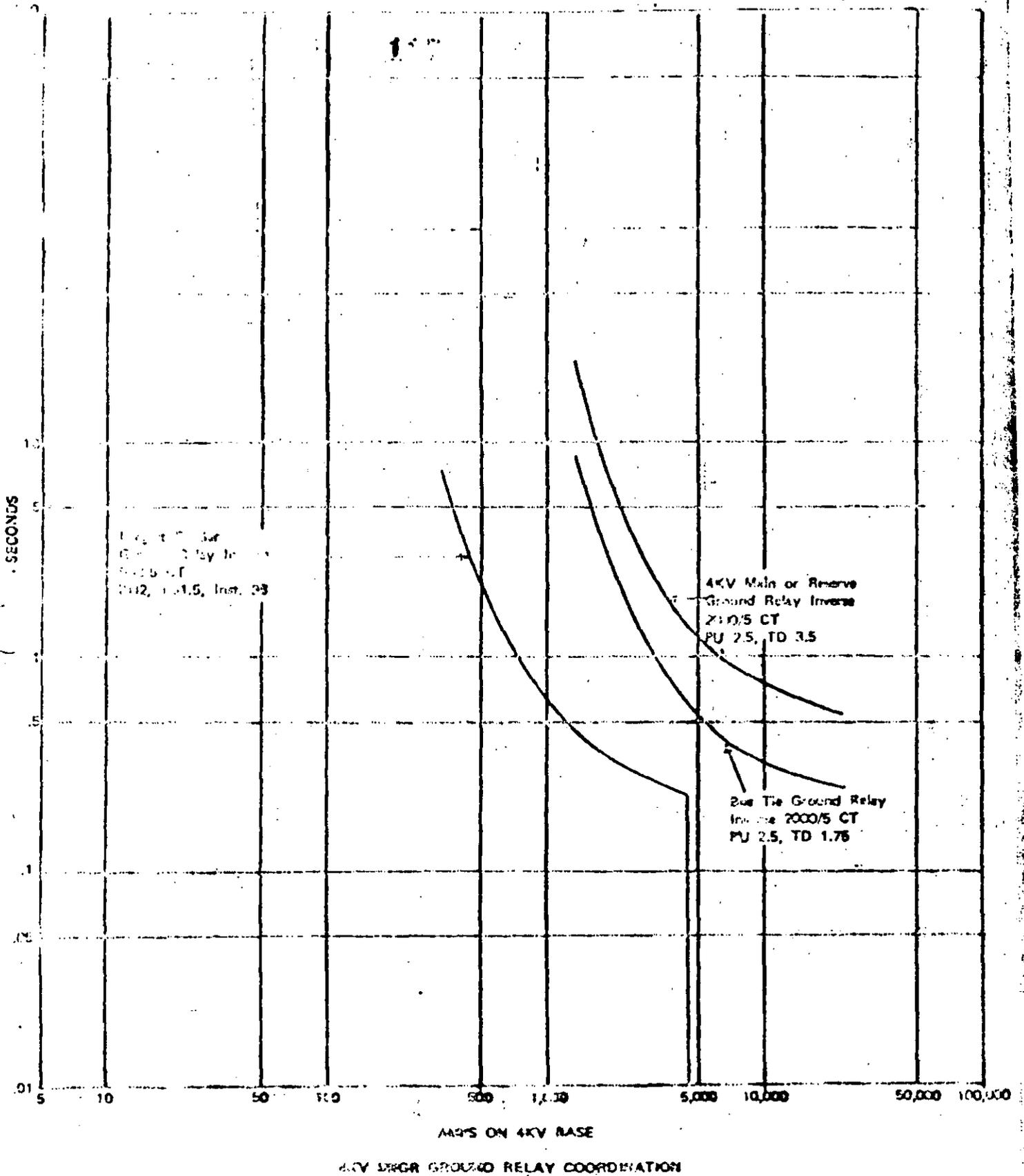
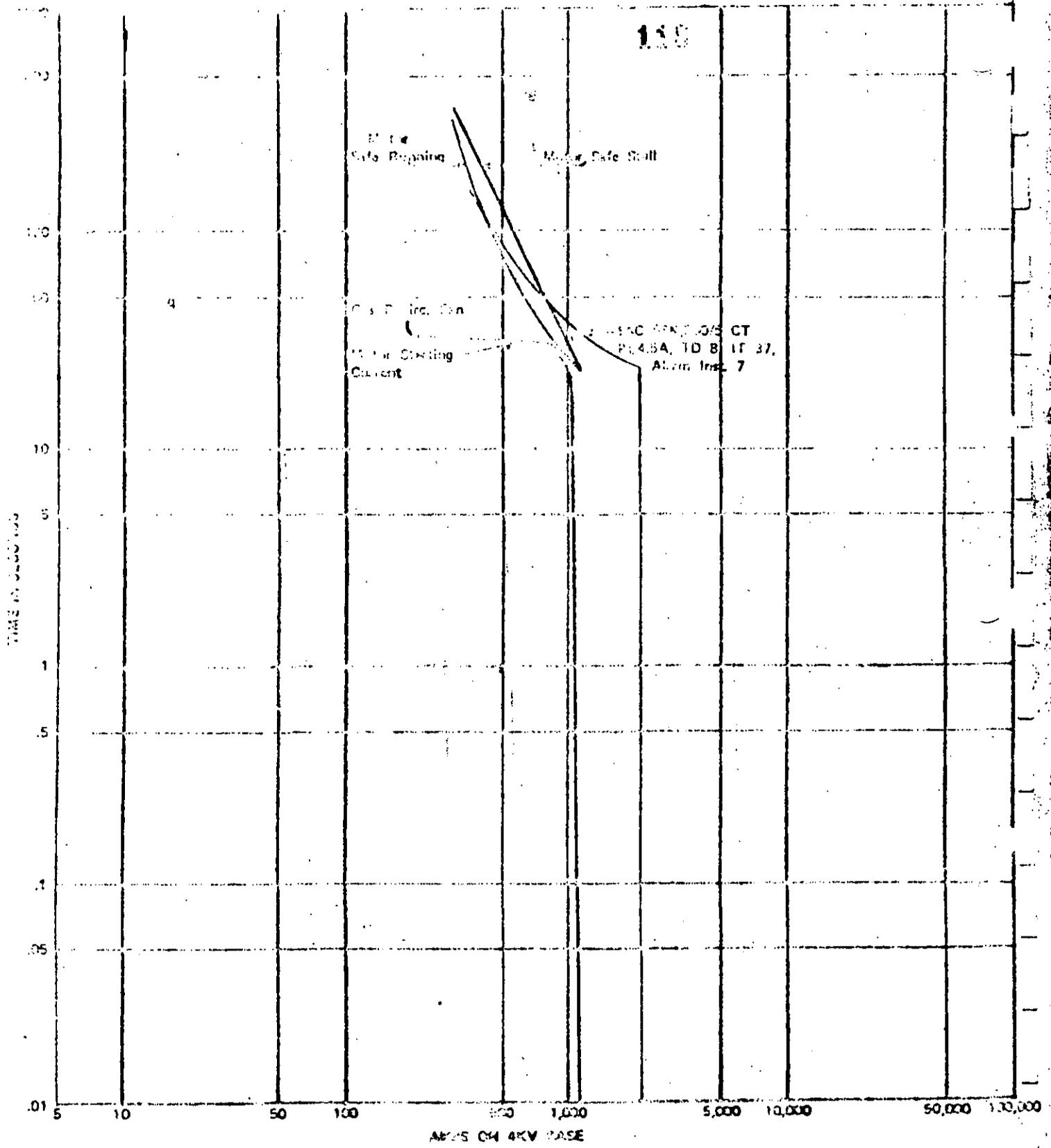


FIG. 10



GAS RECIRCULATING FAN MOTOR
CHARACTERISTICS, STARTING
CURRENT AND OVERLOAD PROTECTION

FIG. 11

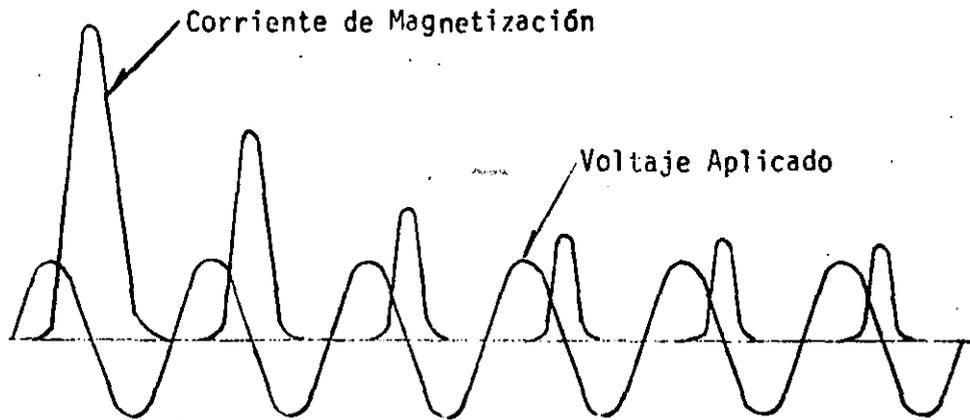
8.- PROTECCION DE TRANSFORMADORES

Los factores que controlan la magnitud y duración de la corriente de magnetización, son:

- 1.- Tamaño del banco de transformación.
- 2.- Tamaño del sistema de potencia.
- 3.- Resistencia en el sistema desde la fuente hasta el banco.
- 4.- Tipo de fierro usado en el transformador.
- 5.- Historia anterior del banco (flujo residual).
- 6.- Como se energiza el banco (por primera vez, restablecimiento --- o benevolamente).

La corriente de inrush máxima ocurre si el transformador se energiza cuando la onda de voltaje esta cerca del valor cero. En este momento, la corriente y el flujo deben tener un valor máximo en el alta mente inductivo circuito, y una media onda de voltaje requiere un cambio de flujo del doble del máximo flujo. Si existe flujo residual - en el banco, dejado por una energización anterior, puede ser que se sume o se reste del flujo total, aumentando ó disminuyendo la corriente de magnetización. Los transformadores se operan normalmente cerca de la rodilla de la curva de saturación, así que el flujo adicional, - requerido por una energización cuando cuando el voltaje es cero, más el flujo residual saturarán definitivamente el núcleo e incrementarán los componentes de la corriente de magnetización.

Una curva típica de corriente de magnetización es:

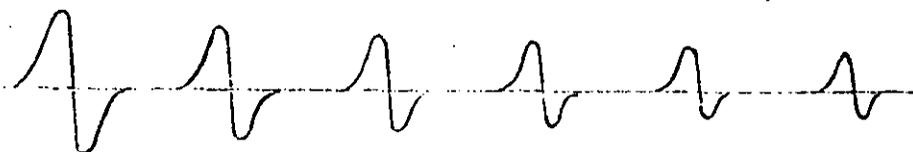


La corriente de magnetización decae rápidamente en los primeros ciclos, y luego lentamente, tardando hasta 4 ó 5 segundos para tomar un valor final, cuando la resistencia es baja. La constante de tiempo del circuito (L/R) no es constante porque L varía debido a la saturación del transformador. Durante los primeros ciclos, la saturación es alta, por lo tanto L es baja. Como las pérdidas amortiguan el circuito, la saturación disminuye y L aumenta. De acuerdo al reporte de 1949 del AIEE, las constantes de tiempo para las corrientes de inrush varían de 10 ciclos en unidades pequeñas a 1 minuto en unidades grandes.

La resistencia desde la fuente hasta el banco determina el amortiguamiento de la onda de corriente. Por lo que los bancos cercanos a los generadores tendrán una corriente de inrush más grande. En subestaciones alejadas de los generadores, el inrush no es tan severo, ya que la resistencia de la línea de interconexión amortigua rápidamente la corriente.

196

La forma de onda de la corriente de inrush que va hacia un bobinado conectado en delta es influenciada por dos condiciones adicionales a las que se tienen en el caso de los bobinados monofásicos. La primera es que más de un núcleo puede experimentar un inrush. Como los picos de la corriente de inrush en cada núcleo que experimenta un inrush estarán defasados por 60° ó por un múltiplo, la forma de onda senoidal de un inrush monofásico se distorsionará, ó la forma de onda será oscilatoria:



El segundo factor que afecta la forma de la onda cuando se trata de un bobinado delta, es que la corriente de línea es el resultado de sumar vectoralmente las dos corrientes del devanado del banco. Dependiendo de la naturaleza del inrush, suponiendo que sólo uno de los núcleos se ha saturado, se pueden experimentar las ondas oscilatorias o la distorsión de la forma monofásica. Si por suerte hay un tercer bobinado delta en este banco, el inrush puede ser influenciado por el acoplamiento entre los diferentes embobinados. Si el banco es trifásico, dependiendo de la construcción del núcleo, el acoplamiento entre fases está presente y puede afectar el inrush.

125

Formas de onda similares también se encuentran al energizar el bobinado estrella de un banco estrella-delta ó cuando se energiza un auto-transformador. En este caso la forma de onda monofásica se distorsiona debido al acoplamiento entre fases proporcionado por el embobinado delta (o terciario).

Una corriente máxima de inrush no ocurrirá cada vez que se energiza el banco ya que es poca la probabilidad de que se tenga voltaje cero. Si se energiza con voltaje máximo, no se producirá un inrush sin residual. En un banco trifásico, el inrush variará apreciablemente en las 3 fases.

El inrush más grande ocurre cuando un banco no energizado es conectado al sistema. Sin embargo, puede ocurrir un inrush, después de que una falla externa al banco es librada y el voltaje recobra el valor normal. En este caso, el transformador está parcialmente energizado, así que el inrush al recobrase el voltaje es menor que el inrush cuando se energiza en forma completa.

Cuando un banco es conectado en paralelo con otro ya energizado, este último puede experimentar un inrush benévolo. La corriente de inrush en el banco que se conecta a la línea encontrará una trayectoria en paralelo por el transformador energizado y la componente de C.D. puede saturar su fierro, causando un inrush aparente. Nuevamente este inrush es menor que el inrush cuando se energiza en forma completa y su magnitud depende del valor relativo de la impedancia del transformador a la impedancia del resto del sistema que forma un circuito paralelo adicional.

En conexión serie generador-transformador, no hay problema por inrush inicial, ya que la unidad es energizada gradualmente hasta llegar al voltaje nominal. Aquí los inrush debidos a voltajes recobrados ó a energizaciones benévolas pueden ser problema, pero son menos severos que el inicial.

1.5.1

Para los bancos de transformación de tres devanados, se aplica el relevador CA 4. Este relevador tiene 4 unidades de inducción operando en 2 discos. Tres de las unidades se usan para restricción en cada una de las tres bobinas del banco, y una se usa para la unidad de operación conectada en el circuito diferencial.

Se dispone de taps para las características de 15-25-40% con un ajuste de corriente mínima de 4.0, 2.5 ó 1.3 amperes, 60 ciclos, respectivamente dependiendo del tap de porcentaje. El tiempo de operación es de 2 a 6 ciclos.

El tipo CA-6 ha sido usado para proteger transformadores aunque fué diseñado para proteger buses. Reconociendo esto se diseñó el relevador CA-5 el cual tiene una restricción y el elemento de operación del CA-6. Estos relevadores tienen una característica de porcentaje variable, poco porcentaje para fallas pequeñas, donde el comportamiento de los TC'S es bueno y un porcentaje alto en fallas severas, donde la saturación de los TC'S puede ser un problema. Las bobinas de restricción están en el mismo elemento, así que ellos se suman para incrementar la restricción en todas las fallas externas y se restan cancelando la restricción en todas las fallas internas. Por lo tanto, el efecto de la carga en el pick-up es minimizado, y es posible obtener tiempos de operación más rápidos con valores mínimos de pick-up. El pick-up mínimo es ajustable entre 0.75 y 2 amperes, con un tiempo de operación de 2 a 6 ciclos.

Las características variables se obtienen mediante un transformador saturable en el circuito de operación que también tiende a desviar la componente de C.D. de la bobina de operación.

La corriente de magnetización de inrush esta formada por armónicas pares, particularmente la 2a. El relevador del tipo de inducción, tal

138

como el CA, es menos sensitivo a este tipo de onda. Esta caracterís-
 tica junto con un tiempo de operación entre 5 y 6 ciclos, significa -
 que el relevador tipo CA no operará con las corrientes de inrush, ex-
 cepto en los casos extremos de grandes transformadores adyacentes a -
 grandes fuentes generadoras. Este relevador tiene más del doble de
 insensibilidad si se conecta de tal manera que reciba la corriente de
 inrush en la bobina con taps.

La unidad operada con voltaje, método 2, se conoce como tipo ISI (Su-
 presor de Disparo por Corriente de Magnetización de Inrush). Se apli-
 ca más frecuentemente con el relevador tipo CA-4 para bancos con tres
 devanados, pero puede ser usado con el CA. El voltaje trifásico se -
 usa como el criterio para distinguir entre una falla o un inrush. Una
 falla se distingue por una reducción de voltaje en una ó más de las fa-
 ses, mientras que el inrush ocurre a voltaje pleno. Este método no -
 sensibiliza directamente el propio relevador y cualquier falla inter-
 na que reduce uno ó más de los voltajes hacer operar la unidad de vol-
 taje que permite un disparo inmediato si los contactos del relevador -
 diferencial están cerrados.

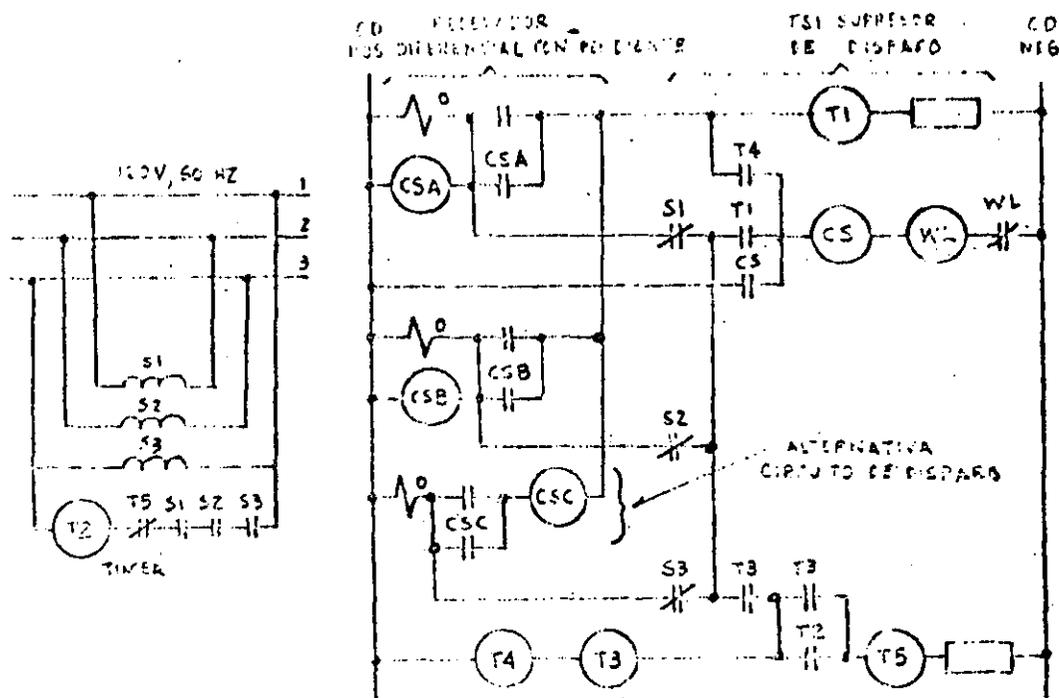
En un inrush todas las unidades de voltaje abren antes que las unida-
 des diferenciales puedan operar y energizar T-1; si cualquiera de las -
 unidades de voltaje (S-1, S-2, ó S-3) no abre indicando una falla, -
 el disparo es inmediato a través de los contactos S-1, S-2 ó S-3 y T-1.

Un timer, T-2, ajustable hasta 5 segundos, restablece la trayectoria -
 de disparo normal a través de los contactos del relevador diferencial,
 cerrando el contacto T-4. T-3 y T-5 son unidades auxiliares para se-
 llar la unidad T-4 y desenergizar el timer respectivamente.

Las unidades de voltaje deben ser energizadas con, ó al mismo tiempo --
 que, el banco. Esto requiere una fuente de potencial trifásico dentro

de la zona diferencial ó el uso de contactos "a" en el interruptor que esta entre el transformador y los transformadores de potencial. Cuando se conecta el supresor en el lado delta del banco, se usan los voltajes entre líneas. Cuando se conectan en el lado de la estrella se prefiere tomar los 120 volts de línea a neutro, aunque los voltajes en tre fases se usan comúnmente.

Los elementos de voltaje operan con un pick-up de 100 volts y sueltan entre 90 y 95 volts. Por lo tanto, el relevador de diferencial es de sensibilizado indirectamente sólo hasta el punto en que la falla interna haga caer el voltaje desde 120 ó 115 volts hasta 90 ó 95 volts.



13:

El tercer método es aprovechar las armónicas que forman parte de la corriente para retención, desensibilizando así al relevador. Este método tiene su mérito pero no carece de problemas. Es necesario proporcionar suficiente restricción durante los inrushes y dar cierto grado de sensibilidad para fallas internas que también pueden contener una gran cantidad de armónicas debido a la naturaleza de la falla ó debido a la combinación de una falla ligera con un inrush.

Los relevadores diferenciales con porcentaje variable y con supervisión para restricción con segunda armónica, tipos HU y HU-1, para dos y tres devanados respectivamente, resuelven en forma adecuada los problemas mencionados. Las conexiones se muestran en la figura No. 3. La unidad diferencial consiste de Air-gap transformadores, que alimentan los circuitos de restricción y de un Non-air-gap transformador para energizar el circuito de la bobina de operación. Las señales de restricción son rectificadas y conectadas en paralelo, de tal forma, que la restricción es proporcionada por la corriente de restricción -- más grande de las que circulan por los circuitos de restricción.

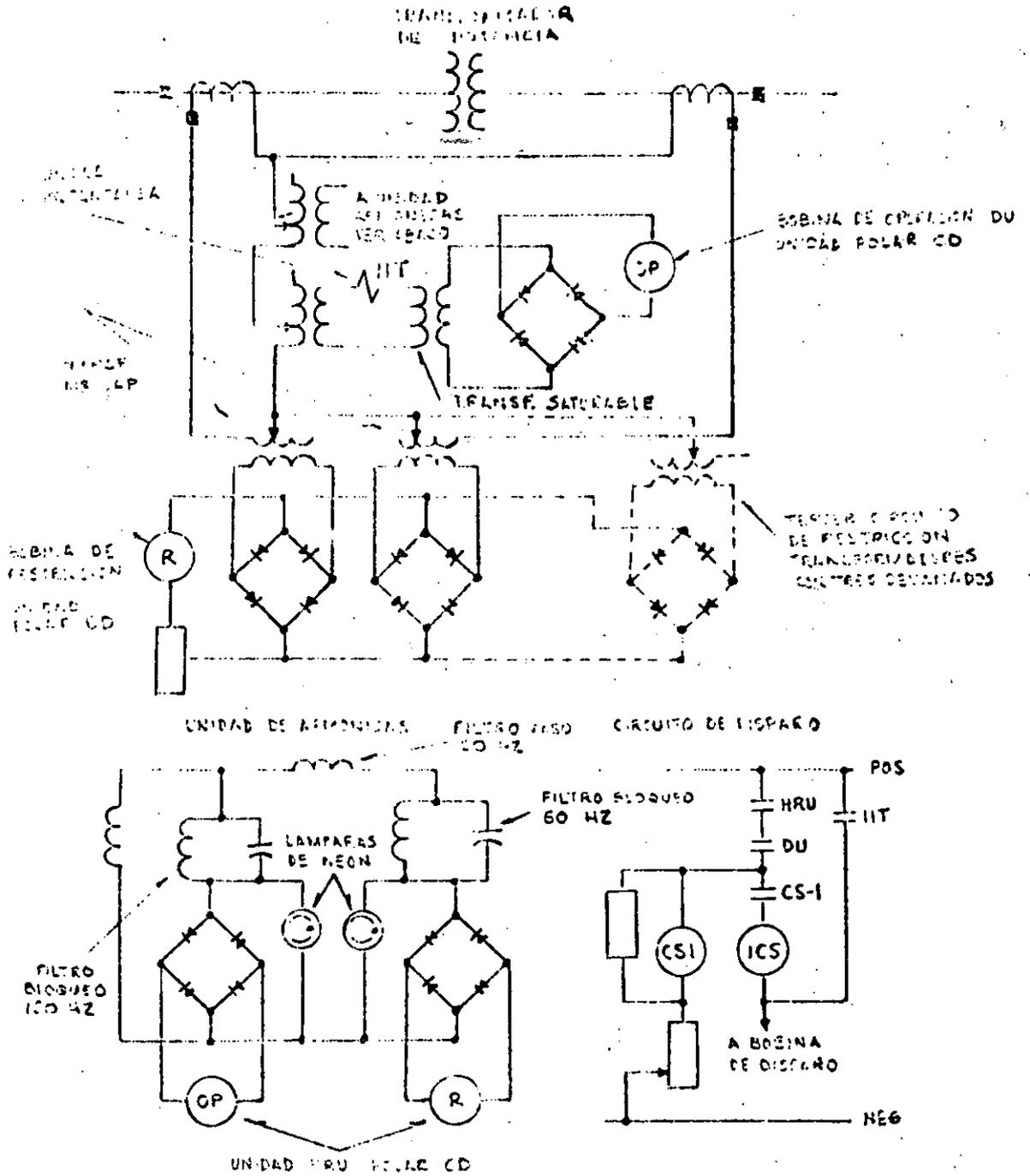
La característica de porcentaje variable proporciona un valor bajo (del orden de 15%) en fallas ligeras donde el comportamiento de los TC'S es bueno y un porcentaje alto (del orden de 50-60%) en fallas severas donde la saturación de los TC'S puede ser un problema. Esto se obtiene en el transformador saturable en el circuito de la bobina de operación. Se tienen taps para balancear las diferencias en relación de transformación. Estos son 2.9, 3.2, 3.5, 3.8, 4.2, 4.6, 5.0, 8.7 con una corriente mínima de pick-up de 30% del valor del tap. Esta es justamente la corriente necesaria para cerrar los contactos de la unidad diferencial (DU) con la bobina de operación y una de las de restricción -- energizadas. Las bobinas de restricción pueden soportar continuamente 10 amperes en cualquier tap.

158

La unidad de armónica contiene un filtro de bloqueo de 120 ciclos (2a. armónica) en el circuito de la bobina de operación y un filtro de paso de 120 ciclos y bloqueo de 60 ciclos en el circuito de la bobina de restricción. Cuando ocurre un inrush con su segunda armónica como predominante característica, amplia restricción con energía de operación mínima, existe en la unidad. Se diseña el circuito para mantener abiertos sus contactos cuando la magnitud de la componente de segunda armónica es aproximadamente 15% de la fundamental. Los estudios indican que esta restricción es adecuada para manejar los inrushes que pueden encontrarse en la práctica. El contenido mínimo de la segunda armónica encontrado en el análisis de un gran número de corrientes reales de inrush fué del 23% de la fundamental.

Para fallas internas existe bastante energía de operación a partir de la onda fundamental de 60 ciclos y de todas las armónicas, excepto la segunda, la cual tiene poco predominio durante una falla. Además, la fundamental produce energía de restricción en mínima cantidad. Por lo tanto, en ausencia de segunda armónica, esta unidad (HRU) operará el mismo pick-up que la unidad diferencial, permitiendo que ésta (DU) opere sensiblemente en fallas internas como se muestra en la circuito de disparo de la figura No. 3. En fallas externas la unidad diferencial (DU) tendrá restricción. En condiciones de inrush, la unidad armónica (HRU) tendrá retención y la unidad diferencial (DU) puede ó no operar, dependiendo de la severidad de la falla. El tiempo de operación del relevador es de 1.5 a 2.5 ciclos.

En el circuito de operación se tiene una unidad instantánea (IIT) para proporcionar una operación de un ciclo para fallas internas realmente severas. Su pick-up es de 10 veces el valor del tap. Esto proporciona un ajuste adecuado para dejar pasar los picos del inrush y las máximas corrientes diferenciales falsas en fallas externas.



154

El método 4 es, desensibilizar el relevador diferencial (como los tipos CA, CA-4, CA-5) durante el tiempo que el transformador es energizado. - Esto se hace conmutando una resistencia en paralelo con la bobina de -- operación, para elevar temporalmente el pick-up del relevador a un valor del doble ó del triple. Las resistencias pueden ser conectadas manual-- mente cuando se cierra el interruptor del banco, ó automáticamente me-- diante relevadores de sobrevoltaje, que sueltan con retraso de tiempo.- Este último método soluciona los inrushes de recuperación en los pocos casos en que estos sean un problema.

RECOMENDACIONES GENERALES

Qué relevador o qué método aplicar es siempre una buena pregunta, y - como previamente anotamos, en el campo de la protección no hay respues-
tas categóricas. Todos los métodos anteriores se están usando en for-
ma exitosa. Sin embargo como una regla general los relevadores diferen-
ciales con disco de inducción (CA, CA-5, CA-6) deben aplicarse en su-
bestaciones alejadas de fuentes de generación grandes, donde el in-
rush sea despreciable. Los relevadores de armónicas (HU, HU-1) que
son más complejos y más caros deben usarse en plantas generadoras y -
en grandes transformadores instalados cerca de fuentes generadoras. -
En estos casos existe una gran probabilidad de tener un inrush severo.

Hay un mérito considerable en la aplicación de un simple relevador di-
ferencial ajustado para ser insensible al inrush, con el advenimiento
de un relevador confiable que detecta presión de gases. Este es el
SPR, relevador de presión súbita que opera en una relación de incremen-
to de gas en el transformador. Puede aplicarse en todos los trans-
formadores que tengan una cámara de aire sellada arriba del nivel de
aceite. El dispositivo es unido al tanque ó a la cubierta del Hoyo-
Hombre, arriba del nivel de aceite. Opera con el incremento en la -
relación de presión y no es afectado por la presión estática ó por --
los cambios de presión que resultan de una operación normal del trans-
formador.

El relevador SPR se recomienda para todas las unidades de 5 MVA ó ma-
yores y ha sido ampliamente probado contra ondas de falla externa e -
impactos externos. Es muy sensible a fallas pequeñas ya que él ope-
ra con un incremento tan bajo como 0.33 Lb/Pulg^2 de aumento en la pre-

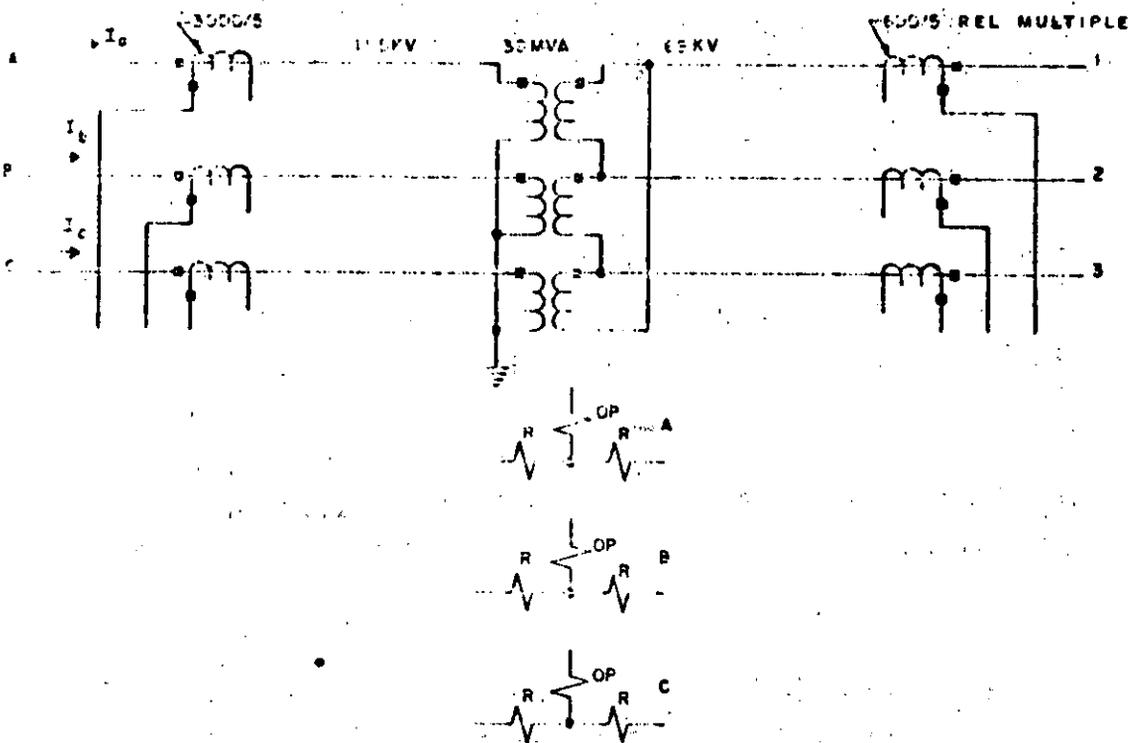


Fig. 6-7 Hoja de trabajo para conectar relevadores diferenciales en un banco de dos devanados.

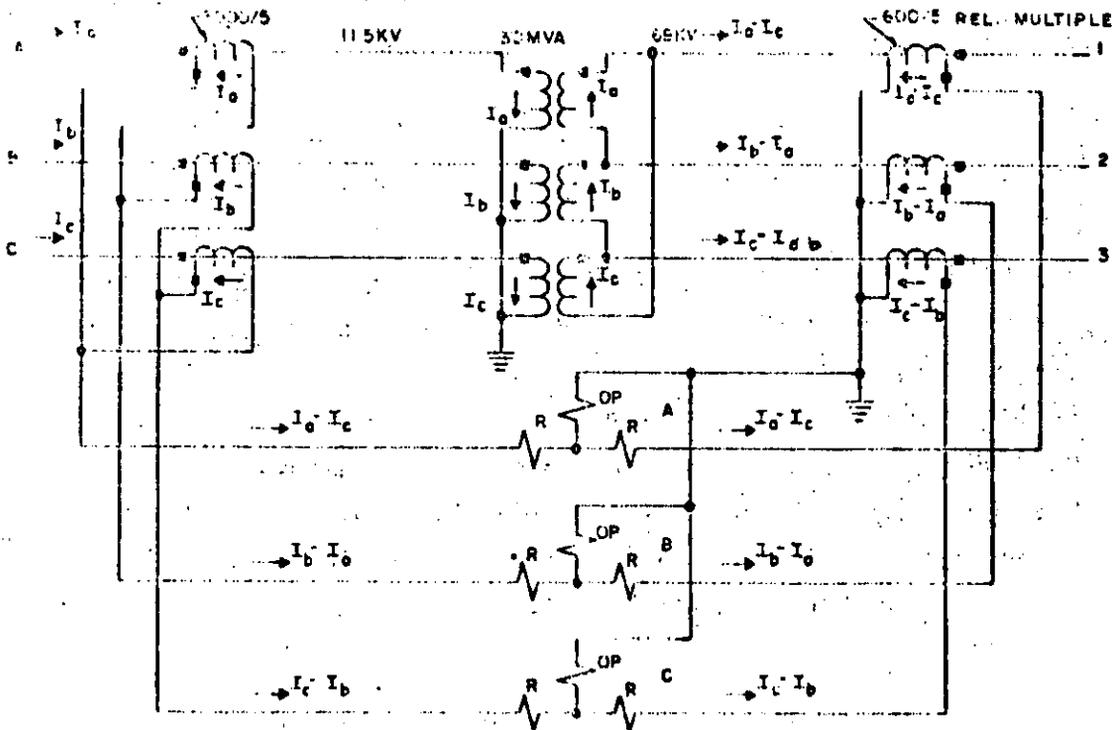


Fig. 6-8 Revisión completa de fases para el Ejemplo de la Fig. 6-7,

2.- Revisando la Relación de Transformación: Suponga una corriente trifásica del orden de la corriente de carga máxima. Esto supone haber elegido las relaciones de los TC'S de tal manera que la capacidad de las bobinas de restricción para llevar una corriente en forma continua no será excedida. La relación total mínima del primario al secundario del TC, proporcionará la máxima sensibilidad. Por conveniencia esta corriente puede ser la misma que la corriente primaria de un grupo de TC'S. Revise las relaciones a través del banco y de los TC'S, seleccionando el IC o Taps adecuados para un balance. Se prefiere que las corrientes se balancen en cada lado, pero frecuentemente existirá una pequeña diferencia. Esto es satisfactorio, ya que el CA -- puede tolerar hasta el 50%, CA-4 hasta 15, 25 ó 40%, etc. Esto es reservado para diferencias en el comportamiento del TC. Donde el transformador tiene cambiador de taps bajo carga las diferenciales se ajustan en la mitad del rango, y se recomienda usar el tap de 40% en este caso. Con taps de más ó menos 10%, el margen de 40% se reduce alrededor del 30% para los taps extremos.

REVISION PARA EL EJEMPLO DE LA FIGURA 6-7

Suponga que la corriente de carga máxima es para 30 MVA, la capacidad del banco:

En el lado de 11.5 KV:

$$I \text{ pri.} = \frac{30,000}{\sqrt{3} \times 11.5} = 1,505 \text{ Amperes}$$

$$I \text{ sec.} = \frac{1505}{600} = 2.51 \text{ Amperes}$$

$$I \text{ fuera de la delta} = 2.51 \sqrt{3} = 4.35 \text{ Amperes}$$

140

En el lado de 69 KV

$$I_{pri.} = \frac{30,000}{\sqrt{3} \times 69} = 251 \text{ Amperes}$$

La relación apropiada para el transformador de corriente de relación múltiple (600/5 máximo) sería:

$$251/4.35 = 57.7 \quad \text{Así use el tap: } 300/5 = 60$$

Usando este tap, la corriente de restricción del lado de 11.5 KV es de 4.35 y del lado de 69 KV es de 251/60 = 4.19 amperes. Así la corriente diferencial de 0.16 circula por la bobina de operación. El desbalance es de 0.16/4.19 = 3.82% que es bastante satisfactorio para un relevador con 50% de pendiente, dejando inclusive un margen de casi 46% para considerar un comportamiento desigual de los TC'S, etc.

B.- BANCOS DE TRES DEVANADOS

El mismo procedimiento de revisión del faseo y relación de transformación se usan transformadores de tres devanados. Para la revisión de faseo, suponga que uno de los lados - del transformador es el primario y que los otros dos devanados son secundarios y determine la dirección y fase correctas de las corrientes de restricción. Para revisar la relación es importante ir revisando de 2 en 2 devanados (como si el banco fuera una unidad de dos devanados) considerando corriente cero en el terciario. Así todas - las relaciones estarán correctas para cualquier distribución de corriente, ya sea de carga ó de falla.

En la figura 6-9 se tiene una hoja de trabajo para conectar un relevador diferencial a un transformador típico de tres devanados.

En la figura 6-10 se muestra la solución del problema de la figura 6-9.

REVISION DE LAS RELACIONES DE TRANSFERENCIA DEL BANCO DE TRES DEVANADOS DE LA FIGURA 6-9.

Donde las relaciones no son correctas para el relevador CA-4 se requieren autotransformadores de balanceo auxiliares ó bien TC'S auxiliares. En el caso general se requieren dos juegos para un banco de tres devanados. De nuevo la mínima relación total de la corriente primaria a la corriente del relé nos proporciona la máxima sensibilidad para fallas.

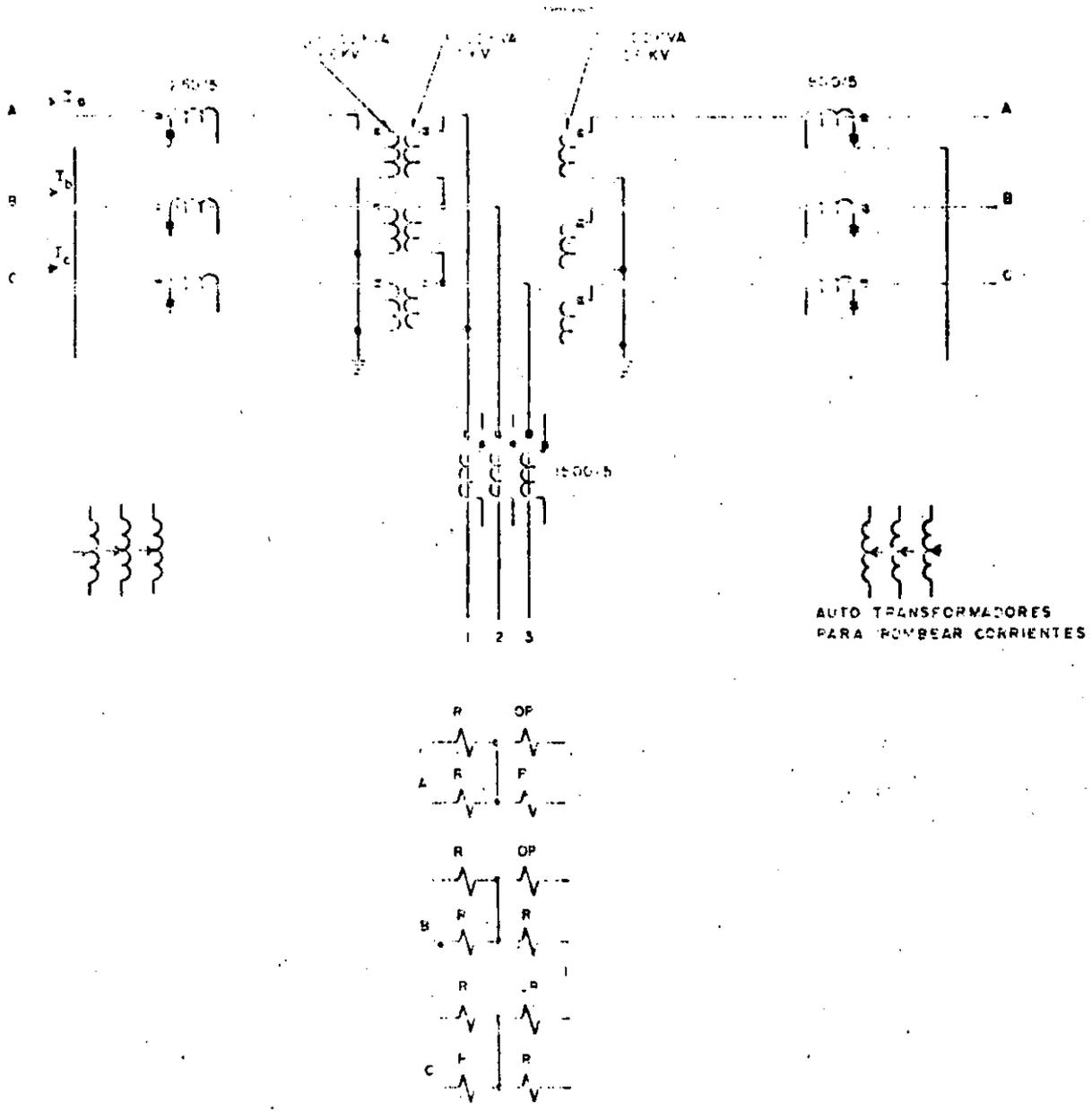


Fig. 6-9 Hoja de Trabajo para Conectar Relevadores Diferenciales en bancos de tres devanados.

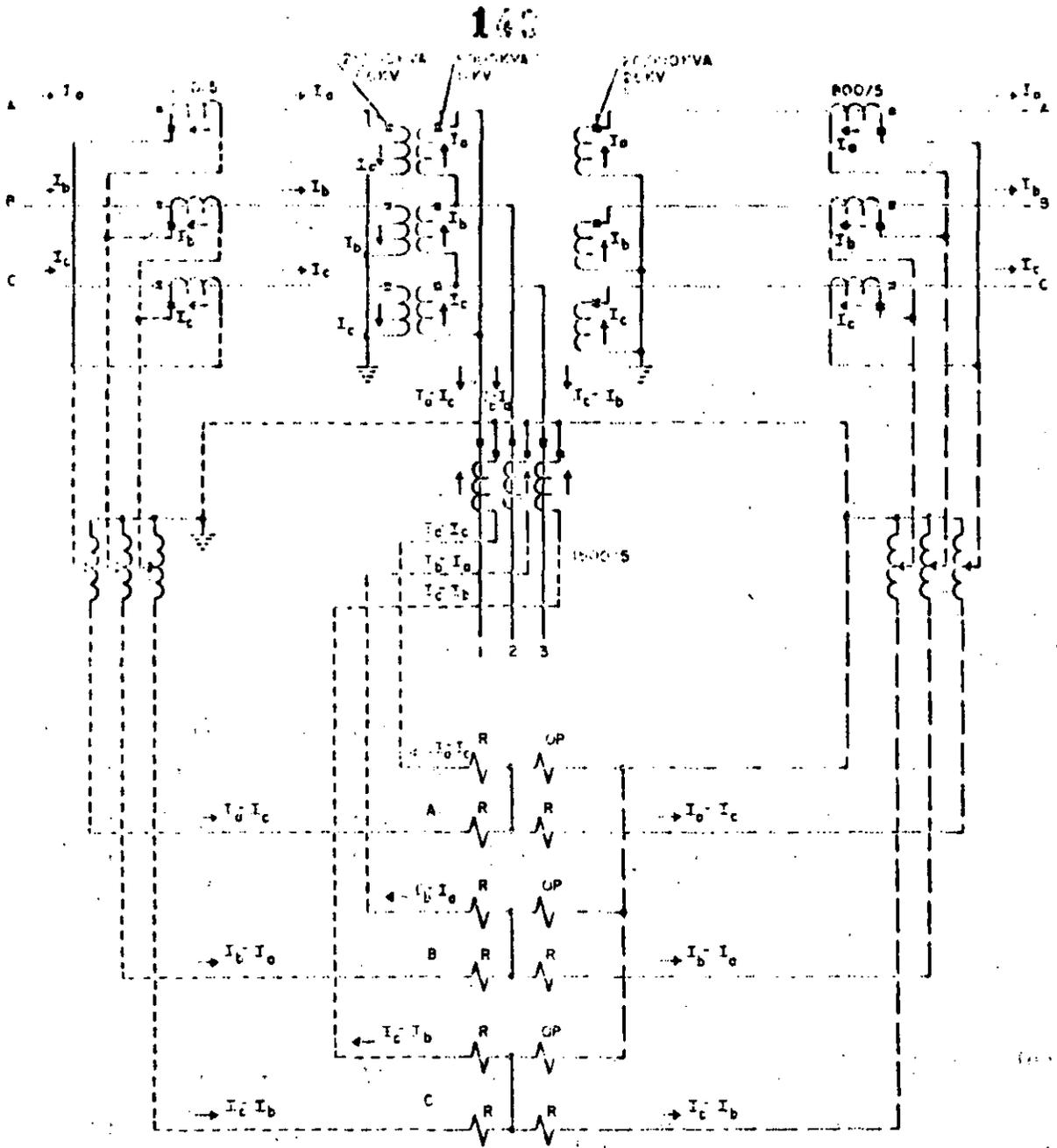


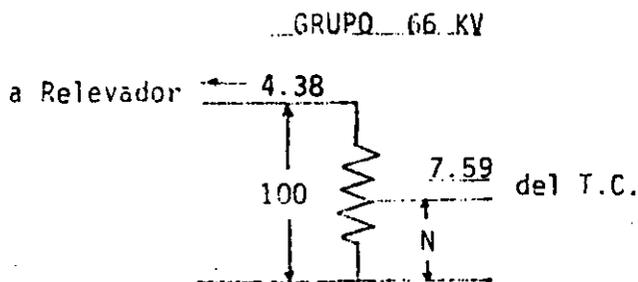
Fig. 6 - 10 Revisión completa para el faseo del ejemplo de la Fig. 6 - 9. Las líneas punteadas cortas muestran el faseo entre los devanados de 66 y 11KV. Las líneas punteadas largas muestran el faseo entre los devanados de 66 y 26 KV suponiendo que el circuito de 11KV no existe. Con este método el faseo es correcto para cualquier distribución de corriente entre los 3 devanados.

163

Suponga que 25 MVA circulan a través del banco: las corrientes para esta carga en cada devanado serán:

KV	RTC	AMPERES PRIMARIOS	AMPERES SECUNDARIOS	AMPERES RELEVADOR
66 KV	250/5	$\frac{25,000}{\sqrt{3} \times 66} = 219$	$\frac{219}{50} = 4.38$	$4.38 \times \sqrt{3} = 7.59$
11 KV	1500/5	$\frac{25,000}{\sqrt{3} \times 11} = 1310$	$\frac{1310}{300} = 4.38$	4.38
26 KV	800/5	$\frac{25,000}{\sqrt{3} \times 26} = 555$	$\frac{555}{160} = 3.47$	$3.47 \times \sqrt{3} = 6.01$

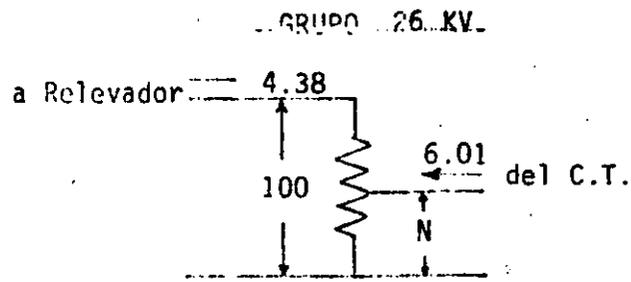
A. Si se usan autotransformadores para balancear la corriente, deben conectarse para disminuir la corriente hacia el relevador. Supongamos que los autotransformadores tienen 100 vueltas. Otra vez los ajustes deben ser hechos en la base de corrientes iguales a través de los dos devanados en estudio, con corrientes cero en el tercero.



$$4.38 \times 100 = 7.59 N$$

$$N = \frac{4.38}{7.59} = 57.8 \text{ Vueltas}$$

Use N = 58 Vueltas



$$4.38 \times 100 = 6.01 N$$

$$N = \frac{4.38}{6.01} = 72.9 \text{ Vueltas}$$

Use N = 73 Vueltas

145

Con los autotransformadores de balanceo ajustados como se muestra, de mostramos que el balance es correcto para cualquier distribución de corriente, supongamos que del devanado de 26 KV salen 20 MVA y que del bobinado de 11 KV salen 5 MVA. En estas condiciones:

Lado 66 KV 25 MVA Entrada

$$\begin{aligned}
 I \text{ pri.} &= 219 \text{ Amperes} \\
 I \text{ sec.} &= 4.38 \text{ Amperes} \\
 I \text{ Fuera de la delta} &= 7.59 \text{ Amperes} \\
 I \text{ Relevador} &= \frac{7.59 \times 58}{100} = 4.4 \text{ Amperes}
 \end{aligned}$$

Lado 26 KV 20 MVA Fuera

$$\begin{aligned}
 I \text{ pri.} &= \frac{20,000}{\sqrt{3} \times 26} = 445 \text{ Amperes} \\
 I \text{ sec.} &= \frac{445}{160} = 2.78 \text{ Amperes} \\
 I \text{ Fuera de la delta} &= 2.78 \sqrt{3} = 4.82 \text{ Amperes} \\
 I \text{ Relevador} &= \frac{4.82 \times 73}{100} = 3.51 \text{ Amperes}
 \end{aligned}$$

Lado 11 KV 5 MVA Fuera

$$\begin{aligned}
 I \text{ pri.} &= \frac{5,000}{\sqrt{3} \times 11} = .262 \text{ Amperes} \\
 I \text{ sec.} &= \frac{262}{300} = .875 \text{ Amperes} \\
 I \text{ Relevador} &= .875 \text{ Amperes}
 \end{aligned}$$

148

PROTECCIÓN DE TRANSFORMADORES REGULADORES

El transformador regulador con un devanado para excitación en paralelo para controlar voltaje y/o ángulo de fase, presenta un problema especial en la protección del devanado paralelo. Sus KVA nominales son sólo el 10% de los del devanado serie; por lo tanto su impedancia es alta. La alta capacidad del devanado serie dicta una RTC alta para los relevadores diferenciales, por lo que la sensibilidad del relevador para fallos en el devanado serie, es muy limitado. En otras palabras el relevador CA de la figura 6.11 no puede detectar fallas medianas o pequeñas en el devanado serie ó en el equipo del cambiador de taps, donde es más usual que las fallas comiencen. Debido a esto se desarrolló el relevador diferencial con característica de porcentaje tipo CAM para suplementar los relés diferenciales convencionales. El relevador tiene una bobina de operación y una de restricción, y una característica de 15%. El pick-up mínimo es de 1.0 amperes cuando no hay restricción. Cuando la corriente en la bobina de operación excede a la corriente por cerca de 15% y los contactos cierran. Al aplicar el relevador los RTC'S se eligen de tal manera que ambas bobinas reciben la misma corriente secundaria con carga balanceada y alrededor de 5 amperes para una corriente máxima a través del transformador.

Cuando el devanado paralelo se conecta en estrella y se conecta a tierra los TC'S del relevador CA deben de conectarse en delta para evitar la operación con fallas a tierra externas. Un relevador de sobrecorriente debe ser aplicado en este devanado de excitación aterrizado y ajustado selectivamente para que no opera con fallas externas, antes que los relevadores de tierra apropiados hayan tenido la oportunidad de librar la falla externa. Si el secundario del devanado de

149

excitación se conecta en estrella a tierra, debe aplicarse un relevador de sobrecorriente en este neutro. Y si este devanado se conecta en delta una pierna de la delta puede ser puesta a tierra y un relevador de sobrecorriente se conecta en este circuito, como se ilustra en la siguiente figura.

El relevador de presión súbita es particularmente recomendable para estas unidades, ya que la probabilidad de una falla con arco en el equipo del cambiador de taps es alta.

9.- PROTECCION DE BUSES

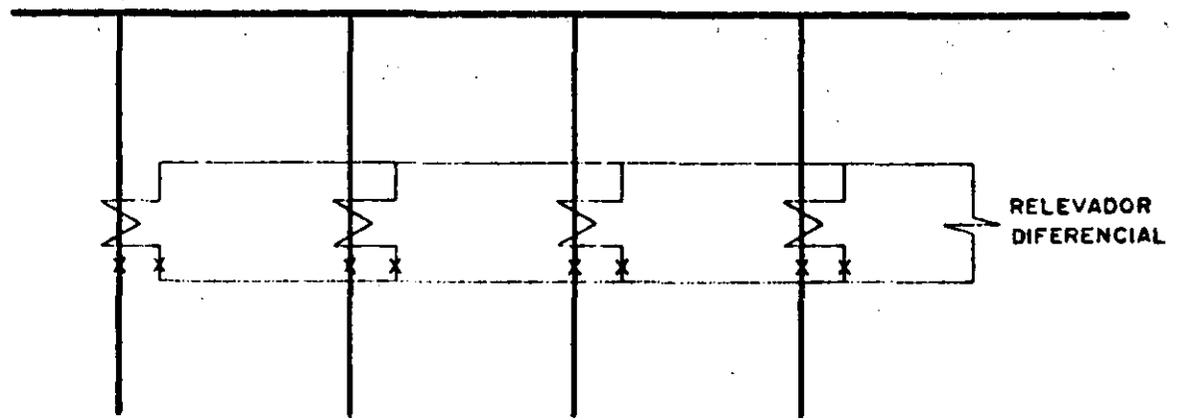
151

PROTECCION DE BARRAS

La forma más antigua de protección a las barras la constituye el sobrealcance de las protecciones de los elementos que confluyen a una misma barra. Esto por supuesto es protección remota y como tal, requerirá de tiempo para suplir la falta de información respecto a la localización de la falla. Este factor, tiempo, aunado al hecho de que se hace necesario desconectar una cantidad muy grande de equipo para lograr aislar la falla, puede convertir en inaplicable este método para la protección de barras.

Cuando este es el caso, será necesario utilizar protección y detección local. El principal problema para llevar a cabo la detección local con seguridad y confiabilidad lo constituyen los transformadores de corriente, ya que la barra en si no presenta características peculiares como es el caso en los transformadores de potencia.

Cuando las corrientes de falla interna y externa no crean problemas graves de imprecisión por saturación en los transformadores de corriente, la protección se puede lograr por medio de detección de corriente diferencial tal como se muestra a continuación.

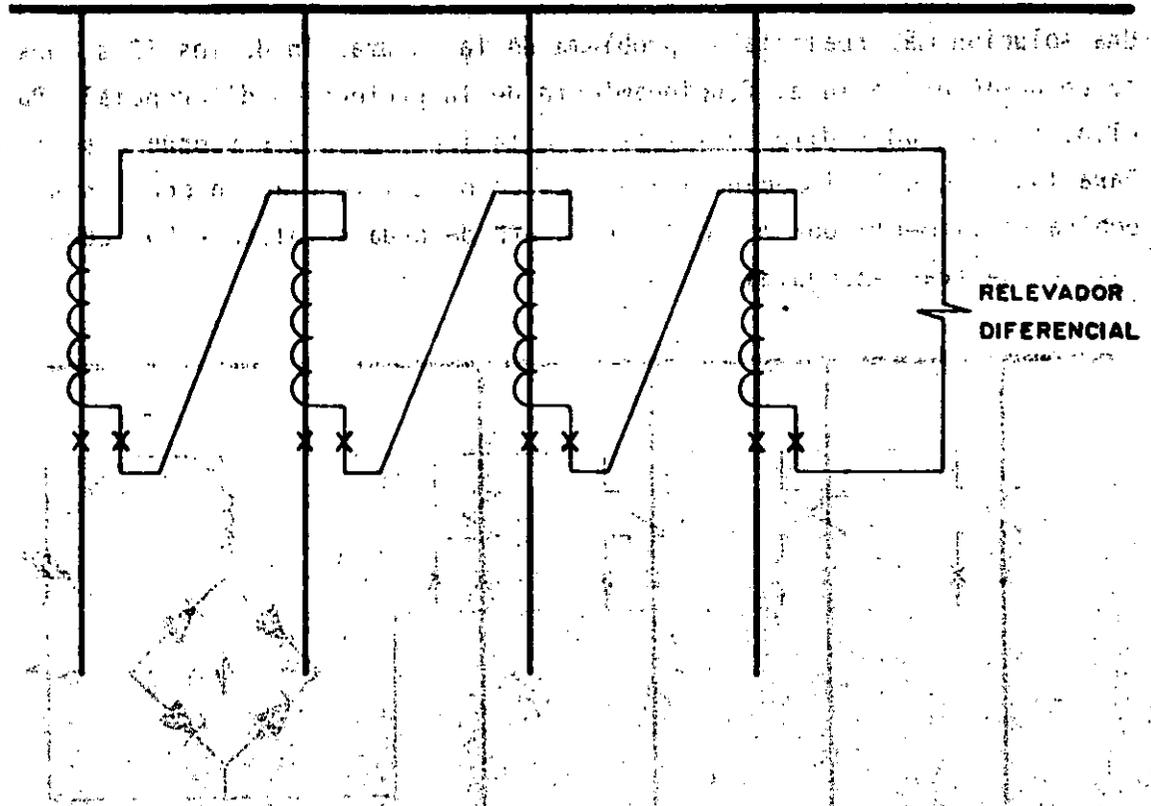


De acuerdo con la ley de kirchoff de corrientes, si el bus está sano, la suma de corrientes que llegan a él deberá ser cero. Si las imágenes secundarias de las corrientes no difieren mucho de sus valores ideales, la suma de ellas será muy cercana a cero con lo que el relevador diferencial no operará.

Si las corrientes de falla son tan altas que provoquen saturación desigualmente entre los TC's, este método no será aplicable pues la suma de corrientes secundarias no será cero para fallas externas, lo que provocaría la operación en falso del relevador diferencial. La solución que se viene a la mente es el mejorar los TC's para evitar este problema; sin embargo cuando las corrientes de falla son verdaderamente altas y/o tienen una componente de corriente directa que dure demasiado, esta solución resulta prohibitivamente costosa.

Una solución similar a la de mejorar los TC's la constituye su sustitución por "acopladores lineales" que son dispositivos similares pero sin núcleo de hierro y con un número muy grande de vueltas en el secundario, de tal manera que para todo fin práctico, en el secundario se obtiene un voltaje proporcional a la corriente primaria; usualmente esta proporción es de 5 volts secundarios para cada 1000 amperes primarios y se mantiene aún para corrientes muy elevadas, ya que no hay hierro que se sature.

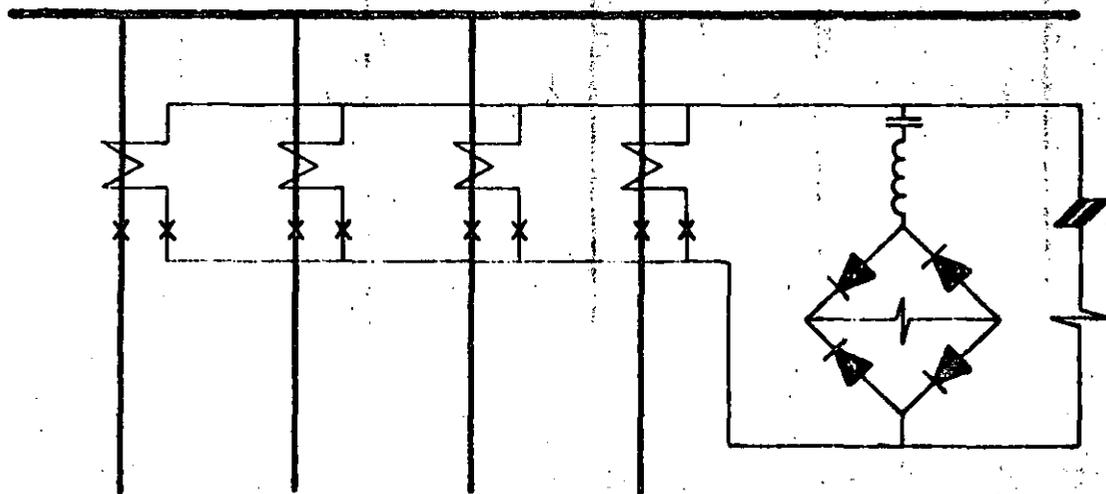
Debido a que la señal secundaria es ahora un voltaje, la suma de ellos se efectuará conectando en serie todos los secundarios de los acopladores lineales tal como se muestra.



La aplicación de este método es muy simple y solo requiere que el relevador diferencial se ajuste por arriba del error más grande que se presentará debido a las tolerancias de fabricación de los AL's durante la falla externa más severa. El inconveniente más grave lo presenta el punto de vista práctico de que es necesario contar con acopladores lineales en todos los elementos conectados a la barra protegida y esto no siempre es posible de lograr, especialmente cuando una estación sufre ampliaciones o adiciones o cambios en el tipo de interruptores en algunos de los elementos conectados a la barra.

153

Una solución más realista al problema de la saturación de los TC's consiste en basar en ella el funcionamiento de la protección diferencial. Para ello, el relevador diferencial es de alta impedancia y responde a voltaje. Para lograr que la impedancia aparezca como resistencia, en ocasiones la bobina se alimenta por medio de un puente de onda completa. Sus conexiones se muestran enseguida.

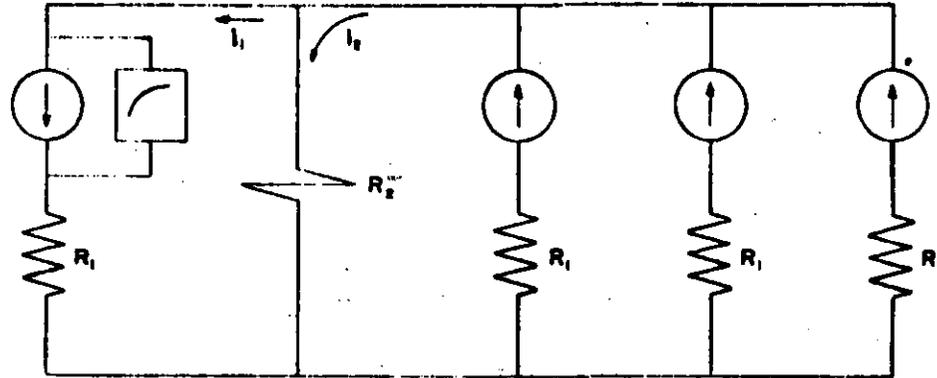


FALLA EXTERNA

Debido a la saturación del TC del elemento fallado, este solo producirá su voltaje de saturación pero presentará una impedancia muy baja, prácticamente solo la resistencia de su secundario y la del cableado. Además presentará voltaje en oposición al de los demás TC's por lo que la mayor parte de la corriente producida por ellos circulará por el TC saturado y no por la bobina del relevador, ya que esta tiene una resistencia muy alta (del orden de 3000Ω) comparada con la saturación del TC. Esto se aprecia más claramente en el diagrama del circuito equivalente que se --

157

muestra:



Como $R_2 > R_1$ entonces $i_1 > i_2$ y, para lograr evitar la operación en falso bastará con ajustar el relevador por arriba del voltaje producido - por i_1 en la resistencia R_1 , ya que ésto, en el caso más pesimista supone un TC tan saturado que solo presenta la resistencia de devanado y de cableado.

Existen varios otros métodos, pero de ellos el que amerita mención es el que logra la operación correcta basándose en velocidad, lo cual a su vez se apoya en el hecho de que la saturación no ocurre instantáneamente sino que es un proceso que toma varios milisegundos en alcanzar niveles problemáticos. El relevador diferencial a que se alude también es de alta impedancia, sin embargo su operación en caso de ser necesaria ocurre durante los primeros 2 a 3 milisegundos después de iniciada la corriente de falla, ya que es durante este tiempo cuando aún la corriente secundaria es un reflejo fiel de la primaria, aún cuando posteriormente el TC se vaya a saturar.

Faint, illegible text at the top of the page, possibly bleed-through from the reverse side.

10.- PROTECCION DE RESPALDO

Faint, illegible text in the middle section of the page, likely bleed-through from the reverse side.

Faint, illegible text at the bottom of the page, likely bleed-through from the reverse side.

STEEL INDUSTRY SCHEMATIC

157

RPL 65-3
March 1965
(Supersedes RPL 63-4)

NEAR LOCAL BACKUP RELAYING

WESTINGHOUSE ELECTRIC CORPORATION

Newark, N. J.



INTRODUCTION

Large concentrations of power and the complexity of today's transmission networks have increased the need for faster and more comprehensive back-up protection. In many cases, local back-up protection answers this need far better than do the more prevalent remote back-up systems. It is the purpose of this paper to review local back-up principles and also to show how they can be applied to K-Dar line relaying to achieve fast and selective tripping in spite of a failure in the primary protection system. Basic local back-up principles will first be reviewed.

BACK-UP PHILOSOPHY

Fig. 1 is used to contrast remote and local back-up tripping. The generating-station high-voltage bus uses a breaker-and-a-half arrangement. Lines interconnect the station to systems S₁, S₂, and S₃.

If there is no malfunctioning, fault L will be cleared by line relays tripping breakers 5, 6, and 9. However, assume that the breaker 6 mechanism sticks so that current flow through breaker 6 is not interrupted. Now back-up protection must function. If remote backup is relied upon, time-delay relays must trip remote breakers 7 and 8. In addition, the local generator feed through breaker 6 must be interrupted by tripping breaker 4. However, if local back-up protection is installed, the fault is cleared by tripping breaker 3. Note that local backup in this example provided selective tripping, since as much of the system as possible was left intact. If breakers 4, 7, and 8 must trip, the local generator is lost and unnecessary separation of the generating station from power systems S₁ and S₂ results. Also, the tapped load is interrupted unnecessarily instead of being left tied to system S₂.

Remote backup, in addition to not being selective, may not be sensitive enough because of the relatively small proportion of the total fault current flowing in any one line. For example, in Fig. 1 there may be very little current flow in breakers 7 and 8 for fault L because of the large current contribution by the local machines at the generating station. Thus, it may be difficult or impossible at breakers 7 and 8 to detect adjacent line faults without depending upon sequential tripping. If the generator feed is interrupted for fault L, such as by tripping breaker 4, the current through breakers 7 and 8 may increase sufficiently for the relays to operate and trip breakers 7 and 8. However, the system is by now cut to pieces, and because of the long time delay in clearing the fault, the remainder of the system may be unstable.

Although local backup offers many advantages, remote backup cannot be completely eliminated. For example, assume that breaker 3 fails for bus-fault B in Fig. 1. Local back-up protection will promptly trip breaker 2, but the fault is still fed by breaker 8. Likewise, if breaker 2 fails with a line fault at M, local backup will not clear the fault. Local backup trips breaker 3, but breaker 8 still feeds the fault. Although local backup does not complete the job in these examples, it does expeditiously trip the local breaker, making it easier for the remote relays to detect the fault.

Thus far, the discussion has centered upon conditions following a circuit-breaker failure. Also of importance is the back-up operation after a failure in the remainder of the protection system. A defect in the instrument transformers, wiring, battery supply, or in the relays themselves could prevent breaker tripping. As with a breaker failure, reliance upon remote backup may produce catastrophic results.

150

It is, therefore, well to design the protection system of each key breaker with the objective that any one failure will not prevent the proper breaker from being tripped. This concept suggests the use of duplicate facilities for tripping a given breaker.

In Fig. 2, for example, the primary and back-up relays are connected to separate CT's. Although using a common potential source, the relays are supplied from a separate set of fuses, preferably located near the potential transformers. Where two sets of potential transformers or devices are available, complete potential supply separation should be achieved. Also, ideally, separate station batteries should be used; however, separate sets of fuses for the primary and back-up relays, located at the battery minimize the possibility that both the primary and backup may fail simultaneously. In addition, separate breaker trip coils allow for tripping when either the back-up or primary trip circuit is open. New breaker mechanisms might provide this feature. Thus, a large degree of separation is possible.

INDEPENDENT PILOT AND BACK-UP RELAYING

Previously, little effort was made to separate the primary and back-up circuits of the directional-comparison systems. With K-Dar distance relay zone packaging, this separation can be readily achieved. Succeeding paragraphs discuss two approaches to isolating the primary circuits from the backup. One approach is to rearrange the existing 3-zone system, which involves certain compromises. The other approach is to use a 4-zone system, which offers improved pilot protection and eliminates some of the compromises inherent in the 3-zone system.

3-ZONE RELAYING

In the 3-zone directional-comparison system, the primary protection is provided by the zone-2 KD-4 and the KRD-4 (or KRP-C-D-Q) relays, working in conjunction with the KA-4 carrier auxiliary relay. In this system, phase back-up protection is provided by the three distance relays, in conjunction with the TD-52 timer, as shown in Fig. 3. The KD-41 reach is reversed so that it can be used for carrier starting. Thus, the KD-41 zone 3 and the KD-4 zone 2 are used in common with the primary and back-up relaying. In contrast, the back-up ground relay is entirely separate from the primary protection.

Although complete separation is not possible with the 3-zone system, a substantial improvement can be made by connecting the KD-4 zone-1 relay and the back-up ground relay independent from the remaining relays, as shown in Fig. 4. The a-c circuits show 21-Z1 and 67NT connected to separate current transformers and to a different set of potential fuses; thus, trouble in one circuit will not disable all the protection.

The d-c circuits of Fig. 4 are shown in semiblock diagram form. The breaker trip coil and the pilot protection are connected to the left-hand set of d-c fuses. Zone-2 backup tripping through 21-Z2 and 2-T2 must be connected to the same d-c supply, since 21-Z2 is used for both pilot and back-up tripping. Relay 21-Z3 is also used with both the pilot and back-up protections. It is connected to a separate set of fuses. The third set of fuses is used for zone-1, zone-3, and the back-up ground relay.

Pilot tripping is conventional. KA-4 relay 85 supervises phase tripping through KD-4 relay 21-Z2 and ground tripping through the KRD-4 relay 67N. Relay 21-Z2 also starts the TD-52 timer. If pilot tripping does not occur, contact 2-T2 closes to provide a zone-2 back-up operation. In addition

to having a blocking signal, relay 21-Z3 also starts the timer 2. If the fault is not cleared by any other means, the timer continues to time out and closes contact 2-T3 in the back-up circuits.

Breaker-failure auxiliary relays, 62X and 62Y in Fig. 4 are energized during tripping. Relay 62X operates when a pilot trip or a zone-2 trip occurs. Relay 62Y operates when a back-up ground trip or a zone-1 or zone-3 phase trip occurs. As will be explained later, it is these relays which energize a breaker-failure timer. This timer trips other breakers should the breaker in question fail.

If the breaker in Fig. 4 should fail to trip because of trouble in the trip circuit, the back-up d-c circuits are unaffected. For example, assume that the left-hand set of d-c fuses blow. Then, when a fault occurs, the breaker cannot be tripped. Nevertheless, the back-up circuits energize 62Y to operate the breaker-failure protection. If relay 94 is not used, this d-c circuit isolation is not possible.

In Fig. 4, the out-of-step blocking relay 68, if used, blocks 21-Z1 and 21-Z2 tripping, using separate blocking contacts to maintain isolation of the trip circuits, the distance unit 68 works in conjunction with 21-Z2 to discriminate between faults and out-of-step conditions.

The relaying equipment required for the new 3-zone system of Fig. 4 is identical to that of the previous system, except that a relay 94 is needed and an additional set of wye-broken-delta potential transformers is required if potential polarizing is desired for both 67N and 67NT.

Since 21-Z2 and 21-Z3 perform both a primary and a back-up function, complete back-up protection may not be available. Nevertheless, most line faults involve ground, and zone 1 covers 90% of the protected line; thus, separation of the backup from the primary relays is realized for all ground faults and for phase faults in 90% of the line.

4-ZONE RELAYING

By adding another KD-4 relay, complete local back-up protection can be obtained. A two zone back-up scheme, 21-Z1 and 21-Z2 though T2, is recommended. This permits the use of a TD-5 single zone timer, simplifies the trip path, and permits complete separation of primary and back-up. The omission of T3 is not considered a draw back for most applications. Also, the additional KD-4 relay 21-P, provides a long-set carrier trip relay which is used to provide more sensitive and therefore faster pilot protection than is obtained by using the zone-2 KD-4 relay for this purpose.

Phase settings are indicated in Fig. 5. KD-4 relay 21-P, and KD-41 relay 21-S are used for pilot protection. Phase tripping is accomplished at high speed by 21-P. Relay 21-P may be set to reach further than does 21-Z2; thus it is similar to a forward-set zone 3. For phase-carrier starting, the 21-S is used in the normal manner. Phase back-up protection is conventional. Relays 21-Z1 and 21-Z2, in conjunction with the T2 timer contact, provide this protection. If remote back-up protection is needed, a TD-52 two zone timer may be used instead of the TD-5 relay, and the T3 contact used with 21-P to give a third forward back-up zone. This is shown as optional in Fig. 5.

Ground protection is conventional. Carrier-start unit 10S is analogous to 21-S in Fig. 5. Directional-overcurrent unit KRD-4 provides pilot tripping and corresponds to 21-P. The ground back-up relay, with or without an instantaneous unit, matches the 21-Z1 and 21-Z2 phase back-up protection. The ground back-up relay also may provide more sensitive protection comparable to the optional

one-3 coverage by 21-P and T3. However, a second more sensitive, ground back-up relay may be necessary for this latter function. Although this second back-up ground relay would be set more sensitively, it would have a longer time delay than the first back-up ground relay, just as T3 is set longer than T2 for phase protection.

4-ZONE SYSTEM RELAYING COMPLEMENT

Standard equipment complement for the 4-zone system consists of:

Device	Quantity	Description
21-P	1	S#292B335A14 type KD-4 phase distance relay
21-S	1	S#293B288A09 type KD-41 phase distance relay
21-Z1	1	S#292B335A09 type KD-4 phase distance relay (.2-4.35 ohms)
		or
21-Z1	1	S#292B335A14 type KD-4 phase distance relay (.75-20.0 ohms)
21-Z2	1	S#292B335A14 type KD-4 phase distance relay
2	1	S#293B301A10 type TD-5 (.05-1.0 sec, 48/125 VDC) timing relay
		or
2	1	S#606B038A18 type TD-52 relay
67N	1	S#293B307A10 type KRD-4 instantaneous ground relay, 1-4 Amp. (or KRP-C-D-Q relay)
64P	1	S#407C275G01 type TRB static tripping unit, 48/125 volt d-c (used only where two breakers are to be tripped)
94	1	S#1961148 type TR-1 back-up auxiliary tripping relay, 1-ampere, FT-11 case, with external S#1164990 22-ohm resistor for 125 volt d-c, and external S#1210032 1-ohm resistor (one per line)
67NT	1	Ground back-up relay
85	1	S#293B237A30 type KA-4 carrier auxiliary relay, 125 VDC, for TC carrier set
68	1	S#289B143A09 type KS out-of-step blocking relay, 125 VDC (optional)
85CO	1	S#505A706G09 type W-2 carrier on-off switch
85PB	1	S#1267929 test push button
----	1	S#186A205A18 type RX-351 ammeter, 0-30 ma

For high-speed selective reclosing (optional):

43	1	S#1338494 recloser on-off switch (one per breaker)
79-Z	1	S#1155689 type SG selective reclosing auxiliary, molded case, 125-volt d-c (one for each breaker to be controlled)
79	1	S#289B870A09 type SGR-12 reclosing relay, 24-/125-volt d-c (one per breaker), FT-11 case

For breaker-failure relaying:

62X	1	S#289B977A16 type MG-6 breaker-failure timer auxiliary, 52-volt, for use in 125-volt circuit, FT-22 case, with S#07B4869G13 external resistor, 500-ohm
-----	---	--

Device	Quantity	Description
62Y	1	S#1155689 type SG breaker-failure auxiliary, 125-volt d-c, molded case
50	1	S#293B004A10 type KC-4 current-detector relay, 1-4 ampere phase pickup, 0.5-2 ampere ground-fault pickup, 48/125 volt d-c (0.2/2.0 ICS unit), FT-41 case. (One per breaker)
		or
50	1	S#293B004A11 type KC-4 overcurrent relay, 2-8 ampere phase pickup, 0.5-2.0 ampere ground fault pickup, 48/125 volt d-c, (0.2/2.0 ICS unit), FT-41 case. (One per breaker)

(Fig. 8) Single Bkr. Single Bus	Quantity			Description
	(Fig. 9) Bkr. and a half	(Fig. 10) Bkr. and a half	(Fig. 11) Ring Bus	
1/Line	-	-	-	Type TRB-1 blocking valve
1/Line	2/Bay & 1/Bus	1/Bkr.	1/Bkr.	S#291B868A22 type TD-5 breaker-failure timer, .05-0.4 sec. delay, 48/125 volt d-c, FT-11 case (62)
-	1/Bay	1/Bkr.	1/Bkr.	WL breaker-failure lockout relay, 125 VD-C, number and type of contacts depending upon bus arrangement and reclosing scheme. (86 BF)
-	2/Bay	-	-	WL breaker-failure lockout relay, 125 volt d-c, for bus differential breaker-failure. (86Z)
-	1/Bus	1/Bus	-	S#288B977A16 type MG-6 breaker-failure timer auxiliary, 32-volt, for use in 125-volt circuit, FT-22 case, with S#07B4865G13 external resistor, 500-ohm (62Z).

Where the above devices have a d-c rating, it is included in the description, and the style for 125-volt d-c supply is used; but 48- or 250-volt designs are available. Type MG-6 relay (62X) and (62Z) uses a 24-volt coil for 48-volt d-c supply and a 62.5 volt coil for 250-volt d-c supply.

A description of how this equipment is used will now be presented.

4-ZONE SYSTEM PRIMARY PROTECTION:

Fig. 6 shows the d-c circuits for the 4-zone directional-comparison blocking system. Primary protection is at the top left. The channel control circuits, which are part of the pilot protection, are in the center. A detailed explanation of this system is contained in I.L. 41-911. Only a brief discussion will be given here.

Phase pilot tripping is through ZP and the pilot-supervising contact RRP. Ground pilot tripping is through contacts D_0 (D_{OC} or D_{OP}), I_0 , and the other pilot-supervising contact, RRG. Contacts RRP and RRG close to permit tripping for internal faults. For external faults, these contacts are held open by the current in holding coil RRH. This coil is in the channel control circuit and is energized by the receiver output.

A blocking signal is started by the opening of one of the break contacts, 10S, ZS30 or ZS00. When one of these contacts opens, negative potential is removed from the transmitter "start" lead. A blocking signal is stopped when either CSP or CSG contact closes to place negative potential on the transmitter "stop" lead. These contacts close when the fault power is flowing into the line. CSP coil is energized by ZP00 or ZP30 in the pilot trip circuit. CSG is energized when D₀ closes on a ground fault.

The remainder of the circuits in Fig. 6 will be discussed in the following paragraphs under "Back-up Protection," "Reclosing," and "Out-of-Step Blocking."

4-ZONE SYSTEM BACK-UP PROTECTION

Although the primary protection trips the breaker directly, the back-up protection on the right side of Fig. 6 uses the auxiliary tripping relay 94. In this way, these circuits can be isolated from the primary d-c circuits. The back-up circuits consist of zones 1 and 2 phase protection, and the ground back-up relay, which may include both an instantaneous and a time-overcurrent unit.

Zone 1 energizes 94 directly. When a Z2 contact closes, the T2 timing circuit is energized. If the fault persists, T2 contact closes, energizing auxiliary relay 79Z which in turn energizes tripping auxiliary 94 and breaker failure timer starting auxiliary 62Y. Time delay, T2, which normally is set to coordinate with adjacent zone 1 relays, should be coordinated with the breaker-failure timers of the bus II breakers in Fig. 5; otherwise, T2 would trip the shaded breaker for a breaker failure at bus II. Sufficient time delay should be provided with T2 to allow for the clearing of a stuck breaker following a high-speed relay operation. Therefore, T2 should be set for about 20-25 cycles.

As explained previously, a TD-52 two zone timer may be supplied instead of the TD-5 relay in order to provide the T3 time delay for remote back-up protection. The T3 timer circuit would be energized by the 21-P relay and would trip through a 79Z device, similar to the T2 trip circuit. T3 should be set longer than the timer for bus II - T2; otherwise, T3 may trip unnecessarily if the primary protection on an adjacent circuit fails. Likewise, if an adjacent breaker fails, T3 tripping should not be premature. A typical T3 setting would be 35 cycles.

Back-up ground relay protection ordinarily would consist of an instantaneous overcurrent unit (directionally controlled, if required), and a directional time-overcurrent unit. The time-overcurrent unit should co-ordinate with the adjacent back-up ground relay or with the breaker-failure timer, whichever time is longer. Otherwise, the ground back-up relay would operate unnecessarily for an adjacent line fault if the adjacent line breaker or primary relaying failed to perform properly.

4-ZONE SYSTEM RECLOSING

In Fig. 6, all time-delay trips are accomplished through interposing relay 79Z. This relay blocks reclosing. During high-speed tripping, 79Z does not operate and single shot reclosing is permitted. In the reclosing circuits of Fig. 6, a 79X break contact of the SGR-12 reclosing relay is preclosed in series with the 52bb contact in the close circuit. Thus, the close circuit is energized as soon as 52bb contact (and in some cases, the latch-check switch contact) closes.

Coil 79Z is energized during a zone-2 or ground back-up trip. One contact of 79Z connects the time-delay contacts to the 94 coil circuit. At the same instant, the other 79Z contact energizes the

79X-0 coil in the reclosing circuit. Coil 79X-0 opens the 79X break contact to block reclosing, while the 79X make contacts energize the 79M and 79X-R coils of the motor and reset circuits, respectively. Coil 79Z is not energized when high-speed tripping occurs, so that high-speed reclosing is permitted.

During reclosing, the 52X contact in Fig. 6 closes, energizing 79X-0 to block subsequent reclosing. Also, a 79X contact is closed to energize the motor coil 79M. If the breaker remains closed, 79M coil remains energized through the 52a contact. At the end of the timing interval, 79M contact closes to energize the reset coil 79X-R. The SGR-12 delay will now permit a reclosure upon a subsequent high-speed trip.

The contacts of 86B or 86BF and OS relays also energize 79X-0 to block reclosing. Relay 86B operates for bus differential operation or for a breaker failure. Where no bus lockout relay is available, a breaker-failure lockout relay, 86BF, is used. Further explanation of the 86BF circuits is contained under "Breaker-Failure Protection." The OS contact is used to block reclosing following an out-of-step condition.

4-ZONE SYSTEM OUT-OF-STEP BLOCKING

Out-of-step relays may be used to block either tripping or reclosing, or both. Some breakers should be tripped during out-of-step conditions to separate the areas that are out of step. Ideally, a good balance between generation and load should exist in each separated area. Certain breakers should be blocked from tripping where a poor balance between generation and load would result if the breaker in question were to trip. In between these two extremes are many instances where it is difficult to decide whether tripping should be blocked or permitted. In these cases, it is advisable to block only the high-speed trip paths. In this way, tripping is blocked for swings from which the system is likely to recover. However, delayed tripping is permitted for severe swings. With this arrangement, it is not necessary to block reclosing after an out-of-step trip, since 79Z will do the reclose blocking during a delayed trip. The out-of-step relay need only block reclosing where the high-speed relays are permitted to trip during a swing or out-of-step condition.

An out-of-step condition is detected whenever Z_{OS} contact in Fig. 6 opens to remove the OS coil short circuit, four cycles or more before either ZP contact closes. Fig. 7 shows the Z_{OS} circle enclosing ZP, so that Z_{OS} will operate first during a swing. For a fault, ZP and Z_{OS} operate essentially simultaneously, so that ZP short circuits the OS coil in Fig. 6 before OS can operate.

If reclose blocking is required, a contact of OS is used to energize 79X-0 in Fig. 6 to open the 79X contact in the close circuit. If trip blocking is required, break contacts of OS are used in the KD-4 3-phase unit contact circuits. The high-speed trip circuits, ZP-3 ϕ and Z1-3 ϕ in Fig. 6, should be blocked. Z2-3 ϕ tripping may or may not need to be blocked, since its tripping is delayed by the T2 contact. Accordingly, Fig. 6 shows an alternate connection for the OS break contact for blocking the Z2-3 ϕ contact. However, the solid connection should be used tying Z2-3 ϕ directly to positive, unless delayed tripping during a severe swing should definitely be avoided. Note, in any case, that only the 3-phase distance unit is susceptible to tripping during out-of-step conditions. The phase-to-phase unit is not sensitive to balanced conditions. Therefore, only the 3-phase unit is blocked.

Unless something fails, current flow in the breaker should cease shortly after the trip circuit is energized. The time interval between these two occurrences will be the breaker-interrupting time. If this interruption does not occur, breaker failure relaying will initiate the tripping of other breakers. A method of accomplishing this function will now be explained.

The primary relays operate 62X and the back-up relays operate 62Y in Fig. 6. Relay 62X is an MC-6 relay. Two of the 62X contacts are used to seal up their own coil to the ZP and I₀ contacts, respectively. These keep 62X energized in case the 52a contacts open, even though the fault is not cleared. Without these 62X contacts, the 52a contact causes 62X to be de-energized by interrupting the C5P and C5G coils, preventing RRP and RRC contacts from remaining closed, if they had initially energized the trip circuit. With 62X sealing contacts, the breaker-failure relaying is not frustrated by the opening of the 52a contacts, even though the breaker fails to interrupt the fault. Sealing contacts are not needed for 62Y, since the T2 timing circuit and 79-Z coil current is interrupted by Z2 or by a ground back-up relay contact, rather than by a 52a contact. Other contacts of 62X and 62Y energize breaker-failure timers as shown in Fig. 8, 9, 10, and 11, if the fault is not interrupted by the proper breaker. How these functions are accomplished is illustrated below for three arrangements: single bus/single breaker, breaker and a half, and ring bus.

SINGLE BUS/SINGLE BREAKER

A typical trip circuit is shown in Fig. 8 for the single bus/single breaker arrangement. A TD-5 breaker-failure timer 62 is used for the bus. The TD-5 operating unit is a telephone relay, TR, which is energized by a silicon-controlled-rectifier, SCR. The gate of the SCR is energized by a resistance-capacitance circuit, providing adjustable time delay on pick-up. The TD-5 is reset by the opening of the 86B break contact between terminal 8 of the TD-5 and the negative d-c supply. When reset, the capacitor in the TD-5 timing circuit discharges quickly through a low resistance.

Relay 62 is energized by 62X in Fig. 8 if the primary relays do the tripping, or by 62Y if the back-up relays operate. If the breaker fails, the 62 contact closes, energizing 86B to trip all the other breakers on the bus.

Relays 62X and 62Y operate in about 2.5 cycles. Therefore, with a 3-cycle breaker, 62 is energized at about the same instant that the fault should be cleared, so that capacitor charging is normally minimized. In any case, these 2.5 cycles should be subtracted from the total desired time delay when determining the setting for relay 62.

A KC-4 current detector relay 50 is shown in Figure 8. This relay consists of two phase-over-current cylinder units and one ground instantaneous cylinder unit. The cylinder unit contacts are in parallel and supervise the 62 timing circuit. A KC-3 current detector relay, containing an auxiliary telephone relay 50X, is also available. The 50X device has 5 independent contacts which may be used to perform various functions, such as starting an oscillograph, in addition to supervising the 62 timing circuit.

If practical, the phase units of 50 should be set above normal load to prevent accidental operation of 62 during testing. Even if the phase units must be set below load in order to achieve greater sensitivity for breaker-failure protection, device 50 performs a valuable function in insuring rapid de-energization of 62 when the fault is cleared. In addition, it prevents accidental tripping of the bus

when the breaker is out of service. Tripping might otherwise occur if a relay trip contact is manually closed by test personnel. In any event, the 62Y coil circuit must be opened when the breaker is removed from service if its trip coil circuit is opened and if test current is applied to the back-up CT circuits. In this case, the test current may operate a back-up relay and device 50, setting up a breaker-failure trip.

Three supervision lights are used in Fig. 8; namely, (1) red for the trip coil, (2) white for the bus differential 86B coil, and (3) amber for back-up fuse supervision. A TRB-1 blocking rectifier prevents a sneak circuit through the red light and the 62X coil. In addition, the rectifier prevents 62X from being operated by the 101T contact.

The techniques used here must be somewhat modified when a different bus arrangement is used. These modifications will now be described for a breaker-and-a-half scheme.

BREAKER-AND-A-HALF ARRANGEMENT

Typical trip and control circuits for breaker-failure back-up protection for the breaker-and-a-half bus arrangement are shown in Fig. 9. The trip circuits for line A and bus L are shown. Similar circuits would exist for breaker 3, line B and bus R. Protection against breaker 2 failure for line A faults and breaker 1 failure for line A or bus L faults is discussed below. All other breaker failure fault combinations are equivalent to one of these three combinations. For example, protection against a breaker 3 failure for bus R faults is similar to the protection against a breaker 1 failure for bus L faults.

Assuming a failure of breaker 2 of a fault on line A, the breaker-failure timer 62X associated with breaker 2 is energized by 62X or 62Y from line A. Since the KC-4 current detector 50-2 which is supplied by breaker 2 current does not drop out, 62 of breaker 2 operates 86BF of breaker 2. One 86BF contact trips breaker 3. Another 86BF contact stops the transmission of a blocking signal on line B, allowing the remote pilot relays to trip the remote line B breaker, if they detect the fault. Thus the fault on line A is now cleared. Another 86BF contact blocks high-speed reclosing of breaker 3. Note that the timer is associated with the middle breaker, which is the breaker that has failed. The timer causes tripping of both outside breakers, which is the same approach used for ring bus protection, to be described later.

An essential function, the selection of the faulty breaker, is performed by the KC-4. Relays 62X and 62Y indicate that the fault has not been cleared, but they are unable to define for a line A fault whether breaker 1 or breaker 2 is still feeding current to the fault. The 50-1 or 50-2 KC-4 performs this job.

If breaker 1 fails for a fault on line A, bus L is cleared. This is accomplished by the bus L breaker-failure timer which is energized by the line A relay 62X or 62Y contact. When 62 operates, 86B is energized to dump bus L. For this sequence, the current detector 50-1 selects the faulty breaker. Note that the line A part of the bus L timer circuit in Fig. 9 is the same as that used with the single bus/single breaker arrangement in Fig. 8.

If breaker 1 fails for a fault on bus L it is desirable to trip breaker 2 and stop the transmission of blocking carrier on line A. This is accomplished by the 86Z device which is energized through 62ZL, 50-1 and 62L contacts and a six ohm resistor, as shown in Fig. 9. One 86Z contact trips breaker 2. Other 86Z contacts stop blocking carrier on line A and block reclosing of breaker 2.

The six ohm resistor and the 86Z coil are both low impedance compared to the 62L circuit resistance. Therefore, the 86Z coil will not affect the 62L timing, and the 62L timing circuit current will not be enough to pickup the 86Z device. The six ohm circuit maintains approximately half-voltage on the 62L device after the timing is completed. The purpose of this seemingly involved circuitry is to permit a single current detector, device 50-1, to supervise 62L timing, 86BL tripping and 86Z tripping.

BREAKER-AND-A-HALF ARRANGEMENT, 1 TIMER PER BREAKER

By applying one timer per breaker, it is possible to develop a simpler breaker-failure scheme, as shown in Fig. 10. The circuitry is similar to the ring bus scheme, described in the next paragraph.

RING BUS ARRANGEMENT

The circuits for the ring bus are shown in Fig. 11 with trip and timer control circuits outlined for breaker 2, together with line-B primary and back-up protection circuits. As with the breaker-and-a-half scheme, the primary protection uses tripping rectifiers, and the backup uses an auxiliary relay to trip two breakers. As before, the 62X and 62Y relays are operated by the primary and back-up relays, respectively.

Assume a failure of breaker 2 for a fault on line B. Line-B relay 62X or 62Y is operated and energizes breaker-2 timer. Since current detector 50 for breaker 2 remains energized by the breaker-2 current, 62 operates to energize relay 86BF. Relay 86BF trips breakers 1 and 3, blocks reclosing on breakers 1, 2, and 3, and stops carrier on lines A and B. The tripping of breaker 3 and the stopping of carrier on line B is unnecessary, since it is assumed that the protective relays have already accomplished these results. Although unnecessary, these functions do no harm and simplify the circuitry by permitting the 86BF relay to trip breakers and stop carrier symmetrically, without regard to whether the fault is on line A or line B.

The purpose of stopping carrier on line A is to remove carrier blocking to permit remote carrier relay tripping. Otherwise, line A continues to feed the fault through breaker 2 until a back-up relay operates or until the fault bums clear.

CONCLUSIONS

Back-up protection is needed when some component of the primary protection system fails. Local back-up relaying schemes offer faster and more sensitive protection than do remote back-up systems. In addition, local backup provides selective clearing which is seldom achieved with remote backup in complex transmission networks.

Ideally, local backup requires two independent protection systems, including duplicate breakers. This ideal can be approached using independent primary and back-up relays energized from separate instrument transformers and d-c supplies, so that fast tripping of the associated breaker will occur even though one failure occurs. If the breaker is defective, other local breakers are tripped by breaker-failure protection systems.

This paper illustrates how these local back-up principles can be applied to K-Dar directional-comparison systems, utilizing the familiar 3-zone distance scheme. A 4-zone scheme is also described which provides faster, more sensitive phase pilot protection, complete separation of primary and back-up and an optional third forward-set zone for phase back-up protection.

Breaker-failure relaying techniques are also illustrated for clearing line faults, should the proper breaker or breakers fail.

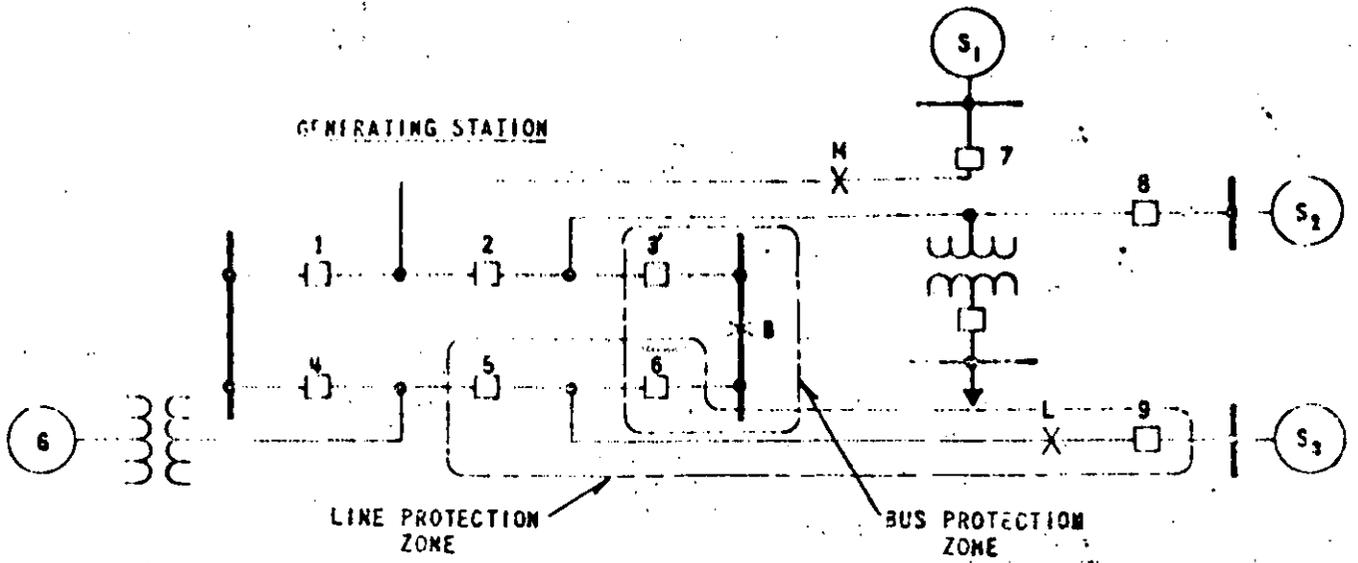


Fig. 1 PROTECTION EXAMPLE

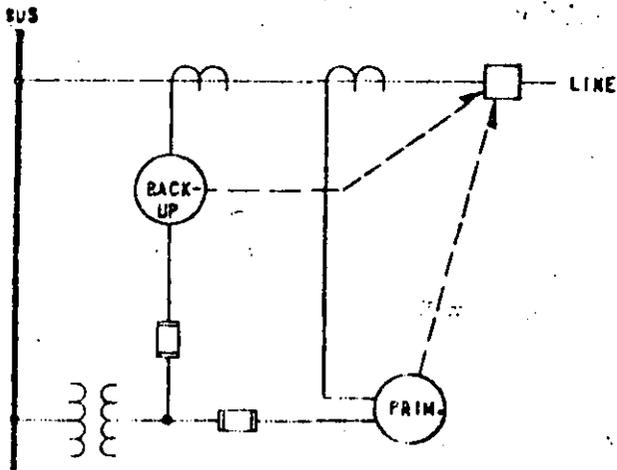


Fig. 2 INDEPENDENT PRIMARY AND BACK-UP RELAYING CIRCUITS.

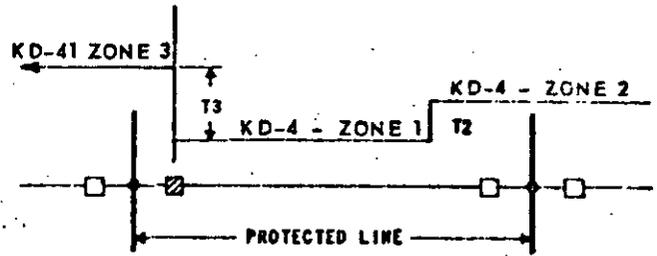
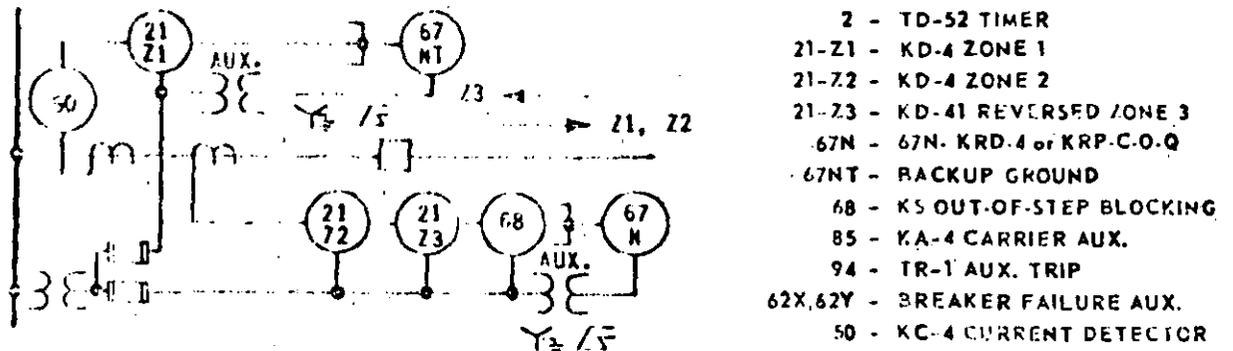


Fig. 3 3-ZONE PHASE BACK-UP.



- 2 - TD-52 TIMER
- 21-Z1 - KD-4 ZONE 1
- 21-72 - KD-4 ZONE 2
- 21-73 - KD-41 REVERSED ZONE 3
- 67N - 67N- KRD-4 or KRP-C-O-Q
- 67NT - BACKUP GROUND
- 68 - KS OUT-OF-STEP BLOCKING
- 85 - KA-4 CARRIER AUX.
- 94 - TR-1 AUX. TRIP
- 62X, 62Y - BREAKER FAILURE AUX.
- 50 - KC-4 CURRENT DETECTOR

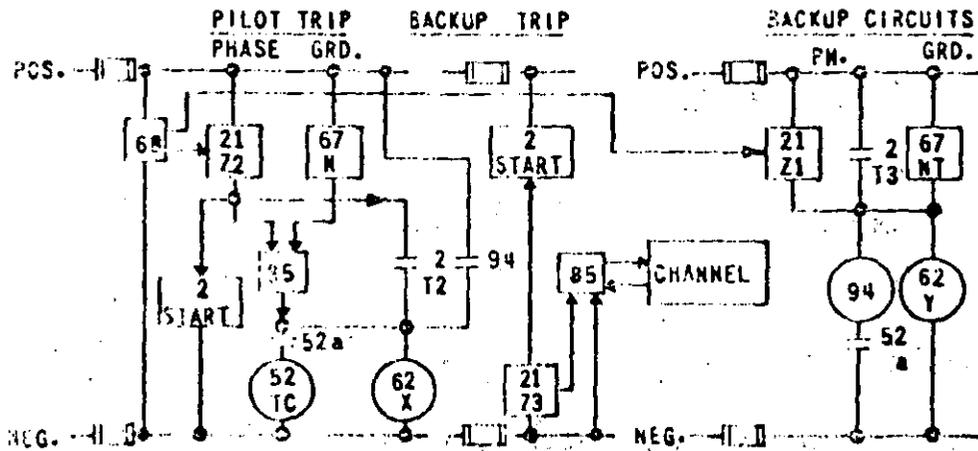


Fig. 4 3-ZONE K-DAR DIRECTIONAL-COMPARISON BLOCKING SYSTEM.

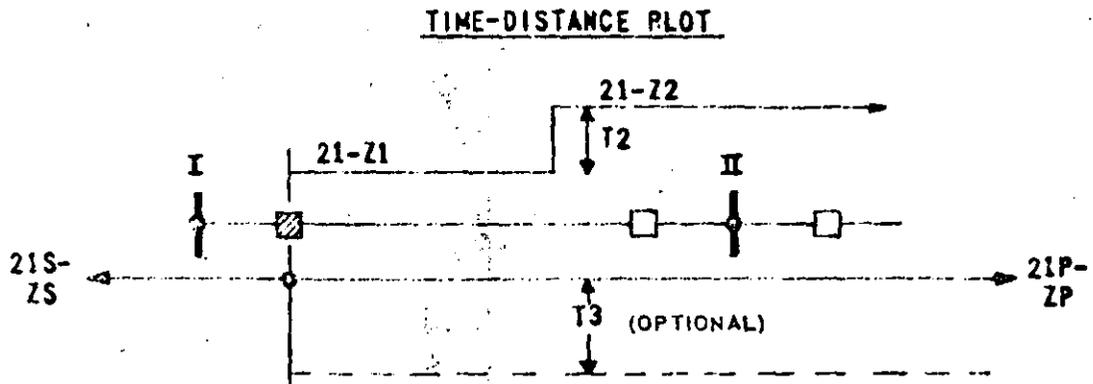
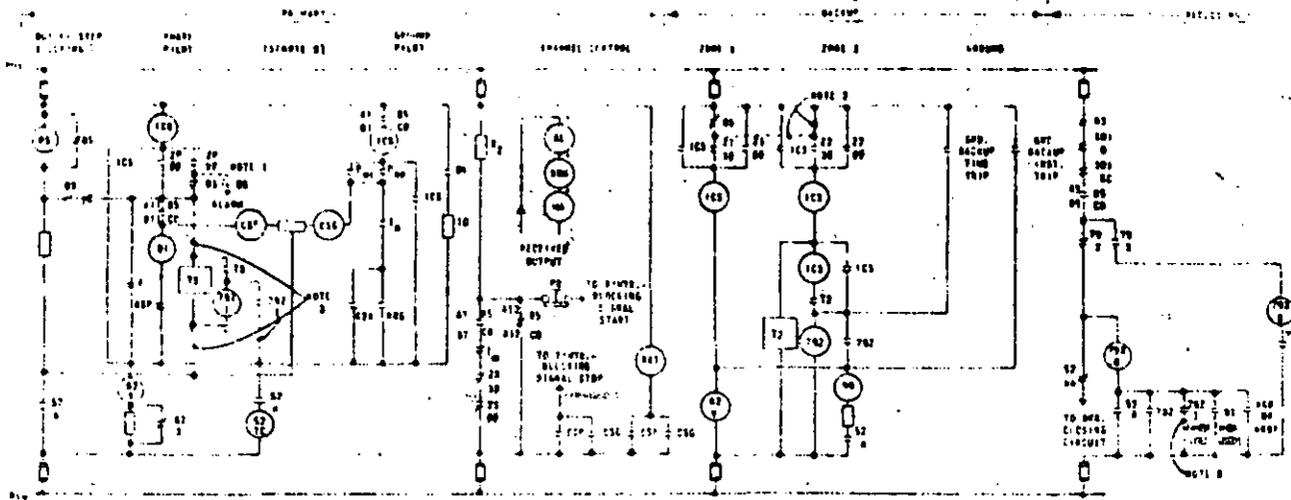


Fig. 5 4-ZONE PHASE-DISTANCE RELAYING.



NO.	SYMBOL	DESCRIPTION	DEVICE NO.	LOCATED IN	DESIGNATION
81	1C1	2-STEP UNIT	71	70-61	PHASE TO-PHASE UNIT
82	1C2	4-STEP UNIT	72	70-61	2-PHASE UNIT
83	1C3	PHASE AUXILIARY UNIT	73	70-61	
84	1C4	CONTACT 2D PHASE DIRECTIONAL UNIT			
85	1C5	1C TRIP POLARIZED DIRECTIONAL UNIT			
86	1C6	1C TRIP POLARIZED DIRECTIONAL UNIT			
87	1C7	INDICATING CONTACTOR SWITCH	82		INDICATING CONTACTOR SWITCH
88	1C8	1C TRIP OVERCURRENT TRIP UNIT	83		1-PHASE CONTACTOR SWITCH
89	1C9	CONTACTOR SWITCH UNIT	84		CONTACTOR SWITCH CONTACT
90	1C10	CONTACTOR SWITCH UNIT	85		TRIP COIL
91	1C11	CONTACTOR SWITCH UNIT	86		1C TRIP UNIT
92	1C12	CONTACTOR SWITCH UNIT	87		1C TRIP UNIT
93	1C13	CONTACTOR SWITCH UNIT	88		1C TRIP UNIT
94	1C14	CONTACTOR SWITCH UNIT	89		1C TRIP UNIT
95	1C15	CONTACTOR SWITCH UNIT	90		1C TRIP UNIT
96	1C16	CONTACTOR SWITCH UNIT	91		1C TRIP UNIT
97	1C17	CONTACTOR SWITCH UNIT	92		1C TRIP UNIT
98	1C18	CONTACTOR SWITCH UNIT	93		1C TRIP UNIT
99	1C19	CONTACTOR SWITCH UNIT	94		1C TRIP UNIT
100	1C20	CONTACTOR SWITCH UNIT	95		1C TRIP UNIT

NOTES:

1. USE THIS CONTACT IN CLOSE POSITION, AT THE TIME OF THE 0-20 MS. IS REQUIRED.
2. USE CONTACT POSITION INSTEAD OF BELL POSITION, UNLESS OTHERWISE SPECIFIED.
3. TO TIME DELAY, APPLY TRIP COIL INSTEAD OF TRIP, AND USE OF "TRIP" POSITION.

Fig. 6 4-ZONE SYSTEM, D-C CIRCUITS.

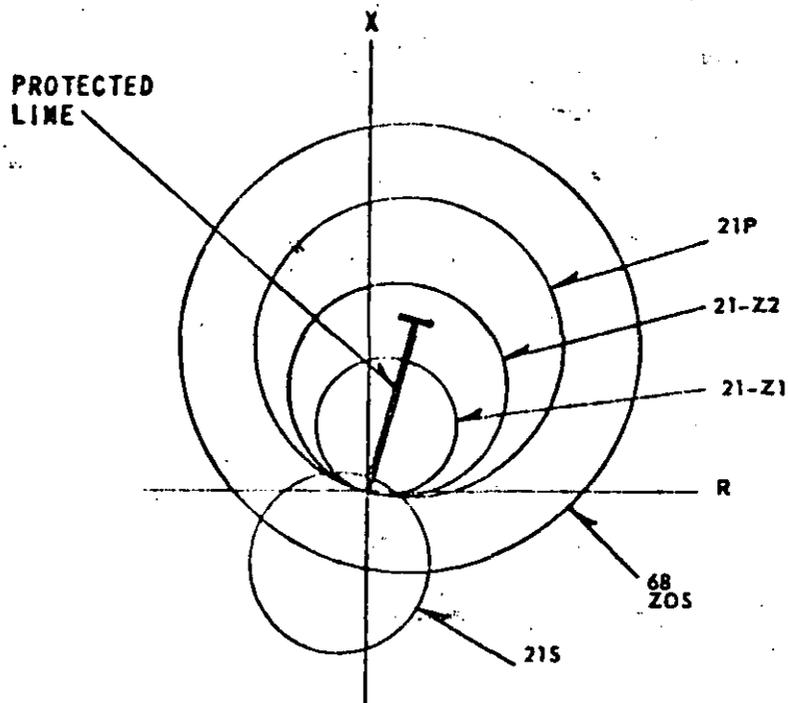


Fig. 7 PHASE-DISTANCE RELAY, R-X CHARACTERISTICS.

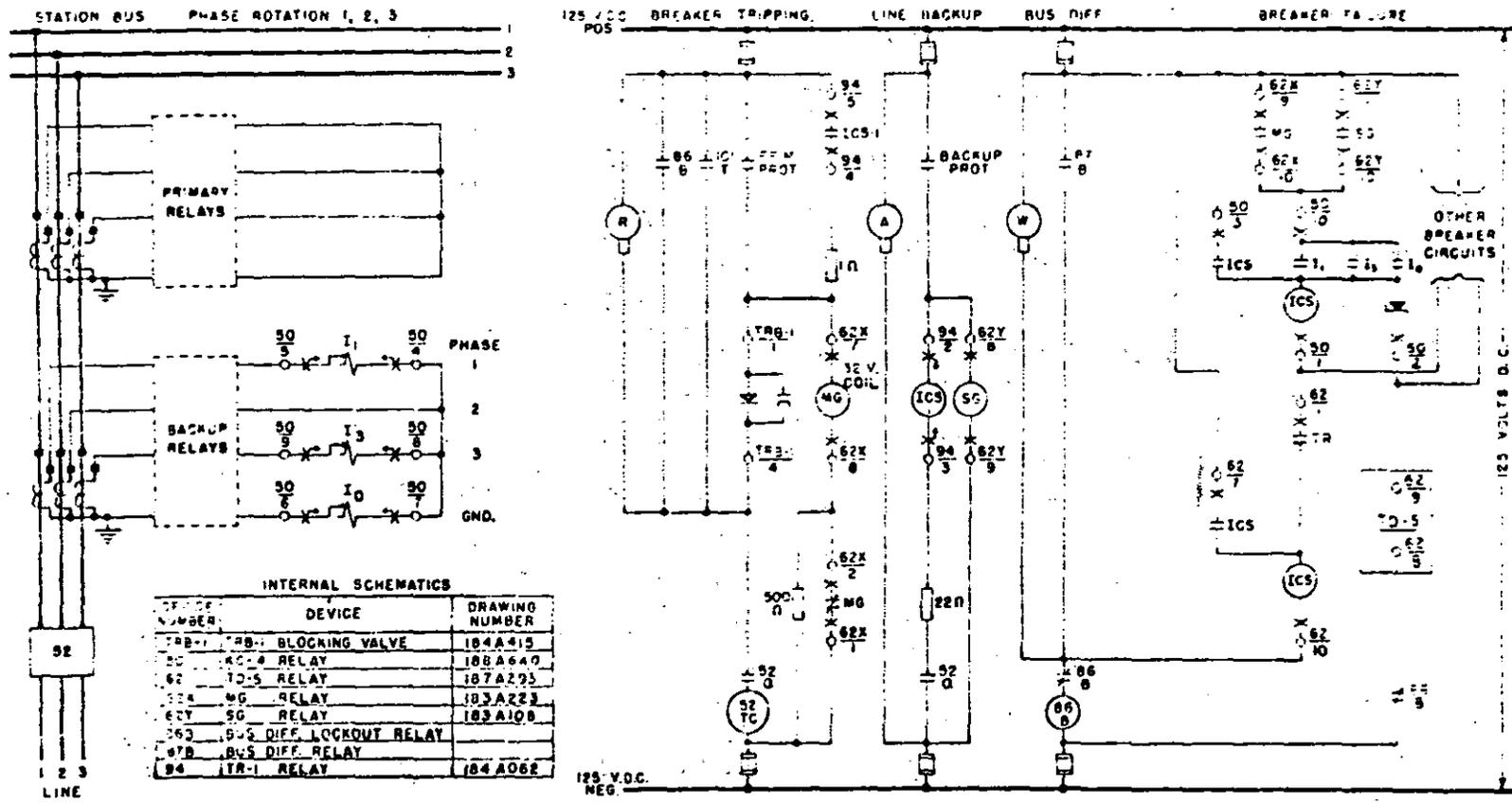


Fig. 8 - Breaker Failure Relaying for A Single Bus/Single Breaker Arrangement Using KC-4 Relay

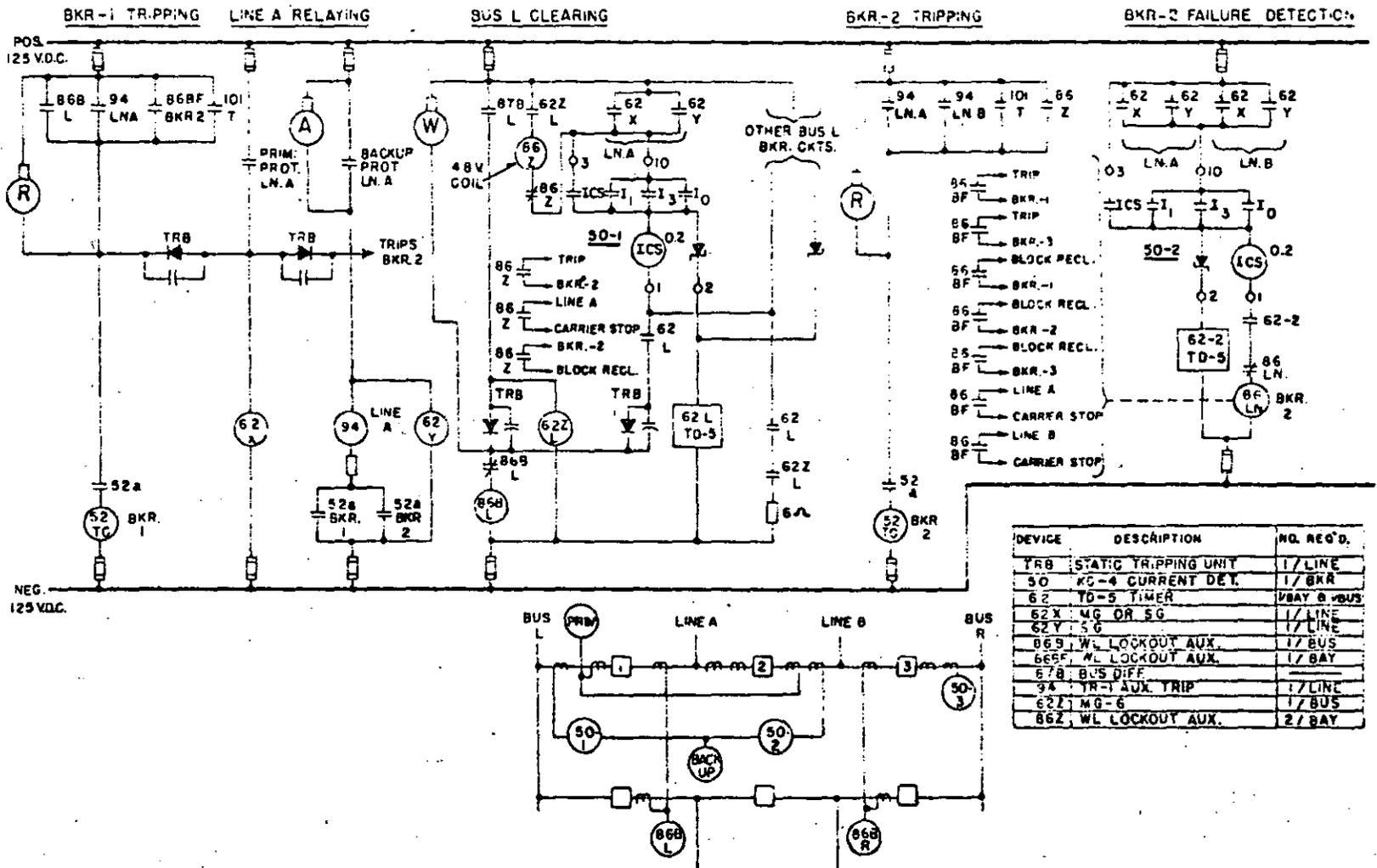


Fig. 9 - Breaker Failure Relaying Using KC-4 Relay
Breaker and a Half Station

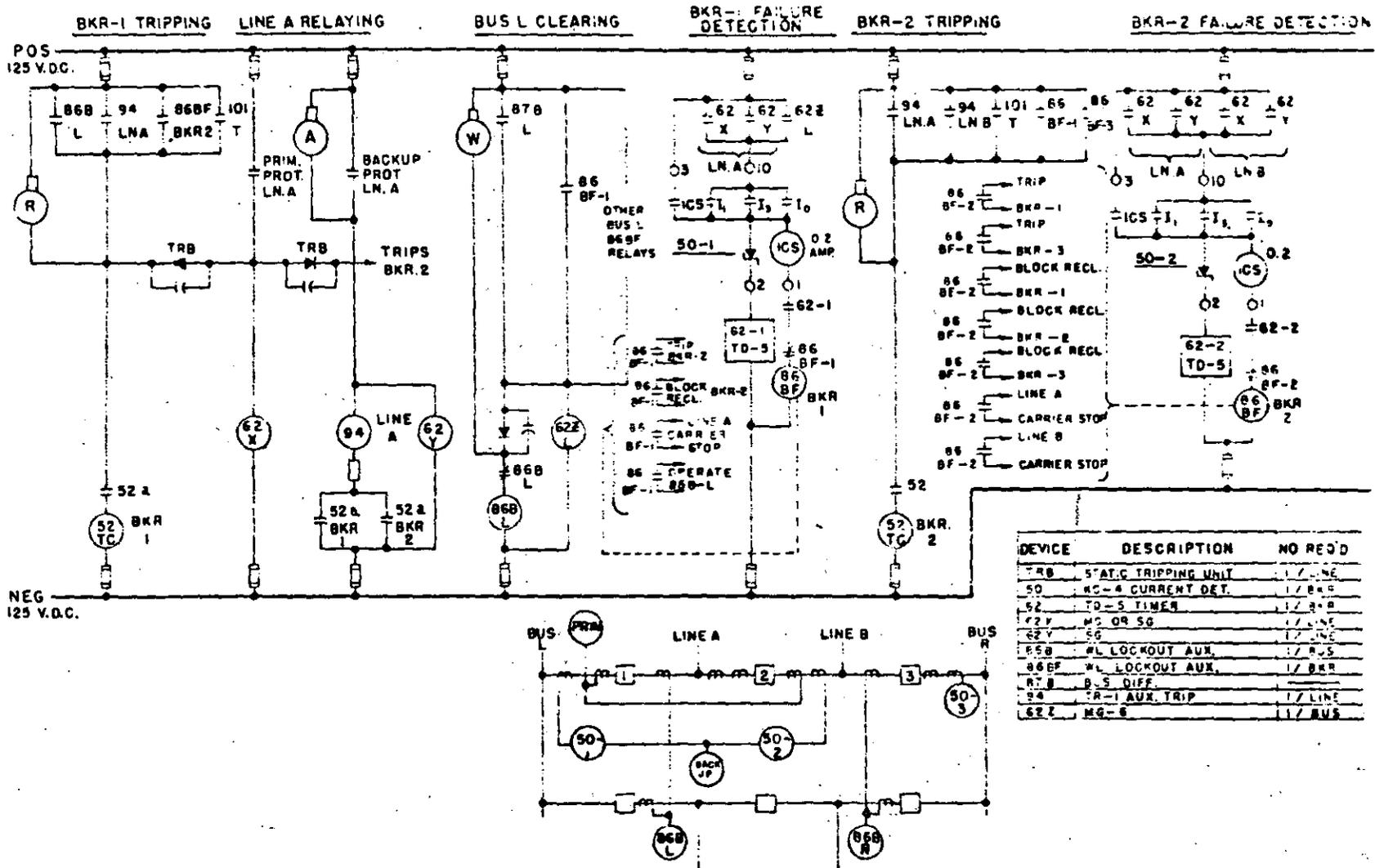
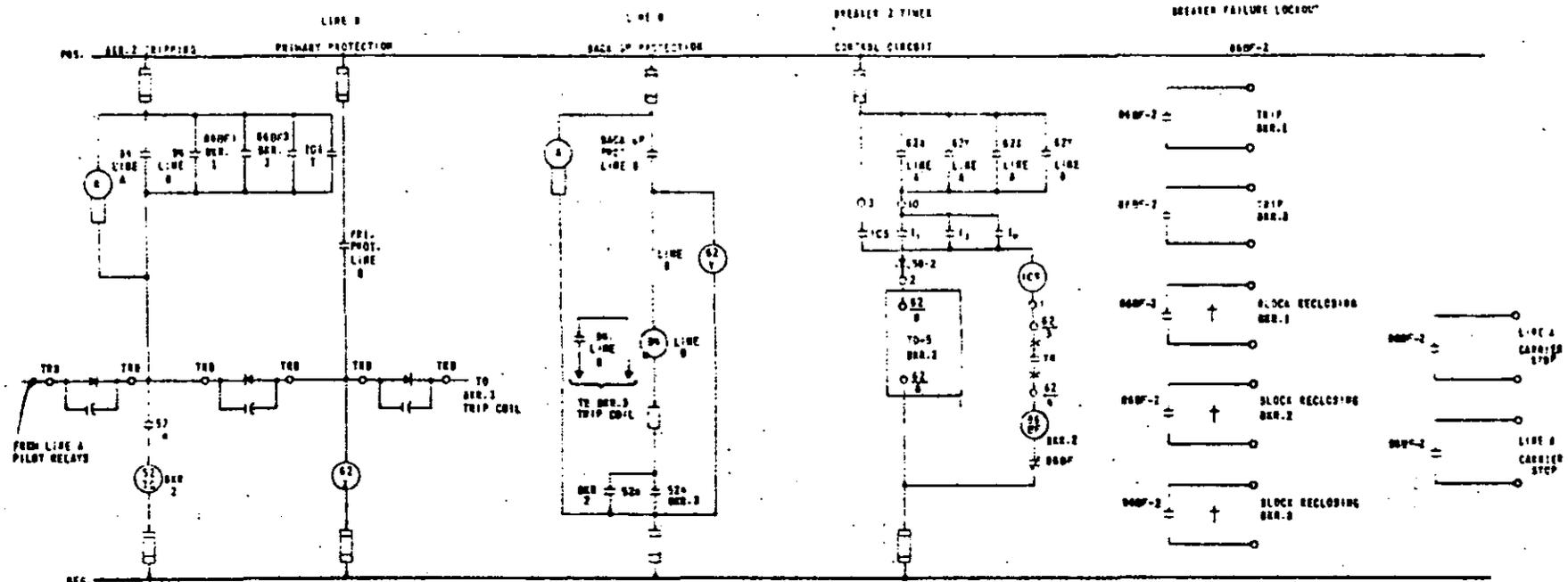
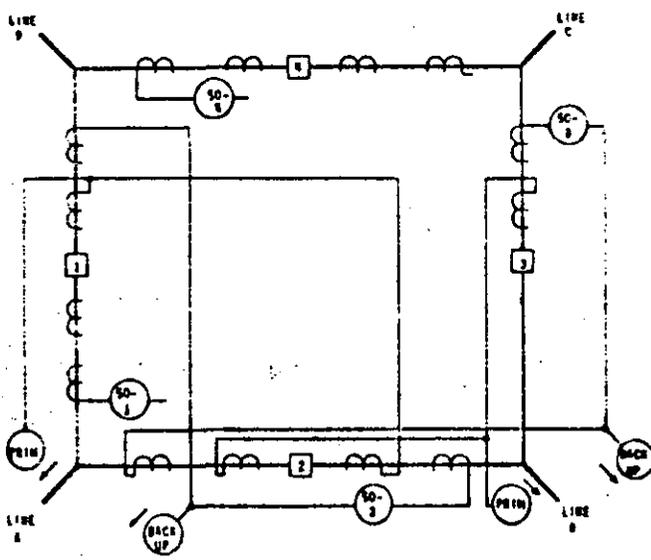


Fig. 10 - Breaker Failure Relaying Using KC-4 Relay, Breaker and a Half Station, 1 Timer per Breaker



† MAKE CONTACT IF USED WITH 50A-12.
BREAK CONTACT IF USED WITH 50.



DEVICE	DESCRIPTION	NO. RELAYS
TR0	STATIC TRIPPING UNIT	1/LINE
50	KC-4 CURRENT DETECTOR	1/BUS
52	TD-5 BREAKER FAILURE TIMER	1/BUS
52T	MG TIMER AVE.	2/LINE
50P	SG TIMER AVE.	2/LINE
50	WL BREAKER FAILURE LOCKOUT	1/BUS
50	TR-1 AVE. TRIPPING RELAY	1/LINE

Fig. 11 - Breaker Failure Relaying for Ring Bus, Using KC-4 Relay



WESTINGHOUSE ELECTRIC CORPORATION
RELAY-INSTRUMENT DIVISION

NEWARK, N. J.

Printed in U.S.A.

11.- ESTABILIDAD Y OSCILACIONES

12.- PROTECCION POR BAJA FRECUENCIA

Power System Protection

LOAD CONSERVATION

gb

**LOAD CONSERVATION BY MEANS OF
UNDERFREQUENCY RELAYS**

by

Warren C. New

*Switchgear Department
General Electric Company
Philadelphia, Pa.*

SWITCHGEAR DEPARTMENT • 6901 ELMWOOD AVENUE, PHILADELPHIA, PA. 19142

GENERAL  ELECTRIC

LOAD CONVERSION BY MEANS OF UNDERFREQUENCY RELAYS

by W. C. New

The term load conservation is an attempt to express the necessity which faces the power system engineer when the load on his system suddenly exceeds the available generating capacity. Traditionally, it has been called "load shedding," with the implication that some reduction in load was needed. However, that is not the real crux of the matter -- what the power system engineer has been doing is saving or conserving as much of the load as possible, and selecting what he was able to carry.

That is what the term load conservation is intended to convey. Beyond simple semantics, it is an attempt to shift the emphasis to a more positive approach. And the purpose of this paper is to review the means that can be employed to conserve essential load and at the same time to keep intact as much of the power system and its interconnections as possible under the emergency condition.

THE PROBLEM

The references at the end of this paper document the problem very fully, but basically it may be summarized as follows. Any portion of a power system, whether it is an independent system or one with interconnections, will begin to deteriorate if there is an excess of load over available generation. The prime movers and their associated generators begin to slow down as they attempt to carry the excessive load. As the speed slows, the frequency decreases below normal and, neglecting for the moment the effects of automatic correction devices, the system voltage decreases.

The decreases in voltage and frequency have a certain corrective effect in that both tend to reduce the load. Thus, on a system with a preponderance of resistive load, voltage reduction alone would be the most effective in reducing the total load. On the other hand, on a system with a preponderance of motor load, the best response for reducing load is obtained with a reduction in both voltage and frequency.

Most systems today employ some automatic means to maintain voltage constant. There is a definite advantage to the power system in maintaining a relatively high or near normal system voltage, since this provides a higher level of system stability. This is important in system behavior under excessive load, for it eliminates, or tends to do so, the load reduction which might be expected from a reduction in voltage. And the total load will not be significantly reduced by a reduction in frequency alone.

Further, the drop in frequency may endanger generation itself. While a hydro-electric plant is relatively unaffected by even a ten per cent reduction in frequency, a thermal generating plant is quite sensitive to even a five per cent reduction. The power output of the thermal plant depends to a great extent on its motor-driven auxiliaries, such as boiler feedwater pumps, coal pulverizing and feeding equipment, and draft fans. As system frequency decreases, the power output of the auxiliaries begins to fall off rather rapidly, and this in turn further reduces the energy input to the turbine-generator. The situation thus has a cascading effect, with a loss of frequency leading to a loss of power which can cause the frequency to deteriorate further, and the entire plant is soon in serious trouble.

Most of the reference papers state that on a 60-cycle system, a frequency of 56 to 58 cycles per second is low enough to endanger thermal plant auxiliary equipment. Further, a serious underfrequency condition can develop in only a few seconds on a heavily overloaded plant.

OVERLOADS - EFFECTS AND CONTROL

An underfrequency condition due to an excess of load over available generation can occur in several ways. In any given system or interconnected system, the loss of a major source of generation or the loss of an interconnection carrying incoming power can produce the condition. The basic cause of most of these disturbances usually

results from a short circuit. The short circuit either directly causes instability because of the shock to the system or, because of inadequate or slow relaying, indirectly causes instability by prolonging the reduction of the power transmission capability. Hydroelectric generating sources are usually located at some appreciable distance from the load areas they serve. Their long transmission tie lines on the same right-of-way are more vulnerable to multiple outages and thus may leave some load areas severely deficient in generation.

The higher the ratio of load to remaining generation in a separated system, the faster the system frequency will drop. Figure 1 shows typical frequency vs time curves for a representative steam turbine generator which is subjected to various per unit excess loads. The initial load is assumed here to be 1.0 per unit. The curves are approximations based on a typical inertia constant, a constant torque load, and no

change in steam pressure. They give a reasonable indication of the initial rate of change of frequency.

It is evident that, assuming a critical frequency of 56 cycles for a given generating plant, there may be only a fraction of a second time, depending upon the excess load, in which to act to prevent the plant developing a really severe emergency. Corrective measures must therefore be taken quickly and automatically to remove the load and avoid a shutdown. It is quite possible that in the case of a small generator subjected to a very severe overload, the rate-of-change of frequency might be so great that no automatic protection would be effective to avoid a shutdown.

Underfrequency relays can be used to drop non-essential load in accordance with a predetermined schedule in order to balance generation and load in the affected area. Such action must be taken promptly and must be of sufficient magnitude to

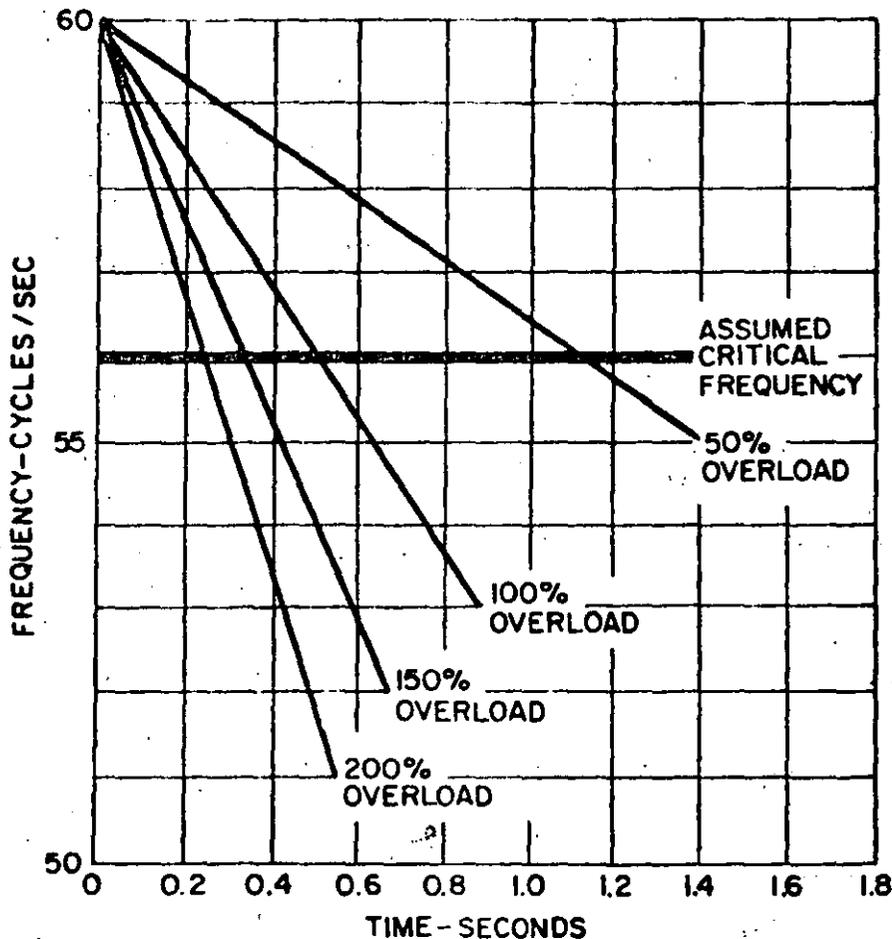


Figure 1. Frequency vs Time Characteristic for Steam-Turbine Generator with Overload

conserve essential load and enable the remainder of the system to recover from the underfrequency condition. Also, by preventing a major shutdown of the system, restoration of the entire system to normal operation is greatly facilitated and expedited.

PAST EXPERIENCE AND PRACTICES

Programs of load conservation have been in use for 35 years as recorded in the literature. The idea is therefore not new. Such schemes have not been widely applied in the United States, apparently because of a feeling that the additional complexity and the risk of misoperation are not warranted in view of the strong system interconnections that exist across the country. This would be particularly true in areas where it is deemed that spinning reserve capacity is held at an adequate level. On the other hand, some type of load conservation program could function to provide a less widespread customer outage or even prevent a system shutdown.

Many large industrial plants across the country that have some local generation have adopted some form of load conservation program. Normally, they depend on a tie line with a utility for a part of their power needs. A typical one line diagram is shown in Figure 2. If the tie breaker at the utility end should open, the industrial plant generation would be overloaded especially if it is also attempting to pick up utility load which is tapped on the tie line. This will produce an underfrequency condition on the industrial system. The industrial power system designer usually uses underfrequency relays to open the tie to the utility system, Breaker T, and to drop the plant non-essential load, perhaps Loads 1 and 2. Essential Load 3 can therefore be maintained to the limit of the generation capability.

This was exactly the situation that occurred recently at our Schenectady plant. The underfrequency relay separated the plant from the utility and dropped all plant non-essential load. Three classes of critical load were not interrupted at all, and the plant operator then picked up other loads on a preselected priority basis to the limit of his local generation capability.

A point to be made here is that the necessary decisions must be mutually agreed to and con-

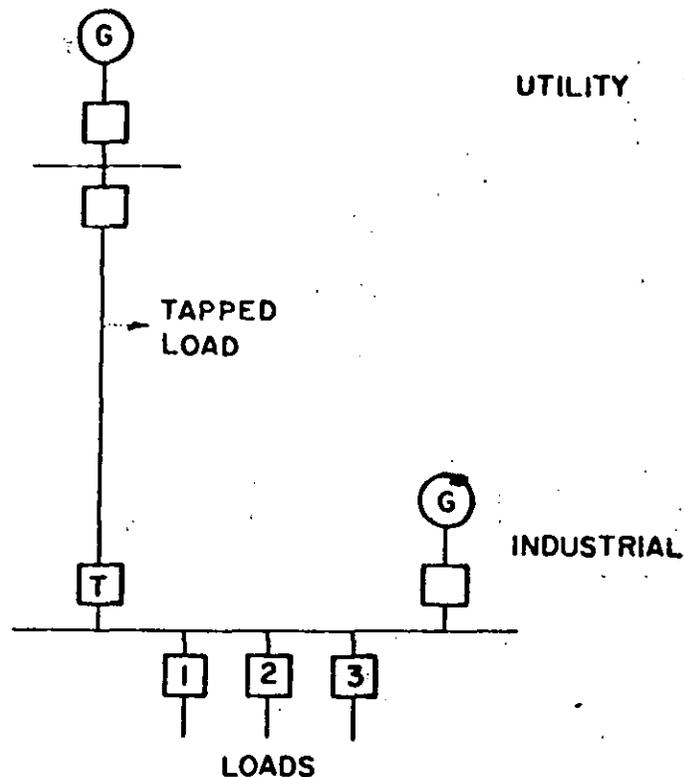


Figure 2. Industrial with Local Generation and Tie Line to Utility

verted into relay connections and settings before the emergency occurs. There is just not enough time left for communication and accurate decision making when the emergency does occur.

There are also applications of load conservation programs which use directional power relays in conjunction with underfrequency relays. The power relay may be used with a time delay auxiliary which stores the information on the direction of power flow before a disturbance began. Then, through the control circuits when an underfrequency condition develops, the decision is already made as to what breakers should be tripped.

For example, consider the interconnection between two utilities shown in Figure 3. In this case Utility A normally furnishes power to Utility B, which has an excess of load over available generation. If this is the situation before the disturbance, then the control circuits are already arranged by the directional power relay and its auxiliaries so that an underfrequency condition would cause a trip-out of Load 1, assumed inter-

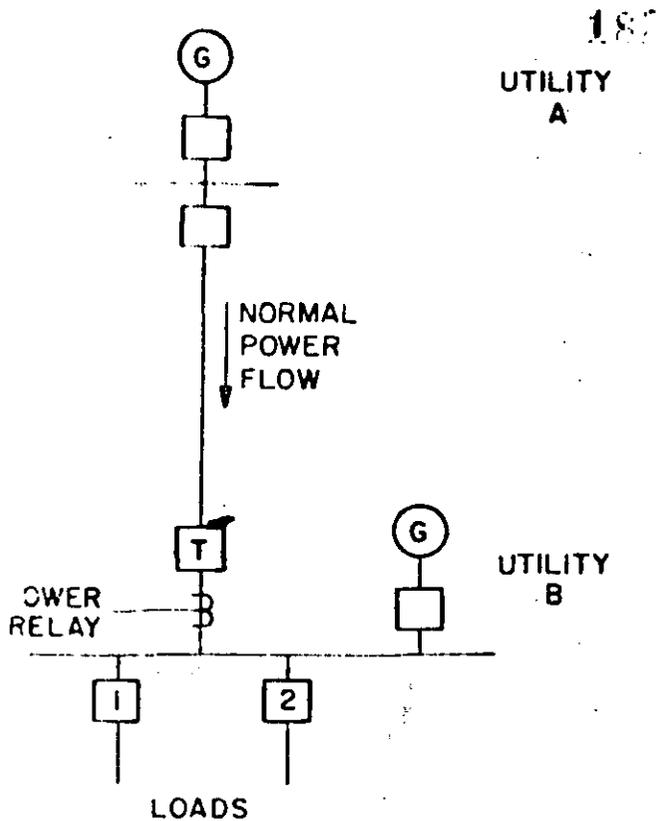


Figure 3 Tie Line with Power Relay

ruptible on Utility B's system. If Load 1 was of sufficient size to relieve the overload condition on the two interconnected systems, they could both recover. The tie breaker T is usually not tripped until the last possible moment to retain the value of the interconnection for the mutual benefit of both utilities. Similarly, if before the disturbance power flow was into Utility A, then any load conservation program should probably be initiated in the Utility A system.

Interconnection agreements are of course negotiated, and the methods and plans for operation during system disturbances and emergencies are thus predetermined. The scheme of operation just described, however, does seem to be an equitable one in that the utility or area which has an excess of load over generation should initiate the overall load conservation program by dropping part or all of its interruptible load. It is widely recognized, however, that all of the members of an interconnection or pool must have similar coordinated programs for load conservation in order to keep the entire interconnected system intact.

Most automatic load conservation schemes use underfrequency relays as the sensor units. These relays are then applied to trip off pre-selected feeders or groups of feeders, to drop non-essential or interruptible load in a variety of ways:

1. Trip off blocks of load in several steps with several relays set at successively lower frequency values
2. Trip off one large significant block of load, such as an industrial customer, at one level of frequency
3. Trip off blocks of load in several steps on a time basis, at or below one level of frequency, so that as each time step is reached, additional load is dropped. If the frequency recovers between steps, the scheme resets and further load tripping ceases.



Figure 4. Type CFF relay

HIGH SPEED UNDERFREQUENCY RELAY

The basic principle of a frequency relay circuit was patented by Mr. Charles Steinmetz in 1900. Frequency relays of the slow speed, induction disk type were commercially available in 1921, and the high speed, induction cup relay, Type CFF, was put into use in 1948. For most present day installations of a load conservation scheme, the induction disk relay is too slow. We shall therefore concern ourselves only with a discussion of the high-speed induction cup relay, Type CFF, shown in Figure 4.

The relay operating time is an important factor, since the underfrequency condition will develop as a rate-of-change-of-frequency. Therefore the relay operating time is plotted against a constant rate-of-change of frequency in Figure 5. While a constant rate-of-change of frequency on a power system is seldom experienced, it is believed that these time curves offer a more realistic way of analyzing the problem.

The solid curve of Figure 5 shows the relay operating time for the Type CFF12A relay, including a fixed auxiliary time delay of six cycles. This relay has been frequently applied in load conservation programs. The time delay is added to prevent relay misoperation when voltage is suddenly removed or applied.

The dotted curve of Figure 5 shows the relay operating time for a Type CFF13A relay, which is approximately 0.1 second faster. Tuned circuits are employed in this version which control the transient response of the relay under system fault

conditions, thus removing the necessity for the auxiliary time delay. The relay is insensitive to the sudden application of voltage but may misoperate on the sudden opening of the coil circuits, as when switching to an alternate voltage source or on a blown potential transformer secondary fuse. It should be emphasized that the faster CFF13 relay should not be used unless the 0.1 second faster operating time is definitely needed and the limitations of its application are definitely recognized and appreciated, or compensated for by using a power directional relay for supervision.

The time curves of Figure 5 show relay operating time only. In applying a load conservation program to a system it must be recognized that a low frequency condition does not begin to be corrected until a circuit breaker operation occurs to disconnect some interruptible load. The family of curves shown in Figure 6 are therefore constructed to show frequency vs time after the disturbance starts for a number of different rates-of-change of frequency. They include (1) an

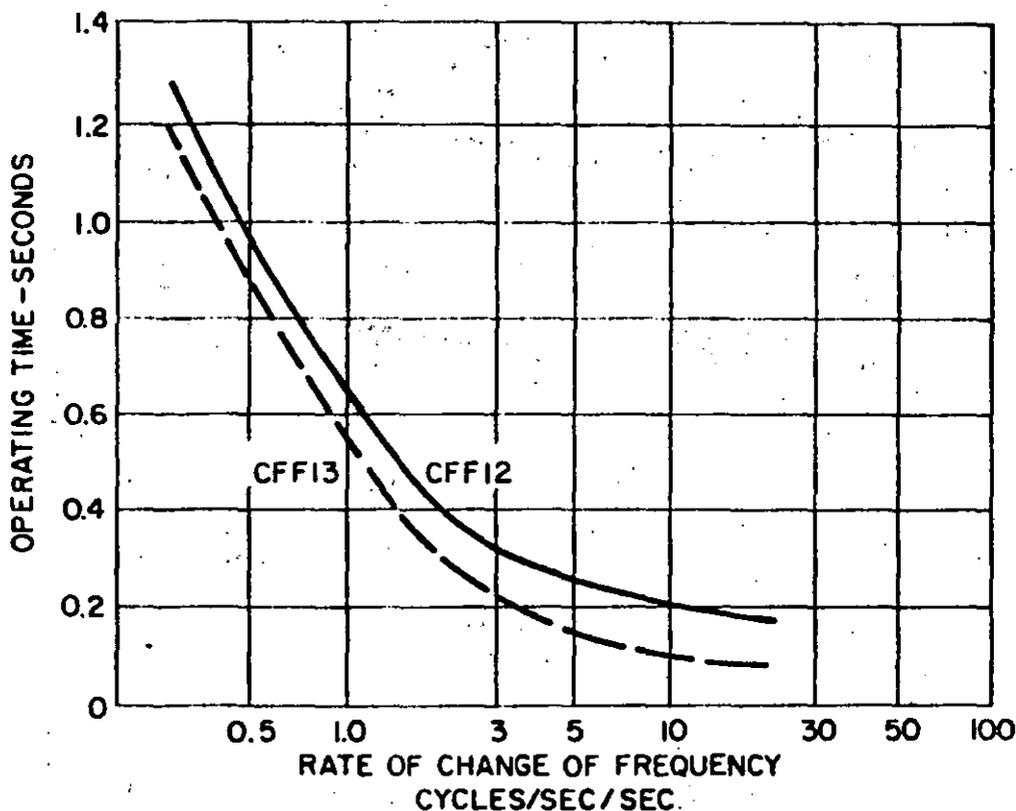


Figure 5. Time Frequency Characteristics - Operating Time After System Frequency Reaches Relay Pickup Setting

allowance of six cycles for total breaker clearing time, (2) the frequency relay auxiliary time delay of six cycles, and (3) various frequency pickup settings on the relay. The curves show that the relay will operate to start load conservation before the assumed critical frequency is reached, up to a rate-of-change of frequency of ten cycles per second per second.

A serious underfrequency condition on a system is likely to be accompanied by low voltage. The voltage response of a frequency relay is therefore important. This characteristic for the CFF12A relay is shown in Figure 7. The variation in pickup over the range of 40 to 140 volts is only 0.6 cycle/sec with the pickup frequency decreases

ing with decreasing voltages.

The stability of the relay characteristic with respect to temperature is also important. With the relay continuously energized, its frequency pickup will vary ± 0.2 cycles over the ASA Standards ambient temperature range of -20 to +40C. The relay, when first energized, exhibits a self-heating characteristic which decreases the frequency pickup by about 0.3 cycle within the first ten minutes. It is for this reason that a maximum pickup setting of 59.5 cycles is recommended. The repeatability of operating frequency of the relay is ± 0.05 cycles with all other conditions stable.

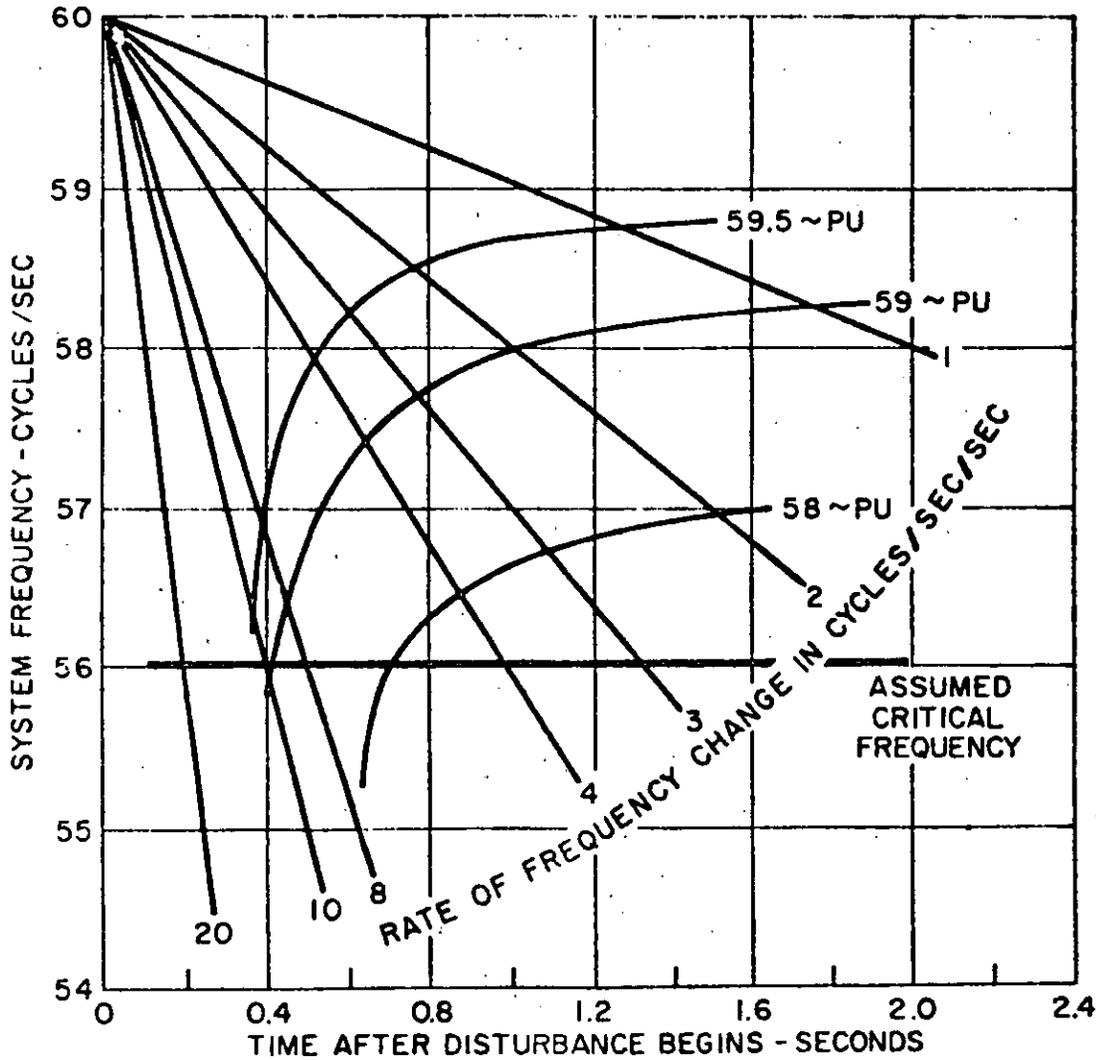


Figure 6. Frequency vs Time Characteristics for Total Clearing Time

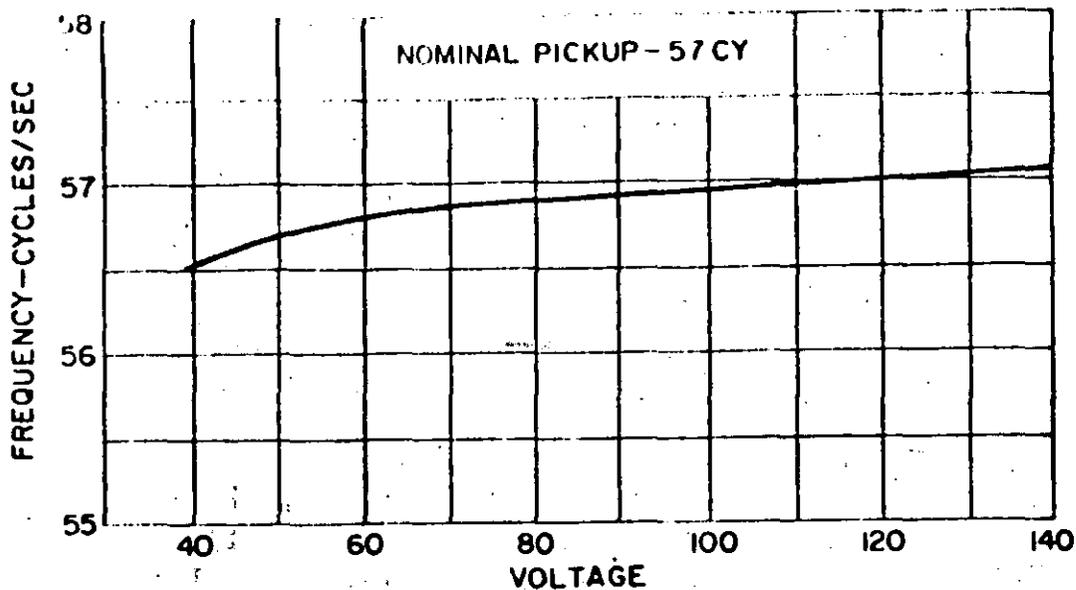


Figure 7. Variation in Frequency Relay Pickup with Applied Voltage

MOTOR LOADS

A tapped subtransmission or distribution substation which has a heavy preponderance of motor loads may present a problem of time coordination in the application of the standard high speed underfrequency relays. If the transmission sources to such a substation were tripped out for any reason, the motor loads would tend to maintain the voltage for a short time while the frequency decreased as the motors were slowing down, especially if the line capacitance keeps the motors excited. This slow decay of voltage may last longer than the six cycle delay of the high speed underfrequency relay, and the relay may trip and lock out breakers undesirably. In an unattended installation, restoration of the load would not then be accomplished by simply reenergizing the transmission line. One solution that has been applied is to further delay the operation of the underfrequency relay from 6 cycles to 20 cycles, and this has apparently been adequate for most cases.

RESTORATION OF LOAD

The difficulty of restoring load that has been dropped during a system disturbance, particularly at unattended stations, has been somewhat of a deterrent in the application of load conservation programs. Supervisory control of such unattended

stations, of course, has overcome many such objections where it is available. For the remainder of such unattended installations, the underfrequency relay can be applied to restore the load automatically when the system frequency has returned to a value near normal. This relay, Type CFF14, has two frequency calibrations; the first calibration is the low frequency setting, at which point the preselected non-essential load is tripped; the second calibration is then automatically made within the relay to a higher frequency setting at which the relay will reset. Thus the relay can be used to restore load automatically when the frequency has returned to a value near normal.

The circuit connections for this relay are shown in Figure 8. The 81/A device is a six-cycle-delay auxiliary which is energized by the main relay element 81/UF at the low-set frequency condition. The 81/A contact shorts out the resistor and recalibrates the relay so that it resets at a higher frequency, which is usually close to normal frequency. In the control circuits (Figure 9), the A auxiliary contact is used for direct tripping the non-essential load. When the frequency relay resets to the higher level, the A unit drops out again to initiate reclosing supervised by the breaker "b" switch, the breaker control switch, and any other supervising contacts as in usual automatic reclosing schemes.

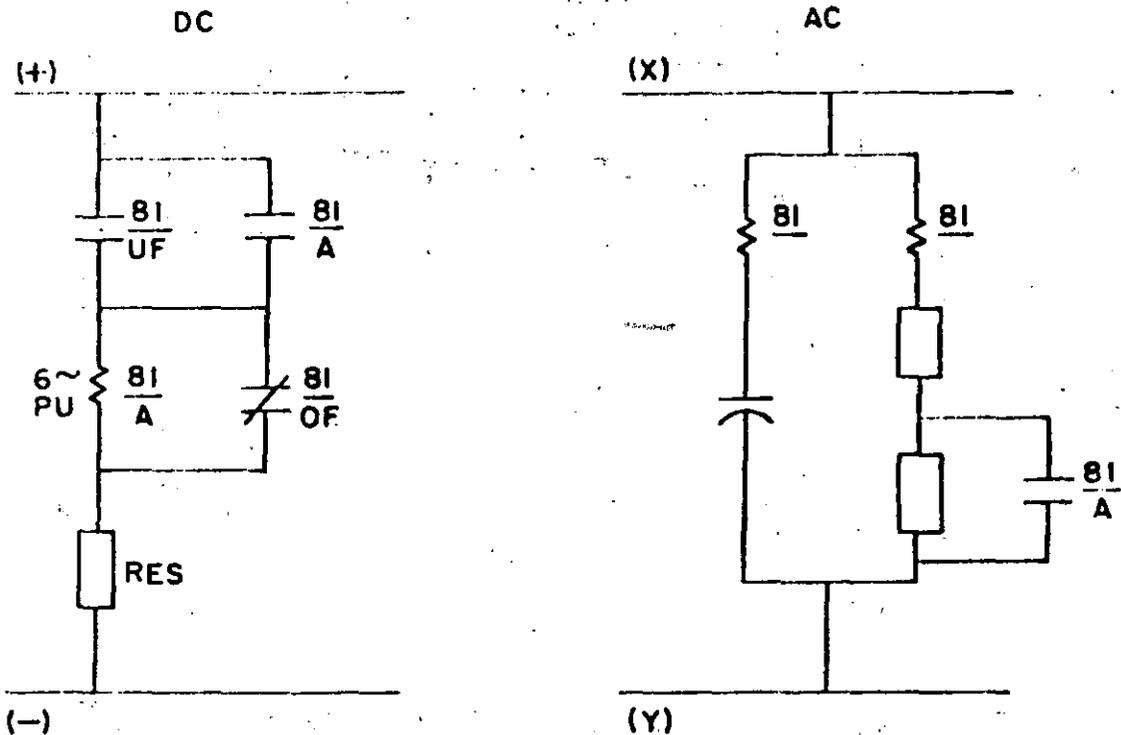


Figure 8. Circuit Connections - Frequency Relay with Recalibration Feature

It should be noted as a caution that widespread automatic restoration of load may cause the under-frequency condition to reoccur if the system is not ready to accept the load. Some means of staggering the restoration of load, either on a frequency or on a time basis, could be employed for these situations.

CONCLUSIONS

A load conservation program using under-frequency relays as the primary detector can be an effective means of preserving the basic integrity of a power system, permitting it to continue to carry the essential load and facilitating the rapid restoration of the system to a normal condition even under extremely adverse conditions. The implementation of a load conservation program, particularly on larger systems and with system interconnections, can be quite complex, and will frequently involve network analyzer or computer studies for proper evaluation.

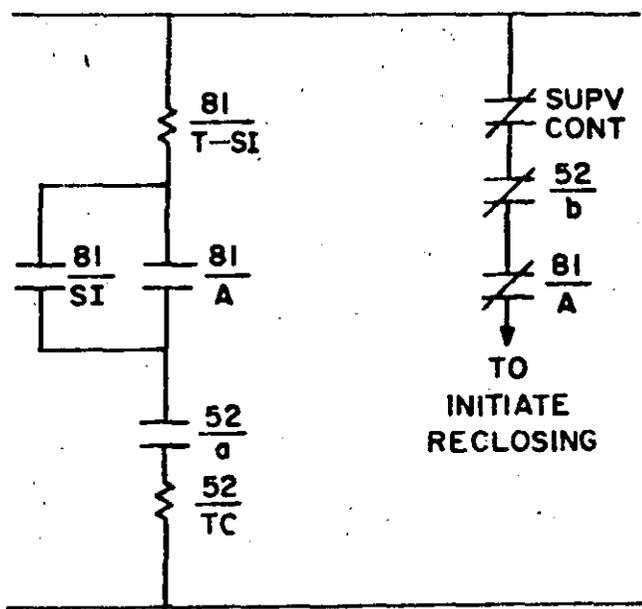


Figure 9. Control Circuits - Tripping and Reclosing

13.- BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

APPLIED PROTECTIVE RELAYING
A NEW "SILENT SENTINELS" PUBLICATION
WESTINGHOUSE ELECTRIC CORPORATION
RELAY-INSTRUMENT DIVISION
NEWARK, NEW JERSEY

THE ART AND SCIENCE OF PROTECTIVE RELAYS
C. RUSSEL MASON
WILEY

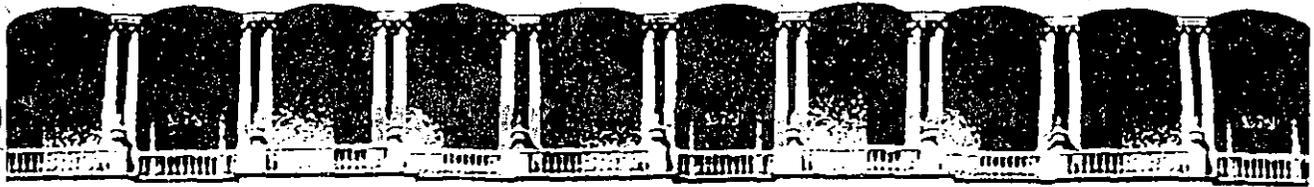
POWER O. AND M. BULLETIN
No. 16
FIELD TEST PROCEDURE FOR PROTECTIVE RELAYS
UNITED STATES
DEPARTMENT OF THE INTERIOR
BUREAU OF RECLAMATION
DENVER COLORADO

POWER SYSTEM PROTECTION (3 VOLUMES)
EDITED BY THE ELECTRIC COUNCIL
MAC.DONALD LONDON

PROTECTIVE RELAYS THEIR THEORY AND PRACTICE
A.R. VAN C. WARRINGTON
WILEY

PROTECTIVE RELAYS APPLICATION GUIDE
THE ENGLISH ELECTRIC COMPANY LIMITED
MRI DIVISION
ST. LEONARDS WORKS STAFFORD, ENGLAND

PROTECTIVE RELAYING IN ELECTRIC POWER SYSTEMS
M. TITARENKO AND I. NOJKOV-DUKELSKY
PEACE PUBLISHERS MOSCOW



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

C U R S O S A B I E R T O S

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO 2: SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

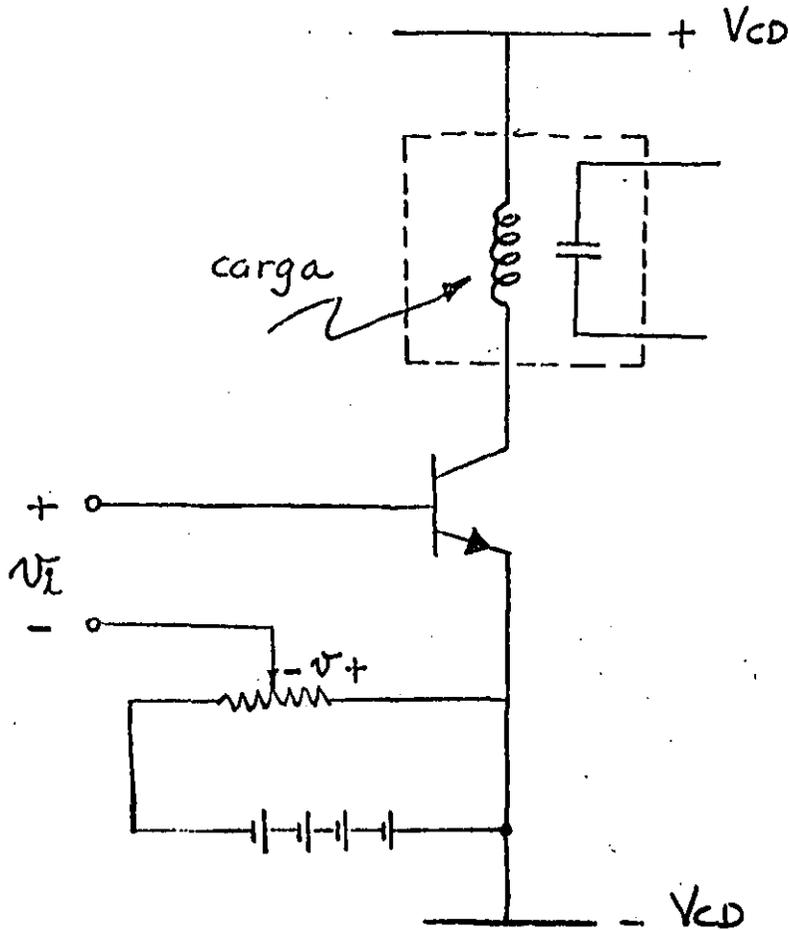
ANEXO AL TEMA

PROTECCION DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

ING. AUGUSTO O. HINTZE V.

OCTUBRE- 1992

EQUIVALENTE ESTÁTICO DEL SO



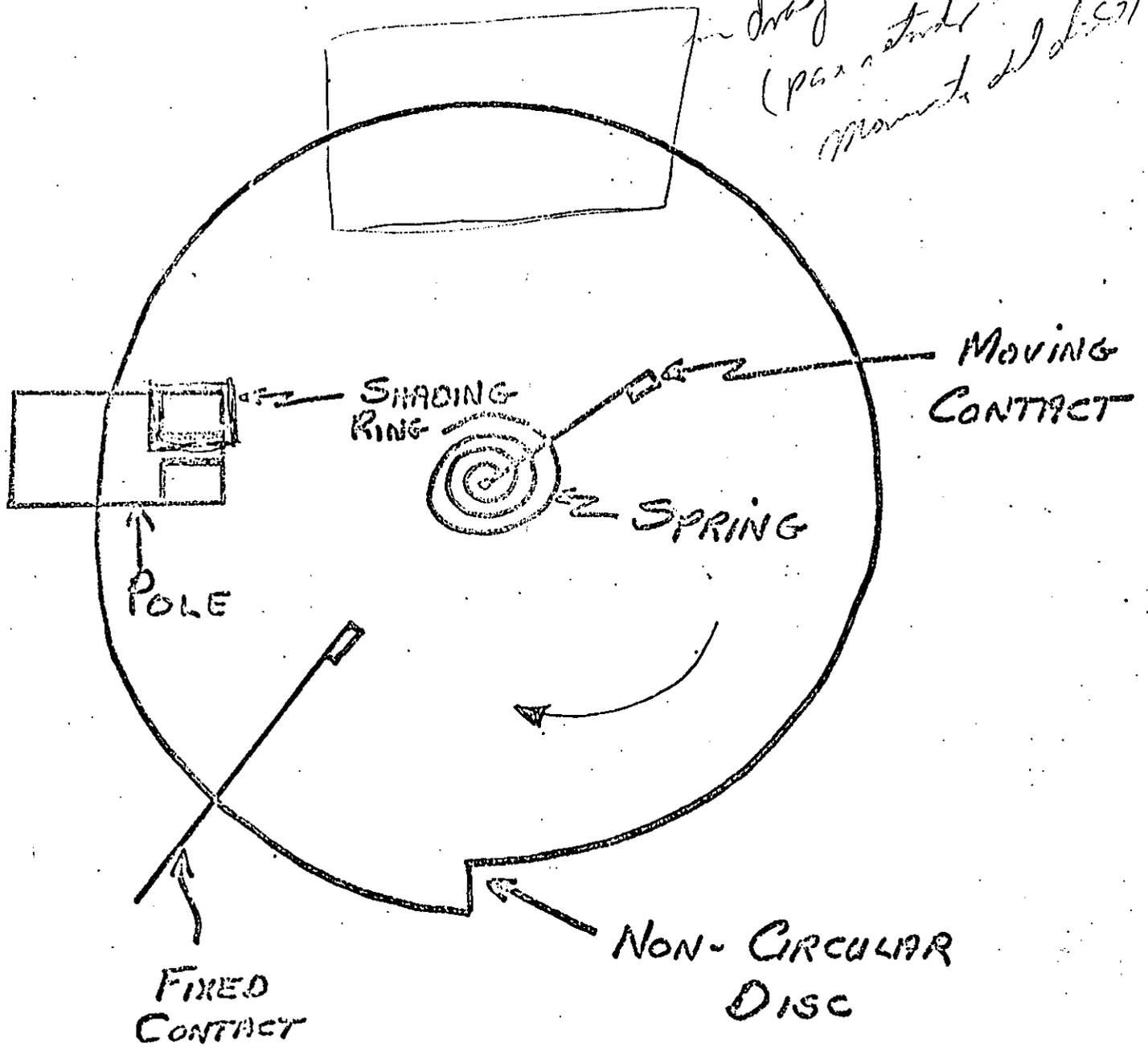
$$v_i \sim i_{\text{SISTEMA}}$$

si $v_i < v$ \Rightarrow la unión base-emisor del transistor queda con un reverse bias forzando al transistor dentro de su estado de alta resistencia

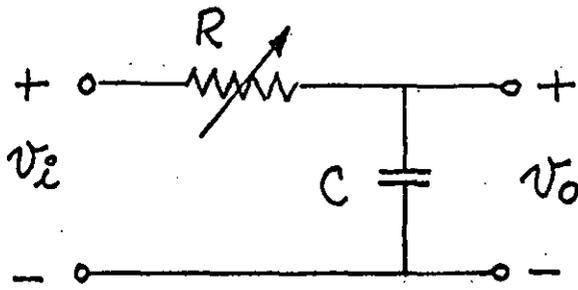
El flujo de corriente a través de la carga está bloqueado

si $v_i > v$ \Rightarrow la unión base-emisor del transistor queda con forward bias, produciendo baja resistencia de colector a emisor, permitiendo que pase corriente a través de la carga

drag magnet
(per stroke of
magnetic disc)



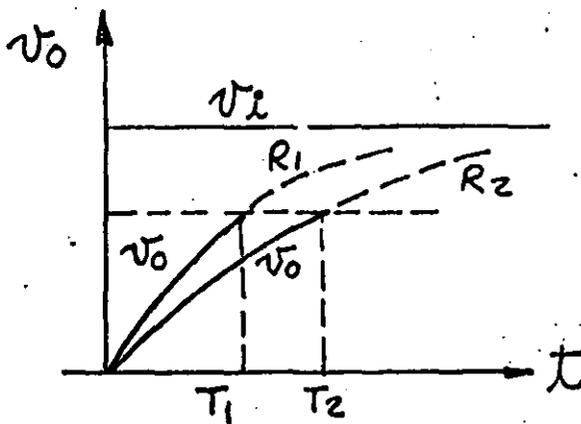
UN CIRCUITO QUE PROPORCIONA LA CARACTERISTICA INVERSA CORRIENTE-TIEMPO



$$v_i = V_0 u(t)$$

$$v_o = V_0 [1 - e^{-t/RC}] u(t)$$

$$RC = \tau = \text{CTE DE TIEMPO}$$



POR EJEMPLO :

SI $C = 10 \mu\text{f}$ y
 $100 \text{ k}\Omega \leq R \leq 1 \text{ M}\Omega$

$$v_i = 2 u(t)$$

$$V_{pu} = 1 \text{ V}$$

¿ τ de retraso ?

- a) si $R = 100 \text{ k}\Omega$
 b) si $R = 1 \text{ M}\Omega$

a) $\tau = RC = 1 \text{ seg}$

$$v_o = 2 [1 - e^{-t/1}] \Big|_{t = T_{\text{retraso}}} = 1$$

$$\therefore 1 - e^{-t} = 0.5 \quad e^{-T} = 0.5$$

$$e^T = 2 \quad T = 0.693 \text{ seg}$$

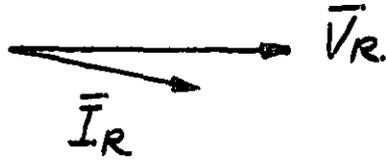
b) $\tau = RC = 10 \text{ seg}$

$$v_o = 2 [1 - e^{-t/10}] \Big|_{t = T_{\text{retraso}}} = 1$$

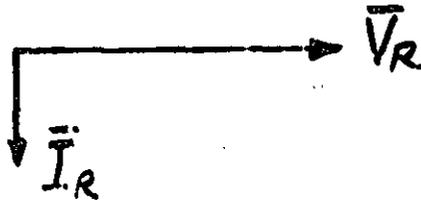
$$\therefore 1 - e^{-t/10} = 0.5 \quad e^{-T/10} = 0.5$$

$$e^{T/10} = 2 \quad T = 6.93 \text{ seg}$$

PRE FALLA



FALLA ADELANTE DEL RELE



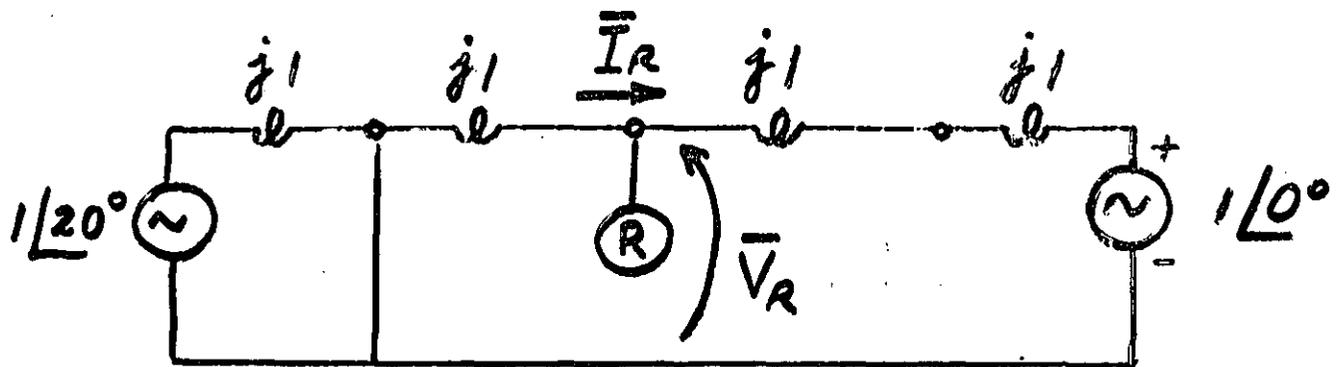
FALLA ATRAS DEL RELE



PODEMOS USAR LOS ANGULOS
DE FASE RELATIVOS PARA
DETECTAR LA DIRECCION DE LA

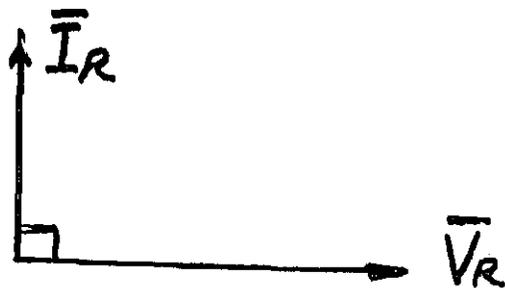
FALLA

FALLA ATRAS DEL RELE

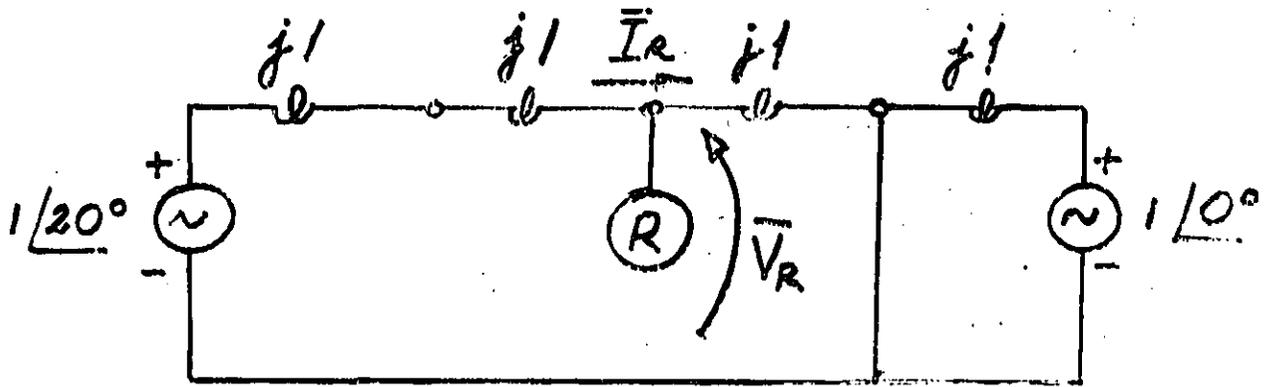


$$\bar{I}_R = \frac{-1.0 \angle 0^\circ}{j3} = 0.333 \angle +90^\circ$$

$$\bar{V}_R = -\bar{I}_R (j1) = 0.333 \angle 0^\circ$$

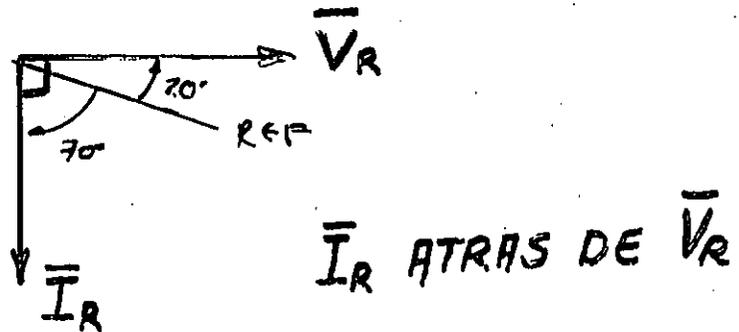


FALLA ADELANTE DEL RELE



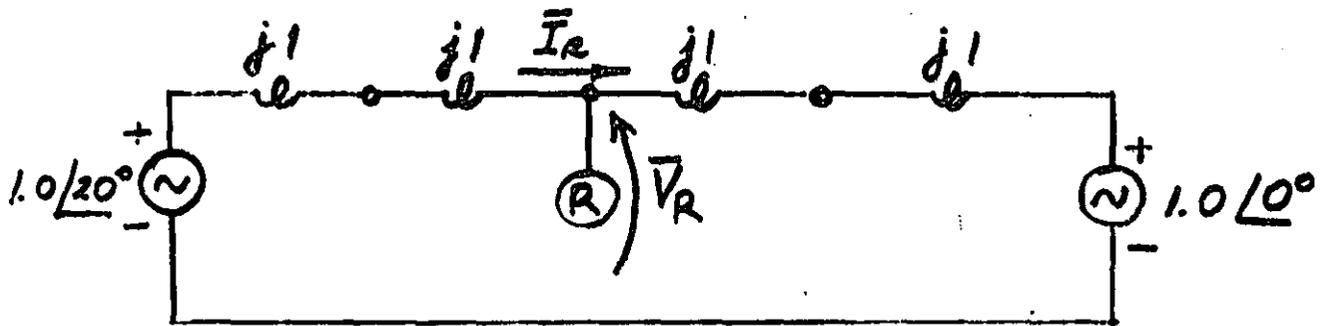
$$\bar{I}_R = \frac{1\angle 20^\circ}{j3} = 0.333 \angle -70^\circ$$

$$\bar{V}_R = (0.333 \angle -70^\circ)(j1) = 0.333 \angle 20^\circ$$



DETECTANDO LA DIRECCION DE UNA FALLA

(CONCEPTO)

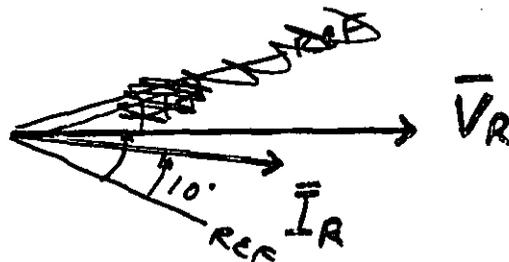


ANTES DE LA FALLA

$$\bar{I}_R = \frac{1 \angle 20^\circ - 1.0 \angle 0^\circ}{j4} = 0.09 \angle 110^\circ$$

$$\bar{V}_R = (0.09 \angle 110^\circ) j2 + 1.0 \angle 0^\circ = 0.98 \angle 10.37^\circ$$

SI \bar{V}_R ES LA REFERENCIA





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

C U R S O S A B I E R T O S

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO 2: SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

PROTECCION DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

ING. AUGISTO O. HINTZE V.

OCTUBRE-1992

PROTECCION
DE
SISTEMAS ELECTRICOS
DE
POTENCIA

SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA

ES EL CONJUNTO DE ELEMENTOS UTILIZADOS

PARA:

PRODUCIR ,

TRANSFORMAR ,

TRANSMITIR ,

DISTRIBUIR Y

CONSUMIR

LA ENERGIA ELECTRICA, DE TAL MANERA

QUE TODO ESTO SE LOGRE CON LA MAS

ALTA CALIDAD Y AL MENOR COSTO POSIBLE.

LOS ELEMENTOS PRINCIPALES DE UN SEP SON:

GENERADORES

TRANSFORMADORES

BARRAS COLECTORAS

LINEAS DE TRANSMISION

LINEAS DE DISTRIBUCION

REACTORES

CAPACITORES

COMPENSADORES ESTATICOS DE VARS

ETC.

CUALQUIERA DE LOS ELEMENTOS DE UN SEP
PUEDE FALLAR

PARA QUE UN ELEMENTO DE UN SEP
TENGA UN COSTO DE FABRICACION
ECONOMICO, SE DEJA LA POSIBILIDAD
ESTADISTICA DE QUE, EN DETERMINADAS
CONDICIONES, EL ELEMENTO FALLE.

UN ELEMENTO PUEDE VERSE SOMETIDO A
CONDICIONES DE OPERACION FUERA DE SU
TOLERANCIA O PUEDE QUEDAR EXPUESTO A
FENOMENOS TRANSITORIOS SEVEROS QUE SON
ESTADISTICAMENTE REMOTOS.

CUANDO UN ELEMENTO DEL SISTEMA FALLA
TODO EL SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA

LO SIENTE

ANTE LA POSIBILIDAD DE QUE LA FALLA
SE PROPAGUE AL SISTEMA, ES NECESARIO

AISLAR EL ELEMENTO FALLADO PARA:

1) MANTENER LA INTEGRIDAD DEL SEP.

2) MINIMIZAR EL DAÑO EN EL ELEMENTO

FALLADO.

6

PARA SENSAR Y EVALUAR LAS CONDICIONES
EN LAS QUE OPERA UN ELEMENTO DEL SEP
SE USAN LOS TRANSFORMADORES DE
INSTRUMENTO Y LOS RELEVADORES.

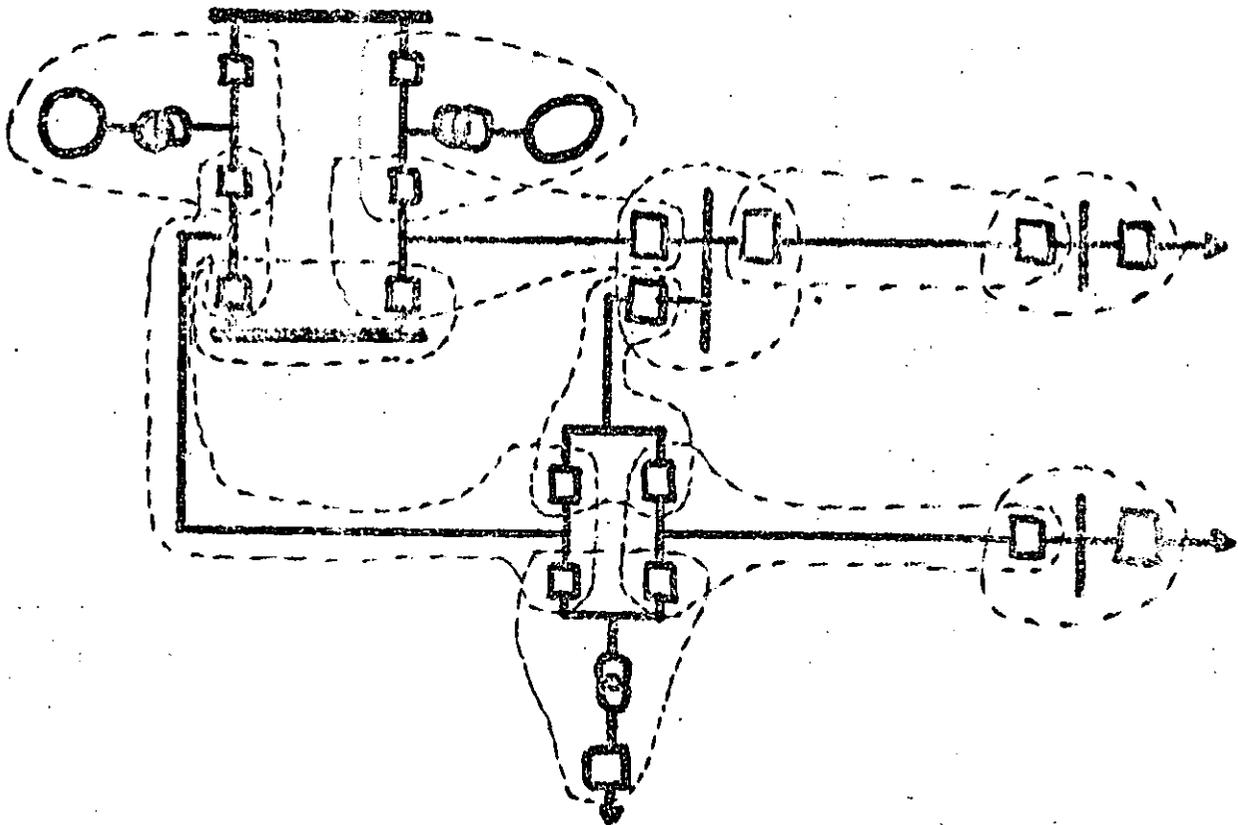
PARA DESCONECTAR EL ELEMENTO FALLADO
DEL SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA
SE UTILIZAN LOS INTERRUPTORES.

LOS TC'S, TP'S, LOS RELEVADORES Y LOS
INTERRUPTORES FORMAN
EL SISTEMA DE PROTECCION DEL ELEMENTO

FILOSOFIA DE UNA

PROTECCION POR RELEVADORES

- ZONAS PRIMARIAS
- ZONAS DE RESERVA
- ZONAS DE DETECCION
(POR TC'S Y TP'S)
- ZONAS DE LIBRAMIENTO
(POR INTERRUPTORES O
POR CESA DE EXCITACION)
- CARACTERISTICAS DE
LOS ESQUEMAS DE PROTECCION



NÓTESE QUE EN EL ARREGLO DE BUS EN ANILLO NO HAY UN BUS PROPIAMENTE DICHO.

NÓTESE QUE NO HAY ZONAS SIN PROTECCION Ó "TIERRA DE NADIE"

HECHO:

**LOS ESQUEMAS DE PROTECCIÓN
NO SON INFALIBLES.**

CONSECUENCIA

**ES NECESARIO QUE TODOS LOS
ELEMENTOS DE POTENCIA CUENTEN
NO SOLO CON UNA PROTECCIÓN (ASI
MISMO) SINO, ADEMÁS, CON PRO-
TECCIÓN DE RESPALDO.**

**LA FALLA DE CUALQUIERA ESLA-
BÓN EN LA CADENA CONSTITUIDA
POR EL ESQUEMA DE PROTECCIÓN
IMPLICA LA FALLA DE LA CADENA.**

LAS CAUSAS QUE CONTRIBUYEN A LA FALLA DE LOS ESQUEMAS DE PROTECCION SON: (EN ORDEN DECRECIENTE DE FRECUENCIA DE APARICION)

1.- TRANSFORMADORES DE CORRIENTE Y SUS CIRCUITOS ASOCIADOS.

2.- TRANSFORMADORES DE POTENCIA Y SUS CIRCUITOS ASOCIADOS.

3.- PÉRDIDA DE ALIMENTACIÓN AUXILIAR DE C.D. POR

A).- CORTO CIRCUITO.

B).- CIRCUITO ABIERTO.

C).- FALLA DE SWITCHES AUXILIARES.

4.- FALLA DE RELEVADORES.

11

LOS ESQUEMAS DE PROTECCIÓN SE ES LABORAN FINALMENTE A INTERRUPTORES PARA AISLAR LA FALLA. ESTOS TAMBIEN FALLAN OCASIONALMENTE. LAS CAUSAS DE SUS FALLAS SON (EN ORDEN DE CRECIENTE DE FRECUENCIA DE APARICION):

- 1.- PERDIDA DE LA ALIMENTACION AUXILIAR DE C.D.
- 2.- BOBINA DE DISPARO ABIERTA
- 3.- BOBINA DE DISPARO EN CORTO CIRCUITO
- 4.- FALLA MECÁNICA DEL MECANISMO DE DISPARO
- 5.- INCAPACIDAD DE LOS CONTACTOS PRINCIPALES PARA INTERRUMPER LA CORRIENTE.

14

**POR LO ANTERIOR, SE DEBE
PROVEER RESPALDO A LOS ESQUE-
MAS DE PROTECCION Y A LOS IN-
TERRUPTORES.**

EL RESPALDO PUEDE SER:

- LOCAL**
- o**
- REMOTO**

**AMBOS TIPOS DE RESPALDO CUEN-
TAN CON VENTAJAS Y DESVENTAJAS
PARA DECIDIR LA APLICACION DE UNO
O OTRO. EN OCASIONES, SE UTILI-
ZA UNA COMBINACION DE AMBOS,
PARA PROCURAR OBTENER LOS BE-
NEFICIOS DE LOS DOS TIPOS.**

12

- EN EL RESPALDO LOCAL SE AISLA LA FALLA EN LA MISMA ESTACION EN QUE FALLO, O LA PROTECCIÓN O ALGUN INTERRUPTOR.

- VENTAJAS

- SE DESCONECTA UN MINIMO DE EQUIPO DE POTENCIA

- EL TIEMPO TOTAL DE AISLAMIENTO DE LA FALLA ES BASTANTE CORTO (DEL ORDEN DE 200 m.s.)

- DESVENTAJAS

- COSTO INICIAL ELEVADO

- LA OPERACION EN FALSO PUEDE TENER CONSECUENCIAS GRAVES

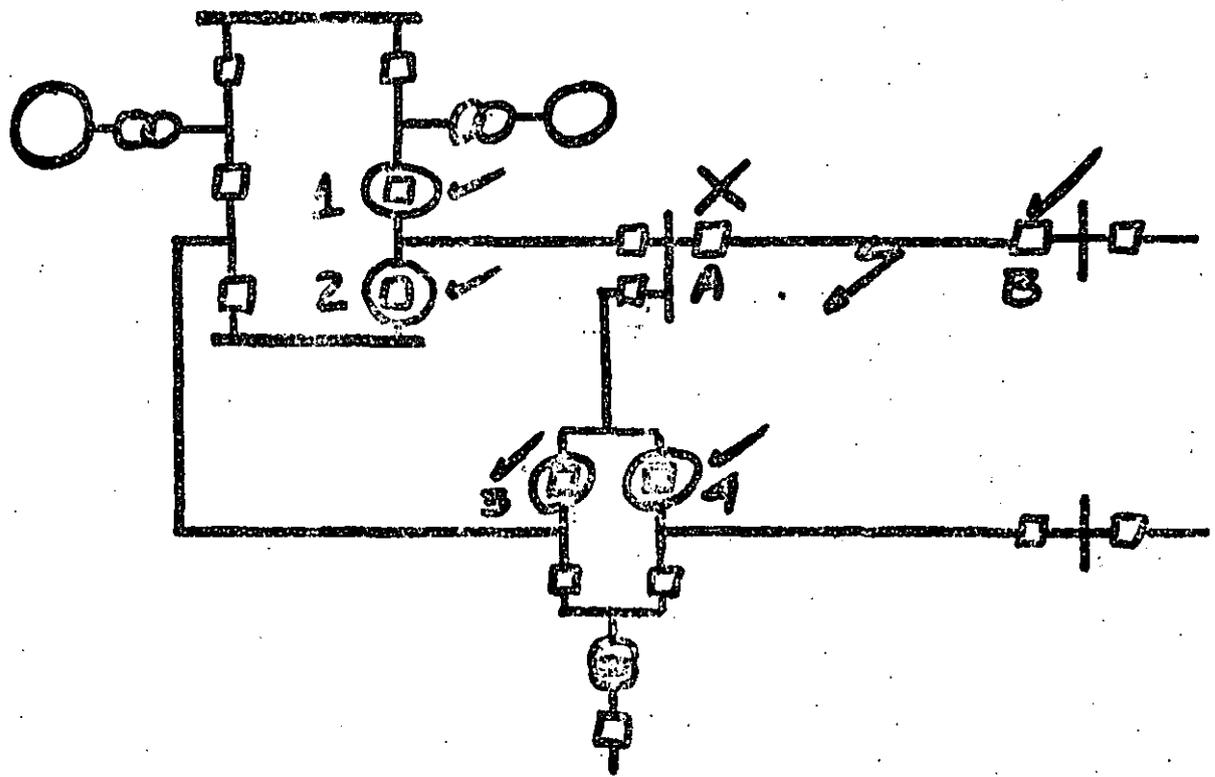
- EN EL RESPALDO REMOTO SE AISLA LA FALLA DESDE TODAS LAS ESTACIONES CONECTADAS A AQUELLA EN LA QUE SE PRESENTÓ LA FALLA DE PROTECCION O DE INTERRUPTOR.

— VENTAJAS

- MEJORES PERSPECTIVAS DE QUE LA FALLA SE AISLE EXITOSAMENTE PUES EL FENOMENO QUE AFECTÓ A UNA ESTACION TIENE POCAS PROBABILIDADES DE AFECTAR A LAS DEMÁS
- COSTO INICIAL BAJO

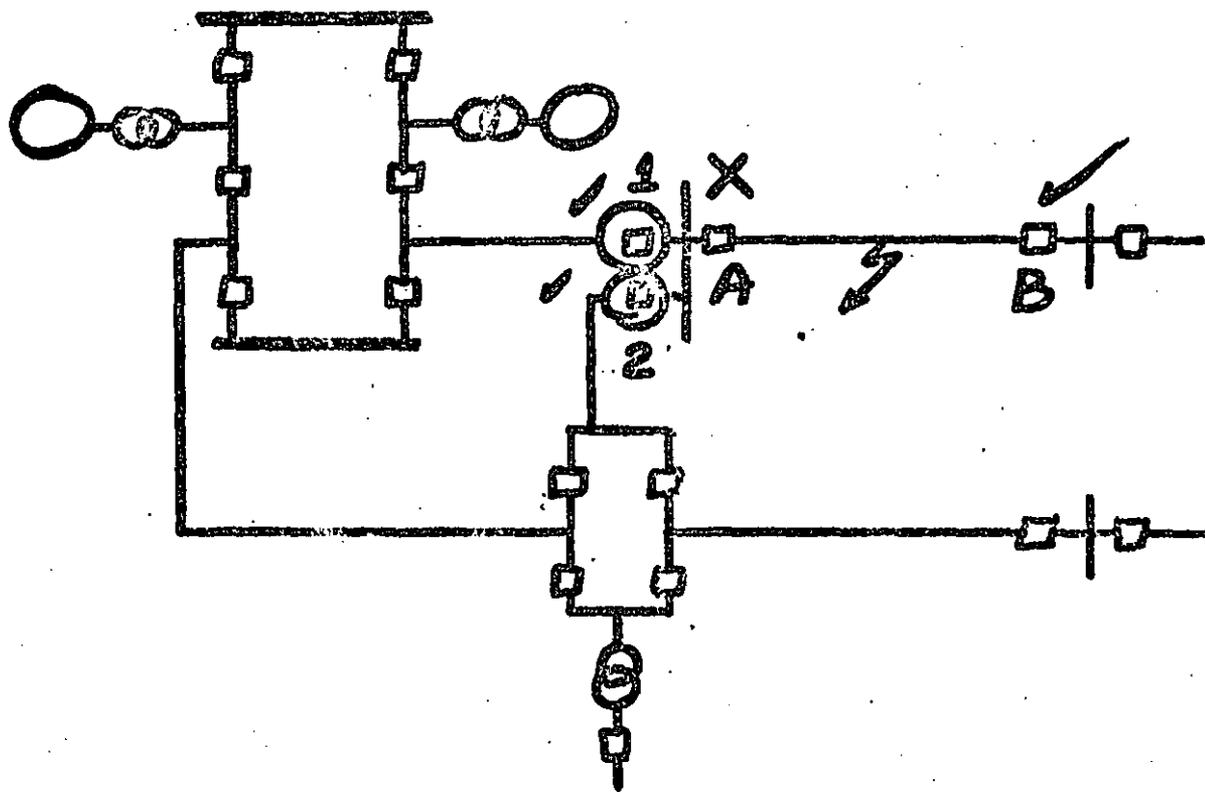
— DESVENTAJAS

- SE DESCONECTA UNA PARTE MUY GRANDE DEL SISTEMA DE POTENCIA SIN IMPORTAR SI SE ESTÁ HACIENDO PARA RESPALDAR UNA PROTECCION O UN INTERRUPTOR
- EL TIEMPO TOTAL DE LIBRAMIENTO ES MUY ELEVADO PUES SE BASA EN SELECTIVIDAD POR TIEMPO (PUEDE SER DE HASTA ⁸ TRES SEGUNDOS.)



EJEMPLO DE RESPALDO REMOTO

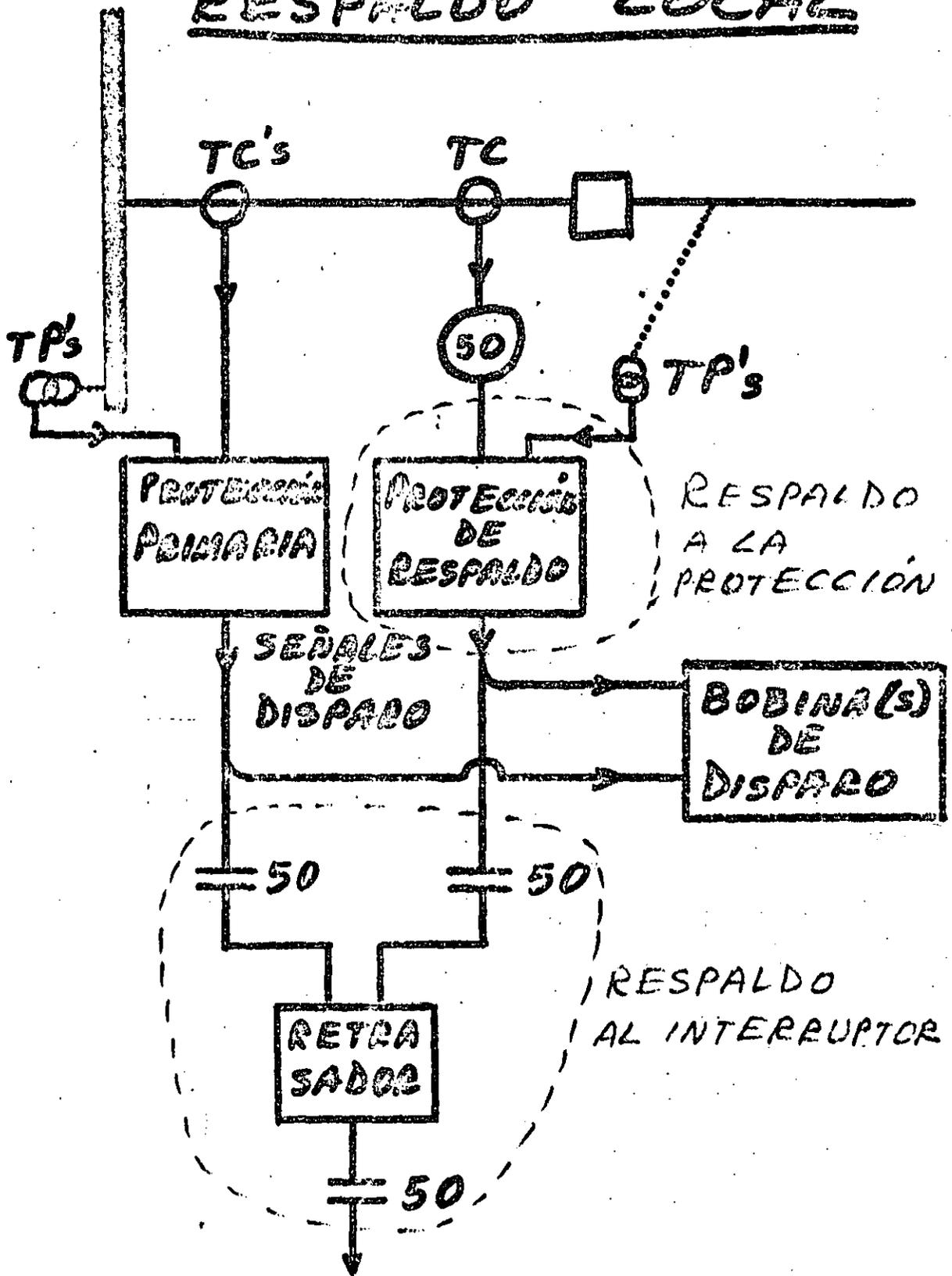
- PARA FALLA ENTRE A y B;
- B ABIÓ CORRECTAMENTE,
 - A NO ABIÓ OCACIONANDO QUE
 - 1, 2, 3 y 4 ABRIERAN PARA AISLAR LA FALLA AISLANDO LA ESTACION PROBLEMA.



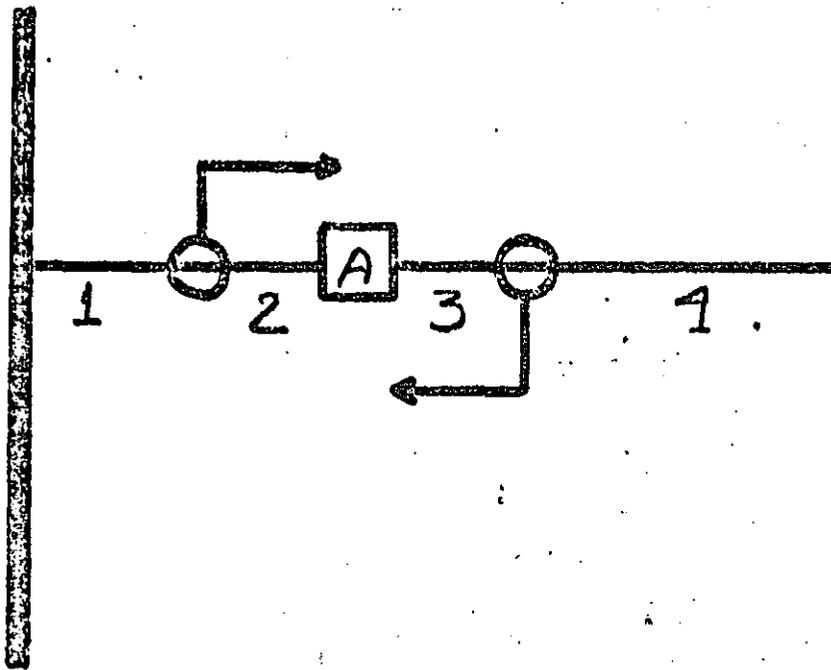
EJEMPLO DE RESPALDO LOCAL

- PARA FALLA ENTRE A y B;
- B ABRIÓ CORRECTAMENTE,
 - A NO ABRIÓ, OCASIONANDO QUE
 - 1 y 2 ABRIERAN PARA BISCAR LA FALLA

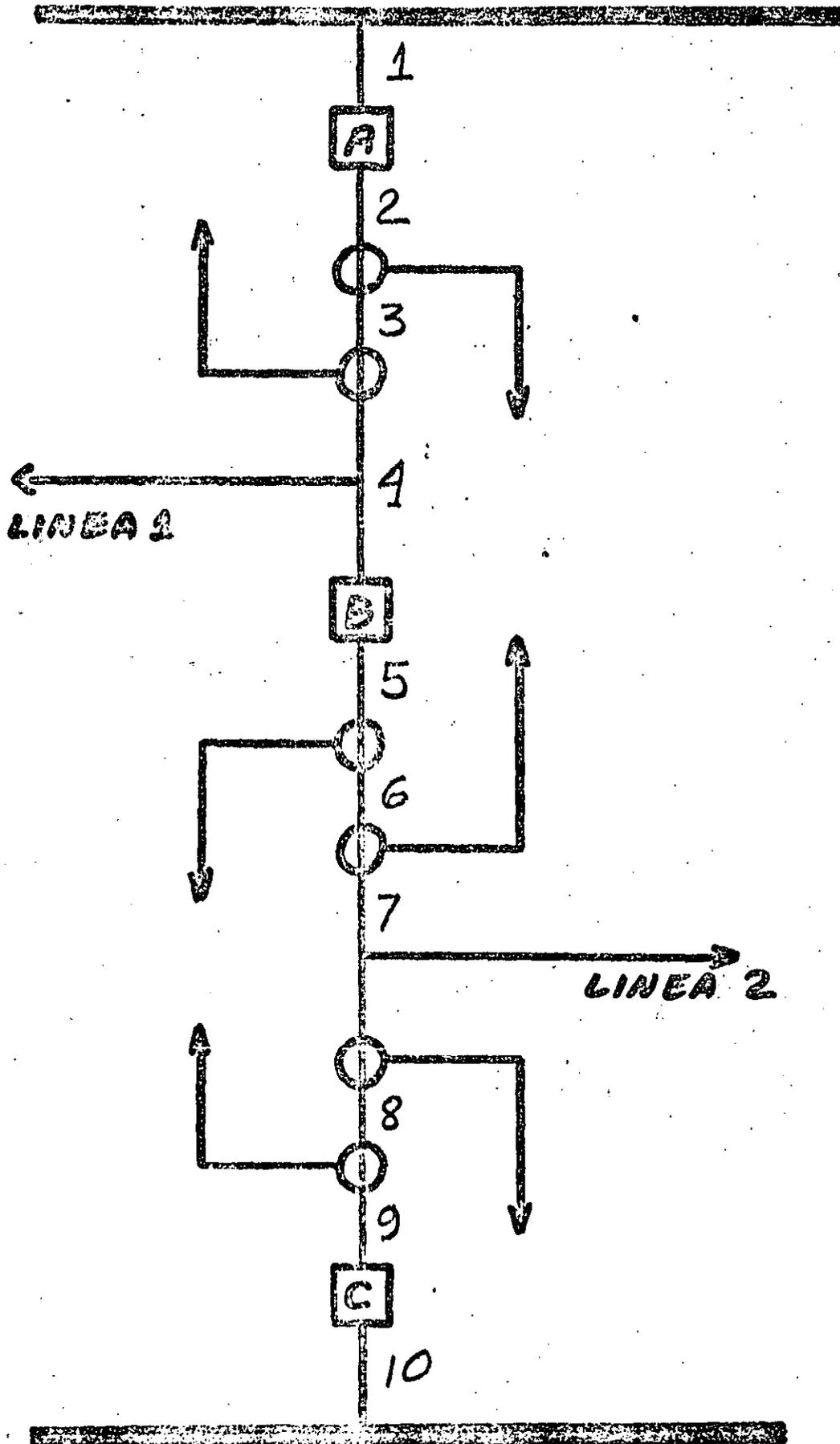
RESPALDO LOCAL



A DISPARAR TODOS LOS
INTERRUPTORES DE
LA BARRA



ZONA #	DETECCIÓN			LIBERAMIENTO	
	PROT. DE LINEA	PROT. DE BARRA	AMBAS	INTERRUPTORA	SE LIBERA?
1		✓		LOS DE LA BARRA Y "A"	SI
2	✓	✓	✓	LOS DE LA BARRA Y "A"	SI
3	✓	✓	✓	LOS DE LA BARRA Y "A"	SI
4	✓			"A"	SI



13

13

19

ZONA #	DETECCIÓN			LIBRAMIENTO	
	PROT L1	PROT L2	PROT BARRA	INTEREUP TORES	SE LIBRA?
1			✓	LOS DE LA BARRA	SI
2			✓	LOS DE LA BARRA	NO
3	✓		✓	LOS DE LA BARRA Y "B"	SI
4	✓			"A" y "B"	SI
5	✓			"A" y "B"	NO
6	✓	✓		"A", "B" y "C"	SI
7		✓		"B" y "C"	SI
8		✓	✓	LOS DE LA BARRA Y "B"	SI
9			✓	LOS DE LA BARRA	NO
10			✓	LOS DE LA BARRA	SI

41

CARACTERISTICAS DE LOS ESQUEMAS DE PROTECCION

- CONFIABILIDAD VS. SEGURIDAD
- RAPIDES
- SELECTIVIDAD
- ECONOMIA

— SELECTIVIDAD (ECONOMIA)

LA CARACTERISTICA DE UN ESQUEMA QUE LE PERMITE DETECTAR LA LOCALIZACION DE UNA FALLA Y ACTUAR EN FUNCION DE ELLO.

AUNQUE SE PUEDE LOGRAR SELECTIVIDAD EN ESQUEMAS DE ALTA VELOCIDAD, GENERALMENTE ESTO IMPLICA COSTOS INICIALES MAS ALTOS, LO CUAL NO SIEMPRE ES JUSTIFICABLE. POR ELLO, EN ESAS OCASIONES SE PERSIGUE LA SELECTIVIDAD A TRAVÉS DE RETAR-
SOS() INTENCIONALES() DE TIEMPO.

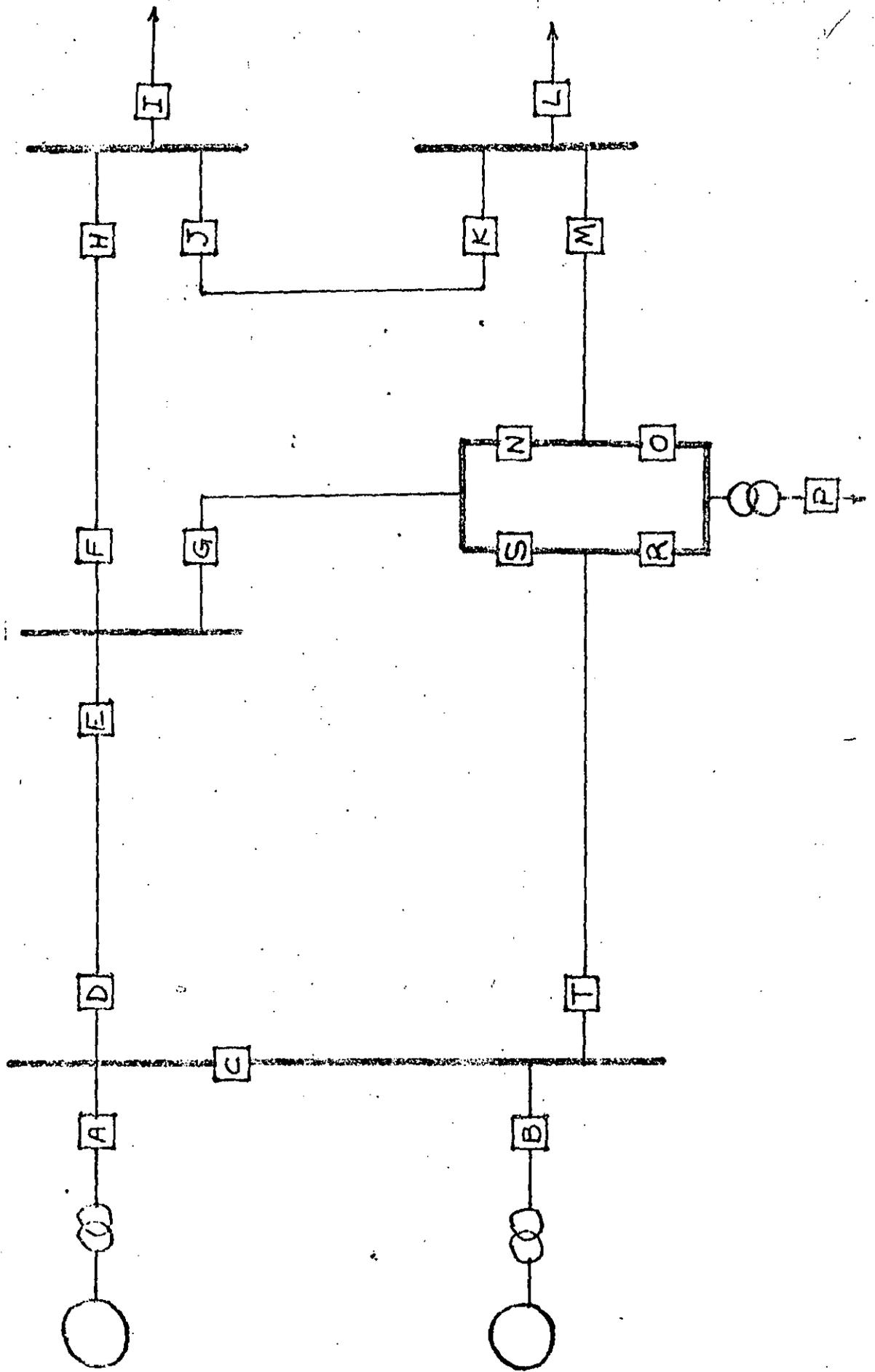
Problema # 1

El diagrama unipolar adjunto muestra un sistema de transmisión. En él,

- 1.- Muestre las zonas de protección primaria para cada elemento del sistema
- 2.- Para cada uno de los casos que se listan, ha ocurrido una falla y ha sido aislada por los interruptores que se indican.

Para cada caso:

- a) ¿Dónde ocurrió el corto circuito?
Muestre la localización exacta en el diagrama
- b) ¿Que protección libró la falla, ¿fue solo la protección primaria o intervinieron también la de respaldo?
- c) Si hubo operación de respaldo, indique que pudo haber fallado.



27 ✓

<u>Caso</u>	<u>Interruptores disparados</u>
-------------	---------------------------------

a	E, F, G
b	A, C, E
c	D, H, S, N
d	J, K, L, M
e	E, F, G, K
f	F, H, I, K

Las respuestas se deberán basar en las siguientes especificaciones:

- 1.- La protección primaria es de alta velocidad y dispara sobre todos los interruptores necesarios simultáneamente
- 2.- En este sistema solo se cuenta con un polo neutro, el cual tiene un retraso de tiempo
- 3.- Las operaciones de interruptor dadas son correctas

Solución a la tarea # 1

a - Falla en la barra.
Solo protección primaria

b - b1 - protección primaria de barra
- protección primaria de línea
- interruptor Datacado

b2 - idem a b1

b3 - protección primaria de grupo genera-
dor transformador
- protección primaria de barra
- Interruptor Datacado, provea que
- Interruptor E respalda a D

b4 - Protección primaria de barra
- Interruptor Datacado, provea que
- Interruptor E respalda a D

C c1 - - falla en la barra
- protección de barra no opera
- respaldan todos los interruptores, resista

c2 - falla en la línea DE
protección primaria de línea
Interruptor E se atasca
- respaldan los interruptores resista

c3 - Idem pero en la línea F H, atascándose F

c4 - Idem pero en la línea G - S.N atascándose G

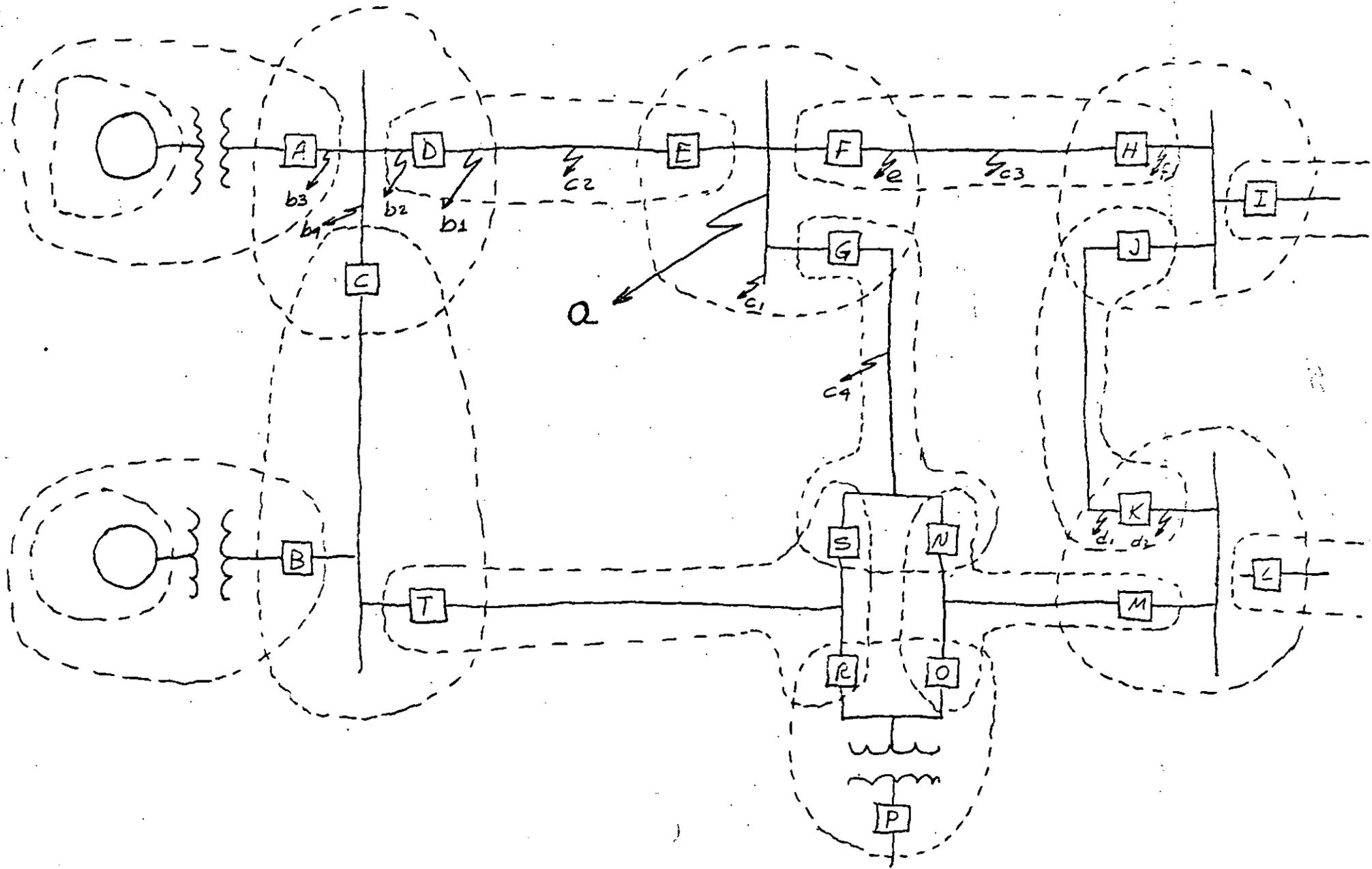
d d1 y d2 Operación de
protección primaria de línea
protección primaria de barra

e protección primaria de barra
protección primaria de línea
Interruptor H se ataca, por lo que
Interruptor K le da respaldo remoto.

e bien

protección primaria de barra opera
sella la protección primaria de línea
interruptor K da respaldo a la protección

f protección primaria de barra
protección primaria de línea F-H
Interruptor J se ataca, por lo que
interruptor K da respaldo remoto



PRINCIPIOS DE OPERACIÓN

ELECTROMECÁNICAS

- Por atracción electrostática
- Por inducción electromagnética

Estáticas (?)

- DETECTORES DE NIVEL
- COMPARADORES DE ÁNGULO

RELEVADORES ELECTROMECA'NICOS

POR CONVENCION, LAS FUERZAS O PARES QUE OPERAN EN EL SENTIDO DE OPERACION SE DEFINEN COMO POSITIVAS. CONSECUENTEMENTE, SI SU SENTIDO ES EL DE RESTRICCION, SE DEFINEN COMO NEGATIVAS.

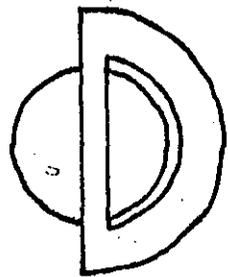
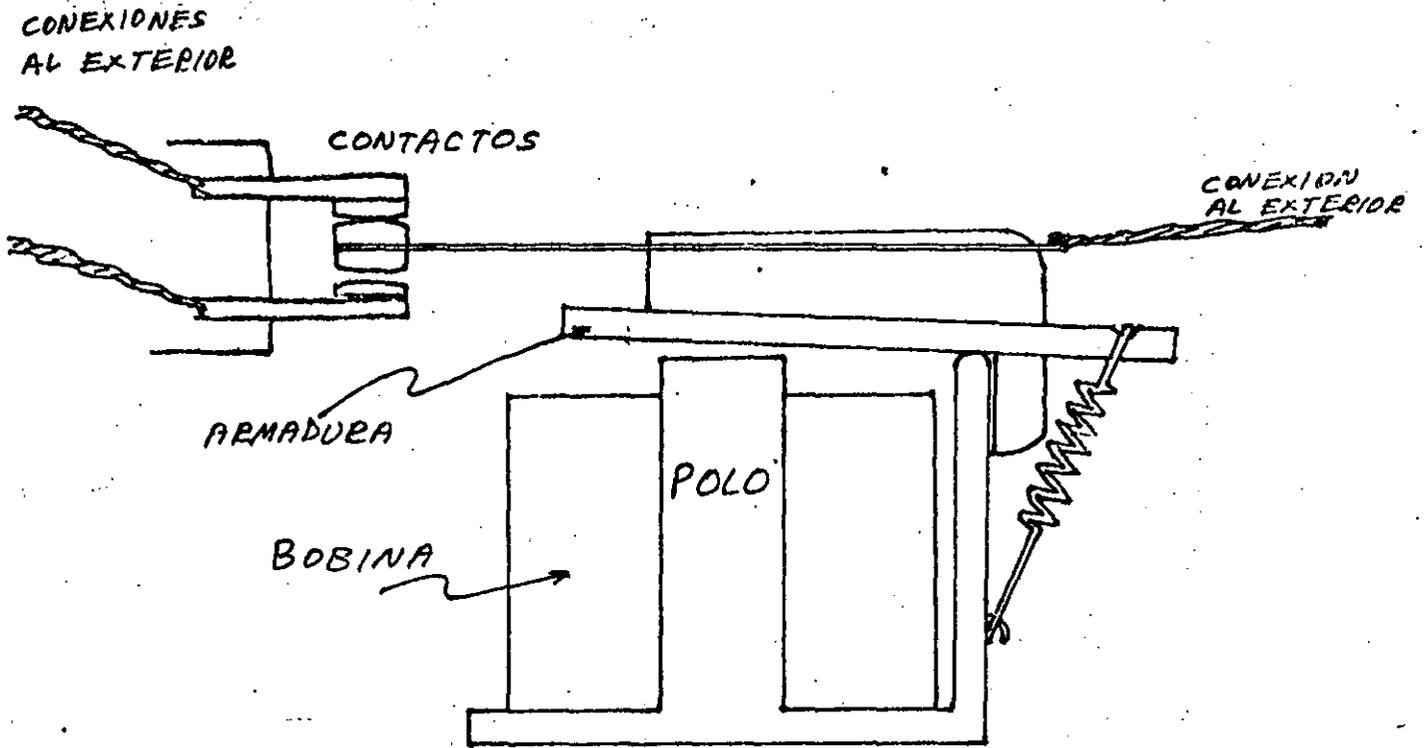
ADENAS DE LOS RELEVADORES ELECTROMECA'NICOS Y ELECTRONICOS, LOS HAY TAMBIEN

TERMICOS

MECANICOS

LOS CUALES SE ANALIZARAN SOMERAMENTE EN SUS APLICACIONES ESPECIFICAS

RELEVADOR DE BISAGRA



BOBINA DE SOMBRA
(PARA EXCITACION ALTERNNA)

EN EL PUNTO DE BALANCE

$$F = 0$$

O SEA

$$F_{OPERACION} - F_{RESTRICCION} = 0$$

DONDE

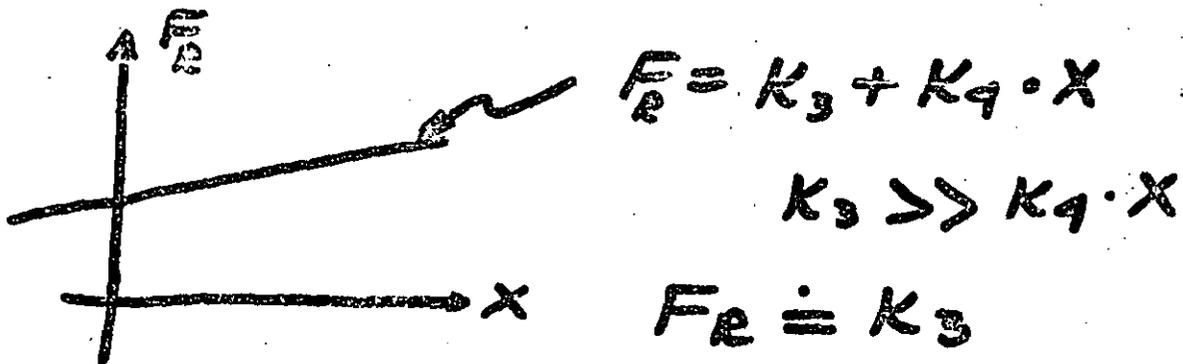
$$F_0 = K_1 \varphi^2 \text{ PERO } \varphi = K_2 \frac{NI}{R_1}$$

ASI

$$F_0 = K_1 K_2^2 \frac{N^2}{R_1^2} I^2$$

\nearrow
FUNCION
DEL ENTREHIERRO

Y, ASUMIENDO QUE EL RESORTE
TIENE SUFICIENTE POLARIZACION



CON LO QUE SE TIENE

$$K_1 K_2^2 \frac{N^2}{R_1^2} I^2 - K_3 = 0$$

O BIEN

$$K_1 K_2 \frac{N^2}{R_1} I^2 = K_3$$

QUE SE PUEDE CONVERTIR A

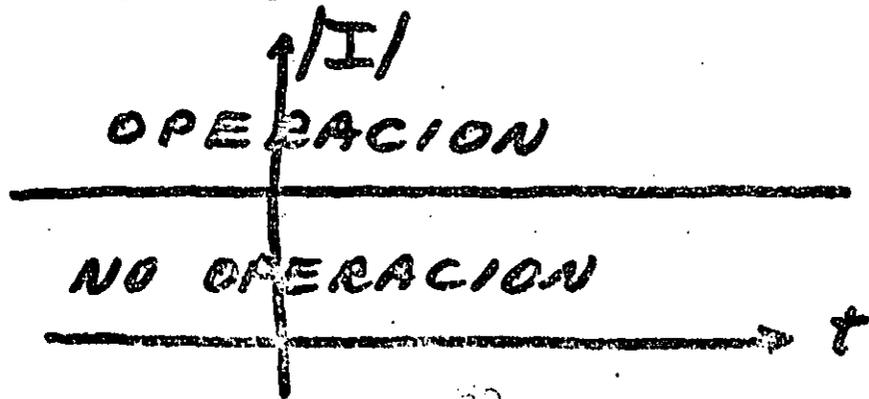
$$I^2 = \frac{K_3 R_1}{K_1 K_2 N^2}$$

DONDE EL TERMINO A LA DERECHA ES CONSTANTE, CON LO QUE SE PUEDE ESCRIBIR

$I^2 = K$

LO QUE CONVIERTE A ESTE DISPOSITIVO EN UN DETECTOR DE MAGNITUD DE CORRIENTE.

NÓTESE QUE NO ES SENSIBLE AL SENTIDO DE LA CORRIENTE.



SI LA EXCITACIÓN FUESE ALTERNA, SE TENDRÍA QUE

$$F_0 = K_1 \varphi^2$$

AL IGUAL QUE EN EL CASO ANTERIOR, PERO AHORA

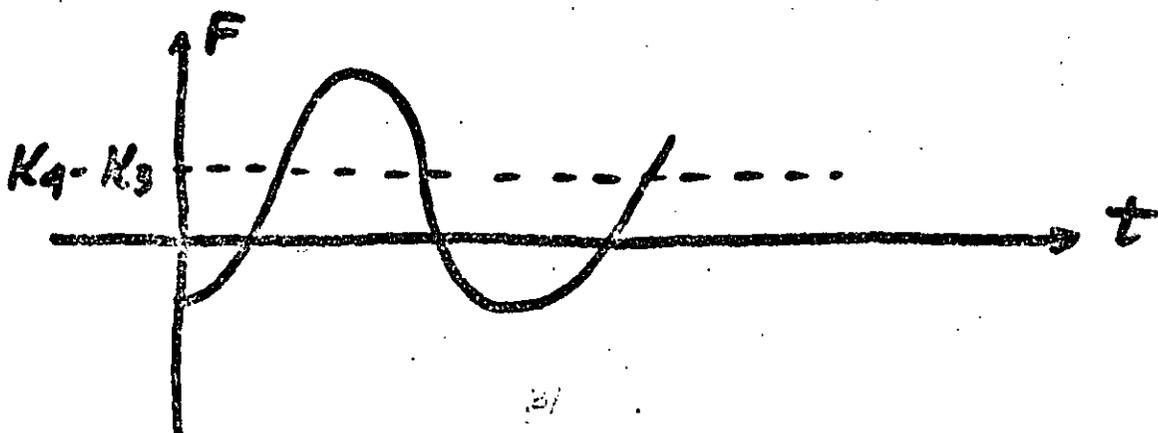
$$\varphi = K_2 \frac{N I \sin \omega t}{R_1} \quad \text{y} \quad K_1 K_2^2 \frac{N^2 I^2 \sin^2 \omega t}{R_1^2}$$

RECORDANDO QUE $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$ Y, DEFINIENDO

$$\frac{K_1 K_2^2 N^2 I^2}{R_1^2} \triangleq K_4$$

LA FUERZA ACTUANDO EN LA ARMADURA SERÍA

$$F = K_4 (1 - \cos 2\omega t) - K_3$$



TAL COMO SE APRECIA, AUNQUE EL VALOR PROMEDIO SEA POSITIVO, HAY INSTANTES EN QUE LA FUERZA ES NEGATIVA, LO QUE INICIARIA LA REPOSICION. ESTO CAUSARIA VIBRACION. PARA EVITARLA, SE USA LA BOBINA DE SOMBRA, CON LA CUAL EL FLUJO EN EL POLO CONSTA DE DOS COMPONENTES DADAS POR

$$\varphi = \varphi_1 \text{SEN}^2 \omega t + \varphi_2 \text{SEN}^2 (\omega t - \theta)$$

(DONDE, POR CONSTRUCCION,
 $60^\circ < \theta < 90^\circ$ GENERALMENTE,

Y, COMO $\varphi_1 = \varphi_2$ POR CONSTRUCCION

$$\varphi = (\varphi_1 + \varphi_2) \cdot (1 - \text{COS}^2 \omega t \cdot \text{COS} \theta)$$

CON LO QUE LA COMPONENTE ALTERNA DE LA FUERZA CASI SE ELIMINA.

ESTE DISPOSITIVO SE PUEDE
UTILIZAR TAMBIEN PARA DETEC
TAR NIVEL DE TENSION, YA QUE

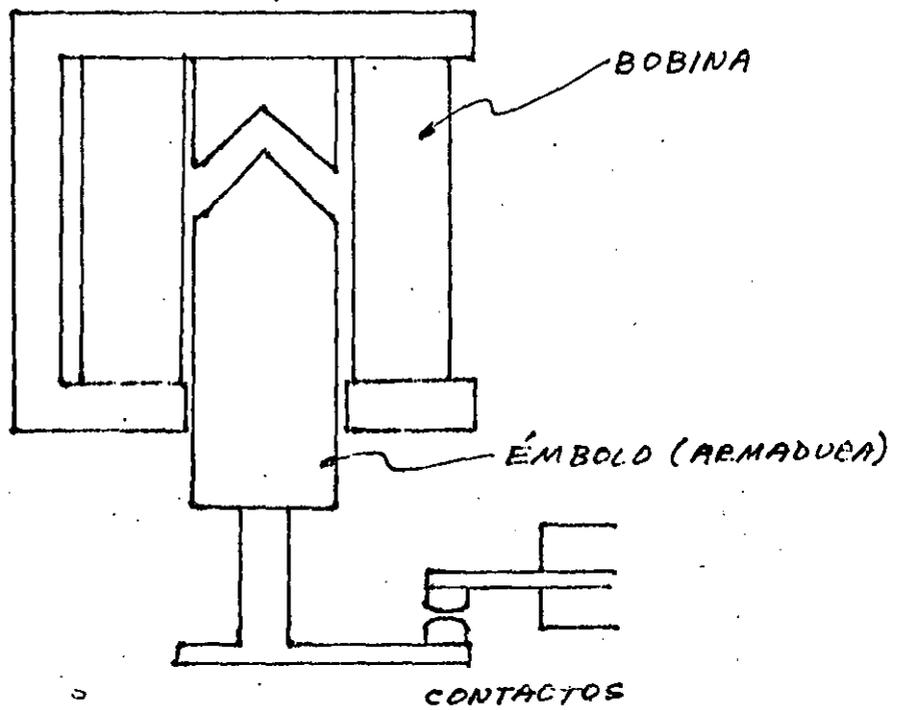
$$I = \frac{V}{R} \quad \text{CON EXCITACION
CONTINUA}$$

O BIEN

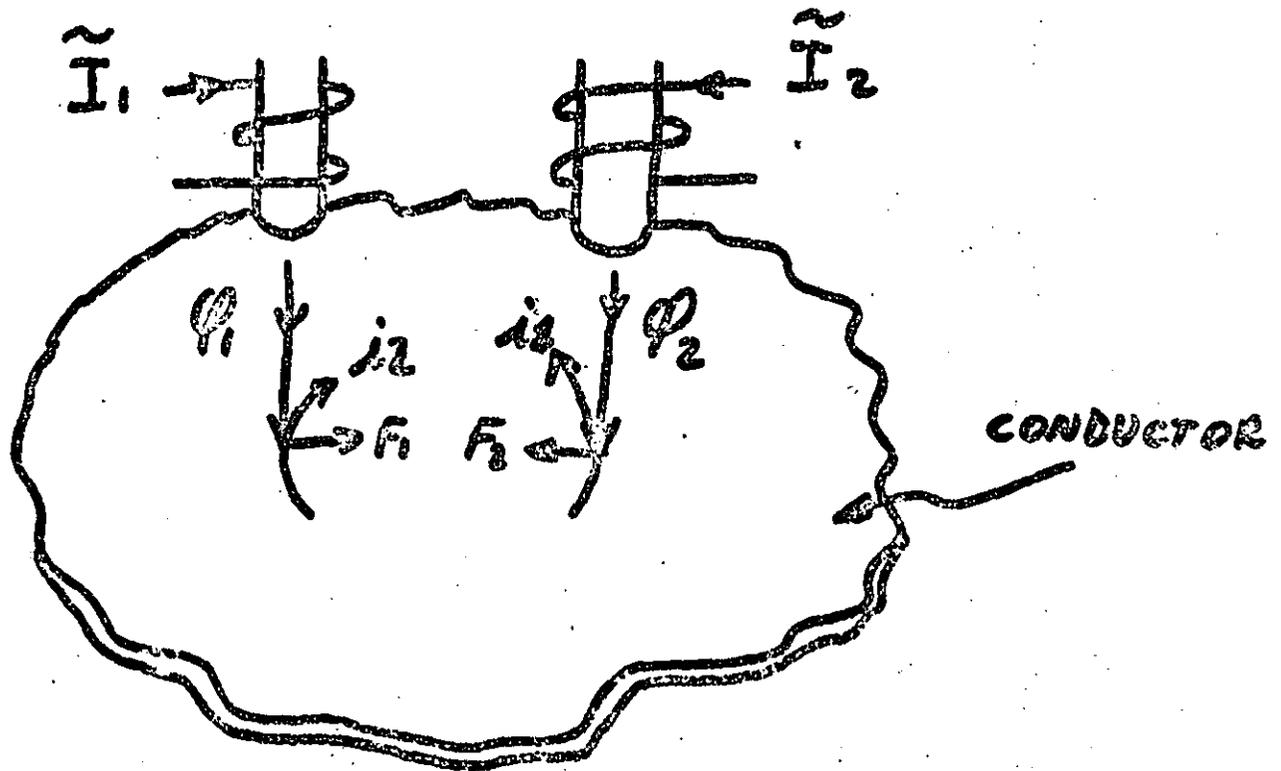
$$I = \frac{V}{Z} \quad \text{CON EXCITACION
ALTERNA}$$

DONDE, EN CUALQUIERA DE AM-
BOS CASOS, EL DENOMINADOR
ES CONSTANTE.

RELEVADOR DE ÉMBOLO



INDUCCION ELECTROMAGNETICA



$\phi_1 = \phi_1 \text{ SEN } \omega t$ POR TANTO INDUCE i_1

$\phi_2 = \phi_2 \text{ SEN } (\omega t + \theta)$ E INDUCE i_2

ASI,

$$i_1 = K_1 \frac{d\phi_1}{dt} = K_1 \phi_1 \omega \cos \omega t$$

$$i_2 = K_1 \frac{d\phi_2}{dt} = K_1 \phi_2 \omega \cos(\omega t + \theta)$$

$$F_1 = \phi_1 i_2 \quad ; \quad F_2 = \phi_2 i_1$$

LA FUERZA NETA SERÁ:

$$F = F_2 - F_1 = \phi_2 i_1 - \phi_1 i_2$$

$$F = \phi_2 \text{SEN}(\omega t + \theta) \cdot K_1 \phi_1 \omega \text{COS} \omega t - \phi_1 \text{SEN} \omega t \cdot K_1 \phi_2 \omega \text{COS}(\omega t + \theta)$$

$$F = K_1 \phi_1 \phi_2 \omega \cdot$$

$$\left[\text{SEN}(\omega t + \theta) \cdot \text{COS} \omega t - \text{COS}(\omega t + \theta) \cdot \text{SEN} \omega t \right]$$

$$F = K_1 \phi_1 \phi_2 \omega \cdot \text{SEN}[(\omega t + \theta) - \omega t]$$

SABIENDO QUE ϕ_1 Y ϕ_2 SON PRODUCIDOS POR CORRIENTES \tilde{I}_1 E \tilde{I}_2

$$\phi_1 = K_{11} I_1 \sqrt{2} \quad \text{Y} \quad \phi_2 = K_{22} I_2 \sqrt{2}$$

PUES $\tilde{I}_1 = \sqrt{2} I_1 \text{SEN} \omega t$

E $\tilde{I}_2 = \sqrt{2} I_2 \text{SEN}(\omega t + \theta)$

ENTONCES, DEFINIENDO

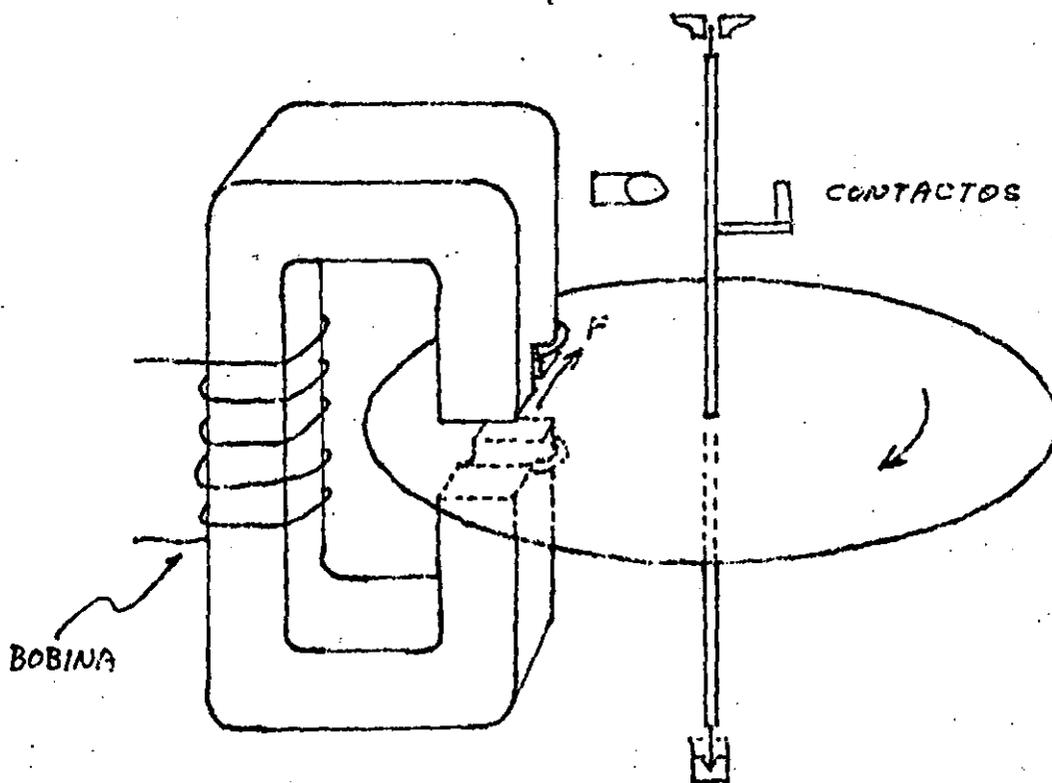
$$K = 2k_1 k_2 W$$

LA ECUACION DE LA FUERZA NETA
SE REDUCE A

$$F = K I_1 I_2 \text{ SEN } \theta$$

NOTESE QUE EL SENTIDO DE
LA FUERZA ES TAL QUE EL
MOVIMIENTO DE LA PLACA CON-
DUCTORA SEGUIRIA LA TRANSFERENCIA
APARENTE DEL FLUJO. I.E.: ES
EN SENTIDO HACIA EL FLUJO
ATRASADO.

RELEVADOR DE DISCO (DE INDUCCION)



EN EL RELEVADOR DE DISCO SE
LOGRAN LOS DOS FLUJOS DEFASA-
DOS POR MEDIO DE LAS BOBINAS
DE SOMBRA.

COMO AMBOS FLUJOS SON PRO-
PORCIONALES A LA MISMA CORRIEN-
TE Y EL DEFASAMIENTO ENTRE
ELLOS ESTA DEFINIDO POR LA
CONSTRUCCION DE LA BOBINA DE
SOMBRA, LA ECUACION DEL PAR
SE REDUCE A

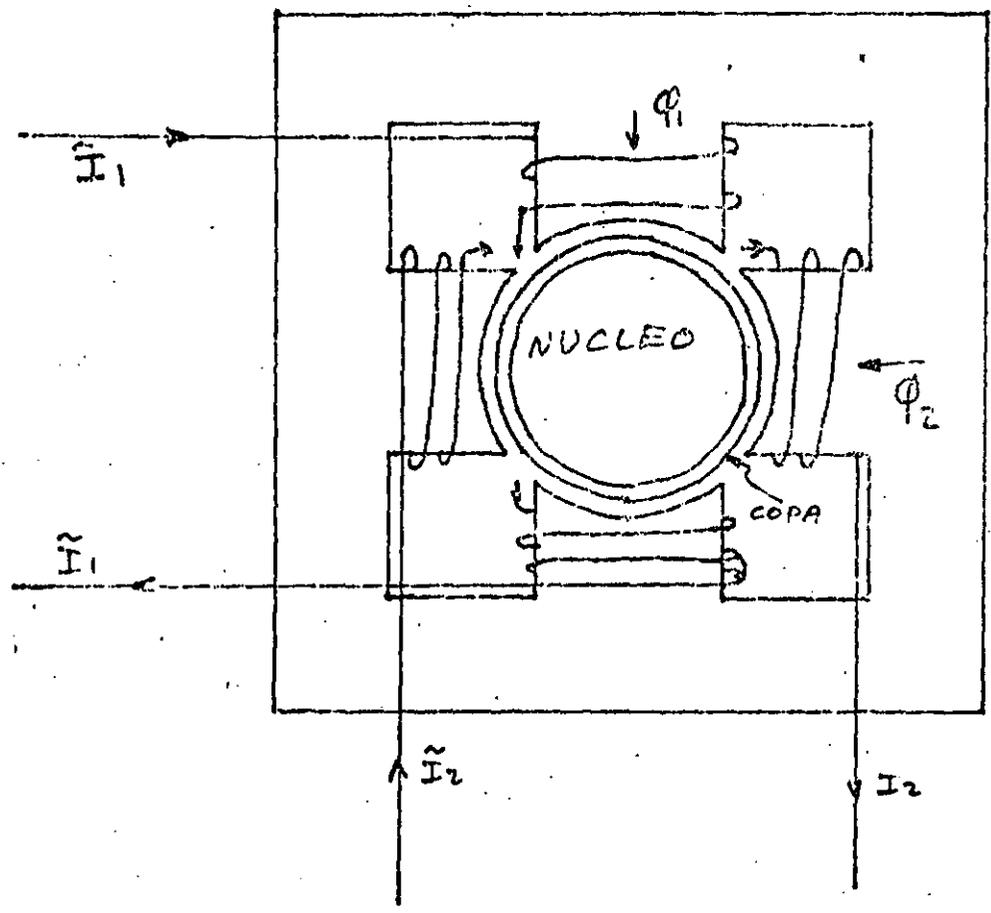
$$T = KI^2 - T_{RESORTE}$$

POR LO QUE, EN EL PUNTO DE BALANCE

$$KI^2 - T_{RESORTE} = 0$$

$$I^2 = K'$$

RELEVADOR DE COPA (DE INDUCCION)



$$T = K I_1 I_2 \text{ SEN } \theta - T_{RESORTE}$$

RELEVADORES DIRECCIONALES

SON RELEVADORES QUE RESPONDEN AL ANGULO DE FASE ENTRE DOS ENTRADAS.

AUNQUE MATEMATICAMENTE INDISTINGUIBLES ENTRE SI, POR SU ORIGEN Y USO SE LLAMAN

1.- ENTRADA DE OPERACION
(GENERALMENTE CORRIENTE)

2.- ENTRADA DE REFERENCIA
O DE POLARIZACION

(PUEDE SER CORRIENTE O VOLTAJE Y CUALQUIERA DE AMBAS ES USUAL)

EN LA ECUACION

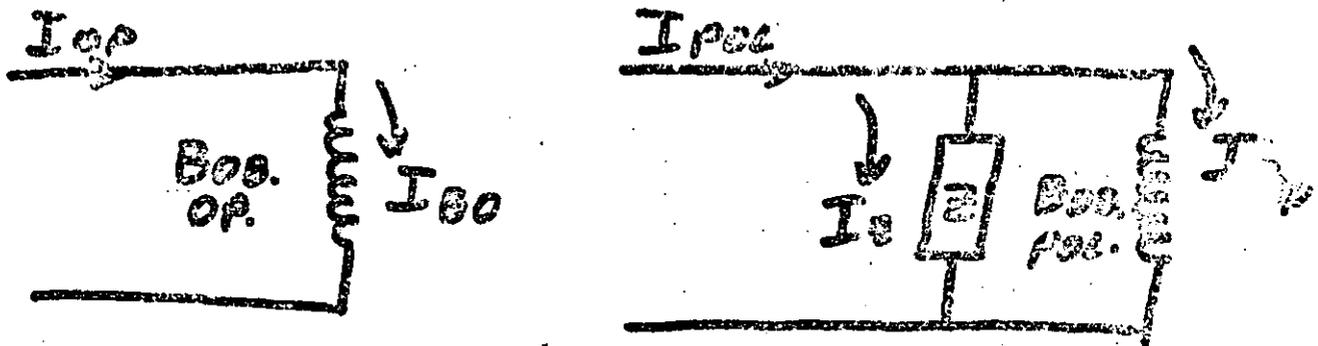
$$T = K \phi_1 \phi_2 \text{SEN } \theta - T_{\text{RESORTE}}$$

SE DESAPARECIA EL EFECTO DEL RESORTE Y A LOS FLUJOS SE LES LLAMA DE POLARIZACION Y DE OPERACION. CON LO QUE LA ECUACION QUEDA

$$T = K \phi_o \phi_p \text{SEN } \theta$$

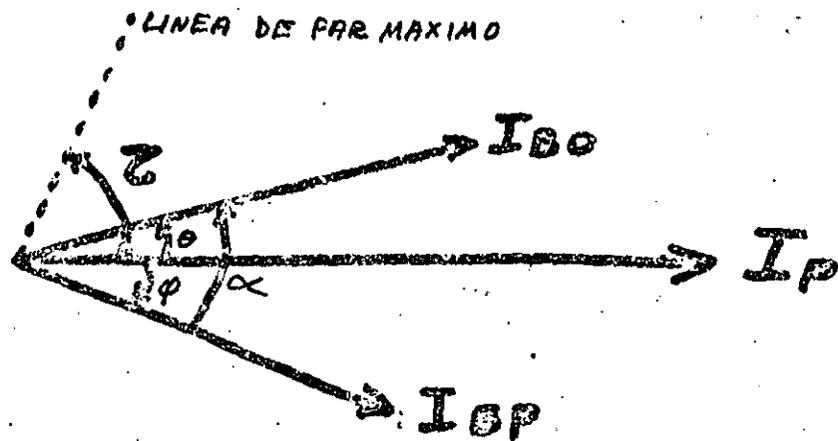
POLARIZACIÓN POR CORRIENTE

COMO $\phi = KI$, SI SE APLICARAN DIRECTAMENTE LAS CORRIENTES POR ANALIZAR A LAS BOBINAS, EL ÁNGULO DE FASE MÁXIMO SERÍA DE 90°. GENERALMENTE NO ES ESE EL VALOR MÁS CONVENIENTE, POR ELLO, SE HACE LO SIGUIENTE



CON LO QUE SE LOGA QUE EL FASE MÁXIMO OCURRA CUANDO EL ÁNGULO ENTRE LAS CORRIENTES SEA EL DESEADO POR MEDIO DE LA SELECCIÓN ADECUADA DE R

NOTACION USUAL



ϕ - "ÁNGULO DE DISEÑO". ÁNGULO ENTRE LA CORRIENTE DE POLARIZACIÓN Y LA CORRIENTE EN LA BOBINA DE POLARIZACIÓN.

z - "ÁNGULO DE PAR MÁXIMO". ÁNGULO PARA EL QUE EL PAR PRODUCIDO ES MÁXIMO. SE DEFINE ENTRE LAS CORRIENTES DE OPERACION Y DE POLARIZACIÓN.

θ - DEPENDE DEL SISTEMA

α - CONSECUENTEMENTE TAMBIEN

LA ECUACION DE PAR SERIA

$$T = K_1 I_{BP} I_{BO} \text{ SEN } \alpha$$

PERO $\tilde{I}_{BP} = (K_2 \underline{\tau - \varphi}) \cdot \tilde{I}_P$; $I_{BO} = I_0$

ASI

$$T = K_1 K_2 I_P I_0 \text{ SEN } (\theta + \varphi)$$

PERO $\varphi + \tau = 90^\circ$

O SEA $\varphi = 90^\circ - \tau$

CON LO QUE

$$T = K_1 K_2 I_P I_0 \text{ SEN } (90 - \tau + \theta)$$

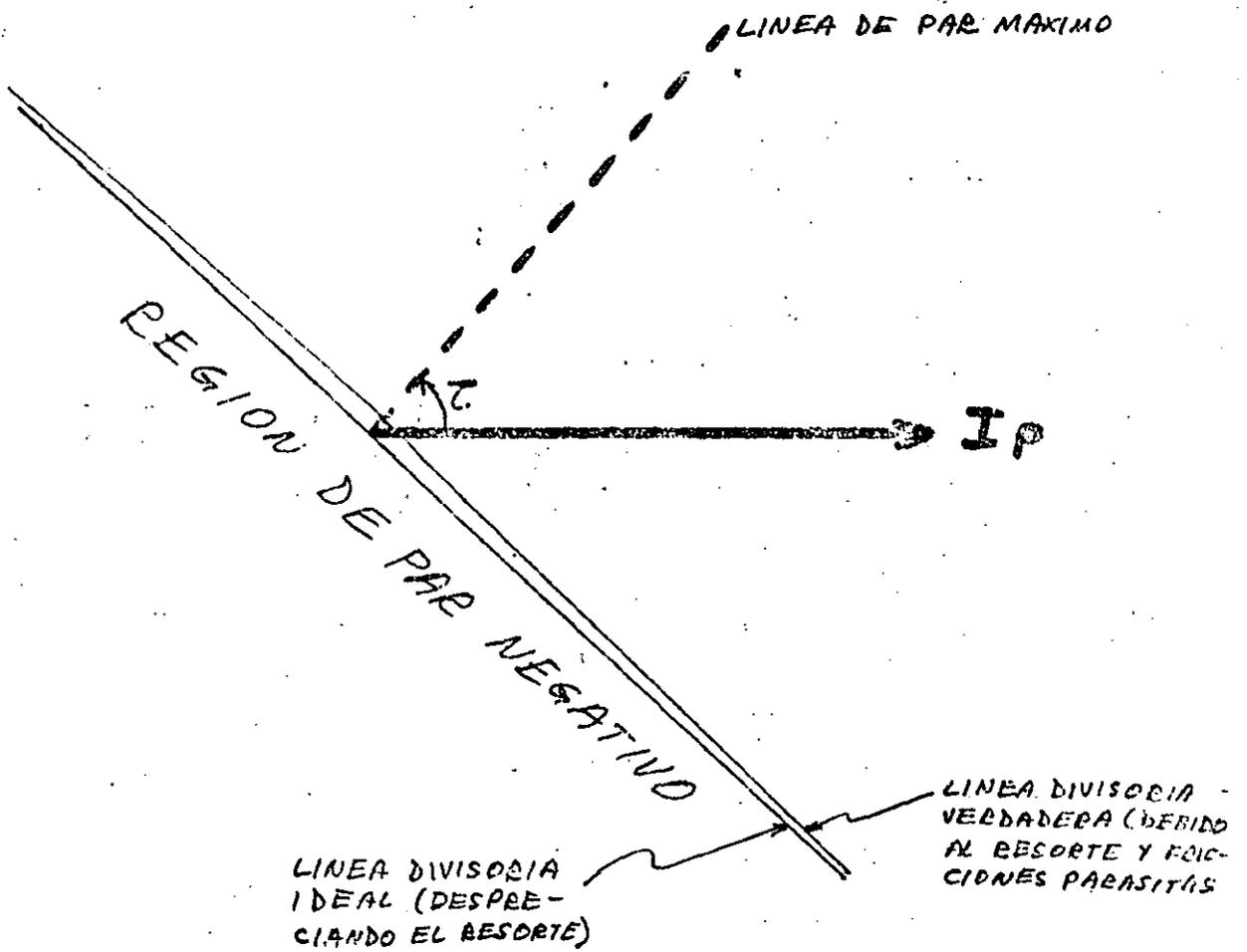
O SEA

$$T = K_1 K_2 I_P I_0 \text{ COS } (\theta - \tau)$$

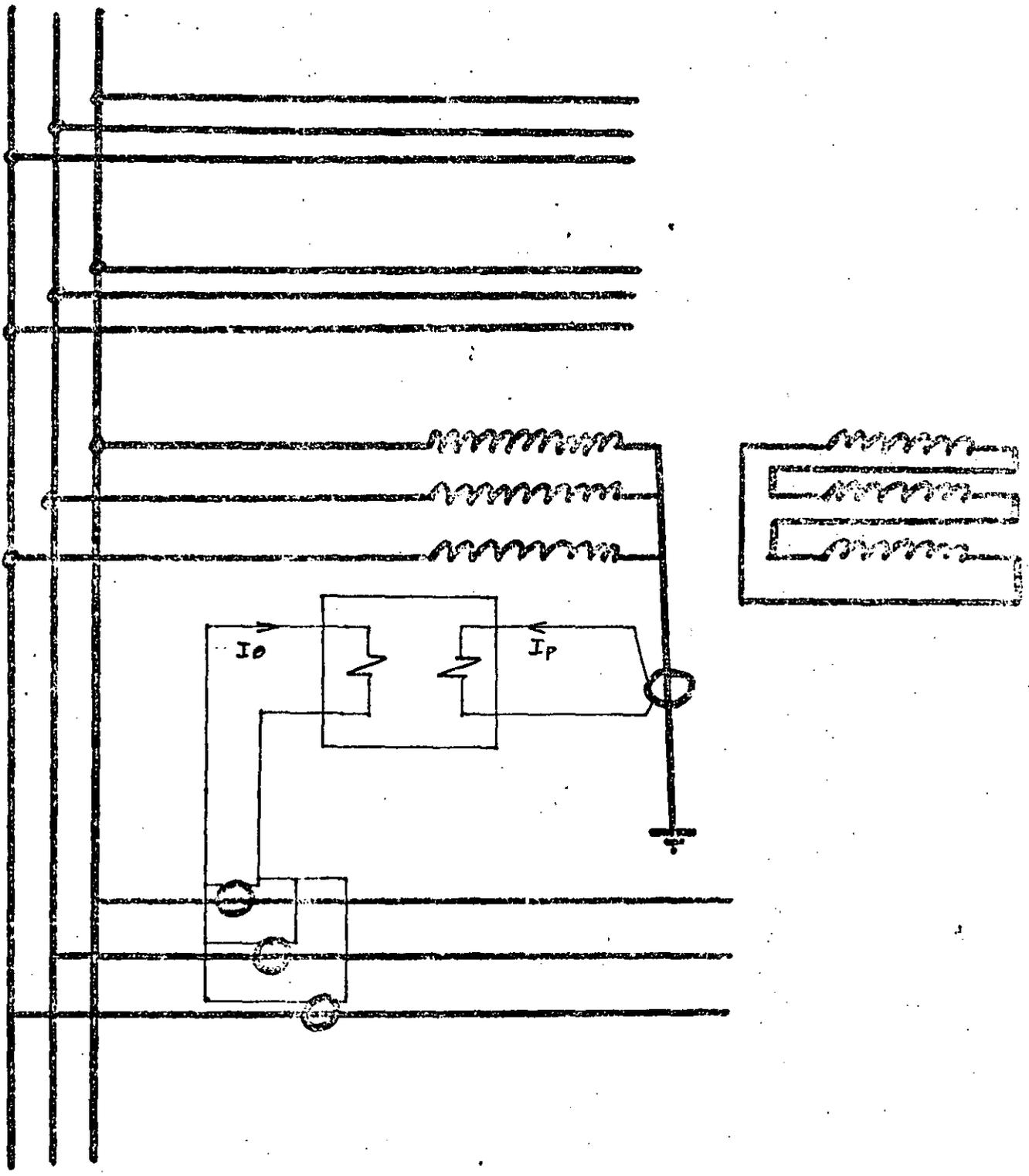
AGLONERANDO LAS CONSTANTES Y
ANOTANDO LA EXISTENCIA DEL DE-
SORTE DE RESTRICCION

$$T = K I_P I_0 \text{ COS } (\theta - \tau) \cdot K_{res}$$

EN DIAGRAMA FASORIAL SEGÚN



EJEMPLO DE APLICACIÓN



POLARIZACIÓN POR VOLTAJE

AL IGUAL QUE ANTES,

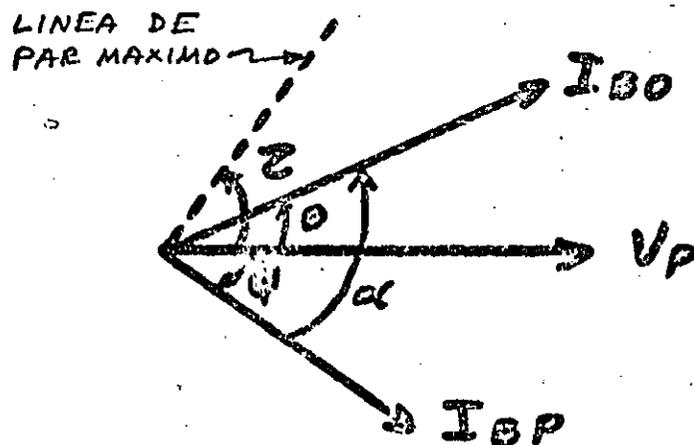
$$T = K \Phi_0 \Phi_p \text{ SEN } \theta$$

PERO AHORA

$$\tilde{\Phi}_p = K_p \frac{\tilde{V}_p}{\tilde{Z}} = K \tilde{I}_p$$

DONDE \tilde{Z} ES LA IMPEDANCIA DEL CIRCUITO DE POLARIZACIÓN.

VOLVIENDO A LA NOTACIÓN USUAL PARA RELEVADORES DIRECCIONALES, EL DIAGRAMA FASORIAL SERÍA



NUEVAMENTE

θ - "ÁNGULO DE DISEÑO" ENTRE LA ENTRADA DE POLARIZACIÓN Y LA CORRIENTE EN LA BOBINA DE POLARIZACIÓN

τ - "ÁNGULO DE PAR MÁXIMO" ENTRE LA ENTRADA DE OPERACIÓN Y LA DE POLARIZACIÓN

ASI,

$$T = K I_0 I_{00} \text{sen } \alpha$$

$$I_{00} = K_1 V_p$$

$$\alpha = \theta - \varphi ; \varphi = \tau - 90^\circ$$

$$\alpha = \theta - \tau + 90^\circ = 90 - (\tau - \theta)$$

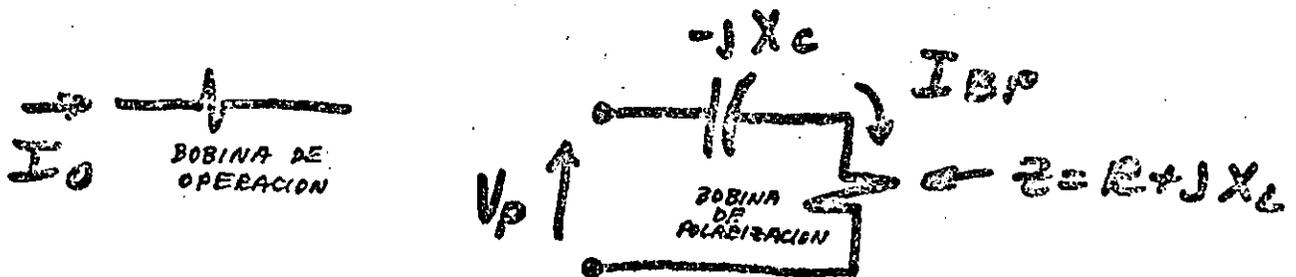
ASI

$$T = K_2 I_0 V_p \text{sen} [90 - (\tau - \theta)]$$

$$T = K I_0 V_p \text{cos} (\tau - \theta)$$

DEBIDO A LA NATURALEZA INDUCTIVA DE LA BOBINA DE POLARIZACION, EL ANGULO DE FASE MAXIMO DE ESTE RECEPTOR SERIA POSITIVO PERO CERCANO A CERO. PARA MODIFICARLO A VALORES UTILES, SE INSERTAN EN SERIE RESISTENCIA Y/O CAPACITANCIA O BIEN, SE PUEDEN INVERTIR LAS TERMINALES

EJEMPLO: INSERTANDO CAPACITANCIA



SI SE HACE $X_c = X_l$ ENTONCES I_{bp} ESTARA EN FASE CON V_p Y EL ANGULO DE FASE MAXIMO SERA 90°

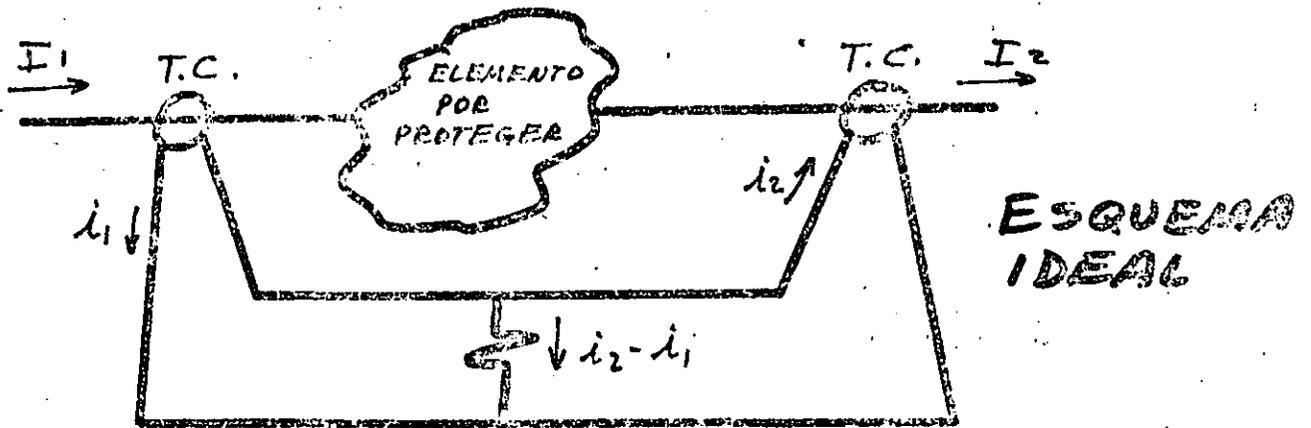
CONCEPTO BASICO

LA LINEA DE PAR
MAXIMO ESTA

SIEMPRE

90° ADELANTE DEL
FLUJO DE POLARIZACION

RELEVADORES DIFERENCIALES DE CORRIENTE

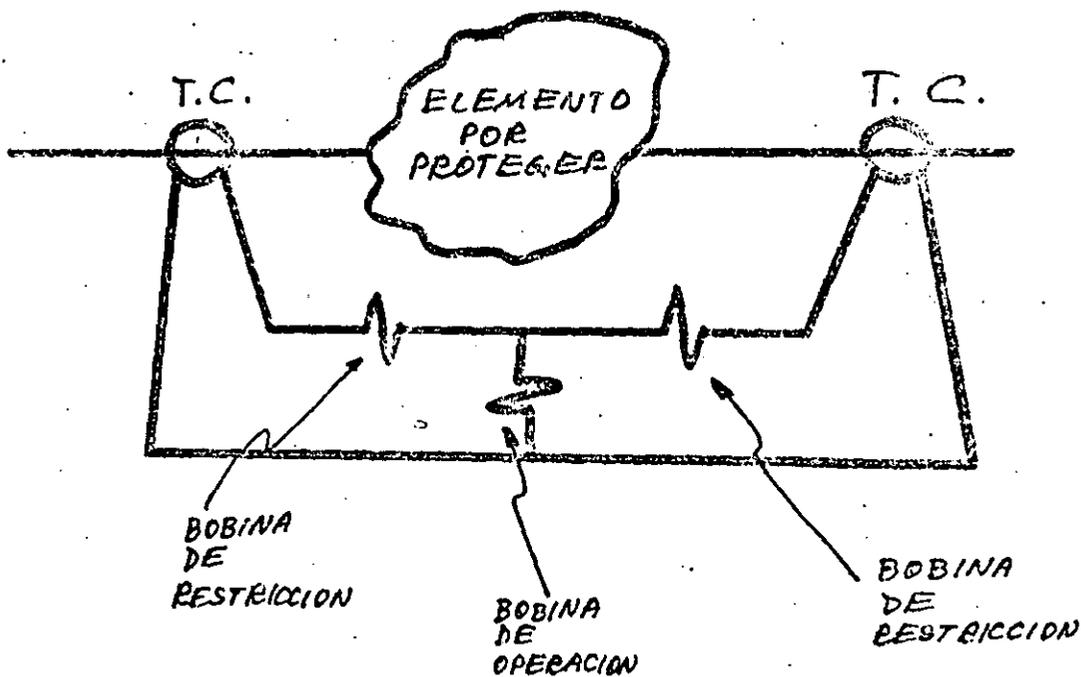


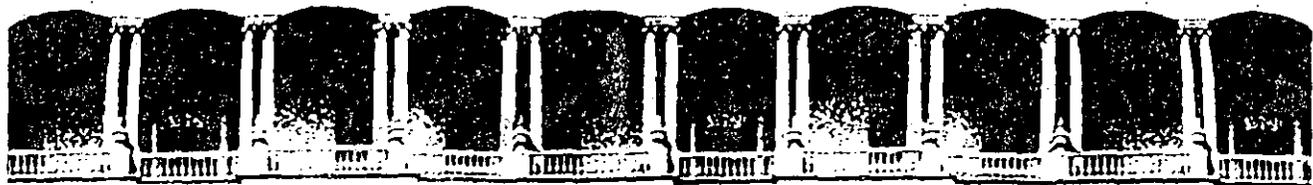
MUY SENSIBLE

MUY SELECTIVO

∴
PUEDE SER MUY RAPIDO

TAL COMO SE MUESTRA, EL
ERRORE DE LOS TC'S CIRCULA
POR LA BOBINA DE OPERA-
CION. POR ESO SE UTILIZAN
LAS CORRIENTES PARA DAR
RESTRICCION ANTES DE QUE
SU DIFERENCIA SEA OB-
TENIDA





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

C U R S O S A B I E R T O S

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO 2: SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

SOBRETENSIONES Y COORDINACION DE AISLAMIENTOS

VICTOR FEDERICO HERMOSILLO WORLEY

OCTUBRE-1992

Universidad Nacional Autónoma de México
División de Educación Continua

Curso: Sistemas de Potencia II

Tema: Sobretensiones y Coordinación de Aislamiento

Profesor: Víctor Federico Hermosillo Worley

M.S.E.E., Teck. Lic. Elek

TEMARIO

1a. Sesión:

1. Introducción

Fallas de L.T. en la Red Troncal del Sistema Mexicano

Clasificación de sobretensiones

2. Ondas viajeras en líneas de transmisión

Distorsión y atenuación de ondas viajeras

3. Modelos de líneas de transmisión

Componentes modales

4. Sobretensiones por descargas atmosféricas

Física y parámetros de descargas atmosféricas

Blindaje de líneas de transmisión

Modelo de una descarga directa

Descarga directa al hilo de guarda

Sobretensiones inducidas

2a. Sesión:

5. Clasificación de sobretensiones por maniobra

Cierre y recierre de líneas de transmisión

Interrupción prematura de pequeñas corrientes inductivas

Interrupción de corrientes capacitivas

Sobretensiones temporales

Transitorios en subestaciones encapsuladas (SF6)

6. Coordinación de aislamiento

Nociones de probabilidad y estadística

Equipo de protección contra sobretensiones

Selección de apartarrayos

Nivel de aislamiento del equipo

Estándares internacionales para coordinación de aislamiento



COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD
SUBDIRECCION DE PRODUCCION
GERENCIA DE TRANSMISION Y TRANSFORMACION

FIG. No.1
DISPOSICION GEOGRAFICA DE LAS LINEAS DE TRANSMISION DE 400 KV
AÑO 1990

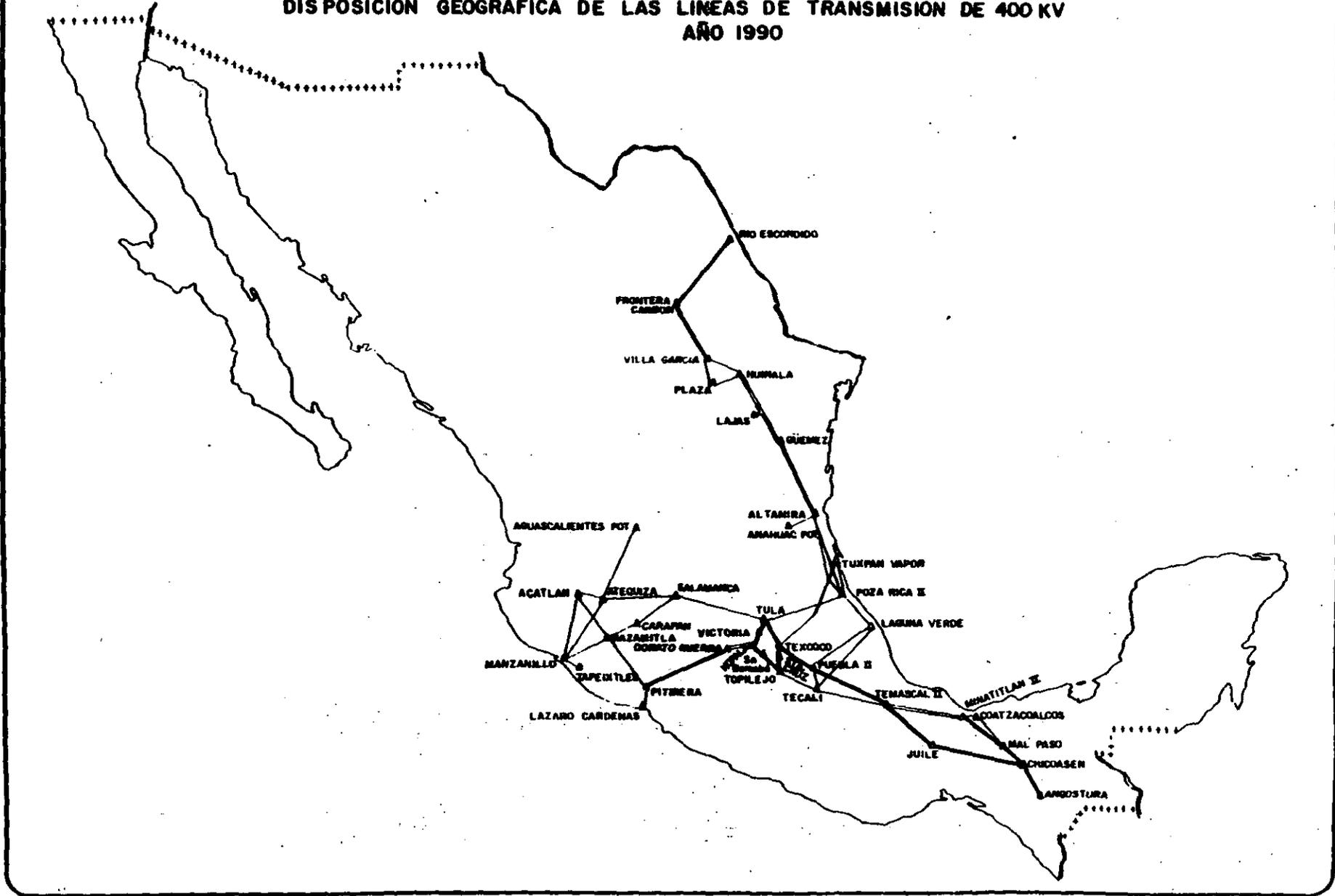




FIG. N° 2

DISPOSICION GEOGRAFICA DE LAS LINEAS DE TRANSMISION DE 230 KV.
AÑO 1990



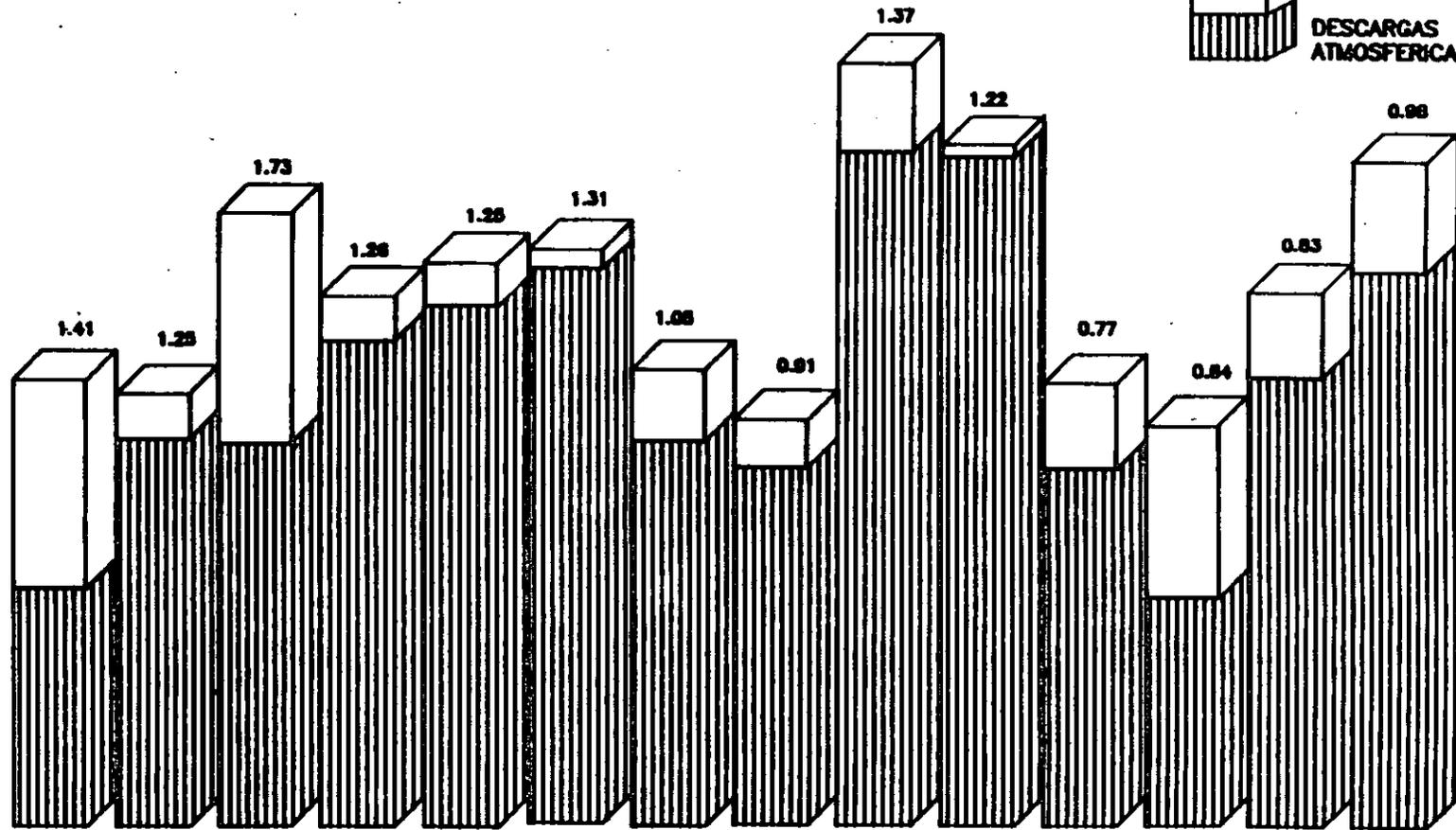
LINEAS DE TRANSMISION DE 161-115 KV
AÑO 1990



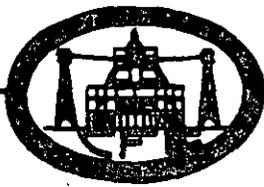


**INDICE DE SALIDAS EN LINEAS DE TRANSMISION
POR : DESCARGAS ATMOSFERICAS E IGNORADAS DE 400 kV
PERIODO 1977-1990
FIG. No. 10**

IGNORADAS (Do)
 DESCARGAS ATMOSFERICAS (Bo)



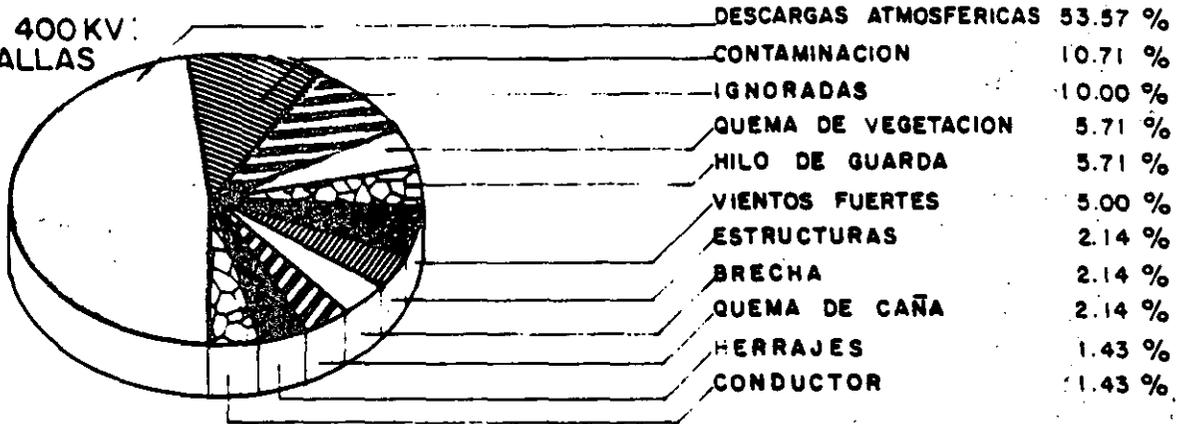
AÑO	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
No. SALIDAS (Bo)	32	53	51	65	70	75	53	49	92	91	49	31	61	75
No. SALIDAS (Do)	28	06	31	07	05	04	11	08	12	02	12	23	12	14
TOTAL	60	59	82	72	75	79	64	57	104	93	61	54	73	89
INDICE	1.41	1.25	1.73	1.26	1.25	1.31	1.05	0.91	1.37	1.22	0.77	0.84	0.83	0.98
KILOMETROS	4245	4737	4741	5895	5997	6035	6080	6287	7810	7855	7908	8378	8811.5	9089.1



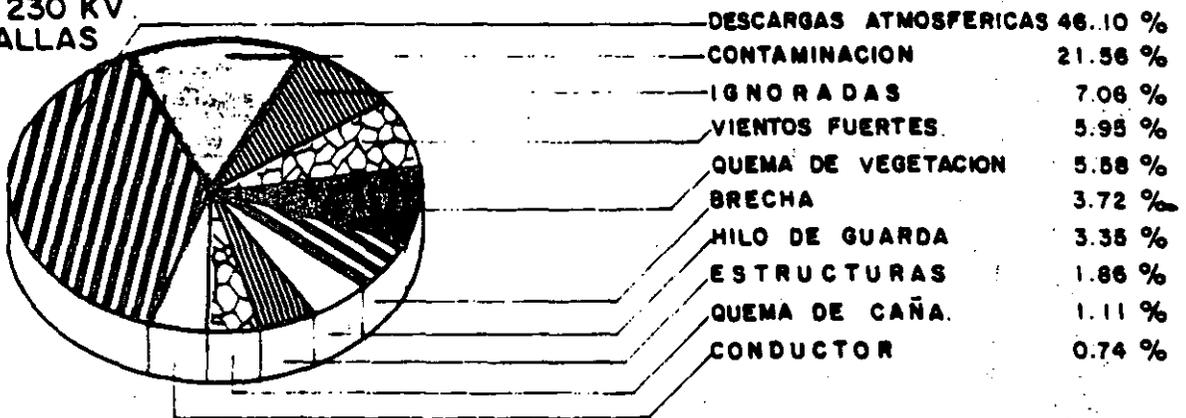
DISTRIBUCION DE SALIDAS POR FALLA EN LINEAS DE TRANSMISION PARA EL PERIODO 1990

FIG. No 20

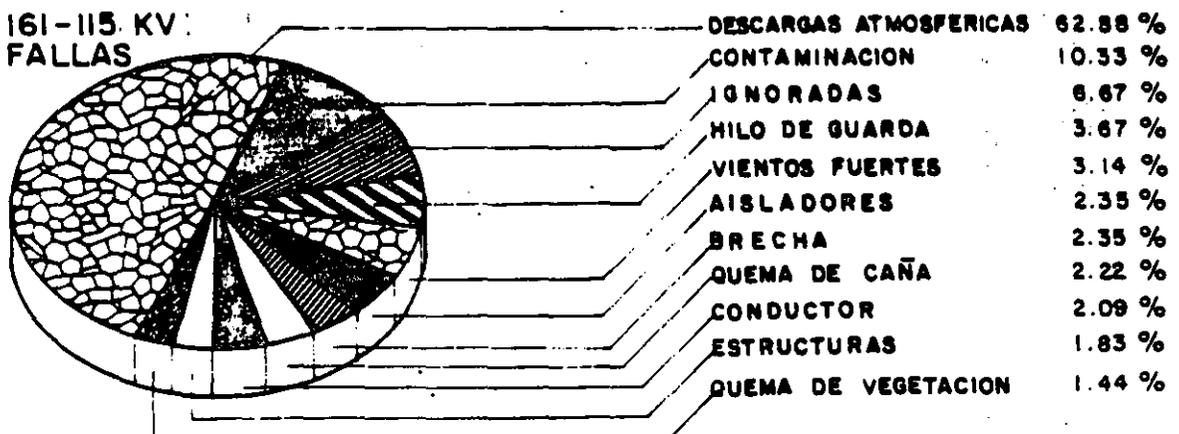
LT'S 400 KV:
140 FALLAS

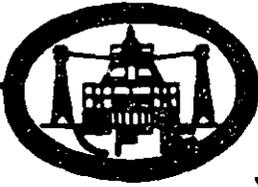


LT'S 230 KV:
269 FALLAS



LT'S 161-115 KV:
765 FALLAS

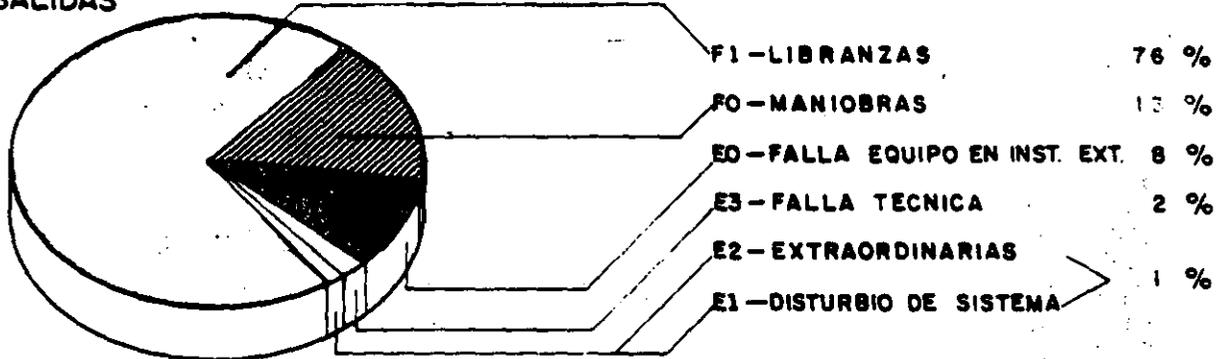




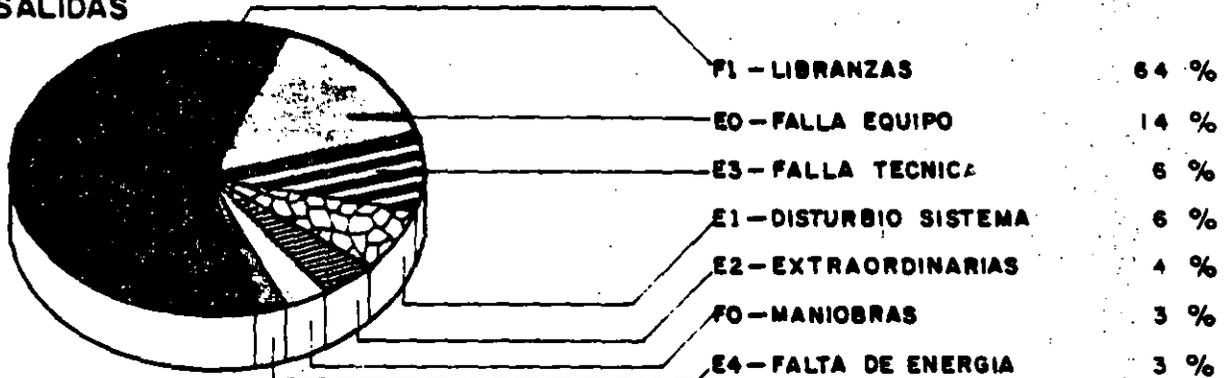
DISTRIBUCION DE SALIDAS POR CAUSAS AJENAS Y MANIOBRAS EN LINEAS DE TRANSMISION AÑO 1990.

FIG. No 21

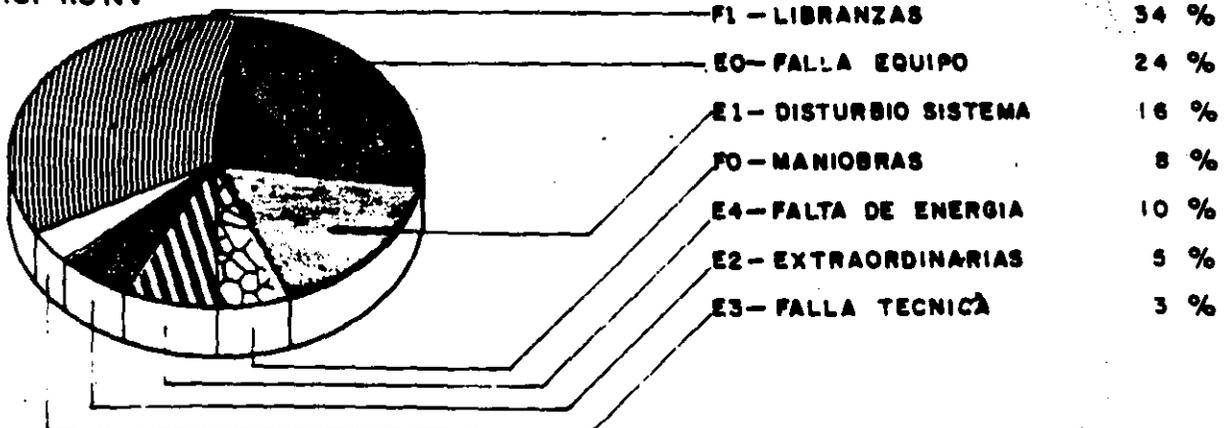
LT'S 400 KV
323 SALIDAS

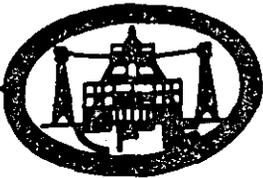


LT'S 230 KV
522 SALIDAS



LT'S 161-115 KV



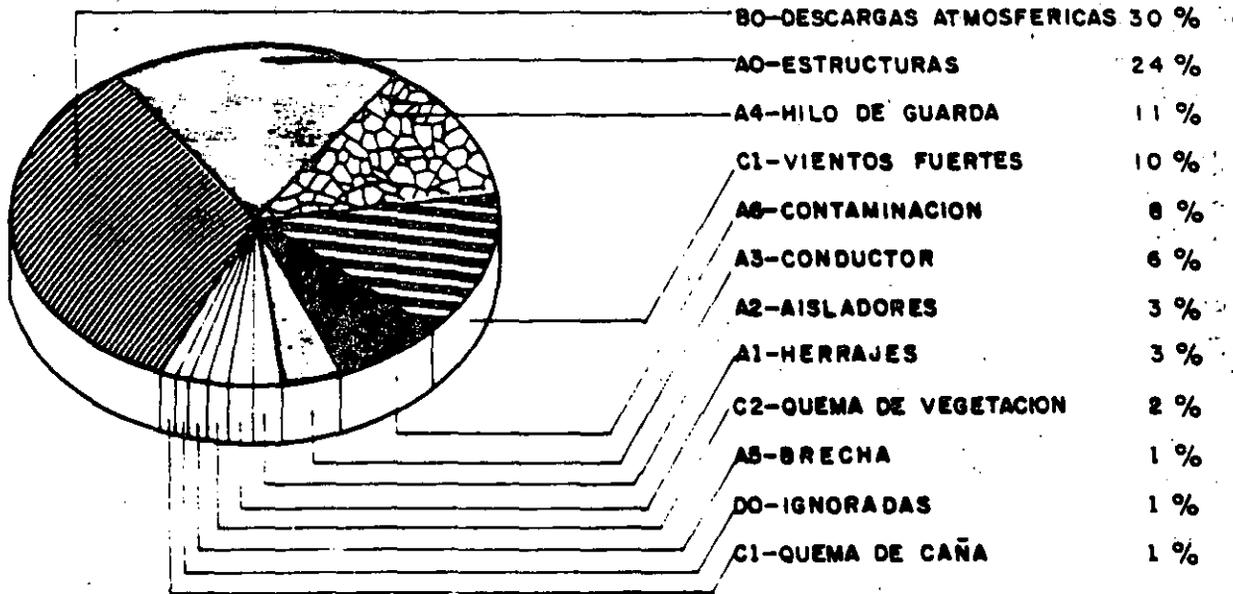


DISTRIBUCION EN PORCIENTO DEL TIEMPO QUE LAS LINEAS DE TRANSMISION, ESTUVIERON FUERA POR FALLA CAUSAS AJENAS, MANIOBRAS Y LIBRANZAS EN 1990

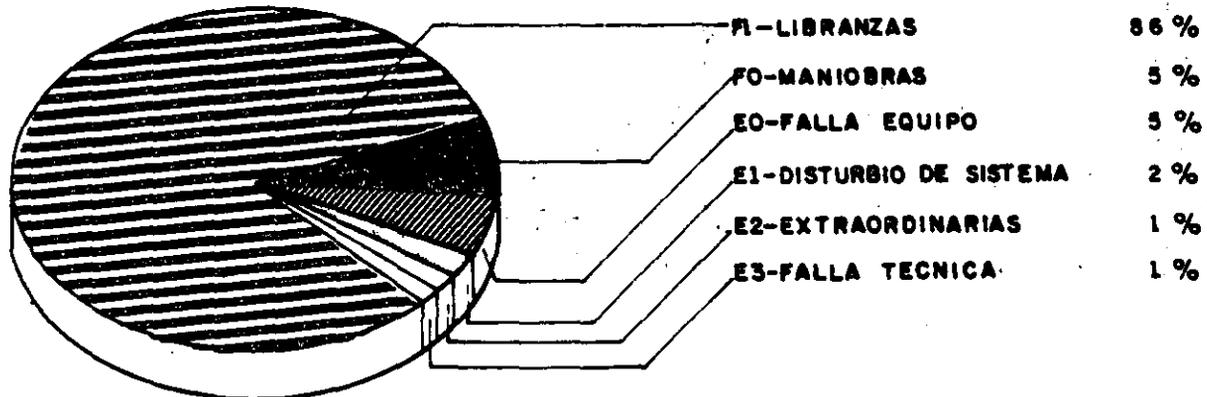
LT'S 400-115 KV

FIG. N° 22

TIEMPO FUERA POR FALLA: 2964:53 Hrs.: Min.



TIEMPO FUERA POR CAUSAS AJENAS, MANIOBRAS Y LIBRANZAS: 18953:12 Hr.: Mi.



1.8. SHAPE OF WAVES

1.81. SPECIFICATIONS

ANSI: 1.2 x 50

1.82. APPROXIMATIONS

1.9. ATTENUATION AND DISTORTION

LOSSES
CORONA
GROUND
SKIN EFFECT
CHANGING L AND C

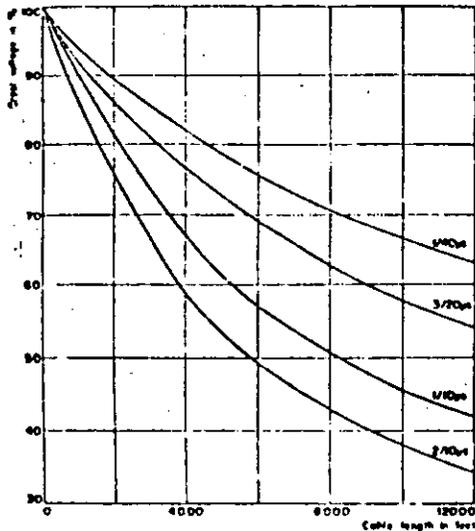
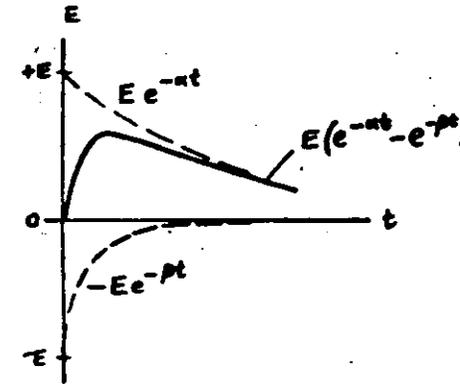
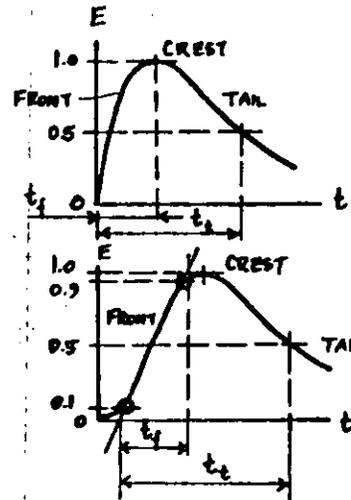


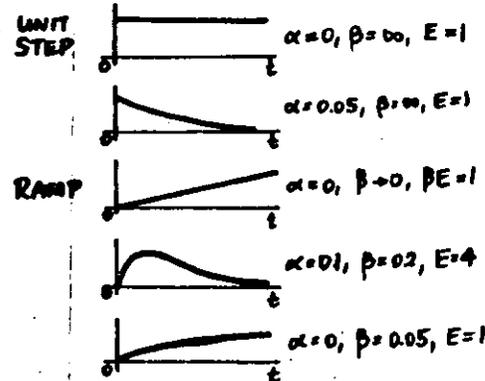
Fig. 4. Surge attenuation in cables as function of cable length. *PROCEEDINGS, TRANS. ICA, SEPT. 1965, 352*

EFFECT OF DISTANCE



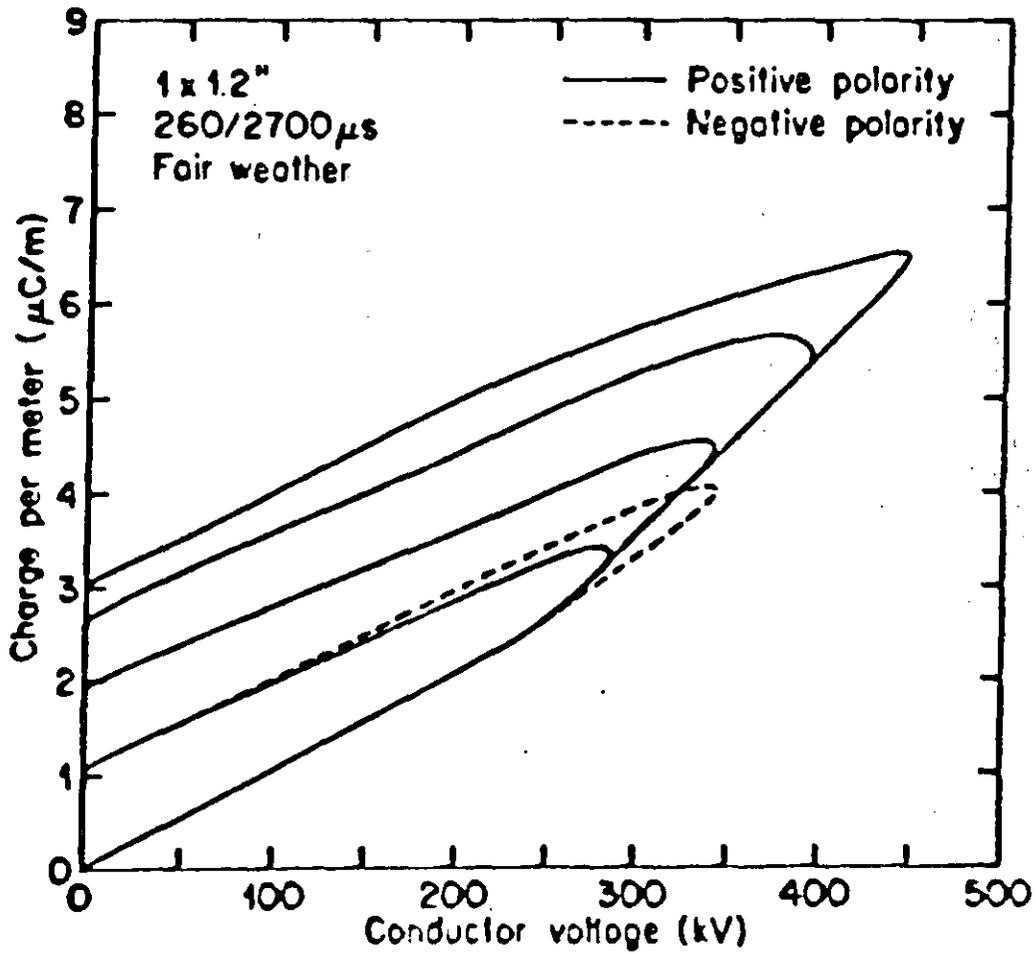
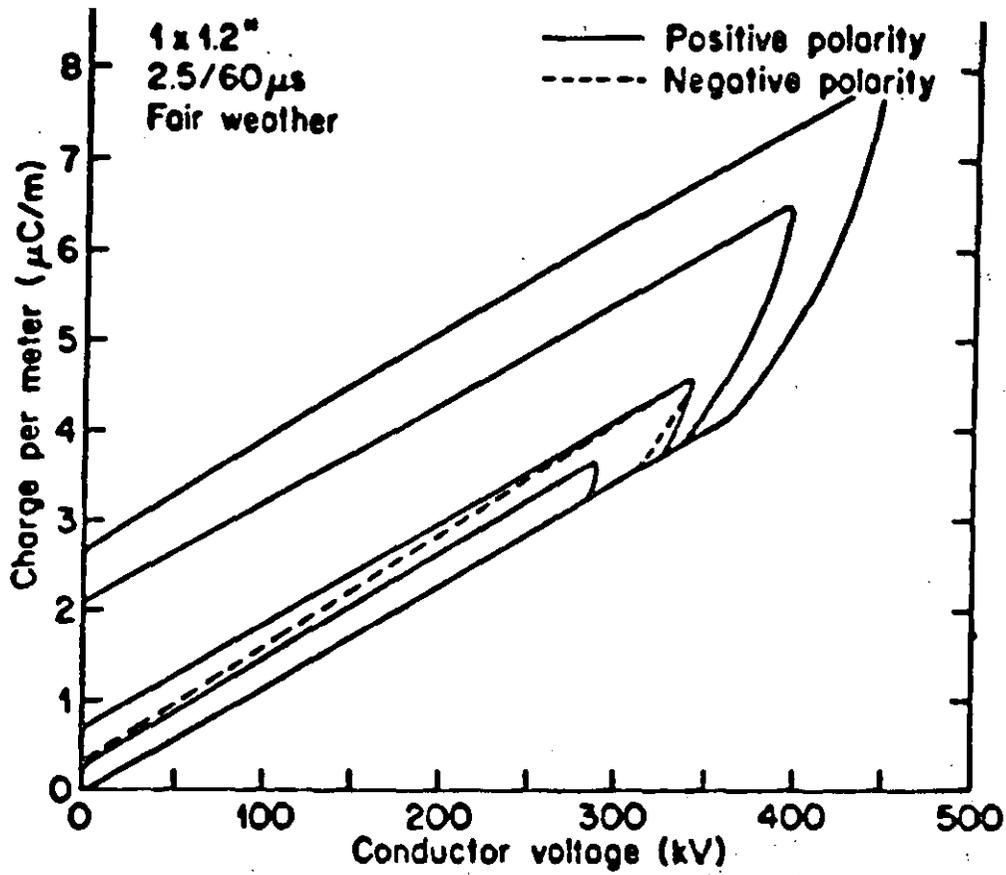
SPECIFICATION OF A TRAVELING WAVE:
 $(t_f) \times (t_t)$ in μ seconds:
1.2 x 50, 5 x 10

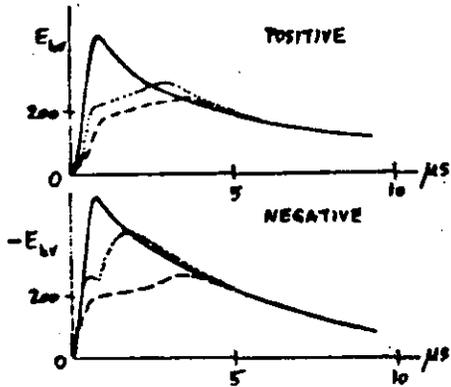
TRAVELING WAVE AS THE SUM OF TWO EXPONENTIAL FUNCTIONS



APPROXIMATION BY RECTANGULAR COMPONENTS

WAVESHAPES APPROXIMATED BY $e = E(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})$

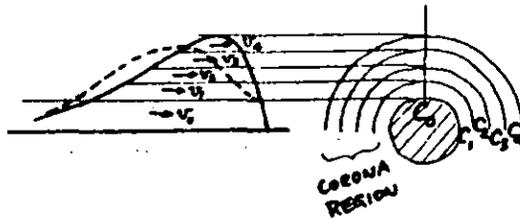




MODIFICATION OF CHARGES WITH DISTANCE TRAVELED:

- AT START (0 MI.)
- AT 1.5 MILES
- - - AT 5 MILES

EFFECT OF CORONA ON WAVE DISTORTION:



$$V_k = \frac{1}{\sqrt{LC_k}}$$

$$C_k: C_0 < C_1 < C_2 < C_3 < C_4 \dots$$

$$V_k: V_0 > V_1 > V_2 > V_3 > V_4 \dots$$

2. REFLECTION OF WAVES

2.1. GENERAL TRANSITION POINT

2.11. PRACTICAL CASES (NEXT PAGE)

TERMINAL CONDITIONS
 JUNCTIONS
 JUNCTIONS WITH SHUNT ELEMENT

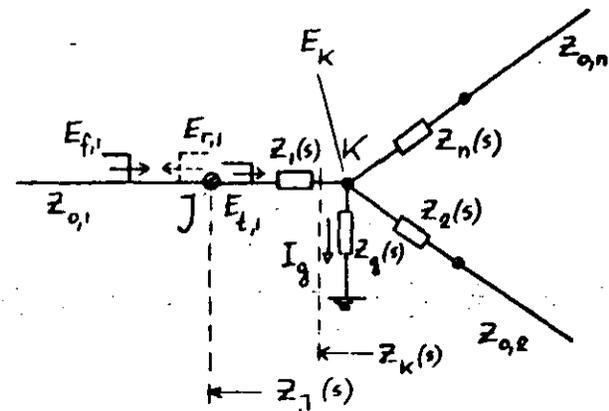
2.12. GENERAL TRANSITION POINT

$$\frac{E_{f,i}}{I_{f,i}} = Z_{0,i} \quad \frac{E_{r,i}}{I_{r,i}} = -Z_{0,i} \quad \frac{E_{t,i}}{I_{t,i}} = Z_0$$

$$E_{t,i} = E_{f,i} + E_{r,i}$$

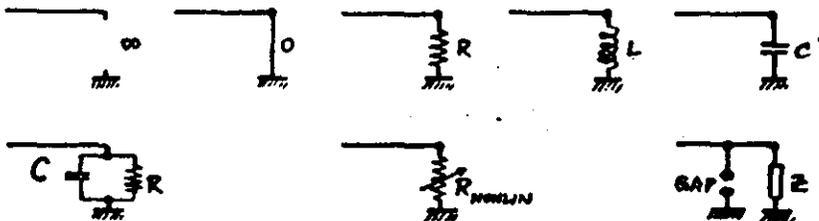
$$I_{t,i} = I_{f,i} + I_{r,i}$$

$$Z_j(s) = Z_1(s) + Z_k(s) = Z_1(s) + \frac{1}{\frac{1}{Z_0(s)} + \sum_{i=2}^n \frac{1}{Z_i(s)}}$$

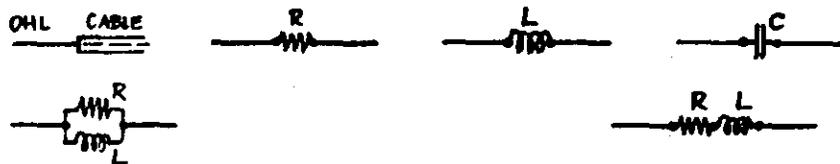


TYPICAL EXAMPLES:

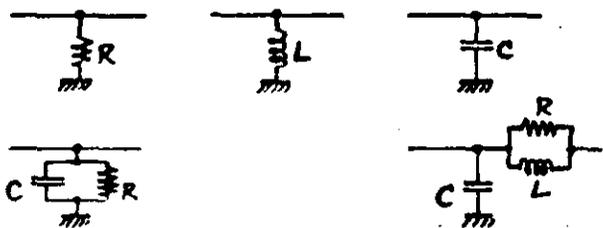
TERMINAL CONDITIONS:



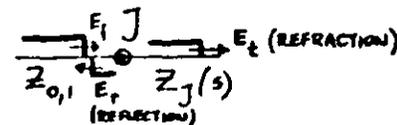
JUNCTIONS AND SERIES ELEMENTS:



JUNCTIONS AND SHUNT ELEMENTS:



2.13. REFLECTION COEFFICIENTS AT J



$$a_E = \frac{Z_J - Z_0}{Z_J + Z_0} \quad E_r = a_E E_f$$

$$a_I = -\frac{Z_J - Z_0}{Z_J + Z_0} \quad I_r = a_I I_f$$

2.14. REFRACTION COEFFICIENTS AT J

$$b_E = \frac{2Z_J}{Z_J + Z_0} \quad E_t = b_E E_f$$

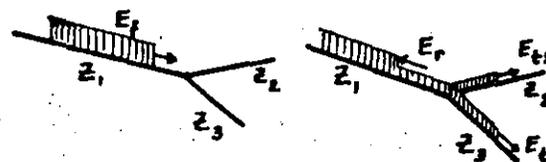
$$b_I = \frac{2Z_0}{Z_J + Z_0} \quad I_t = b_I I_f$$

2.15. a AND b RELATIONSHIPS

$$a_I = -a_E$$

$$b_I = 1 - a_E = 1 + a_I$$

$$b_E = 1 + a_E = 1 - a_I$$



2.2. LINE TERMINATED BY A RESISTANCE



R	∞ O.C.	Z_0	0 SH.C.
Z_j	∞	Z_0	0
a_E	1	0	-1
a_I	-1	0	1
b_E	2	1	0
b_I	0	1	2
E_r	E_f	0	$-E_f$
$E_f + E_r$	$2E_f$	E_f	0
I_r	$-I_f$	0	I_f
$I_f + I_r$	0	I_f	$2I_f$

DUALITY

CABLE - OVERHEAD LINE AND
OVERHEAD LINE - CABLE JUNCTIONS

2.3. INDUCTIVE AND CAPACITIVE ELEMENTS

2.31. ASSUMPTIONS

FRONT OF TRAVELING WAVE

$\omega \neq \infty$

$\omega L = \infty \quad \frac{1}{\omega C} = 0$

TAIL OF TRAVELING WAVE

$\omega \neq 0$

$\omega L = 0 \quad \frac{1}{\omega C} = \infty$

2.32. TERMINATIONS

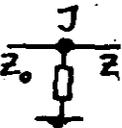
INDUCTIVE O.C. \rightarrow SH.C.

CAPACITIVE SH.C. \rightarrow O.C.

2.33. SHUNT ELEMENT AT JUNCTION

INDUCTIVE O.C. \rightarrow SH.C.

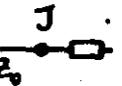
CAPACITIVE SH.C. \rightarrow O.C.



2.34. SERIES ELEMENT INSERTION

INDUCTIVE O.C. \rightarrow SH.C.

CAPACITIVE SH.C. \rightarrow O.C.



2.35. COMPUTATIONS, FLOWCHART

$$Z_0 \quad Z_j(s)$$

$$a_E(s) \quad a_I(s) \quad b_E(s) \quad b_I(s)$$

$$\alpha \text{ [1/sec]}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$E_r(s) = a_E(s) \cdot E_f(s) \longrightarrow e_r(t)$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t)$$

$$e_t(t)$$

$$e_{series}(t) = e_{total} - e_t(t)$$

$$i_r(t) = -\frac{e_r(t)}{Z_0}$$

$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t)$$

$$i_t(t) = \frac{e_t(t)}{Z_0}$$

$$i_{shunt}(t) = i_{total} - i_t(t)$$

CHARTS FOR

VOLTAGES AND CURRENTS VS. TIME

VOLTAGES AND CURRENTS ALONG LINE

2.4. SPECIAL CASES WITH AN INDUCTANCE OR A CAPACITANCE

2.4.1. INDUCTIVE TERMINATION

$$Z_j(s) = sL$$

$$a = \frac{Z_j(s) - Z_0}{Z_j(s) + Z_0} = \frac{s - \alpha}{s + \alpha}$$

$$\alpha = \frac{Z_0}{L} \text{ 1/sec}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

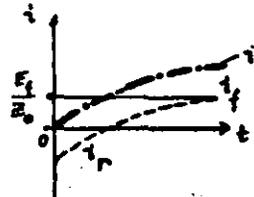
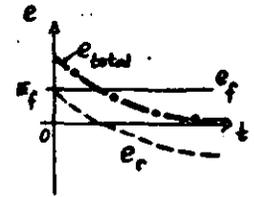
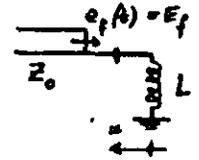
$$E_r(s) = a E_f(s) = \frac{E_f}{s} \frac{s - \alpha}{s + \alpha}$$

$$e_r(t) = E_f (2e^{-\alpha t} - 1)$$

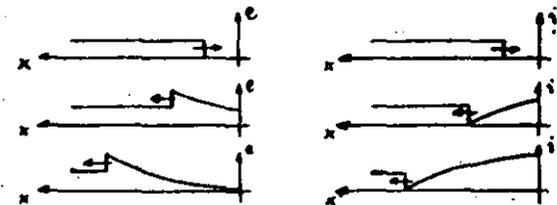
$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = 2E_f e^{-\alpha t}$$

$$i_r(t) = -\frac{e_r(t)}{Z_0} = \frac{E_f}{Z_0} (1 - 2e^{-\alpha t})$$

$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{2E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE

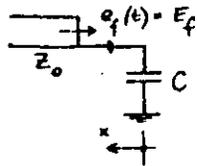


2.42. CAPACITIVE TERMINATION

$$Z_j(s) = \frac{1}{sC}$$

$$a = -\frac{\alpha - s}{\alpha + s}$$

$$\alpha = \frac{1}{2_0 C} \quad 1/\text{sec}$$

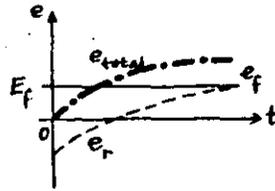


$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$\rightarrow E_r(s) = \frac{E_f}{s} \frac{\alpha - s}{\alpha + s}$$

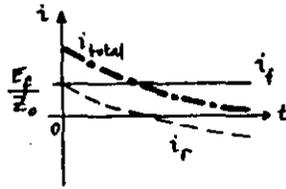
$$e_r(t) = E_f (1 - 2e^{-\alpha t})$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = 2E_f (1 - e^{-\alpha t})$$

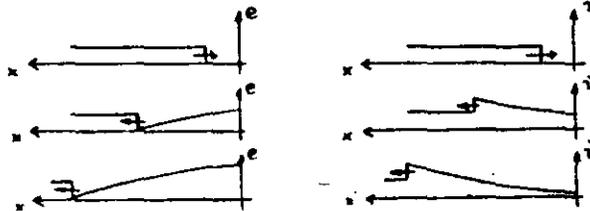


$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (2e^{-\alpha t} - 1)$$

$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{2E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$



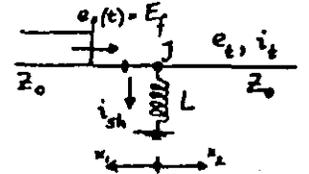
VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.43. SHUNT INDUCTANCE

$$Z_j(s) = \frac{sLZ_0}{sL + Z_0}$$

$$a = -\frac{\alpha}{s + \alpha} \quad \alpha = \frac{Z_0}{2L}$$



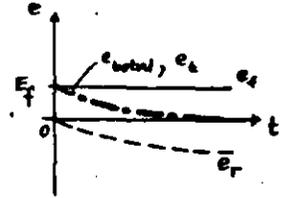
$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$E_r(s) = -\frac{E_f}{s} \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

$$e_r(t) = E_f (e^{-\alpha t} - 1)$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f e^{-\alpha t}$$

$$e_t(t) = e_{total}$$

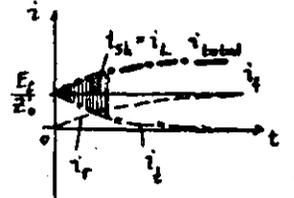


$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$

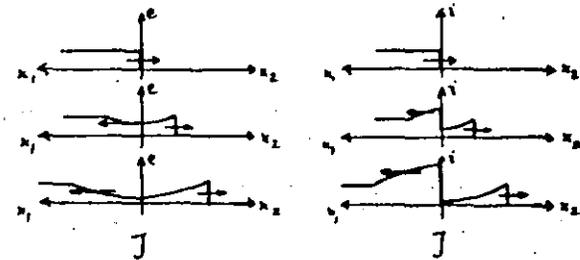
$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (2 - e^{-\alpha t})$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

$$i_{sh}(t) = i_{total} - i_t(t) = \frac{2E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.44 SHUNT CAPACITANCE (MOTOR PROTECTION)

$$Z_j(s) = \frac{Z_0/sC}{Z_0 + \frac{1}{sC}}$$

$$a = -\frac{s}{s+\alpha} \quad \alpha = \frac{2}{Z_0 C}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$E_r(s) = -E_f \frac{1}{s+\alpha}$$

$$e_r(t) = -E_f e^{-\alpha t}$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f(1 - e^{-\alpha t})$$

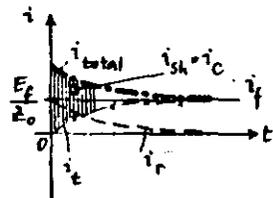
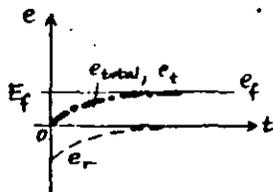
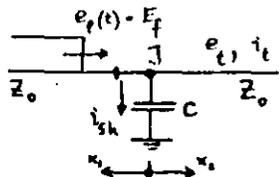
$$e_t(t) = e_{total}$$

$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

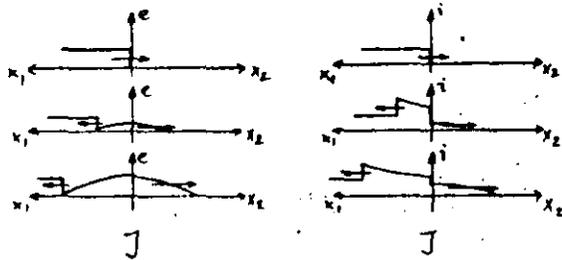
$$i_{total} = \frac{E_f}{Z_0} (1 + e^{-\alpha t})$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$

$$i_{sh}(t) = \frac{2E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.45. SERIES INDUCTANCE (MOTOR PROTECTION)

$$Z_j(s) = sL + Z_0$$

$$a = \frac{s}{s+\alpha} \quad \alpha = \frac{2Z_0}{L}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

$$E_r(s) = E_f \frac{1}{s+\alpha}$$

$$e_r(t) = E_f e^{-\alpha t}$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f(1 + e^{-\alpha t})$$

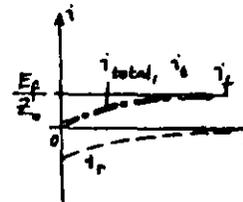
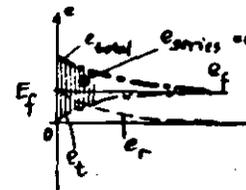
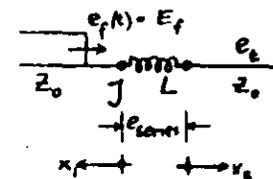
$$e_t(t) = E_f(1 - e^{-\alpha t})$$

$$e_{series} = e_{total} - e_t(t) = 2E_f e^{-\alpha t}$$

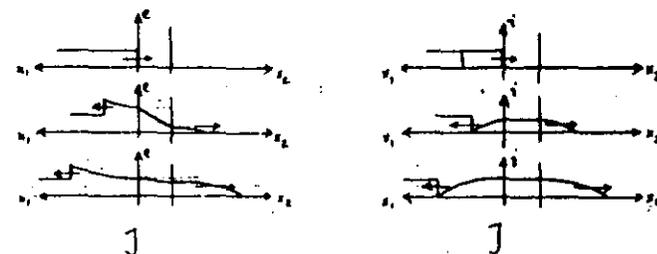
$$i_r(t) = -\frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} (1 - e^{-\alpha t})$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.46. SERIES CAPACITANCE

$$Z_j(s) = \frac{1}{sC} + Z_0$$

$$a = \frac{\alpha}{s + \alpha} \quad \alpha = \frac{1}{2Z_0 C}$$

$$E_f(s) = \frac{E_f}{s}$$

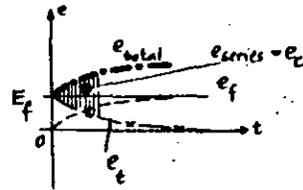
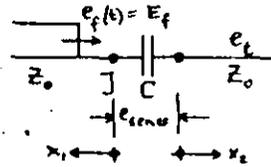
$$E_r(s) = \frac{E_f}{s} \frac{\alpha}{s + \alpha}$$

$$e_r(t) = E_f(1 - e^{-\alpha t})$$

$$e_{total} = e_f(t) + e_r(t) = E_f(2 - e^{-\alpha t})$$

$$e_t(t) = E_f e^{-\alpha t}$$

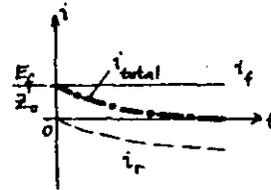
$$e_{series} = 2E_f(1 - e^{-\alpha t})$$



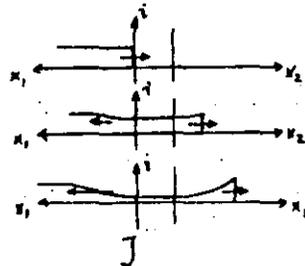
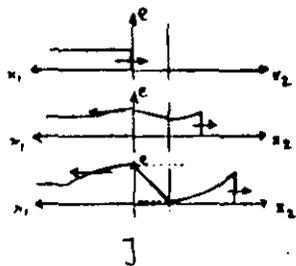
$$i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} (e^{-\alpha t} - 1)$$

$$i_{total} = i_f(t) + i_r(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$

$$i_t(t) = \frac{E_f}{Z_0} e^{-\alpha t}$$



VOLTAGES AND CURRENTS ALONG THE LINE



2.5. SUCCESSIVE REFLECTIONS

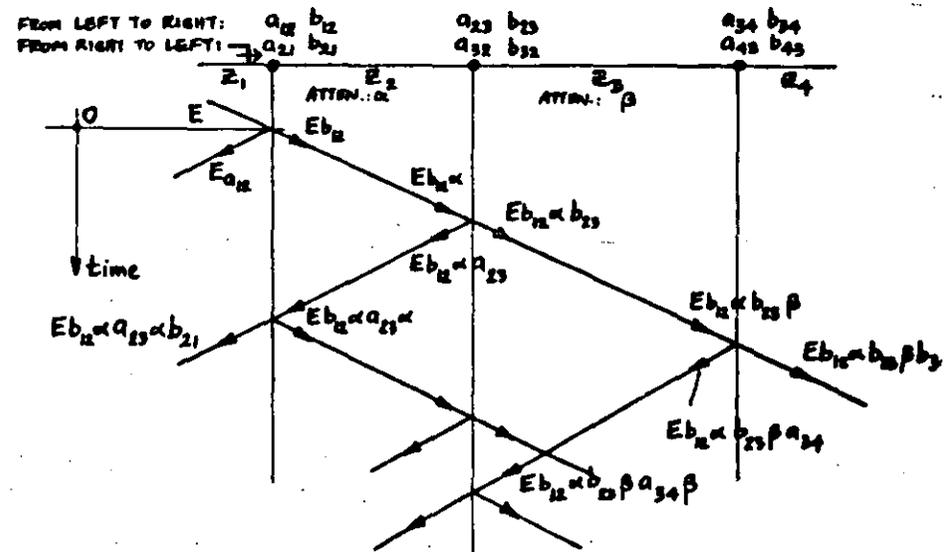
2.51. BEWLEY LATTICE

TIME-SPACE DIAGRAM
MULTIPLE REFLECTIONS

DISTANCE BETWEEN JUNCTIONS
IS PROPORTIONAL TO

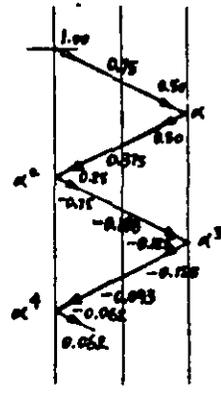
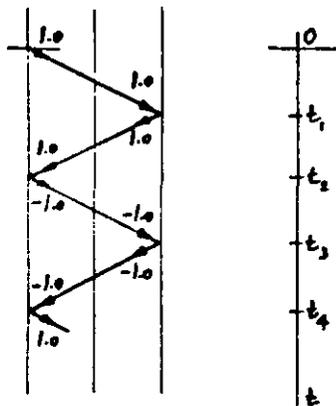
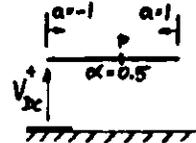
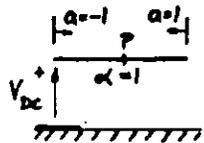
TIME OF WAVE PASSAGE
(DIAGONALS HAVE SAME SLOPE)

LENGTH BETWEEN JUNCTIONS
(SLOPES ARE DIFFERENT)

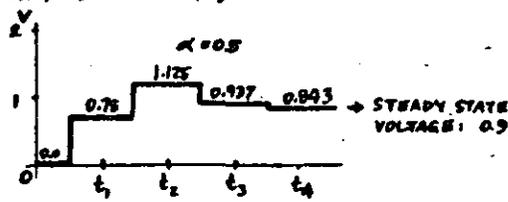
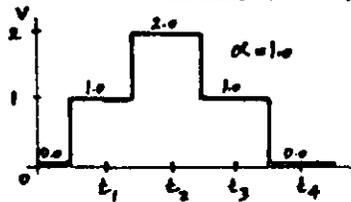


2.52. EXAMPLES

LINE CHARGING WITH DC



VOLTAGES AT MIDDPOINT OF LINE (D):



VOLTAGE AT END WHEN alpha=0.5:

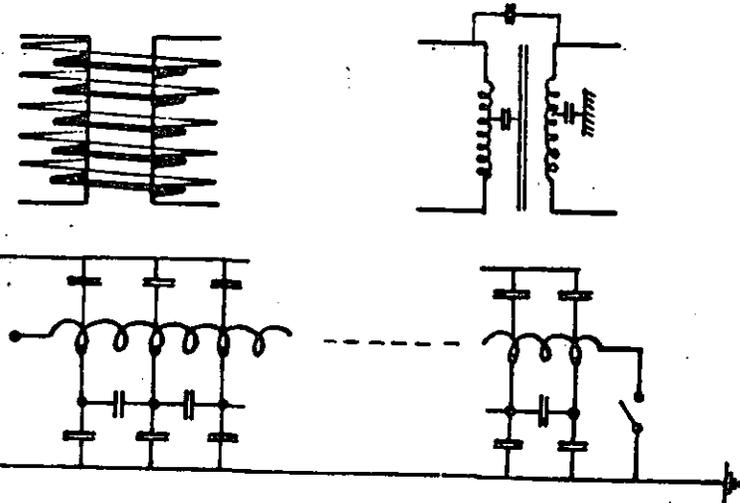
$$V = 2\alpha - 2\alpha^3 \pm \dots = 2\alpha (1 - \alpha^2 + \alpha^4 \mp \dots)$$

$$\text{STEADY STATE VOLTAGE: } \lim V = \frac{2\alpha}{1 + \alpha^2} = 0.8$$

3. TRANSFORMER WINDINGS UNDER TRANSIENT CONDITIONS

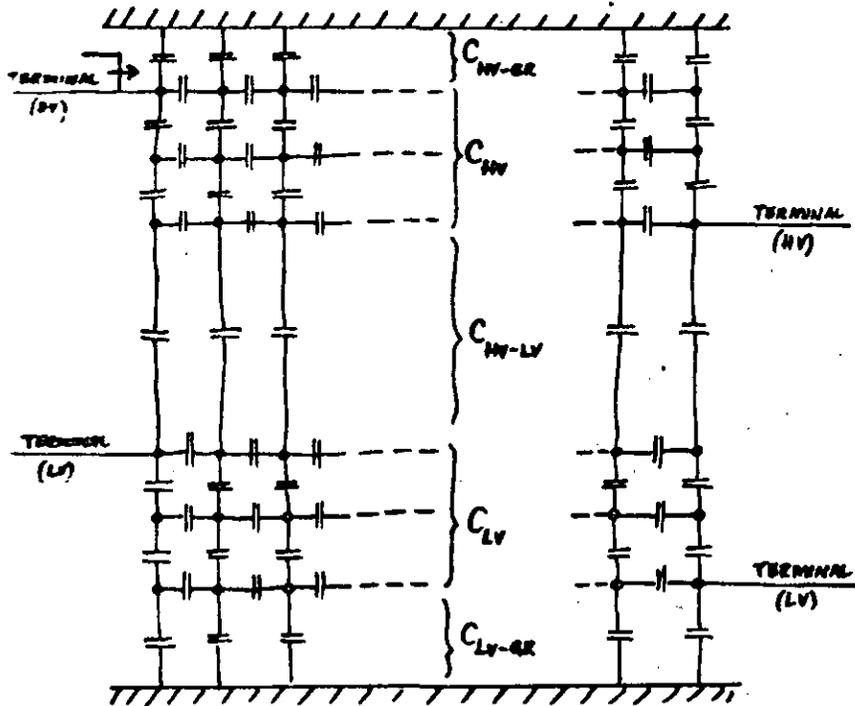
3.1. SCHEMATIC REPRESENTATION

- SELF INDUCTANCES
- MUTUAL INDUCTANCES
- CAPACITANCES: TO CORE
- TO TANK
- CAPACITIVE COUPLING
- LOSSES (RESISTANCES)

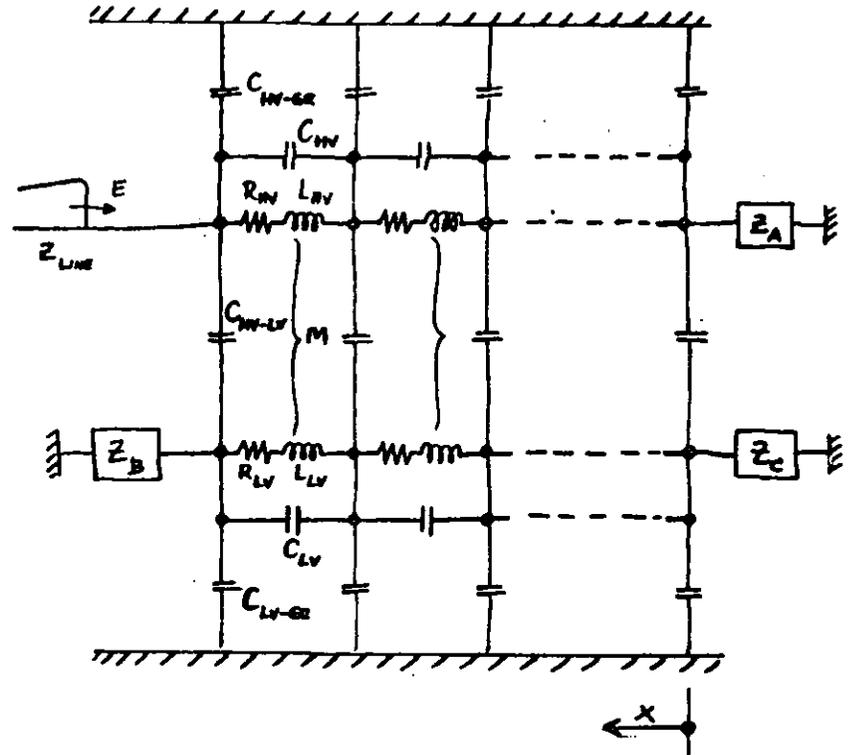


INITIAL VOLTAGE DISTRIBUTION IS DETERMINED BY THE CAPACITANCE NETWORK,

AT THE FRONT OF THE WAVE ($\omega \approx \infty$)
 $\omega L \approx \infty$, I.E., OPEN-CIRCUITED:



COMPLETE EQUIVALENT CIRCUIT FOR TRANSIENTS (ANALOG MODEL):



3.2. INITIAL VOLTAGE DISTRIBUTION

CAPACITANCE LADDER NETWORK

GROUND CAP. OF WINDING C_g

SERIES CAP. OF WINDING C_s

E = VOLTAGE TO GROUND AT ANY POINT

x = FROM NEUTRAL TO TERMINAL

l = LENGTH OF WINDING

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{l^2} \frac{C_g}{C_s} E = 0$$

$$E = Ae^{px} + Be^{-px}$$

$$p = \frac{1}{l} \left(\frac{C_g}{C_s} \right)^{\frac{1}{2}}$$

GROUNDING NEUTRAL:

$$E = V \frac{\sinh(\alpha x/l)}{\sinh \alpha}$$

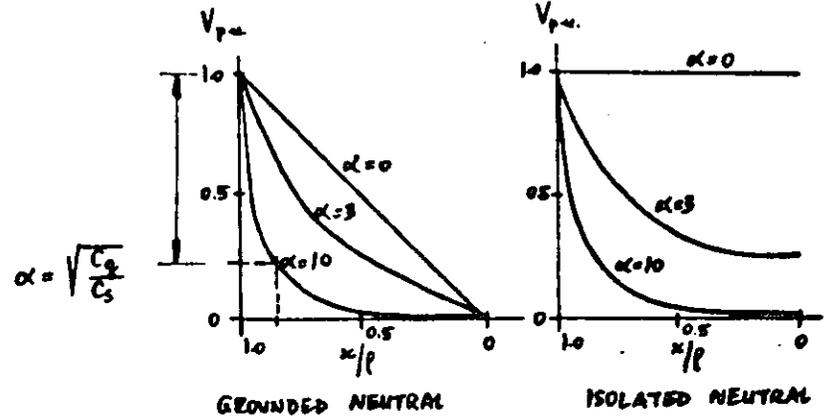
$$x=0: E=0 \quad x=l: E=V$$

$$\alpha = pl = \sqrt{\frac{C_g}{C_s}}$$

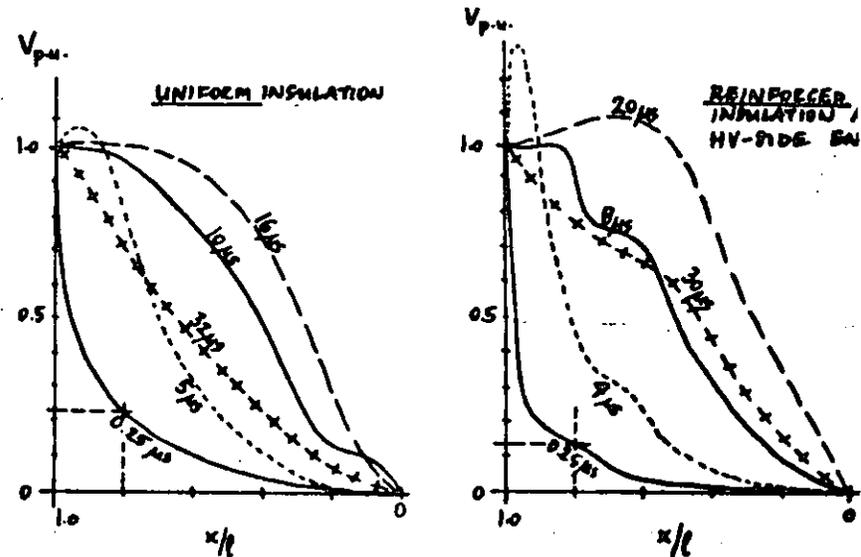
ISOLATED NEUTRAL

$$E = V \frac{\cosh(\alpha x/l)}{\cosh \alpha}$$

$$x=0: E=V \quad x=l: E=0$$



INITIAL VOLTAGE DISTRIBUTION IN CASE OF STEP-FUNCTION FORWARD VOLTAGE



TRANSIENT VOLTAGE DISTRIBUTION IN CASE OF STEP-FUNCTION FORWARD VOLTAGE

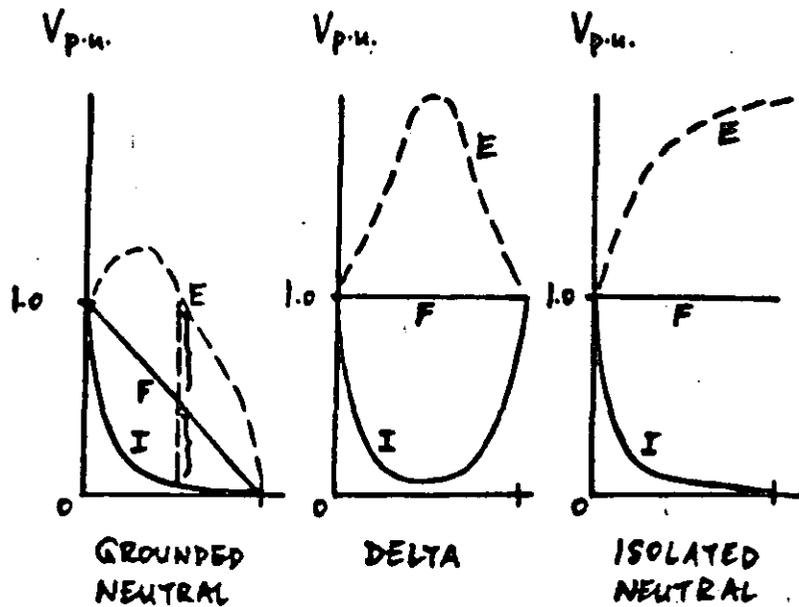
3.4. ENVELOPE CURVES

I - INITIAL DISTRIBUTION

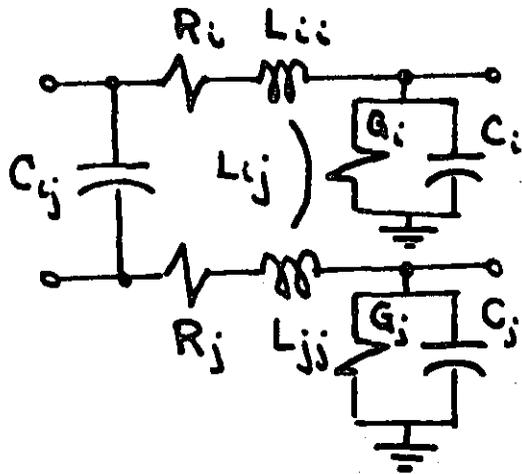
F - FINAL DISTRIBUTION

LC CIRCUITS \rightarrow OSCILLATIONS

E - ENVELOPES OF OSCILLATION



Líneas de Transmisión con Conductores Múltiples.



R_i, L_{ii}, G_i, C_i : resistencia, inductancia, conductancia a tierra y capacitancia a tierra, por unidad de longitud, para el conductor "i".

L_{ij}, C_{ij} : inductancia mutua y capacitancia, por unidad de longitud, entre los conductores "i" y "j".

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial v_i}{\partial x} &= - \sum_{j=1}^n L_{ij} \frac{\partial i_j}{\partial t} - R_i i_i \\ \frac{\partial i_i}{\partial x} &= - \sum_{j=1}^n C_{ij} \frac{\partial}{\partial t} (v_i - v_j) - C_i \frac{\partial v_i}{\partial t} - G_i v_i \end{aligned} \right.$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x} = -Z i_i \quad ; \quad \frac{\partial i_i}{\partial x} = -Y_i v_i$$

⇓

$$\frac{\partial^2 v_i}{\partial x^2} = P v_i \quad ; \quad \frac{\partial^2 i_i}{\partial x^2} = \tilde{P} i_i$$

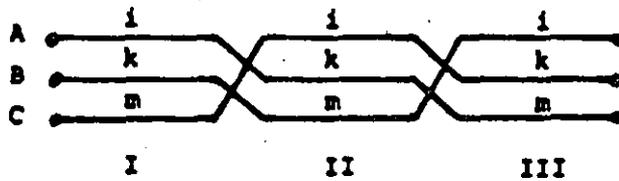
$$P = Z Y_i, \quad \tilde{P} = Y_i Z$$

Transposición de Lineas

$$d = 80 \rightarrow 160 \text{ km}$$

lineas con disposición triangular: 67 km

otras configuraciones: 33 km



- Transposition scheme for single three-phase circuit

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z'_{ii} & Z'_{ik} & Z'_{im} \\ Z'_{ki} & Z'_{kk} & Z'_{km} \\ Z'_{mi} & Z'_{mk} & Z'_{mm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z'_{kk} & Z'_{km} & Z'_{ki} \\ Z'_{mk} & Z'_{mm} & Z'_{mi} \\ Z'_{ik} & Z'_{im} & Z'_{ii} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z'_{mm} & Z'_{mi} & Z'_{mk} \\ Z'_{im} & Z'_{ii} & Z'_{ik} \\ Z'_{km} & Z'_{ki} & Z'_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_s & Z'_m & Z'_m \\ Z'_m & Z'_s & Z'_m \\ Z'_m & Z'_m & Z'_s \end{bmatrix}$$

with

$$Z'_s = \frac{1}{3} (Z'_{ii} + Z'_{kk} + Z'_{mm})$$

$$Z'_m = \frac{1}{3} (Z'_{ik} + Z'_{km} + Z'_{mi})$$

Chapter 4

The theory of natural modes

In Section 2.3 it is shown that the transient behaviour of a perfectly transposed 3-phase line can be discussed in terms of three modes of propagation, each individually satisfying the equations of a single-phase line, whilst the combination satisfies the boundary (or input and output) conditions of the 3-phase line. Two of the modes are aerial in the sense that only in the third is the ground current nonzero.

This elementary example gives a physical interpretation to the common mathematical device of diagonalising a matrix by constructing a modal transformation matrix from its eigenvectors. In that particular situation the mathematical analysis is simplified by the symmetry of the \bar{P} matrix.

In this Chapter the analysis is first extended to deal with the general n -phase line in which \bar{P} is not symmetric but which is uniform in that the same equations apply throughout the length of the line. A computationally efficient 2-port network representation is developed. It is then shown how the basic concepts may be retained when different lines are interconnected to yield a non-uniform system and how these may be cascaded.

4.1 Modal analysis of a uniform n -phase line

In Section 3.1 the modified Fourier transform is used to reduce the partial differential equations of the transient problem to the ordinary differential equations of eqn. 3.17 in the frequency domain. For an n -phase line these may be restated as

$$\frac{d\bar{v}}{dx} = -\bar{Z}\bar{i}; \quad \frac{d\bar{i}}{dx} = -\bar{Y}\bar{v} \quad (4.1)$$

where \bar{Z} , \bar{Y} are square matrices of order n with

$$(r, s)\text{th element of } \bar{Z} = (a + j\omega)M'_{rs}(|\omega|) + R'_{rs}(|\omega|)$$

$$(r, s)\text{th element of } \bar{Y} = (a + j\omega)C'_{rs} + G'_{rs}$$

where M'_{rs} , R'_{rs} , C'_{rs} , G'_{rs} are real.

If the parameter a is set to zero then the equations reduce to those of the steady-state problem at frequency ω . The theory to be developed therefore covers the steady state in which field modal analysis has found many uses e.g. Wedepohl (1965), Wedepohl and Wasley (1965, 1968), Hedman (1965). These authors give detailed treatments of modal analysis in the steady state. Here, however, attention is focused on those aspects necessary for transient analysis. As previously, eqn. 4.1 gives

$$\frac{d^2\bar{v}}{dx^2} = \bar{P}\bar{v} \quad (4.2)$$

$$\frac{d^2\bar{i}}{dx^2} = \bar{P}\bar{i} \quad (4.3)$$

where

$$\bar{P} = \bar{Z}\bar{Y}; \quad \bar{P} = \bar{Y}\bar{Z}$$

While \bar{Z} , \bar{Y} are symmetric matrices, \bar{P} is only symmetric in special cases such as the perfectly transposed line of Section 2.3. The general analysis must therefore be developed on the basis that \bar{P} is not symmetric i.e. $\bar{P} \neq \bar{P}^T$.

The following lemma is basic to the present approach.

Lemma 1. If $S^{-1}\bar{P}S$ is diagonal, then S can be formed from the eigenvectors of \bar{P} , and the elements of the diagonal matrix are the eigenvalues of \bar{P} .

Proof. Suppose that

$$S^{-1}\bar{P}S = \lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \quad (4.4)$$

then

$$\bar{P}S = S\lambda \quad (4.5)$$

and writing S in the form of n columns vectors S_i

$$S = [S_1, S_2, \dots, S_n]$$

eqn. 4.5 gives

$$[\bar{P}S_1, \bar{P}S_2, \dots, \bar{P}S_n] = [\lambda_1 S_1, \lambda_2 S_2, \dots, \lambda_n S_n]$$

so that equating columns

$$\bar{P}S_i = \lambda_i S_i, \quad 1 \leq i \leq n \quad (4.6)$$

Eqn. 4.6 defines the scalars λ_i as the unique eigenvalues of \bar{P} and the column matrices S_i as the corresponding eigenvectors, unique to within a multiplicative constant. The matrix S so constructed is the modal transformation matrix of \bar{P} .

Under the transformation

$$v = S\bar{v}_m \quad (4.7)$$

with S nonsingular, eqn. 4.2 becomes

$$\frac{d^2 \bar{v}_m}{dx^2} = S^{-1} \bar{P} S \bar{v}_m$$

so that if S is now chosen to be the modal transformation matrix of \bar{P}

$$\frac{d^2 \bar{v}_m}{dx^2} = \lambda \bar{v}_m \quad (4.8)$$

i.e. the matrix eqn. 4.2 is reduced to n independent scalar differential equations.

Transposition of eqn. 4.4 yields

$$\bar{S} \bar{P} \bar{S}^{-1} = \bar{\lambda} = \lambda$$

so that on introducing

$$Q = \bar{S}^{-1} \\ Q^{-1} \bar{P} Q = \lambda \quad (4.9)$$

i.e. Q is seen as the modal transformation matrix of \bar{P} (lemma 1). Hence on setting

$$\bar{i} = Q \bar{i}_m \quad (4.10)$$

eqn. 4.3 reduces to

$$\frac{d^2 \bar{i}_m}{dx^2} = Q^{-1} \bar{P} Q \bar{i}_m = \lambda \bar{i}_m \quad (4.11)$$

again representing n independent scalar differential equations.

As in the case of the perfectly transposed line of Section 2.3 the elements of \bar{v}_m , \bar{i}_m are the components of the modes of propagation. To show that these modes act independently it is necessary to show that the two equations of eqn. 4.1 each transform into n scalar differential equations in the same variables. Under the transformations of eqns. 4.7 and 4.10, eqn. 4.1 becomes

$$\frac{d\bar{v}_m}{dx} = -(S^{-1} \bar{Z} Q) \bar{i}_m = -\bar{Z}_m \bar{i}_m, \text{ say} \quad (4.12)$$

$$\frac{d\bar{i}_m}{dx} = -(Q^{-1} \bar{Y} S) \bar{v}_m = -\bar{Y}_m \bar{v}_m, \text{ say} \quad (4.13)$$

so that it is necessary to show that \bar{Z}_m , \bar{Y}_m are both diagonal matrices. To this end it is noted that from eqn. 4.4

$$\lambda = S^{-1} \bar{P} S = S^{-1} \bar{Z} \bar{Y} S = (S^{-1} \bar{Z} Q)(Q^{-1} \bar{Y} S) = \bar{Z}_m \bar{Y}_m$$

and from eqn. 4.9

$$\lambda = Q^{-1} \bar{P} Q = Q^{-1} \bar{Y} \bar{Z} Q = (Q^{-1} \bar{Y} S)(S^{-1} \bar{Z} Q) = \bar{Y}_m \bar{Z}_m \\ \text{i.e.} \quad \bar{Z}_m \bar{Y}_m = \bar{Y}_m \bar{Z}_m = \lambda \quad (4.14)$$

The conditions under which eqn. 4.14 implies that \bar{Z}_m , \bar{Y}_m are themselves diagonal are given in the following lemma:-

Lemma 2. If

$$AB = BA = \lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n) \quad (4.15)$$

where $\lambda_i \neq \lambda_j$ for $i \neq j$ and B is nonsingular, then A , B are diagonal.

Proof. Let $B^{-1} = C$ so that eqn. 4.15 becomes

$$A = \lambda C = C\lambda; \quad (4.16)$$

on writing C in the form of row and column vectors as

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix} = [C'_1, C'_2, \dots, C'_n]$$

substitution for λ in eqn. 4.16 yields

$$\lambda C = \begin{bmatrix} \lambda_1 C_1 \\ \lambda_2 C_2 \\ \vdots \\ \lambda_n C_n \end{bmatrix} = [\lambda_1 C'_1, \lambda_2 C'_2, \dots, \lambda_n C'_n] = C\lambda$$

Equating the (i, j) th element in the square matrix gives

$$\lambda_i C_{ij} = \lambda_j C_{ij}$$

so that if $\lambda_i \neq \lambda_j$ for $i \neq j$ it follows that $C_{ij} = 0$ and C is diagonal. Hence B , A are diagonal.

In eqn. 4.14 the diagonal elements of λ are the eigenvalues of \bar{P} . These are distinct in all except those special cases, such as the perfectly transposed line, where other properties yield the same result.

Thus it is apparent that, as in the case of the perfectly transposed line, the behaviour of any uniform line can be discussed in terms of independent modes of propagation. Again from eqns. 4.7 and 4.10 the distribution between the phases of voltage and current within each mode is the same throughout the line but now, since in general $Q \neq S$, the distribution of voltage in a given mode is not the same as that of the current in the same mode.

If the i th elements of $\bar{v}_m, \bar{i}_m, \bar{Z}_m, \bar{Y}_m, \lambda$ are denoted by $\bar{v}_{mi}, \bar{i}_{mi}, \bar{z}_{mi}, \bar{y}_{mi}, \lambda_i$ the behaviour of the magnitude of the i th mode is given by the scalar equations

$$\frac{d\bar{v}_{mi}}{dx} = -\bar{z}_{mi}\bar{i}_{mi}; \quad \frac{d\bar{i}_{mi}}{dx} = -\bar{y}_{mi}\bar{v}_{mi}$$

$$\frac{d^2\bar{v}_{mi}}{dx^2} = \lambda_i\bar{v}_{mi}; \quad \frac{d^2\bar{i}_{mi}}{dx^2} = \lambda_i\bar{i}_{mi}$$

with

$$\lambda_i = \bar{z}_{mi}\bar{y}_{mi}$$

and so may be interpreted as the steady-state behaviour in a notional single-phase line with series impedance \bar{z}_{mi} and shunt admittance \bar{y}_{mi} .

If

$$\lambda_i = \gamma_i^2$$

and

$$\gamma_i = \alpha_i + j\beta_i$$

with α_i, β_i real and $\alpha_i > 0$, it follows that both $\bar{v}_{mi}, \bar{i}_{mi}$ are of the form

$$A \exp(-\alpha_i x) \exp(-j\beta_i x) + B \exp(\alpha_i x) \exp(j\beta_i x) \quad (4.17)$$

Let $A^+(x) = A \exp(-\alpha_i x) \exp(-j\beta_i x)$ then $A^+(x)$ gives the magnitude and phase of a sinusoidal wave at the point x . At the point $x + x_0$

$$A^+(x + x_0) = A^+(x) \exp(-\alpha_i x_0) \exp(-j\beta_i x_0)$$

so that the wave has undergone an attenuation $\alpha_i x_0$ and experienced a further phase shift of $\beta_i x_0$. This means that its peak is delayed by a time $\beta_i x_0 / \omega$, and in this sense the wave has travelled forward with a propagation velocity $u = \omega / \beta_i$. Similarly, the remaining term in eqn. 4.17 can be interpreted as a backward travelling wave with the same attenuation and propagation velocity. It is convenient to refer to β_i as the velocity factor and the combination $\alpha_i + j\beta_i = \gamma_i$ as the propagation constant for the mode. It will be recognised as the steady-state equivalent of the parameter k used in Section 2.2 for a single-phase line.

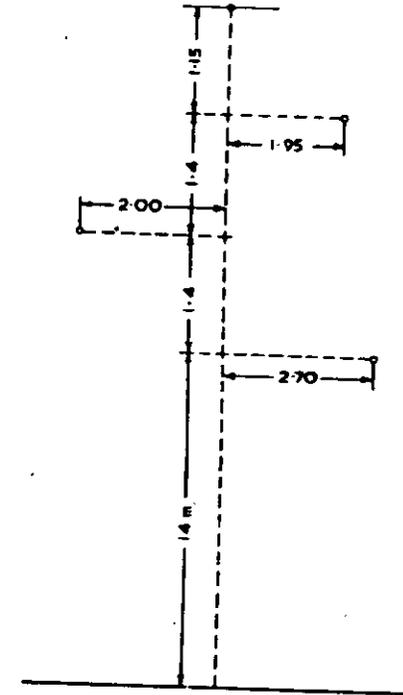


Fig. 4.1 Configuration of Bodio-Cunardo line
 Conductor 7/5.2 mm Al
 Earth wire 7/2-67 mm steel
 Mean sag, 6 m

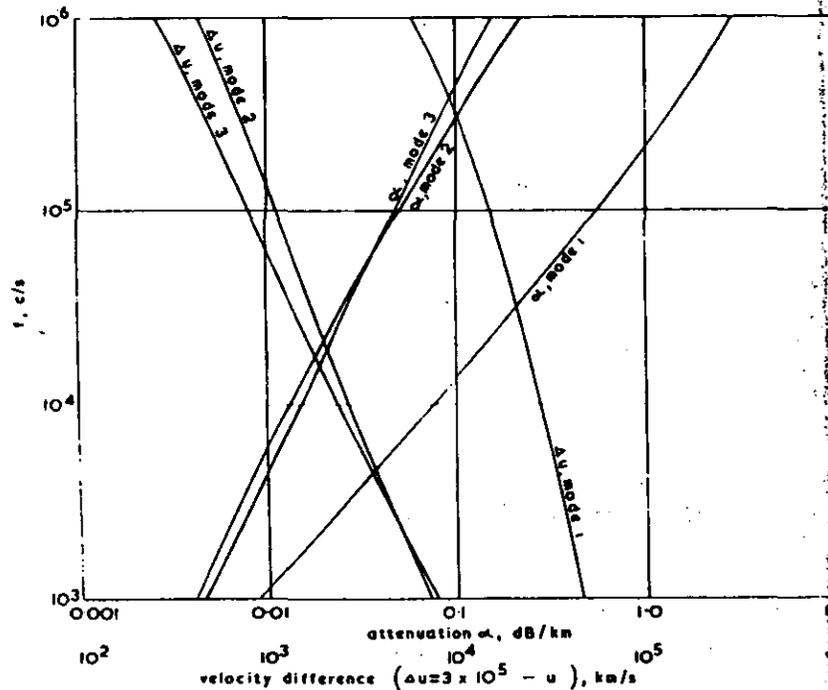
It should perhaps be noted that, since the parameters of the original line are frequency dependent, and additionally the use of the modified Fourier transform introduces the parameter a , the A, B, α_i, β_i in eqn. 4.17 are complicated functions of $a, \omega, |\omega|$. If however a is set to zero all the equations in transform space are identical with the steady-state equations at the fixed frequency ω . Then the α_i, β_i do in fact represent the attenuation and velocity factor for the i th mode of a sinusoidal voltage of frequency ω in the original line. For the line having the configuration shown in Fig. 4.1 with the following constants

Conductor resistivity	$3.21 \times 10^{-8} \Omega m$
Earth wire resistivity	$20 \times 10^{-8} \Omega m$
Earth resistivity	$100 \Omega m$
Relative permeability of earth wire	10^3

Galloway *et al.* (1964) give the modal distribution and propagation constants at 100 kHz shown in Table 4.1.

Table 4.1 Calculated mode-distribution vectors and propagation constants

Mode number	Mode-distribution vectors		Attenuation dB/km	Velocity km/s
	Voltage	Current		
1	0.291 - j0.002	1.489 + j0.044	0.559	284 550
	0.257 - j0.005	1.306 + j0.014		
	0.231 - j0.005	1.000 + j0.000		
2	0.092 - j0.127	3.581 - j0.495	0.0498	298 850
	-0.127 - j0.015	-4.956 + j0.515		
	0.028 + j0.006	1.000 + j0.000		
3	-0.383 - j0.006	-0.605 - j0.010	0.0480	299 180
	-0.130 + j0.021	-0.213 + j0.024		
	0.741 + j0.000	1.000 + j0.000		



4.2 Mode parameters for Bodio-Cunardo line

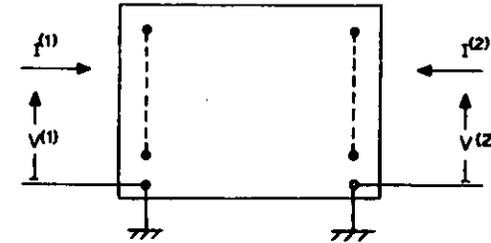


Fig. 4.3 2-port network representation of multiphase line

Since the velocity approaches that of light c_0 ($= 3 \times 10^5$ km/s) it is convenient to display the variation in modal velocity u in terms of the velocity difference $\Delta u = c_0 - u$. The variation in this and the attenuation with frequency are displayed for the three modes in Fig. 4.2. The similarity of the three modes to the ground and aerial modes discussed in Section 2.3 should be noted. The same authors showed the close agreement between measured and calculated values of attenuation.

4.2 The uniform line as a 2-port network

The modal equations in transform space, viz. eqns. 4.8, 4.11, 4.12 and 4.13 are conveniently solved by viewing the line as a 2-port network with modal input current and voltages $I_m^{(1)}, \bar{V}_m^{(1)}$ at $x = 0$ and $I_m^{(2)}, \bar{V}_m^{(2)}$ at the other end, say $x = l$ as illustrated in Fig. 4.3.

From eqn. 4.11, with $\lambda = \gamma^2$, it follows that

$$\bar{I}_m = [\text{sh} \gamma x] K_1 + [\text{ch} \gamma x] K_2$$

where K_1, K_2 are column matrices arising from the constants of integration, and eqn. 4.13 then yields, on using eqn. 4.14

$$\bar{V}_m = \bar{Z}_m \gamma^{-1} \{ [\text{ch} \gamma x] K_1 + [\text{sh} \gamma x] K_2 \}$$

The input conditions at $x = 0$ then give

$$I_m^{(1)} = K_2$$

$$\bar{V}_m^{(1)} = -\bar{Z}_m \gamma^{-1} K_1$$

and at $x = l$

$$-I_m^{(2)} = [\text{sh} \gamma l] K_1 + [\text{ch} \gamma l] K_2$$

$$\bar{V}_m^{(2)} = -\bar{Z}_m \gamma^{-1} \{ [\text{ch} \gamma l] K_1 + [\text{sh} \gamma l] K_2 \}$$

On noting that \bar{Z}_m, γ and the matrices arising from the hyperbolic terms are diagonal, and eliminating the unknown matrices K_1, K_2 , the

result can be expressed as

$$\begin{bmatrix} I_m^{(1)} \\ I_m^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & -B_m \\ -B_m & A_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_m^{(1)} \\ \bar{V}_m^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

where

$$A_m = \bar{Z}_m^{-1} \gamma [\coth \gamma l]$$

$$B_m = \bar{Z}_m^{-1} \gamma [\operatorname{cosech} \gamma l]$$

with A_m, B_m diagonal matrices.

On transforming to phase quantities with $I = Q I_m, \bar{V} = S \bar{V}_m$, eqn. 4.18 becomes

$$\begin{bmatrix} I^{(1)} \\ I^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}^{(1)} \\ \bar{V}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

with, after some manipulation and introducing

$$\Psi = S \gamma S^{-1}$$

$$\bar{Y}_0 = \bar{Z}^{-1} S \gamma S^{-1},$$

$$Q A_m S^{-1} = A = \bar{Y}_0 [\coth \Psi l] \quad (4.20)$$

$$Q B_m S^{-1} = B = \bar{Y}_0 [\operatorname{cosech} \Psi l] \quad (4.21)$$

the square matrix in eqn. 4.19 is known as the nodal admittance matrix. It should be noted that since A_m, B_m are diagonal and $Q = \bar{S}^{-1}$

$$\tilde{A} = \tilde{S}^{-1} A_m \tilde{Q} = Q A_m S^{-1} = A$$

i.e. A, B are symmetric matrices of order n .

4.3 Example

As a very simple example, first pole closure of a source on to an open circuit 3-phase line is considered, as illustrated in Fig. 4.4. When the sub-conductors are bundled and the earth wire is eliminated, the series impedance and shunt admittance are known functions of $|\omega|$. Hence by choosing the parameter a in the modified Fourier transform as suggested in Section 3.4

$$\bar{P} = \bar{Z} \bar{Y}$$

is computed at any chosen ω . The eigenvalues and eigenvectors are then found. Of the several standard methods available that suggested by Galloway *et al.* (1964) has proved reliable. It is based on a root-squaring technique which has been improved to separate nearly equal eigenvalues

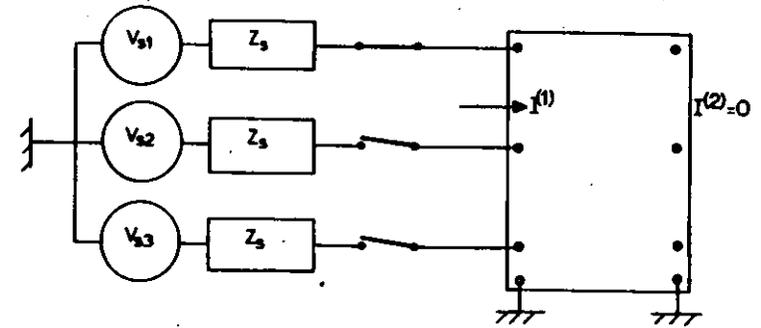


Fig. 4.4 First pole closure on 3-phase line

as outlined in Section 4.4.

The sub-matrices A, B in eqn. 4.19, viz.

$$\begin{bmatrix} I^{(1)} \\ I^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ -B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}^{(1)} \\ \bar{V}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

are computed using eqns. 4.20, 4.21.

The end-point conditions of the problem may be expressed as

$$I^{(2)} = 0 \quad (4.22)$$

$$F I^{(1)} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{s1} \bar{Z}_s^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - F \bar{V}^{(1)} \quad (4.23)$$

where

$$F = \begin{bmatrix} \bar{Z}_s^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elimination of $I^{(1)}, I^{(2)}, \bar{V}^{(1)}$ from eqns. 4.19, 4.22 and 4.23 yields

$$[(F + A)B^{-1}A - B] \bar{V}^{(2)} = \begin{bmatrix} \bar{V}_{s1} \bar{Z}_s^{-1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

from which $\bar{V}^{(2)}$ at the chosen frequency follows.

This process is repeated at a sufficient number of frequencies to permit inversion to the time domain as described in Section 3.4. In

carrying out the computation, the hyperbolic terms appearing in the nodal admittance matrix should be formulated in terms of exponentials with negative exponents, in order to avoid overflow in the computer.

The understanding of the results is sometimes aided by consideration of the contributions of the individual modes of propagation. In this event it is necessary to find the contributions first in transform space and invert each separately.

4.4 Eigenvalues, -vectors of the matrix \bar{P} .

Standard methods for finding the eigenvalues, and eigenvectors of a matrix require the eigenvalues to be well separated. In the \bar{P} matrix such separation arises solely from the finite conductivity of the ground and Galloway *et al.* (1964) showed that for computational purposes the separation may be increased by expressing the matrix $Z(\omega)$ in the form

$$Z(\omega) = R_c(|\omega|) + R_g(|\omega|) + j\omega\{L_c(|\omega|) + L_g(|\omega|) + L_0\} \quad (4.24)$$

where subscript c denotes the conductor internal impedances, subscript g those arising from the lossy ground (i.e. from the integral in eqns. 2.24 and 2.25) and subscript zero the external inductance with a loss-free ground.

Then it is well known that

$$L_0 C = \mu_0 \epsilon_0 U$$

so that

$$\bar{Z}_0 \bar{Y} = (a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0 U \quad (4.25)$$

where U is the unit diagonal matrix, and writing

$$\bar{Z} = \bar{Z}_c + \bar{Z}_g + \bar{Z}_0$$

the matrix \bar{P} becomes

$$\bar{P} = \bar{Z} \bar{Y} = (\bar{Z}_c + \bar{Z}_g) \bar{Y} + (a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0 U \quad (4.26)$$

It is apparent that the eigenvectors of \bar{P} are the eigenvectors of $(\bar{Z}_c + \bar{Z}_g) \bar{Y}$, whilst the eigenvalues differ by $(a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0$. Hence if the eigenvalues of $(\bar{Z}_c + \bar{Z}_g) \bar{Y}$ are Λ_i then

$$\lambda_i = \Lambda_i + (a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0 \quad (4.27)$$

and the Λ_i/Λ_j are better separated than the λ_i/λ_j and are more readily computed.

The matrix product $(\bar{Z}_c + \bar{Z}_g) \bar{Y}$ is dependent on frequency so that it is still necessary to find the eigenvalues, and eigenvectors at each

frequency. However, Paul (1975) has pointed out that, for a horizontal line configuration, all the elements of $R_g(|\omega|)$ and of $L_g(|\omega|)$ are approximately equal. Making the assumption of equality the matrix \bar{Z}_g may be written

$$\bar{Z}_g = z_g(a + j\omega, |\omega|) N \quad (4.28)$$

where N is a square matrix in which every element is unity and $z_g(a + j\omega, |\omega|)$ is a scalar. Then on setting \bar{Z}_c to zero, eqn. 4.26 gives

$$\begin{aligned} \lambda &= z_g S^{-1} N \bar{Y} S + (a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0 U \\ &= z_g \Lambda + (a + j\omega)^2 \mu_0 \epsilon_0 U \end{aligned} \quad (4.29)$$

where now $(N \bar{Y})$ is independent of frequency so that its eigenvalues and eigenvectors need be calculated once only.

To a poorer degree of approximation, but one which still retains the main features of the frequency dependent parameters, the same idea could be applied to other line configurations. Of course, in such cases the elements of the matrix N in eqn. 4.28 would no longer be unity.

4.5 Interconnection of 2-port networks

In Section 4.2 the nodal admittance matrix of a uniform n -phase line is derived as

$$\begin{bmatrix} A & -B \\ -B & A \end{bmatrix}$$

with A, B symmetric matrices of order n . When a number of different lines are connected in series, and the nonuniform combination is regarded as a 2-port network, then the nodal admittance matrix takes the more complicated form common to all linear passive networks,

$$\begin{bmatrix} A & -B \\ -\bar{B} & C \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

However A, C are still symmetric matrices, thus retaining the symmetry of the whole matrix.

In cascading a number of such nonuniform combinations it is usual to express the 2-port equations in the form

$$\begin{bmatrix} V^{(1)} \\ I^{(1)} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} V^{(2)} \\ -I^{(2)} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

where the transfer or chain matrix T is readily shown to be

$$T = \begin{bmatrix} \tilde{B}^{-1}C & \tilde{B}^{-1} \\ A\tilde{B}^{-1}C-B & A\tilde{B}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

The output from each 2-port network is the input to the succeeding one so that the overall transfer matrix is the product of the transfer matrices of the separate 2-port networks taken in the order in which they are cascaded.

In crossbonded cable systems each major section, comprising a complete sequence of transpositions, is nonuniform, and accordingly has a nodal admittance matrix of the form given in eqn. 4.30, and systems generally contain a very large number of such major sections. Wedepohl and Indulkar (1974) found that computation based on classical methods of analysis is prohibitively long. For the same reason the lattice approach for solving the problem directly in the time domain is impracticable. However it should be noted that the transfer matrix T of eqn. 4.32 has the property that the inverse of its transpose contains the same submatrices as T , i.e.

$$\tilde{T}^{-1} = \begin{bmatrix} A\tilde{B}^{-1} & B-A\tilde{B}^{-1}C \\ -\tilde{B}^{-1} & \tilde{B}^{-1}C \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Hence \tilde{T}^{-1} can be obtained from T by an elementary transformation represented in this case by a matrix K defined by

$$K = \begin{bmatrix} O & U \\ -U & O \end{bmatrix}; \quad K^{-1} = \tilde{K} \quad (4.34)$$

in which all the submatrices are of order $n \times n$ and U is the unit diagonal matrix and O the zero matrix. It is readily shown that

$$\tilde{T}^{-1}K = KT$$

or

$$K^{-1}\tilde{T}^{-1}K = T \quad (4.35)$$

If Q is the modal transformation matrix of T and if the resulting $2n \times 2n$ diagonal matrix of eigenvalues is expressed in terms of two $n \times n$ diagonal submatrices, then T may be written as

$$T = Q \begin{bmatrix} \lambda_1 & O \\ O & \lambda_2 \end{bmatrix} Q^{-1}$$

with λ_1 containing the n eigenvalues with the largest moduli. It follows that

$$\tilde{T}^{-1} = \tilde{Q}^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & O \\ O & \lambda_2^{-1} \end{bmatrix} \tilde{Q}$$

and, on noting that

$$K^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & O \\ O & \lambda_2^{-1} \end{bmatrix} K = \begin{bmatrix} \lambda_2^{-1} & O \\ O & \lambda_1^{-1} \end{bmatrix}$$

eqn. 4.35 gives

$$\begin{aligned} T &= K^{-1}\tilde{T}^{-1}K = K^{-1}\tilde{Q}^{-1}KK^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1^{-1} & O \\ O & \lambda_2^{-1} \end{bmatrix} KK^{-1}\tilde{Q}K \\ &= (K^{-1}\tilde{Q}^{-1}K) \begin{bmatrix} \lambda_2^{-1} & O \\ O & \lambda_1^{-1} \end{bmatrix} (K^{-1}\tilde{Q}^{-1}K)^{-1} \end{aligned} \quad (4.36)$$

which is a second diagonalisation of T . Accordingly, on using lemma 1, the diagonal matrix $\text{diag}(\lambda_2^{-1}, \lambda_1^{-1})$ contains all the eigenvalues of T i.e. all the elements of $\text{diag}(\lambda_1, \lambda_2)$. Hence the eigenvalues occur in reciprocal pairs and since λ_1 contains the n eigenvalues with the largest moduli, λ_2 contains their reciprocals. If the eigenvalues are ordered in both λ_1, λ_2 according to the magnitude of their moduli then it follows that

$$\lambda_2 = \lambda_1^{-1} \quad (4.37)$$

By construction, λ_1 contains the n eigenvalues with the largest moduli, so that the first n columns of Q are the corresponding eigenvectors. If the remaining n columns of Q could be computed in terms of the eigenvalues in λ_1 , then a highly efficient computational process would result. To this end it is noted that the modal transformation matrix used so far is composed of column eigenvectors satisfying

$$Tx_i = \lambda_i x_i$$

and leading to

$$Q^{-1}TQ = \lambda$$

However the row eigenvectors satisfying

$$y_i T = \lambda_i y_i$$

lead to a transformation matrix S whose rows are the y_i and for which

$$STS^{-1} = \lambda$$

Since the y_i are indeterminate to within a multiplicative constant it is possible to choose S as Q^{-1} . Using lemma 1 on eqn. 4.36, $(K^{-1}\tilde{Q}^{-1}K)$

is seen as a modal transformation matrix of T and since Q is defined as such a matrix the columns of $(K^{-1}\tilde{Q}^{-1}K)$ and Q must be equal to within a multiplicative constant, i.e.

$$K^{-1}\tilde{Q}^{-1}K = QD$$

where D is some diagonal matrix. Then, writing

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix}; \quad S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix}$$

where $\{Q_{11}, Q_{21}\}$ and $\{S_{11}, S_{12}\}$ are the n column and row eigenvectors associated with the eigenvalues in λ_1 , it is readily shown that

$$\tilde{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{22}D_2 & -Q_{21}D_1 \\ -Q_{12}D_2 & Q_{11}D_1 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Hence, on using

$$S = Q^{-1} \quad (4.39)$$

and identifying corresponding submatrices, there results

$$\begin{bmatrix} Q_{12} \\ Q_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tilde{S}_{12} \\ \tilde{S}_{11} \end{bmatrix} D_2^{-1}$$

Since the eigenvectors are indeterminate to within a multiplicative constant, the modal transformation matrix may be written as

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & -\tilde{S}_{12} \\ Q_{21} & \tilde{S}_{11} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

i.e. entirely in terms of the column and row eigenvectors associated with the eigenvalues in λ_1 . As pointed out by Wedepohl and Indulkar (1974), this is not only computationally efficient but has the following advantage.

The eigenvalues are ordered

$$|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n| > 1 > |\lambda_n^{-1}| > \dots > |\lambda_1^{-1}|$$

so that the range is $|\lambda_1|^2$. In crossbonded cable systems this range is so large that numerical instabilities occur. In the above method the range is reduced to $|\lambda_1/\lambda_n| (< |\lambda_1|)$ and thus these instabilities are avoided. For an illuminating discussion on the significance of the ratio of the highest to the lowest moduli of the eigenvalues (the condition number) see Lanzcos (1961).

Further, from eqns. 4.38 and 4.39 it follows that

$$S_{21} = -D_1\tilde{Q}_{21}; \quad S_{22} = D_1\tilde{Q}_{11}$$

so that S may be written

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ -D_1\tilde{Q}_{21} & D_1\tilde{Q}_{11} \end{bmatrix}$$

and

$$SQ = \begin{bmatrix} S_{11}Q_{11} + S_{12}Q_{21} & -S_{11}\tilde{S}_{12} + S_{12}\tilde{S}_{11} \\ D(\tilde{Q}_{11}Q_{21} - \tilde{Q}_{21}Q_{11}) & D(\tilde{Q}_{11}\tilde{S}_{11} + \tilde{Q}_{21}\tilde{S}_{12}) \end{bmatrix} \\ = U, \text{ from eqn. 4.39.}$$

By construction

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} \\ Q_{21} \end{bmatrix} = S_{11}Q_{11} + S_{12}Q_{21} = U$$

so that for $D(\tilde{Q}_{11}\tilde{S}_{11} + \tilde{Q}_{21}\tilde{S}_{12})$ to be equal to U it is necessary that $D = U$ and hence S reduces to

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ -\tilde{Q}_{21} & \tilde{Q}_{11} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

and $S(=Q^{-1})$ is obtained without additional computation.

When n identical 2-port networks are cascaded the overall transfer matrix may be expressed as

$$T^n = (Q\lambda Q^{-1})^n = Q\lambda^n S = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

where

$$\left. \begin{aligned} T_{11} &= Q_{11}\lambda_1^n S_{11} + \tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{21} \\ T_{12} &= Q_{11}\lambda_1^n S_{12} - \tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11} \\ T_{21} &= Q_{21}\lambda_1^n S_{11} - \tilde{S}_{11}\lambda_1^{-n}Q_{21} \\ T_{22} &= Q_{21}\lambda_1^n S_{12} + \tilde{S}_{11}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11} \end{aligned} \right\} \quad (4.43)$$

on using eqns. 4.37, 4.40 and 4.41.

However in crossbonded cable systems it is impracticable to achieve realistic results because the dominant eigenvalue in λ_1^n swamps all others although this mode has the greatest attenuation and contributes least to the transfer of energy. Accordingly, Wedepohl and Indulkar (1974) form the nodal admittance matrix of the n -fold cascade from the transfer matrix of eqn. 4.42. Since the cascade is a "near passive network, the nodal admittance matrix involves only the submatrices A_n, B_n, C_n , say, and elementary analysis gives the matrix as

4. The theory of natural modes

$$\begin{bmatrix} A_n & -B_n \\ -\tilde{B}_n & C_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{22}T_{12}^{-1} & -(T_{22}T_{12}^{-1}T_{11} - T_{21}) \\ -T_{12}^{-1} & T_{12}^{-1}T_{11} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Use of eqn. 4.43 together with some manipulation yields

$$\begin{aligned} A_n &= [Q_{21}Q_{11}^{-1} + \tilde{S}_{11}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11}S_{12}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1}] \times [U - \tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11}S_{12}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1}]^{-1} \\ \tilde{B}_n &= S_{12}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1} [U - \tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11}S_{12}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1}]^{-1} \quad (4.45) \\ C_n &= [S_{11}^{-1}S_{12} - S_{11}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1}\tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{11}]^{-1} \\ &\quad \times [U + S_{11}^{-1}\lambda_1^{-n}Q_{11}^{-1}\tilde{S}_{12}\lambda_1^{-n}\tilde{Q}_{21}] \end{aligned}$$

Since these equations involve only λ_1^{-n} the low loss modes receive greatest prominence and the numerical difficulties disappear.

$$-\left[\frac{dV_{\text{phase}}}{dx}\right] = \begin{bmatrix} Z'_0 & Z'_m & Z'_m \\ Z'_m & Z'_0 & Z'_m \\ Z'_m & Z'_m & Z'_0 \end{bmatrix} [I_{\text{phase}}]$$

↓ $\alpha, \beta, 0$

$$-\begin{bmatrix} dV_0/dx \\ dV_a/dx \\ dV_b/dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_0 + 2Z'_m & 0 & 0 \\ 0 & Z'_0 - Z'_m & 0 \\ 0 & 0 & Z'_0 - Z'_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_a \\ I_b \end{bmatrix}$$

$$Z'_{\text{zero}} = Z'_0 + 2Z'_m$$

$$Z'_{\text{pos}} = Z'_0 - Z'_m$$

↓

$$-dV_{\text{zero}}/dx = Z'_{\text{zero}} I_{\text{zero}}$$

$$-dV_a/dx = Z'_{\text{pos}} I_a$$

$$-dV_b/dx = Z'_{\text{pos}} I_b$$

$$[v_{0aB}] = [T]^{-1} [v_{\text{phase}}]$$

$$[i_{0aB}] = [T]^{-1} [i_{\text{phase}}]$$

$$[T] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad [T]^{-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \sqrt{2} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_{\text{pos}} \\ \dots \\ z_{\text{pos}} \\ \dots \\ z_{\text{zero}} \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[T] = \frac{1}{6}$$

$$z_{\text{pos}} - z_{\text{pos}} = z_{\text{pos}}$$

$$z_{\text{zero}} + z_{\text{zero}} = z_{\text{zero}}$$

$$[T]^{-1} = [T]$$

where again

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{1} & \dots & \frac{1}{1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{1} & \dots & \frac{1}{1} \end{bmatrix} = [T]$$

↑
j-th col.

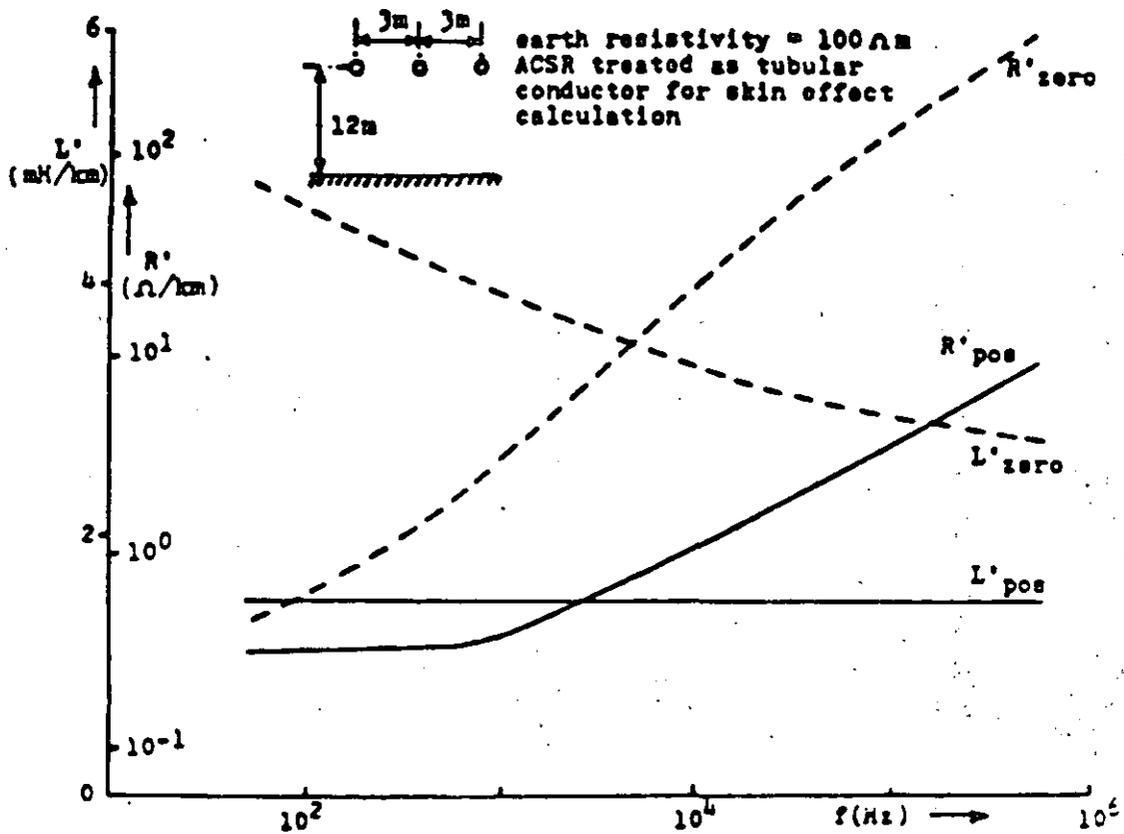
transformation ...

$$Z_{pos} = R_{pos}(\omega) + j\omega L_{pos}(\omega)$$

$$= Z_s - Z_m$$

$$Z_{zero} = R_{zero}(\omega) + j\omega L_{zero}(\omega)$$

$$= Z_s + 2Z_m$$



Positive and zero sequence resistance and inductance of a three-phase line

Conductividad finita del terreno

Teoría de Imágenes Complejas
Fórmula de Carson

$$\bar{d} = \frac{2}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_e}}$$

$$Z_{ii} = R_{int} + j\omega(L' + L_{int})$$

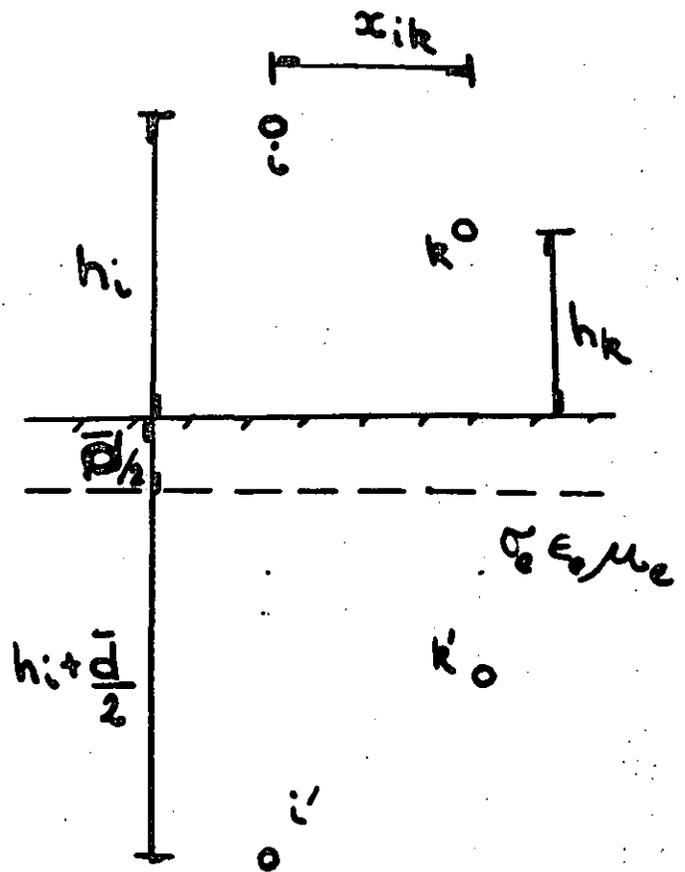
$$Z_{int} = \frac{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_e}}{2\pi\epsilon_c}$$

$$L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \log \frac{2h'}{\epsilon_c}$$

$$h' = h_i + \frac{1}{\sqrt{j\omega\mu_0\sigma_e}}$$

$$Z_{ik} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \log \frac{\sqrt{(h_i + h_k + \bar{d})^2 + x_{ik}^2}}{d_{ik}}$$

$$d_{ik} = \sqrt{(h_i - h_k)^2 + x_{ik}^2}$$



max dif 9%

para varios estratos $\sigma_e(\omega)$

Fórmula de Carson

$$\bar{Z}_{ii} = (R_{int} + \Delta R_i) + j\omega(L_i + L_{int} + \Delta L_i)$$

$$\bar{Z}_{int} = R_{int} + j\omega L_{int}$$

$$L_i = \frac{\mu_0}{2\pi} \log \frac{2h_i}{r}$$

$$\bar{Z}_{ik} = \Delta R_{ik} + j\omega(L_m + \Delta L_m)$$

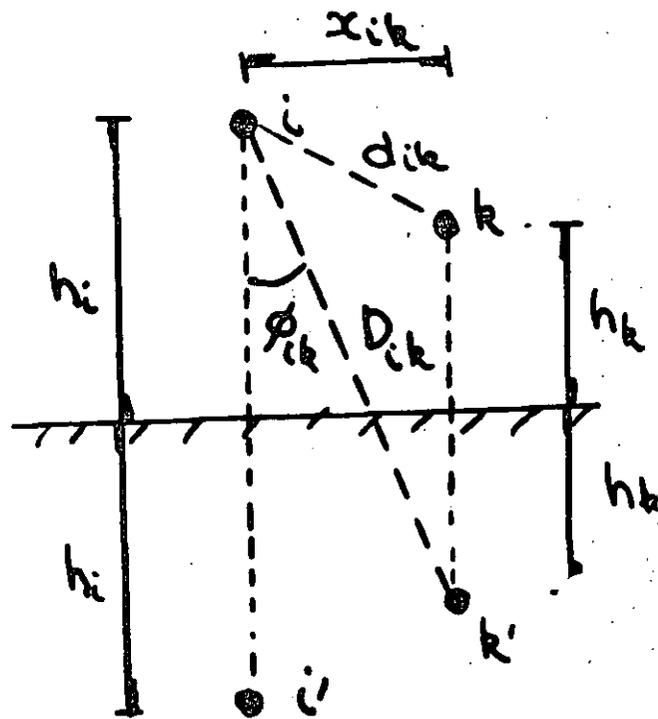
$$L_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \log \frac{D_{ik}}{d_{ik}}$$

$$a = 4\pi \sqrt{5} \times 10^4 D \sqrt{\frac{f}{\rho_e}}$$

$$D = \begin{cases} 2h_i \\ D_{ik} \end{cases}$$

$$\Delta R = \left[\frac{\cos \phi}{a} - \frac{\sqrt{2} \cos 3\phi}{a^2} + \frac{\cos 5\phi}{a^3} + \frac{3 \cos 7\phi}{a^5} - \frac{45 \cos 9\phi}{a^7} \right] \frac{4\omega \times 10^{-7}}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta L = \left[\frac{\cos \phi}{a} - \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3 \cos 5\phi}{a^5} + \frac{45 \cos 7\phi}{a^7} \right] \frac{4\omega \times 10^{-7}}{\sqrt{2}}$$



**SOBRETENSIONES Y ESFUERZOS ELECTRICOS EN
SISTEMAS DE POTENCIA**

**Víctor F. Hermosillo
Comisión Federal de Electricidad
DEPFI - UNAM**

1. INTRODUCCION

El diseño apropiado del nivel de aislamiento eléctrico de un sistema de potencia debe llegar a un balance entre el aguante, el costo y la fiabilidad de los elementos del sistema ante un esfuerzo eléctrico determinado. El aguante ante un cierto esfuerzo eléctrico puede requerir de aislamiento adicional, que incrementa la fiabilidad pero implica mayores costos. Comúnmente, el costo representa un factor limitante mayor que la factibilidad técnica.

La ruptura o deterioro del aislamiento eléctrico depende de la magnitud, forma y duración del esfuerzo eléctrico a que éste se sujeta. Los fenómenos físicos involucrados en la ruptura de un aislamiento son diferentes para distintos tipos de esfuerzo. Debido a lo anterior, las normas internacionales han propuesto clasificar los esfuerzos típicos encontrados en sistemas de potencia, definiendo características de aguante del aislamiento en base a cada tipo de esfuerzo.

La clasificación de esfuerzos eléctricos y sobretensiones de acuerdo a la norma IEC-71 se muestra en la Figura 1. Cada clase incluye la definición de una forma del esfuerzo respecto al tiempo, un rango de valores para las frecuencias y períodos de tiempo involucrados, así como una forma y prueba estandarizada.

2. VOLTAJES CONTINUOS EN EL SISTEMA

El voltaje nominal se define como el voltaje efectivo (rms), entre fases, a la frecuencia de operación de un sistema de potencia, bajo condiciones normales. A diferencia de voltajes transitorios y temporales, que ocurren bajo condiciones anormales de operación, el voltaje nominal del sistema representa un esfuerzo eléctrico continuo aplicado al aislamiento. Es importante considerarlo en procesos de envejecimiento del aislamiento y en problemas de contaminación.

En ocasiones un sistema eléctrico opera al voltaje máximo del sistema (v.g. 5 a 10% mayor al nominal). Las normas internacionales incluyen valores recomendados para el voltaje máximo de operación para efectos de estandarización del equipo y sistemas, por ejemplo, la norma IEC-71 contiene tablas en dos rangos: 1 kV a 245 kV y mayores de 245 kV.

b) Resonancia transitoria: se presentan durante maniobras en líneas terminadas en un transformador sin carga, maniobras en el secundario de un transformador en el extremo de entrega de una línea (Figura 4), produciendo armónicas pares e impares.

Grupo 3. Sobretensiones temporales subarmónicas. Son características en líneas aéreas con compensación en serie. En algunas ocasiones su probabilidad de ocurrencia llega a 10%; aunque para un sistema bien diseñado, esta probabilidad es cercana a cero.

De acuerdo a la experiencia en campo obtenida de distintos países, la magnitud de sobretensiones transitorias en sistemas de potencia reales no llega a valores mayores de 2.0 pu.

4.1 FALLAS A TIERRA

Una falla a tierra produce una sobretensión temporal no amortiguada que persiste hasta que el el esquema de protección produce una maniobra que suprime la falla.

El tipo más común de falla se produce entre una fase y tierra, causando una sobretensión en las fases sanas, que se sostiene hasta que se corrige la situación. La magnitud de la sobretensión en las fases sanas depende de la relación entre la impedancia de secuencia cero y de secuencia positiva del sistema, vistas desde el punto donde ocurre la falla. Por lo tanto, su magnitud esta relacionada con el aterrizamiento del sistema. Esta sobretensión será menor de 1.4 pu para sistemas aterrizados efectivamente y puede llegar a 1.73 pu o más en sistemas no aterrizados.

Un sistema aterrizado efectivamente se define como aquél en el que el máximo voltaje efectivo entre fase y tierra en una de las fases sanas durante una falla es 80% o menor que el voltaje nominal entre fases en el sistema donde se localiza la falla.

La norma IEC-71 incluye gráficas para obtener el factor de aterrizamiento k , en base a las relaciones entre la resistencia de secuencia positiva, la resistencia y la reactancia de secuencia cero, con la reactancia de secuencia positiva, $R1/X1$, $R0/X1$ y $X0/X1$, desde el punto donde ocurre la falla (Figura 5). El factor de aterrizamiento es la razón entre el voltaje efectivo máximo de fase a tierra en una fase sana durante una falla y el voltaje efectivo de operación del sistema entre fase y tierra. Para un sistema aterrizado efectivamente $k = \sqrt{3} (0.8) = 1.4$.

4.2 CAMBIOS REPENTINOS EN LA CARGA

El peor caso de este tipo de sobretensiones ocurre cuando se produce un rechazo o pérdida de carga, al abrirse el interruptor remoto de una línea por la que se transmite una parte substancial de la potencia de una central generadora (Figura 6). El voltaje tiende a subir al disminuir la caída de potencial en la impedancia equivalente en serie del sistema y al producirse una aceleración del generador.

La sobretensión en el generador está determinada por el nivel de corto circuito del sistema, la velocidad del generador (respuesta del gobernador de velocidad, sistema de excitación), las características de la carga antes y después del evento, las longitudes de las líneas conectadas y la cantidad de reactivos generados por la línea (incluyendo compensación en serie o paralelo). Se puede lograr un cálculo preciso de las sobretensiones por rechazo de carga utilizando una simulación digital que incluya las características dinámicas de las máquinas, sus sistemas de control, así como el modelado de las líneas y cargas.

En pruebas de rechazo de carga en sistemas de potencia reales se han obtenido sobretensiones con magnitudes máximas de 1.45 pu.

4.3 EFECTO FERRANTI

Este efecto ocurre debido a la corriente capacitiva, producida por la carga de una línea de transmisión, fluye por la impedancia en serie cuando se abre el extremo lejano de una línea larga no compensada (Figura 7). En estas condiciones el voltaje en el extremo abierto (V_2) es siempre mayor que el voltaje en el nodo de envío (V_1). El voltaje senoidal en el extremo abierto está dado por

$$V_2 = \frac{V_1}{\cos(\beta l)} \quad \dots(3)$$

($\beta = 7.2^\circ$ cada 100 km a 60 Hz, l : longitud de la línea, km)

El efecto Ferranti se puede disminuir mediante compensación inductiva en paralelo o compensación capacitiva en serie.

4.4 RESONANCIA

Algunas de las más severas sobretensiones temporales ocurren debido a condiciones de resonancia. En su forma más simple, el circuito equivalente de un sistema resonante consiste de una fuente, un interruptor y un circuito resonante RCL. La sobretensión se produce al cerrar el interruptor, limitada por pérdidas y efectos de saturación de algunos componentes.

Ignorando las pérdidas, la sobretensión se puede aproximar con la siguiente ecuación

$$V_2 = \frac{V_1 X_c}{X_L + X_c} \quad \dots(4)$$

donde V_1 es el voltaje en el nodo de envío y V_2 es el voltaje en el nodo de recepción.

En la práctica se pueden producir condiciones cercanas a la resonancia. Un ejemplo es el caso de la apertura de una fuente de alta tensión que alimenta a un circuito de baja tensión por medio de un cable y un transformador, si la reactancia inductiva del transformador es cercana a la reactancia capacitiva del cable. Otro caso de resonancia es cuando las armónicas asociadas a la saturación de un transformador tienen frecuencias cercanas a la frecuencia natural de resonancia del sistema. Las sobretensiones debidas a resonancia pueden evitarse cambiando las impedancias de elementos del sistema. Esta consideración debe formar parte de los criterios de diseño del mismo.

4.5 FERRORESONANCIA

Este tipo de sobretensiones ocurre cuando un elemento magnético saturable del sistema es excitado por una capacitancia. La capacitancia puede representar, por ejemplo, al capacitor de graduación entre los contactos abiertos de un interruptor o la capacitancia a tierra de un cable (Figura 8).

Este fenómeno puede producirse también cuando solamente una o dos fases de un sistema se encuentran energizadas debido a la operación de fusibles o interruptores (Figura 9). El elemento saturable puede representar transformadores de potencial (con reactancias altas) conectados al bus abierto, o bien, un transformador con terciario conectado en delta que a su vez alimenta transformadores auxiliares.

La sobretensión en las terminales depende de la magnitud y forma de la corriente que fluye por el elemento magnético, a su vez, esta corriente depende del estado magnético del elemento. Al entrar y salir éste de la región de saturación (Figura 10), su inductancia efectiva cambia, resultando en voltajes con multitud de armónicas. Estos voltajes pueden presentar componentes con frecuencias mayores o menores de la frecuencia de operación del sistema (Figura 11). Diversos estudios efectuados con TNA muestran que existe mayor posibilidad de que se presente ferresonancia en sistemas en los que la reactancia capacitiva equivalente sea menor a veinte veces la reactancia inductiva, $X_c < 20X_L$.

Las sobretensiones por ferresonancia se pueden controlar operando los transformadores a una densidad de flujo reducida, también se pueden implementar procedimientos de maniobra que eviten energizar un transformador sin carga a través de elementos capacitivos.

4.6 ENERGIZACION DE UNA LINEA TERMINADA EN UN TRANSFORMADOR

Este tipo de maniobras producen sobretensiones temporales ligeramente amortiguadas. Se originan durante la energización o recierre de una línea terminada en un transformador. Después del transitorio inicial (que se clasifica como sobretensión por maniobra), la corriente de excitación del transformador produce un sobrevoltaje sostenido durante varios segundos (Figura 12). Su magnitud depende del instante en que se cierre el interruptor, la impedancia equivalente de la fuente, los parámetros de la línea y el transformador y del flujo residual de éste último.

5. SOBRETENSIONES POR MANIOBRA

Son voltajes transitorios, amortiguados y de relativamente corta duración, producidos por acciones de conexión o desconexión por medio de elementos de interrupción del sistema. La magnitud de una sobretensión por maniobra depende del voltaje de operación del sistema. Actualmente se clasifican como sobretensiones transitorias de frente lento.

5.1 CIERRE Y RECIERRE DE LINEAS DE TRANSMISION

La energización de una línea en vacío, no terminada en un transformador, produce sobretensiones debido a las ondas viajeras en los conductores, estas ondas son producidas por el cierre del interruptor o pueden ser causadas por acoplamiento entre fases. Los tiempos relativos de cierre entre los polos del interruptor son importantes para determinar este tipo de sobretensiones, otros factores involucrados son la longitud de la línea, el grado de compensación en paralelo, las características de la fuente equivalente en el nodo de envío, la utilización de resistencias de preinserción y el tipo de terminación en el extremo de la línea. En general las sobretensiones son mayores en el extremo de entrega de la línea.

La apertura de una línea puede dejar un voltaje remanente en la línea desenergizada. A menos que la carga atrapada sea drenada a tierra por medio de un transformador o reactor, puede permanecer en la línea durante varios segundos. La cantidad de carga dependerá de la capacitancia equivalente de la línea y del valor de la resistencia de preinserción (Figura 13), su decremento en el tiempo varía según las condiciones atmosféricas (Figura 14).

Si ocurre un recierre de una línea con carga atrapada y, en el instante en que el interruptor cierra, el voltaje de la fuente tiene polaridad opuesta al voltaje en la línea abierta, se pueden producir sobretensiones muy altas.

Como resultado de un estudio realizado en conjunto por los comités 13 y 33 de CIGRE, se elaboró un diagrama que condensa información sobre factores de sobretensión producidos por el cierre y recierre de líneas (Figura 15). Este diagrama incluye resultados de simulaciones digitales, TNA y mediciones en campo. Se muestran valores mínimos, medios y máximos para una combinación de condiciones del sistema, en forma de un árbol de decisiones. Las opciones son: cierre o recierre trifásico, con o sin resistencia de preinserción, con una fuente inductiva o compleja (sistemas con cables, en los que debe añadirse una capacitancia en paralelo en el equivalente de Thévenin), compensación en paralelo mayor o menor al 50%.

5.2 MANIOBRAS EN CIRCUITOS INDUCTIVOS

Este tipo de sobretensiones puede analizarse con un circuito sencillo, presentado en la Figura 16. Si la reactancia del elemento inductivo de la carga L_c es menor que la reactancia de la capacitancia en paralelo C_c , la mayor parte de la corriente que circula por el circuito fluye por la inductancia L_c y se encuentra atrasada 90° respecto al voltaje de la fuente; además, se supone que la reactancia de la fuente es pequeña comparada con la correspondiente a la carga, $L_s \ll L_c$.

Al iniciarse la apertura de los contactos del interruptor, el arco entre éstos conduce la corriente de la carga. El arco tenderá a extinguirse cuando la corriente alterna llegue a un valor de cero. Debido a que el circuito es puramente inductivo, en el momento de interrupción el voltaje en la fuente y el voltaje en la carga tendrán valores cercanos al máximo.

La interrupción del arco separa al circuito en dos secciones. El voltaje en el contacto del lado del generador tiene dos componentes: una de 60 Hz y una oscilación amortiguada superpuesta cuya frecuencia tiene valores entre 0.5 y 100 kHz, dependiendo de los valores de los parámetros L_s y C_s . El voltaje en el contacto del lado de la carga es oscilatorio amortiguado con una frecuencia dependiendo de C_c y L_c . El voltaje de recuperación transitoria se puede calcular obtenido la diferencia entre los voltajes que aparecen entre los contactos del interruptor, se inicia una carrera entre las propiedades dieléctricas del medio entre los contactos y este voltaje.

5.2.1 REIGNICION DEL ARCO

Existe la posibilidad de una reignición del arco que produce el flujo de corriente con frecuencia mayor a la de operación del sistema y causa una escalación en el voltaje en la carga. Si la corriente se interrumpe de nuevo al llegar al valor de cero, pueden aparecer varios ciclos de reignición e interrupción, con escalaciones de voltaje cada vez mayores (Figura 17).

5.2.2 CORTE DE PEQUEÑAS CORRIENTES INDUCTIVAS

El arco que se forma entre los contactos de un interruptor durante una apertura en un sistema con carga inductiva, se encuentra sujeto a inestabilidades conforme la corriente que fluye por él tiende a cero. Estas se presentan en forma de oscilaciones en la corriente y el voltaje entre los contactos. Si la inestabilidad es seguida de una repentina caída de la corriente a cero, se produce un fenómeno que se conoce como corte prematuro de una pequeña corriente inductiva (Figura 18).

En el modelo más simplificado del arco, suponemos que la transición entre un estado y otro se realiza de modo exponencial con una cierta constante de tiempo. Se desprecian las inductancias del lado de la carga y del lado de la fuente L_s y L_c , obteniéndose un circuito equivalente formado por dos ramas: una contiene una inductancia L_a en serie con una resistencia R_i , la segunda incluye una capacitancia C en paralelo con una resistencia R_a . C es la capacitancia equivalente de C_s y C_c en serie. En la Figura 19 se muestra la simplificación del circuito y la solución de la ecuación diferencial, de la cual obtenemos una expresión para la corriente en el arco. La condición para inestabilidad se da cuando el factor exponencial es creciente. Lo anterior resulta en una relación entre la corriente de corte (i_{ch}) y la raíz cuadrada de la capacitancia equivalente (C), en la que está involucrado un factor que depende del tipo de interruptor. Para una capacitancia típica de $C = 10 \text{ nF}$ los valores de esta corriente son:

tipo de interruptor	i_{ch}
pequeño volumen de aceite	7 a 10 A
hexafluoruro de azufre SF ₆	4 a 17 A
aire comprimido	15 a 20 A

La sobretensión generada del lado de la carga una vez ocurrido el corte prematuro de la corriente, depende de los valores de i_{ch} , L_c y C_c . La energía almacenada en estos elementos antes del corte, se convierte en energía electrostática. Haciendo un balance de energía, se puede

obtener la siguiente fórmula para el factor de la sobretensión

$$k_s = \sqrt{1 + \left(\frac{i_{ch}}{u_o}\right)^2 \frac{L_g}{C_i} \eta_m} \quad \dots(5)$$

donde U_o es el voltaje pico de operación del sistema y η_m es la eficiencia magnética en el sistema, y toma valores entre 0.3 y 0.5.

5.2.3 CORTE VIRTUAL DE UNA CORRIENTE INDUCTIVA

En circuitos trifásicos, la reignición del arco en un polo del interruptor puede producir un corte virtual de corriente que causa mayores sobretensiones que el corte prematuro de corriente, descrito anteriormente. Como se ilustra en la Figura 20, el primer polo en abrir corresponde a la fase A, la corriente i_a llega a cero y, si la carga no está aterrizada, las corrientes en las otras fases son iguales y tienden normalmente a cero $i_b = i_c$. Si ocurre una reignición del arco en la fase A, se producirán corrientes oscilatorias de frecuencia mayor a la nominal del sistema en las tres fases, que pudieran ser interrumpidas al pasar por cero. Esta interrupción es semejante a un corte prematuro de una corriente inductiva.

5.3 MANIOBRAS EN CIRCUITOS CAPACITIVOS

Consideremos un circuito sencillo formado por una carga capacitiva suministrada por una fuente inductiva. La corriente en la carga adelanta al voltaje en 90° . Cuando se interrumpe la corriente, al llegar a cero, el voltaje del sistema se encuentra en un valor cercano al máximo (marcado con un 1 en la Figura 21). El voltaje de recuperación transitoria en el interruptor es muy pequeño, por lo que no ocurre reignición del arco, y la carga capacitiva queda cargada al voltaje pico de operación del sistema. Al pasar medio ciclo, el voltaje de recuperación llegará al doble del voltaje pico del sistema, 2 pu. Si en ese momento ocurre una reignición del arco en el interruptor (marcado con un 2 en la Figura 21). Entonces, despreciando las pérdidas, el voltaje en el capacitor podría subir hasta 3 pu. Al interrumpirse de nuevo el circuito, el capacitor queda cargado a 3 pu, repitiéndose el ciclo indefinidamente.

En un sistema trifásico este fenómeno es más complejo, particularmente si alguno de los interruptores opera antes que los otros dos. Las mayores sobretensiones ocurren cuando solo una de las fases abre y su valor depende de la relación entre la capacitancia de secuencia positiva y la capacitancia de secuencia cero del sistema, ver Figura 22.

6. SOBRETENSIONES POR DESCARGAS ATMOSFERICAS

Dentro de la clasificación actual, éstas se consideran como sobretensiones de frente rápido. Producidas como consecuencia de descargas entre la nube y tierra, se pueden dividir en sobretensiones producidas por descargas directas y sobretensiones inducidas.

La descarga atmosférica consta de varias fases, iniciando con una guía descendente que viaja desde la nube hacia tierra, dando saltos de 50 m, a velocidad promedio de 150km/s, cubre una distancia promedio de 3 km en 20 ms. La guía descendente puede ser encontrada por una guía ascendente originada en una estructura alta. La guía ascendente se encuentra al potencial de la nube, al llegar a tierra, se drenan las cargas en el canal y los paquetes de cargas en la nube hacia tierra, durante lo se denomina el rayo de retorno (Figura 23). Mediciones de las corrientes del rayo de retorno han resultado en su caracterización con una forma de doble exponencial con un frente rápido, adquiriendo su valor máximo en 1 a 30 μ s, seguido de un decremento al 50% de su valor pico, que toma de 10 a 250 μ s. Para descargas negativas, que representan el 90% de las descargas a tierra, el valor medio de la amplitud de la corriente durante el rayo de retorno es de 30 kA, con valores máximos de 100 kA. Existen publicaciones con distribuciones acumuladas de distintos parámetros relacionados con descargas a tierra, ver Figura 24.

En una línea de transmisión sin hilos de guarda o, si ocurre una falla en el blindaje, la corriente producida por el rayo de retorno es inyectada directamente a una de las fases. Esta corriente $i(t)$ se va a dividir en dos ondas viajeras que se propagan hacia extremos opuestos de la línea, cuya impedancia característica es Z_0 . La sobretensión producida $v(t)$ esta dada por la siguiente ecuación

$$v(t) = Z_0/2 i(t) \quad \dots(6)$$

Por ejemplo, una corriente inyectada en una fase, con magnitud de 10 kA, produciría un voltaje con magnitud de 2MV en una línea con impedancia característica de 400 Ω .

Si la descarga incide en el hilo de guarda, se puede producir un flameo inverso, al subir el potencial de la torre. La Figura 25 muestra los porcentajes de la corriente total que fluyen por las torres de una línea de transmisión, por descargas directas a la mitad de la distancia interpostal y directas a una de las torres, siendo éste último el peor caso.

REFERENCIAS

- [1] International Electrotechnical Commission, Publication IEC 71-2, Insulation Coordination Part II: Applications Guide, Geneve, Switzerland.
- [2] Gert, T., Glavitsch, H., Tikhodeyev, N., Shur, S. & Thoren, B, CIGRE, International Conference on Large High Tension Electric Systems, Temporary Overvoltages, their classification, magnitude, duration, shape and frequency of occurrence, Report of Study Committee No.33, 33-12, 1972 Session, August 28-September 6, p. 1-14.
- [3] EPRI, Electric Power Research Institute, Transmission Line Reference Book, 345 kV and above, 2nd. edition, Publication No. EL-2500, Palo Alto, CA 94303, 1982, p. 421-445, 545-597.
- [4] Catenacci, G. & Palva, V., Switching Overvoltages in EHV and UHV Systems with special reference to closing and reclosing transmission lines, ELECTRA, No. 30, p. 70-121.
- [5] Slamecka, E., Interruption of Small Inductive Currents, Chapters 1 and 2, CIGRE Working group 13.02, ELECTRA, No.72, 1974, p. 73-103.
- [6] Berger, K., Anderson, R. & Kroninger, H., Parameters of Lightning Flashes, CIGRE Working group No. 33, ELECTRA, No.41, p. 23-69.
- [7] CIGRE Working group 33/13-09, Very Fast Transient Phenomena Associated with Gas Insulated Substations, International Conference on Large High Voltage Electric Systems, 1988 Session, August 28-September 3, p. 1-20.

CLASS	LOW FREQUENCY		TRANSIENT		
	CONTINUOUS	TEMPORARY	SLOW-FRONT	FAST-FRONT	VERY-FAST-FRONT
voltage shape					
range of voltage shapes	$f = 50 \text{ or } 60 \text{ Hz}$ $T_d \geq 1 \text{ hr}$	$50 < f < 500 \text{ Hz}$ $0.03 < T_d < 3600 \text{ s}$	$30 < T_f < 3000 \mu\text{s}$ $0.3 < T_d < 30 \text{ ms}$	$0.3 < T_f < 30 \mu\text{s}$ $3 < T_d < 300 \mu\text{s}$	$3 < T_f < 300 \text{ ns}$ $0.3 < f_1 < 100 \text{ kHz}$ $30 < f_2 < 300 \text{ kHz}$ $0.03 < T_d < 3 \text{ ms}$
standard voltage shape	$f = 50 \text{ or } 60 \text{ Hz}$ $T_d = (\text{°})$	$48 \leq f \leq 62 \text{ Hz}$ $T_d = 1 \text{ min}$	$T_f = 250 \mu\text{s}$ $T_d = 2500 \mu\text{s}$	$T_f = 1.2 \mu\text{s}$ $T_d = 50 \mu\text{s}$	under consideration
standard withstand test	long-duration power-frequency test	short-duration power-frequency test	switching impulse test	lightning impulse test	(chopped impulse) under consideration

Figura 1. Clasificación de esfuerzos eléctricos y sobretensiones de acuerdo a la norma IEC-71.

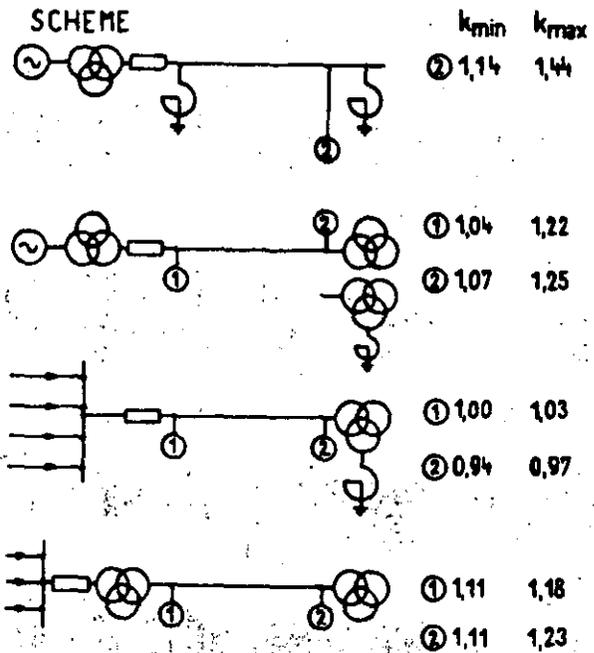
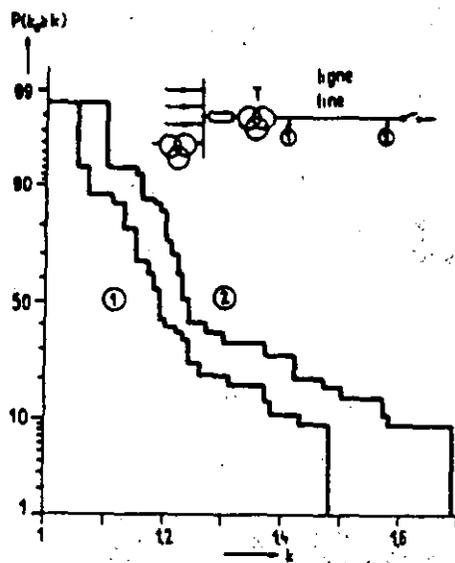
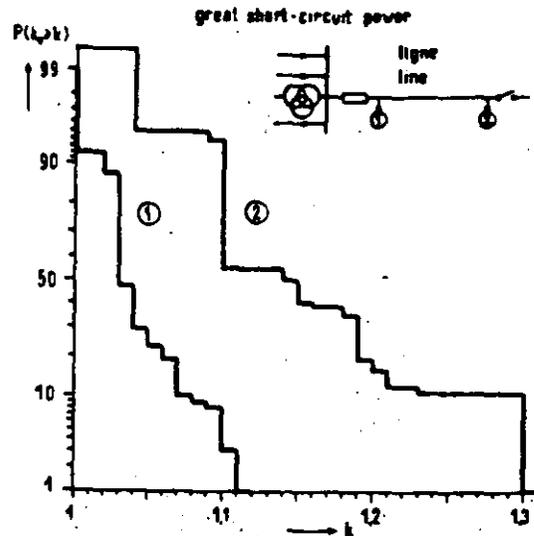
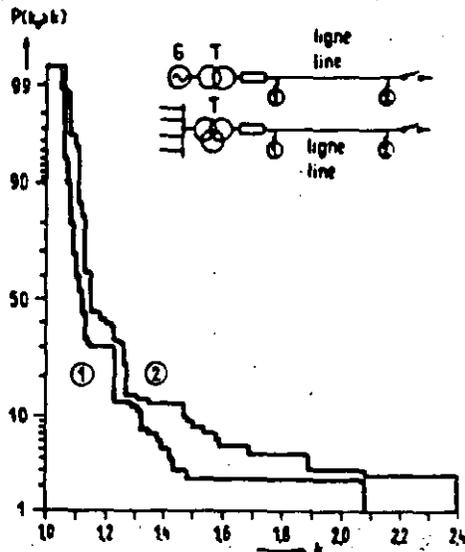
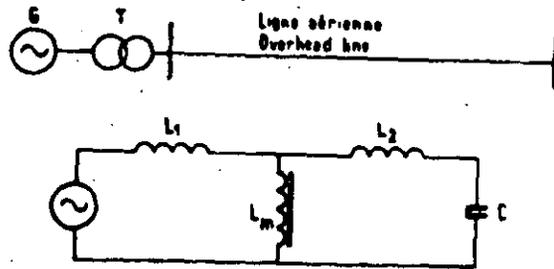


Figura 2. Curvas de distribución de frecuencia acumulada para magnitudes de sobretensiones temporales en el extremo de envío (1) y en el extremo de recepción (2): a) fuente con bajo nivel de corto circuito (230 mediciones/curva), b) fuente con alto nivel de corto circuito (100 mediciones/curva), maniobras en el secundario (70 mediciones/curva), c) rango de magnitudes medidas para diferentes circuitos.



L_1, L_m - short-circuit and magnetizing inductance of the transformer
 L_2, C - inductance and capacitance of the overhead line.

Figura 3. Circuito en el que ocurre resonancia en estado estable con componentes fundamental y armónicas superiores.

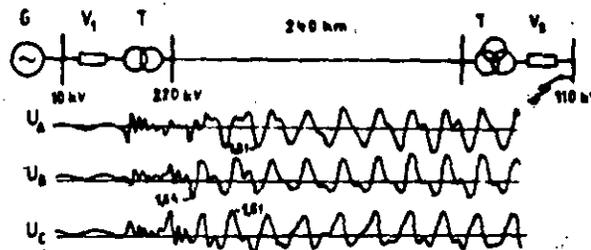


Figura 4. Circuito en el que ocurre resonancia transitoria al eliminar una falla trifásica en el secundario de un transformador. El interruptor en V2 esta abriendo.

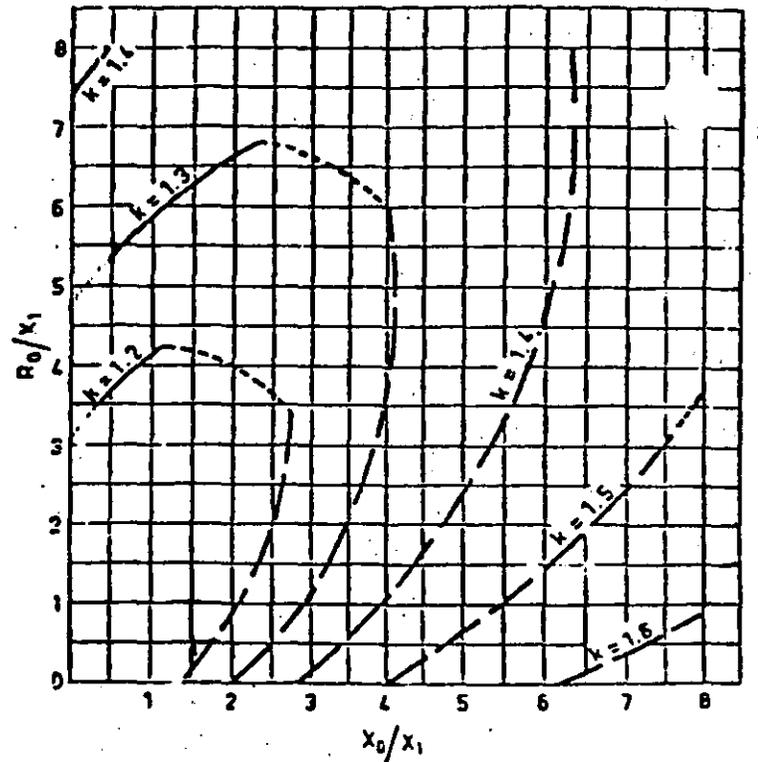
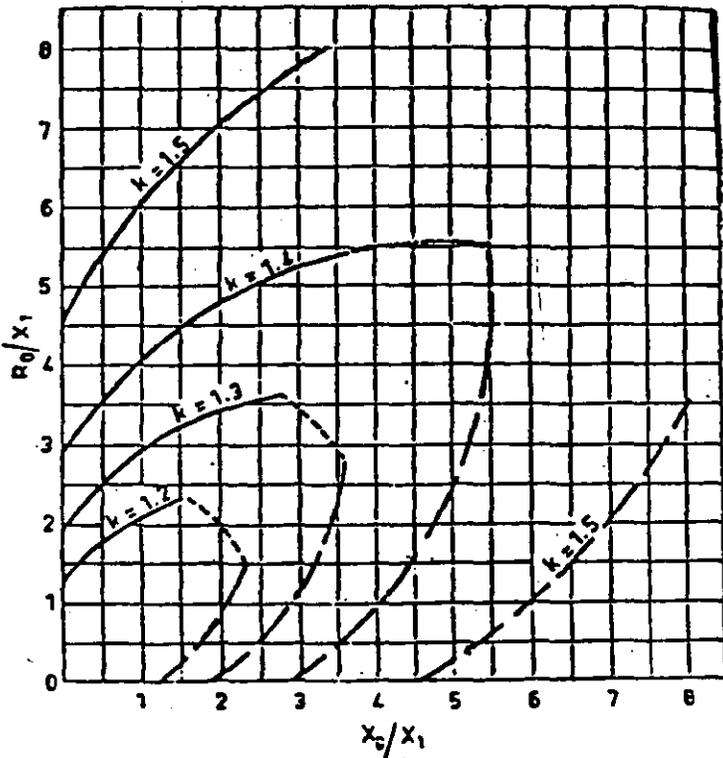
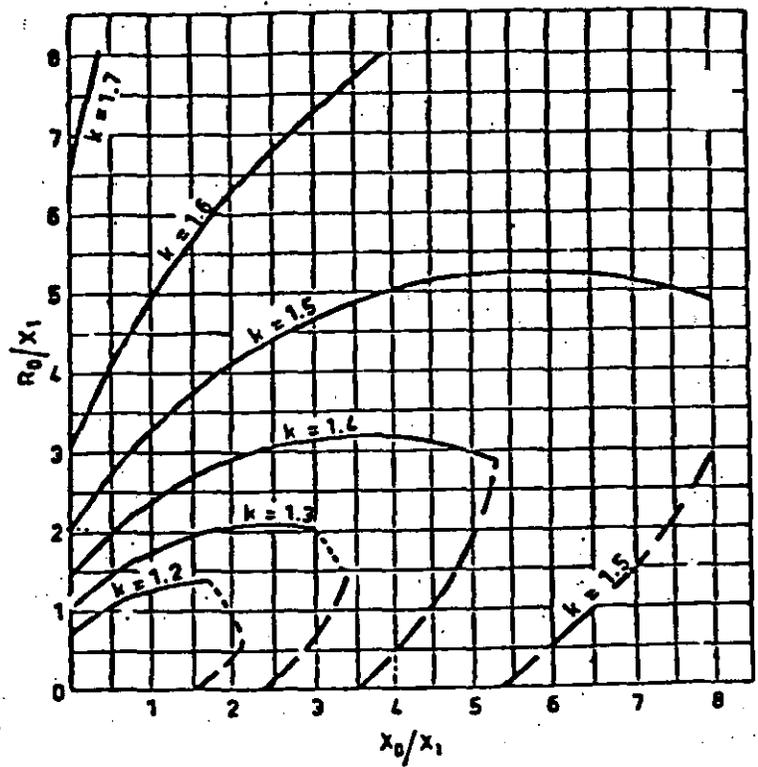
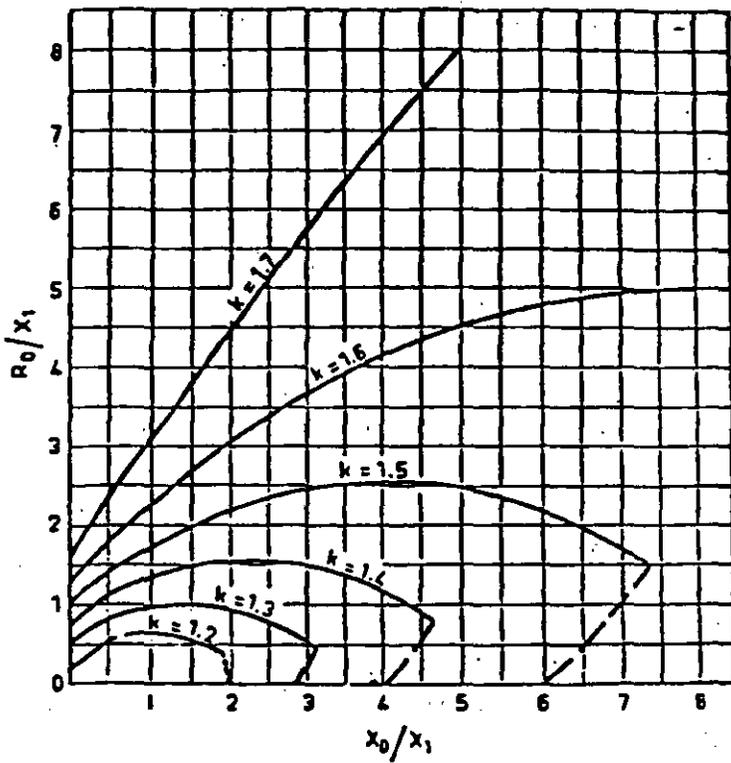


Figura 5. Factores de aterrizamiento para: a) $R_1 = 2X_1$, b) $R_1 = X_1$, c) $R_1 = 0.5X_1$ y d) $R_1 = 0$.

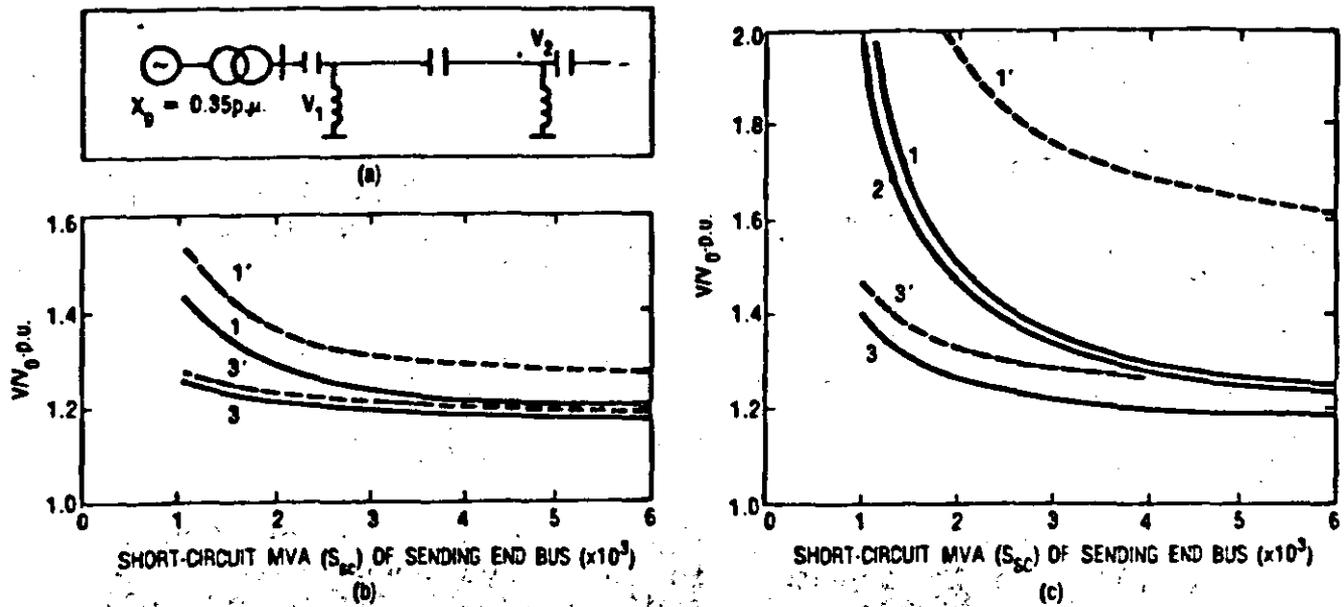


Figura 6. Sobretensiones a frecuencia nominal causados por rechazo de carga: a) diagrama, b) línea de 300 km de longitud, c) línea de 600 km de longitud. 1 y 1' sin compensación, 2 con compensación capacitiva en serie de 50%, 3 y 3' con 50% de compensación en serie y 70% de compensación en paralelo. 1, 2 y 3 son voltajes en el nodo de envío, 1' y 3' son voltajes en el nodo de recepción. Voltaje nominal 400 kV, carga inicial 33% del nivel de corto circuito del nodo de envío. Se supone un incremento en la velocidad del generador de 10% y se desprecian pérdidas.

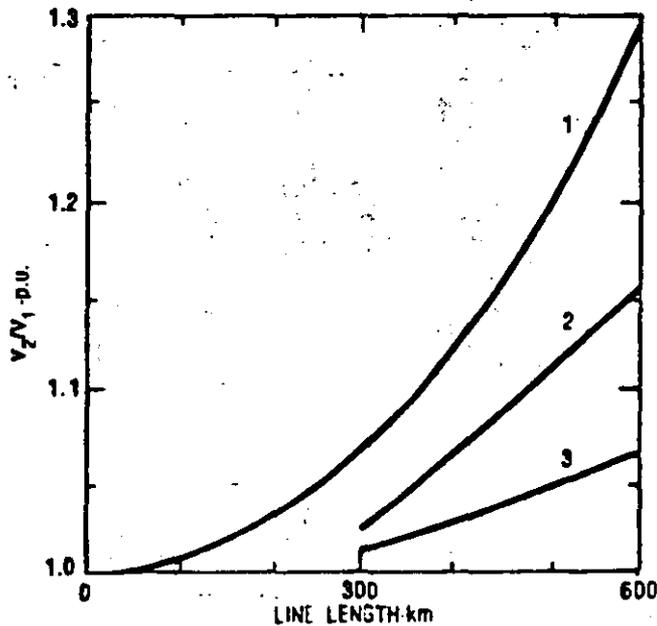


Figura 7. Magnitud de sobretensiones debidas al Efecto Ferranti: (1) sin compensación, (2) compensación en serie de 50% y (3) 50% de compensación en serie, 70% de compensación en paralelo.

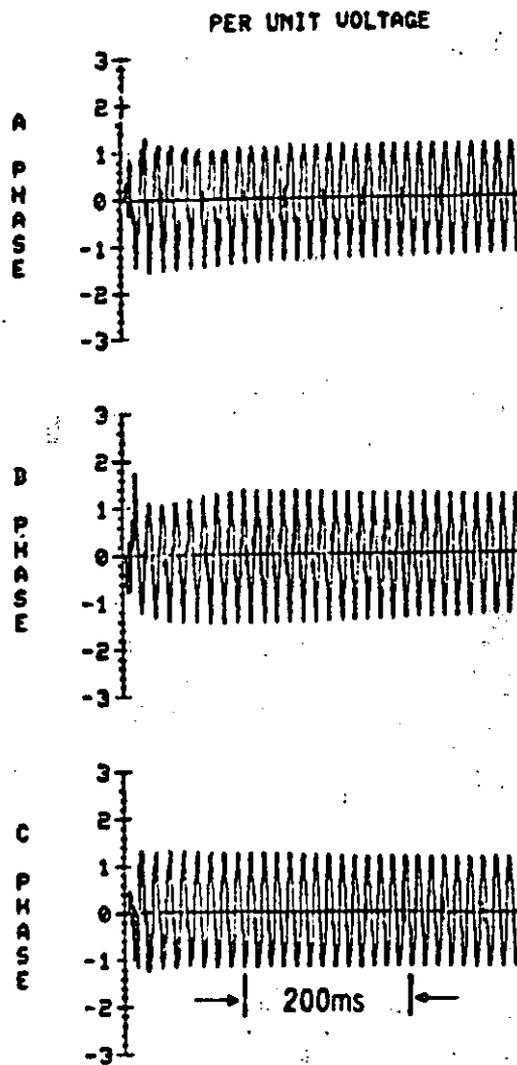


Figura 12. Sobretensión temporal producida al energizar una línea terminada en un transformador.

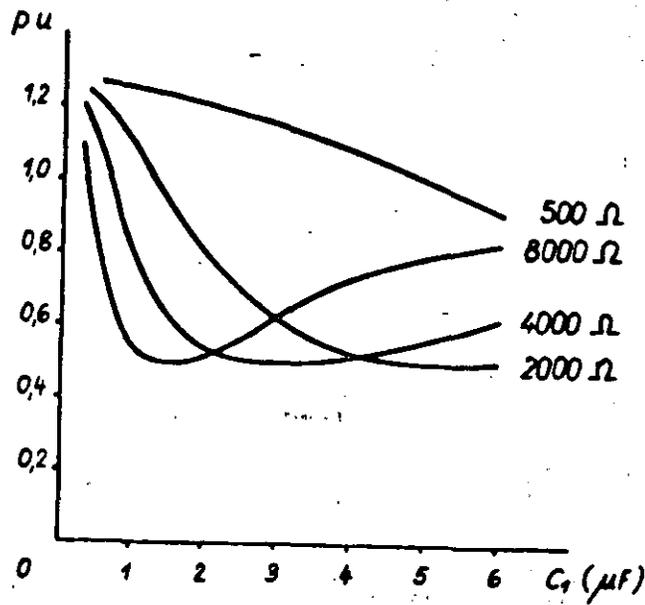


Figura 13. Variación del valor en por unidad de la carga atrapada, en función de la capacitancia total de la línea y el valor de la resistencia de preinserción.

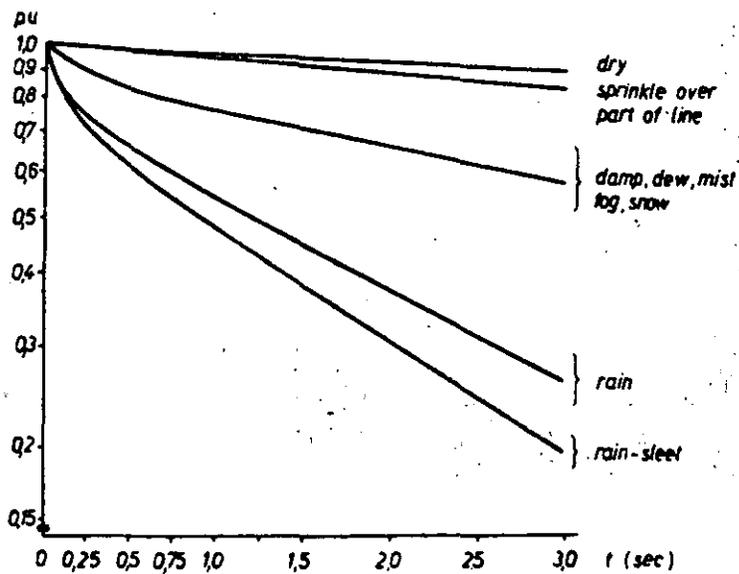


Figura 14. Variación del valor por unidad de la carga atrapada en una línea en función del tiempo y las condiciones atmosféricas.

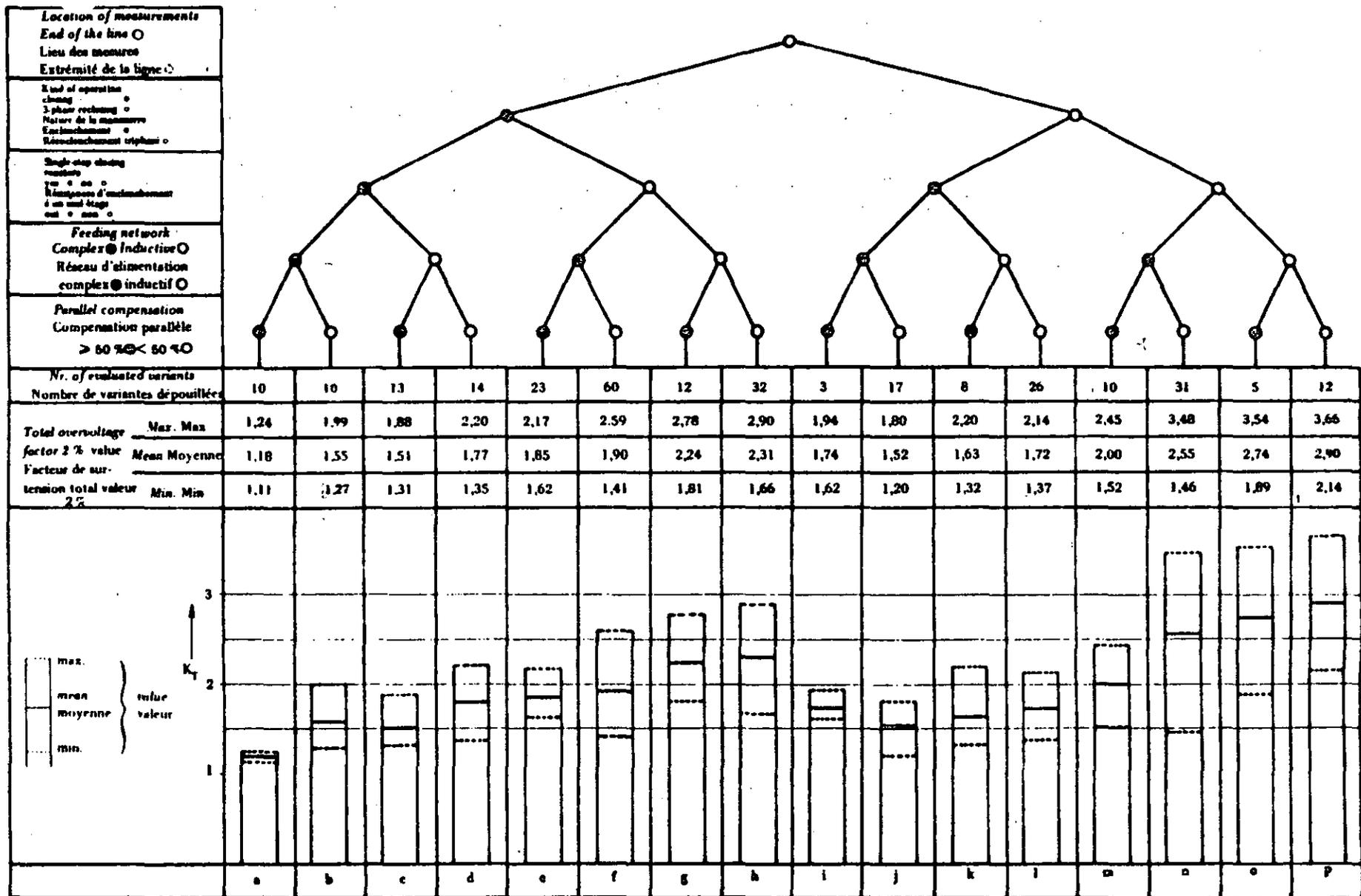


Figura 15. Factores de sobretensión debidos a cierre y recierre de líneas de transmisión.

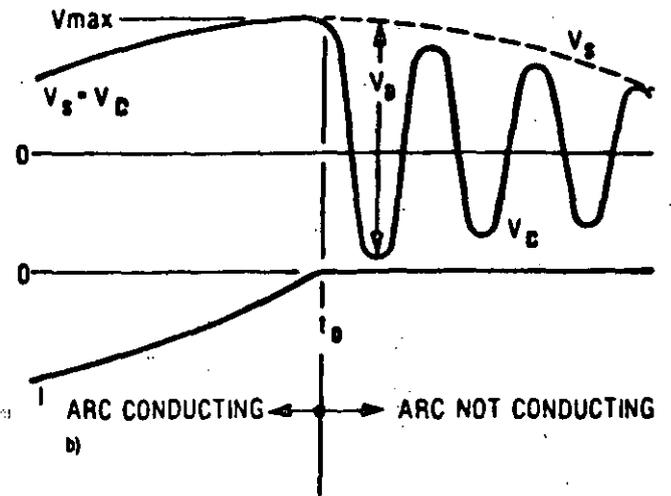
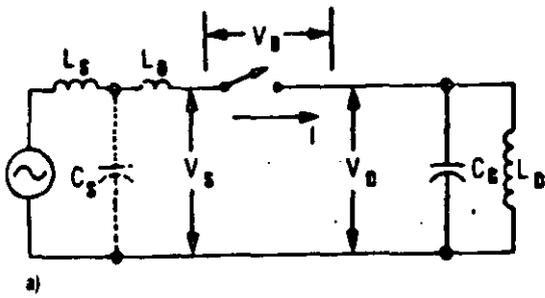


Figura 16. Circuito elemental para analizar las sobretensiones por maniobras en sistemas con cargas inductivas: a) circuito, b) voltajes y corrientes.

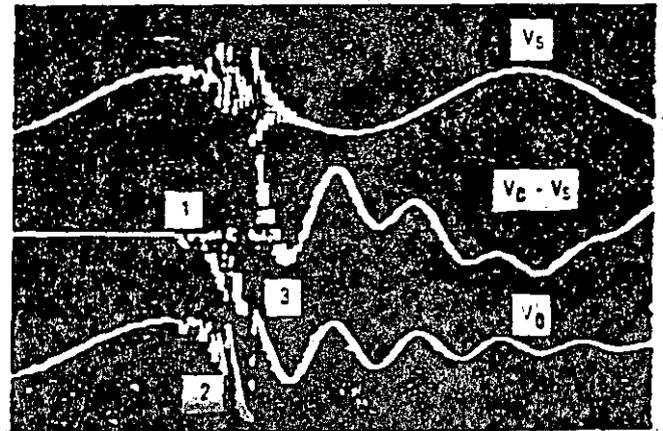
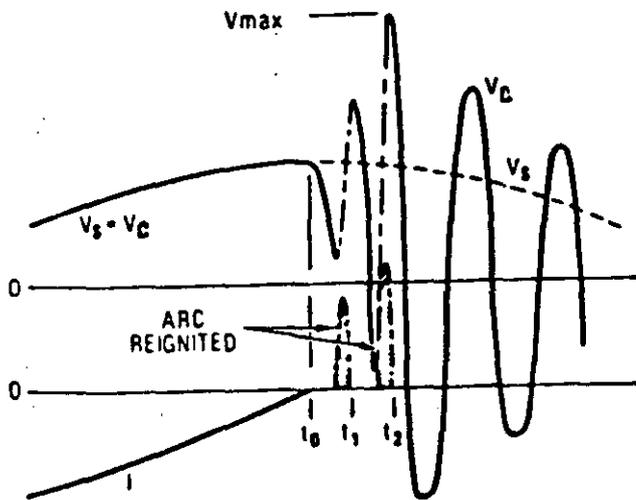


Figura 17. Reignición del arco en el interruptor y escalación en el voltaje.

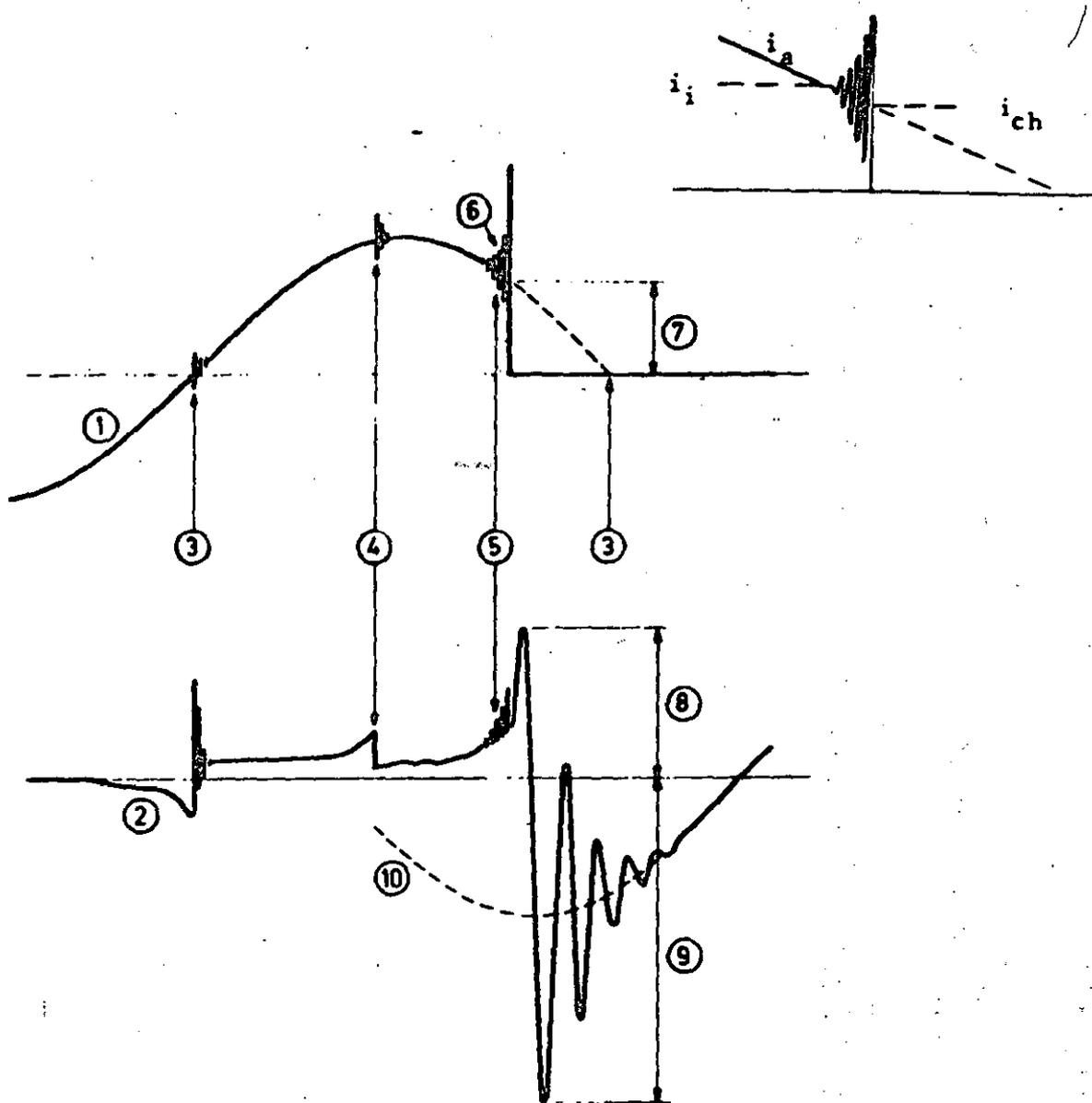
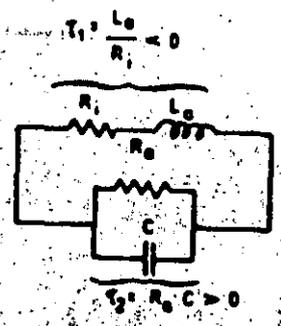
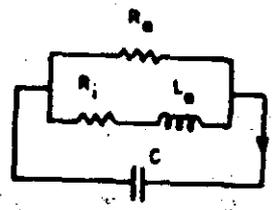
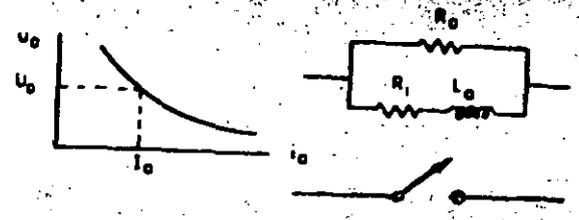
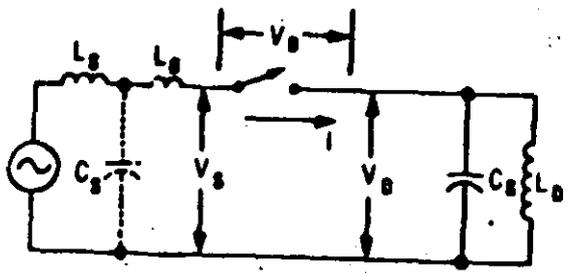


Figura 18. Corriente y voltaje en el arco entre los contactos de un interruptor, para el caso de una interrupción prematura de la corriente

Definiciones:

- (1) Corriente circulando por el interruptor ($i_a(t)$)
- (2) Voltaje entre los contactos del interruptor
- (3) Disminución normal de la corriente a cero
- (4) Inestabilidad en el arco que no causa corte prematuro
- (5) Inestabilidad en el arco con corte prematuro
- (6) Oscilación inestable
- (7) Magnitud de la corriente al momento de corte (i_{ch})
- (8) Voltaje de supresión
- (9) Voltaje máximo de recuperación
- (10) Voltaje de alimentación



$$R_a = \frac{U_o}{I_o}$$

$$R_i = \frac{-\alpha R_a}{1 + \alpha}$$

$$L_o = \frac{\Theta R_a}{1 + \alpha}$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_2} \right) \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$$

$$\tau_1 = L_o / R_i ; \tau_2 = R_a C ; \omega_0^2 = \frac{R_a + R_i}{R_a} \cdot \frac{1}{L_o C}$$

$$R_a = \eta I_o^{-(\alpha+1)}$$

$$i(t) = I e^{-t/\tau} \cos(\omega_i t + \phi)$$

$$I_{ch}^{\alpha+1} = \frac{\alpha \eta C}{\theta}$$

$$1/\tau = \frac{1}{2} (1/\tau_1 + 1/\tau_2) ; \omega_i = \sqrt{(\omega_0^2 - 1/\tau^2)}$$

$$I_{ch} = \sqrt{\frac{\eta C}{\theta}}$$

$$\sqrt{\frac{\eta C}{\theta}} = \begin{cases} \text{oil-minimum} & (7 \dots 10) \times 10^4 \\ \text{SF}_6 & (4 \dots 17) \times 10^4 \\ \text{air-blast} & (15 \dots 20) \times 10^4 \end{cases}$$

Figura 19. Circuito equivalente y análisis del modelo estático del arco en un interruptor sujeto a corte prematuro de una pequeña corriente inductiva.

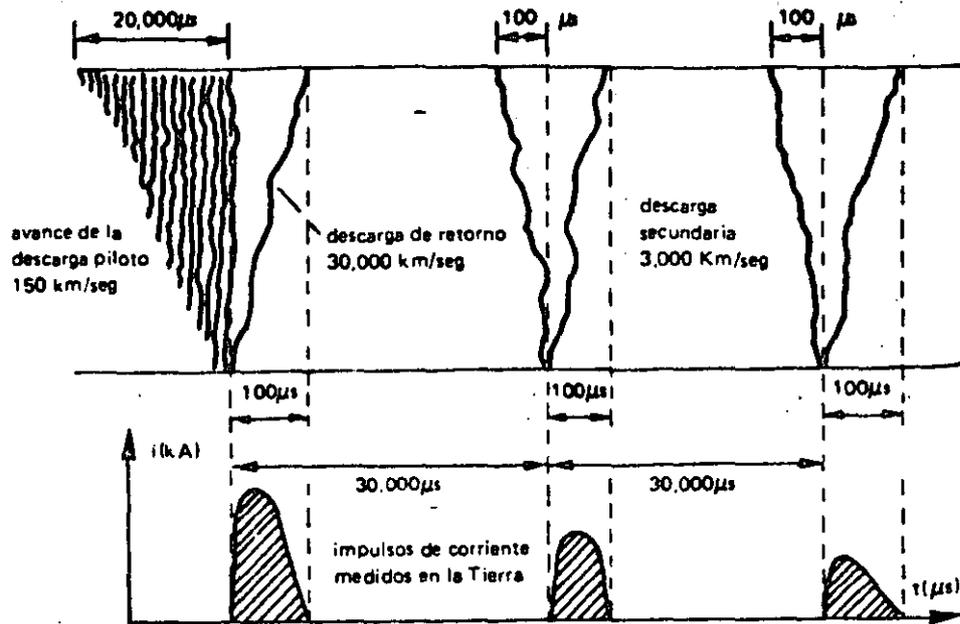


Figura 23. Representación gráfica de una descarga atmosférica formada por una guía descendente, primer rayo de retorno, guía flecha y rayos de retorno subsecuentes.

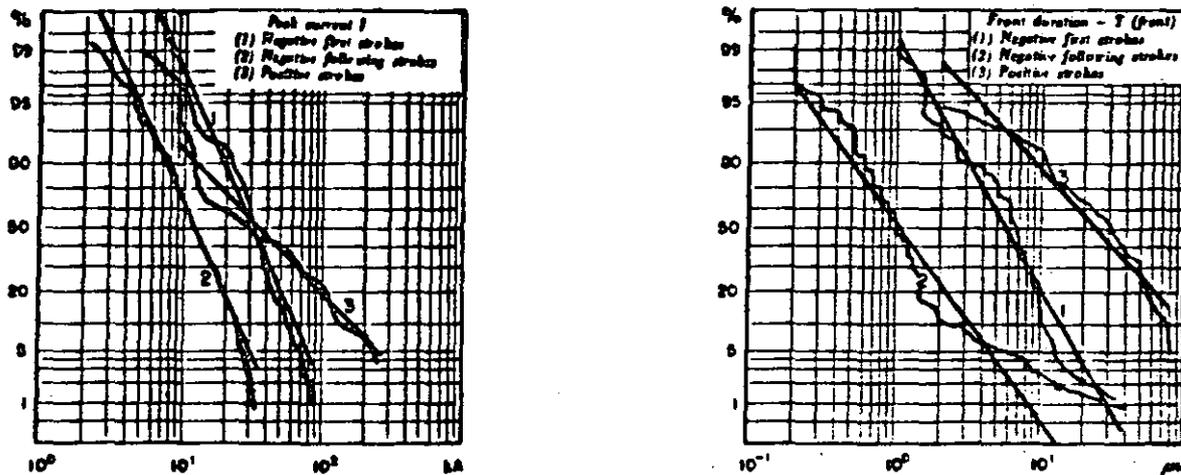


Figura 24. Distribuciones acumuladas de frecuencias para las magnitudes y tiempos en el frente de corrientes de rayos de retorno (obtenidas por Berger).

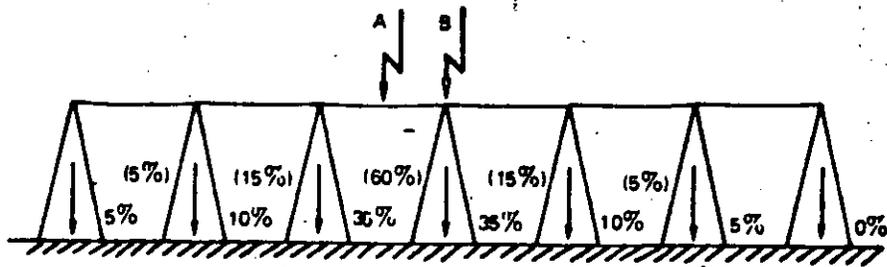


Figura 25. Distribución de la corriente inyectada a una línea de transmisión por una descarga atmosférica directa a la mitad de la distancia entre torres y directa a una de las torres.

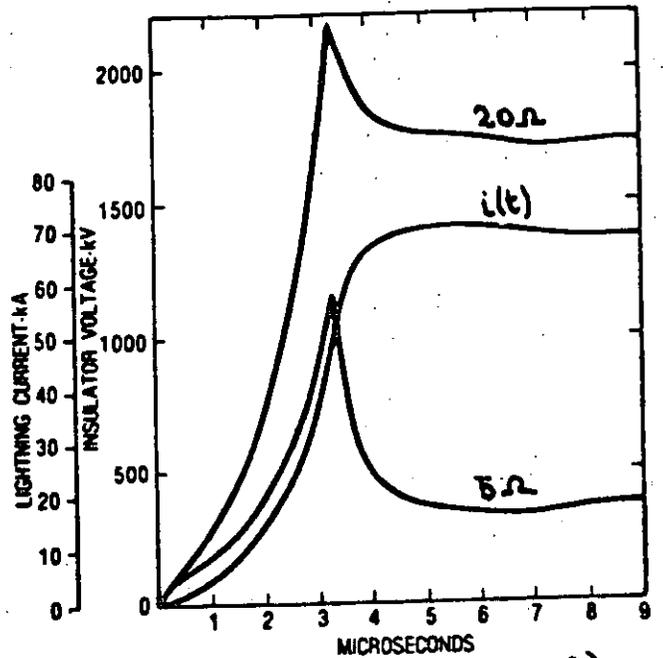
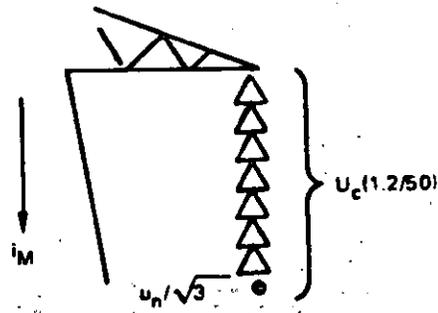
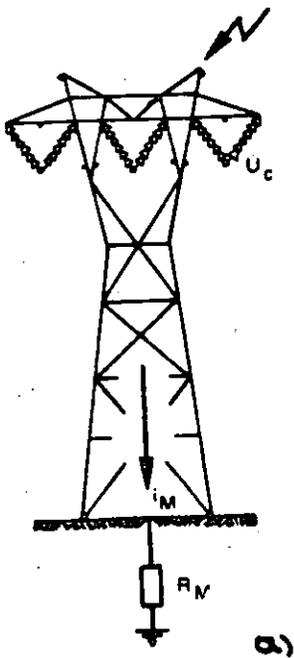


Figura 26. Descarga directa al hilo de guarda y la torre de transmisión: a) esquema, b) circuito equivalente, c) forma típica de la sobretensión producida en la torre para resistencias a tierra de 5 y 20 Ω y forma de onda de la corriente.

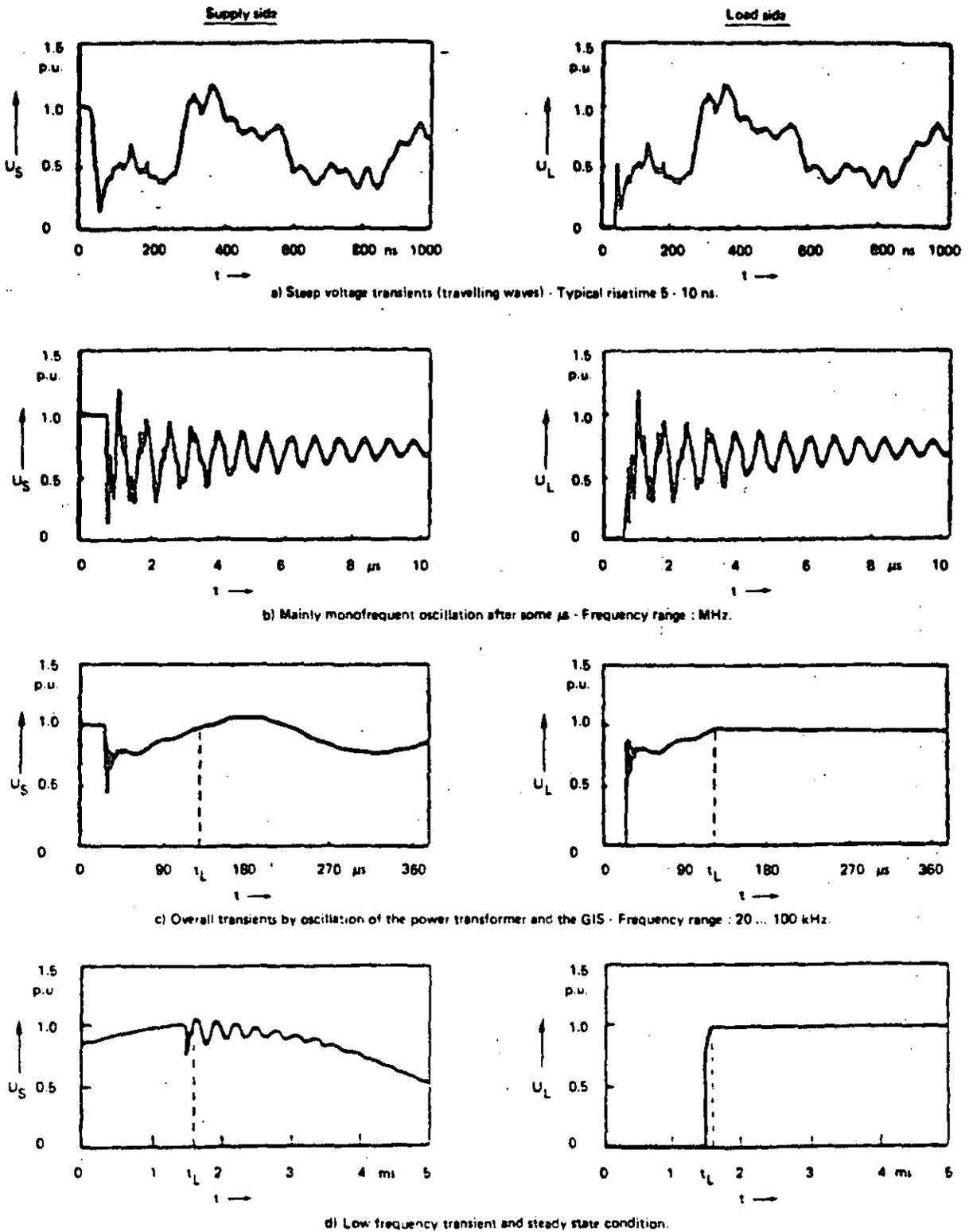


Figura 27. Algunas sobretensiones por maniobra, medidas en subestaciones aisladas con SF6.

LIGHTNING PERFORMANCE OF TRANSMISSION LINES

by J. G. Anderson

12.1 INTRODUCTION

The initiation of an insulator flashover by a lightning stroke is a very complex electromagnetic event. It involves poorly defined gas discharge physics, rapidly changing electromagnetic fields in which retardation plays a major role, nonlinear effects due to corona development on the conductors and on the tower itself, and frequency- and current-dependent impedances of the earth. To evaluate the problem, it must be simplified and linearized somehow. The degree of simplification depends on the availability of computational power and on the skills of the user in understanding what is really being done with the computational power available. A realistic simplification of the problem is also affected by the limited precision of the information about the problem excitation function, i.e., the lightning stroke itself. There is little point in computing the lightning response of a transmission tower with great accuracy if one knows only in a vague way what the lightning stroke is. Since the first edition of this book, substantial progress has been made by Uman *et al.* (1), Anderson (2) in South Africa, and others (3-6) in resolving the physical characteristics of the lightning flash and refining the statistics of its current waveshapes and magnitudes. Lightning statistics are notoriously non-Gaussian and imperfect, and much scientific intuition resides in the curves presently used by the industry. The complexity and multitudinous nature of these statistics spurred the successful development of computer Monte Carlo techniques to predict transmission-line lightning flashover probabilities (7). However, the techniques require the utilization of digital computers with substantial number-crunching capabilities and high speeds.

In this edition, the author has endeavored to supply the user with a step-by-step, linearized numerical solution that can be realized with nothing more powerful than a hand calculator. However, the repetitious nature of these calculations, which require that voltage be examined phase by phase and waveshape by waveshape, makes it almost mandatory that a programmable hand calculator be utilized to avoid setting up each equation over and over. The foundations of each step in the method are reviewed, with the more complicated mathematics relegated to appendices, and a step-by-step numerical example for a double-circuit tower is provided to guide the user. The procedure is fairly long, but not overly complicated, and utilizes all the rigor that appears feasible for a hand calculator.

12.2 PROBLEMS OF ACCURACY

There are few absolutes in the computation of lightning flashovers of transmission lines. For the most part the engineer is dealing in statistics. A line with a computed average flashover rate of 1.0 per 100 miles per year may easily exhibit 2.0 per 100 miles for the first year, none for the second year, and 3.0 for the third year, and still have a long term average of 2.0. In terms of protective relaying and reliability planning, it is important to know the probability of the actual flashover rate exceeding some specified value in any given year. To determine these probabilities, one must turn to binomial statistics.

When a lightning flash makes contact with a line, there are only two possible outcomes: success (no flashover) or failure (flashover). A basic theorem of binomial statistics states that if the probability of success (no flashover) for a single flash is p , then for n flashes to the line, the probability that there will be exactly k successes and $n - k$ failures is given by

$$P_k = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k} \quad (12.2.1)$$

where p is the probability of a success and q equals $1 - p$, which is the probability of a flashover.

Equation 12.2.1 provides the key to evaluating the theoretical flashover probabilities for any given year. Under service conditions, one can determine an actual flashover rate only by keeping outage records from year to year and gradually gaining an impression of the effectiveness of the design. However, until one accumulates enough data, these impressions may be misleading, sometimes resulting in initiation of corrective actions to a line that was actually of good design but was subject to unfortunate circumstances after it was first energized. As a practical case, assume that a new line with a length of 100 miles is built, that the line is designed to have a flashover rate of 1.0 per 100 miles per year, and that the line is located in an area with a keraunic level such that 100 flashes contact the line in an average year. Then, the probability, q , of a flash causing flashover is $1/100 = 0.01$.

Table 12.4.1
EMPIRICAL RELATIONSHIPS BETWEEN LIGHTNING GROUND-FLASH DENSITY AND ANNUAL THUNDER-DAYS (T)

Location	Ground-Flash Density (km ⁻² yr ⁻¹)	Reference
India	0.17	Aiya (1968)
Rhodesia	0.147	Anderson and Jenner (1954)
South Africa	0.0237T ^{1.3}	Anderson/Eriksson (1981)
Sweden	0.0047 ² (approx.)	Müller-Hillebrand (1964)
U.K.	aT ^b	Stringfellow (1974) [a = 2.6 ± 0.2 × 10 ⁻³ ; b = 1.9 ± 0.1]
U.S.A. (North)	0.117	Horn and Ramsey (1951)
U.S.A. (South)	0.177	Horn and Ramsey (1951)
U.S.A.	0.17	Anderson and others (1968)
U.S.A.	0.157	Brown and Whitehead (1969)
U.S.S.R.	0.0367T ^{1.3}	Kolokolov and Pavlov (1972)
World (temperate climate)	0.197	Brooks (1950)
World (temperate climate)	0.157	Golde (1966)
World (tropical climate)	0.137	Brooks (1950)

flashes that would generally terminate on the land inside the shadow will strike the line instead, whereas flashes outside this shadow will miss the line entirely. Figure 12.4.2 shows a simple approximation for the width, *W*, of this shadow for a line with two shield wires. For a line with only one shield wire, *b* becomes zero. The height, *h*, in Figure 12.4.2 is the mean shield wire height of the line, not the towers, and is given by

$$h = h_s - 2/3 (h_s - h_{pm}) \quad (12.4.3)$$

where *h_s* is the height of shield wires at the tower and *h_{pm}* is the shield wire midspan clearance to ground. After *h* has been determined, then the shadow width is given by

$$W = b + 4h \quad (12.4.4)$$

The preceding is a simplistic representation of the shadow width justified only by the meager, available knowledge of the true mechanism involved. Whitehead (11) has reviewed other more complicated approximations for this shadow width and has suggested a modification of Eq. 12.4.4 that yields a better correlation with magnetic link data. This revised relation is

$$W = b + 4h^{1.09} \text{ m} \quad (12.4.5)$$

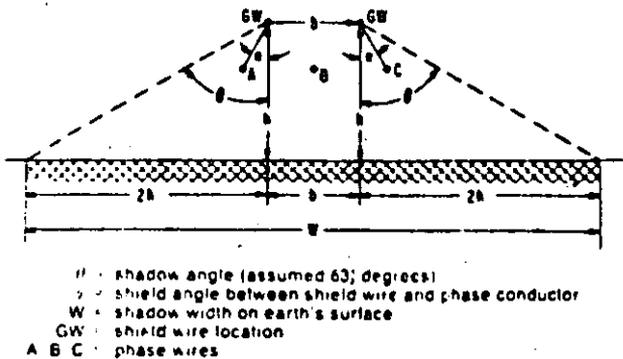


Figure 12.4.2. Width of right-of-way, shielded from lightning strokes (horizontal single-circuit line with two shield wires).

Equation 12.4.5 is used for subsequent calculations, and combining it with Eq. 12.4.1, the relationship for the number of flashes to the line becomes

$$N_L = 0.012T (b + 4h^{1.09}) \quad (12.4.6)$$

where *N_L* is the number of flashes to the line per 100 kilometers per year and *T* is the keraunic level in thunder-days per year.

LIGHTNING FLASHES TO SHIELD WIRES AND TOWERS

All the equations in this chapter and in most of the chapter appendices are based on the assumption that the lightning flash contacts the tower top. In fact, the equations for flash frequency to the line, e.g., Eq. 12.4.6, are derived on the basis of equal probabilities of flashes appearing anywhere along the line, including midspan. However, the towers tend to attract a somewhat greater proportion of strokes because they are higher, and the midspan area attracts less because it is closer to the earth. The towers are also more massive, tending to increase their proportionate share. The farther the flash terminates away from the tower (on the shield wire), the less is the stroke current eventually entering the tower top, and, in midspan, the current splits and only half of it arrives at the towers at the ends of the stricken span. At first glance, it appears that a stroke to a shield wire at midspan would very likely create a midspan flashover to the nearest phase conductor. However, Wagner and Hileman (12.13) examined this process in 1964 and found that the very heavy predischarge currents that develop must inhibit midspan flashover long enough for current reflections to arrive from the adjacent towers, thus reducing the midspan voltage below the flashover level. This process has since been confirmed for larger conductor-to-conductor gaps (14), and it is fairly certain that midspan lightning flashovers are quite uncommon.

For lack of a better procedure, the author has adopted guidelines assuming that 60% of the flashes contacting a line are near enough to a tower to be considered a tower flash and that the remaining 40% are far enough out on the span to cause no damage. The actual flash frequency to towers is then

$$N_T = 0.6 (N_L - N_S) \quad (12.4.6A)$$

where N_L is the total number of flashes to the line per 100 kilometers per year and N_S is the total number of flashes causing shielding failure per 100 kilometers per year. For wood pole lines, the 60% tower flashes must be reduced because of the lessened attractive effects of the wood structures. A value of 40% is suggested.

FLASHES TO TALL STRUCTURES

Relationships such as that expressed by Eq. 12.4.5 are substantially lower for very tall objects. For example, New York City has a keraunic level of about 27, and, in 1947, the Empire State Building was about 396m high to the top of its mast. Using the same concepts presented in Figure 12.4.2, the number of flashes to the building per year would be 1.35. However, the author has observed as many as 12 flashes to the building in a single storm, and the yearly average is almost an order of magnitude higher than 1.35. The discrepancy is partially due to the changing of the flash mechanism for very high objects: above 60m flashes can trigger from the stricken object itself instead of from the cloud overhead. Consequently, flash frequency increases sharply. However, Eq. 12.4.6 should be adequate for all except the tallest transmission towers, such as those at river crossings.

PROBABILITY DISTRIBUTION OF STROKE AMPLITUDES

The stroke-current amplitudes within a lightning flash are described in terms of probabilities. These probabilities become more sharply resolved each year as the increasing volume of data on stroke-current amplitudes from various research projects enter the main stream of evaluation work. Particular attention should be called to the work of Berger and others in Switzerland (3), Anderson and his associates in South Africa (5), Uman and his associates (1), Cianos and Pierce (4), Popolansky (8), and Szpor and his associates (15).

The following material is based largely on a summation of the present knowledge of stroke-current amplitudes and waveshapes prepared by Anderson and Eriksson (5) in 1979 for presentation to CIGRE Study Committee 33 on overvoltages and insulation coordination.

- Multiple Stroke Flashes: About 55% of flashes have more than one stroke, and about 90% of the flashes will not exceed eight strokes. The mean number of strokes per flash may be assumed to be three.
- Flash Peak Current Amplitudes: In 1972, Popolansky (16) published a cumulative probability curve of 624 peak current measurements of lightning flashes from investigations in Europe, Australia, and the United States. A log normal approximation of this curve is shown in Figure 12.4.3, in which the approximate median current, \bar{I} , is 25 kA and $\sigma_{\log I}$ is 0.39. This evaluation was used in the first edition of this book for shielding failure strike distance determinations. However, over 50% of these measurements were on chimneys of unspecified height and also included positive peak currents from Mount San Salvatore, which were not really downward flashes of the type expected to transmission lines in open country. Therefore, Anderson and Eriksson (5) recently developed a modified curve containing only downward flashes to structures less than 60 m in height, for which 338 records were available. The resulting curve is also shown in Figure 12.4.3. This log nor-

mal approximation has a median current, \bar{I} , of 31 kA and a $\sigma_{\log I}$ of 0.30.

For lightning flashover computations using a small calculator, the statistical log normal curve is much too complex, but these log normal curves may be approximated with quite reasonable accuracy between 5 kA and 200 kA with two simple equations. For the Popolansky curve,

$$P_I = \frac{1}{1 + \left(\frac{I}{25}\right)^2} \tag{12.4.7}$$

and for the Anderson-Eriksson curve,

$$P_I = \frac{1}{1 + \left(\frac{I}{31}\right)^{2.6}} \tag{12.4.8}$$

where P_I is the probability that the peak current in any flash will exceed I in kiloamperes. Equation 12.4.8 is used as the basis for all stroke-current magnitude calculations in this chapter, for both back-flashover and shielding failure. Positive flashes are comparatively rare and are not included in the analysis.

STROKE WAVESHAPES PARAMETERS INFLUENCING FLASHOVER

The waveshapes of the stroke currents within lightning flashes to power lines play an important role in the development of voltages across the line insulators, particularly for taller structures, for which the surge impedance has a magnifying effect.

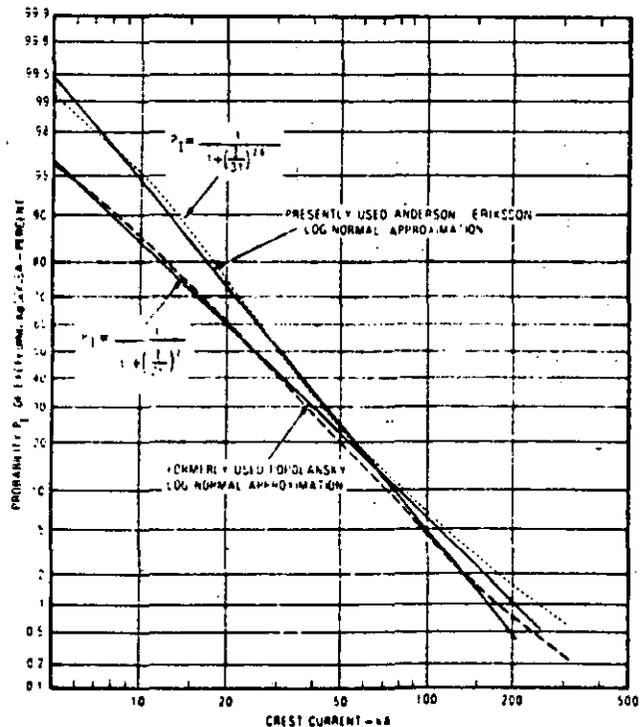


Figure 12.4.3. Cumulative frequency distribution of peak current amplitudes in downward negative flashes.

The most comprehensive waveshape data for these high current peaks have come from the work of Berger and associates (3) at San Salvatore. These data have been augmented by records from many other localities (2). The following material is primarily derived from Berger's negative-flash-to-earth data because negative flashes are the principal troublemakers for transmission lines.

COMPOSITE WAVESHAPES

The first stroke-current waveshape in a flash tends to rise more gradually to crest than the waveshapes in subsequent strokes. Figure 12.4.4 shows composite waveshapes of the first and subsequent strokes developed by Anderson and Eriksson from a computer blending of many Mount San Salvatore strokes and other records. Clearly, the subsequent stroke wavefront has the capability to create higher voltage on a transmission tower during its rise to crest than the first stroke, provided it has sufficient amplitude. However, it also has a tail that tends to fall off rapidly, helping to relieve any voltage that is developed. Weck and Hileman (17) have shown that the amplitudes of the first and subsequent strokes were statistically independent in 29 records examined. The amplitudes of subsequent strokes are much lower, having a median value of approximately 12 kA.

In the general case, there may be times when the first stroke dominates the flashover phenomenon, as well as times when the subsequent stroke is dominant, usually for tall towers. The inclusion of both in an algorithm for flashover computations is quite practical, but only if one has, in advance, some estimate of the likelihood that a subsequent stroke will occur at all. The re-

ported incidence of single-stroke flashes varies from 76% in Switzerland (3) to about 25% in South Africa (5), and an average, weighted single-stroke incidence of 45% is suggested (5). Consequently, a subsequent stroke would appear 55% of the time. However, it certainly will not be dominant every time it appears. The author has concluded by numerical experimentation that, for typical transmission lines, the subsequent stroke is not likely to be dominant more than 20% of the time primarily because its overvoltage-generating effects are of fractional microsecond duration at a time when the volt-time strength of an insulator string is extremely high.

Figure 12.4.5 shows one example of numerical experimentation for voltages across an insulator string on a transmission tower when strokes with various front times, but equal crest amplitudes, contact the tower. A standard volt-time curve is adjusted so that it just touches curve C, cresting in 1.8 μs (18, 19). The voltage waves for the shorter stroke front times, then, do not reach the volt-time curve at which flashover could occur. In addition, volt-time curves are usually obtained with a constant 1.2 X 50-μs waveshape. The author's experience suggests that, if the volt-time curve had been obtained by changing the applied waveshape according to waves A, B and C, then the volt-time curve at A would have been even higher. Hence, for all practical calculations, this chapter ignores the contribution of second strokes to transmission-line lightning performance. However, the computational routine has been made sufficiently general so that effects of second strokes may be included whenever desired, particularly for river crossings.

If a computer is to resolve the voltage effects of the current waveshapes of Figure 12.4.4, there is great merit in representing the waveshapes by expressions that are as simple as possible, yet consistent with reality. This is particularly true for a hand calculator. For the practical case, the meanderings of the currents down near the beginning of the stroke-current waveshape have little effect on the flashover of the line insulators; it is the crest current and the rapidly rising frontal currents near crest that play the key role. Hence, a realistic, but very simple, approximation to the composite current waveshape is possible by using the ramp current wave shown in Figure 12.4.6. The ramp should be selected so that its slope is approximately equal to the maximum, or near maximum, observed di/dt on the front of the actual wave. The front time, t_f , is then fixed.

However, the probabilities for the maximum di/dt of the stroke front are reasonably well defined (see Figure 12.4.7). Again, a relatively simple equation provides a reasonable approximation:

$$P_{di} = \frac{1}{1 + \left(\frac{di/dt}{24}\right)^4} \tag{12.4.9}$$

where P_{di} is the probability that a specified value of di/dt will be exceeded and di/dt is the specified maximum rise time in kiloamperes per microsecond.

In lightning voltage analysis of transmission lines, a front time, t_f , must be selected in advance. Voltages will then be directly proportional to stroke-current amplitude. However, if t_f is fixed and a ramp-function, idealized stroke current is used, then selecting a stroke-current amplitude in accordance with the probability relationship of Figure 12.4.3 also fixes the frontal di/dt ; but this must then meet the probability relationship in Figure 12.4.7. Hence, to meet both probability relationships,

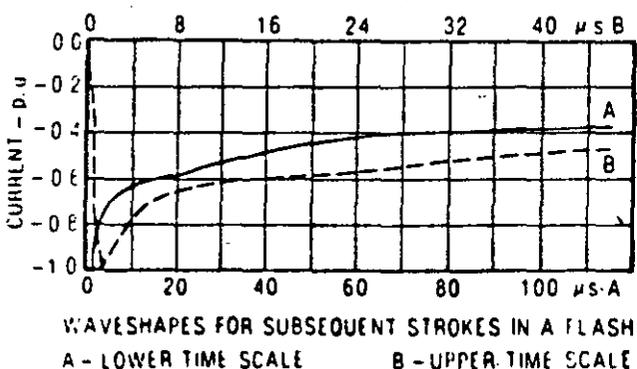
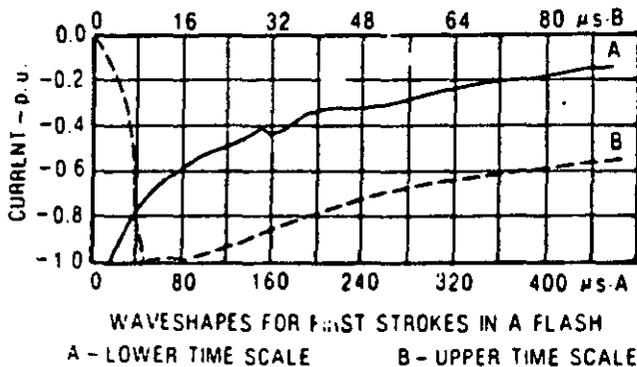


Figure 12.4.4 Mean current waveshapes from lightning to Mount San Salvatore, Switzerland.

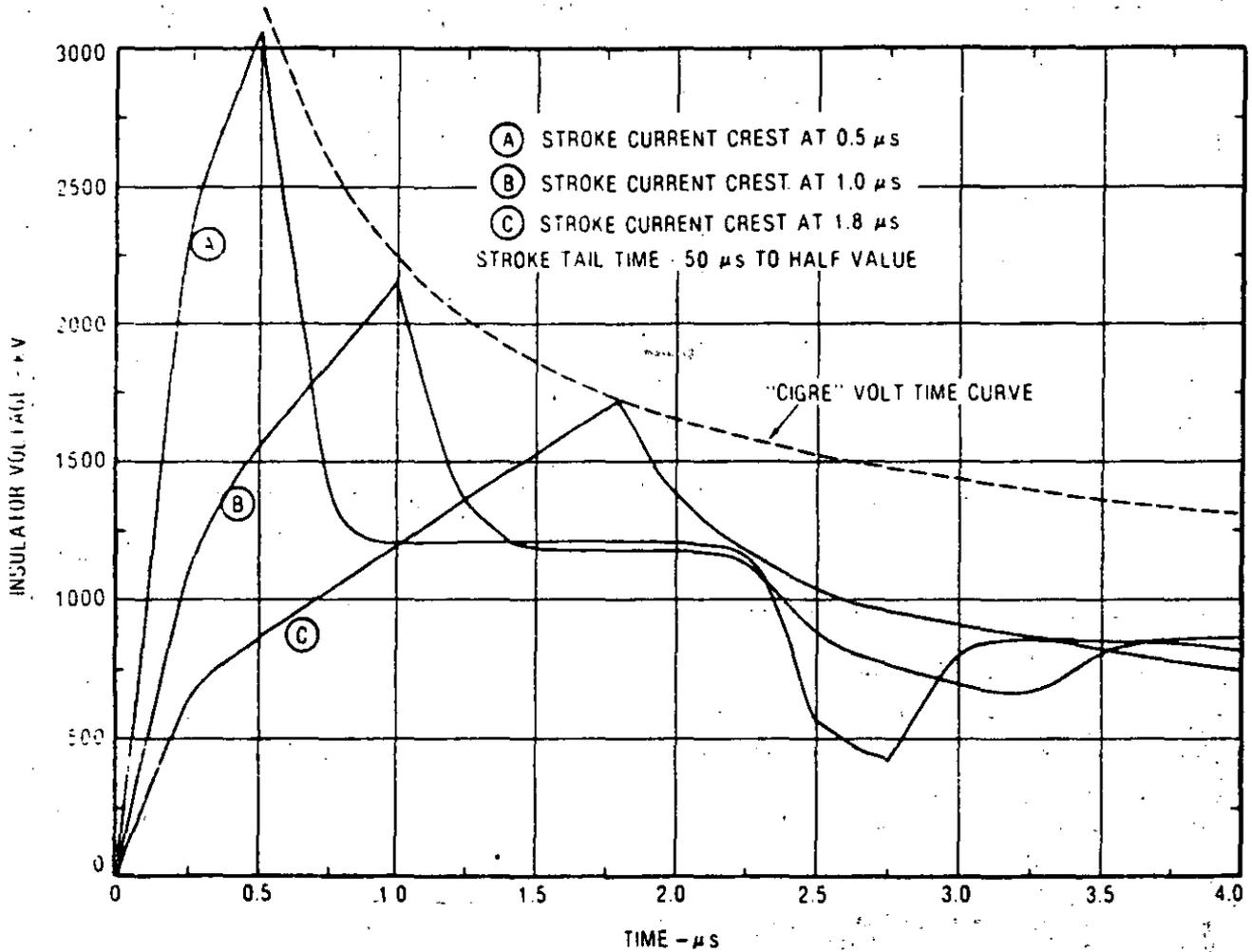


Figure 12.4.5. Effect on insulator voltages of stroke currents with various front times but equal amplitudes.

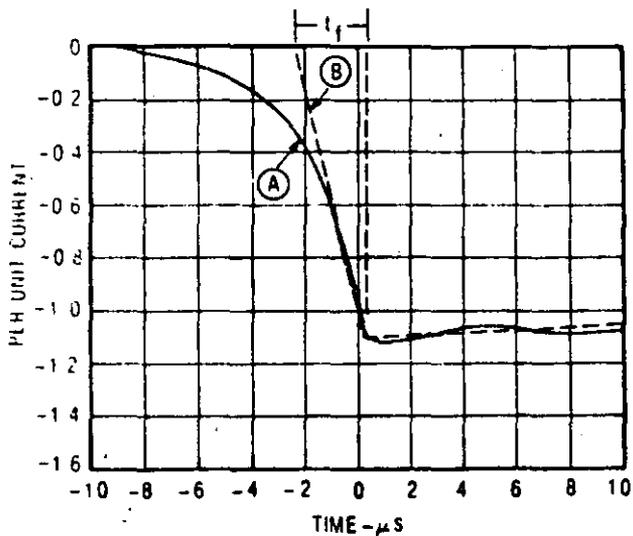


Figure 12.4.6. Anderson-Eriksson computer synthesis of a median current waveshape for negative first strokes. A, and a ramp current approximation to it, B.

t_f may have certain unique values only. Figure 12.4.8 shows the relationship that must exist. For example, assume that a ramp-function wave with a front time of 1.5 μs to crest is selected, that stroke-crest amplitudes are then varied according to the probability curve of Figure 12.4.3, and that one observes the resulting probabilities of occurrence of the front di/dt . Then, only at a stroke current of 47.5 kA will the rate of rise probability required by Figure 12.4.7 be met, and this rate of rise will be about 32 kA/ μs . Fortunately, for analysis with a hand calculator, the currents causing flashover of a transmission tower usually range from about 50 kA to 200 kA (beyond 200 kA no adequate data exist). Figure 12.4.8 shows that these currents require a front time somewhere between 1.5 and 2.5 μs for the calculations. Flashover effects do not exhibit great front-time sensitivity within this range.

FRONT AND TAIL CONSTANTS

Regardless of the choice of front time, the stroke-current waveshape, when reflection from the adjacent towers are not present, may be expressed for mathematical convenience as the sum of two simple ramp functions having slopes A_1 and A_2 (see

$$R_{eq} = \sqrt[3]{r_{11}r_{12}r_{13} \dots r_{1n}} \quad (12.5.1)$$

where R_{eq} is the radius of the equivalent single conductor, r_{11} is the radius of subconductor 1, r_{1n} is the distance from conductor 1 to conductor n , and N is the number of subconductors.

FINDING EFFECTIVE RADII OF SHIELD WIRES AND PHASE CONDUCTORS WITH CORONA PRESENT

After each bundle conductor is reduced to an equivalent single conductor, a further adjustment should be made to account for the effects of the corona envelope that forms when high voltage appears. In the case of the shield wires, the corona envelope may be over a meter in diameter, and its effect on the voltages induced on the phase conductors may be very significant. Similarly, for a phase conductor, the corona envelope that forms when a flash contacts the phase conductor directly may be sufficiently large to help limit the overvoltage and improve the shielding failure performance. The electrical coupling effects of conductors with corona envelopes vary more or less as the logarithm of the radius, so even a rough approximation will usually be adequate. Appendix 12.2 provides a simplistic derivation of the single conductor radius of this envelope from Gauss's law. The resulting equation is

$$R \ln \frac{2h}{R} = \frac{V}{E_0} \quad (12.5.2)$$

where R is the radius of the corona envelope (m), h is the height of the conductor above ground (m), V is the voltage applied to the conductor (kV), and E_0 is the limiting corona gradient below which the envelope can no longer grow (kV/m). A plot of corona sheath diameters as a function of V/E_0 and h is shown in Figure 12.5.3.

The envelope radius, R , is strongly influenced by the value of E_0 that is selected. Brown (20) recently analyzed test data of

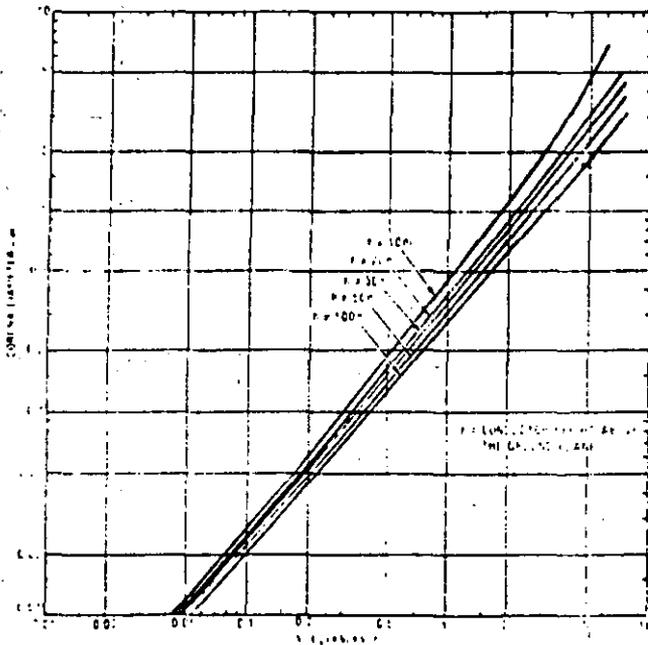


Figure 12.5.3 Approximate diameter of the corona sheath around a conductor at high voltage.

McCann (22) and has suggested a value of 1500 kV/m (15 kV/cm). The author concluded that the critical gradient for the shield wires should be about 20 kV/cm because of the shielding effects of the tower and 12 kV/cm for the phase conductors because of the attractive effects of the tower. However, 15 kV/cm is a reasonable average value, and it is utilized in all subsequent calculations.

The corona envelope modifies only the capacitance of the conductor. It has little effect on the inductance. As pointed out in Appendix 12.2, the effective radius of a single conductor should be taken as the geometric mean of its effects with and without the corona envelope. Therefore, the self-surge impedance of a single conductor in heavy corona is given by

$$Z_{nn} = 60 \sqrt{\ln \frac{2h}{r} \cdot \ln \frac{2h}{R}} \quad (12.5.3)$$

where Z_{nn} is the self-surge impedance of conductor n (Ω), h is the height of conductor above ground (m), r is the radius of the metallic conductor (m), and R is the radius of the corona sheath around the conductor (m). (See Figure 12.5.3.)

For a bundle conductor, the presence of multiple subconductors causes major reductions in the effective corona diameter of each subconductor (23). However, as a rough rule of thumb, the equivalent single conductor radius of the bundle may be determined without corona from Figure 12.5.2 or from Eq. 12.5.1. The effective corona radius for each subconductor is determined from Figure 12.5.3, and the two radii are then summed to establish a working value of corona radius for the bundle. Equation 12.5.3 then yields the bundle surge impedance. From Eq. 12.5.3 the effective diameter, D_E , (including corona effects) is

$$\ln D_E = \ln 4h - \sqrt{\ln \frac{4h}{d} \cdot \ln \frac{4h}{D_c}} \quad (12.5.4)$$

For the case of the shield wire corona, the voltage to be used in Eq. 12.5.2 must be the tower top voltage. This voltage will be greater than the critical flashover voltage of the insulators because the latter are reduced by the coefficient of coupling (the voltage coupled electromagnetically onto the phase conductors). Conversely, for a direct stroke to a phase conductor, no coefficient of coupling is considered. This leads to the following rough guide: To solve for the self-surge impedance of a shield wire with corona effects included, use a voltage equal to approximately 1.8 times the flashover voltage of the tower insulator at about 2 μ s. For a direct stroke to a phase conductor (a shielding failure), use the flashover voltage of the insulator at about 6 μ s. For the limiting corona gradient, E_0 , use 1500 kV/m.

REDUCTION OF SHIELD WIRE SURGE IMPEDANCES TO EQUIVALENT SINGLE-WIRE SURGE IMPEDANCES

It is obvious from Figure 12.5.4 that when a stroke, I , contacts a tower, part of the current is diverted from the tower and passes out the shield wires. The amount of this diverted current is controlled by the shield wire and tower surge impedances. The self-surge impedance of a single conductor is the ratio of the voltage to the current in the conductor as a wave travels along it. The standard formula for this surge impedance for a conductor, n , parallel to the earth is

$$Z_{nn} = 60 \ln \left(\frac{4h_n}{D_n} \right) \quad (12.5.5)$$

where D is the effective conductor diameter. The mutual impedance between the two shield wires, Z_{mn} , is

$$Z_{mn} = 60 \ln \left(\frac{a_{mn}}{b_{mn}} \right) \quad (12.5.5A)$$

where a_{mn} is the distance from conductor m to the image of n in the earth and b_{mn} is the direct distance between conductor m and n . (See Appendix 12.3.)

Equations 12.5.5 and 12.5.5A were derived from the condition of a transverse electromagnetic mode of wave propagation along the line. The effects of electric- and magnetic-field travel times between the conductor and the earth beneath it are assumed to be negligible. However, practically all workers computing line lightning performance concur that the travel times of waves traveling down the tower are not negligible, and yet these travel times are nearly the same as from the shield wires to ground out on the span. This inconsistency is firmly ingrained in the many analytical approaches to the problem. In actual fact, the electric fields that are involved in the evaluation of surge impedance (or tower voltage) are propagating and are not conservative. The voltage one observes depends greatly on the path selected to measure it, and consequently the surge impedance is a variable, not a constant.

In reality, the shield wire acts as a linear radiator carrying a progressive wave, and it exhibits radiation resistance, particularly during the rapidly changing front (24). It also develops a charge into the corona sheath around it. Equation 12.5.5 only relates to the principal mode of propagation.

One of the driving forces in the first development of nanosecond geometrical models was to avoid making such simplistic assumptions and to measure effects as they really were, not as idealized (25). Fortunately, in 1960 Wagner and Hileman (26) published a fundamental paper showing that classical values of conductor surge impedances were an acceptable approximation, provided a particular value of tower surge impedance was also selected. They derived this tower surge impedance for a right cylinder. Therefore, in this chapter the conventional concept of

surge impedances is adopted, as is generally done by the industry. Appendix 12.3 then shows that the equivalent surge impedance of two shield wires (connected to the same level on the tower) is

$$Z_S = \frac{Z_{11} + Z_{12}}{2} \quad (12.5.6)$$

where Z_{11} is the self-surge impedance of one of the shield wires and Z_{12} is the mutual surge impedance between conductor 1 and conductor 2 (see Appendix 12.3). For one shield wire, Eq. 12.5.5 is used.

COMPUTATION OF TOWER SURGE IMPEDANCES

The tower surge impedance is not so much a surge impedance as it is a transfer function. It is essentially the voltage developed across an insulator string at the tower top (in the absence of shield wires) per unit of lightning current entering the tower. This insulator voltage is created by the changing electromagnetic fields around the tower, and studies of this electromagnetic induction have been conducted by many engineers over the past 20 years (27). If the problem is to be reduced to manageable size, the equivalent, tower surge impedance, which represents this electromagnetic induction, must be utilized because a solution using Maxwell's field equations is formidable indeed. The tower then becomes a simple, short transmission line with a constant surge impedance, grounded through its footing resistance at the base. The travel time, τ_T , of a wave down the tower is then the tower height divided by the velocity of light ($300 \text{ m}/\mu\text{s}$). In 1960, Wagner and Hileman (26) published their fundamental paper deriving a theoretical value of tower surge impedance and found typical values ranging from 200 to 280 Ω for right cylinders.

In 1963, Kawai (28) made full-scale measurements of the surge response of transmission towers varying in height from 26 to 214 m. A fast current surge was inserted between the tower top and either a vertical wire suspended from a balloon or a horizontal shield wire disconnected from the tower. The surge impedance was observed to be a variable with a final value of approximately 100 Ω , somewhat lower than anticipated. However, the measured velocity of propagation of the surge was about 0.7 to 0.9 of the velocity of light (also lower), and it is the combination of these two variables that creates the insulator stresses.

In 1968, Sargent and Darveniza (29) published an important paper in which they computed equivalent tower surge impedances for a variety of shapes and compared them with actual measurements on nanosecond geometrical models. Key results that are relevant to this analysis are shown in Figure 12.5.5. The value $2r$ in the Class 2 profile is the diameter of the down lead for the case of a wood pole or the diameter of the metal pole if it is a metal structure. The surge impedance for the Class 3 profile is an approximation from the surge impedance of a right cylinder. Surge impedances of other classes of structures may be determined either by estimates from Classes 1, 2, or 3, or by measurements on geometrical models. Values will usually range from 100 to 300 Ω .

Some engineers have preferred to use tower inductance rather than surge impedance because it greatly simplifies the calculations. There is a direct relationship between surge impedance and tower inductance. This relationship is examined in Section 12.9 and in Appendix 12.7, and if it is used, the results will be as accurate as for surge impedances in most practical cases.

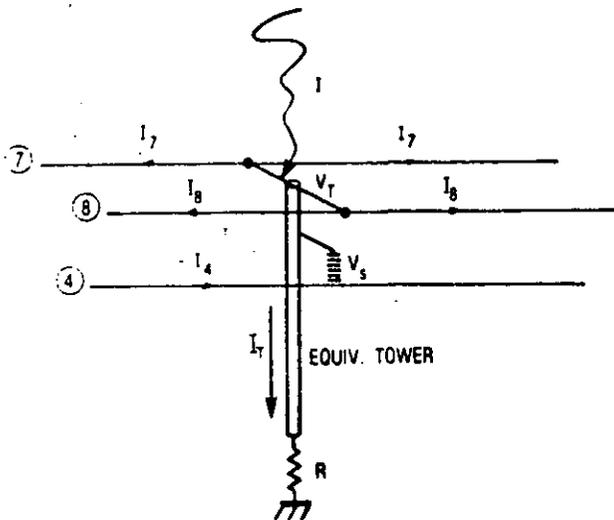
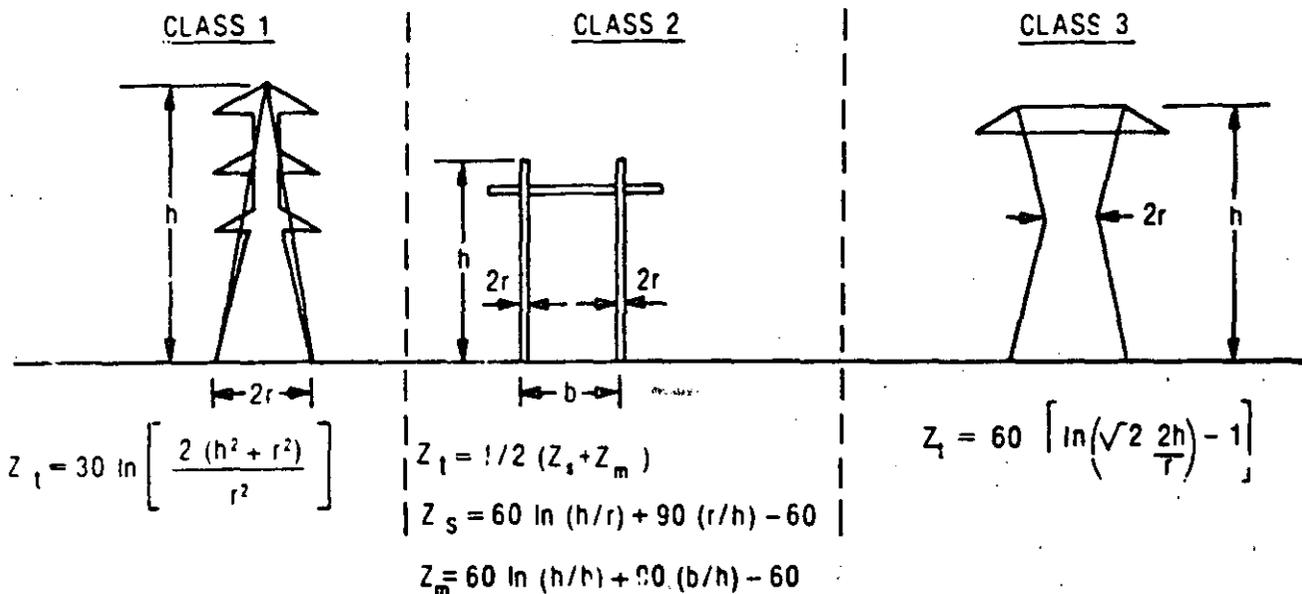


Figure 12.5.4 Stroke current at a tower splits between shield wires and ground



FOR EACH CASE, THE TRAVEL TIME τ FROM TOWER TOP TO GROUND IS: $\tau = h / 300 \mu s$

Figure 12.5.5. Approximations for tower surge impedance.

DETERMINATION OF COUPLING FACTORS FOR PHASE CONDUCTORS

That portion of the stroke current flowing outward over the shield wires induces a voltage called the coupled voltage in each phase conductor, and the ratio of the total induced voltage on phase conductor n to the tower top voltage is known as the coefficient of coupling, K_n . It is derived from the classical conductor equations in Appendix 12.3 and is expressed for the case of two shield wires at equal height above ground as

$$K_n = \frac{Z_{n1} + Z_{n2}}{Z_{11} + Z_{12}} \tag{12.5.7}$$

where Z_{mn} is the mutual impedance between conductor m and conductor n and Z_{11} is equal to Z_{22} which equals Z_{nnn} , the self-surge impedance of each shield wire (1 and 2 are the shield wires, and n is the phase conductor). If only a single shield wire exists, then

$$K_n = \frac{Z_{1n}}{Z_{11}} \tag{12.5.7A}$$

If propagation effects are to be assumed up and down the tower, then consistency requires that propagation effects also be assumed to occur for the coupling effects. This ensures that one is not using one time scale for one effect and a different time scale for the other. A simple approximation is to use as the shield wire voltage, not the tower top voltage, V_T , at a time, t , but the voltage $V_T(t - \tau_{pn})$ that existed at a previous time, $t - \tau_{pn}$, where τ_{pn} is the propagation time down the tower from the tower top to the insulator crossarm, n . This same travel time, τ_{pn} , is also used to derive the crossarm potentials, which may differ significantly from the tower top potentials for tall towers or fast stroke currents.

SELECTION OF FOOTING RESISTANCE

The tower footing resistance is an extremely important parameter in the determination of lightning flashover rates. Unfortunately, it is a fluctuating statistical variable the magnitude of which is governed not only by geography but also by nonlinear conduction physics in the earth. It may swing over a two to one range or more owing to changes in stroke current, and even with constant current it will change with time. An advantage of the Monte Carlo method of analysis (7) is that these widely fluctuating values may easily be accounted for, but in the analytical approach necessary for a hand calculator, an equivalent fixed value of footing resistance must be selected. Prior to making this selection, some of the fundamentals are reviewed. The following is a condensation of material in the first edition of this book— material organized primarily by F. A. Fisher (10).

The simplest electrode configuration to analyze is a spherical electrode that either is buried completely in the ground or has only the lower hemisphere buried (30). In the latter case, assuming uniform soil resistivity, a current, I , flowing from the hemisphere into the ground produces a current density in the surrounding soil of

$$i = \frac{I}{2\pi\lambda^2} \tag{12.5.8}$$

where i is the current density, I is the total current, and λ is the distance from the center line of the electrode. According to Ohm's law, such a current produces in the soil an electric field strength of

$$E = \rho i = \frac{\rho I}{2\pi\lambda^2} \tag{12.5.9}$$

where ρ is the soil resistivity. The voltage, as the line integral of the field strength from the surface of the conducting sphere to any distance, X , is

$$V = \int_a^X E dX = \frac{\rho I}{2\pi} \int_a^X \frac{dX}{X^2} = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{X} \right) \quad (12.5.10)$$

where a is the radius of the hemisphere. The total voltage between the hemisphere and a far distant point with $X \rightarrow \infty$ is then

$$V = \frac{\rho I}{2\pi a} \quad (12.5.11)$$

The total resistance experienced by the flux lines diverging from the hemisphere becomes

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\rho}{2\pi a} \quad (12.5.12)$$

As an example, a hemisphere of radius $a = 1$ m embedded in soil of resistivity $\rho = 100 \Omega \cdot \text{m}$ will have a ground resistance of

$$R = \frac{100 \Omega \cdot \text{m}}{2\pi \cdot 1 \text{ m}} = 16 \Omega$$

This is the resistance experienced by current flowing through the entire surrounding space. Most of this resistance is encountered in the region immediately around the electrode. From Eq. 12.5.8, 50% of the total resistance is contained in the first meter beyond the electrode ($X = 2a$) and 90% is contained in the first nine meters beyond the electrode ($X = 10a$).

Figure 12.5.6 from Rudenberg (30) shows the resistance of several simple electrodes that are buried at an extreme depth in the earth. If these electrodes are buried with only half their vertical dimension in the earth, the resistance will be twice that given in Figure 12.5.6. The resistance will be only somewhat less than twice that given in Figure 12.5.6 if the electrodes are buried at a depth that is shallow compared to their length. Tabulations of ground resistance of other electrodes as a function of burial depth are given by Dwight (31), Fink and Beaty (32), and Sunde (33).

The most useful form of ground electrode is the driven ground rod. Ground rods are usually supplied in 8- to 12-ft lengths, and they may be joined by couplings for longer depths. Rod diameters are generally less than 3 cm. Sunde has derived the resistance of a driven ground rod as

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \left[\ln \left(\frac{4l}{a} \right) - 1 \right] \text{ when } l \gg a \quad (12.5.13)$$

where R is the resistance (Ω), ρ is the ground resistivity ($\Omega \cdot \text{m}$), l is the length of rod (m), and a is the rod radius.

The diameter of the rod is of some significance because it affects the logarithmic term $4l/a$, but the length is more important. However, the resistance does not decrease directly with length, and a condition may arise in which a further increase in length is accompanied by only a minor reduction in footing resistance.

A careful examination of both Eq. 12.5.13 from Sunde and the equation for the resistance of a deeply buried rod from

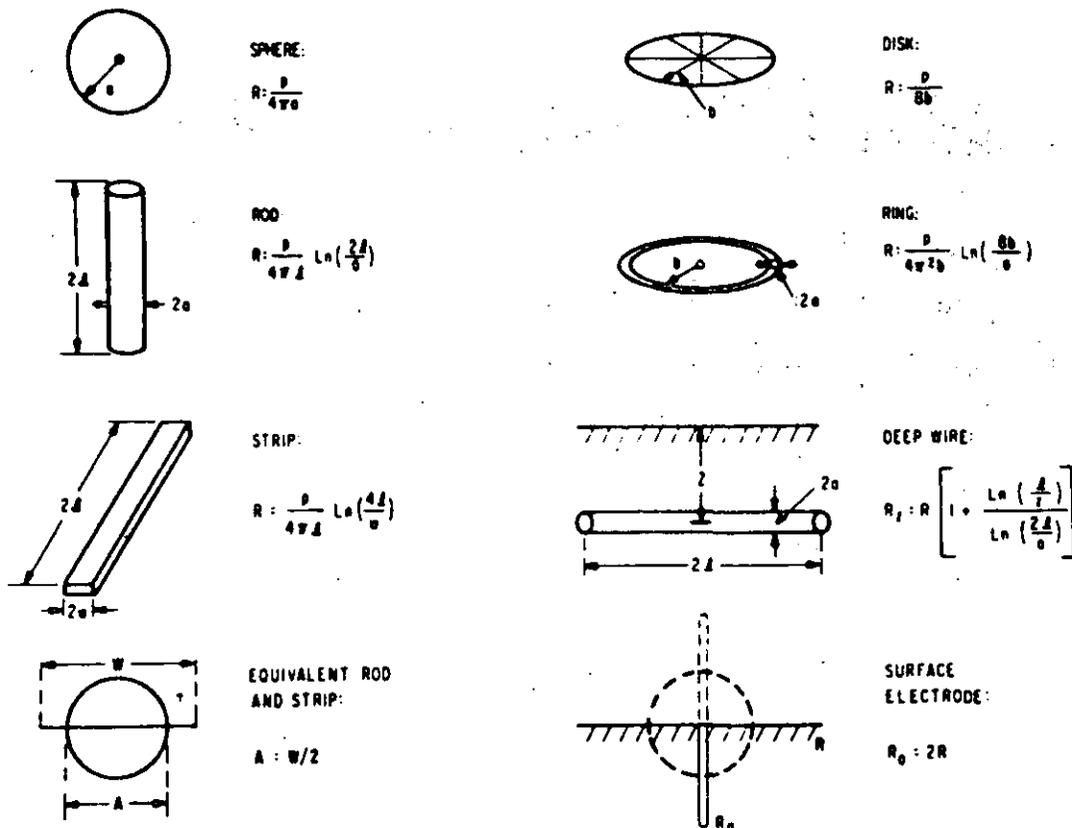


Figure 12.5.6. Ground resistance of elementary electrodes.

Rudenberg in Figure 12.5.6 reveals a moderate discrepancy. For a driven ground rod, the theoretical expression by Rudenberg in Figure 12.5.6 would have to be doubled because half the resistive material would not exist. Making this correction and allowing l to now equal the length of rod driven into the ground, Rudenberg's expression becomes

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \left(\frac{2l}{a} \right) \quad (12.5.13A)$$

Part of the discrepancy between Eq. 12.5.13 and Eq. 12.5.13A is due to the different approaches to the approximations. Generally, Eq. 12.5.13 is used, and it is the same as that given by Dwight (31) when Dwight's equation is modified so that l represents the length of the rod driven into the ground. There is also some difference in the derivations of the resistance of a buried strip. Rudenberg and Sundé agree fairly well, though not exactly, and both differ from Dwight. Figure 12.5.7 shows the variation of resistance with rod length for various diameters. The curves are drawn for a ground resistivity of 100 $\Omega \cdot m$.

Ground resistance may also be lowered by connecting driven ground rods in parallel. If the spacing between rods is great compared with the length of the individual rods, the resistance will be reduced in proportion to the number of rods. If the rods are close together, each rod will be in the intense electrical field of its neighbor. If the rods are very close together, then the overall resistance becomes

$$R = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \left(\frac{2l}{a} \right) \quad (12.5.14)$$

where a represents the radius of an equivalent rod.

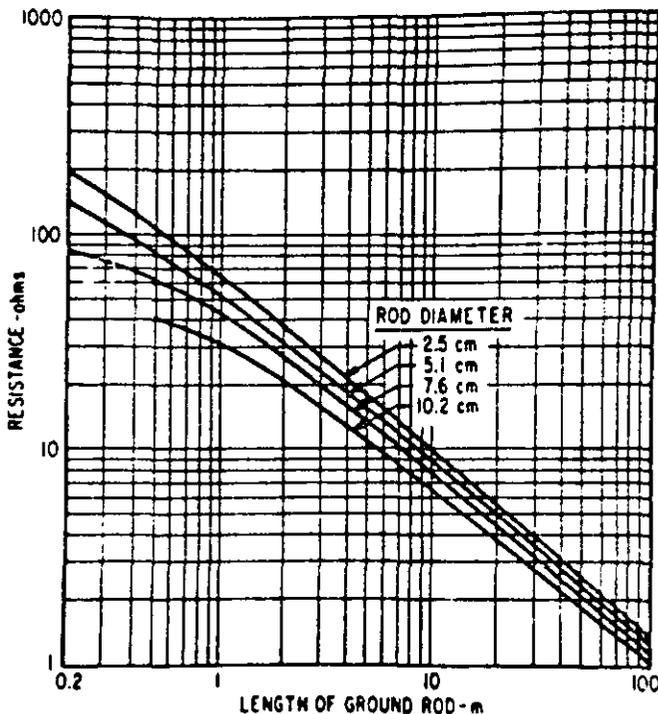


Figure 12.5.7 Resistance of vertical ground rods as a function of length and diameter. Soil resistivity = 100 $\Omega \cdot m$.

Figure 12.5.8 shows how the equivalent radius depends on rod geometry. If the rods are moderately close to each other, the overall resistance will be more than if the same number of rods were spaced far apart. The increase in resistance depends on the number of rods involved. Two rods, with 1.9-cm diameter and 3-m length, in parallel and spaced 3 m apart will have a resistance 1.14 times greater than they would if they were an infinite distance apart. Four rods in a square would have to be 9.15 m apart to have the same resistance ratio. Lewis (34) gives additional information on ground rods in parallel as a function of spacing.

Table 12.5.1 shows an example of the ground resistance that could be obtained on an area of 20,000 ft (100 ft \times 200 ft).

The resistance of a single buried horizontal wire is, from Sundé,

$$R = \frac{\rho}{\pi l} \left(\ln \frac{2l}{\sqrt{4ad}} - 1 \right) \text{ when } d \ll l \quad (12.5.15)$$

where l is the length of wire (m), a is the wire radius (m), and d is the burial depth (m). Figure 12.5.9 shows how this resistance varies with the length and diameter of the buried wire.

Equation 12.5.15 assumes that the potential is uniform over the entire length of the wire, which could be true only if the wire had perfect conductivity. If the wire is very long, it will not be at the same potential all along its length, and Eq. 12.5.15 will be in error. If allowance is made for wire resistance, the overall ground resistance becomes

$$R_o = \sqrt{rR} \text{Coth } l \sqrt{\frac{r}{R}} \quad (12.5.16)$$

Table 12.5.1
GROUND RESISTANCE OF RODS IN PARALLEL

Number of Rods 1.9 cm Diam \times 3.05 m Long	Relative Ground Resistance
1	1.000
5	0.200
10	0.110
20	0.070
50	0.042

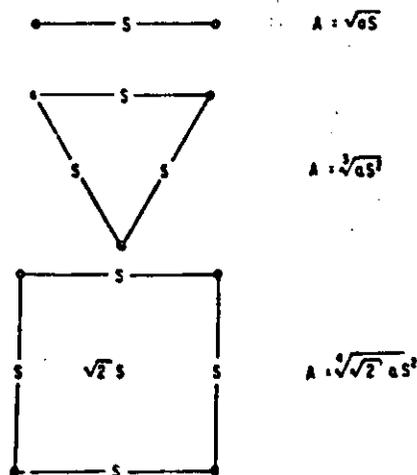


Figure 12.5.8. Equivalent radius, A , of groups of ground rods of radius a .

and if $l \sqrt{\frac{r}{R}}$ is large, then

$$R_0 = \sqrt{rR} \quad (12.5.17)$$

where r is the resistance of wire ($\Omega \cdot m$), R is the ground resistivity ($\Omega \cdot m$), and l is the length (m). As a practical matter, a ground wire long enough for the wire resistance to cause serious error in Eq. 12.5.15 would be so long that its transient response would have little to do with the computed resistance.

If a lightning current surge is applied to a counterpoise, or buried wire, the effective resistance is initially quite high, on the order of 150Ω . This value is the surge impedance of the wire. As the surge propagates along the wire, the resistance decreases as the current spans more and more of the wire, thus making more effective contact with the ground. The surge propagates in the ground at roughly one-third the speed of light. Hence, current does not span a 300-m wire for approximately $3 \mu s$. For a given length of buried wire, the transient resistance will reduce to the steady-state resistance faster if the wire is arranged as several, shorter, radial wires than if it is laid as one long wire. Bewley (35) has shown how the transient response of buried wires varies for several configurations of counterpoise. In the case of driven ground rods, the final resistance would be attained quite quickly because the rods would be fairly short. Widely spaced ground rods would not attain their final resistance until a surge current reached the most distant rod. As a practical matter for the grounding of lightning currents, the first 250 ft of buried conductor is the most effective.

Ground resistance decreases with increasing current, at least if the current dries out the soil. The proportional reduction is for grounds of low resistance than it is for grounds of high resistance. Figure 12.5.10, from Bellaschi *et al.* (36), shows typical measured values of ground resistance as a function of impulse current. In 1974, Liew and Darveniza (37) developed a new dynamic resistance model based on surge-current measurements in a variety of earth conditions. They found that the reduction of crest voltage across the earth resistor due to stroke current was larger than previously assumed. Figure 12.5.11 is reproduced

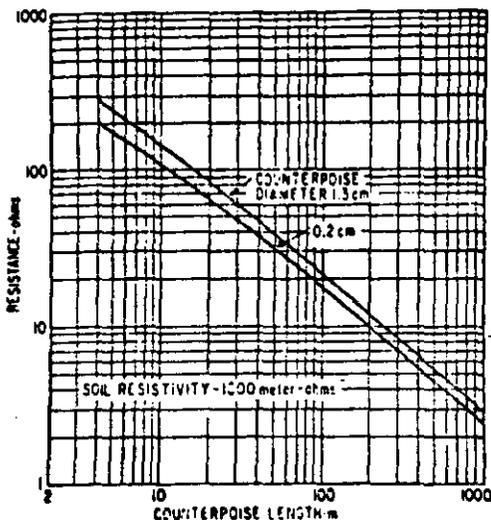


Figure 12.5.9 Resistance of counterpoise as a function of length

from their paper. In 1978, Darveniza and others (38) published a correction curve that the author has since adopted as the best compromise for performance calculations. Figure 12.5.12 displays this curve. Whitehead (39) also developed a dynamic model that has good representation of the tests made by Darveniza.

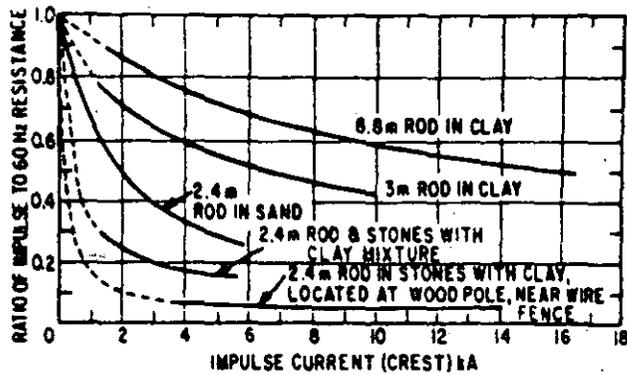


Figure 12.5.10. Impulse current resistance of various ground rods.

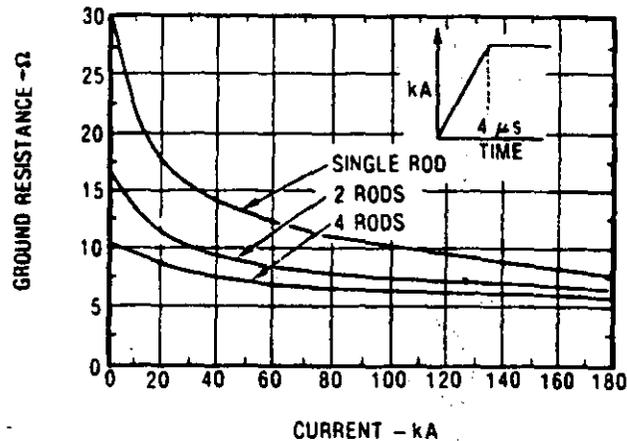


Figure 12.5.11. Ground resistance reductions found by Liew and Darveniza. (Depth of rods = 3.3m; $\rho = 1000 \text{ m}$; separation of rods = 3.3 m.)

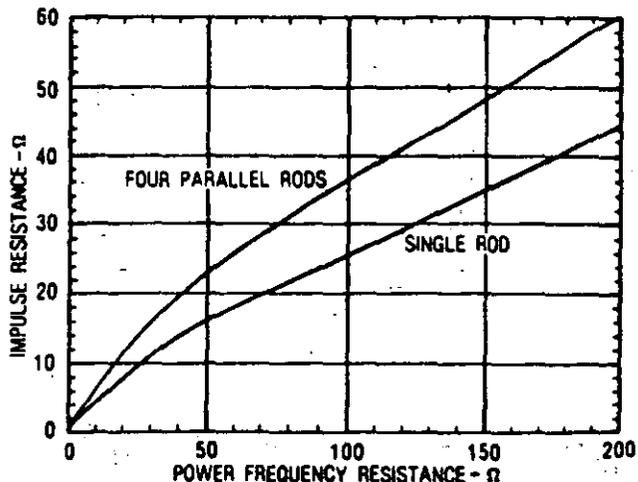


Figure 12.5.12. Suggested reduction of impulse resistance to use for lightning calculations from Darveniza and others (38).

The fundamental method of measuring ground resistance is shown in Figure 12.5.13. Current is circulated between the ground under test and an auxiliary ground. Preferably, the auxiliary ground should be located at a distance that is great compared with the dimensions of the ground under test because it is not desirable to have interaction of the ground current distributions at the two electrodes. A voltage is then measured between the ground under test and a reference ground located between the two current-carrying electrodes. The reference ground should also be located so that it is not in the electric field of either of the current-carrying electrodes. Assuming that the current density is negligible at the reference electrode, the resistance of the ground under test is

$$R = \frac{V}{I} \quad (12.5.18)$$

The measurement may be made using a voltmeter and ammeter with the current supplied by a transformer energized from the power lines. Alternatively, a bridge may be used for the measurement. Most often, however, ground resistance is measured with self-contained instruments such as a ground megger.

The resistivity of earth may vary over extremely wide limits, depending on the composition of the soil and its moisture content. Representative values are shown in Table 12.5.2.

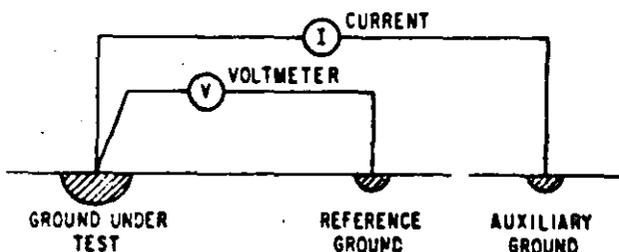


Figure 12.5.13. Fundamental method of ground-resistance measurement.

Table 12.5.2
EARTH RESISTIVITY

Material	$\Omega\text{-m}$
General average	100
Sea water	0.01-1.0
Swampy ground	10-100
Dry earth	1000
Pure slate	10 ⁷
Sandstone	10 ⁸

EFFECTS OF A STATISTICAL DISTRIBUTION OF FOOTING RESISTANCE VALUES

In practice, a transmission line does not have a constant value of footing resistance but has, instead, a range of values, depending on tower location. Usually, towers in swampland or on moisture-bearing soil have low footing resistances, whereas towers on rocky soil have high resistances. Most design procedures, including those in this book, compute tripout rates for a constant value of footing resistance, and it is of some importance to examine the

best procedure for using the results calculated with this simplified assumption. In practice, the disparity is easily overcome by using the following rules:

- If the expected variation of footing resistance about a mean value is not extreme (i.e., if the coefficient of variation, σ , for the distribution is less than half the average value), then use the average value of footing resistance for a computation that will be usually of acceptable error (less than 20%). A. R. Hileman has suggested that the average, plus one or two σ , be used, thereby yielding a somewhat more conservative value.
- If the footing resistances fall into two or more widely different classes, each one a significant part of the total, then split the computation into sections of high and low resistance, and, for the length of line in each section, compute the outage rate using the average resistance for the section. Then sum to find the total by the relation

$$T = \frac{T_1 L_1 + T_2 L_2 + \dots + T_N L_N}{L} \quad (12.5.19)$$

where T is the total line tripout per 100 miles per year; T_N is the tripout rate per 100 miles per year of section N with a length, L_N , and with a tripout rate determined from the curves by using the average footing resistance for the section; and L is the length, in miles, of the entire line.

12.6 RESPONSE OF A TRANSMISSION TOWER TO A LIGHTNING FLASH

Referring to Figure 12.5.1 and Figure A12.4.1 in Appendix 12.4 will show that the insulator voltage for any phase is the difference between the crossarm voltage, V_{F_n} , and the voltage induced on the phase conductor, V_{Q_n} . In addition, the tower top voltage, V_T , must be computed for the most severe stroke in a flash so that V_{Q_n} may be determined by using the appropriate coefficient of coupling. There are also current waves that reflect off the adjacent towers on each side of the stricken tower, and these waves eventually arrive to reduce the stricken tower insulator voltages. All these components may be determined by classical traveling wave theory, provided the proper value of tower surge impedance is chosen (26). After each insulator surge voltage is computed, the additional contribution of 60-Hz voltages on the insulators must be included. The stress so produced is then compared with the insulator volt-time curves to find the stroke amplitudes required for flashover. Without the aid of a minicomputer, the computation is tedious, but straightforward.

COMPUTATION OF TOWER TOP VOLTAGE

The author's arrangement of the traveling wave solution for tower top voltage, V_T , is derived in Appendix 12.4 as follows:

$$V_T(t) = Z_1 I(t) - Z_0 \sum_{n=1}^N [I(t - 2n\tau_T) \psi^{n-1}] \quad (12.6.1)$$

where

$$V_T(t) = \text{tower top voltage in kilovolts at any selected time, } t, \text{ in microseconds;}$$

$I(t)$ = stroke current into the equivalent circuit in kiloamperes at the same time, t , in microseconds:

Z_I = the intrinsic circuit impedance in ohms encountered by the stroke current at the instant it enters the equivalent circuit (see Figure 12.5.1):

$$Z_I = \frac{Z_s Z_T}{Z_s + 2Z_T} \quad (12.6.1A)$$

Z_w = a constant wave impedance on which all traveling wave current components operate to provide components of tower top voltage:

$$Z_w = \left[\frac{2Z_s^2 Z_T}{(Z_s + 2Z_T)^2} \right] \left[\frac{Z_T - R}{Z_T + R} \right] \quad (12.6.1B)$$

T_T = travel time in microseconds from tower top to base: the height of the tower in meters divided by 300

$I(t - 2nT_T)$ = the stroke current that entered the equivalent circuit at a previous time, $t - 2nT_T$, where n is a whole number, called the wave number, that defines the component.

ψ = a damping constant that successively reduces the contribution of reflections:

$$\psi = \left(\frac{2Z_T - Z_s}{2Z_T + Z_s} \right) \left(\frac{Z_T - R}{Z_T + R} \right) \quad (12.6.1C)$$

N = the largest value that the wave number, n , can reach: the largest whole number $\leq t/2T_T$

To use Eq. 12.6.1, one first selects a time at which the tower top voltage is to be computed and then computes each current component inside the summation sign until n reaches its largest permitted value, N . Except for educational purposes, it is not necessary to compute the entire voltage waveshape because most of it contributes little to the insulator flashover process. Tower top voltages should always be computed in the vicinity of the stroke current crest because that is where tower voltage can have the highest magnitude. In addition, when high values of footing resistance are involved, voltages out at 3 to 6 μ s are usually of interest because the volt-time strength of the insulator will be weaker in that region. Figure 12.6.1 includes a tower top waveshape computed with Eq. 12.6.1 for a representative set of circuit impedances and a ramp-function, stroke-current waveshape having a time-to-crest of 1.8 μ s, a tail time-to-half value of 50 μ s, and a unit crest amplitude. (See Figure 12.4.9.)

If the stroke-current waveshape is of the ramp-function form $I = At$, then Appendix 12.4 shows that the tower top voltage on the front or at the crest of the wave, $V_T(t)$, takes the form

$$V_T(t) = At \left[Z_I - Z_w \left(\frac{1 - \psi^N}{1 - \psi} \right) \right] + 2AT_T Z_w \left[\frac{1 - \psi^N}{(1 - \psi)^2} - \frac{N\psi^N}{1 - \psi} \right] \quad (12.6.2)$$

When the stroke-current wave is assumed to be composed of a sum of several ramp functions, as shown in Figure 12.4.8, one simply uses Eq. 12.6.2 for each ramp function with the proper value of A inserted. Then, the tower top voltage, $V_T(t)$, will be the sum of the voltages obtained. Brown (21) provides a somewhat different version of the tower top voltage equation, which could be used.

COMPUTATION OF CROSSARM VOLTAGES

When insulator voltages must be determined, it will usually be necessary to compute all the crossarm voltages. Hence, a numerical routine requiring the least computation is highly desirable. Because the tower top voltage, $V_T(t)$, must be computed to find the coupled voltages on the phase conductors, the simplest crossarm voltage procedure is to compute the voltage at the base of the tower (across the footing resistance) and then to interpolate between these two end voltages for each crossarm, assuming the voltage changes linearly along the tower from top to bottom. (A linear interpolation is not strictly rigorous, but it gives acceptable accuracy after about the first 0.3 μ s for a typical tower.) Appendix 12.5 shows that the voltage at the tower base is

$$V_R(t + T_T) = \bar{\alpha}_R Z_I \sum_{n=0}^N I(t - 2nT_T) \psi^n \quad (12.6.3)$$

where $V_R(t + T_T)$ is the voltage across footing resistance, R , at a time $(t + T_T)$, and

$$\bar{\alpha}_R = \frac{2R}{Z_T + R} \quad (12.6.4)$$

The footing resistance voltage to be used is the voltage created at a time, $(t + T_T)$, where t is the time at which the voltage is computed at the tower top. As explained in Appendix 12.5, the tower base voltage is computed at a later time than the tower top voltage to allow for the fact that the tower base voltage lags the tower top voltage by one tower travel time, T_T . (It also simplifies the equations.) Once again, if the incoming stroke-current wave is a ramp function, $I(t) = At$, Eq. 12.6.3 may be expanded in the same manner as Eq. 12.6.1, the tower top voltage equation. Appendix 12.5 shows that the tower base voltage on the front or at the crest of the stroke-current wave is:

$$V_R(t + T_T) = \bar{\alpha}_R Z_I A \left[\left(\frac{1 - \psi^{N+1}}{1 - \psi} \right) t - 2\psi \left(\frac{1 - \psi^N}{(1 - \psi)^2} - \frac{N\psi^N}{1 - \psi} \right) T_T \right] \quad (12.6.5)$$

After the base voltage is determined, the interpolated voltage for any crossarm, n , is

$$V_{pn}(t + T_{pn}) = V_R(t + T_T) + \frac{h - Y_n}{h} [V_T(t) - V_R(t + T_T)] \quad (12.6.6)$$

where h is the tower height (m) and Y_n is the distance from the tower top down to the crossarm (m). Figure 12.6.1 includes an example of computed crossarm voltages for the 345-kV, vertical double-circuit tower in Section 12.10.

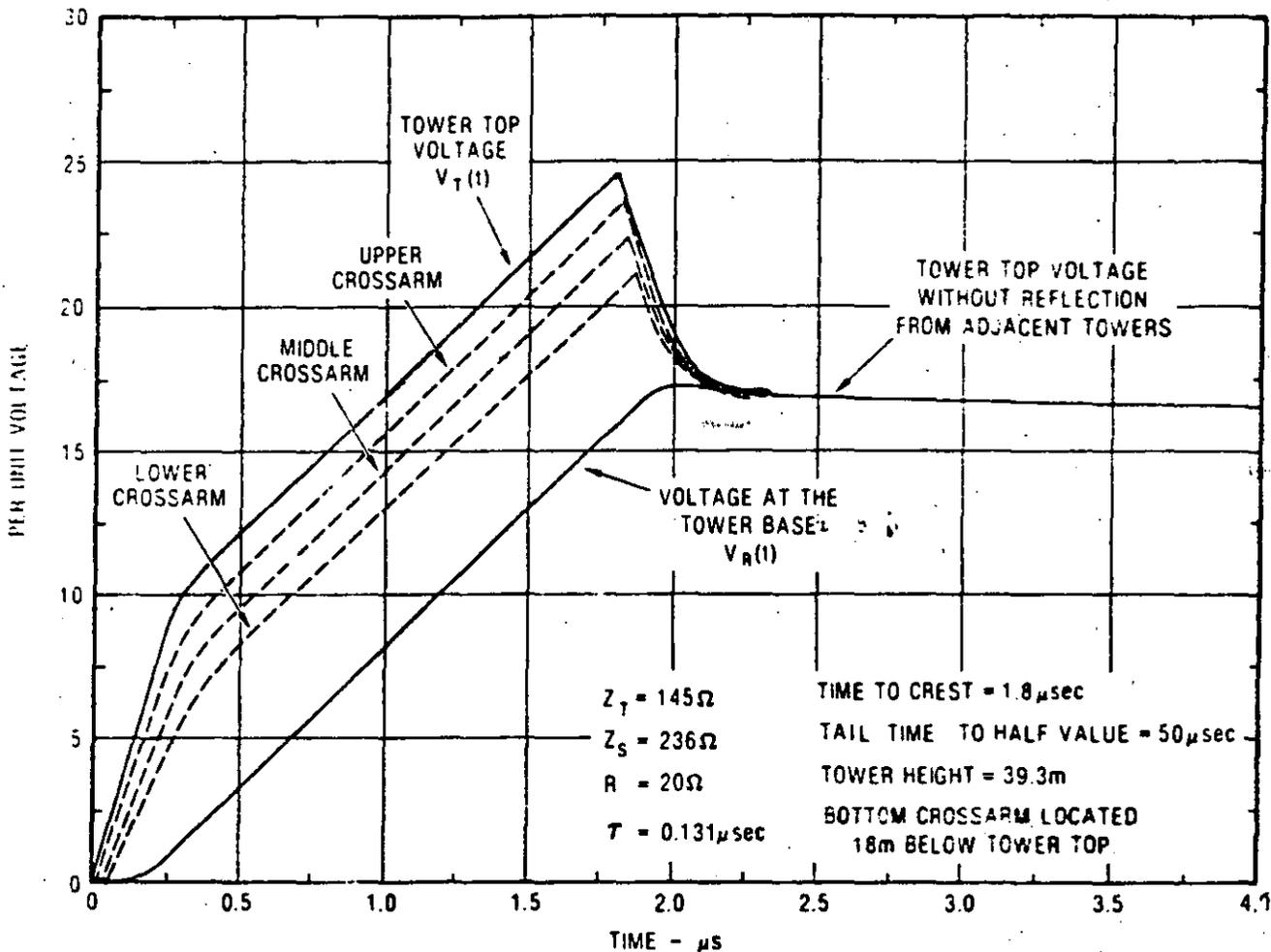


Figure 12.6.1. Per unit voltage (kV) per unit crest stroke current (kA) for tower top and crossarms of a tower similar to that on work sheet 1-A, Section 12.10. R is the linearized surge resistance.

COMPUTATION OF INSULATOR SURGE VOLTAGES

As mentioned previously, if the stroke current entering the tower top changes its magnitude at some time, t , the finite velocity of light creates a condition (Figure 12.6.1) in which the crossarm voltage cannot be affected by this change until a time T_{pn} later, and the footing resistance voltage drop will not be affected until a time T_T later. This finite velocity of light makes three nonsimultaneous voltages work together, the tower top voltage at a time t , the crossarm voltage at a time $(t + T_{pn})$, and the footing resistance, or tower base voltage, at a time $(t + T_T)$. Keeping this in mind, one will note from Figure 12.6.1 that, if propagation at the velocity of light across the insulator string itself is ignored, the insulator string surge voltage is the difference between the crossarm voltage, V_{pn} , and the voltage coupled to the phase conductor from the tower top:

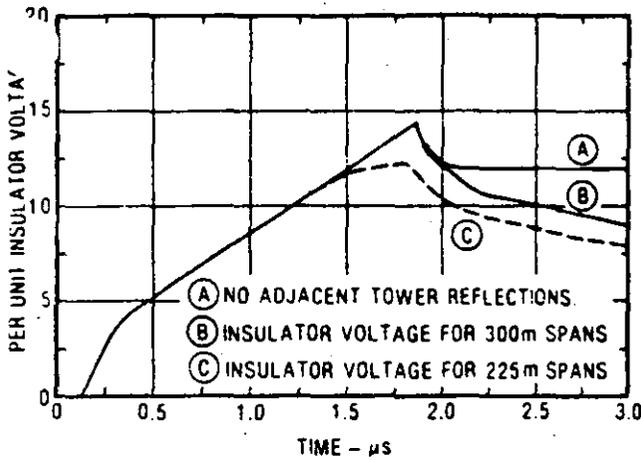
$$V_{in}(t + T_{pn}) = V_{pn}(t + T_{pn}) - K_n V_T(t + T_{pn}) \quad (12.6.7)$$

where K_n is the coupling factor and T_{pn} is the time from tower top to crossarm. Combining the equations yields

$$V_{in}(t + T_{pn}) = V_R(t + T_T) + \frac{T_T - T_{pn}}{T_T} [V_T(t) - V_R(t + T_T)] - K_n V_T(t) \quad (12.6.8)$$

Equation 12.6.8 will be utilized in solutions for the magnitudes of insulator voltages. One may make this interpolation with good accuracy once a few tower reflections have occurred. It clearly cannot apply during the first travel time. An equation accurate for all times is derived in Appendix 12.5.

Figure 12.6.2 presents one set of insulator voltages for the vertical circuit tower shown in Section 12.10. The figure shows that the bottom phase insulators have greater voltage across them than the top phase insulators because the coefficient of coupling is less for the bottom insulators. It is quite common for the lower phases on vertical circuit towers to have higher lightning flashover rates than the upper phases, and differences in coupling are invariably responsible. For tall structures with only one shield wire and low footing resistances, the upper phases may sometimes experience the greatest stress and the largest tripout rate.



12.6.6. Reflections from adjacent towers reduce the crest insulator voltage.

length, these reflections may arrive before or after the crest voltage that would otherwise occur at the stricken tower. The magnitude of the reflections is not easily determined by simple analytical means because the reflected waves are badly distorted by corona and resistance losses, which are functions of voltage, rise time, and distance. Many multiple reflections and refractions may be involved. However, consideration of these reflections is required because they can reduce the tripout rate if they arrive soon enough.

An approximation strategy used by the author with some success in earlier work replaces each adjacent tower surge impedance and its footing resistance with an equivalent impedance that is a function of the stroke waveshape. If the tower top voltage, $V_T(t_o)$, is computed without reflections from adjacent towers at a time, t_o (the time-to-crest of the stroke-current wave), then the ratio of $V(t_o)/I(t_o)$ is, at that moment in time, the total impedance, $Z(t_o)$, encountered by the stroke current. This impedance, $Z(t_o)$, is the parallel combination of $Z_s/2$ and a varying tower impedance, $Z'_T(t)$, where

$$Z'_T(t) = \frac{Z_s Z(t_o)}{Z_s - 2Z(t_o)} \quad (12.6.9)$$

An assumption is then made that the tower surge impedance and footing resistance on each side of the stricken tower may also be replaced with this same equivalent tower impedance, $Z'_T(t_o)$, except, of course, delayed in time. With this assumption, which is not strictly true but is a fair approximation, an application of the classical traveling wave equations will show that the sum of the reflecting voltage components arriving at the stricken tower from both sides is

$$V''_T(t) = \bar{\beta}_S V_T(t - 2T_s) \quad (12.6.10)$$

where

- $V''_T(t)$ = voltage from adjacent towers appearing across the stricken tower at time, t ;
- $V_T(t - 2T_s)$ = tower top voltage that existed at the stricken tower at a time, $(t - 2T_s)$

- $\bar{\beta}_S$ = span voltage reflection factor:
 - $$\bar{\beta}_S = \frac{-4Z(t_o) [Z_S - 2Z(t_o)] K_S}{Z_S^2}$$
 - Z_s = shield wire surge impedance (Ω)
 - $Z(t_o)$ = $V_T(t_o)/I(t_o)$;
 - $V_T(t_o)$ = tower top voltage at current crest time, t_o ;
 - $I(t_o)$ = stroke current at crest time, t_o (usually 1.0 p.u.);
 - K_S = an attenuation factor (assume 0.85 unless better information is available).
- (12.6.11)

But on a per unit basis $I(t_o) = 1.0$ and $Z(t_o)$ will have the same numeric value as $V_T(t_o)$. Therefore, the reflected voltage arriving at the tower top at crest time, t_o , is approximately equal in magnitude (but not dimensionally) to

$$V'_T(t_o) = \frac{-4K_S [V_T(t_o)]^2}{Z_s} \left[1 - \frac{2V_T(t_o)}{Z_s} \right] \left[\frac{t_o - 2T_s}{t_o} \right] \quad (12.6.12)$$

where

- $V'_T(t_o)$ = sum of the reflected voltage waves from adjacent towers appearing at the tower top at crest time, t_o ;
- $V_T(t_o)$ = crest tower top voltage at time, t_o without reflections from adjacent towers;
- $2T_s$ = travel time for a wave to travel to the adjacent tower and return (μs);
- = (twice the span distance in meters)/(300 × 0.9);
- Z_s = shield wire surge impedance, (Ω);

if

$$t_o < 2T_s, V'_T(t_o) = 0$$

Equation 12.6.11 is constructed on the premise that corona distortion reduces the reflected voltage wave to something approaching a ramp function. The attenuation constant, K_S , may be assumed to be about 0.85 if no specific data are available. The total tower top voltage at stroke crest time, t_o , is then

$$V_T(t_o) = V_T(t_o) - V'_T(t_o) \quad (12.6.13)$$

Because the insulator voltages have a similar shape to the tower top voltage, Eq. 12.6.11 may also be used for them with $V_T(t_o)$ replacing $V'_T(t_o)$ wherever it occurs.

After crest time, t_o , when the stroke current has flattened out and the towers have rung down, the effect of voltage reflections from the two adjacent towers may be treated as in Eq. 12.6.12, except that the computed tower top voltage at 6 μs is used instead of $V_T(t_o)$, and the ratio $(t_o - 2T_s)/t_o$ is set equal to 2.0. For that case, K_S is approximately 1.0. Just as the voltages reflected from adjacent towers reduce the tower top voltage at the stricken tower, so do they also reduce the voltage across the stricken tower footing resistance, and by nearly the same ratio.

EFFECTS OF POWER-FREQUENCY VOLTAGE

The previous analysis arrived at a critical value of stroke current, I_{cn} , for each phase, n , that must be exceeded if a flashover is to occur on that phase. However, this analysis did not account for any power-frequency voltage. The power-frequency voltage across each insulator continuously adds to or subtracts from the stresses created across the insulator by the lightning stroke, thus continuously changing the amplitude of the stroke current required to cause flashover. This power-frequency voltage may make a significant change in the lightning tripout rate, and it is a major reason why observed tripouts are not all on the phase having the lowest critical current, I_{cn} . In the old AIEE method, the effect of power-frequency voltage was ignored, possibly because it greatly increased the complexity of the graphical method and was different for different tower geometries. In the Monte Carlo method, the inclusion of phase voltage effects is automatic. However, in analytical methods it is a fairly complicated problem, different for each tower configuration and for each phasing arrangement.

As the power-frequency voltage on phase n varies with the instantaneous voltage angle θ_n , it adds to or subtracts from the

flashover voltage, V_{cn} , for that insulator string. At any instant, the critical stroke current, I_{cn} , required to create a flashover on phase n with power-frequency voltage superimposed is

$$I_{cn} = \left[\frac{V_{cn} - V_{on} \sin(\theta_n - \alpha_n)}{V_{cn}} \right] I_{cn} \quad (12.6.14)$$

where V_{on} is the crest phase-to-ground voltage for phase n , θ_n is the instantaneous voltage angle for phase n (the reference phase), α_n is the phase angle of phase n (either 0° , -120° , or $+120^\circ$), I_{cn} is the critical stroke current without power-frequency voltage, and V_{cn} is the insulator flashover voltage at the time of I_{cn} from Figure 12.6.3.

In Eq. 12.6.14, I_{cn} is no longer a constant because power-frequency voltage is present. Instead, I_{cn} is sinusoidal. The numerical example in Figure 12.6.7 is for a three-phase case that might be representative of a 345-kV, vertical single circuit in a region of high footing resistance. Phase C is closest to the shield wire, and consequently, it has the greatest coupling factor. The surge voltage across it is the lowest for a given stroke, thus requiring the highest critical stroke current, I_{cc} (69 kA), if no power-frequency voltage is present. The phase having the lowest

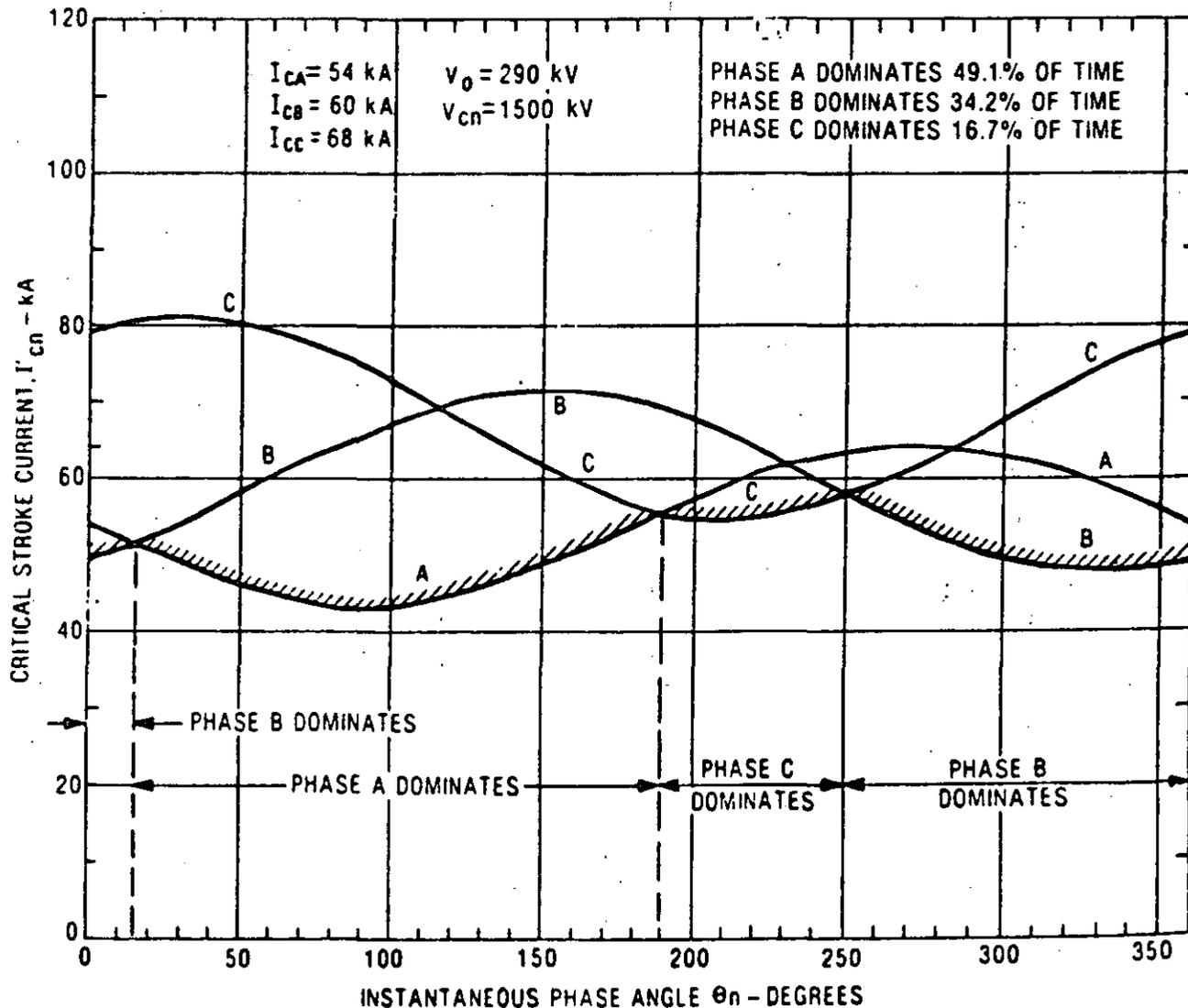


Figure 12.6.7 Fluctuation of the critical stroke current, I_{cn} required to cause flashover of phase n .

I_{cn} is the most likely to flash over first. It may be called the dominant phase. When it flashes, it suddenly is connected to the tower, becoming the equivalent of another shield wire. This inhibits (but not entirely prevents) flashovers on the other phases. The percentage of time that each phase is dominant (most likely to flash over first) is determined in Figure 12.6.7 by simply measuring the proportion of 360° for which each of the crosshatched phases is dominant.

One must know not only the percentage of time that each phase, n , is dominant, but also the average I_{cn} for that phase during that time because this is used to compute the ultimate tripout rate. If wave n dominates between instantaneous phase angle θ_2 and θ_1 , where θ_2 is the greater, then the average value of I_n for phase n during the dominant interval is symbolized by \bar{I}_{cn} and may be computed from

$$\bar{I}_{cn} = I_{cn} \left\{ 1 + \frac{V_{cn}}{V_{cn}} \left[\frac{\cos(\theta_2 - \alpha_n) - \cos(\theta_1 - \alpha_n)}{\theta_2 - \theta_1} \right] \right\} \quad (12.6.15)$$

where $(\theta_2 - \theta_1)$ must be in radians. As an example for phase C, $\theta_1 = 190^\circ$, $\theta_2 = 250^\circ$, $\alpha = 120^\circ$

$$\bar{I}_{c,c} = 68 \left\{ 1 + \frac{290}{1500} \left[\frac{\cos(250^\circ - 120^\circ) - \cos(190^\circ - 120^\circ)}{1.047} \right] \right\} = 55.7 \text{ kA}$$

Once the average critical currents and the percentage have been established for the time each phase dominates, the next step is to construct a back-flash table.

Table 12.6.1 displays a simplified example of a back-flash table. This table provides the back-flash rate of each phase of a transmission line. Table 12.6.1 is an example for three phases (often six may be involved). Even though phase A requires the lowest critical stroke current, $I_{c,A}$, to cause flashover, the power-frequencies distribute the flashovers within all three phases, as shown in item 7 of the table. Detailed procedures are presented in the complete numerical example in Section 12.10.

12.7 SHIELDING FAILURES OF TRANSMISSION LINES

Previous sections of this chapter have dealt primarily with flashover of insulators when lightning contacts the tower top or the shield wires close to the tower. Shielding failures are another flashover mechanism that must be considered. These failures occur when a flash misses the shield wires or tower and terminates directly on the phase conductor. Extremely high voltages will quickly develop at the contact point, and they will travel in both directions along the phase conductor, eventually reaching one or more insulators and causing a flashover. The probabilities of occurrence of shielding failures must be computed for each design because such failures represent a significant proportion of the total tripout rate of some lines, particularly lines with only one shield wire.

THE ELECTROGEOMETRIC THEORY

To analyze the frequency of shielding failures on lines, various electrogeometric theories are often used by the industry. In 1963, Young, Clayton, and Hileman (42) authored a basic paper (somewhat difficult to obtain because it was published as an IEEE supplement) that laid the foundation for much of what is now the electrogeometric theory. Whitehead and his colleagues (43,44) have made significant recent contributions to this approach, both in fieldwork and in analytical evaluations.

Table 12.6.1
EXAMPLE OF BACK-FLASH TABLE

Item	Value	⊙A	⊙B	⊙C
1. Total strokes to line per 100 km/year (shielding failure strokes not included)	85	—	—	—
2. Strokes to tower (item 1 times 0.60)	51	—	—	—
3. Percentage of dominance for each phase	—	49.1	34.2	16.7
4. Strokes to tower per year (item 3 times item 2 divided by 100) while each phase is dominant	—	25.0	21.3	8.5
5. $I_{c,n}$ required to cause flashover (Eq. 12.6.15)	—	47.4	51.0	55.7
6. Probability that $I_{c,n}$ will be exceeded (from Figure 12.4.3)	—	0.26	0.24	0.20
7. Number of strokes per year exceeding flashover level (item 6 times item 4) equals flashover rate per phase	—	6.5	5.1	1.7
8. Total back-flashover rate per 100 km per year (sum of columns in item 7)	13.3	—	—	—

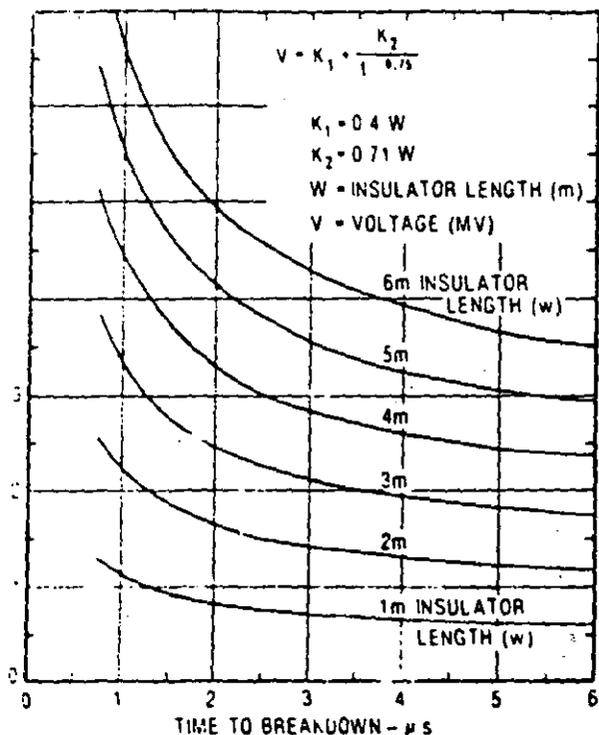


Figure 12.6.3 CIGRE volt-time curve for flashover of line insulators from Darveniza, Popolansky, and Whithead.

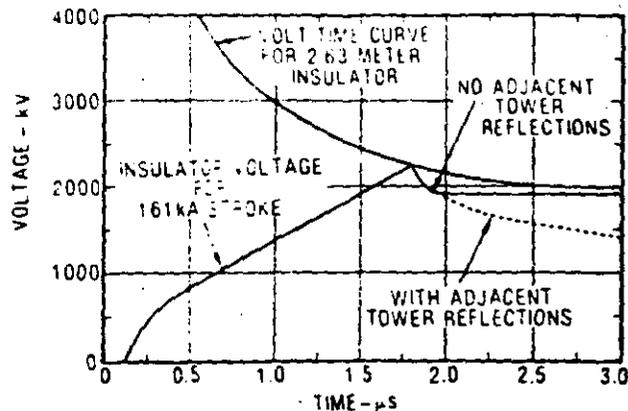


Figure 12.6.5. Increasing stroke current to 161 kA increases insulator voltage until it reaches the flashover volt-time curve.

the stroke crest time and at about 6 μs, and then to work with the lowest of the two critical stroke currents thus obtained.

Caldwell and Darveniza (40) and others have pointed out that it is inaccurate to assume that flashover will occur when a voltage wave just touches the volt-time curve. However, when using only a hand calculator, the additional complexity in computing severity factors is generally not worth the effort if some corrective multiplier can be found instead. There are several influences that argue for a penetration above the volt-time curve. These include the following:

- In reality, the maximum stroke current, di/dt , does not exist at the crest of the current wave but shortly before it. This reduces the insulator voltage and requires more stroke current.
- The tower goes into heavy corona during part of the breakdown process. This reduces its surge impedance and the insulator voltage, again requiring more stroke current.
- Some flashes terminate on the shield wires, a short or moderate distance away from the tower top. This reduces the current entering the tower top and requires more stroke current to create flashover.

There is one influence that pushes in the opposite direction: the additional voltage on each phase conductor due to the release of bound charge as the lightning flash return stroke occurs. This additional voltage has been ignored thus far in the analysis. The author adopts the compromise of allowing the two curves to just touch. However, the stroke current so derived may, if preferred by other investigators, be multiplied by whatever penetration factor one prefers.

The stroke current required for the insulator voltage in any phase, n , to reach the insulator volt-time curve is defined as the critical stroke current, I_{cn} , for that phase. In this chapter it is computed at the crest time of the stroke current and at 6 μs. The lowest of the two critical currents is used to compute the tripout rate for that phase.

REFLECTIONS FROM ADJACENT TOWERS

Reflections from adjacent towers can drive down the insulator voltages at the stricken tower by reflected current waves, as shown in Figures 12.4.9 and 12.6.6. Depending on the span

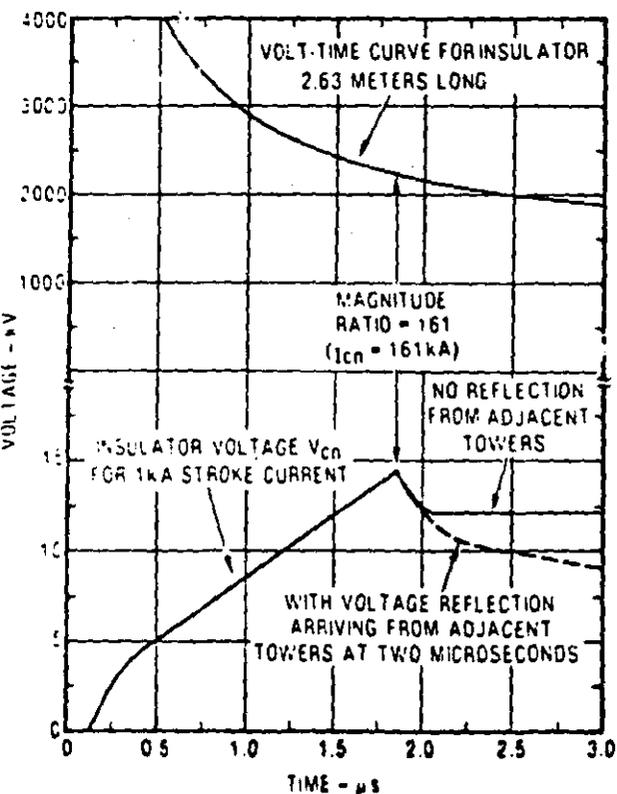


Figure 12.6.4 Per unit insulator voltage under the volt-time curve.

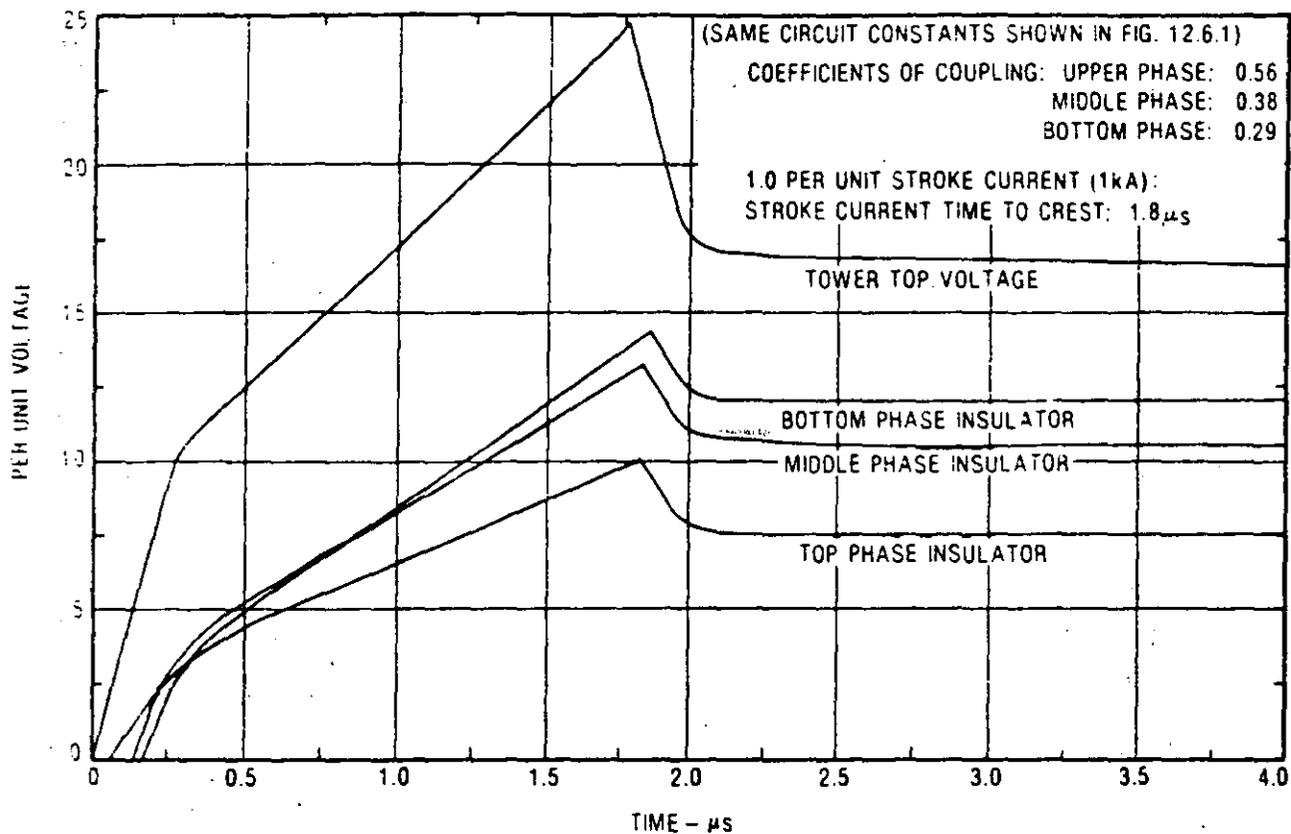


Figure 12.6.2 Examples of insulation voltages in per-unit of crest-stroke current for a flash to the double-circuit tower. (See work sheet 1-A, page 12.10.1)

PENETRATION OF INSULATOR VOLTAGE INTO THE VOLT-TIME CURVE

To this point, all lightning voltage calculations have been per unit (i.e., kV of voltage per 1 kA crest stroke current entering the tower). The insulator voltages presented have all been derived for the ramp function of stroke current (Section 12.4). To fit probability requirements it has been shown that this ramp function should crest somewhere between about $1.25 \mu\text{s}$ and $2.5 \mu\text{s}$ (Figure 12.4.8). Next, the stroke current required to cause flashover must be determined from the per unit voltages and from the insulator volt-time curves or the air-gap, volt-time curve if the air gap is weaker than the insulator.

The surge-voltage level at which an insulator or air gap will flash over is not a constant; it is a function of time. The shorter the time at which failure occurs, the greater this voltage must be. Figure 12.6.3 presents a mathematically convenient set of insulator volt-time curves published by Darveniza and others (19). The upper left portion, for long insulator strings and short times, is primarily an extrapolation because very few data are available. As a first approximation, use the air-gap length if the air gap is less than the length of the insulator.

As previously stated, the voltage waves shown in Figure 12.6.2 are per unit, as are all calculations thus far. If the stroke has a crest current of 1 kA at $1.8 \mu\text{s}$, then the bottom insulator develops a crest voltage of 14 kV at $1.8 \mu\text{s}$. However, an 18-unit insulator for 345 kV is about 2.63 m long, and Figure 12.6.3 re-

quires that the voltage for flashover at $1.8 \mu\text{s}$ be 2250 kV. Therefore, for a flashover to develop, the stroke current, I_{cr} , must be increased by $2250/14$ (161 times) or 161 kA. This current, I_{cr} , the critical current to cause the phase n insulator to flash over, may have a different value for each phase. Consequently, all phases should be computed. This translation to a stroke current necessary for flashover is diagrammed in Figure 12.6.4 for the bottom phase insulator waveshape of Figure 12.6.2. As shown in Figure 12.6.5, the two curves just touch at $1.8 \mu\text{s}$, but the insulator voltage curve cuts through the volt-time curve beyond $2.7 \mu\text{s}$, at which point one would infer that flashover is more likely to occur.

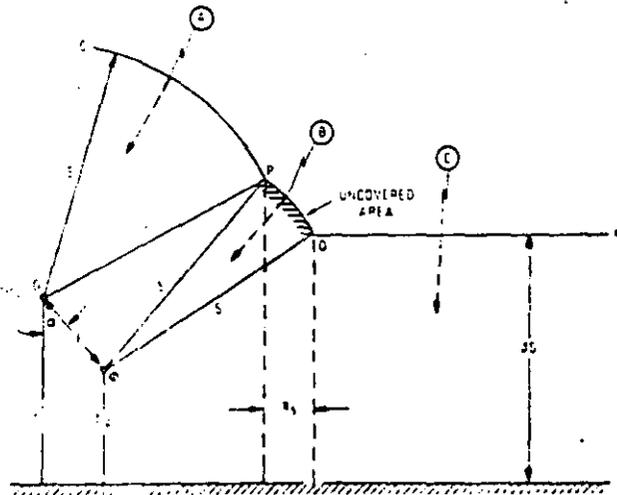
However, the insulator voltages in Figure 12.6.2 were computed for the case of no reflections arriving from adjacent towers. Adjacent towers will usually be about 300 m or less from the stricken tower, and current reflections will arrive from these towers on both sides of the stricken tower in about $2 \mu\text{s}$ or less (the velocity of light is $300 \text{ m}/\mu\text{s}$) after the stroke makes contact. These reflections are in the direction to drive down the voltages at the stricken tower, as shown by the dotted lines in Figures 12.6.4 and 12.6.5 (discussed subsequently).

In general, the location of the juncture of the insulator voltage curve with the insulator volt-time curve will be at the same time as the crest time of the stroke current if footing resistances are moderate or low. However, if footing resistances are high or the towers are short, the juncture may occur beyond the crest time. Therefore, it is advisable to compute the juncture both at

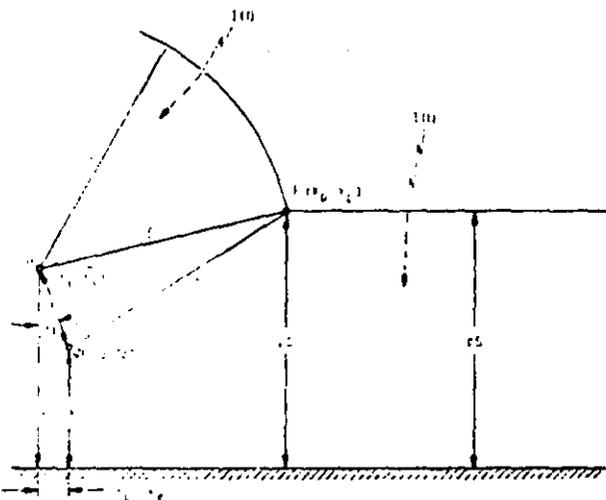
Figure 12.7.1 shows a simplified model of the postulated shielding failure mechanism for one shield wire and one phase conductor above a horizontal earth. In Figure 12.7.1A, three flashes of equal current magnitude are shown nearing the line. As a flash approaches within a certain distance, s , of the earth and the line, it is influenced by what is below it and jumps the distance, s , to make contact. This distance, s , is called the strike distance, and it is a key concept in the electrogeometric theory. The strike distance is a function of the charge (and consequently the current) in the channel of the approaching flash. Use of the equation developed by Love (45) to find this distance is recommended:

$$S = 10 I^{0.65} \quad (12.7.1)$$

$$I = 0.029S^{1.54} \quad (12.7.1A)$$



(A) INCOMPLETE SHIELDING - WIDTH X_1 IS UNCOVERED. STROKE (C) JUMPS TO THE PHASE CONDUCTOR (P).



(B) EFFECTIVE SHIELDING - UNPROTECTED WIDTH X_1 IS REDUCED TO ZERO.

where S is the strike distance (m), and where I is the stroke current (kA).

In Figure 12.7.1A, flash A may make its final jump only to the shield wire because anywhere on the arc OP the distance to the phase conductor, ϕ , exceeds s . Flash C may jump only the distance, βs , to the earth because anywhere on line QR the distance to the phase conductor is too great. The coefficient β allows for the strong likelihood that the final strike distance to the horizontal ground plane, with its widespread attractive effects, will be significantly different from the strike distance to a wire suspended above the plane. The value of β used by the author is 0.8 for EHV lines and 0.67 for UHV lines. Note that flash B , as soon as it reaches the arc PQ , may jump only to the phase conductor, ϕ , because distances to the shield wire and earth will exceed the strike distance. For vertical flashes, the width X_1 then establishes the uncovered area of the earth in which flashes that generally would reach the earth contact the phase conductor instead. Whitehead and Brown (44) expanded the electrogeometric analysis to include the effects of flashes coming in from other than a vertical direction and showed that, depending on the flash angular distribution probabilities one assumes, the width X_1 will change. This width should also be adjusted for undulating terrain, nearby trees, and locations along the span (because of sag). In view of these uncertainties, the author will utilize the simplistic assumption of only vertical flashes until the industry arrives at a consensus for the corrections. In all shielding failure calculations, use average conductor heights, i.e., height at the tower minus two-thirds of the sag. If the shield wire is moved more nearly over the phase conductor (Figure 12.7.1B), a condition will be reached in which the uncovered arc PQ disappears and any incoming stroke cannot reach the phase conductor. This results in an effective shielding angle, α_e . If S is known, and if $\beta S > Y_e$, a trigonometric solution for the uncovered width X_1 is

$$X_1 = S[\cos \theta + \sin(\alpha_e - \omega)] \quad (12.7.2)$$

where

$$\theta = \arcsin \frac{\beta S - Y_e}{S}$$

$$\omega = \arccos \frac{F}{2S}$$

$$\alpha_e = \arctan \left(\frac{X_e - X_G}{-Y_G - Y_e} \right)$$

If $\beta S < Y_e$, $\cos \theta$ is set equal to unity and,

$$X_1 = S[1 + \sin(\alpha_e - \omega)] \quad (12.7.3)$$

ATTAINMENT OF EFFECTIVE SHIELDING

To attain an effective shielding condition (Figure 12.7.1B), the designer would usually hold the phase conductor fixed and move the shield wire horizontally until the unprotected width, X_1 , is reduced to zero. For good shielding, if the X coordinate of the phase conductor is taken as zero, the X_G coordinate of the shield wire, with respect to it, is then

$$X_G = \sqrt{S^2 - (\beta S - Y_e)^2} - \sqrt{S^2 - (\beta S - Y_e)^2} \quad (12.7.4)$$

Figure 12.7.1 An electrogeometric model for shielding failures.

In this case the effective shield angle, α_E , becomes

$$\alpha_E = \arctan \left(\frac{X_G}{Y_S - Y_G} \right) \quad (12.7.5)$$

Note that for positive shield angles, X_G will be negative because the shield wire will be to the left of the phase conductor in Figure 12.7.1.

SHIELDING FAILURE RATE COMPUTATION

If the line is not effectively shielded, shielding failures will occur, and Eq. 12.7.2 or Eq. 12.7.3 applies. To solve for the shielding failure rate, first compute the magnitude of stroke current, I_{min} , to phase ϕ (the most exposed phase) just sufficient to flash over its insulator:

$$I_{min} = \frac{2V_C}{Z_0} \quad (12.7.6)$$

where I_{min} is the minimum shielding failure stroke current (kA), V_C is the insulator critical flashover voltage (kV) (see Figure 12.6.3), and Z_0 is the surge impedance of the phase conductor, including corona effects (see Appendixes 12.2 and 12.3). Next, insert I_{min} into Eq. 12.7.1 and solve for the minimum strike distance, S_{min} , to that phase. With S_{min} determined, compute the unshielded width, X_S , from Eq. 12.7.2 or Eq. 12.7.3.

Although not apparent at first, as the distance S in Figure 12.7.1A is increased, the arc PQ decreases. If S is sufficiently large, arc PQ becomes zero, and it becomes equivalent to Figure 12.7.1B. This distance, designated S_{max} , is the strike distance corresponding to the maximum value of stroke current, I_{max} , that can cause a shielding failure. Only flashes having stroke currents between I_{min} and I_{max} can cause a shielding failure according to the electrogeometric theory, and these currents must terminate within the unprotected area. The solution for S_{max} is equivalent to solving Eq. 12.7.4 for S .

However, in Figure 12.7.2, the length of line OP approaches S_{max} for most practical cases (21). If it is assumed that line OP is approximately the same as S_{max} (an assumption at least as valid as most of the other assumptions on which the electrogeometric theory is based), then the quadratic solution for S_{max} is much simplified, and it is easy to show that

$$S_{max} = Y_0 \left(\frac{-B_1 - \sqrt{B_1^2 + A_1 C_1}}{A_1} \right) = Y_0 S \quad (12.7.7)$$

where

$$Y_0 = \frac{Y_G Y_S}{2}$$

$$A_1 = m^2 - m^2 \beta^2 - \beta^2$$

$$B_1 = \beta(m^2 + 1)$$

$$C_1 = (m^2 + 1)$$

m = slope of line OP in Figure 12.7.2:

$$m = \frac{X_G - X_G}{Y_G - Y_0}$$

Figure 12.7.2 provides the value S by which Y_0 must be multiplied to obtain the approximate value of S_{max} . It is a function only of m and the coefficient β . For EHV lines, the author uses $\beta = 0.8$ and for UHV lines 0.67. However, these values are by no means firmly established by the industry.

At this point, the minimum and maximum stroke currents that can cause a shielding failure flashover have been determined, as has the unshielded width, X_S , associated with the minimum current. For the maximum current, I_{max} , X_S shrinks to zero. The average unshielded width is $X_S/2$, and this width, X_S , is used for the shielding failure computation. The number of flashes causing shielding failure is then determined by computing the most probable number of flashes per 100 per year falling within X_S (by Eq. 12.4.1) and multiplying this number by the difference of the probabilities of the I_{min} and the I_{max} flashes occurring, or

$$N_{SF} = 0.012 T \frac{X_S}{2} (P_{min} - P_{max}) \quad (12.7.8)$$

where N_{SF} is the number of shielding failures per 100 km per year, T is the keraunic level (thunder-days), X_S is the unprotected width (m), P_{min} is the probability that a stroke will exceed I_{min} , and P_{max} is the probability that a stroke will exceed I_{max} .

Note that Eq. 12.7.8 is for one shield wire and one phase conductor. There may be other phase conductors that are also exposed, or there may be one phase conductor that is exposed on

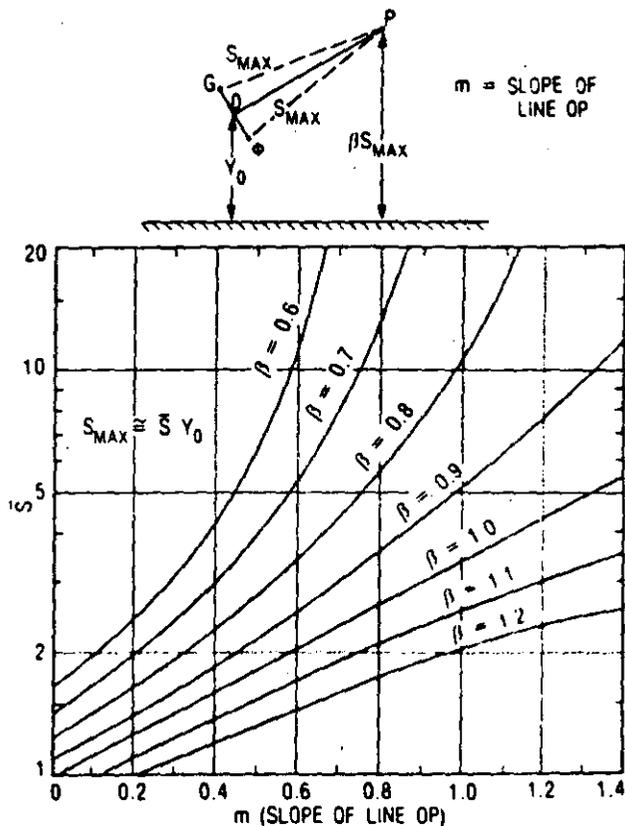


Figure 12.7.2. The value of S by which Y_0 must be multiplied to find S_{max} , the maximum possible striking distance.

where $(V_T)_2$ is the magnitude of tower top voltage at 2 μ s for a one-per-unit stroke current cresting at 2 μ s. Z_1 , Z_n , T_T , and ψ are defined in Equation 12.6.1. (The damping constant ψ usually will not exceed about 0.2 and N in Eq. 12.6.2 will usually be about 4 or 5. Consequently, ψ^N and $N\psi^N$ are very small.) The magnitude of the footing resistance voltage, $V_R(t + T_T)$, is closely approximated from Eq. 12.6.5:

$$(V_R)_2 = \left[\frac{\bar{a}_R Z_1}{1 - \psi} \left(1 - \frac{\psi T_T}{1 - \psi} \right) \right] I \quad (12.10.2)$$

where $(V_R)_2$ is the magnitude of voltage across the footing resistance at $(2 + T_T)$ μ s for a one-per-unit stroke current cresting at 2 μ s. From Eq. 12.6.12, the voltage reflection from adjacent towers, which appears across the stricken tower at 2 μ s (provided $2T_T < 2$), is

$$(V'_T)_2 = \frac{-4K_S (V_T)_2^2}{Z_S} \left[\frac{1 - 2(V_T)_2}{Z_S} \right] (1 - T_S) \quad (12.10.3)$$

where K_S is the span attenuation factor (defined under Eq. 12.6.11). If $T_T > 1.0$ μ s, there is no voltage reflection at 2 μ s. The total tower top voltage magnitude is

$$(V_T)_2 = (V_T)_2 + (V'_T)_2 \quad (12.10.4)$$

The voltage, $(V_{pn})_2$, at crossarm n at 2 μ s is still determined by interpolation, as in Eq. 12.6.8:

$$(V_{pn})_2 = (V_R)_2 + \frac{T_T - T_{pn}}{T_T} \left[(V_T)_2 - (V_R)_2 \right] \quad (12.10.5)$$

The insulator surge voltage for phase n at 2 μ s is the difference between the crossarm surge voltage and the phase conductor surge voltage:

$$(V_{sn})_2 = (V_{pn})_2 - K_n (V_T)_2 \quad (12.10.6)$$

After the current wave has crested and the towers have rung down and after the effect of tower surge impedance disappears, the equations of Section 12.6 yield the following for the voltages developed at 6 μ s:

$$(V_T)_6 = (V_R)_6 = (V'_{pn})_6 = \left[\frac{Z_1 R}{Z_1 + 2R} \right] I \quad (12.10.7)$$

The reflections from the adjacent towers have not rung down completely. For simplification, only the first set of reflections is used. Then Eq. 12.6.11 applies and becomes

$$(V'_T)_6 = -4K_S Z_1 \left(\frac{R}{Z_1 + 2R} \right)^2 \left[1 - \frac{2R}{Z_1 + 2R} \right] I \quad (12.10.8)$$

The total per unit insulator voltage at 6 μ s is

$$(V_{sn})_6 = [(V_T)_6 + (V'_T)_6] (1 - K_n) \quad (12.10.9)$$

From Figure 12.6.3 the dielectric strengths of an insulator string at 2 and 6 μ s are

$$(V_I)_2 = 820W \quad (12.10.10)$$

and

$$(V_I)_6 = 585W \quad (12.10.11)$$

where $(V_I)_2$ is the insulator flashover strength at 2 μ s (kV), $(V_I)_6$ is the insulator flashover strength at 6 μ s (kV), and W is the insulator length (m). The critical stroke currents required to flash over insulator n at 2 and 6 μ s respectively (in the absence of power-frequency voltage) are

$$(I_{cn})_2 = \frac{820W}{(V_{sn})_2} = \frac{(V_I)_2}{(V_{sn})_2} \quad (12.10.12)$$

and

$$(I_{cn})_6 = \frac{585W}{(V_{sn})_6} = \frac{(V_I)_6}{(V_{sn})_6} \quad (12.10.13)$$

6. A general analysis of power-frequency effects is included to obtain a good simulation of the way power-frequency voltages influence the sharing among the various phases of the tripouts that occur and because the presence of power-frequency voltages can make a noticeable increase in total tripouts observed. The approach is that presented in Section 12.6 (Eq. 12.6.11). Combining Eq. 12.6.14 with Eq. 12.10.2 and Eq. 12.6.12 yields

$$(I'_{cn})_2 = \left[\frac{820W - V_{on} \sin(\theta_n - \alpha_n)}{(V_{sn})_2} \right] (I_{cn})_2 \quad (12.10.14)$$

and

$$(I'_{cn})_6 = \left[\frac{585W - V_{on} \sin(\theta_n - \alpha_n)}{(V_{sn})_6} \right] (I_{cn})_6 \quad (12.10.15)$$

where $(I'_{cn})_m$ is the critical stroke current required to cause flashover of insulator n at m μ s with power-frequency voltage present, V_{on} is the crest phase-to-ground voltage for phase n , θ_n is the instantaneous voltage angle, α_n is the phase angle of phase n (either 0° , -120° , or $+120^\circ$), and W is the length of the insulator string (m) [820 W is $(V_I)_2$, flashover strength of the insulator string at 2 μ s (kV) and 585 W is $(V_I)_6$, the flashover strength of the insulator string at 6 μ s (kV)].

7. Probabilities of flashover are determined directly from the stroke probability curves. After the critical stroke currents (with power-frequency effects included) are determined, the probability of a stroke equaling or exceeding this value is found directly from the stroke probability distribution curve of Figure 12.4.3. The Anderson-Eriksson curve is used. Knowing this prob-

$$V_L(t) = \left(\frac{2R' + Z'_s}{Z'_s} \right) V_T(t) - R' I(t) \quad (12.9.5)$$

where $V_L(t)$ is the voltage at any time, t , across L and $V_T(t)$ is the tower top voltage at time t . Also,

$$V_R(t) = V_T(t) - V_L(t) \quad (12.9.6)$$

where $V_R(t)$ is the voltage at time t across the equivalent footing resistance R' . Then,

$$V_{pn}(t) = \left[1 - \frac{Y_n}{h} \left(\frac{2R' + Z'_s}{Z'_s} \right) \right] V_T(t) + \frac{Y_n}{h} R' I(t) \quad (12.9.7)$$

where $V_{pn}(t)$ is the voltage at crossarm n at time t , Y_n is the distance from the tower top down to the crossarm n in meters, and h is the tower height in meters. R' and Z'_s are given by Eqs. 12.9.1 and 12.9.2. L is given by Eq. 12.9.3. The term within brackets is fixed and is computed once. The insulator voltage, $V_n(t)$, for insulator n is

$$V_n(t) = V_{pn}(t) - K_n V_T(t) \quad (12.9.8)$$

where K_n is the coefficient of coupling from tower top to phase n . If Eqs. 12.9.7 and 12.9.8 are combined, then

$$V_n(t) = \left[1 - K_n - \frac{Y_n}{h} \left(\frac{2R' + Z'_s}{Z'_s} \right) \right] V_T(t) + \frac{Y_n}{h} R' I(t) \quad (12.9.9)$$

Eq. 12.9.9 is the basic equation for insulator voltage using the R-L equivalent circuit. To utilize it, the tower top voltage, $V_T(t)$, must be determined first. If the differential equation of Figure 12.9.4 is solved for $V_T(t)$ when $I(t) = At$ (a ramp function), then

$$V_T(t) = \frac{AL(Z'_s)^2}{(2R' + Z'_s)^2} (1 - e^{-at}) + \frac{Z'_s R' At}{(2R' + Z'_s)} \quad (12.9.10)$$

where

$$a = \frac{2R' + Z'_s}{2L}$$

Both Eqs. 12.9.9 and 12.9.10 may be set up on a programmable hand calculator. Eq. 12.9.9 cannot exactly duplicate the computed response with a traveling wave solution because it assumes instantaneous communication between both ends of the tower

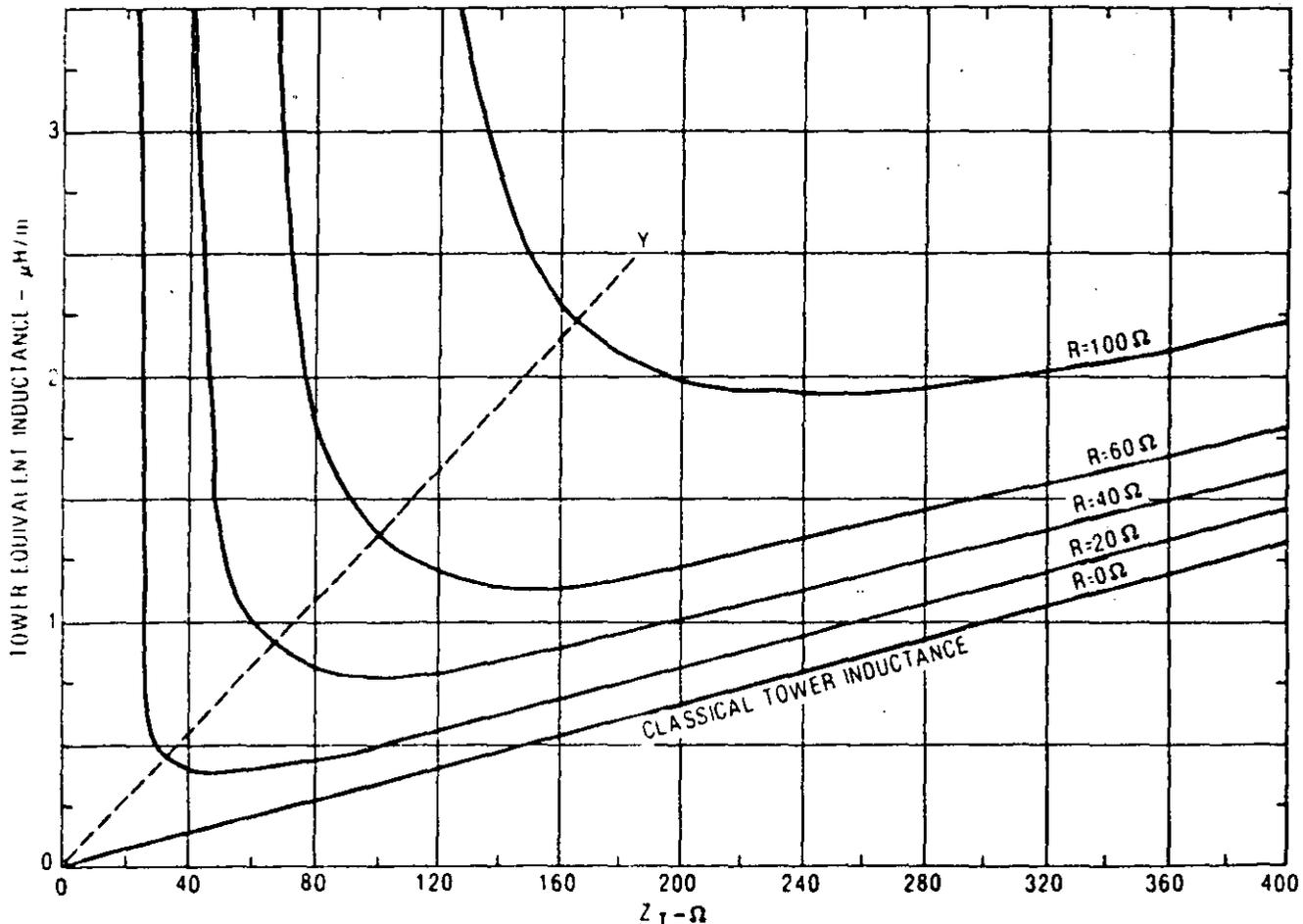


Figure 12.9.2. Effective tower inductance per meter of length as a function of tower surge impedance and tower footing resistance ($Z_s = 400 \Omega$).

both sides. In these cases, each shielding failure rate is added separately to find the total shielding failure rate. After the shielding failure rate is computed, this rate is subtracted from the total number of strokes, N_s , to the line (Eq. 12.4.6) to determine the total number of strokes available to be used in back-flashover calculations.

12.8 LIGHTNING PERFORMANCE OF UHV LINES

The lightning performance of UHV lines has been estimated by Anderson (10) and by Darveniza and others (19). In summary, because of the large air gaps and insulator lengths, lines above 800 kV should be practically lightning-proof, provided that attention is paid to proper shield angles and that the footing resistances are maintained below 50 Ω. There are substantial uncertainties regarding the value of β to use for adequate shield angles, and consequently the author has used $\beta = 0.64$ to be conservative. Also, the volt-time flashover for these large gaps is ill-defined, and no field experience is available. However, proper design should provide extremely good lightning performance. The preceding references provide more details.

12.9 EQUIVALENT R-L CIRCUITS OF TRANSMISSION TOWERS

Representation of the lightning response of transmission towers by lumped resistance-inductance circuits has distinct advantages in that the traveling wave equations are eliminated and voltage solutions may be determined by conventional circuit analysis. Such representations are particularly appropriate when the greater precision of the traveling wave solution is not justified because of meager or ill-defined problem parameters, as is usually the case. The key problem that arises is the choice of proper values of tower inductance and footing resistance for best accuracy.

Figure 12.9.1 presents the conventional equivalent circuit using a tower surge impedance representation on the left and an R-L representation on the right. Appendix 12.7 shows that, if both circuits are to have the same initial and final voltage responses, Z'_s and R' must be selected so that

$$Z'_s = \frac{2Z_s Z_T}{Z_s + 2Z_T} \tag{12.9.1}$$

and

$$R' = \frac{RZ_T}{Z_T - R} \tag{12.9.2}$$

A unique value of L must also be chosen. The author uses a value such that the area under the R-L volt-time response curve to a step function of stroke current is equal to the area under the tower volt-time response of the conventional traveling wave circuit. Appendix 12.7 provides a derivation for this equivalent inductance

$$L = \left(\frac{Z'_s + 2R'}{Z'_s} \right)^2 \frac{2Z_s \tau_T}{(1 - \psi)^2} \tag{12.9.3}$$

where L is the total tower inductance (μH), τ_T is the tower travel time (μs), Z_s is the tower wave impedance (not the tower surge

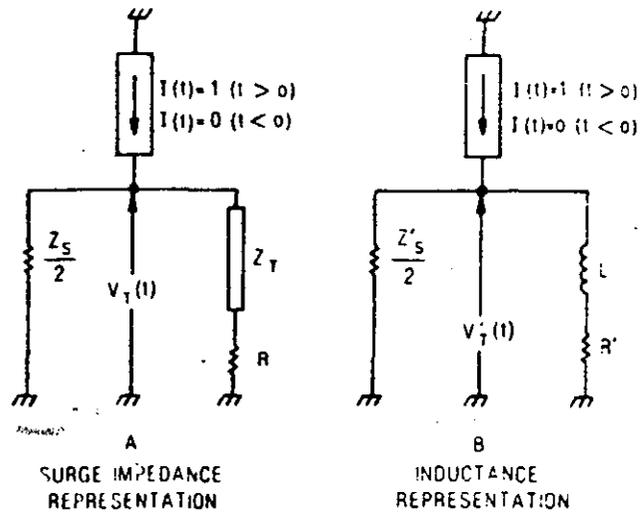


Figure 12.9.1. Two equivalent circuits of a transmission tower and shield wire subjected to a step-function lightning stroke.

impedance), and ψ is the damping factor (see Eq. 12.6.1C). Only when the footing resistance is zero ($R = R' = 0$), does Eq. 12.9.3 reduce to

$$L = Z_T \tau_T \tag{12.9.4}$$

which is the classical formula for tower inductance. The travel time, τ_T , establishes the height of the tower, and the total inductance is directly proportional to the height. Figure 12.9.2 presents an example of how the tower equivalent inductance is related to the tower surge impedance for nonzero values of footing resistance. To the left of line OY , the inductance values turn toward infinity and become infinite when the footing resistance is equal to the tower surge impedance. To the right of line OY , the values tend to vary linearly, but are always above the classical value for $R > 0$. The classical value of tower inductance, which is independent of the terminations, is the best equivalent value only when the footing resistance is zero.

Figure A12.7.2 of Appendix 12.7 shows the response of equivalent R-L circuits as well as traveling wave (tower surge impedance) circuits when a step-function stroke current is applied. The ringing of the latter is not duplicated by the R-L circuit. However, the settling time is roughly simulated and is only a few tower round-trip travel times—for conventional towers, a few tenths of a microsecond. It is therefore of interest to see how well an R-L circuit using this value of inductance duplicates the response of a tower to a ramp-function stroke current. An example is shown in Figure 12.9.3 for a standard stroke-current ramp function. The agreement is extremely good in all regions of significance.

It can be shown by numerical experiment that the value of L given by Eq. 12.9.3 is the only value that permits the inductive solution to be asymptotic to the traveling wave solution before and at the crest of the wave.

The R-L equivalent circuit has another advantage in that a good approximation for any crossarm voltage is easily obtained. First, the assumption is made that the tower inductance per unit length does not change with tower height. The crossarms may be considered to be connected partway down on the tower inductance, as shown in Figure 12.9.4. Then, the differential equation of Figure 12.9.4 reveals that

12.10 A SIMPLIFIED TWO-POINT METHOD FOR COMPUTING LIGHTNING PERFORMANCE OF TRANSMISSION LINES

The previous sections provided the foundations for computing lightning tripouts with about all the rigor that is justified considering the sparsity of data and the uncertainties of the statistics of lightning, climate, and geology. The preceding is clearly too complex for convenient solution with a hand calculator, and simplifications are required. In this section, a step-by-step hand calculation method is developed, and a numerical example for a double-circuit tower is presented. Step-by-step schedules are provided to help the user keep track of computations and to store intermediate values that will be used later.

BASIS OF THE METHOD

The method is based on the following concepts:

1. Only one waveshape is utilized. Section 12.4 showed that, although stroke-crest currents and rise times have different probability distributions, they are not independent once one selects the time-to-crest of a ramp function used to simulate the stroke waveshape. Figure 12.4.8 shows the relationship that must then exist to meet probability requirements. Most lightning tripouts from back-flashovers are caused by strokes with magnitudes of 80 kA or higher (frequently much higher), and Figure 12.4.8 indicates that a stroke waveshape time-to-crest in the 1.8- to 2.0- μ s range or more would simulate field observations reasonably well. However, Figure 12.4.5 demonstrates that, even if one errs by selecting a somewhat faster rise time than observed in field measurements, the effect of the error is minimized because of the increase in dielectric strength of the insulator volt-time curve. Therefore, for this simplified method, the standard wave will be a ramp function cresting at 2 μ s, with a flat top.
2. Reflections from adjacent towers are included. Reflections from adjacent towers can reduce tower top potentials and significantly reduce the line flashover rate. As reviewed in Section 12.6, these reflections are distorted by corona currents, and their velocity of propagation is slowed appreciably by resistance and corona effects. (The author has often used a velocity of 0.9C for waves from adjacent towers, where C is 300 m/ μ s, the velocity of light, although in reality different parts of these reflected waves travel with different velocities.) Thus if an adjacent tower is 300 m (984 ft) away, these slowed reflections would start arriving at the stricken tower at about 2.2 μ s. Even for a 200-m (656-ft) span, about 1.5 μ s will elapse before refractions start reducing the voltages at the stricken tower. Because most EHV transmission spans average 200 m or more in length, one may simply select a stroke front time of 2 μ s as a standard waveshape from Figure 12.4.8 and then correct for reflections from the nearest towers according to Eq. 12.6.11 and Eq. 12.6.12 in Section 12.6.
3. Penetrations into the volt-time curve are computed at only two points. Figure 12.10.1 shows the per unit

stroke-current wave adopted as the standard and the two points, A and B, at which the critical stroke current required to make the insulator voltage penetrate into the volt-time curve is computed. The lower of the two stroke currents is then used as the true critical stroke current for flashover calculations. No penetration factor (see Section 12.6) is used. Flashovers beyond 6 μ s are assumed to be infrequent because of the flattening of the volt-time curve. The two voltages, A and B, are computed for each insulator on the tower unless it is determined by inspection that the insulators have identical stresses.

4. Subsequent strokes are ignored. The analysis suggests that as far as the severity of voltage across the insulators is concerned, subsequent strokes in the same flash are no worse than the first stroke. Subsequent strokes create more insulator voltage but at shorter times where the insulator strength is higher.
5. By selecting the two penetration points at times of 2 and 6 μ s, all the voltage equations are greatly simplified. With t_0 equal to 2 μ s (A in Figure 12.10.1) and no reflections from adjacent towers, Eq. 12.6.2 reduces to the following good approximation:

$$(V_{T1})_2 = \left[Z_l - \frac{Z_w}{1-\psi} \left(1 - \frac{\tau_T}{1-\psi} \right) \right] I \tag{12.10.1}$$

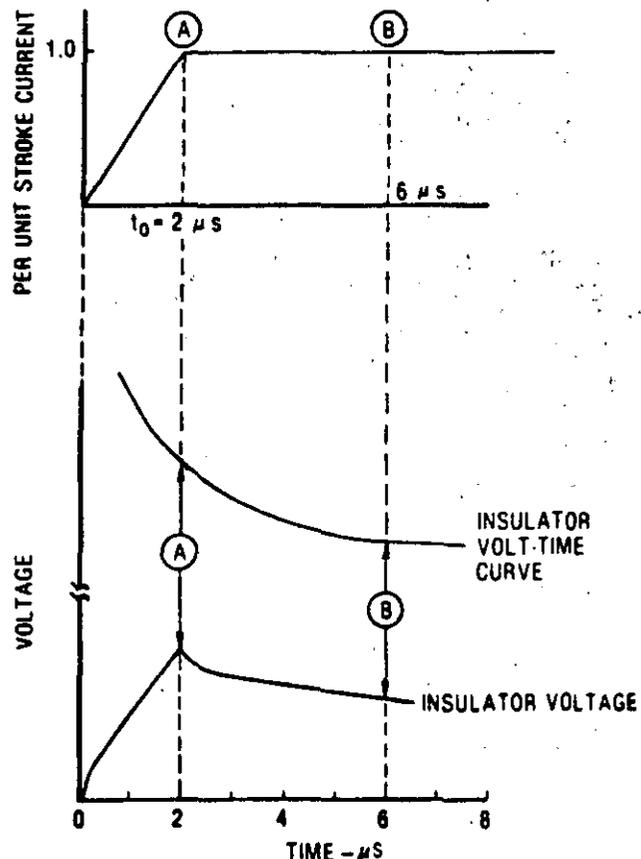


Figure 12.10.1. A simple ramp-function stroke current is used, and insulator voltages computed at only two points in time.

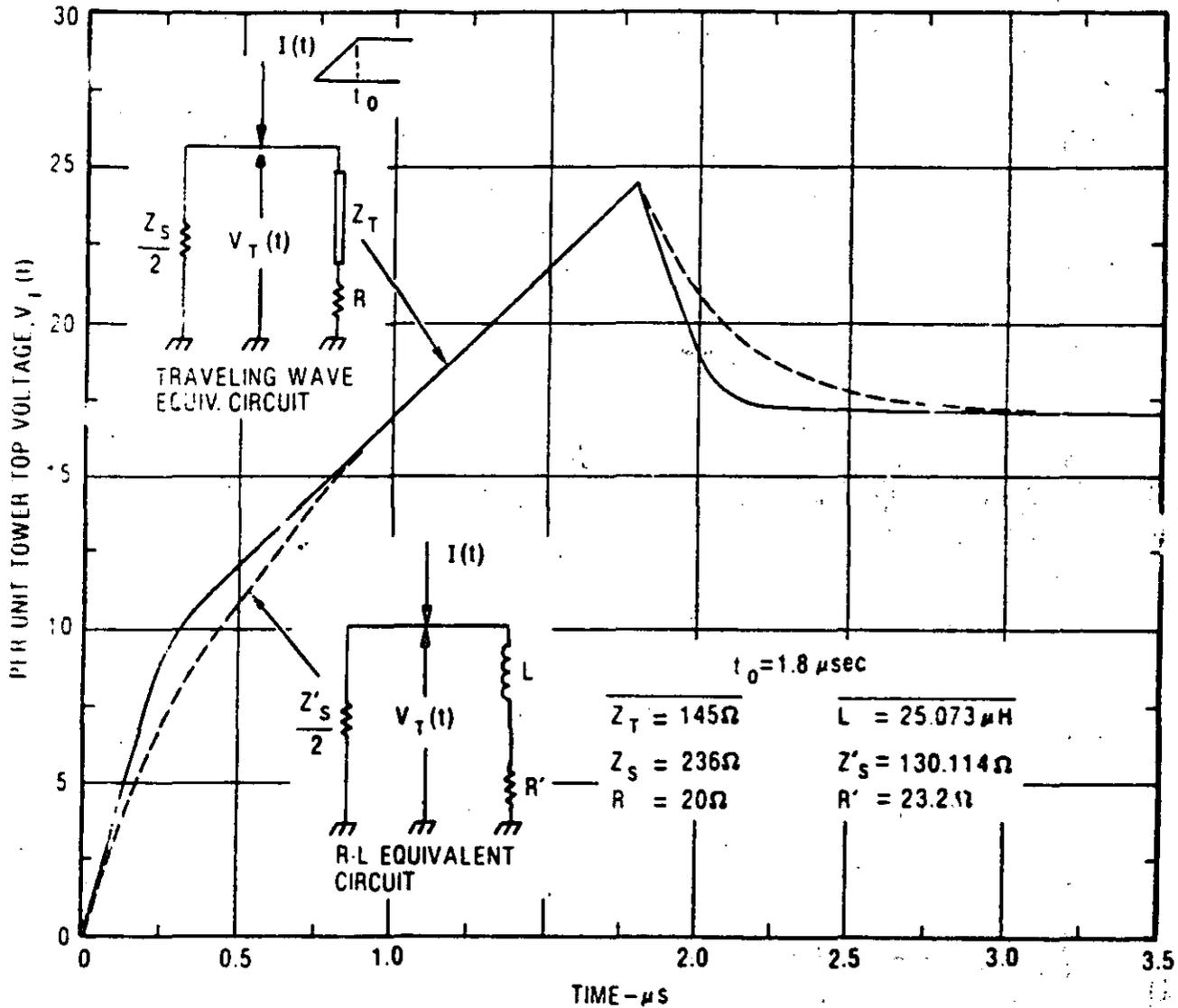


Figure 12.9.3. Computed tower top voltages for two different equivalent circuits.

and the crossarm. However, it is close enough for practical purposes if fast second strokes are not being applied. It should be clear from Figure 12.9.3 that unless footing resistance is very high, the voltages need to be computed only at or near the crest time of the applied current wave. For this case, $e^{-\omega t}$ is usually so small that the equation for tower top voltage becomes

$$V_T(t) = \frac{AZ'_S}{2R' + Z'_S} \left(\frac{LZ'_S}{2R' + Z'_S} - R't \right) \quad (12.9.11)$$

For all practical purposes, an R-L equivalent circuit may be used to represent the lightning response of a tower provided the values of R , Z'_S , and L are chosen according to Eqs. 12.9.1 through 12.9.3.

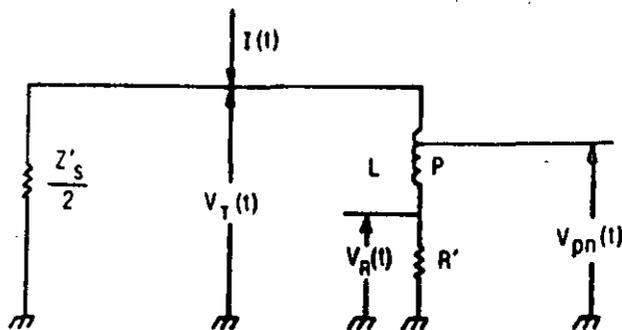


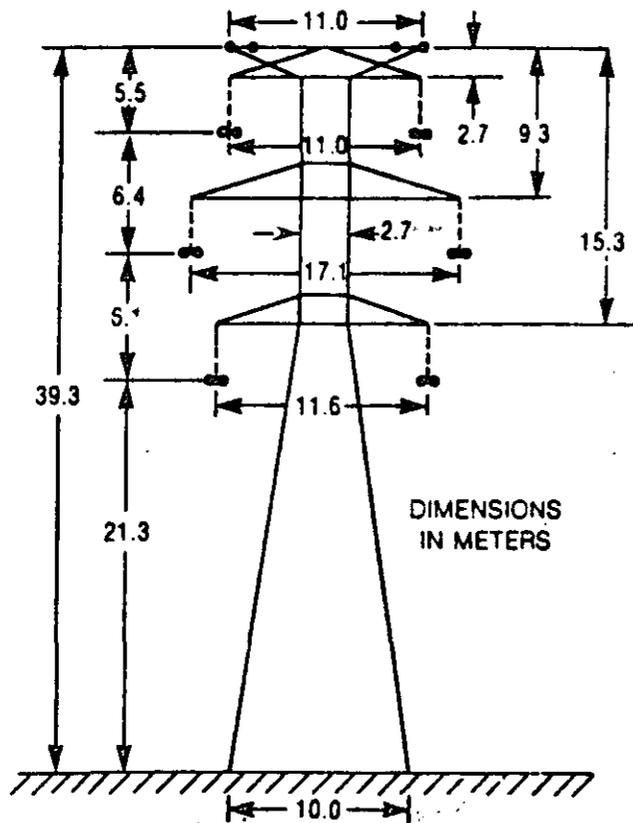
Figure 12.9.4. Crossarm connects partway down the tower inductance.

ability and the number of strokes to the line (with shielding failure strokes deleted), the expected number of flashovers per 100 miles per year immediately follows.

8. Shielding failures are included. The equations of Section 12.7 are applied to establish the shielding failure rate for the phase conductors on each side of the center line. The shielding failure rates are then summed to find the total shielding failure rate.
9. Schedules are provided to facilitate a step-by-step solution for the lightning performance of practically any transmission line. Schedules 1 and 2 provide a step-by-step guide for using the concepts and equations in this chapter to find the lightning outage rate of a transmis-

sion line. One begins by drawing the supporting towers to scale, defining all the dimensions, and computing lightning incidence and concludes with the expected lightning flashover rate for each phase and for the entire line. The schedules shown are filled in with a specific example of a double-circuit, 345-kV tower in a region with a keraunic level of 30. To use these schedules for any other case, reproduce them with a copier and mask out the handwritten entries with typist's white correction fluid. Then copy them once again. From the length of the schedules, it would appear that the solution is the result of a long and laborious process. However, once all the input is available (as it must be for any method), the solution will emerge reasonably well. Worksheets begin on the following page.

WORK SHEET 1-A. 345 kV, VERTICAL DOUBLE-CIRCUIT, TWO GROUND WIRES



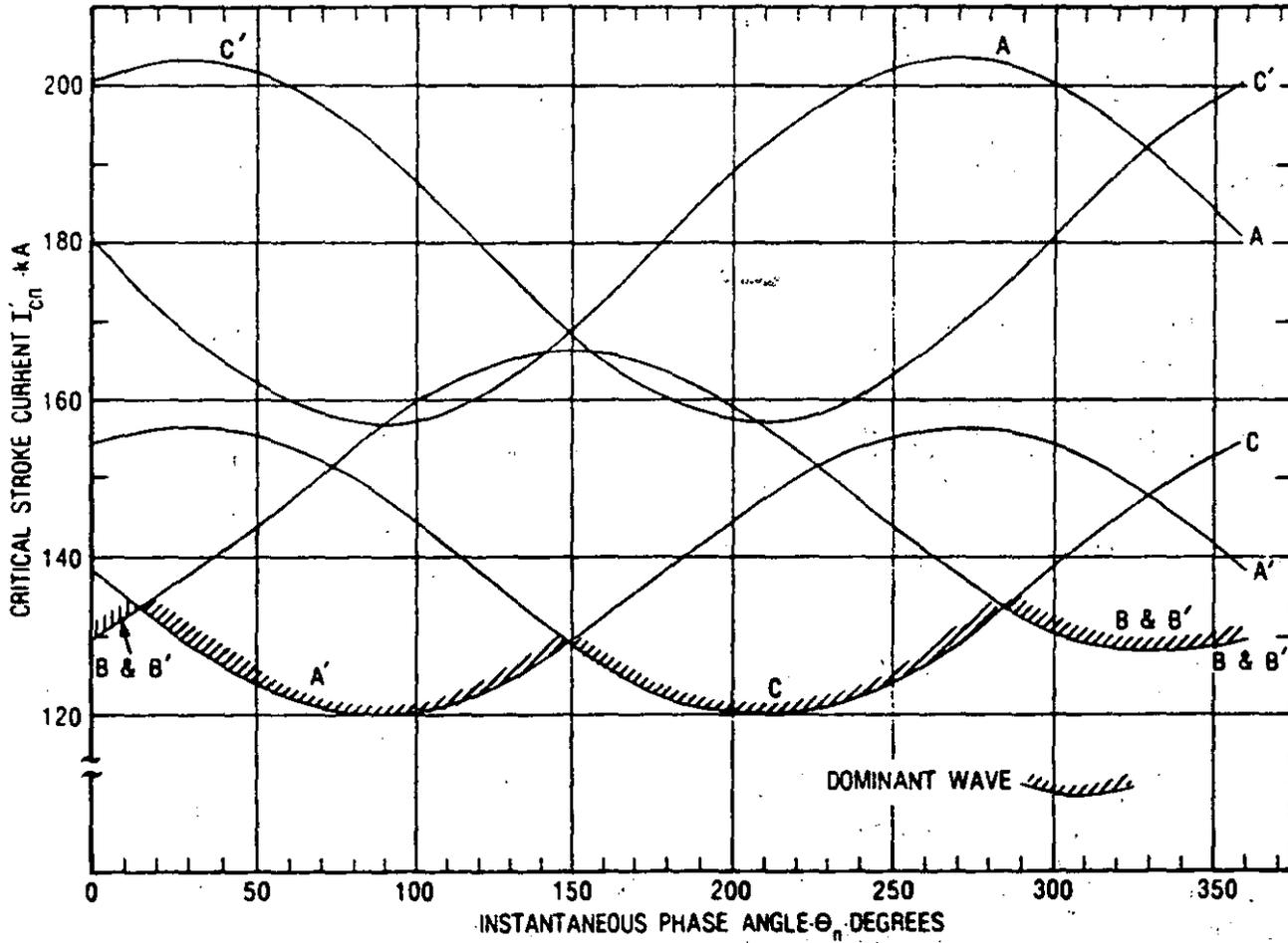
Tower Sketch

Conductor No.	Function	Phase Coordinates		Conductor Radius (cm)	Bundle Spacing (cm)	Operating Phase-Phase (kV)	α Phase Angle (degrees)
		X (m)	Y (m)				
1	Shield	-5.5	39.3	0.45	—	0	—
2	Shield	5.5	39.3	0.45	—	0	—
3	A	-5.5	33.8	1.48	45.7	345	0
4	B	-8.6	27.4	1.48	45.7	345	-120
5	C	-5.8	21.3	1.48	45.7	345	120
6	C'	5.5	33.8	1.48	45.7	345	120
7	B'	8.6	27.4	1.48	45.7	345	-120
8	A'	5.8	21.3	1.48	45.7	345	0

W = Insulator length (m) 2.63
 h = Tower height (m) 39.3
 b = Spacing between shield wires (m) 11
 S = span distance (m) 335

Shield height at midspan (m)
 Conductor sag (m) 7.0
 Tower width at base (m)
 Distance from tower top to phase conductor (m)—
 Upper: 5.5; Middle: 11.9; Lower: 18.0.

WORK SHEET 2-A. PLOTTING I_{cn} IN STEP 31 FOR EXAMPLE CASE



To compute the combined surge impedance of all the shield wires, the phase conductor n may be ignored and, in matrix notation, Eq. A12.3.1 may be written for the m shield wires as

$$[Z]_m [I]_m = [V]_m \quad (A12.3.4)$$

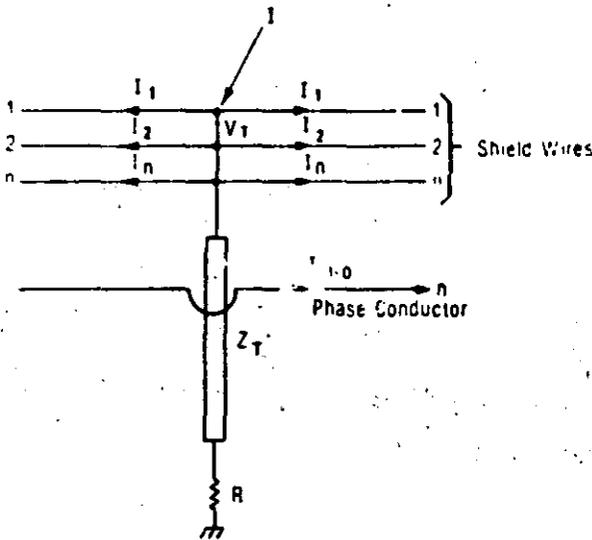


Figure A12.3.1. Shield wires connected at the tower top.

where

$$[Z]_m = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1m} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{m1} & Z_{m2} & \dots & Z_{mm} \end{bmatrix}, [I]_m = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix}$$

and

$$[V]_m = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix}$$

Then

$$[I]_m = [Z]_m^{-1} [V]_m \quad (A12.3.5)$$

where

$$[Z]_m^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1m} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{m1} & Z_{m2} & \dots & Z_{mm} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1m} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \dots & Y_{mm} \end{bmatrix}$$

For the total impedance of the set of shield wires, or the ratio of voltage to current is of interest. Assume $V_T = 1$. Then,

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1m} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{m1} & Y_{m2} & \dots & Y_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix}$$

by inspection,

$$\begin{aligned} I_1 &= (Y_{11} + Y_{12} + \dots + Y_{1m}) \\ I_2 &= (Y_{21} + Y_{22} + \dots + Y_{2m}) \\ &\vdots \\ I_m &= (Y_{m1} + Y_{m2} + \dots + Y_{mm}) \end{aligned}$$

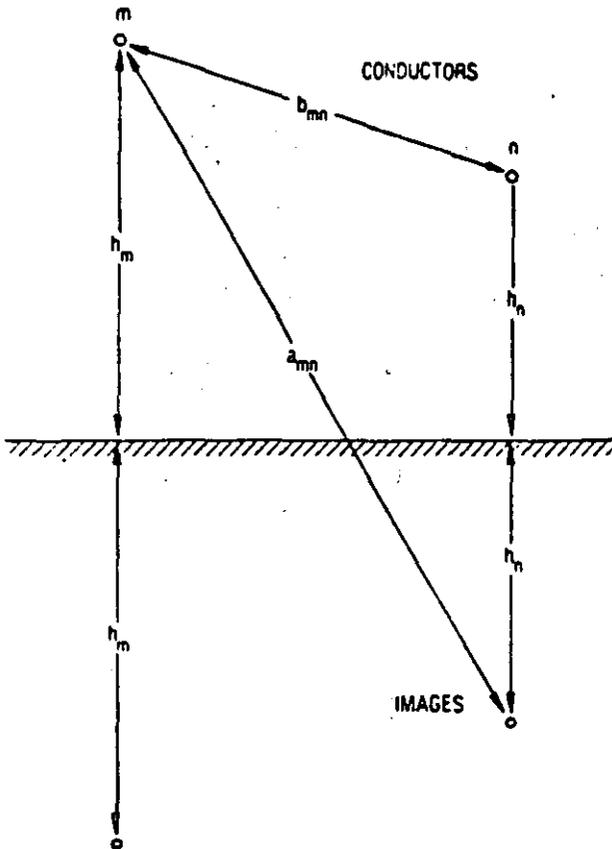


Figure A12.3.2. Distance evolved in computing mutual impedances between two conductors.

If the total current, I_t , summed up in all m conductors is simply the sum of all the elements of $\{Y\}$. Thus, the total surge impedance, Z_t , of all the shield wires in parallel is

$$Z_t = \frac{V_T}{I_t} = \frac{1}{\sum (\text{all elements of } \{Y\}_m)} \quad (\text{A12.3.6})$$

Equation A12.3.6 is the general equation for m shield wires, provided they are all at the same potential. Usually, there are only one or two shield wires attached to the tower top. If there are two shield wires at the same height, Eq. A12.3.6 reduces to

$$Z_t = \frac{Z_{11} + Z_{12}}{2} \quad (\text{A12.3.7})$$

and, if only one shield wire, to

$$Z_t = Z_{11} \quad (\text{A12.3.8})$$

The voltage induced on the phase conductor, V_n , is always a fixed proportion of the shield wire voltage, V_T . The voltage ratio is called the coefficient of coupling, K_n , where

$$K_n = \frac{V_n}{V_T} \quad (\text{A12.3.9})$$

The general solution for K_n may be determined by first rewriting Eq. A12.3.1 with an extra row and column for conductor n .

$$\begin{array}{cccccc} Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 + \dots + Z_{1m} I_m + Z_{1n} I_n & = & V_T \\ Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + \dots + Z_{2m} I_m + Z_{2n} I_n & = & V_T \\ \vdots & & \vdots \\ Z_{m1} I_1 + Z_{m2} I_2 + \dots + Z_{mm} I_m + Z_{mn} I_n & = & V_T \\ Z_{n1} I_1 + Z_{n2} I_2 + \dots + Z_{nm} I_m + Z_{nn} I_n & = & V_n \end{array}$$

which in matrix notation is, again,

$$[Z]_n^{-1} [V]_n = [Y]_n [V]_n = [I]_n \quad (\text{A12.3.10})$$

If V_T is again selected to be 1.0 per unit, then

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (\text{A12.3.11})$$

However, $I_n = 0$ for the phase conductor because there is no charge injected into it at the tower. Then, multiplying the bottom line of $\{Y\}_n$ by the vector $[1]$ yields

$$(Y_{n1} + Y_{n2} + \dots + Y_{nm}) 1 + Y_{nn} V_n = 0$$

from which

$$K_n = - \left[\frac{Y_{n1} + Y_{n2} + \dots + Y_{nm}}{Y_{nn}} \right] \quad (\text{A12.3.12})$$

Equation A12.3.12 is the general equation for the coefficient of coupling, K_n , to n shield wires at the same potential. If only two shield wires exist and they are at the same height, then

$$K_n = \frac{Z_{n1} + Z_{n2}}{Z_{11} + Z_{12}} \quad (\text{A12.3.13})$$

and if only one shield wire exists, then

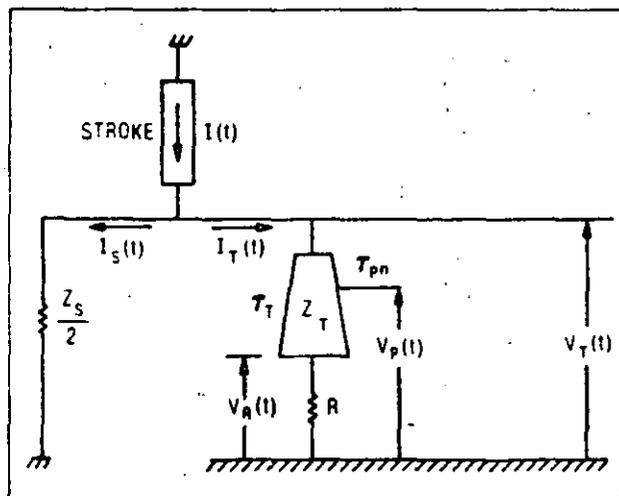
$$K_n = \frac{Z_{n1}}{Z_{11}} \quad (\text{A12.3.14})$$

Appendix 12.4 DERIVATION OF THE FUNDAMENTAL TRAVELING WAVE EQUATION FOR TOWER TOP VOLTAGE

The equivalent circuit in the development of tower top voltage due to a flash to the tower is shown in Figure A12.4.1. Before deriving the traveling wave equation for $V_T(t)$, the classical current reflection and refraction coefficients off the tower top and the tower base must be defined. Following Bewley (35), tower current reflection and refraction coefficients are

$$\beta_R = \frac{Z_T - R}{Z_T + R} \quad (\text{A12.4.1})$$

$$\beta_S = \frac{2Z_T - Z_S}{2Z_T + Z_S} \quad (\text{A12.4.2})$$



- $Z_S/2$ = combined shield wire surge impedances
- Z_T = tower surge impedance (assumed constant)
- R = tower footing resistance
- $I(t)$ = stroke-current source (infinite impedance)
- $V_T(t)$ = tower top voltage-to-earth at a selected time, t
- T_T = travel time for a current wave to travel from the tower top to its base
- $V_R(t)$ = footing resistance voltage
- T_{pn} = travel time from the tower top to a tower crossarm, n
- $V_P(t)$ = crossarm voltage-to-ground

Figure A12.4.1. Equivalent circuit for tower top voltage.

and

$$\alpha_T = \frac{4Z_T}{Z_S + 2Z_T} \tag{A12.4.3}$$

where β_R is the portion of a current wave traveling down the tower that is reflected toward the tower top, β_S is the portion of an upward traveling current wave in the tower that is reflected toward the tower base from the top, and α_T is the portion of an upward traveling current wave in the tower that is refracted into the combined shield wire surge impedance, $Z_S/2$.

An intrinsic impedance Z_I , which is the impedance any element of stroke current encounters the instant it reaches the tower top, also needs to be defined. This impedance is the parallel combination of the tower impedance, Z_T , and the net shield wire surge impedance, $Z_S/2$.

$$Z_I = \frac{Z_T Z_S}{Z_S + 2Z_T} \tag{A12.4.4}$$

Finally, a stroke-current refraction coefficient needs to be defined. It is

$$\delta_T = \frac{Z_I}{Z_S + 2Z_T} \tag{A12.4.5}$$

where δ_T is the portion of the total stroke current, $I(t)$, that enters the tower top and starts its trip toward the base (the remainder travels out the shield wires). At any selected time, t , the stroke current, $I(t)$, entering the intrinsic impedance, Z_I , creates a component, $V_1(t)$, of voltage at the tower top such that

$$V_1(t) = Z_I I(t) \tag{A12.4.6}$$

At the same instant that $V_1(t)$ is being created, another component, $V_2(t)$, is also being created at the tower top. This component is due to the current that entered the tower at a previous time, $t - 2T_T$. This current traveled down to the base, reflected off R , and arrived back at the tower top at time t , where a portion of it enters $Z_S/2$, creating the voltage component $V_2(t)$ from tower top to ground. The magnitude of this component of current entering $Z_S/2$ is

$$I(t - 2T_T) \delta_T \beta_R \alpha_T$$

Therefore,

$$V_2(t) = -I(t - 2T_T) Z_S \delta_T \beta_R \alpha_T / 2 \tag{A12.4.7}$$

The negative sign is necessary because if the current entering the tower indicated positive on an ammeter, then the current arriving back at the tower top enters the opposite end of the ammeter and drives it in the opposite direction.

Depending on time, another component $V_3(t)$ will appear owing to the current that entered the tower top at a previous time, $t - 4T_T$. This component made two round trips down and up the tower, finally refracting into $Z_S/2$ exactly at time t . This component may be written as

$$V_3(t) = -I(t - 4T_T) Z_S \delta_T \beta_R^2 \beta_S \alpha_T / 2 \tag{A12.4.8}$$

If stroke current existed at a previous time, $t - 6T_T$, then a three-round-trip component of voltage may exist, and it is

$$V_4(t) = -I(t - 6T_T) Z_S \beta_R^3 \beta_S^2 \alpha_T / 2 \tag{A12.4.9}$$

The simultaneous arrival of these components can perhaps be best visualized by tracing all their flight paths directly on a ramp-function, stroke-current wave feeding into the top of the equivalent circuit, as shown in Figure A12.4.2. Only seven components may exist in this example for this time, t . The history of the current component that entered the equivalent circuit at a time, $t - 6T_T$, is traced in Figure A12.4.3.

One may continue writing the tower top voltage components in the manner shown in Eq. A12.4.6 through A12.4.9 until one reaches the origin of the current wave. At that point, the summation must end. These components may then be written as a summation equation:

$$V_T(t) = V_0(t) + V_1(t) + V_2(t) + \dots + V_n(t)$$

or

$$V_T(t) = Z_I I(t) \tag{A12.4.10}$$

$$= \frac{Z_S}{2} \delta_T \beta_R \alpha_T \sum_{n=1}^N I(t - 2nT_T (\beta_R \beta_S)^{n-1})$$

However, $\frac{Z_S}{2} \delta_T \beta_R \alpha_T$ has the dimension of impedance, and it

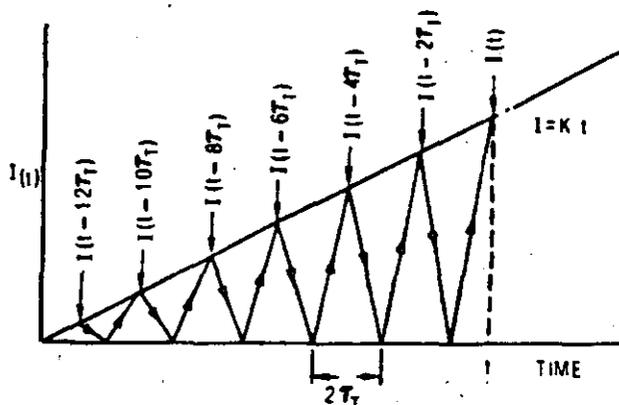


Figure A12.4.2. All possible current components that create a tower top voltage at time t .

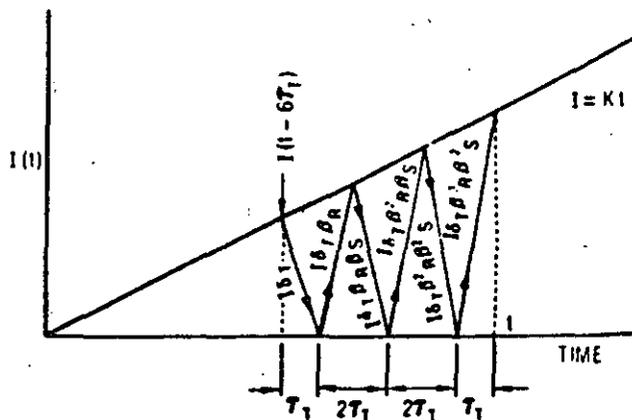


Figure A12.4.3. Current component entering equivalent circuit at $t - 6T_T$ arrives at the tower top at time t after three round trips.

may be reduced to an equivalent impedance, Z_w , where

$$Z_w = \left[\frac{2Z_i^2 Z_T}{(Z_i + 2Z_T)^2} \right] \left[\frac{Z_T - R}{Z_T + R} \right] \quad (A12.4.11)$$

The author designates Z_w as the *wave impedance* for the tower because each wave of current, $I(t-2T_T)$, $I(t-4T_T)$, and so forth, operates on this impedance to create the tower top voltage. Similarly, a term ψ may be defined as the damping factor for the waves, and it may be equated to $\beta_R \beta_T$. Thus,

$$\psi = \beta_R \beta_T$$

or

$$\psi = \left(\frac{2Z_T - Z_i}{2Z_T + Z_i} \right) \cdot \left(\frac{Z_T - R}{Z_T + R} \right) \quad (A12.4.12)$$

The fundamental equation for tower top voltage is then

$$V_T(t) = Z_T I(t) - Z_w \sum_{n=1}^N [I(t - 2nT_T) \psi^{n-1}] \quad (A12.4.13)$$

where N is the largest whole number $\leq t/2T_T$.

With each round trip, the damping factor exponent increases by 1, making ψ^{n-1} successively smaller and driving down the contribution that the corresponding component makes to the tower top voltage. The damping factor, ψ , may be positive, negative, or zero according to values of Z_i , Z_T , and R . If it is negative, the system is underdamped, and it tends to ring when struck. If ψ equals zero, the system is critically damped and does not ring. If ψ is positive, the system will decay slowly from its initial to its final tower top voltage in the manner of an R-L circuit. The system is then overdamped.

Equation A12.4.13 is well ordered for an iterative summation routine with a programmable hand calculator, provided separate routines are programmed for ψ positive, ψ equal to zero, and ψ negative. Z_i , Z_w , ψ , and N have to be computed only once. The number of terms in the summation increases as the chosen value of time increases or as the height of the tower (and consequently the travel time) decreases, but the contribution of each term will usually shrink rapidly.

The maximum number of terms in the summation portion of Eq. 12.4.13 is N . However, for some values of ψ , the summation will converge after only a few terms. Consequently, it is of interest to establish the error that is incurred in the summation if one stops after the M th term instead of computing for all N terms. The error when $I(t)$ is a unit function (a front time of zero and an infinite tail) is relatively easy to demonstrate. In this case, $I(t - 2nT_T)$ will always equal I_0 (the crest value) and may be taken outside the summation sign. Then, Eq. A12.4.13 becomes

$$V_T(t) = Z_T I_0 - Z_w I_0 \sum_{n=1}^N \psi^{n-1} \quad (A12.4.14)$$

but in this case, the summation term is simply a power series:

$$\sum_{n=1}^N \psi^{n-1} = 1 + \psi + \psi^2 + \dots + \psi^{N-1} = \frac{1 - \psi^N}{1 - \psi} \quad (A12.4.15)$$

If, instead of summing all N terms in Eq. A12.4.15, one stops after the M th term, then

$$\sum_{n=1}^M \psi^{n-1} = 1 + \psi + \psi^2 + \dots + \psi^{M-1} = \frac{1 - \psi^M}{1 - \psi} \quad (A12.4.16)$$

The error, ξ , is then the ratio of the sum of the neglected terms divided by the exact summation to N or

$$\xi = \frac{\sum_{n=1}^N \psi^{n-1} - \sum_{n=1}^M \psi^{n-1}}{\sum_{n=1}^N \psi^{n-1}} \quad (A12.4.17)$$

Utilizing Eqs. A12.4.15 and A12.4.16 in Eq. A12.4.17 yields

$$|\xi| = \left| \frac{\psi^M - \psi^N}{1 - \psi^N} \right| \quad (A12.4.18)$$

The quantities ψ and N are known, and ξ is simply an acceptable error (for example, a 5% error, $\xi = 0.05$). Consequently, as a calculator computes each term of the summation in Eq. A12.4.13, it can check ξ by using Eq. A12.4.18 and stop when ξ falls below the acceptable value. If ψ is positive, then the value of M can be computed directly by converting Eq. A12.4.18 to

$$M \geq \frac{\ln[\xi(1 - \psi^N) + \psi^N]}{\ln \psi} \quad (A12.4.19)$$

As a practical example, if ψ equals 0.5, N equals 10, and ξ equals 0.05, then M must be equal to 5, and only 5 terms are necessary in the summation rather than 10. If ψ is negative, Eq. A12.4.19 cannot be used.

Appendix 12.5 TRAVELING WAVE EQUATIONS FOR THE VOLTAGE AT THE CROSSARM OR AT ANY POINT ON THE TOWER

In Appendix 12.4, the traveling wave equation for the voltage, $V_T(t)$, at the tower top was derived. This equation is eventually used to compute the voltages induced on the phase conductors by currents in the shield wires (via the coefficient of coupling) and to solve for reflections from the adjacent towers on either side of the stricken tower. However, before the insulator voltages can be computed, the voltage at the crossarm end of each insulator must be determined, i.e., the potential of the crossarm must be found.

One of the least complex methods of calculating this crossarm voltage is to compute the voltage at the base of the tower. Because the voltage at the top of the tower has already been computed, the voltage at any point between may be determined by straightforward interpolation. Logically, however, one should recognize that there is a time delay involved: the voltages at the base of the tower cannot be influenced by the current at the tower top until a time delay of T_T later, when the current arrives after

traveling down the tower with the velocity of light. Hence, when the tower top voltage is computed at any time, t , the tower base voltage should be computed for a time, $(t + T_T)$, for interpolation purposes. The crossarm voltages are subject to proportionally intermediate delays less than T_T .

Referring to Figure A12.4.1 in Appendix 12.4, the conventional assumption is made that the surge impedance per unit length is constant at any point on the tower. Appendix 12.4 made use of current components, but in this derivation, voltage components are used for simplicity because the signs of the components will be less confusing. Again following Bewley (35), the tower voltage reflection coefficients are defined as:

$$\bar{\beta}_R = \frac{R - Z_T}{Z_T + R} \quad (A12.5.1)$$

and

$$\bar{\beta}_S = \frac{Z_S - 2Z_T}{2Z_T + Z_S} \quad (A12.5.2)$$

A voltage refraction coefficient, $\bar{\alpha}_R$, must also be defined. It represents the proportion of a downward traveling voltage wave that appears across the footing resistance, R :

$$\bar{\alpha}_R = \frac{2R}{Z_T + R} \quad (A12.5.3)$$

If one draws the lattice diagram and goes through the procedure of tabulating voltage components appearing across R , in a manner similar to that done in Appendix 12.4, the voltage, $V_R(t + T_T)$, across the footing resistance becomes

$$V_R(t + T_T) = \bar{\alpha}_R Z_I I(t) + \bar{\alpha}_R Z_I I(t - 2T_T)\psi + \dots \\ \bar{\alpha}_R Z_I I(t - 2NT_T)\psi^N$$

and using the summation sign

$$V_R(t + T_T) = \bar{\alpha}_R Z_I \sum_{n=0}^N I(t - 2nT_T)\psi^n \quad (A12.5.4)$$

where

$$Z_I = \frac{Z_S Z_I}{Z_S + 2Z_T}$$

$$\psi = \bar{\beta}_R \bar{\beta}_S$$

and

$$N = \text{the largest whole number } \leq \frac{t}{2T_T}$$

For the ramp function, $I(t) = At$ is used where A is the rate of rise of the stroke-current wave. Using this ramp function, Eq. A12.5.4 becomes

$$V_R(t + T_T) = \bar{\alpha}_R Z_I A \{ t + (t - 2T_T)\psi \\ + (t - 4T_T)\psi^2 + (t - 6T_T)\psi^3 + \dots \}$$

or

$$V_R(t + T_T) = \bar{\alpha}_R Z_I A t (1 + \psi + \psi^2 + \dots + \psi^N) \\ - 2\bar{\alpha}_R Z_I A T_T \psi \\ (1 + 2\psi + 3\psi^2 + \dots + n\psi^{n-1})$$

If the summation of the two ψ series is utilized (as used in Appendix 12.4), then

$$V_R(t + T_T) = \bar{\alpha}_R Z_I A \left[\left(\frac{1 - \psi^{N+1}}{1 - \psi} \right) t \right. \\ \left. - 2T_T \left(\frac{1 - \psi^N}{(1 - \psi)^2} - \frac{N\psi^N}{1 - \psi} \right) \right] \quad (A12.5.5)$$

This footing resistance voltage equation is very similar to Eq. 12.6.2 in the main text for tower top voltage, and many of the same terms may be used.

The voltage, $V_{pn}(t)$, for any crossarm n may now be determined by interpolation as

$$V_{pn}(t + T_{pn}) = V_R(t + T_T) + \frac{T_T - T_{pn}}{T_T} \\ [V_T(t) - V_R(t + T_T)] \quad (A12.5.6)$$

where T_{pn} is the propagation time from the tower top to crossarm n and is equal to $Y_n/300$ where Y_n is the distance from tower top to crossarm (m).

A more exact, though not as convenient, alternative to Eq. A12.5.6 can be derived by summing up all the traveling wave components at crossarm n that pass it in both directions. The result is

$$V_{pn}(t) = Z_I \sum_{n=0}^N [I(t - 2nT_T - T_{pn})\psi^n] \\ - \frac{Z_I}{\beta_S} \sum_{m=1}^M [I(t - 2mT_T + T_{pn})\psi^m] \quad (A12.5.7)$$

where N is the largest whole number equal to or less than

$$\frac{t - T_{pn}}{2T_T}$$

and M is the largest whole number equal to or less than

$$\frac{t + T_{pn}}{2T_T}$$

Appendix 12.6 POWER-FREQUENCY VOLTAGE EFFECTS

A stroke current, $I(t)$, entering a tower top has some critical value, I_{cn} , that is just sufficient to flash over the insulator on crossarm n in the absence of power-frequency voltage on the line end of the string. The critical flashover voltage for the string is V_{im} , and it is determined from the insulator volt-time curve. The power-frequency voltage applied to insulator n is given by

$$V_{im} \sin(\theta_n - \alpha_n)$$

where θ_n is the instantaneous phase angle, α_n is the phase angle with relation to the other phase (0° , -120° or 120°), and V_{im} is the peak instantaneous power-frequency voltage to ground. The critical flashover voltage, V_{cn} , remains constant as the power-frequency voltage swings through its cycle, and the surge voltage

**Appendix 12.7
TOWER DAMPING AND THE EQUIVALENT
R-L CIRCUIT**

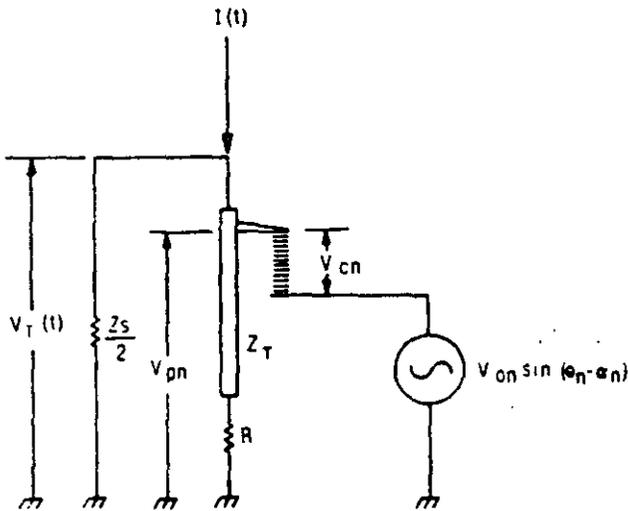


Figure A12.6.1 Circuit for power-frequency effects.

developed across the insulator will always be directly proportional to the stroke current, which is assumed to be negative. If the symbol Z_n is designated as the insulator impulse impedance of the system to the lightning stroke, i.e., $Z_n = V_{cn} / I_{cn}$, then, to maintain a constant critical flashover voltage, V_{cn} across the string,

$$V_{cn} = I_{cn} Z_n + V_{on} \sin(\theta_n - \alpha_n)$$

where I_{cn} is the adjusted value of stroke current for flashover with power-frequency voltage present.

In this case,

$$I_{cn} = \frac{V_{cn}}{Z_n} - \frac{V_{on} \sin(\theta_n - \alpha_n)}{Z_n} \quad (A12.6.1)$$

but

$$\frac{V_{cn}}{Z_c} = I_{cn} \quad (A12.6.2)$$

and

$$\begin{aligned} \frac{V_{cn}}{Z_n} - \frac{V_{on} \sin(\theta_n - \alpha_n)}{Z_n} &= \frac{V_{cn}}{Z_n} - \frac{V_{on} \sin(\theta_n - \alpha_n)}{V_{cn}} \\ &= I_{cn} \cdot \frac{V_{on} \sin(\theta_n - \alpha_n)}{V_{cn}} \end{aligned} \quad (A12.6.3)$$

Combining Eqs. A12.6.1, A12.6.2, and A12.6.3 yields

$$I_{cn} = \left[\frac{V_{cn} - V_{on} \sin(\theta_n - \alpha_n)}{V_{cn}} \right] I_{cn} \quad (A12.6.4)$$

Equation A12.6.4 is the fundamental equation for the critical stroke current required for flashover with power-frequency voltage present. When θ_n reaches any multiple of 360° , it repeats.

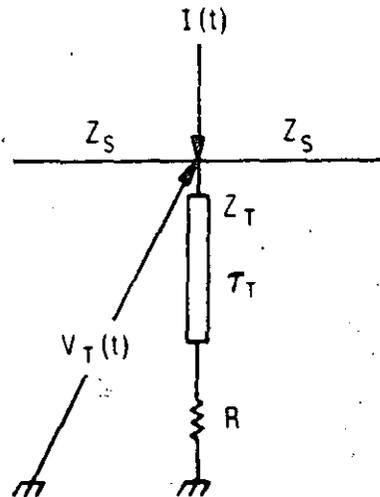


Figure A12.7.1. Tower equivalent circuit.

In Appendix 12.4, the tower top voltage, $V_T(t)$, for any $t \geq 2T_T$ has been shown to be

$$V_T(t) = Z_T I(t) - Z_c \sum_{n=1}^N [I(t - 2n T_T) \psi^{n-1}] \quad (A12.7.1)$$

For any $t < 2T_T$,

$$V_T(t) = Z_T I(t) \quad (A12.7.2)$$

For a step function of current [$I(t) = I_0$ for any $t > 0$] applied to the tower top, there are three possible tower top voltage responses depending on whether ψ is negative, positive, or zero.

$\psi = 0$ (critically damped case)

The damping constant was shown to be

$$\psi = \frac{2Z_T - Z_S}{Z_S + 2Z_T} \cdot \frac{Z_T - R}{Z_T + R} \quad (A12.7.3)$$

This damping constant, ψ , may go to zero in either of two ways:

$$Z_T = R \quad (A12.7.4)$$

or

$$Z_T = Z_S/2 \quad (A12.7.5)$$

If $Z_T = R$, the base of the tower is terminated in its surge impedance, and no reflection reaches the top. Therefore, the equivalent circuit will always be a constant impedance equal to Z_T . Hence,

$$V_T(t) = Z_T I_0 \quad (A12.7.6)$$

where

$$Z_T = \frac{Z_i Z_T}{Z_i + 2Z_T}$$

If $Z_T = Z_1/2$ and $Z_T \neq R$,

$$Z_n = \left(\frac{Z_1}{4}\right) \left(\frac{Z_T - R}{Z_T + R}\right) \quad (A12.7.7)$$

In Eq. A12.7.1, for any value ψ^{n-1} where $n \neq 1$ and $\psi = 0$, then $\psi^{n-1} = 0$. When $n = 1$, $\psi^0 = (0)^0$ and is indeterminate. However, if one draws the lattice diagram of this condition, it is easy to see that

$$V_T(t) = Z_1 I_0 - \left(\frac{Z_1}{4}\right) \left(\frac{Z_T - R}{Z_T + R}\right) I \quad (A12.7.8)$$

The second term is simply the component of voltage reflected upward from the base and refracted onto $Z_1/2$. This corresponds to

$$\psi^{n-1} = 1 \quad (A12.7.9)$$

when $\psi = 0$ and $n = 1$.

$\psi < 0$ (underdamped case)

When a step function of current is applied and $\psi < 0$, Eq. A12.7.1 reduces to

$$V_T(t) = Z_T I_0 - Z_n I_0 \sum_{n=1}^N \psi^{n-1} \quad (A12.7.10)$$

but

$$\sum_{n=1}^N \psi^{n-1} = 1 + \psi + \psi^2 + \dots + \psi^{N-1} = \frac{1 - \psi^N}{1 - \psi} \quad (A12.7.11)$$

Combining Eq. A12.7.10 and Eq. A12.7.11 yields

$$V_T(t) = I_0 \left[Z_T - Z_n \left(\frac{1 - \psi^N}{1 - \psi} \right) \right] \quad (A12.7.12)$$

Because N is the largest possible whole number equal to or less than $t/2\tau_T$ (where t is the time for which the voltage is to be computed), N will increase in integer values every multiple of $2\tau_T$. Figures A12.7.2A and B show responses of the tower surge impedance circuit for the condition of $\psi < 0$ and a step function of current applied. The tower tends to ring, and the closer ψ approaches zero, the less this ringing becomes. When $\psi = 0$, critical damping occurs (Figure A12.7.2C), and the circuit transfers from its initial state to its final state in the minimum possible time, $2\tau_T$.

$\psi > 0$ (overdamped case)

As ψ goes positive (Figures A12.7.2D and E), the transition from initial to final state more nearly approximates an exponential decay similar to that from an inductive circuit.

THE EQUIVALENT R-L CIRCUIT

The dashed curves in Figure A12.7.2 are exponentials that sweep out the same volt-time area in the transition from initial to final state, as occurs with the traveling wave solution. This exponential decay is provided by the equivalent R-L circuit of Figure A12.7.3. If the initial voltage, $V_T(t)$, for a step function of current $I(t)$ is to be the same as that created by Figure A12.7.1,

then by inspection

$$Z_S = 2Z_1 = \frac{2Z_S Z_T}{Z_S + 2Z_T} \quad (A12.7.13)$$

For the final voltage, $V_T(t)$, to be the same as in Figure A12.7.1, it is necessary that

$$R' = \frac{R Z_T}{Z_T - R} \quad (A12.7.14)$$

Thus, if the tower surge impedance, Z_T , is replaced by an inductance, both Z_1 and R should be modified to Z'_1 and R' in order to meet the initial and final boundary conditions.

If a step function of current, $I(t) = I_0$, is applied to the circuit of Figure A12.7.3, the voltage $V_T(t)$, decays exponentially, and if the first order differential equation is solved, then

$$V_T(t) = \frac{Z'_1 I_0}{2(Z'_1 + 2R')} \left[2R' + Z'_1 \exp - \left(\frac{2R' + Z'_1}{2L} \right) t \right] \quad (A12.7.15)$$

Integrating (from $t = 0$ to infinity) the difference between Eq. A12.7.15 and the final state voltage, $I_0 Z'_1 R' / (Z'_1 + 2R')$, to find the total area, A_L , under the exponential volt-time decay curve, the result is

$$A_L = \frac{(Z'_1) L}{(Z'_1 + 2R')^2} \quad (A12.7.16)$$

Next, the corresponding area under the volt-time curves for the step-function traveling wave solution (e.g., any of the Figure A12.7.2 solutions) must be found for the general case. From Eq. A12.7.1, the final state is

$$V_T(\infty) = Z_1 I_0 - Z_n I_0 \sum_{n=1}^{\infty} (1 + \psi + \psi^2 + \dots + \psi^n) = Z_1 I_0 - Z_n I_0 \left(\frac{1 - \psi^{\infty}}{1 - \psi} \right)$$

However, because $\psi < 1$, $\psi^{\infty} = 0$, and the final state is

$$V_T(\infty) = I_0 \left(Z_1 - \frac{Z_n}{1 - \psi} \right) \quad (A12.7.17)$$

Again, using Eq. A12.7.1, the area enclosed above the final state voltage by the first bar must be

$$\begin{aligned} A_1 &= I_0 [Z_1 - V_T(\infty)] 2\tau_T \\ &= I_0 \left(Z_T - Z_1 + \frac{Z_n}{1 - \psi} \right) 2\tau_T \\ &= I_0 \left(\frac{Z_n}{1 - \psi} \right) 2\tau_T \end{aligned}$$

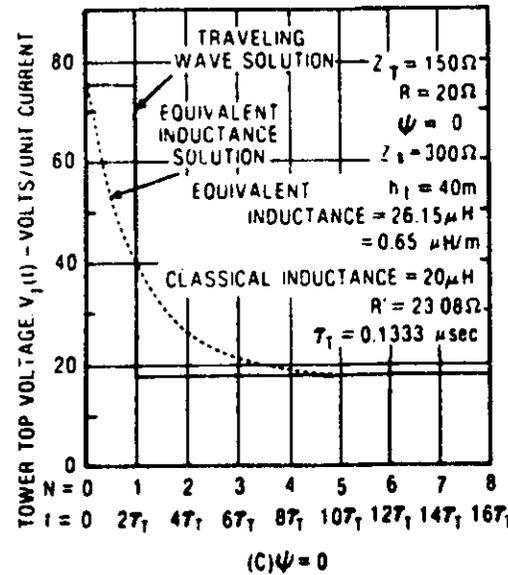
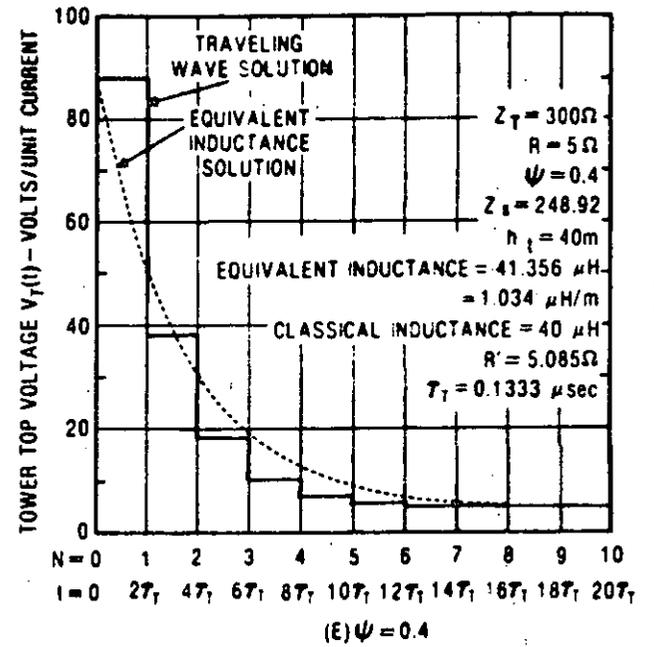
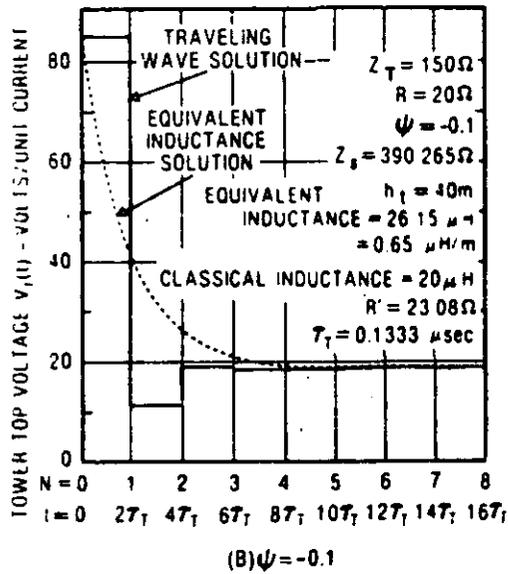
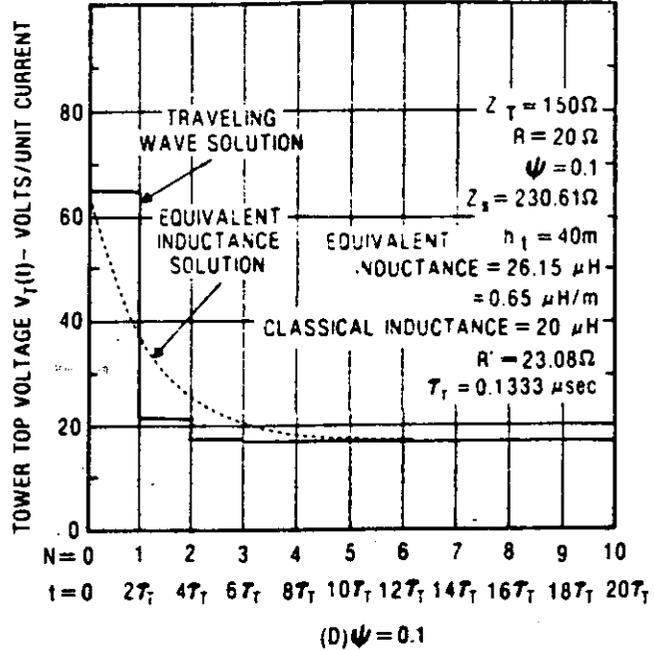
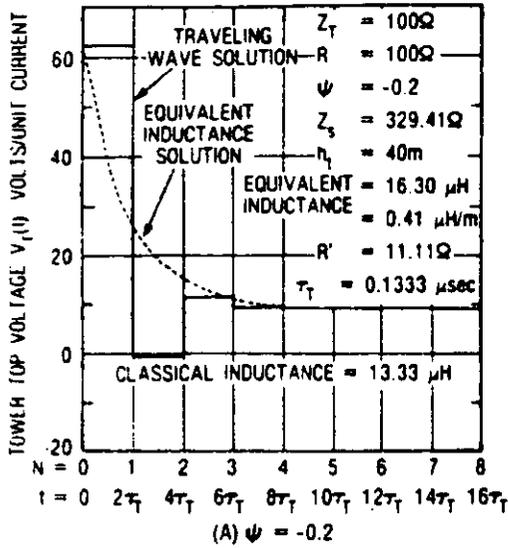


Figure A12.7.2. Response of the equivalent circuits using tower surge impedance and equivalent inductance concepts.

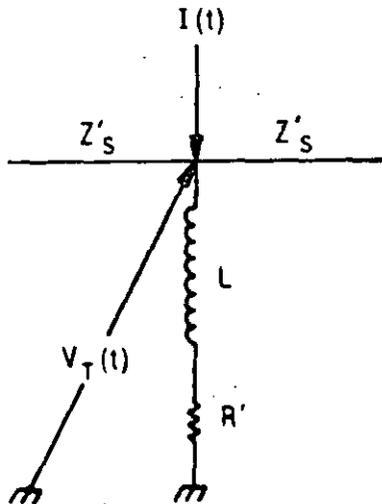


Figure A12.7.3. Equivalent R-L circuit.

Similarly, for the second bar,

$$A_2 = I_0 \left(Z_T - Z_0 - Z_T + \frac{Z_0}{1-\psi} \right) 2 T_T$$

$$= \left(\frac{Z_0}{1-\psi} - Z_0 \right) 2 T_T$$

For the third bar,

$$A_3 = I_0 \left[Z_T - Z_0 (1 + \psi) - Z_T + \frac{Z_0}{1-\psi} \right] 2 T_T$$

$$= \left[\frac{Z_0}{1-\psi} - Z_0 (1 + \psi) \right] 2 T_T$$

For the *n*th bar,

$$A_n = \left[\frac{Z_0}{1-\psi} - Z_0 (1 + \psi + \psi^2 + \dots + \psi^{n-2}) \right] 2 T_T$$

Summing up all the areas for *N* bars,

$$\sum_{n=1}^N A_n = \left[\frac{N Z_0}{1-\psi} - Z_0 \right.$$

$$\left. (N-1 + N\psi - 2\psi + N\psi^2 - 3\psi^2 + \dots \right.$$

$$\left. + N\psi^{N-1} - N\psi^{N-2} + \dots) \right] 2 T_T$$

which, as *N* approaches infinity, reduces to

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n = \left[\frac{Z_0}{(1-\psi)^2} \right] 2 T_T \tag{A12.7.18}$$

If the R-L circuit of Figure A12.7.3 is to sweep out the same volt-time area as the Figure A12.7.1 traveling wave circuit, the two areas described by Eq. A12.7.16 and Eq. A12.7.18 must be

equated. If this is done, an algebraic manipulation will show that the equivalent inductance, *L*, must satisfy the relationship

$$L = \left(\frac{Z'_S + 2R'}{Z'_S} \right)^2 \frac{2Z_0 T_T}{(1-\psi)^2} \tag{A12.7.19}$$

In Eq. A12.7.19, *L* is the total tower inductance, which is why the tower travel time, *T_T*, is involved: it defines the length of the tower. If *R* = *R'* = 0, Eq. A12.7.19 reduces to

$$L = Z_T T_T \tag{A12.7.20}$$

which is the classical value of tower inductance.

References

12.1 M.A. Uman, et al. "Currents in Florida Lightning Return Strokes." *J. Geophys. Res.*, Vol. 78, 1973, pp. 3530-3537.

12.2 R.B. Anderson. *A Comparison Between Some Lightning Parameters Measured in Switzerland With Those in South Africa*. Pretoria, South Africa: CSIR, 1971, Report ELE: 6.

12.3 K. Berger, R.B. Anderson, H. Kroninger. "Parameters of Lightning Flashes." *Electra*, No. 41, July 1975, pp. 23-37.

12.4 N. Cianos, E.T. Pierce. *A Ground Lightning Environment For Engineering Usage*. Menlo Park, Calif.: Stanford Research Institute, Aug. 1972, SRI Project 1834, Technical Report No. 1.

12.5 R.B. Anderson, A.J. Eriksson. *Lightning Parameters for Engineering Applications*. Pretoria, South Africa: CSIR, June, 1979, Report ELEK 170.

12.6 R.H. Golde, ed. *Lightning*, Vols. 1 and 2, New York: Academic Press, 1977.

12.7 J.G. Anderson. "Monte Carlo Computer Calculation of Transmission Line Lightning Performance." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-80, pp. 414-419, 1961.

12.8 F. Populansky. *Measurement of Lightning Currents in Czechoslovakia and the Application of Obtained Parameters in the Prediction of Lightning Outages of EHV Transmission Lines*. Paris, France: CIGRE, 1970, Report 33-03, Vol. 2.

12.9 S.A. Prentice. "Frequency of Lightning Discharges." *Lightning*, Vol. 1, Edited by R.H. Golde, New York: Academic Press, 1977, pp. 465-496.

12.10 Anderson, J.G. et al. *Transmission Line Reference Book - 345 kV and Above*. Palo Alto, Calif.: Electric Power Research Institute, 1975.

12.11 E.R. Whitehead. "Protection of Transmission Lines." *Lightning*, Vol. 2, Edited by R.H. Golde, New York: Academic Press, 1977, pp. 697-745.

12.12 C.F. Wagner. "Application of Predischarge Currents of Parallel Electrode Gaps." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-83, pp. 931-944, 1964.

12.13 C.F. Wagner, A.R. Hileman. "Predischarge Current Characteristics of Parallel Electrodes." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-66, pp. 1236-1242, 1964.

12.14 E.J. Los. "Transmission Line Lightning Design With Surge Suppressors at Towers." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No. 2, 1980, pp. 720-728.

12.15 S. Szpor, et al. *Lightning Current Records on Industrial Chimneys in Poland*. Paris, France: CIGRE, 1974, Paper 33-10.

12.16 F. Populansky. "Frequency Distribution of Amplitudes of Lightning Currents." *Electra*, No. 22, 1972, pp. 139-147.

12.17 K.H. Weck, A.R. Hileman. *Application of Lightning Parameters - Lightning Current Shape and Amplitudes of Multiple Strokes*. CIGRE WG 33-01, 1978, Document 33-78.

- 8 L. Paris, R. Cortina. "Switching and Lightning Impulse Discharge Characteristics of Large Air Gaps and Long Insulator Strings." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-87, pp. 947-957, 1968.
- 12.19 M. Darveniza, F. Popolansky, E.R. Whitehead. "Lightning Protection of UHV Transmission Lines." *Electra*, No. 41, July 1975, pp. 39-69.
- 12.20 G.W. Brown. "Lightning Performance. I—Shielding Failures Simplified." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, pp. 33-38, 1978.
- 12.21 G.W. Brown. "Lightning Performance. II—Updating Backflash Calculations." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-97, pp. 39-52, 1978.
- 12.22 G.D. McCann. "The Effect of Corona on Coupling Factors Between Ground Wires and Phase Conductors." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 62, pp. 818-826, 1943.
- 12.23 A. Inoue. "High Voltage Traveling Waves With Corona Discharge on Bundled Conductors." *IEEE Paper A78-170-3*, 1978.
- 12.24 F.M. Colebrook. "The Electric and Magnetic Fields of a Linear Radiator Carrying a Progressive Wave." *Journal I.E.E.*, 1940, pp. 169-178.
- 12.25 F.A. Fisher, J.G. Anderson, J.H. Hagenguth. "Determination of Transmission Line Lightning Performance by Means of Geometrical Models." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-78, pp. 1725-1736, 1960.
- 12.26 C.F. Wagner, A.R. Hileman. "A New Approach to the Calculation of the Lightning Performance of Transmission Lines. III—A Simplified Method: Stroke to Tower." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-Vol. 79, Pt. III, pp. 589-603, Oct. 1960.
- 12.27 R. Lundholm, R.B. Finn, W.S. Price. "Calculation of Transmission Line Lightning Voltages by Field Concepts." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 76, Pt. III, pp. 1271-1283, 1957.
- 12.28 M. Kawai. "Studies of the Surge Response on a Transmission Line Tower." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-83, Pt. III, pp. 30-34, Jan. 1964.
- 12.29 M.A. Sargent, M. Darveniza. "Tower Surge Impedance." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-88, pp. 680-687, May 1969.
- 12.30 R. Rudenberg. "Grounding Principles and Practice. I—Fundamental Considerations on Ground Currents." *Electrical Engineering*, Vol. 64, Jan. 1945, pp. 1-13.
- 12.31 H.B. Dwight. "Calculation of Resistances to Ground." *Electrical Engineering*, Vol. 55, 1936, pp. 1319-1328.
- 12.32 D.B. Fink, H.W. Beaty. *Standard Handbook for Electrical Engineers*, 11th ed., New York: McGraw-Hill, 1978.
- 12.33 E.O. Sunde. *Earth Conductor Effects in Transmission Systems*, New York: Van Nostrand, 1949.
- 12.34 W.W. Lewis. *Protection of Transmission Systems Against Lightning*, New York: John Wiley & Sons, 1959.
- 12.35 L.V. Bewley. *Traveling Waves on Transmission Systems*, 2nd ed., New York: Dover Publications, 1963.
- 12.36 P.L. Bellaschi, R.E. Armington, A.E. Snowden. "Impulses and Sixty-Cycle Characteristics of Driven Grounds—II." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 61, pp. 349-363, 1942.
- 12.37 A. Liew, M. Darveniza. "Dynamic Model of Impulse Characteristics of Concentrated Earths." *Proceedings IEE*, Vol. 121, No. 2, February 1974, pp. 123-135.
- 12.38 M. Darveniza, et al. "Modelling For Lightning Performance Calculations." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-98, pp. 1900-1908, 1979.
- 12.39 E.R. Whitehead. "Protection of Transmission Lines." *Lightning*, Vol. 2, Edited by R.H. Golde, New York: Academic Press, 1977, pp. 697-745.
- 12.40 R.O. Caldwell, M. Darveniza. "Experimental and Analytical Studies of the Effect of Non-Standard Waveshapes on the Impulse Strength of External Insulation." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-92, pp. 1420-1428, 1973.
- 12.41 AIEE Committee Report. "A Method of Estimating Lightning Performance of Transmission Lines." *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 69, Pt. III, pp. 1187-1196, 1950.
- 12.42 F.S. Young, J.M. Clayton, A.R. Hileman. "Shielding of Transmission Lines." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Special Supplement, Paper No. 63-640, pp. 132-154, 1963.
- 12.43 H.R. Armstrong, E.R. Whitehead. "Field and Analytical Studies of Transmission Line Shielding." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-87, pp. 270-281, 1968.
- 12.44 G.W. Brown, E.R. Whitehead. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-88, pp. 617-626, 1969.
- 12.45 R.R. Love. "Improvements on Lightning Stroke Modelling And Applications to the Design of EHV and UHV Transmission Lines." M.Sc. Thesis, University of Colorado, 1973.

The complete analytical model consists of this geometry, together with an associated set of basic assumptions and mathematical relations. The basic assumptions are listed below.

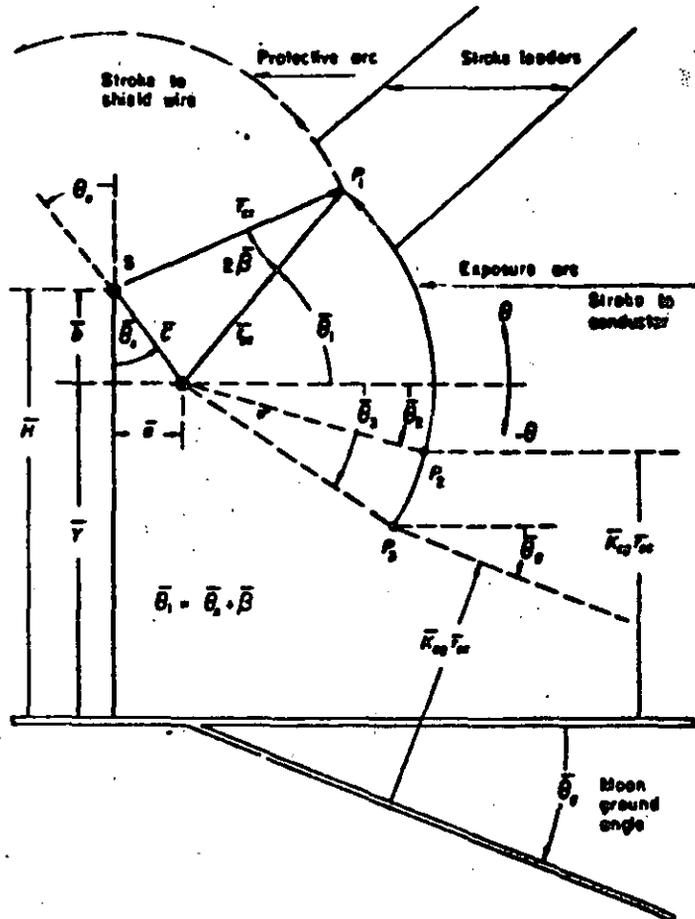
- (a) The mean conductor height \bar{Y} can be computed from profile drawings or, alternatively, estimated for preliminary purposes from the following broad relations:

flat profile

$$\bar{Y}_f = Y_t - (2/3)(S_c) \quad (1)$$

Y_t = height of conductor at the tower,

S_c = sag of the conductor;



Geometry of the reference model for shielding failure.

rolling profile

$$\bar{Y}_r = Y_t \quad (2)$$

mountainous profile

$$\bar{Y}_m = 2Y_t \quad (3)$$

for all cases

$$R = \bar{Y} + b \quad (4)$$

$$b = b_1 + (2/3)(S_c - S_s) \quad (5)$$

$$b_1 = H_t - Y_t \quad (6)$$

H_t = height of the shield wire at the tower,

S_s = sag of the shield wire.

WAVESHAPES RELATED TO LIGHTNING INDUCED OVERVOLTAGES ON OVERHEAD LINES

Victor F. Hermosillo

Comision Federal de Electricidad
Subdireccion de Programacion
Mexico

Vernon Cooray

Institute of High Voltage Research
Oppala University
Sweden

Abstract - This study presents a collection of waveshapes related to lightning induced overvoltages on a single overhead line. These waveshapes, their peak amplitudes and maximum rates of change are directly applicable to insulation coordination and protection of systems including lengths of conductor suspended over the ground plane, such as: power distribution systems, telephone networks and overhead lines for energy supply of electric railway systems. An advanced lightning return stroke model is used for the calculation of Lightning Electromagnetic (LEM) fields. The induction effects of both the horizontal and vertical components of the electric field are taken into account. Propagation effects on the induced voltage, due to finite ground conductivity, are included using complex image theory. Overvoltages are calculated for various angles of incidence of the LEM field. The effects of varying the ground conductivity, the return stroke current amplitude and risetime are investigated. Different line lengths and heights are considered.

INTRODUCTION

Consideration of the amplitudes, rates of rise and waveshapes of lightning induced overvoltages is important for defining the level of threat and protection necessary for medium and low voltage systems including overhead lines. These lines act as large collectors of the energy related to the electromagnetic waves generated by lightning phenomena.

The return stroke phase of a cloud to ground discharge striking near an overhead line causes significant induced overvoltages that propagate towards its ends. Several theoretical papers have been published in this field [1-4], the latest reported studies reach an agreement as to include the inducing effects of both the vertical and horizontal electric fields caused by the return stroke.

Recent improvements have been made in the area of return stroke modeling for the purpose of obtaining LEM fields, these models constitute the basis for calculating lightning induced voltages. Relations predicted by the return stroke model proposed by Cooray in 1989 [5] were used in the present study.

The attenuation and distortion experienced by the induced surges propagating on the overhead line were treated by including the frequency dependency of the transmission line parameters over a wide frequency range (up to 100 MHz) using complex image theory [6].

LIGHTNING ELECTROMAGNETIC FIELDS

LEM fields are obtained from a modified version of the transmission line model for the return stroke. The return stroke velocity is kept constant at $v = 1.5 \times 10^8$ m/s and the current waveform is a corrected version of Hoidler's model [7].

Observed typical LEM field waveshapes can be reproduced by introducing a current amplitude that varies along the return stroke channel, according to the relation predicted by Cooray's model [5], where z is the channel height

$$I_0 = I_{\text{peak}} \left(0.3 e^{-z/100} + 0.7 e^{-z/3000} \right) \quad (1)$$

The electromagnetic fields resulting from a distribution of currents and charges in the return stroke channel is obtained by decomposing the channel into small sections, each one represented by a dipole. The total fields for a perfectly conductive ground plane is equal to the sum of the individual contributions from each dipole integrated over the channel height, plus the contribution from image dipoles. Expressions for the vertical and horizontal electric fields produced by a dipole over a finitely conductive ground plane have been derived by Norton [8].

The wavetilt function approximates the relation of the vertical electric field to the horizontal electric field by the following expression

$$\frac{E_H}{E_V} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0}}} \quad (2)$$

E_H : Horizontal electric field

ϵ_r : Specific dielectric constant of ground

σ : Ground conductivity

ϵ_0 : Free space dielectric constant

INDUCTION MECHANISM

The mechanism of interaction between the LEM field and the line is treated by considering the induction on a single horizontal conductor parallel to the ground plane due to the incident horizontal electric field $E_x(x, h, t)$ at the line height h . This can be mathematically expressed in terms of

two transmission line equations with a driving function, in time domain

$$\frac{\partial V^s(x,t)}{\partial x} + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} = E_r^i(x,h,t) \quad \text{--- (3)}$$

$$\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} + C \frac{\partial V^s(x,t)}{\partial t} = 0 \quad \text{--- (4)}$$

where $V^s(x,t)$ is the voltage scattered by the line. The total induced voltage on the line $V^T(x,t)$ results by including the integral of the incident vertical electric field $E_r^i(x,z,t)$ over the line height,

$$V^T(x,t) = V^s(x,t) + \int_0^h E_r^i(x,z,t) dz \quad \text{--- (5)}$$

The solution of the transmission line equations (3) and (4) results in travelling waves excited by the component of the total horizontal electric field parallel to the conductor, these waves propagate towards the ends of the overhead line. If the line is terminated by its characteristic impedance Z_0 , there will be no reflections at this points and, according to equation (5), the vertical electric field will induce an additional voltage proportional to the line height on the terminations.

The line geometry as well as definitions for distances and for the angle of incidence are shown in Figure 1.

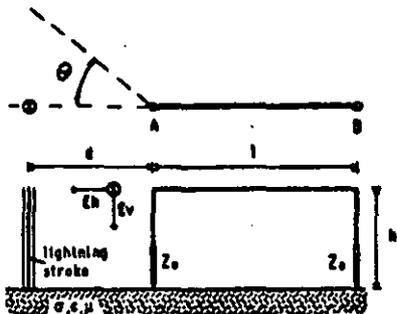


Figure 1. Line geometry and strike point.

PROPAGATION EFFECTS ON THE INDUCED SURGES

Frequency dependency of the transmission line parameters was included by applying the following expression for the propagation constant for a single conductor over a homogeneous, finitely conductive ground plane

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad \text{--- (6)}$$

$$\gamma = j\omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \left(1 + \frac{1}{2 \log \frac{2h}{r_c}} \left(\log \frac{1 + \sqrt{j\omega \tau_h}}{\sqrt{j\omega \tau_h}} + \frac{1}{\sqrt{j\omega \tau_r}} \right) \right)$$

The time constants are defined as $\tau_h = \mu_0 \sigma h^2$ and $\tau_r = \mu_0 \sigma_c r_c^2$, where r_c is the radius, μ_0 is the permeability and σ_c is the conductivity of the conductor.

Equation (6) may be easily derived using complex image theory. The ground level is lowered by a distance which depends on the frequency, ground conductivity and permittivity, then, the line parameters are found for this new (complex) line height. Refer to [6,9,10] for a thorough explanation. Calculations were performed for a step and then for all waveshapes through a convolution integral. Propagation effects were computed for the voltage induced by the incident LEM field on each line segment.

Figure 2 shows the propagation effects on a unit step travelling on a single conductor line.

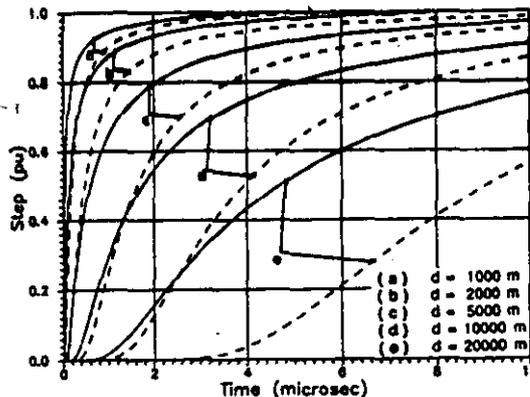


Figure 2. Propagation effects on a unit step travelling through a single overhead line with 10 m height, over a ground plane with conductivities of 0.01 S/m (solid line) and 0.001 S/m (dotted line), for distances of 1, 2, 5, 10 and 20 km.

INDUCED VOLTAGE CALCULATIONS

Lightning induced voltage studies require consideration of the frequency distributions of lightning return stroke parameters. Figures 3 and 4 present cumulative distributions for return stroke current amplitudes and risetimes obtained from measurements by Berger [11]. Results presented herein assume positive lightning flashes, which account for fewer occurrences and involve higher current magnitudes. Negative flashes are more frequent and would cause induced voltages with opposite polarities from those included in the present work.

Recent experimental observations [12] have reported very fast risetimes, in the order of 0.1 μ s, for LEM fields measured at ground level. These risetime values can cause induced voltages with increased magnitudes and high rates of change. Thus, we have extended our calculations to include this range.

Each induced voltage calculation implies the computation of horizontal electric fields along the overhead conductor and vertical electric fields at the line terminations, for a detailed example refer to Appendix A.

Let us first consider the voltages induced in line termination B, for a lightning stroke at distances of 500 m and 1000 m from line termination A, for various angles of incidence of the LEM field. For these cases, the LEM field front reaches the line at a higher velocity than the propagation velocity of the field itself. Induced voltages on each

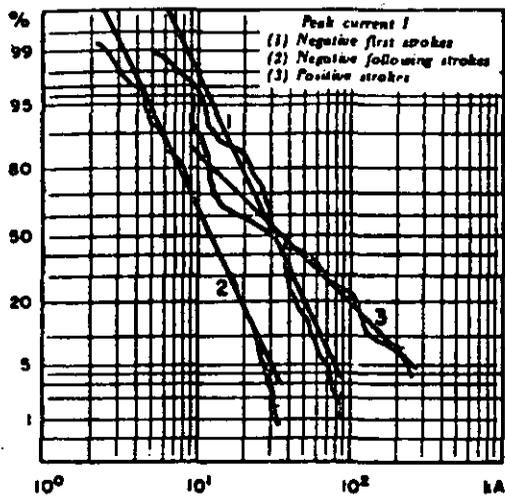


Figure 3. Cumulative frequency distribution for return stroke current amplitudes, adapted from Berger [11].

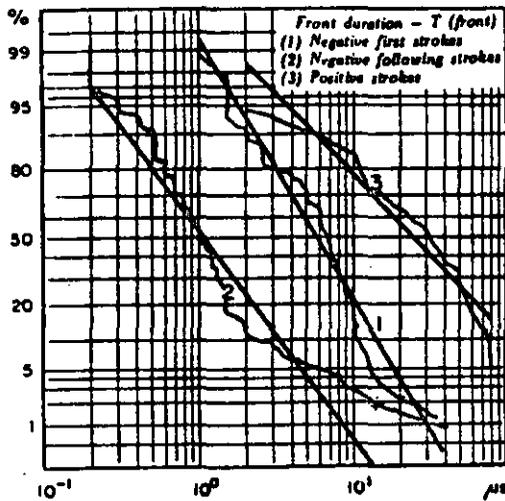


Figure 4. Cumulative frequency distribution for return stroke current risetimes, adapted from Berger [11].

line segment reach termination B at different times, so their contributions to the total overvoltage at this end are shifted in time. Results are presented in Figures 5 and 6. Figure 7 shows induced voltages calculated for the near end of the line (termination A), for the same case presented in Figure 6, note the difference in polarity of the voltage. These overvoltages have typical measured waveshapes with polarity depending on line termination we measure at, amplitudes in the order of tens of kilovolts and durations of several microseconds (compare to Figure 8). The effect of the horizontal electrostatic field is noticeable for the voltages in Figure 5 due to the close distance from the line to the strike point (Figures A.3 and A.4 show horizontal electric fields for various distances).

The most severe overvoltages are produced in line termination B, when the strike point of the lightning flash is placed along the direction of the overhead line [3,4,13]. For this situation, the voltage surges induced on each line segment will add up as they travel to the far end of the line at the same velocity as the incident LEM

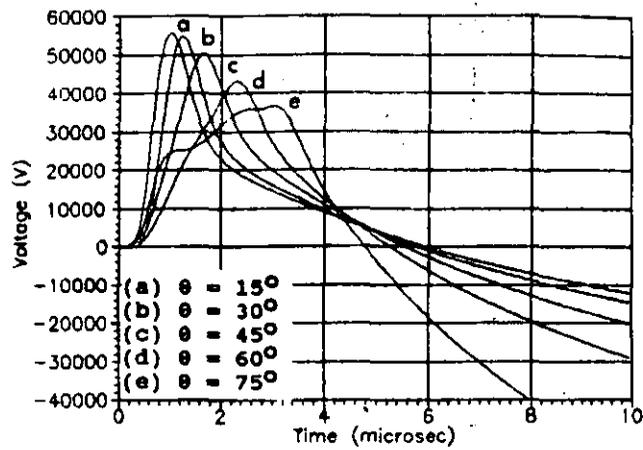


Figure 5. Induced voltages at line termination B for a 500 m distance from the strike point, current magnitude is 30 kA, risetime is 1.2 μ s, ground conductivity is 0.001 S/m and angles of incidence: 15°, 30°, 45°, 60°, 75°.

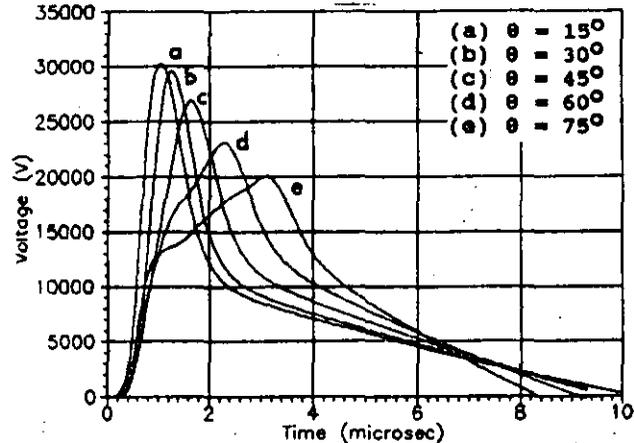


Figure 6. Induced voltages at line termination B for a 1000 m distance from the strike point, current magnitude is 30 kA, risetime is 1.2 μ s, ground conductivity is 0.001 S/m and angles of incidence: 15°, 30°, 45°, 60°, 75°.

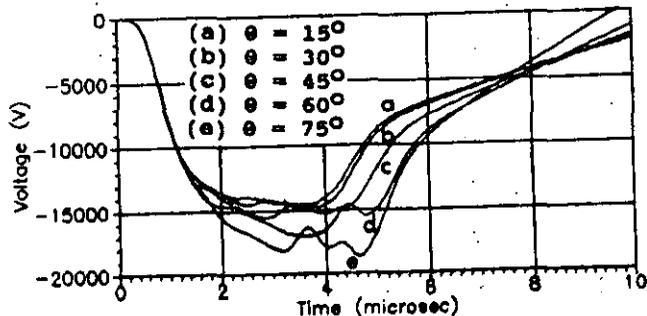


Figure 7. Same case as in Figure 6, showing the induced voltages at line termination A.

field. The resulting induced voltage has an initial positive peak related to the horizontal electric field due to finite ground conductivity, as well as to the vertical electric field at both ends; the subsequent change in polarity is caused by the electrostatic component of the horizontal electric field. The following results consider this particular situation.

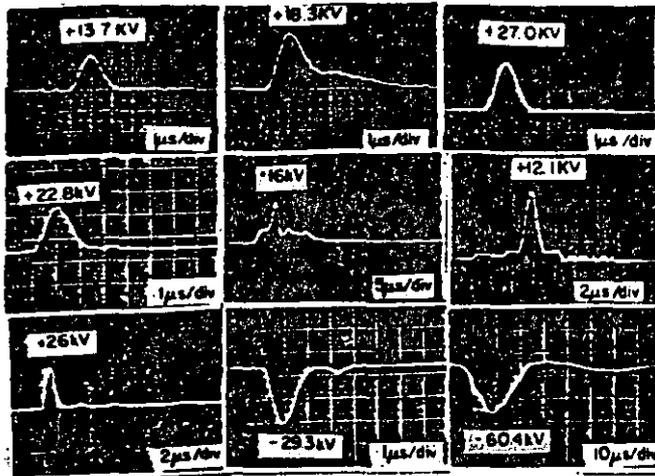


Figure 8. Series of induced voltages measured for seven negative lightning flashes and two positive lightning flashes, adapted from Yokohama et.al. [15].

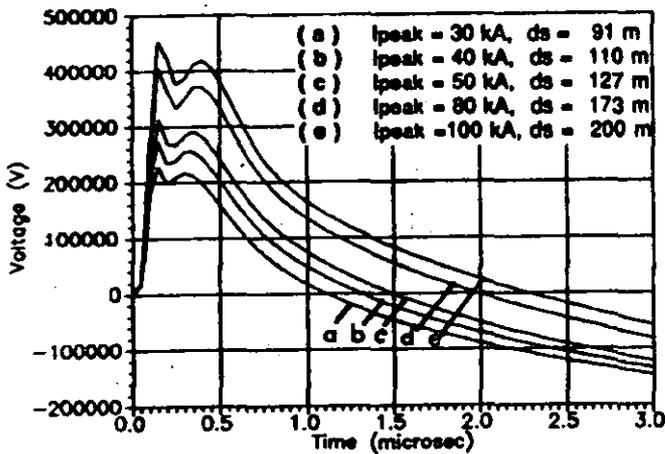


Figure 9. Induced voltages at the far end of a 1000 m line for a strike point along its direction. Current amplitudes are 30kA (50%), 40kA (30%), 50kA (30%), 80kA (8%) and 100 kA (1%) at minimum distances to the strike point. Ground conductivity is 0.001 S/m and current risetime is 0.1 μ s.

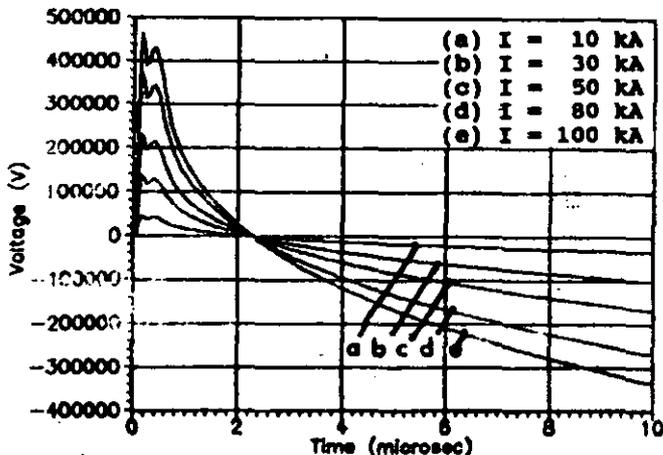


Figure 10. Induced voltages at the far end of a line for various return stroke current amplitudes, distance to the strike point is 200 m, ground conductivity is 0.001 S/m and current risetime is 0.1 μ s.

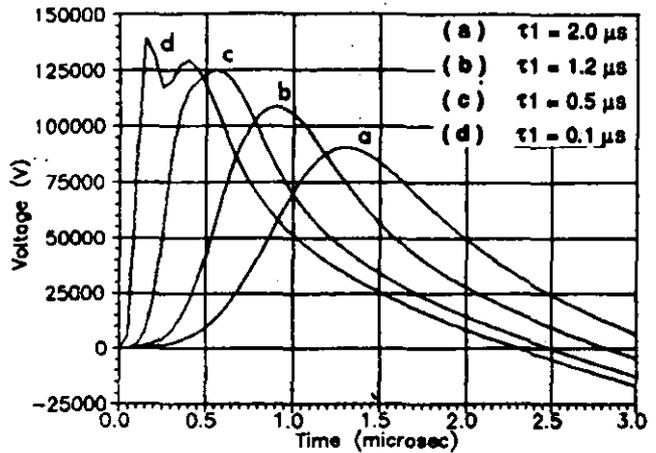


Figure 11. Induced voltages at the far end of the line for current risetimes of 0.1, 0.5, 1.2 and 2 μ s. Current amplitude is 30 kA, distance is 200 m, ground conductivity is 0.001 S/m.

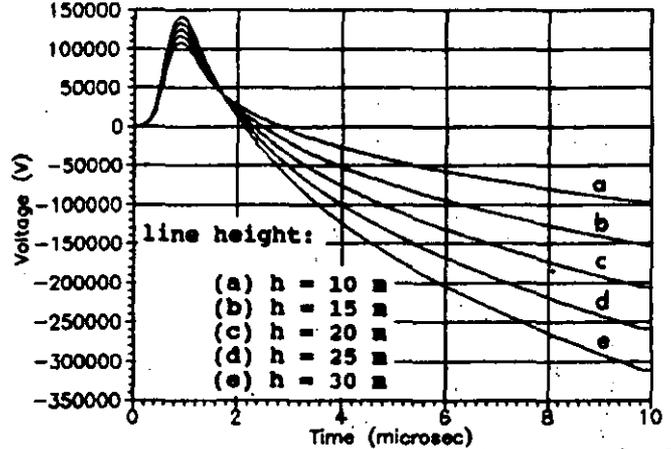


Figure 12. Induced voltages at the far end of the line for a 30 kA current with 1.2 μ s risetime. Ground conductivity is 0.001 S/m, distance is 200 m. Line height is 10, 15, 20, 25 and 30 m.

For most of the voltages calculated in this paper, a typical line with 10 m height and 1000 m length was assumed, unless otherwise stated.

Minimum distances d_{min} , from the strike point to the line can be defined according to the amplitude of the return stroke current I_{peak} by applying the relation proposed by Whitehead [14]

$$d_s = 10 I_{peak}^{0.85}$$

- 17

Figure 9 shows the results of induced voltages for the most severe case, i.e. strike point along the line, and various current amplitudes with their related minimum distances.

The effect of varying the return stroke current amplitude, on the induced voltage, is depicted in Figure 10. These results show that the magnitude of the induced voltage is proportional to the peak of the return stroke current, as all electric fields are proportional to this parameter. Thus, the waveshapes obtained for a certain situation can be simply scaled to obtain those

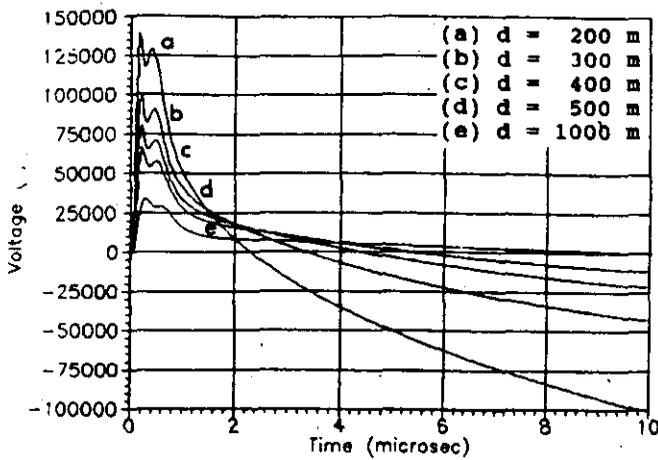


Figure 13. Induced voltages at the far end of the 1000 m line for a 30 kA current magnitude, 0.1 μ s risetime, ground conductivity 0.001 S/m and several strike point distances.

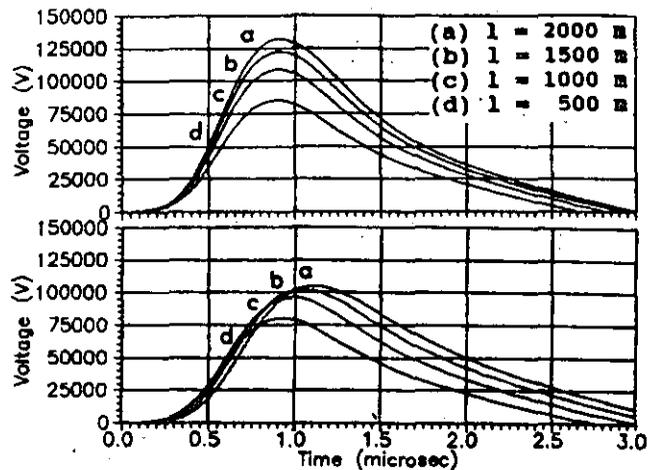


Figure 15. Same case as in Figure 14. Upper waveshapes do not include propagation effects, lower waveshapes are attenuated and distorted for a 0.001 ground conductivity.

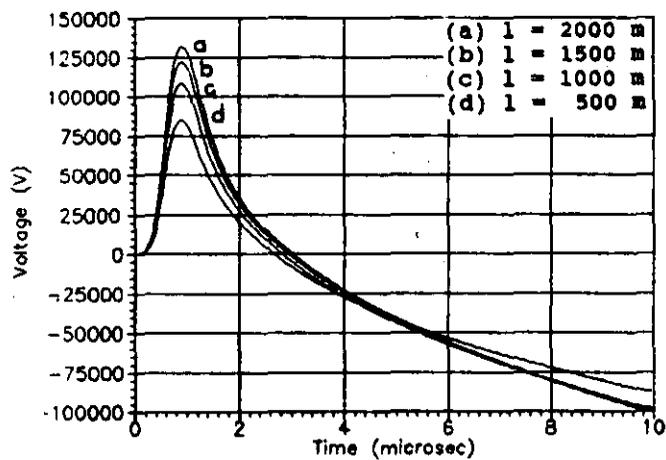


Figure 14. Induced voltages at the far end of the line for a 30 kA current magnitude, 1.2 μ s risetime, ground conductivity is 0.001 S/m and line lengths of 500, 1000, 1500 and 2000 m.

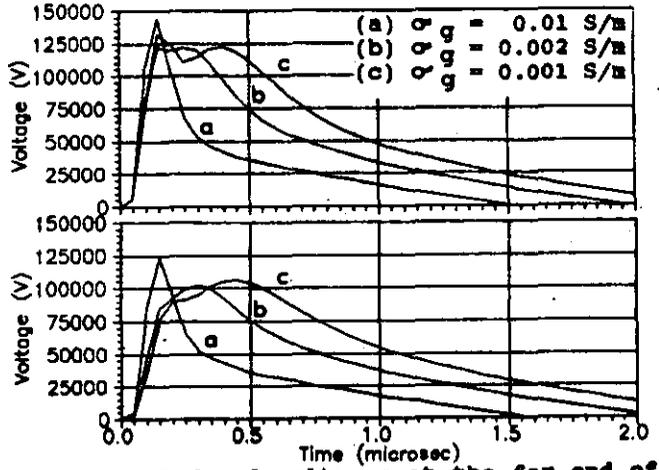


Figure 16. Induced voltages at the far end of a 1000 m line for a 30 kA current magnitude, 0.1 μ s risetime, ground conductivity has various values. Upper waveshapes do not include propagation effects, lower waveshapes are attenuated and distorted according to the ground conductivity value.

corresponding to different current magnitudes.

Several return stroke current risetimes are considered in Figure 11. The amplitude of the induced voltage increases for a decreasing current risetime. The risetime to the first peak of the induced voltage is similar to the risetime of the current for each case. The first peak present for the fastest risetime is caused by the horizontal electric field due to finite ground conductivity (see Figure A.3), the second is due to the initial peak of the vertical electric field at the far end of the line, shown in Figure A.2.

The line height is varied from 10 m to 30 m in the induced voltages included in Figure 12. The initial positive peak increases close to 10 kV per 5 m increase in height. The following negative section, produced by the horizontal electrostatic field, also increases with line height.

Variation of the strike point distance between 200 m and 1000 m results in the waveshapes presented in Figure 13. Besides the expected decrease in the magnitude of the initial peak, there is a significant reduction of the effect of the electrostatic part of the horizontal electric field, represented by the slowly decreasing component of the waveshape.

The inducing effect of the electrostatic component is significant for a distance range under 500 m (see Figure A.4) and disappears completely for distances over 1000 m away from line termination A.

Results for line lengths between 500 m and 2000 m are shown in Figure 14 without including propagation effects. The amplitude of the positive peak increases with line length. The effective range of the electrostatic component of the horizontal electric field is clearly seen as the values for the subsequent decrease in the waveshapes are the same for line lengths above 1000 m.

Waveshapes presented up to this point do not include propagation effects. Figure 15 includes the induced voltages in Figure 14 plus the voltages resulting by considering finite ground conductivity (presented below the first ones). The increase in the magnitude of the initial peak because of a longer line is partly upset by the additional attenuation and distortion of the wave, compare the waves

for a 2000 m and 2500 m long line.

Figure 16 shows the effect of varying ground conductivity, the upper waveshapes do not include propagation effects. Lower waveshapes are attenuated and distorted according to the ground conductivity. Note that for high conductivities, $\sigma_g = 0.01$ S/m, the induced voltage is narrow, the peak amplitude is reduced from 145 kV to 125 kV by propagation effects. As conductivity decreases, the voltage shape becomes wider. High frequency components are highly attenuated. For $\sigma_g = 0.002$ S/m and 0.001 S/m the initial peak disappears, for the first case the amplitude decreases from 120 kV to 102 kV, for the second from 130 kV to 107 kV.

CONCLUSIONS

The most severe cases for lightning induced overvoltages occur at the far end of a line, when the strike point is placed along the direction of the overhead line. In the most extreme situations, voltages as high as 200-400 kV, with the fastest risetimes in the range of 0.4 to 1.0 μ s, can be induced by a very close flash. For this special case, the risetime of the induced surge is very similar to the risetime of the return stroke current.

The magnitude of the induced voltage is directly proportional to the magnitude of the return stroke current.

Induced surges are higher for longer lines. Propagation effects partly reduce the additional magnitude of the induced voltage due to an increment in line length.

The magnitude of the induced surge increases with line height, which causes a greater effect on the component of the surge due to the horizontal electrostatic electric field.

The inducing effect of the electrostatic component of the horizontal electric field is significant over a 500 m range and disappears completely at distances over 1000 m from the lightning strike point.

APPENDIX

For clarity purposes, a detailed example, presenting the results of calculations of horizontal electric fields along a 10 m high, 1000 m long overhead line as well as the vertical electric fields at the line terminations, is included in Figures A.1 to A.4. The resulting induced voltage is shown in Figure A.5, with and without considering propagation effects on the voltage surge.

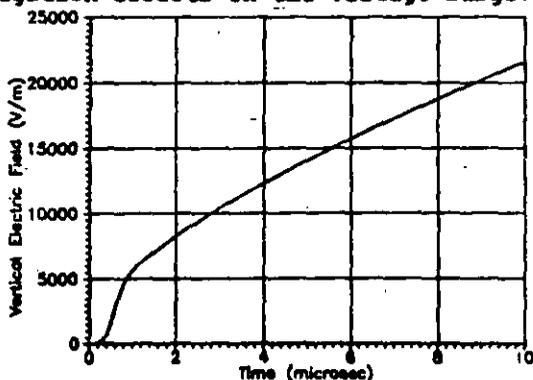


Figure A.1 Vertical electric field at the close end of the line for a strike point at 200 m, current magnitude is 30 kA with 1.2 μ s risetime.

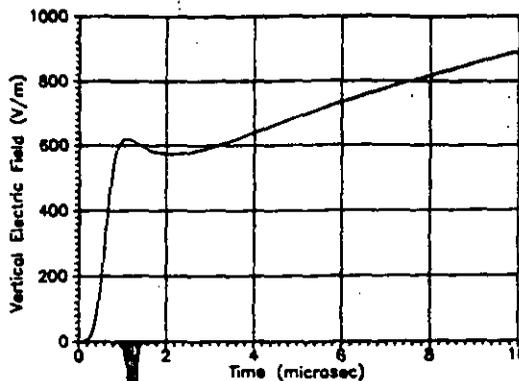


Figure A.2 Vertical electric field at the far end of the line for a strike point at 200 m, current magnitude is 30 kA with 1.2 μ s risetime.

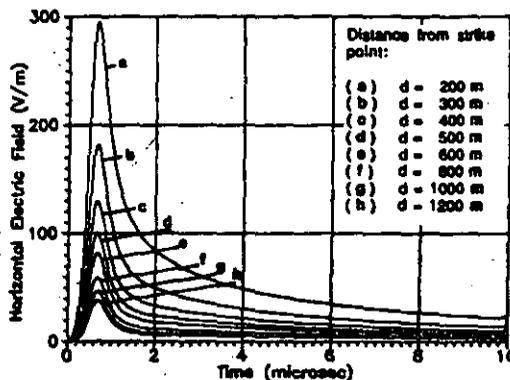


Figure A.3 Horizontal electric field due to finite ground conductivity (0.001 S/m) at various distances along the 1000 m line, current magnitude is 30 kA with 1.2 μ s risetime.

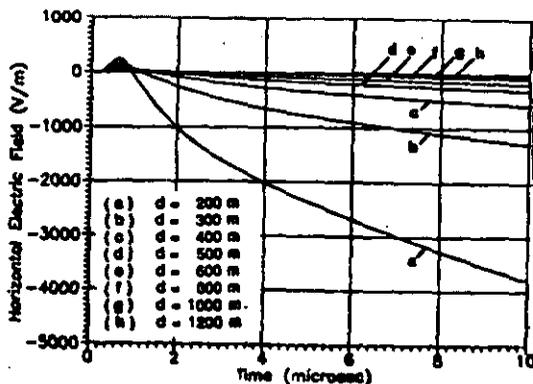


Figure A.4 Total horizontal electric field (including the electrostatic component) at various distances along the 1000 m line, current magnitude is 30 kA with 1.2 μ s risetime.

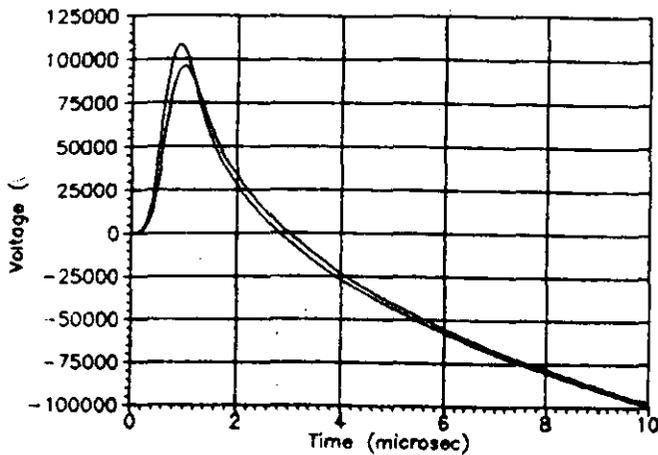


Figure A.5 Resulting induced voltage at the far end of the line, with and without including propagation effects. Current magnitude is 30 kA, 1.2 μ s risetime, ground conductivity is 0.001 S/m. Strike point is 200m away from line termination A.

REFERENCES

- [1] Rusck, S. "Induced lightning overvoltages on power transmission lines with special reference to the overvoltage protection of low-voltage networks", Trans. of the Royal Inst. of Technology, no. 120, Stockholm, Sweden 1958.
- [2] Eriksson, A.J., Stringfellow M.F. and Neal, D.V., "Lightning induced voltages on overhead distribution lines", IEEE Trans. on PAS, vol. PAS-101, p. 960-968, 1982.
- [3] Master, M.J. and Uman, M.A., "Lightning induced voltages on power lines: Theory", IEEE Trans. on PAS, vol. PAS-103, p. 2502-2518, September 1984.
- [4] Cooray, V. and de la Rosa, F., "Shapes and amplitudes of the initial peaks of lightning-induced voltages in power lines over a finitely conductive earth: Theory & comparison with experiment", IEEE Trans. on Ant. and Prop., vol. AP-34, p. 88-92, January 1986.
- [5] Cooray, V., "A Return Stroke Model", Proceedings of the 1989 International Conference on Lightning and Static Electricity, University of Bath, United Kingdom, p. 6B.4.4-4.6, September 1989.
- [6] Hermosillo, V.F., "Attenuation and distortion of transient surges propagating on a single horizontal overhead line over a finitely conductive earth plane", ISSN 0349-8352, URIS 228-90, Trans. of the Institute of High Voltage Research, Uppsala University, Sweden, 1990.
- [7] Heidler, F., "Analytische Blitzstromfunktion zur LEMP Berechnung", Trans. of the 18th Int. Conf. on Lightning Protection ICLP'85, Munich, 1985.
- [8] Norton, K.A., "Propagation of radio waves at the surface of the earth and in the upper atmosphere-Part II", Proc. IRE, 25, p. 1203-1236, 1937.

[9] Bannister, P.R., "Applications of complex image theory", Radio Science, vol.21, no.4, p.605-616, July-August 1986.

[10] Sunde, E.D., Earth Conduction Effects in Transmission Systems, Dover Publications, New York, 1968.

[11] Berger, K., Anderson, R.B. and Kroninger, H., "Parameters of lightning flashes", Electra, 40, p. 101-119, 1975.

[12] Weldman, C.D. and Krider, E.P., "Sub-microsecond risetimes in lightning return stroke fields", Geophysical Research Letters, vol.7, p. 995-998, 1980.

[13] Hermosillo, V.F., "A worst case study of lightning induced voltages on overhead lines", Trans. of the 20th Int. Conf. on Lightning Protection ICLP'90, p. 4.10/1-6, Interlaken, Switzerland, 1990.

[14] Whitehead, E.R., "Protection of transmission lines", Lightning, edited by R.H. Golde, chapter 22, Academic Press, London, 1977.

[15] Yokoyama, S., Miyake, K., Mitani, H. and Yamazaki, N., "Advanced observations of lightning induced voltage on power distribution lines", IEEE Trans. on PAS, vol. PWRD-1, no. 2, p. 129-139, April 1986.

ACKNOWLEDGEMENTS

Support given by the Comision Federal de Electricidad and by the Institute of High Voltage Research of Uppsala University is greatly appreciated. Funding for this research has been provided through grants from the Swedish Institute and the Swedish Natural Science Research Council.



Victor F. Hermosillo, born in Mexico City on January 15, 1962. He received his Bachelor of Science in electrical engineering from the Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey in 1984, the degree of Master in Science in electrical engineering from The Ohio State University in 1987. He was granted the "Council of Europe Guest/Research Scholarship" by the Swedish government for a two year stay at the Institute of High Voltage Research of Uppsala University and The Royal Technical Institute of Stockholm, Sweden. In 1989 he received the degree of Thack. Licenciat in Electricity from Uppsala University. Since 1990 he has been Head of the Office of Transmission Studies at the Comision Federal de Electricidad and Professor at the Universidad Nacional Autonoma de Mexico.

His research interests include power systems transients, lightning protection and high voltage engineering. He is a member of the IEEE Power Systems Society and the Dielectrics and Electrical Insulation Society.

Limiting Overvoltages in EHV and UHV Networks

(BROWN-BOVERI REVIEW, DEC. 1970,
PP. 554-561)

34

G. Köppl and E. Ruoss

021.316.933

This contribution deals with the manifold switching operations and network parameters which affect the size and shape of switching overvoltages. Special attention is paid to means of limiting overvoltages occurring today and expected in the future. This is followed by a review of the main problems which require further investigation.

network, so that the results cannot be checked. In order that the results of various studies may be compared, it is necessary to compare all important parameters of the network and the switchgear that influence switching overvoltages.

Survey of Possible Switching Operations

In EHV and UHV networks there are a number of switching operations which merit particular attention in relation to switching surges. They are often associated with long transmission lines, e.g. several hundred kilometres long.

Before the most important switching operations are dealt with, a general layout of a UHV transmission system will first be considered. The Figure depicts a system transmitting power from station A to B. At the point C a switching station is arranged in the run of the line, with busbars to which feeders may be connected.

In the first construction phase of an EHV network, the input side often consists of one power station only; however, in addition to the generators and transformers, a local supply, there may also be lines to remote power stations or loads.

The transmission system consists of one or more lines which may be equipped with series or shunt compensation. The station at the receiving end may, in principle, closely resemble the supply station, or it may be purely a transformer station distributing the power in a subordinate network operating at a lower voltage.

Table I summarizes the most important switching operations that may produce switching overvoltages. All these operations have been described comprehensively in the literature [1-12] and will therefore not be dealt with individually here.

Introduction

In EHV and UHV networks with rated voltages of, say, 765 kV or more, the question of insulation has become the most important problem. On the one hand there seems to be an upper physical limit of the insulation strength and no simple method of rising above it, and on the other, the cost of attaining an insulation level in the vicinity of this limit is extremely high. Therefore, it is necessary to restrict all overvoltages to an acceptable level.

In the literature on switching overvoltages that has been available so far [1-12] results were published about tests performed in actual networks, as well as those obtained with transient network analysers and digital computers. The conclusions drawn by the different authors sometimes appear to contradict one another. Unfortunately most of these papers fail to give sufficient information about the

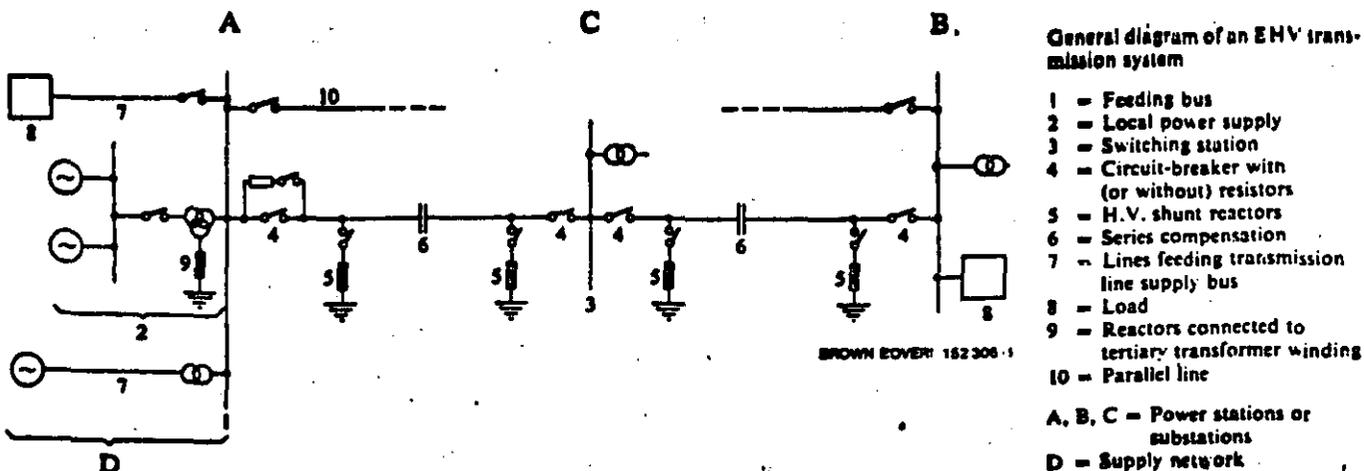


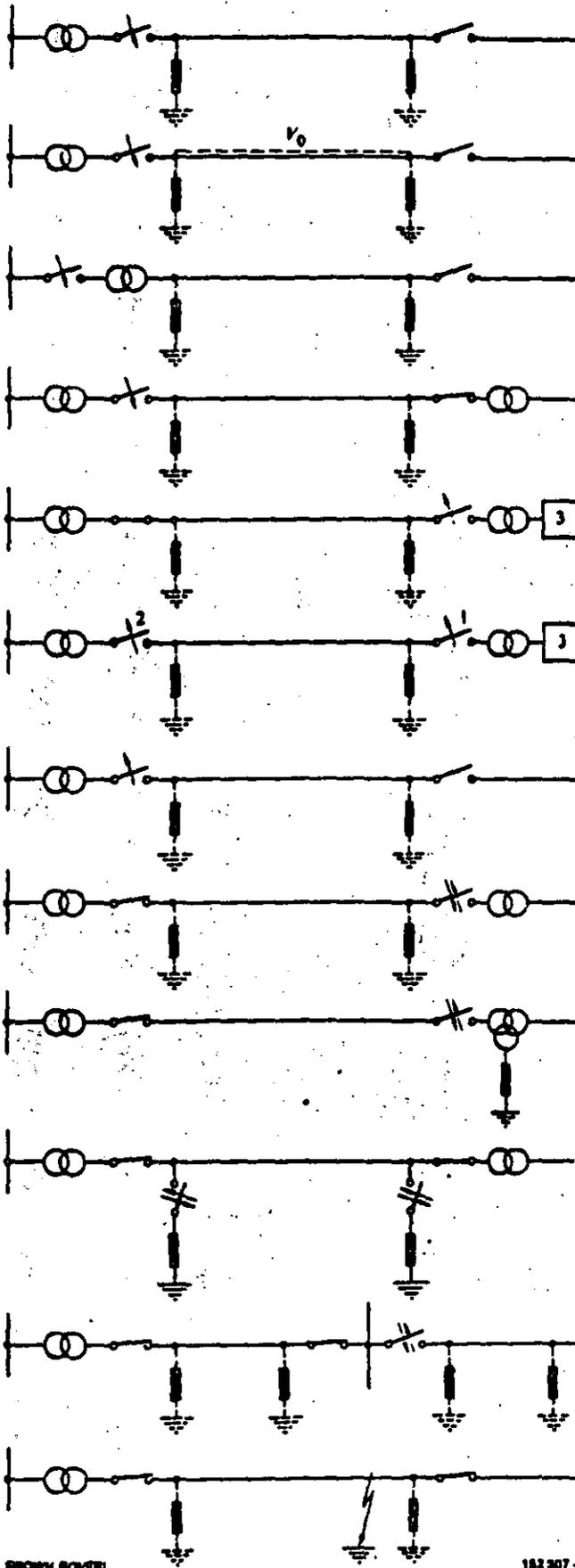
Table 1: Summary of the more important switching operations which can lead to switching overvoltages.

Switching operation

Basic diagram

35

1. Line energization
2. Reclosing (energization of a line with trapped charge)
3. Low voltage side energization of a line
4. Energizing a line terminated by an unloaded transformer
5. Load rejection at the receiving end of a line
7.10.1964
6. Load rejection at the receiving end of a line followed by line dropping at the sending end
7.10.1964
7. Interrupting lines at no-load (line dropping)
7.10.1964
8. Switching of transformers at no-load
9. Switching reactor-loaded transformers
10. Switching h.v. reactors
11. Switching at intermediate substations
12. Initiation of a single-phase to earth fault without a switching operation



BROWN BOVERI

182 307-1

Table II: Summary of the more important parameters of network components, configurations, breakers and operation

36

1. Network parameters	
1.1 Network components	
1.1.1 Lines, cables, busbars	Positive and zero sequence system inductance, resistance and capacitance Frequency dependence of the positive and zero sequence system line parameters Surge impedance Velocity of wave propagation
1.1.2 Power transformers, inductive potential transformers	Transformer short-circuit reactance Frequency dependent damping factors of transients Saturation curves
1.1.3 Generators	Transient or subtransient reactance Frequency dependent damping of transient phenomena Saturation
1.1.4 Shunt reactors	Damping of transients (frequency dependent) Saturation
1.2 Network connections and configuration	
1.2.1 Supply side	Short-circuit power Local power station or lines feeding a bus Parallel lines to the line to be switched Load connected to supply side Interconnection of network Supply side reactor connected to transformer secondary or tertiary Transformer connection
1.2.2 Line side	Line length Parallel compensation (Shunt reactors) Series compensation (capacitors) Line termination (open or transformer termination) Inductive potential transformers connected to the line or not With/without intermediate switching station
2. Circuit-breaker parameters	Dielectric closing or opening characteristics Operation sequence of the three poles of breaker Max. pole span (mechanical and electrical) of main contacts Max. pole span (mechanical and electrical) of resistor contacts Ohmic values of resistors Insertion time of the resistors
3. Service parameters	Power frequency voltage Power frequency Operation duty of circuit-breaker Value of trapped charge on the line to be switched Corona Saturation Transmitted load and/or excitation state of generators Fault conditions and fault location if fault present Parallel lines in operation or not Random parameters: switching angle

In each of the switching operations referred to above, the transient shape of the surges and the variation of the power-frequency voltage are influenced by a large number of network and switchgear parameters. Not all these parameters have the same degree of influence and also this may differ from one type of switching operation to another.

Table II summarizes the most important parameters of the network components, the layout of the network, the circuit-breakers and the system operation.

When investigating switching overvoltages on a transient network analyser or when calculating with the aid of computers, it is essential to know the factors influencing the phenomena during a particular switching operation. Only in this way can one be certain that realistic, comparable results are obtained. The same also applies when measurements from network tests are compared with one another.

Special attention must be paid to the variation with frequency of the line, transformer and generator data, as well as the influence of saturation and corona. In this connection some interesting new facts have been brought to light in recent years [2, 4, 5, 6].

Shape and Amplitude of Switching Overvoltages, Insulation Strength and Permissible Switching Overvoltages

The basic size and shape of switching overvoltages are well known today. Both vary over a wide range which, in view of the different kinds of switching operation (Table I) and the numerous parameters (Table II) is quite understandable. Although a large number of isolated cases have been explained by field tests, model measurements and calculation, there is still a long way to go before knowledge of switching surges occurring, or likely to occur, is anything like complete. At present it is not possible to provide an adequate picture supported by statistics. From these sources it may merely be stated that switching surges may be expected to be roughly within the following range: In the majority of cases the amplitudes of closing voltages are around $k < 2.5$ but rarely is $k > 3$ (where k = switching surge factor). Only when closing a line carrying a trapped charge can higher values occur. The rise times of switching surges are generally between about 100 and 5000 μ s.

Dielectric Strength

The insulation of arrangements in free air, e.g. supporting insulators or strings, give rise to particular difficulties at very high rated voltages because the electric strength cannot be increased arbitrarily, simply by enlarging the insulation distances. Consequently, present attempts to reach higher rated voltage levels (e.g. over 1000 kV) are centred on keeping all kinds of overvoltages down to a suitably low value. Since it is known from experience

that in extra and ultra high-voltage networks, the only problem of any significance that remains is that of switching overvoltages. In this respect it must still be borne in mind that, as a function of the rise time of a voltage surge, the dielectric strength reaches a minimum at about 300 μ s.

The cost of insulation for a power transmission system is mostly due to the line. Therefore it is particularly important to study the switching voltages occurring on the line itself. They are accordingly given prime consideration here. It is assumed that no restriking occurs when the line is disconnected and that no repeated prearcing takes place on closing, but that once the closing arc has struck, the current continues to flow without further interruption. Under these conditions it is found that the highest overvoltages occur when energizing the line, in other words they determine the dimensions of the insulation and the measures required for limitation.

In our opinion the following factors can be tolerated as regards the magnitude of permissible switching overvoltages (k being a multiple of $U_n \cdot \sqrt{2}/\sqrt{3}$):

U_n	kV	245	525	750	1000
k		3.0	2.5	2.0	<2.0

Means of Reducing Switching Overvoltages

Experience gained to date shows that at rated voltages below 420 kV, either no reduction or only a slight reduction of switching overvoltages is necessary, whereas at the ultra-high voltages drastic measures are unavoidable. Table III lists methods used so far for limiting switching overvoltages. Since the total overvoltage comprises a transient component and a power-frequency component, it is important to aim at keeping both small.

The Power-Frequency Voltage

In the case of no-load lines and especially after load shedding, this component can best be limited by means of shunt reactors as shown in case 1, Table III. Under certain circumstances it would be desirable for these reactors to be disconnected from the line when it is under normal load and this has led to the suggestion that they should be switched in only during switching operations or for critical periods of operation [9, 11].

Reducing the Transient Component

This component can be reduced by a variety of measures which may be summarized as follows:

- Creating favourable conditions in the network prior to switching
- Damping the transient oscillation
- Switching at a favourable momentary value of the service voltage
- Limiting the overvoltage by arresters.

Favourable Conditions Prior to Switching

In EHV and UHV systems the overvoltages resulting from energizing lines with the far end open are higher than those caused by other switching operations. This is dealt with in greater detail in Table III. The line to be energized may still possess a residual charge from a preceding switching operation, e.g. following the triple-pole interruption of a single-phase to earth fault, or following load shedding at the end of the line, succeeded by interrupting the line.

When autoreclosure is used, closure has to take place on an uncompensated line precharged with a direct voltage.

Where the line is compensated with high-voltage reactors, however, there is no d.c. charge; instead, when disconnecting the line a free oscillation is initiated between the capacitance of the line and the inductance of the reactor, and this can last for several seconds. Here, too, the unfavourable condition may arise where, at the instant of closure, the voltages at the terminals on either side of the breaker pole are at full opposition.

When energizing a line carrying a trapped charge, the overvoltages produced are much higher than where the line is not carrying any charge. Provided that steps are taken to ensure that the line is always discharged before closing, it is often possible to keep the overvoltages down to a sufficiently low level without additional means of limitation.

Means of discharging the precharged line are listed under case 2 in Table III. For instance, following an interruption the unloaded line can be discharged by briefly inserting a resistor (2.1). A similar effect is achieved when inductive voltage transformers are connected to the line, this being a simpler solution than fitting a discharge resistor. If the line is disconnected on the low-voltage side, discharge takes place through the transformer, the neutral of which is assumed to be solidly earthed (2.2 and 2.3 in Table III).

If the circuit-breaker is equipped with opening resistors, the line is at least partly discharged on interruption. The reduction in charge depends on the value of the resistance and the insertion time of the resistor and also on the length of the line and the conditions prevailing when the current at the resistor is interrupted.

Single-pole autoreclosure would prevent the occurrence of a precharge when interrupting a single-phase earth fault. The difficulty in applying this, however, is that at high voltages and with long lines, the residual arc caused by inductive and capacitive coupling between the healthy phases and the faulty phase may possibly not be extinguished during the dead time of the autoreclosing operation.

For transmission lines compensated with shunt reactors, a damping resistor may be briefly inserted in the reactor circuit in order to damp the voltage oscillation produced

by the capacitance of the interrupted line and the inductance of the reactors, when the line is disconnected (2.6 in Table III). A resistor of this kind may also be briefly inserted in the run of the line to achieve the same effect. As described in the following section, this resistor could be used for damping closing overvoltages (3.4 in Table III) [3].

Damping the Transient Component of Switching Overvoltages

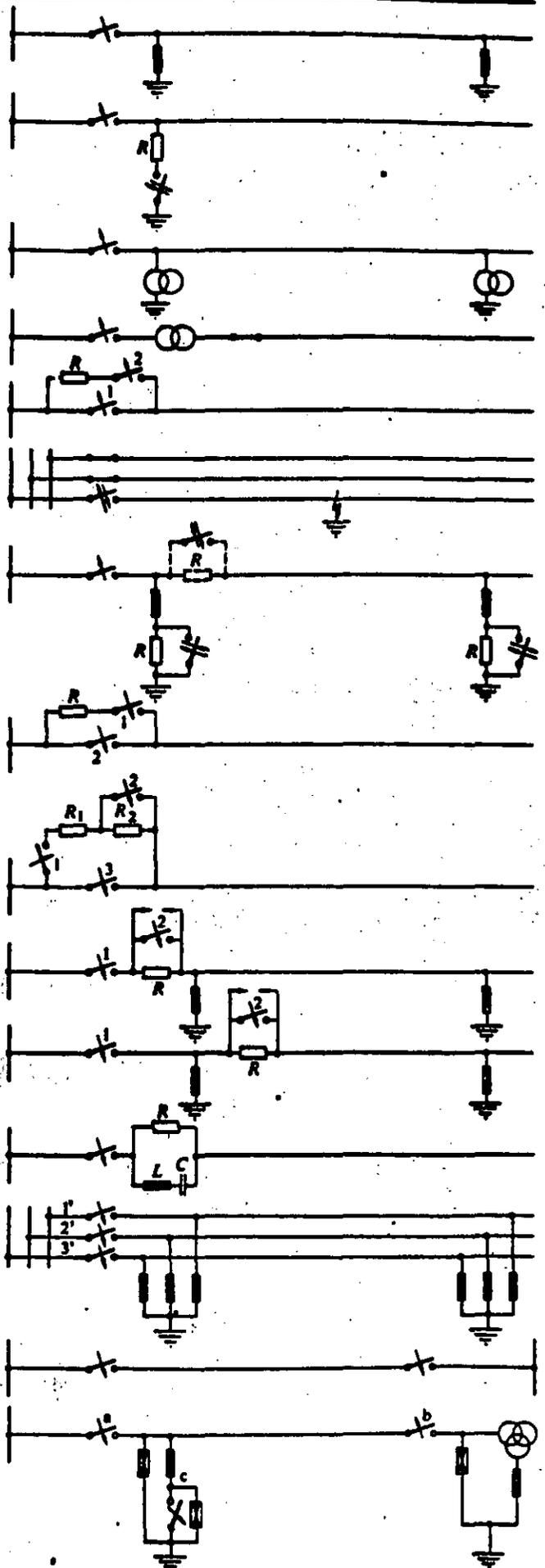
If the maximum overvoltage has to be reduced to a still lower value, the line may be energized through damping resistors. Some possible solutions are listed under heading 3 in Table III. Voltage is first applied to the line through a resistor, shortly after which (e.g. about 8 ms) the resistor is short-circuited. Since overvoltages are produced, both when the resistor is switched in and when it is short-circuited, there are optimum values for the value of the resistance and the time during which it is inserted, such that the lowest possible switching overvoltages result. The optimum resistance is somewhere between 0.5 and 2 times the value of the surge impedance of the line. Even better damping of the overvoltages can be achieved by using two or more resistance stages (3.1 and 3.2 in Table III). It must be borne in mind, however, that in this case the more resistance stages provided, the more complicated the switchgear becomes, because each resistor must be allocated its own switch.

Cases 3.3 and 3.4 in Table III deal with an arrangement of the closing resistor where the resistor and the corresponding parallel break are protected by a spark gap. In this case the resistor need be designed for only a relatively low voltage [3].

The initiation of an earth fault on the line may also prove the cause of a surge wave of the transmission line. To prevent this overvoltage from occurring it has been proposed that the line be terminated with a resonant circuit (see 3.5 in Table III). L and C are tuned to the service frequency so that in normal operating conditions the resistor R is not stressed. When the line is switched on at no load, the resistor would damp the closing surge. This solution involves the use of very large and expensive capacitors and inductances with high reactive powers in the series L - C connection. In addition, the overvoltages are less effectively damped than when closing resistors alone are employed.

39

1. High voltage shunt reactors connected to the line to reduce power-frequency overvoltage
2. Eliminating or reducing trapped charge by:
 - 2.1 Line shunting after interruption
 - 2.2 Line discharge by magnetic potential transformers
 - 2.3 Low voltage side disconnection of the line
 - 2.4 Opening resistors
 - 2.5 Single-phase reclosing
 - 2.6 Damping of line voltage oscillation after disconnecting a line equipped with h.v. reactors
3. Damping the transient oscillation of the switching overvoltages
 - 3.1 Single-stage closing resistor insertion
 - 3.2 Multi-stage closing resistor insertion
 - 3.3 Closing resistor in-line between circuit-breaker and shunt reactor
 - 3.4 Closing resistor in-line on the line side of the shunt reactor
 - 3.5 Resonance circuit (surge absorber) connected to the line
4. Switching at favourable switching moments:
 - 4.1 Synchronized closing
 - 4.2 Reclosing at voltage minimum of a beat across the breaker
5. Simultaneous closing at both ends of the line
6. Limitation by surge arresters when
 - energizing line at no-load (a)
 - disconnecting reactor-loaded transformers (b)
 - disconnecting high-voltage reactors (c)



Switching at a Favourable Momentary Value of the Service Voltage

If the line breaker is closed at that moment when there is no difference in voltage between the line and the supply side of the breaker, the transient component of the overvoltage can be prevented or reduced. This is known as synchronous switching. Each pole of the breaker has to be separately and accurately controlled. The most favourable moment of switching is determined by a small computer which has to take into account the state of the voltage on the line and supply side, as well as the influence exerted by the phases on one another. Since the diversity in the inherent mechanical operating times of the breaker poles also has to be taken into account, the technical outlay needed to ensure reliable functioning may prove very large [7]. This solution can therefore not be considered on the basis of a separate entity. On the other hand it could be feasible if used in conjunction with a single-stage resistor so that accuracy requirements are not too stringent. When a compensated line has been interrupted, the oscillation between the inductance of the reactor and the capacitance of the line has a slightly different frequency to the service frequency. This causes a voltage beat across the open breaker, which could be put to good advantage with autoreclosure, in that the breaker was reclosed at the moment the beat amplitude was a minimum. Although this would result in a low overvoltage during reclosure, but other means will still have to be provided to keep the overvoltages down to a sufficiently low value when the line is closed normally at no-load (4 in Table III).

Simultaneous Closing at Both Ends of the Line

Measurements on network analysers have shown that the closing overvoltages can be reduced by about 10 to 20% if closing takes place at both ends of the line simultaneously. It is naturally assumed that the two systems to be connected are running at least nearly synchronously. In addition, closing can take place at any desired instantaneous value of the voltage at service frequency. The effectiveness of this measure depends on whether it is feasible in practice to close both ends simultaneously. There is no real gain if the discrepancy is more than ± 2 ms. (Case 5 of Table III.)

Closing at Reduced Voltage

In order to complete the picture it should be mentioned that the closing overvoltages can also be cut by closing on a reduced driving voltage. In effect this voltage reduction

could be achieved on a temporary basis such as by putting an impedance (choke or resistor) into the circuit for a short time.

Limiting Overvoltages by Arresters

Conventional types of lightning arrester enable the switching overvoltages on closing to be limited in cases where overvoltage factors of 2 or more are permissible. If the factor is less than 2, special measures may have to be adopted. When transformers are disconnected at no-load, only low surges may be expected, thanks to advances in technology [6]. When transformers loaded with reactors, or when shunt reactors are disconnected, the switching surges can quite easily be reduced to harmless values by arresters.

Conclusions

The higher the rated voltages of transmission systems rise, the greater the necessity for finding an economical compromise between the insulation level and the switching overvoltages. However, this demands extensive, systematic knowledge of the shape and size of the overvoltages. In particular, the following problems have to be investigated:

- Numerical determination of as many voltage transients as possible, allowing sufficient variation of the relevant parameters. The switching overvoltages between the phases of the three-phase system are also involved.
- Drawing up statistics of switching overvoltages. Confrontation of these statistics with the statistics of the dielectric strength of high-voltage insulation systems. Putting forward a fair compromise between insulation and admissible switching surges.
- Continued investigation of the technical and economic means for limitation of switching overvoltages.

For rated voltages up to and including 420 kV only minor or relatively insignificant measures are needed for limiting switching overvoltages, whereas at the higher voltages it may be necessary to take extensive precautions in order to obtain the desired low overvoltage factors.

The disconnection of transformers at no-load or loaded with reactors, as well as of shunt reactors, may be dealt with separately from the other switching operations. Under certain circumstances the transformers and reactors may be designed to have a different BIL from the transmission line. In some cases it may be necessary to accept

a higher insulation level on the station side and for the shunt reactors, than for the transmission line.

Measures for limiting switching overvoltages must not only be provided to cater for the transient component, but also for the power-frequency component. The latter cannot be reduced by measures implemented at the switch-gear.

If the switching overvoltage can be ≥ 2 , the overvoltages can be limited by lightning arresters or damping resistors which are either combined with the line breaker or inserted briefly during the switching operation. Synchronous switching can hardly be recommended because of the practical difficulties and restricted feasibility.

At ultra-high rated voltages, for which overvoltage factors of less than 2 are stipulated, it must not be overlooked that other kinds of large overvoltage may occur, e.g. a single-phase to earth fault, cannot easily be avoided by conventional methods.

A general shifting of the responsibility for overvoltage problems onto the circuit-breaker is surely not the proper solution. The overall reliability of the breaker must on no account be jeopardized by complicated extra equipment. It must also be borne in mind that apart from closing on no-load lines the breaker has many other important tasks to carry out.

Bibliography

[1] *P. Baltensperger, E. Ruoss*: Switching overvoltages in EHV and UHV networks. CIGRE Report No. 13-14, 1970.

[2] *H. Glavitsch, H. Karrenbauer, O. Völcker*: Einfluss verschiedener Netzparameter auf Höhe und Verlauf von Schaltspannungen. *Elektrotech. Z. - A* 1970 91 (4) 206-211.

[3] *P. Baltensperger, P. Djurdjević*: Damping of switching overvoltages in EHV networks - New economic aspects and solutions. *Pwr Appar. & Syst.* 1969 88 (7) 1014-1022.

[4] *E. Ruoss, P. Djurdjević*: Network analyser for studying transient phenomena in high-voltage networks. *Brown Boveri Rev.* 1968 55 (12) 734-739.

[5] *H. Glavitsch, E. Ruoss*: Transient voltages caused by the operation of circuit-breakers: Switching overvoltages when closing lines at no-load. CIGRE Report No. 13-05, 1968.

[6] *P. Baltensperger, E. Ruoss*: Report on the work of CIGRE Study Committee No. 3. CIGRE Report No. 13-01, 1968, App. I.

[7] *H. Glavitsch, P. Petitpierre, E. Ruoss*: The influence of the circuit-breaker on switching surges in EHV networks. *Brown Boveri Rev.* 1968 55 (4/5) 167-174.

[8] *E. Sarbach*: The switching surge operating duty of lightning arresters. IEEE Conference 1967, Paper 31 67-109.

[9] *H. Glavitsch*: Problems associated with switching surges in EHV networks. *Brown Boveri Rev.* 1966 53 (4/5) 267-277.

[10] *E. Sarbach*: Limitation of switching surges by arresters and the effect of network parameters and arrester stresses. *Brown Boveri Rev.* 1966 53 (4/5) 291-297.

[11] *J. Glavitsch*: Power-frequency overvoltages in EHV systems. *Brown Boveri Rev.* 1964 51 (1/2) 21-32.

[12] *A. Hanspurg, G.S. Vassell, G.I. Stillman, J.H. Char-kow, J.C. Haahr*: Overvoltages on the AEP 765 kV system. *Pwr Appar. & Syst.* 1969 88 (9) 1329-1342.

Another important kind of 50 Hz overvoltage occurs on the sound phases of a system if one or two phases are affected by a fault. The magnitudes of these overvoltages depend on the ratio between the zero sequence and positive sequence impedance of the system, Z_0/Z_1 , as seen from the location of the fault.

Generally not so much understood as the above listed overvoltages are temporary overvoltages in grounded systems caused by single phase switching, which is equivalent to open conductor conditions. It is shown in almost all text books that a broken conductor or the blowing of a fuse or the non-simultaneous opening or closing of breaker contacts in the feeder circuit of transformers with isolated neutral in grounded neutral systems or of transformers with earthed neutrals in isolated neutral systems can be the cause of high overvoltages (jump phenomena in an R-L-C circuit). Less evidence is given to the fact that also in systems with all neutrals grounded but with one or two phase-conductors open higher overvoltages are able to occur under certain conditions. Such faults are characterized by a series-parallel connection of the sequence networks. If in a given system configuration the positive and negative sequence networks are capacitive in character, while the zero sequence network is inductive (or vice-versa), the series-parallel connection of these networks may result in resonance phenomena. In some cases theoretical overvoltages of five or more p.u. of the nominal voltages have been calculated or measured on TNA's. In real systems corona, additional losses and non-linearities will reduce these figures considerably (see table 1). The calculation methods of these types of overvoltages need therefore perfection.

Table 1

Comparison of calculated temporary overvoltage magnitudes with values measured during staged field tests under open conductor conditions

Country	Measured in real networks (p.u.)	Measured on TNAs or in the system with low voltage (p.u.)	Calculation (p.u.)
Australia	1.5 1.5	-	3 2.5
Czechoslovakia	1.87, 1.88, 1.94 1.38 1.50	2.7 - -	4.56 1.37 1.28
USSR	1.9 1.1 1.75 0.8 1.5 0.7 1.45 0.6	3.05 - 2.4 1.1 2.6 - 2.1 -	3.05 1.42 4.9 0.8 2.45 1.15 4.25 0.7

Note : The investigated networks consisted in principle of two sub-stations with step-up transformers and with (or without) shunt reactors on the low voltage side of the transformers. The sub-stations were interconnected by an overhead line ; it was supposed that one or two conductors of the line were broken.

Other types of temporary overvoltages of this group (ferro-resonant effect in non-earthed networks, the self-excitation of synchronous machines, weakly damped transients such as those appearing on transformer feeders) which are of little significance in EHV and UHV systems are not dealt with here.

2.2 Temporary overvoltages - Group two. The two following cases are of practical importance.

VV. 55

a) **Steady state resonance** - A typical circuit is shown on Figure 1a), its equivalent circuit is given on Figure 1b)

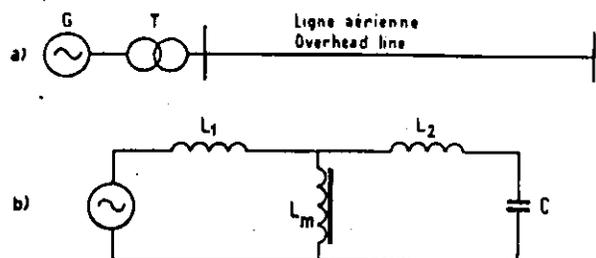


Figure 1 - Circuit in which the occurrence of resonance phenomena at higher harmonics is possible.

L_1, L_m - short-circuit and magnetizing inductance of the transformer

L_2, C - inductance and capacitance of the overhead line.

The magnetizing current flowing through the non-linear inductance L contains a fundamental frequency component and components of odd higher harmonics. If the natural frequency of the linear part of the circuit, i. e.

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C}}$$

is equal to one of the higher harmonic frequencies, higher odd harmonic overvoltages will be caused at various points in the actual network. If the transformer has one of the windings delta connected only the 5th and higher harmonics can cause overvoltages in the actual network the third harmonics being reduced by the delta winding.

In a circuit like that of Figure 1 also even higher-harmonic steady-state overvoltages might occur. The physical background of these overvoltages is a parametric excitation of frequencies $2k\omega$ (where ω is the angular power frequency and $k = 1, 2, 3 \dots$) caused by the non-linear magnetizing inductance of the power transformer. If a sinewave voltage is applied to this inductance its magnitude changes periodically at an angular frequency of 2ω and resonance may take place if certain conditions and correlations between the circuit parameters and the external voltage exist.

The important feature of this resonance is that inside the self-excitation region the active losses of the system (resistance of conductors, corona, surge diverter, etc.) will not limit the amplitudes of these overvoltages. On the other side due to active losses the regions inside of which self-excitation is possible, will become very narrow, and already at relatively low losses, the width of this region becomes practically zero.

Though theoretical calculations and model measurements prove the possibility of the parametric excitation of even, and particularly second higher harmonics the authors have evidence of one case in real system only [10]. This is due to the fact that in the theoretical and laboratory investigations, the active losses were assumed too low.

b) Transient resonance - Transient resonance phenomena must also be classified as temporary overvoltages as they usually have low damping and a long duration. Their occurrence is due to the switching of transformer terminated (but unloaded) lines, to the secondary switching of unloaded lines or due to the elimination of faults (disconnection of faulted phases), if the fault occurred outside the block formed by a transformer permanently connected to a line. In these cases the transmission line is energized (or re-energized) in one block together with the non-excited transformer and the magnetic flux of the transformer will contain, in addition to the fundamental 50 Hz harmonic, a very weakly damped unidirectional (aperiodic) component. This component is the cause for the appearance of the complete spectrum of harmonics, both odd and even, in the wave shapes of the magnetizing currents of the transformer.

If any of the free frequencies β_k in the linear part of the network happens to be within

$$0,85 k\omega < \beta_k < 1,15 k\omega ; k = 2, 3, 4, \dots$$

then higher harmonic overvoltages will appear and persist in the system until the aperiodic component in the magnetic flux has disappeared. An actual danger for EHV networks are second harmonics, though during tests in networks, also higher harmonics e.g. 3ω ; 4ω ; 5ω ; ... have been detected. Figure 2a shows an oscillogram of the transient resonance overvoltages at the second harmonic, which was obtained on the Kulbyshov-Moscow 500-kV transmission line during its secondary switching.

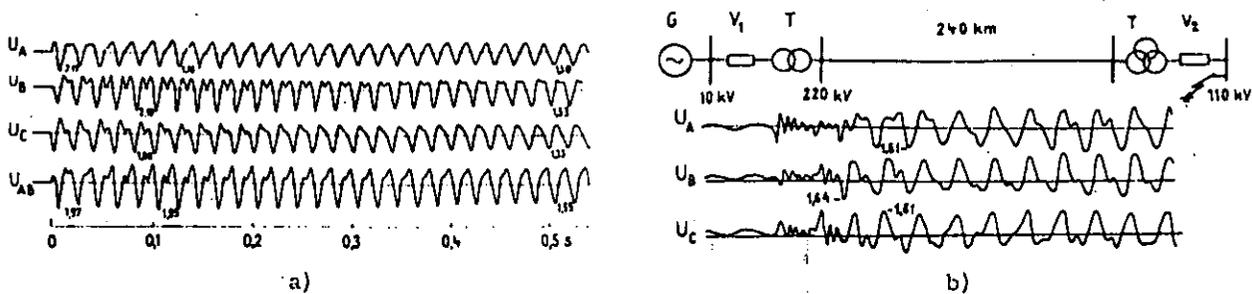


Figure 2a - Transient resonance overvoltages at 2ω harmonics ; secondary switching of the 500 kV transmission Kuibyshev-Moscow, U_A , U_B , U_C phase-to-ground voltages ; U_{AB} phase-to-phase voltage.

Figure 2b - Transient resonance overvoltages at 2ω harmonics caused by the elimination of a 3-phase short-circuit outside the block transmission, circuit-breaker V_2 is clearing, U_A , U_B , U_C ... phase-to-ground voltages.

Figure 2b shows an oscillogram of transient resonance overvoltage on a 220 kV line caused by the elimination of a three-phase short-circuit outside the block transmission (circuit-breaker V_2 was clearing the fault).

2.3 Temporary overvoltages. Group three - Sub-harmonic oscillations (frequency division) - i.e. periodic oscillations at lower frequencies ($\frac{n}{m} \omega$) than the power frequency ω (n and m are integer numbers and $n < m$) - give rise to sub-harmonic overvoltages in a series circuit if the capacitive reactance resonates at a sub-harmonic frequency with the inductive element.

In practice they can occur :

- on transmission lines with series compensation, if after e.g. the clearing of a fault the series capacitor remains connected between the e.m.f. of the source (one side feeding) and a non linear inductance e.g. a shunt reactor ;
- if a power transformer remains connected to a source with a great capacitance as cables, lines, etc. after a fault condition or a normal or abnormal switching operation.

A deeper analysis shows that a powerful transient accompanied by a high current is needed for their generation. Sub-harmonic oscillations will not occur after a continuous voltage rise.

Two groups of requirements must be met in order that frequency division could actually take place, i.e. conditions for the existence of sub-harmonic resonance and conditions for its appearance. The conditions for the existence determine regions of correlations between random varying circuit parameters inside of which frequency division is possible. The conditions for the appearance are to a great extent determined by the character of the initial conditions and by the intensity of the preceding transient process.

The region of existence is very sensitive to active losses. The probability of satisfying the conditions for the appearance and existence of frequency division decreases rapidly if the losses increase even for a short period only.

It might therefore be very advantageous to use non-linear resistors of surge diverters as an active damping element in such resonant circuits.

3. PROBABILITY OF OCCURRENCE OF TEMPORARY OVERVOLTAGES

3.1 Group one - The magnitude of temporary overvoltages associated with the capacitance effect of no-loaded lines varies throughout the year at random between the values U_1 and U_2 .

$$U_1 < U < U_2$$

(1)

The magnitudes of U_1 and U_2 differ for each kind of switching operation and substantially depend on the network configuration and on the parameters of the line (fed from its sending end only), on the voltage level prior to a switching operation, on the degree of saturation of the transformer magnetic circuits, on the relay protection and automation, on the employed automatic field-regulation systems, on the location of the short-circuit, etc.

A calculation method as described below has been developed which enables to take into account all these variables and to determine with sufficient accuracy, the expected magnitudes of U_1 and U_2 for any transmission system including new designed systems.

A large number of actual data of the random yearly variation of the short-circuit power at the feeding buses and of the e.m.f. of the source has been collected from load dispatcher's and system operator's diaries of several systems in the USSR (over 80 thousand data). These data have been treated statistically and an expression for the probability density of the above mentioned parameter has been derived by a functional transformation of the empirical distributions. By inserting this function into the long line equations the following expression could be derived :

$$P_0(U_0 > U) = V \left[\left(\frac{1}{AU} - \epsilon \right)^{m+1} - \left(1 - \frac{1}{AU_1} \right)^{m+1} \right] \quad (2)$$

where

$$V = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{AU_2} \right)^{m+1} - \left(1 - \frac{1}{AU_1} \right)^{m+1}} \quad (3)$$

$$\epsilon = \frac{1}{AU_1} + \frac{1}{AU_2} - 1$$

Equ. (2) gives the probability that the steady-state overvoltage U_0 at the open end of the line will be higher than a given value U .

The factor $A < 1$ is the ratio between the sending end and the receiving end voltage of the open-ended line. When investigating the distribution function at the sending end, the factor A in formulae (2) and (3) is therefore to be set equal to unity. The value of the exponent m in formulae (2) and (3) is dependent on the manner of connection of the shunt reactors to the line. For transmission lines with permanently-connected shunt reactors, with shunt reactors which are disconnected by a controlled program at each automatic reclosing, and for transmission lines without shunt reactors, m is to be taken equal to 2. In case the shunt reactors are connected and disconnected following the actual transmitted power, the exponent $m = 0$.

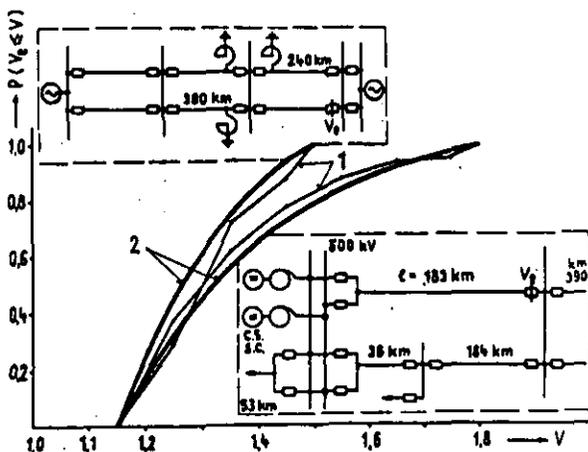


Figure 3 - Comparison of calculated (2) and experimentally determined (1) (by automatic recording) distribution functions of temporary overvoltage magnitudes in two 500 kV networks.

the yearly variation of the 50 Hz temporary overvoltage.

The probability distribution of the magnitudes of the voltages U_0 at the end of a line, calculated by means of equ. (2), (3) for two systems in which the temporary overvoltages have also been recorded by means of automatic devices agrees very well with the experimentally determined distribution function as may be seen on Figure 3.

3.2 Group two - As already stated, the probability of occurrence of odd higher harmonic steady state overvoltages which could impair the insulation and also the probability of occurrence of resonance overvoltages caused by the self-excitation of even higher harmonics are extremely low.

As mentioned above, of greatest interest for UHV systems is the transient resonance at an angular frequency of 2ω . The statistical distributions of transient resonance overvoltage amplitudes are skewed to the right and are dependent on U_1 and U_2 , i.e. on the limits of

3.3 Group three - The probability of the occurrence of sub-harmonic resonance is given by the product of two probabilities i.e. the probability that after the switching operation causing the resonance the conditions for its appearance are fulfilled and that also the conditions for its existence will persist. Calculations have shown that the product of these two probabilities exceeds the value 0.1 only very scarcely and it should be practically zero for a well designed system.

4. MAGNITUDES AND WAVESHAPES OF TEMPORARY OVERVOLTAGES

4.1 Group one - Calculations or model measurements of temporary overvoltages do not take into full consideration either the influence of corona or the influence of all other active losses. The magnitudes determined by these means must therefore be considered to be conservative (see Table I).

It was the authors' aim to collect from their own experience and also from the literature available data on the magnitudes of temporary overvoltages obtained under real conditions. The majority of these data are related to 50 Hz overvoltages (Group one). From staged field tests carried out in different countries comprising the switching of unloaded EHV lines (with and without residual charge, with and without shunt-reactors connected to the line), the secondary switching of EHV lines and the switching of transformer terminated lines, the 50 Hz temporary overvoltages in per unit of the source voltage (measured without the line connected) have been selected.

A trial was made to distinguish between typical system configurations when classifying the measured data. About ten such system configurations can be imagined but only for a few of them enough experimental data are available to calculate a cumulative frequency distribution of overvoltage magnitudes. These curves (for the sending end and for the receiving end of the line, open at the far end) are shown on Figures 4, 5 and 6 together with the corresponding typical schemes. Figures 4 applies for the so-called local feeding. Overvoltage values up to 2.4 p.u. were observed at the receiving end, the mean value being 1.15 p.u. Values higher than 1.5 p.u. correspond, however, to less realistic cases where long unloaded lines were connected to a source of low rated power if compared with the surge impedance load of the switched line.

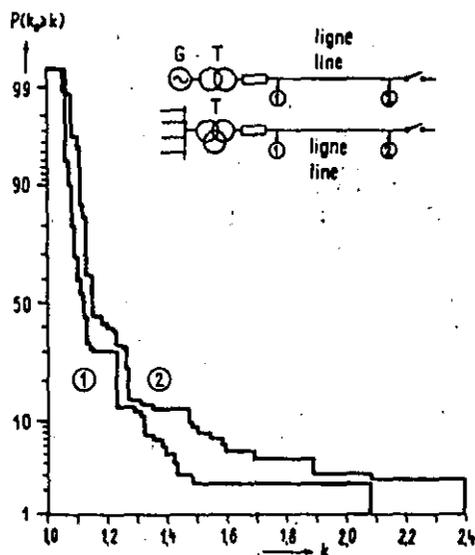


Figure 4 - Cumulative frequency curves of temporary overvoltage magnitudes for the sending end (1) and receiving end (2) of the line ; local feeding ; values from staged tests ; 230 measured values for each curve.

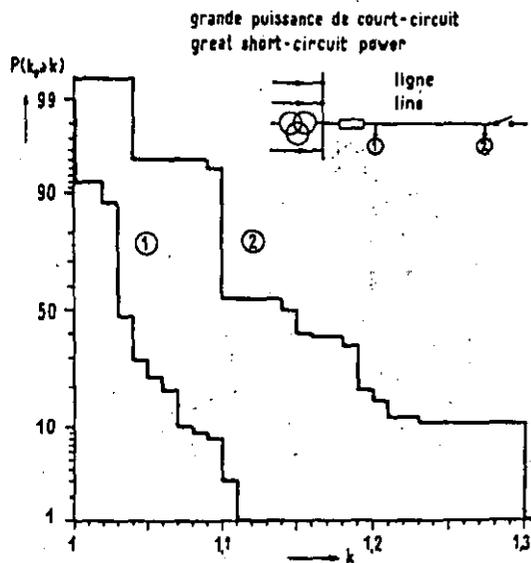


Figure 5 - Cumulative frequency curves of temporary overvoltage magnitudes for the sending end (1) and receiving end (2) of the line, fed from powerful bus-bars ; values from staged tests ; 100 measured values for each curve.

VI.59

Disregarding these higher values the remaining magnitudes of the per unit temporary overvoltages due to the capacitance effect are very close to the design per unit overvoltages 1.2 or 1.3 (for a shorter time) which are now under consideration for UHV systems. Almost the same applies for the sending end overvoltages.

Figure 5 corresponds to lines fed from more powerful bus-bars. The sending-end overvoltages have values between 1.00 and 1.12 p.u., the receiving-end overvoltages between 1.04 and 1.30 p.u.

On Figure 6 cumulative curves for the secondary switching of lines can be found with p.u. overvoltages between 1.05 and 1.48 for the sending end and between 1.10 and 1.69 for the receiving end.

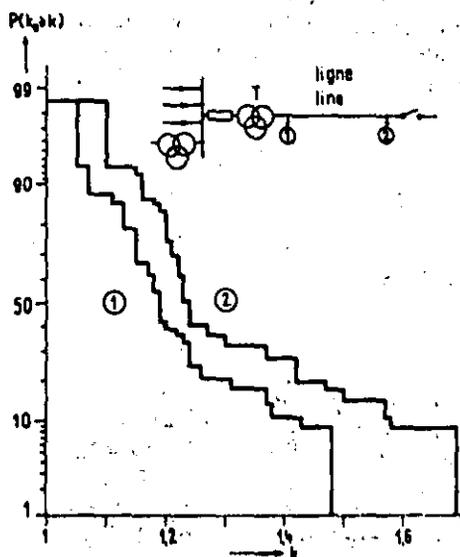


Figure 6 - Cumulative frequency curves of temporary overvoltage magnitudes for the sending end (1) and receiving end (2) of the line; case of secondary switching; values from staged tests; 70 measured values for each curve.

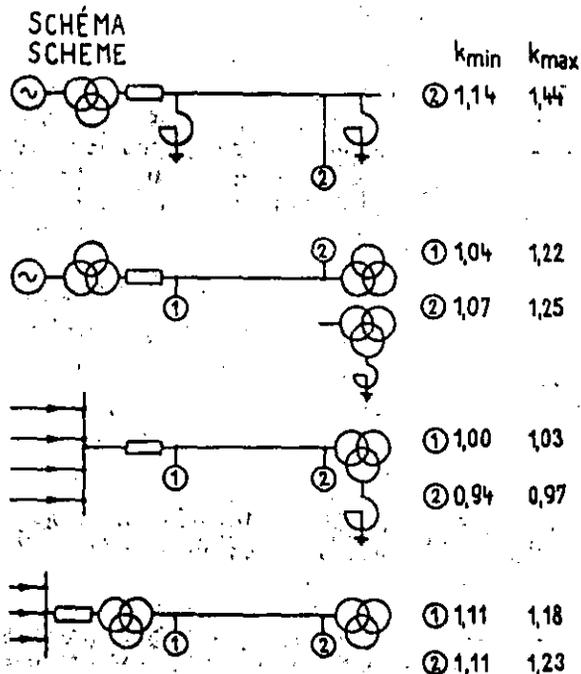


Figure 7 - Range of recorded magnitudes of temporary overvoltages for some typical system configurations; 4, 14, 9, 7 measured values for the different schemes above.

For some other system configurations the range of registered p.u. overvoltages can be seen on Figure 7.

In all those cases the overvoltages are lower than 1.25 p.u. except one case.

By comparing the curves of Figure 3 and Figure 4 which correspond to rather similar cases one can see that they are not contradictory.

Load rejection test in real system led to p.u. overvoltages ≤ 1.45 .

Little information is available on actual temporary overvoltage magnitudes caused by a single line-to-ground fault in the most unfavourable position on the line. From Finnish, Czechoslovak and other experiences the conclusion seems to be justified that these magnitudes will in EHV and UHV systems not be higher than 1.3 p.u., with the exception perhaps of open line ends.

The magnitudes of temporary overvoltages caused by single phase switching were the reason for a great many controversial discussions inside and outside the Study Committee.

It is shown in Table I that in real systems overvoltages higher than 2 p.u. seem to be unrealistic in spite of much higher theoretical values obtained by calculation.

- [7] SHUR, S.S. - Frequency division in complex circuits, comprising one non-linear element whose characteristics is close to the cubic binomial. (Bulletin of the Direct Current Scientific Research Institute, 1957, No. 2, p. 219-238). (in Russian).
- [8] JACZEWSKI, M. and SKOCZYNSKI, Z. - Measurements and calculations of dynamic over-voltages due to load disconnection. (CIGRE 1960, rep. 317).
- [9] KELLER-JACOBSEN, J. - Resonance-overvoltages in the 380 kV network. (Elteknik 3 (1960), No 5, p. 81-83).
- [10] KATTELUS, J. - A resonance phenomenon observed in the 400 kV system. (SÄHKO-Electricity in Finland 38 (1965), No 4, p. 137-140).
- [11] SHUR, S.S. - Statistical characteristics of the forced (steady-state) component of transient switching phenomena. (Bulletin of the Direct Current Scientific Research Institute, 1966, No 12, p. 70-82), (in Russian).
- [12] GERT, R. - Results of tests on 400-kV transmission lines. (Technical Digest 10 (1968) No 5, p. 291-298).
- [13] COLOMBO, A. - Sustained overvoltages in E.H.V. long transmission lines. (Working Document presented to CIGRE W.G. 33.02, 1968).
- [14] KAZATCHKOVA, E.I. and SHUR, S.S. - Probability of autoparametric self-excitation of even harmonics in a.c. transmission lines. (Bulletin of the USSR Academy of Sciences, Energie transport, 1969, No 3, p. 53-62). (in Russian).
- [15] GLAVITSCH, H. - Temporary Overvoltages ; (Report presented to the Colloquium of CIGRE Study Committee No. 33 in Sydney, 1969).
- [16] CALLOW, T.A. - Sustained overvoltages ; sustained 5th harmonics ; tail-end transformers. (Working Documents presented to CIGRE SC 33, 1969).
- [17] HARRISON, H.C. - Temporary overvoltages on 500 kV lines of the Victoria transmission system ; (Working Document presented to CIGRE SC 33 ; 1969).
- [18] FLUGUM, R.W. - Operation of lightning arresters on abnormal power frequency voltages. (IEEE Trans. Paper No. 70 TP-37-PWR, 1970).
- [19] CLERICI, A. and DIDRIKSEN, C.H. - Dynamic overvoltages and ferro-resonance found in switching surge studies for Iran 400 kV system ; (Working Document presented to CIGRE W.G. 13.05, 1970).
- [20] THORÉN, B. - Temporary overvoltages and surge diverter ratings ; (Working Document presented to CIGRE W.G. 33.02, 1971).
- [21] DORSCH, H. - TNA measurement of temporary overvoltages. (Private communication, June, 1971).
- [22] LEECH, W. - Ferro-resonance test. (Private communication, June, 1971).

APPENDIX

Time duration of transient resonance overvoltages caused by a scheduled switching operation :

$$T_r = \frac{1}{R} \int_{\Delta\psi - E \sin \delta}^{0.1\psi_H} \frac{dx}{\sum_{n=0}^n v_n(E) \cdot x^{2n+1}}$$

R is the total ohmic resistance between the source e.m.f. and the transformer, causing the resonance (transformer winding resistance included).

$v_n(E)$ are coefficients which take into account the non-linearity of the transformer magnetizing inductance and the magnitude of the e.m.f. E ; they take the form :

VI. 65

$$\begin{aligned}
 v_0 &= a_0 + \frac{3}{2} a_1 E^2 + \frac{15}{8} a_2 E^4 + \frac{35}{16} a_3 E^6 + \frac{315}{128} a_4 E^8 + \dots \\
 v_1 &= a_1 + 5a_2 E^2 + \frac{105}{8} a_3 E^4 + \frac{105}{4} a_4 E^6 + \dots \\
 v_2 &= a_2 + \frac{21}{2} a_3 E^2 + \frac{189}{4} a_4 E^4 + \dots \\
 v_3 &= a_3 + 18 a_4 E^2 + \dots \\
 v_4 &= a_4 + \dots
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

$a_0, a_1, a_2, a_3 \dots$ are coefficients of the multinomial, approximating the magnetizing curve of the transformer

$$i = a_0 \varphi + a_1 \varphi^3 + a_2 \varphi^5 + a_3 \varphi^7 + a_4 \varphi^9 + \dots$$

VERY FAST TRANSIENT PHENOMENA ASSOCIATED
WITH GAS INSULATED SUBSTATIONS

Paper presented at the request of Study Committees 33 and 13

by

Working Group 33/13-09 *

Summary

Gas Insulated Substation (GIS) insulation is subjected to Very Fast Transient Overvoltage (VFTO). This paper presents firstly the origins of VFTO : disconnector switching and fault to ground. Then the characteristics of VFTO inside and outside the equipment are presented.

As far as possible the effects of VFTO on equipment are discussed : the effects on transformers, disconnectors and circuit-breaker, insulation, enclosure, cables, arrestors, bushings and secondary equipments.

Different test procedures for disconnectors are presented and on site testing of the GIS discussed.

Finally modelling and measuring techniques are presented in appendices.

Key words

Overvoltage , GIS, disconnector, transformer , EMC, testing, measurement .

1 - INTRODUCTION

In the past twenty years, Gas Insulated Substation (GIS) have been more and more generally installed in power networks. The development of this technology began with the 123 kV voltage level and now GIS up to 765 kV voltage level are in service, having reliabilities at least as good if not better than that of open air substations.

So long as the voltage level remained lower than 300 kV, no one had to pay very much attention to the Very Fast Transients Overvoltages (VFTO) generated during switching operations performed within GIS (disconnectors, circuit-breakers or load switches).

This lack of interest for these VFTO was supported by the fact that for voltages lower than 300 kV no problem correlated with operating switches has occurred.

Despite the excellent service record of this equipment, at 420 kV and above some problems including a few failures and sparking between earthed parts have been encountered simultaneously with disconnector or circuit-breaker switchings within GIS. These problems arose at various locations : disconnector itself, in the gas, along spacer, in bushing and transformer. These are attributed to the VFT voltages generated during the switchings.

To clarify as far as possible these problems, it is necessary to characterize more precisely on one hand the VFTO and on the other hand the behavior of the different types of insulation with respect to these VFTO.

In the first part of the paper, the origin of the VFT phenomena and the build up mechanism leading to the VFTO are described. Then the range of the main characteristics of the VFTO are given related when possible to their frequency of appearance. These characteristics are given for both the internal and external VFTO.

In the second part of the paper, the behavior of the different types of insulation and equipment with respect to the VFTO is discussed. Consequently for equipments which can be affected by the VFTO, tests are proposed to assure the high reliability of these equipments in service.

*Members:

ALVINSON (SE), ARDITO (IT), BOECK (DE), FESER (DE), FUJIMOTO (CA), GRANDL (CH), KOENIG (DE), LIGHTLE (GB), LUONI (IT), LUXA (DE), MULLER (DE), ROWE (FR), SABOT*(FR, convener).

2 - ORIGINS OF THE VFTO

2.1 - Voltage collapse time during SF₆ breakdown

In case of a line to earth fault the voltage collapse at the fault location occurs in a similar way as in the disconnector gap during striking. The voltage just preceding the collapse is defined as Δu . By this event step shaped travelling surges are injected to all GIS lines directly connected to the collapse location. For such a surge source inside a GIS bus duct, two surges travelling in opposite directions are generated but there will be only one surge if the collapse occurs at the open end of a GIS bus duct. Even more than two surges are created in case of a surge source in a multiple bus junction.

For all cases considered the risetime t_r of these surges can be obtained by:

$$t_r = 13,3 \frac{k_T}{\Delta u/s}$$

with the Toepler spark constant $k_T = 50$ kV ns/cm and the spark length s [1,2]. Therefore, short risetimes are obtained for high medium breakdown fields $\Delta u/s$ in the case of almost homogeneous field distributions of a faultless GIS insulation system. By the approximation:

$$\Delta u/s = (E/p)_0 \cdot p \cdot \eta$$

with $(E/p)_0 = 860$ kV/cm MPa, the gas pressure p and the field utilization factor $E_{\text{mean}}/E_{\text{max}} = \eta = 0,5 \dots 0,8$ of a normal GIS design the lower limit $t_{r \text{ min}}$ of the expected risetimes can be gained by:

$$t_{r \text{ min}} = (1 \dots 1,5) \frac{1}{p} \text{ [ns, MPa]}$$

Protrusions, excessive roughness and particles lead to longer risetimes. Extraordinarily long risetimes up to 200 ns are obtained for extremely inhomogeneous fields, caused for instance by long needle shaped protrusions in case of a VFT-breakdown where the medium breakdown field strengths $\Delta u/s$ is considerably reduced (fig. 12 C).

2.2 - Disconnector and circuit-breaker or load break switch operations

The transient overvoltages generated during GIS Disconnector (DS) operation are a consequence of the propagation of voltage steps created by the voltage collapse across the inter-contact gap at striking. However the specific overvoltage shape is formed by the multiple reflections and refractions of these steps at all points where they encounter impedance changes inside the GIS. As might be expected both the rise time and amplitude of the initial steps are instrumental in giving the transient its particular form and peak value, as is the configuration of the GIS in question. In practice however the highest frequency component which can exist and the peak transient voltage will be limited by the finite voltage collapse time which depends on gas pressure and can be estimated to be 15 ns for 0,1 MPa but only 3 ns for 0,5 MPa [3].

Furthermore the step heights will be fixed by the actual conditions prevailing on each side of the DS at the instant of striking. This in turn will determine the overall crest value of the transient overvoltage. Although very steep fronted steps may be generated, transmission line effects will rapidly change the waveshape, such that the very high frequency content is notably reduced a short distance from the disconnector.

In order to understand the general switching behaviour of a DS consider one closing on a pure, uncharged capacitive load (fig. 1a). R_g is added as a fictional lumped element to help the comprehension of the phenomenon.

As the contacts approach the electric field between them will rise until sparking occurs. This first strike will almost inevitably occur at the crest of the power frequency voltage, due to the slow operating speed; the voltage across the DS contacts, just preceding striking is defined as Δu . Thereafter current will flow through the spark and charge the capacitive load to the source voltage. As it does so, the potential difference across the contacts falls and the spark will eventually extinguish (fig. 1b).

This having occurred the source side of the DS will continue to follow the power frequency, falling from the peak value, leaving the load charged. The potential difference across the DS will therefore rise again, but now with the opposite polarity, and a second strike will occur when the source voltage is near zero.

The intercontact breakdown voltage of a DS is always higher in one polarity than in the other, due to the asymmetrical contact design, and the first strike will often take place when the moving contact has a negative polarity. Consequently, the second strike will mostly take place for a greater potential difference than the first and will occur when the source voltage has crossed zero.

The gradual approach of the contacts engenders a steady reduction of intercontact breakdown voltage difference which in turn causes a corresponding increase of the number of restrikes per cycle and the amplitude of individual voltage steps becomes smaller and smaller. The severity of the overvoltages generated hence falls rapidly as closing proceeds.

The behavior on opening is very nearly a complete reversal of the above description except that the non polarity-asymmetrical breakdown characteristics causes the last few strikes to occur in such a manner as to leave a trapped charge on the busbar, following the last restrike (fig. 1c). The level of this trapped charge is statistical and depends on the asymmetry of the contacts and the speed of operation.

In practice each intercontact restrike arc burns for times far in excess of those predicted by the charging of the load through the surge impedance of a GIS Bus (R_g) (see fig. 1a). This is because the step induced transients are accompanied by high frequency arc cur- VI.70

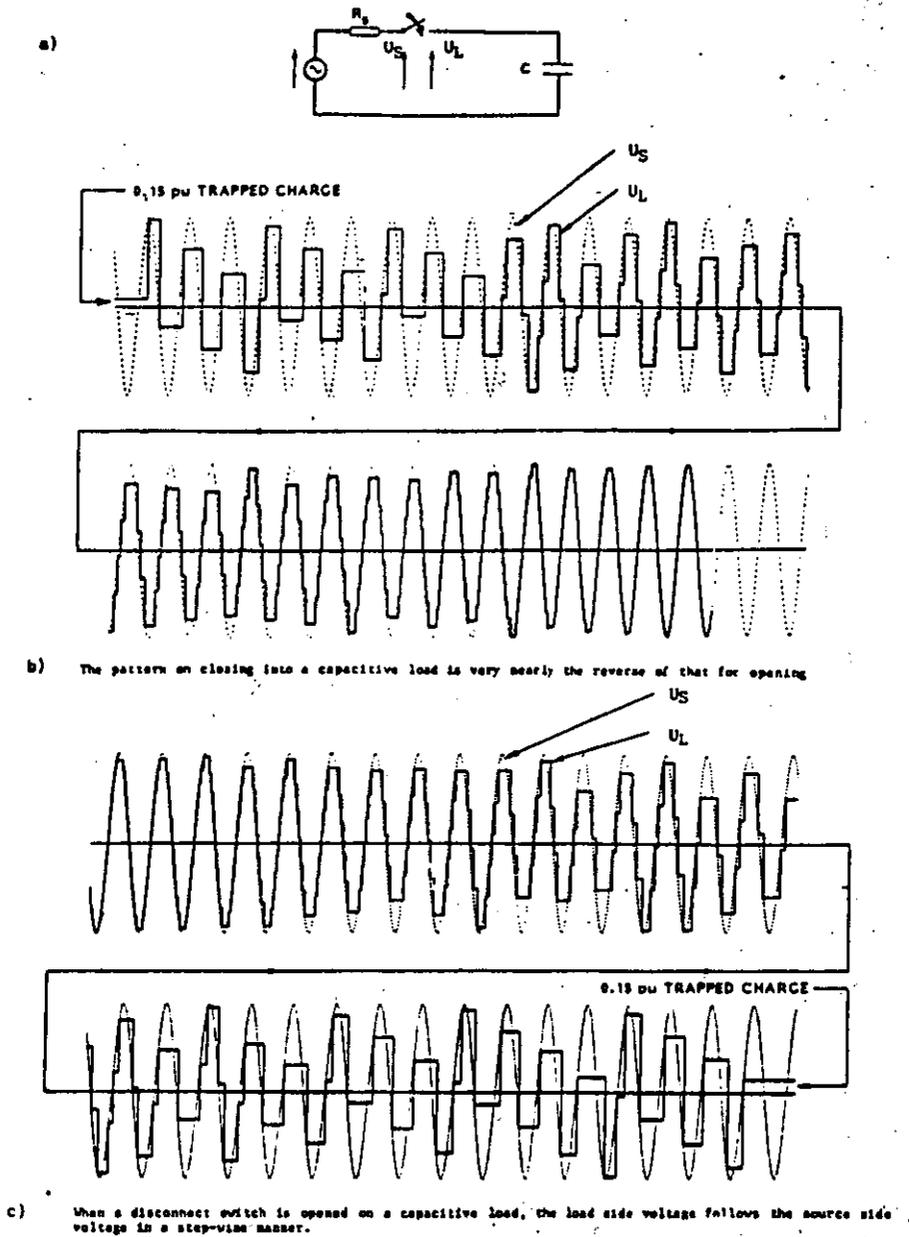


Fig. 1 - Variation of load and source side voltages during D.S. switching [3].

rents which keep the latter burning until they are damped out : this can take several tens of microseconds.

The precise number and amplitude distribution of steps during a typical switching will depend firstly on the specific DS design and operating speed, secondly on the behaviour of the GIS after each restrike spark extinction and thirdly on specific GIS functional procedures. The third case is only important in rare cases where a specific operational mode, involving the opening of a circuit-breaker, can leave a floating busbar charged to a level near maximum (1 p.u.). Generally one talks of trapped charge but, of course, the important parameter is the remaining voltage ($U = Q/C$). This can create particularly severe conditions because the first strike will occur on the peak of the power frequency source voltage giving a Δu of

2 p.u. On striking the voltages on each side of the DS will collapse initially to zero hence creating two 1 p.u. voltage steps of opposite polarities which will begin propagating outwards. This assumes the common situation where the surge impedance is equal on both sides of the DS.

Fortunately, however, for low speed DS of conventional design, the trapped charge left when opening a pure capacitive load (busbar) gives remaining voltages ranging from 0.1 to 0.5 p.u. peaked around 0.3 p.u. This produces values of Δu at first strike of 1.1 to 1.5 p.u. once again peaked around 1.3 p.u. Fast operating DS on the other hand can leave trapped charge levels corresponding to 1.0 p.u. in a non-negligible number of cases, giving rise to Δu values up to 2 p.u. However, no matter what the actual design, on extinction of an intercontact arc, the circuit on each side

of the DS can oscillate at the corresponding natural frequencies.

These frequencies will be in the range of a few tens to several thousands hertz and, if time is sufficient between strikes, they can be clearly seen. This has the inconvenience of creating conditions under which the phase differences between the two sides of the opening DS can trigger the final restrikes at $\Delta u = 2$ p.u.

A practical example of this would be the opening of a GIS bus containing a saturable magnetic voltage transformer [4]. Circuit-breakers and load-break switches may also generate transients in GIS but due to their very rapid operation only a few strikes occur.

A larger number of strikes may occur for the special case of switching small inductive currents, eg. shunt reactor switching.

The case of single enclosure three phase GIS is considerably complicated with respect to single phase ones. This is because voltage steps are not only generated between the striking phase and enclosure but also between the phases. The steps will have largely differing amplitudes and will propagate such as to build up phase-enclosure and phase-phase voltages. The form of which will depend on GIS structure, coupling between phases and on the presence or absence of a burning spark between the contacts of the other two DS.

Furthermore overvoltages generated by one phase and coupled to the others may promote or retard sparking of the latter hence totally modifying the restriking behaviour of all phases.

This subject has received little or no published attention to the knowledge of the MG due to the complexity of the calculations and experimental set ups required.

2.3 - Propagation and mechanism of VFT

As described in the previous sections, breakdown phenomena in the compressed gas insulation of GIS, whether across the contacts of a DS during operation or a line-to-earth fault, generate nanosecond-risetime travelling wave voltages which propagate in either direction from the disturbance source. As coaxial GIS forms an excellent low-loss high frequency distribution network, the travelling waves propagate throughout the GIS and to other connected equipment.

2.3.1 - Transients internal to the GIS

For VFT phenomena internal to the GIS, the formation of overvoltage waveshapes can be analyzed conveniently by treating each section of GIS (bus and other components) as a transmission line characterized by a surge impedance and electrical length (transit time). As the initial travelling waves encounter transmission line discontinuities, such as formed by open disconnectors, "T" junctions, and other connections, the travelling waves are reflected and refracted (transmitted) with magnitudes according to basic transmission line

theory. The superposition of all the various component travelling waves generated in the GIS network results in the waveshape of the VFT. Because of this travelling wave nature and the short risetime, the VFT waveshape can be significantly different at points within the GIS separated by only a few meters [5]. Another consequence of the travelling wave nature is that the oscillation frequencies of the VFT are determined by electrical lengths of GIS bus. Generally, the primary oscillation frequency tends to be in the 5-10 MHz range, although in view of the short initial risetime, higher frequency components exist in the range of 100 MHz. In some cases, the ~100 MHz high frequency oscillations have been observed to be more prominent or perhaps to dominate the VFT waveform in the vicinity of the DS [6].

The concept that GIS is a network of interconnected transmission lines can be demonstrated with simulations using simple travelling wave computer programs or the well-known EMTP. Figure 2 demonstrates the accuracy of such techniques by comparing a computer simulation with a direct measurement of a transient waveform in an actual GIS [7]. Computer calculation and measurement techniques are described in the appendix.

The simulation of figure 2 neglects the presence of propagation losses (skin effect, etc.) which results in less damping of the high frequency detail of the waveform. In addition, the effect of spacers, flanges, elbows, corona shields, and other connection hardware, were included by adjusting the propagation velocity to 0.95 times the velocity of light. With these assumptions, the fine detail of the waveform is not precisely reproduced but the overall agreement between simulation and measurement can be quite good. With more precise attention to detail, such as modelling each individual spacer as a capacitance, many of the fine details in the waveform can be explained [8]. However a poor modelling of the operated disconnector and its vicinity may lead to extreme deviations [6,39].

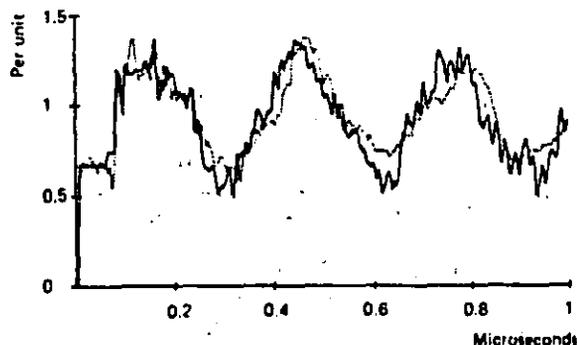
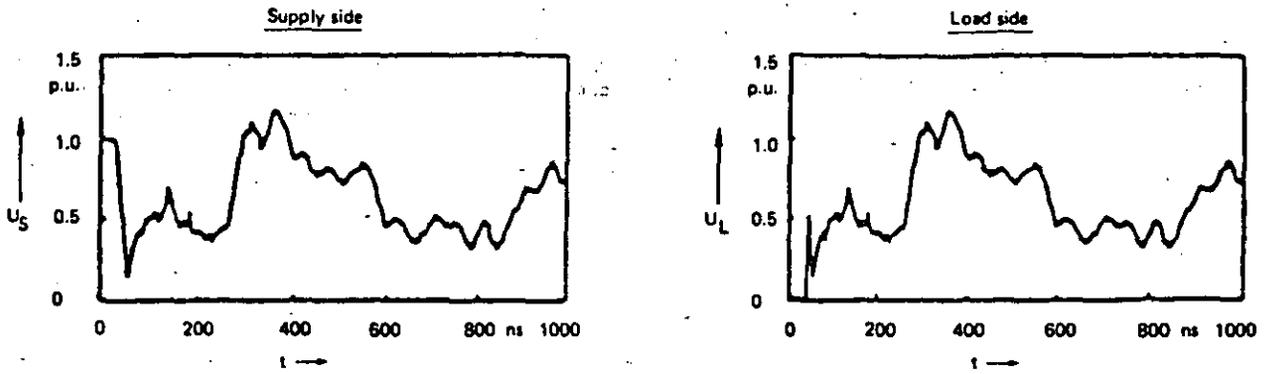
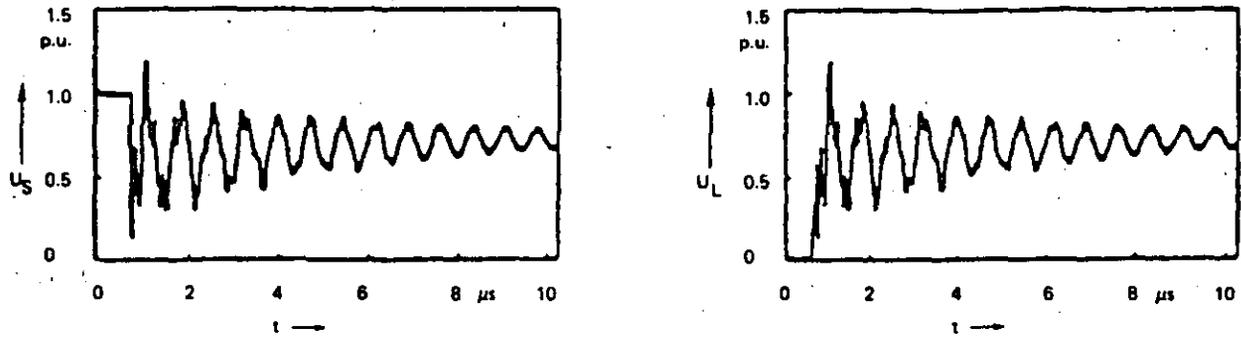


Fig. 2 - A comparison of a computer simulation and an actual measurement of a DS induced transient overvoltage waveform in a 138 kV GIS. The details of the configuration and computer model are given in [7]. The measured data are plotted with the dotted line and the computed data are plotted with a solid line.

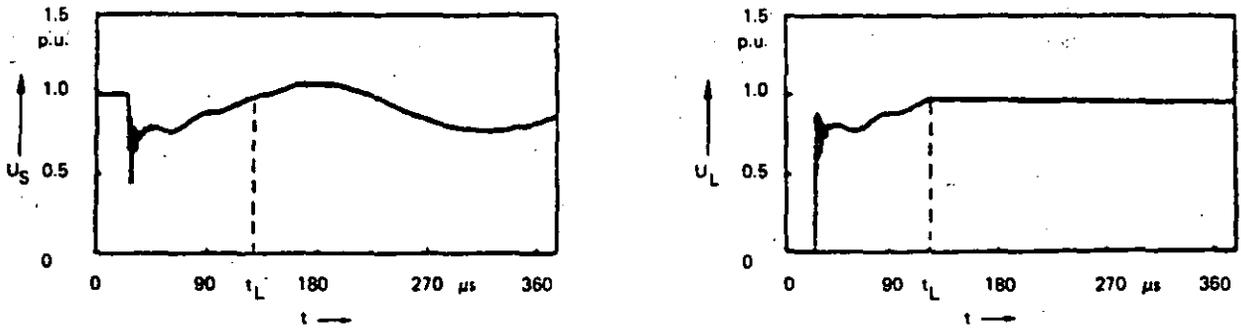
VI. 72



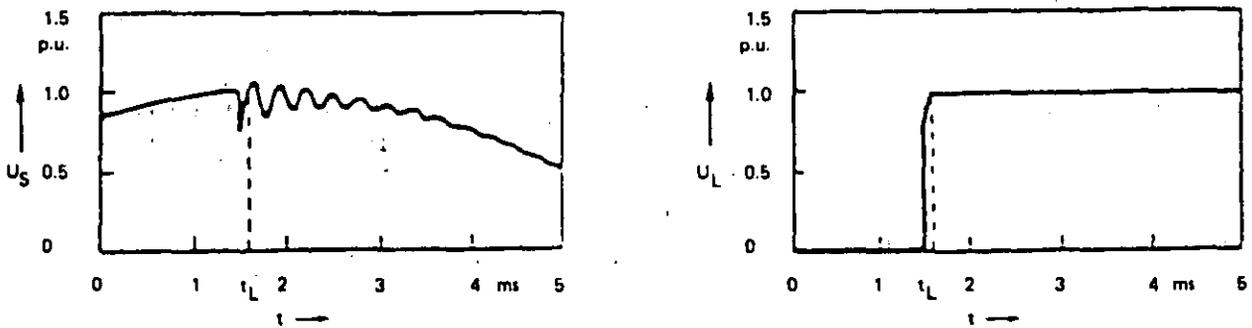
a) Steep voltage transients (travelling waves) - Typical risetime 5 - 10 ns.



b) Mainly monofrequent oscillation after some μ s - Frequency range : MHz.



c) Overall transients by oscillation of the power transformer and the GIS - Frequency range : 20 ... 100 kHz.



d) Low frequency transient and steady state condition.

Fig. 5 - Transients on the supply and load side of a GIS due to disconnecter switching at different time resolutions (measurements in an actual GIS) t_L arc extinguish.

special locations. This is of special concern during tests on site [23].

3.2 - External VFT voltages

As previously mentioned in paragraph 2.3.2 at the air SF₆ termination, there is a change of impedance where the internal VFTO are partly reflected inside GIS and partly transmitted between the overhead line and earth and between the GIS enclosure and earth.

This sharing is performed according to the surge impedances of the three part transmission line system.

3.2.1 - Transient on overhead connections

Although the magnitude of the fast risetime portion of external transients is generally less than that of internal VFT, the voltage rate-of-rise can be in the range of 10-30 MV/μs [12], which is a stress similar to that of a chopped waveform. However, as VFT occur during normal conditions in GIS and each DS operation may generate tens to hundreds of individual transients, the possible ageing effect on the insulation of external components needs to be considered.

3.2.2 - Transient Enclosure Voltage

TEV although not unique to GIS probably manifests itself more visibly in this type of substation than in the conventional air insulated type by the appearance of sparks between metallic components of the enclosures and between enclosures and other earthed components or structures. The magnitude of the transient can vary according to the location of the measurement point on the enclosure. On simple arrangements it can vary between 0.1-0.25 p.u. [24] for the GIS generally but can reach an order of magnitude higher near the SF₆ to air terminations [9,10].

TEV has caused a concern for personnel safety but is in itself a low energy phenomenon [10] and there is no recorded evidence available to suggest that it is directly dangerous to the health of personnel performing normal duties within the substation. The element of surprise which may be occasioned at the appearance of sparking, however, is of greater concern for the safety of personnel and in some cases has brought about the introduction of appropriate operating procedures (e.g. warning signals, limited access, etc.) [10].

TEV can also cause interference with or even damage to the substation control, protection and other secondary equipment [10].

In 1983 an international enquiry instituted by WG3 of Study Committee 23 attempted by means of a questionnaire to assemble manufacturers and users experience of the TEV phenomenon in GIS and thereby set out to examine and classify measures taken to ameliorate the effects on equipment.

More than half the respondents, in themselves responsible for over 50% of the Gas Insulated Substations in

service reported having had problems with sparking between earthed enclosures, components and structures and interference with secondary equipment.

It became apparent when analysing the responses to the survey that the various methods employed for earthing the substation equipment, although adequate for the safe discharge of power frequency current in the enclosure, were not all effective in handling the very fast transient currents resulting from disconnector switching and similar breakdown phenomena.

The report of the Working Group [10] therefore recommended further study of earthing systems in GIS. In 1986 the Chairman of SC23 set up a team from Working Groups 3 and 4 under the leadership of the Convenor of WG4 and charged it with formulating recommendations for the earthing of Gas Insulated and conventional substations which would minimise the effects of Transient Ground Potential Rise.

The study is complete and the results will be published in time for discussion at the 1988 CIGRE Conference [25].

3.2.3 - Radiations

Electromagnetic fields associated with the external VFTO are radiated from the enclosure and the overhead line. Any electronic cubicle even at some distance from the enclosure will therefore be subjected to a transient electromagnetic field which may induce voltages or currents within an electronic circuit. The amplitude of the electric field is typically some 10 kV/m near the enclosure. The frequency of the electromagnetic field depends on the arrangement of the GIS, but is typically in the range of 10 to 20 MHz. Figure 6 shows the measured electric field in a 420 kV-GIS, at different distances from the enclosure during the operation of a disconnector [24]. Near the enclosure, the electric field decreases with the distance (fig. 6). There are multiple reflections in the earthing system, resulting in higher frequencies in the electric field near the earth side. The electric fields were measured with a spherical electric field sensor (see Appendix). The magnetic field can be estimated to be in the range of some 10 A/m having the same frequencies as the electric field.

4 - EFFECTS OF VFTO ON EQUIPMENT

4.1 - Effects on transformers

Transformers are either directly connected through SF₆-bushings or indirectly by SF₆-air-bushings, overhead lines and air-oil-bushings.

Two different effects have been observed on the windings of direct connected transformers:

- Steep fronted wave impulses create an extremely non-linear voltage distribution along the high voltage winding connected to the oil-SF₆-bushing. If the winding is composed of interleaved coils, at least in the entrance region, for steep-fronted impulses each interleaved coil can for example be represented

by surge impedance and earth capacity as shown in fig. 7a-d with the theoretical impulse form 7e compared to measured ones 7f [26].

For directly connected transformers the loop formed by two bushings and an overhead line smoothes the steep front to values comparable to chopped waves, which are well established and covered by impulse testing. For directly connected transformers experience with hundreds of transformers installed worldwide shows that transformers withstand the stresses built up by steep fronts.

- Transient oscillations within the GIS can develop extremely high part winding-resonance voltages in the transformer windings.

For directly connected transformers frequencies up to several MHz can be transmitted through the SF₆-oil-bushing. For indirectly connected transformers the highest frequency transmitted through two bushings and an overhead line is about 1 MHz. In both cases part winding resonances also preferably could occur near the connection points e.g. the entrance coils and the selected tap of a step winding connected to a neutral point on load tap changer.

Fig. 8 shows the voltage ratio between one step of the tapped winding and the high-voltage side of a 420 kV transformer directly connected to a GIS as a function of frequency. Extremely high values develop in the Megahertz range. The q-factors (defined as peak transient voltage divided by peak power frequency voltage at the point of interest) can amount up to 200 due to transient potential rise of the neutral point.

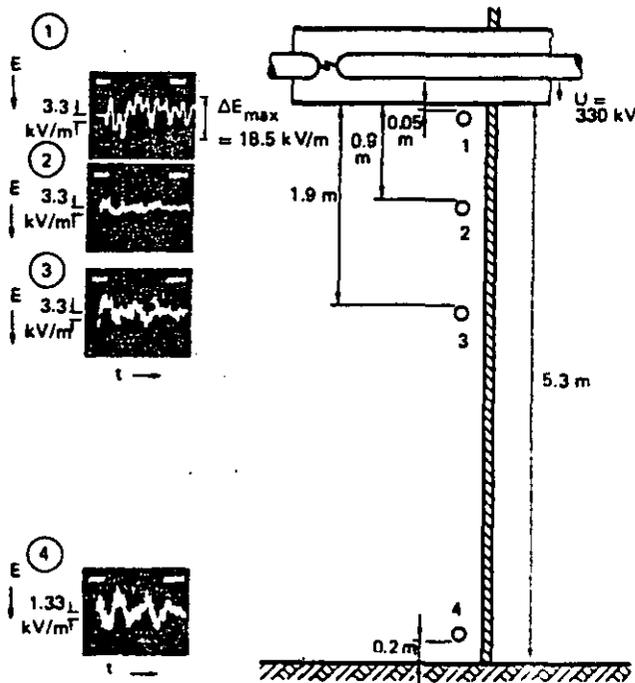


Fig. 6 - Radiated electric field from the enclosure in a 420 kV-GIS during a disconnector operation in the GIS [24]. (1 : 50 ns/div ; 2, 3, 4 : 100 ns/div).

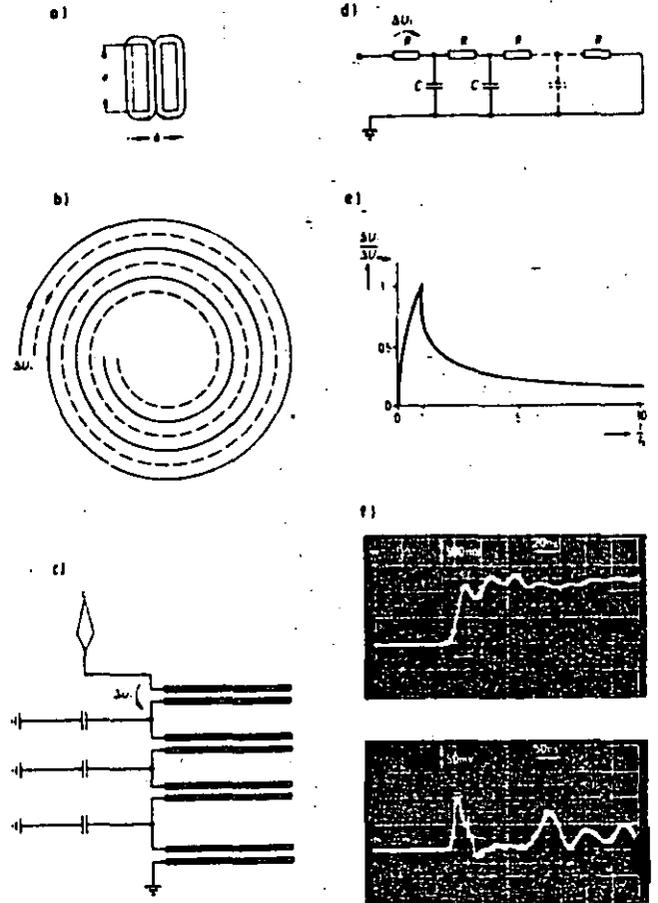


Fig. 7 - Voltage Distribution of Steep-Fronted Input Waves.

- a) Geometrical dimensions of flat conductors for determining the surge impedance.
- b) Top view of a two-strand spiral
- c) Coil connections.
- d) RC equivalent circuit.
- e) Voltage or current wave set up at the first coil by a ramp-shaped impulse voltage.
- f) Measured input voltage and partial voltage applied to the first coil.

Relevant measurements and investigations showed, that the damping decrement of the transient oscillations within the GIS determines as well the amplitudes developed by part resonance as the oil insulation strength under high frequency voltage stress [27].

The smaller the quotient of two subsequent amplitudes of same polarity, the smaller are the developed resonance amplitudes and the higher the insulation strength.

In critical cases it may be necessary to take measures as e.g. to protect the tap changer with varistor connected between the selected and preselected tap.

4.2 - Effect on disconnectors and breakers

According to the relevant IEC-standards dielectric tests of switching equipment have to be done with

V.1.7

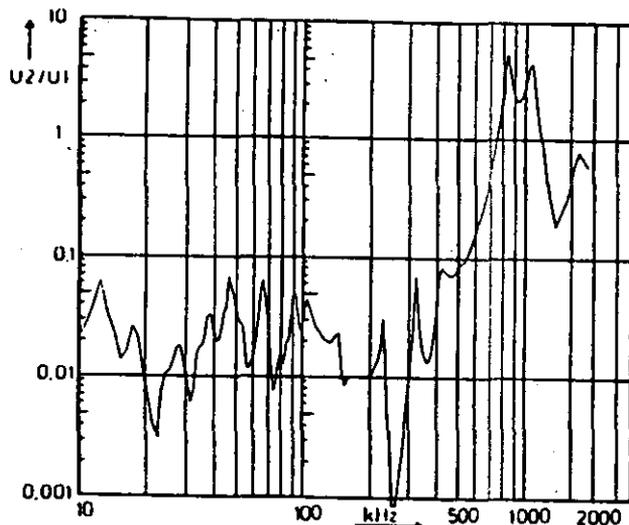
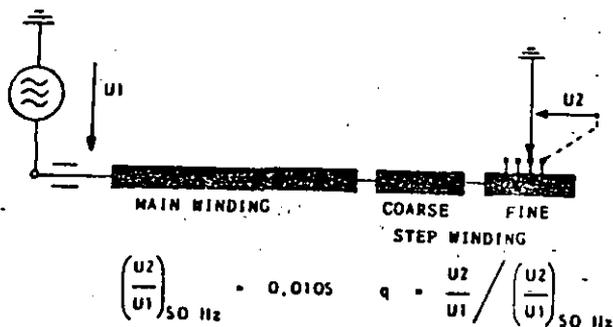


Fig. 8 - Voltage ratio between one step of tapped winding and HV-side versus frequency.

specified impulse or ac withstand-voltages in the closed and open position of the contact system, while intermediate positions have not to be taken into account. However, striking takes place in the intermediate position of the contact system. Depending on the dielectric stress, which is determined by the design parameters of the switching equipment such as service voltage, gap distance, electrode geometry, gas pressure, a discharge to the earthed enclosure leading to an internal arc may develop.

Due to the specific design parameters of circuit-breakers and loadbreak switches no earth faults during operation induced by self generated VFT overvoltages have been observed either in the breakers and switches themselves or in adjacent GIS-components. Since the contact system of this type of equipment is generally working in a gaseous atmosphere with a comparatively high overpressure, the striking distances between the contacts are very small compared to the distance between the contacts and the enclosure, thus resulting in a dielectric stress, which is too small for a discharge propagation in the direction of the enclosure. Furthermore, as shown by experience the insulation system of circuit-breakers and loadbreak switches seems not to be essentially endangered by VFT overvoltages, which are generated in adjacent GIS-components.

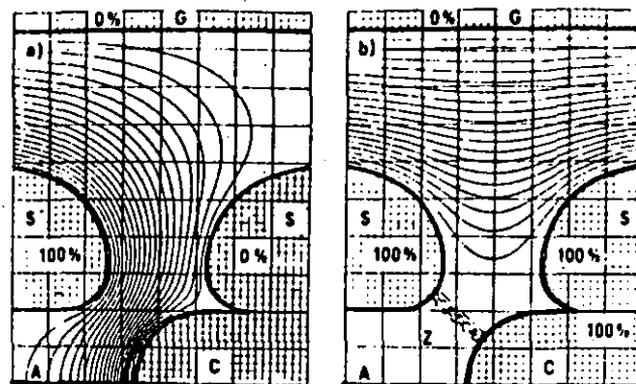


Fig. 9 - Electric field distribution of a disconnector.

a) Before striking b) During striking.

S Shielding electrode
C Moving contact
G Grounded enclosure
A Axis of disconnector
Z Striking zone.

VFT overvoltage induced earth faults, however, have been observed in case of disconnector switching operations. Depending on the relevant disconnector design the change of the electrical field gradient from a longitudinal to a radial direction as a consequence of a restrike or prestrike may be essential. The change of the field gradient for a well designed disconnector before (a) and during (b) striking is illustrated by fig. 9 [14].

In case of service voltages ≥ 300 kV the design parameters of disconnectors are in general such that a leader - type discharge, which tends to branching, becomes probable (fig. 10). After the bridging of the contact gap the propagation of residual leader branches directed to the enclosure may be supported as well by the change of the main electrical field direction towards a strong radial gradient and by simultaneously generated travelling wave patterns (VFT overvoltages) due to reflections inside the GIS.

Under this point of view the earth fault of a disconnector immediately after striking is basically a problem of activating residual leader branches by means of an enhanced field gradient to earth and by feeding them with VFT overvoltages generated in the attached GIS-configuration [21,28,29,14,16]. Though various questions on details of the described breakdown mechanism are still open and research activities in this field are going on, necessary design measures for GIS- disconnectors have already identified to prevent failures during switching operations. Appropriate designed GIS- disconnectors have proved to be reliable.

It is meanwhile generally agreed that switching tests on GIS-disconnectors have to be established with the purpose to check their switching capability and to verify their behaviour [29] (see chapter 5.1).

To minimize interference, correct cable connection procedures should be followed [25]. The coupling of radiated energy may be reduced by mounting control cables closely along enclosures, supports and other grounded structures, and by grounding cable shields at both ends by leads as short as possible or alternatively by the application of optical coupling devices. In the secondary equipment, voltage limiting devices may have to be added.

To ensure the integrity of electronic equipment, interference tests on such equipment are necessary. Suitable tests are:

- fast transient test (5 ns, 2 kV) on processing cables acc. to IEC 801-4,
- electrostatic discharge (ESD, 1 ns, 8 kV) test on housings acc. to IEC 801-2.

A radio test with continuous-wave radiation (10-30 V/m, 25-1000 MHz) acc. to IEC 801-3 or IEC 255 is less relevant due to the intermittent character of the radiation caused by GIS VFT.

4.6 - Effects on cables

Reported effects of VFTO on cable lines appear all to be located in earthed circuits and to be originated by Transient Enclosure Voltages so that reference can be made to section 4.4. In fact the earthing connections had to be modified in order to eliminate the troubles.

No problems have been experienced on the main insulation; as can be expected since characteristic impedance of cables is lower or at most equal to that of GIS.

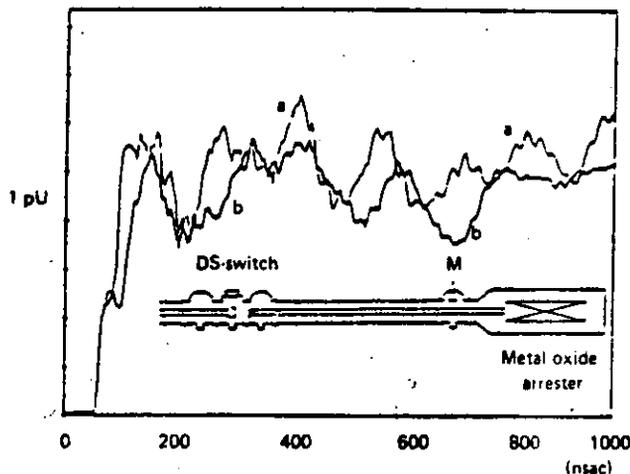


Fig. 13 - Capacitive behaviour of a metal oxide arrester. Influence on the shape of VFT voltages.

- (a) Measured VFT in a test configuration without arrester
- (b) Measured VFT in the same test configuration with arrester.

4.7 - Influence of a metal oxide arrester on VFTO

VFTO can appear at an arrester theoretically under conditions, the conducting and non-conducting state.

The amplitudes of VFT events, according to measurements in gas insulated substations, are below the protection level of installed metal oxide arresters. So, under usual conditions VFT will appear at the arrester in the non-conducting state.

To investigate the behavior for that case, tests were performed in a high voltage laboratory. An enclosed metal oxide arrester for a 550 kV system was connected to a section of SF₆-insulated busbar, where high-voltage-VFTO were produced by a disconnector gap. The transient voltage was measured close to the arrester. Measurements for comparison were made for the same configuration but without the arrester.

The results are shown in fig. 13. The two curves represent the voltages in the busbar measured with and without the arrester connected. The arrester in the non-conducting state acts as a capacitance. Steep voltage fronts are sloped as shown in fig. 13.

4.8 - Effects on bushings

Bushings are needed at the interfaces between SF₆ insulated apparatus of GIS and air insulated equipment like overhead lines or links to transformers etc.

These SF₆/air bushings can have different design principles: SF₆ insulated or capacitively graded by multiple conductive layers.

The transformer bushings generally are capacitively graded, for air/oil application or for SF₆/oil in case of direct connections to GIS.

Bushings with mainly SF₆ insulation can be treated similar to the other GIS components. Therefore, interest is focussed on the influence of VFT on capacitively graded bushings with their main insulation formed by oil or epoxy impregnated foils.

Service experience for all designs and applications of bushings for voltages up to 800 kV has shown very few problems.

In one incident with an air/SF₆ bushing (525 kV system) the failure might have been accelerated by VFT effects. The main reason, however, was a bad contact design for a grading electrode.

Attention has to be paid also to avoid a too high inductance in the connections of the last grading layer to the enclosure.

5 - TESTING PROCEDURE OF EQUIPMENT

5.1 - Disconnectors

Up to now no disconnector switching tests have been standardised by IEC.

V. S.

Such tests have been studied by CIGRE SC13 WG04 and their recommendations have been publicised [29]. The tests described are adequate to cover the general switching duties of disconnectors but it is recognised that they do not cover some special switching conditions under which disconnectors intended for application at voltages above 300 kV can operate.

For example the conditions which apply when a disconnector closes onto an off-load busbar on which a 1 p.u. remaining voltage has been left by the previous opening of a circuit-breaker are not covered nor are those in which the interruption of circuits which contain inductive voltage transformers takes place.

It should also be noted that recent investigations have shown that the presence in the network of different types of voltage source such as high voltage test transformers or power transformers can influence the behaviour of the arc in the disconnector switching gap.

To prove the satisfactory operation of disconnectors under these special conditions a number of test procedures have been proposed. Those that have been published are mentioned below.

A "one minute arcing test" intended to test the integrity of the phase to enclosure insulation under repeated striking at the disconnector gap has been proposed [4]. However this test is no longer considered an adequate one.

A procedure using a synthetic test circuit has also been described [36]. This circuit is intended to correctly reproduce the transient peak overvoltage, which have been predicted, in the presence of the normal power frequency voltage.

The results of measurements of actual overvoltages occurring during disconnector switching in 110 kV networks have been reported and from these circuits designed to reproduce these overvoltages during laboratory tests have been described [35].

Finally a group of french manufacturers and users have described an analysis of the stresses occurring in disconnectors during switching under conditions of full phase opposition and have derived from this a test circuit and conditions to ensure impeccable [21] operation even in the most severe service conditions.

From the above it would seem that a further review of disconnector test methods would be appropriate when any other methods hitherto unpublished could be taken into consideration.

5.2 - On site testing

As described in section 4.3, the dielectric integrity of GIS stressed by VFTO can be adversely affected by the presence of defects such as particles and sharp protrusions, which might result during the shipping and assembly process. As a result, some form of additional testing might be necessary, especially for higher voltage classes which have smaller safety mar-

gins in the dielectric design. The purpose of testing is to prove the absence of defects which might cause problems in the presence of VFT overvoltages. Although there is a general consensus that power frequency tests are best for dealing with particles, the "best" testing approach for other defects is, however, subject of much discussion.

The use of short risetime impulses (such as the lightning impulse) is often suggested as a test waveform, as shorter risetimes are generally more sensitive to the presence of fixed defects [38], for which impulse testing, in general, is considered to be a good approach. The selection of waveform parameters requires standardization. Although short risetimes are best for detection, too short a risetime can lead to testing problems associated with travelling wave effects within the GIS. Some have suggested that a longer risetime waveform (such as a switching impulse) might be more practical, despite the reduction in sensitivity to certain types of defects. In some cases, both lightning and switching impulse voltages have been performed for the same GIS.

Despite the benefits of impulse testing, alternate test philosophies have been developed. For instance, under power frequency excitation supplied during the usual conditioning and AC test procedure, harmful defects as for instance free particles could result in detectable partial discharge or acoustic emissions. As a result, sensitive partial discharge measurements, based on electrical and acoustic techniques, have been suggested [39]. Such testing can be performed in lieu of impulse testing, although on occasion, both tests have been specified for the same GIS.

A third approach, supported by some manufacturers, involves no specialized testing on site. Instead, a greater emphasis is placed on quality control during manufacture and assembly, reducing the need for elaborate site tests. In this case, simple power frequency tests at 1.2 p.u. are thought adequate to detect assembly errors.

6 - CONCLUSION

In Gas Insulated Substation (GIS), disconnectors (DS) operations and line to enclosure faults generate short rise time travelling step voltages. The initial amplitude of these steps depends on the voltage Δu across the DS at the instant of restrike or on the line to ground voltage before the fault. Reflections and transmissions of these initial travelling waves superimpose to build up the so called Very Fast Transient Overvoltages (VFTO). Their peak values are proportional to the amplitudes of the initial steps and depend on the GIS layout (bus bar lengths, location of the changes of impedance). The time-to-peak of the VFT voltages are lower than the conventional 1.2 μs and their rates of rise are greater than those of lightning impulse. The faster rise times of the initial steps have been estimated to be in the region of 5 ns and so due to the build up mechanism the VFTO have not the same shape and the same amplitude all throughout the GIS.

The VFT voltage appear within the GIS but also outside: between overhead lines and earth but also between the enclosure of the GIS and earth. So both inside and outside the GIS components are subjected to such stresses for which they have to be designed.

For the VFTO due to line to enclosure fault their amplitude can be dangerous for insulation only during on site testing and can reach twice the applied voltage at the instant of the failure.

For disconnector switchings when Δu at restrike is 2 p.u. the peak value of the VFT voltages can reach 2,5 p.u. for very severe case of GIS lay out but generally the peak value remains in the range of 1.5 to 2 p.u. For most cases the value of Δu is lower, the peak value of VFTO are below 1.5 p.u.

From an insulation point of view the main following conclusion can be drawn:

- 1) For disconnector switching the peak amplitude of the VFTO remains even in the worst case much lower than the lightning impulse withstand level of the equipment for all rated voltage level.
- 2) Nevertheless for GIS insulation, it has been shown that defects of the HV bars can greatly decrease the insulation level and in this case the VFTO produced at the strikes of the disconnector can cause failure especially for upper voltage level for which the LIWL is reduced compare to the rated voltage. So additional on site testing is required to detect defects which are sensitive to VFTO. Appropriate test procedures are currently under discussion.
- 3) For disconnector, a type test is necessary to ensure that there will not be any flashover between the arc between contacts and the enclosure during switching.
- 4) Regarding the GIS insulation the VFTO amplitude in normal configurations is lower than the protective level of arresters and therefore it cannot be significantly influenced by them.
- 5) A chopped lightning impulse test may be useful in assessing the reliability of transformers and bushing subjected to VFTO.
- 6) For equipment (transformers, bushings...) care must be taken in designing the links which must insure the limitation of the voltage between screens and earth. Such links must not have a too high inductance because for VFTO these links due to the voltage rise cannot ensure their task. Sparks between different "earthed" parts of the system can then occur.
- 7) For reducing the external VFTO between enclosures and earth, GIS designers must take care at each interruption of the enclosure. At the bushing the grounding leads can be coaxially mounted and the surge impedance of these leads should be as low as possible (low earth impedance). At the junction

between enclosures or at the junction of the enclosure and the screen of a cable the straps or any non linear resistors can be also coaxially installed.

Some failures have been attributed to the VFT voltages sometimes wrongly sometimes truly. The levels of the VFTO are much lower than the LIWL and the dielectric strength of most of the equipment for VFTO exceeds the dielectric strength for lightning impulse (LI) voltages.

REFERENCES

- [1] PFEIFFER W.: *Impulstechnik*, Carl Hansa Verlag München Wien, (1976), p. 44.
- [2] PFEIFFER W.: *Gesetzmäßigkeit beim Durchschlag von Funkenstrecken in komprimiertem Schwefelhexafluorid*, ETZ-A Vol. 95 (1974), p. 405.
- [3] BOGGS S.A., CHU F.Y., FUJIMOTO N.: "Disconnect switch induced transients and trapped charge in GIS". I.E.E.E. Trans. Vol. PAS-101, N° 10, October 1982.
- [4] LALOT J., SABOT A., KIEFFER J., ROWE S.W.: *Preventing earth faulting during switching of disconnectors in GIS including voltage transformer*, IEEE Trans. Vol. PWRD-1, 1986, P. 203.
- [5] BOGGS S.A., FUJIMOTO N., COLLOD M. and THURIES E.: "The modeling of statistical operating parameters and the computation of operation-induced surge waveforms for GIS disconnectors". 1984 CIGRE, paper 13-15.
- [6] BOECK W. and WITZMANN R.: "Main Influences on the Fast Transient Development in Gas-Insulated Substations (GIS)". 5th ISH, Braunschweig, FRG, 1987. Paper 12-01.
- [7] FUJIMOTO N., STUCKLESS H.A. and BOGGS H.A.: "Calculation of disconnector induced overvoltages in gas-insulated substations". In L.G. Christophorou and M.O. Pace (Eds.) *Gaseous Dielectrics IV*, Pergamon Press, New York, 1984.
- [8] WITZMANN R.: "Fast Transients in Gas Insulated Substations (GIS). Modeling of Different GIS Components". 5th ISH, Braunschweig, FRG, 1987. Paper 12-06.
- [9] FUJIMOTO N., DICK E.P., BOGGS S.A. and FORD G.L.: "Transient ground potential rise in gas-insulated substations - Experimental studies". IEEE Trans. on PAS, PAS-101, N° 10, October 1982.
- [10] BOERSMA R.: "Transient Ground Potential Rises in Gas-Insulated Substations with respect to earthing systems". *Electra* N° 110, January 1987, p. 47.

VI.83

- [11] DICK E.P., FUJIMOTO N., FORD G.L. and HARVEY S.: "Transient ground potential rise in gas-insulated substations - Problem Identification and Mitigation". IEEE Trans. on PAS, PAS-101, N° 10, October 1982.
- [12] FUJIMOTO N. and BOGGS S.A.: "Characteristics of GIS disconnector-induced short risetime transients incident on externally connected power system components". IEEE PES Winter Meeting, New Orleans, 1987. Paper 87WM185-2.
- [13] LUHRMANN H.: "Ausgleichsvorgänge beim Schalten von Trennschaltern in SF₆-isolierten Schaltanlagen, ETZ-Archiv, Vol. 3 (1981), p. 209.
- [14] BOSOTTI D., MOSCA W., RIZZI G., HASKOFF L., KYNAST E., LUHRMANN H.: "Phenomena associated with switching capacitive currents by disconnectors in metal enclosed SF₆-insulated switchgear, CIGRE 13-06, 1982.
- [15] BOGGS S.A., CHU F.Y., FUJIMOTO N.: "Disconnect switch induced transients and trapped charge in gas-insulated substations. IEEE Trans. Vol. PAS-101, (1982), p. 3593.
- [16] KYNAST E., GORBLENKOW J., LUXA G., PATRUNKY H., MORITZ G., HENNINGSSEN C.: "Investigation concerning the switching of disconnectors in an SF₆-insulated 380 kV substation, CIGRE 33-02, 1984.
- [17] KONIG D., IMGRUND G., NEUMANN C., MAATZ K., SCHIWECK L.: "Vorgänge beim Schalten kleiner kapazitiver Ströme mit SF₆-isolierten metallgekapselten Trennschaltern im 110-kV-Netz und ihre Simulation im Hochspannungslaboratorium. Elektrizitätswirtschaft, Vol. 85 (1986), p. 131.
- [18] OGAWA S., HAGINOMORO E., NISHIWAKI S., YOSHIDA T., TERESAKA K.: "Estimation of restriking transient overvoltage on disconnecting switch for GIS. IEEE Trans. Vol. PWRD-1, (1986), p. 95.
- [19] FUJIMOTO S.A., BOGGS S.A., STONE G.C.: "Mechanism and Analysis of short risetime GIS transients, CIGRE SC 15 Symp. Vienna 1987.
- [20] FREISINGER F., MUHR M., DIESSNER A., SCHENNER H.: "Field measurement of fast transient voltages in the 420 kV Wien Sued. CIGRE SC 15 Symp. Vienna, 1987.
- [21] LALOT J., SABOT A., KIEFFER J.: "Dielectric behaviour of GIS switching disconnectors comparison of possible phase opposition tests. IEEE SUMMER MEETING 1986 PAPER 86 SM 387-5
- [22] BOECK W., WITZMANN R.: "Main influences on the fast transient development in gas-insulated substations (GIS), Int. Symp. on High Voltage Engineering (ISH), Braunschweig, 1987, paper 12-01.
- [23] BOECK W., KYNAST E., HENNINGSSEN C.: "Dielectric field strength of transformer oil under impulse and high frequency stress". 5. ISH, Braunschweig, 1987.
- [24] Meppelink et al: "Very Fast Transients in GIS". IEEE winter meeting 1988 PAPER 88 WM 114-1
- [25] Aanestad et al: Substation Earthing with special regard to Transient Ground Potential Rise - Design Aims to Reduce Associated Effects - CIGRE 1988 paper 23.06.
- [26] MULLER W., STEIN W.: "Behaviour of High-Voltage Transformer Windings on Steep-fronted Input Waves of Nanosecond Duration". Siemens Power Engineering V, N° 5, pp. 259-262 (1983).
- [27] BREITFELDER D., BUCKOW E., KNORR W., PESCHKE W.: "Dielectric Strength of Transformer Oil Under Impuls and High frequency Stress". 5. ISH, Braunschweig, 1987.
- [28] EDLINGER A., MAUTHE G., PINNEKAMP F., SCHLICHT D., SCHMIDT W.: "Disconnector switching of charging currents in metal-enclosed SF₆-gas insulated switchgear at EHV. CIGRE-Report 13-14, Paris, 1984.
- [29] CIGRE WG 13-04: "Requirements for switching tests of metal-enclosed switchgear. Electra, N° 110 (1987), First part pp. 7-23
Second part pp. 26-46.
- [30] TASCHNER W.: "Voltage-time curves of SF₆ insulation for steep fronted impulse voltages below 1 μs 8th Intern. Conf. on Gas-discharges and their Application. Oxford, 1985, p. 259.
- [31] BOECK W., TASCHNER W., GORBLENKOW J., LUXA G.F., MENTEN L.: "Insulating behaviour of SF₆ with and without solid insulation in case of Past Transients. CIGRE-Report 15-07, (1986).
- [32] LUXA G., KYNAST E., BOECK W., HIESINGER W., PIGNI A., BARGIGIA A., SCHLICHT D., WIGART H., ULLRICH L.: "Recent research activity on the dielectric performance of SF₆, with special reference to very fast transients". CIGRE-Report 15-..., (1988).
- [33] REYNDERS J.P., MODRY R., MEPELINK J.: "Volt-time curves of disconnector generated fast transients in GIS". 5th Inter. Symp. on Gaseous Dielectrics, Knoxville, (1987).
- [34] CIGRE WG 13-04: "Requirements for switching tests of metal enclosed switchgear". Electra, N° 110, First part pp. 7-23
Second part pp. 26-46.
- [35] KONIG D., IMGRUND G., NEUMANN C., MAATZ K., SCHIWECK L.: "Phenomena occurring during switching small capacitive currents with SF₆-insulated metalenclosed disconnectors in 110 kV-networks and their simulation in a high voltage laboratory (110 kV-Netzwerk). 5th Intern. Conf. on Gas-discharges and their Application, Oxford, 1985, p. 259.

[36] NISHIWAKI S., KANNO Y., SATO S., HAGINOMORI E., YAMASHITA S., YANABU S.: "Ground fault by restriking surge of SF₆ gas-insulated disconnecting switch and its synthetic tests". IEEE/PES-Conference paper 82 WM 187-3, Winter Meeting, New York, January/February 1982.

[40] LUXA, KYNAST, BOECK, HIESINGER, PIGINI, BARGICIA, SCHLICHT, WIEGART, ULLRICH: "RECENT research activity on the dielectric performance of SF₆, with special reference to very fast transients" CIGRE 1988 paper 15-06.

[37] DIESSNER A., LUXA G.F., MOSCA W., PAGINI A.: "High Voltage Testing of SF₆-Insulated Substations on Site". CIGRE, 1986 Session, Paper 33-06.

APPENDIX 1 - GIS COMPONENT MODELLING

[38] LALOT J.: "On-Site Acoustic Detection of Abnormalities in Metal-Cled Substations". In BOGGS S.A., CHU F.Y. and FUJIMOTO N. (Eds.). *Gas-Insulated Substations - Technology & Practice*. Pergamon Press, 1986, pp. 322.

The most adopted modelling of GIS components, to simulate Very Fast Transients by digital programs, makes use of electrical equivalent circuits composed by lumped elements (capacitances, inductances and resistances) and distributed parameter lines, defined by their own surge impedance and travel time. The disconnecter spark itself has to be taken into account by a transient spark resistance according to the Toepler (see 2.1) and the subsequent arc resistance of a few ohms.

[39] OZAWA J., YAMAGIMA T., HOSOKAWA M., TAKEUCKI S., KOZOMA H.: "Suppression of Fast Transient Overvoltages During Gas Disconnector Switching in GIS" IEEE Trans. Vol. PWRD-1, N° 4, 1986, p. 174.

Component	Equivalent circuit	Notes
Bus duct		Loss-free distributed parameter transmission lines
Spacer		(c ≈ 20 ÷ 30 pf)
Elbow		
Spherical shield		(c ≈ some pf)
Surge arrester		
Closed switch		
Open switch		n = number of breaking chambers
Closed disconnecter		
Open disconnecter		
Disconnecter during sparking		R = a few Ω c = a few tens pf
Bushing (capacitive type)		n = number of equivalent shields (5 ÷ 8) simulated
Bushing (gas filled)		c = a few tens pf R _g ≈ 250 Ω
Power transformer (termination)		parameters evaluated from the frequency response of the transformer
Current transformer		sometime negligible
Capacitive voltage transformer		
Earth connection		
Aerial line or long cable (termination)		r = surge impedance

CAPÍTULO I

CONCEPTOS BÁSICOS

M. en C. MARCOS MORENO BARRAZA
Laboratorio CFE

M. en C. RAUL MÉNDEZ ALBORES
Laboratorio CLYFC

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En un principio la coordinación de aislamiento se consideraba como el diseño del sistema de aislamiento en función de su costo, de tal manera que al presentarse una falla, la descarga disruptiva ocurriría primero en el aislamiento más barato para proteger al equipo más caro. En este orden de ideas la filosofía era que al ocurrir una sobretensión en el sistema eléctrico, primero debería presentarse flameo en la cadena de aisladores de la línea de transmisión, después en la boquilla y por último en el transformador.

En la actualidad esto ha cambiado, debido a que cada sistema de aislamiento se coordina por separado, aceptándose un determinado riesgo dependiendo de su importancia y del nivel de tensión; para ello se toman en cuenta los esfuerzos dieléctricos originados por las sobretensiones, la rigidez dieléctrica de los aislamientos mediante pruebas de alta tensión y por último los dispositivos de protección que sirven para disminuir las sobretensiones.

Cabe señalar que el diseño del aislamiento no se realiza para que soporte todos los esfuerzos dieléctricos, ya que esto puede arrojar un aislamiento muy costoso, comparado con un aislamiento confiable que de vez en cuando llegue a presentar falla; por esta razón para el diseño se toma en cuenta el riesgo de falla y el aspecto económico.

Sobre los tópicos de coordinación de aislamiento existen varias normas internacionales y extranjeras, como son:

- Norma IEC 71-1 (1976).
- Norma IEC 71-2 (1976).
- Norma IEC 71-3 (1982).
- Norma Canadiense C 308 (sin fecha).
- Norma ANSI.
- Proyecto de Norma IEC 71-1 (1990).
- Proyecto de Norma IEC 71-2 (1990).

A nivel nacional se tienen diversos problemas en el campo de la coordinación de aislamiento, que se deben resolver en el futuro, como son:

- En el sistema eléctrico existen algunos casos de equipos sobre-aislados.
- Se tienen instalaciones sin coordinación en el aislamiento.
- No existe una idea clara de lo que significa el nivel de aislamiento (Tensión de aguante nominal) de un equipo ni la forma en que se selecciona dicho nivel.
- Existe desconocimiento en la aplicación de las Normas.
- En las especificaciones y pedidos se exige que el equipo cumpla con varias Normas que difieren (IEC y ANSI), esto ocasiona problemas en las pruebas de Laboratorio.
- En ocasiones se especifica el equipo para que cumpla con un determinado nivel de aislamiento a una cierta altitud; esto es incorrecto porque se debe pedir al fabricante equipo normalizado (nivel del mar) y el que especifica el equipo debe hacer las correcciones, no el fabricante.

TERMINOLOGÍA

Para entender la filosofía de la coordinación de aislamiento resulta imprescindible el dominio de algunos conceptos básicos, que se definen a continuación:

1. Coordinación de aislamiento.

Es la selección de la tensión de aguante del equipo e instalación en relación con las sobretensiones que puedan presentarse en un punto del sistema, considerando las características de los dispositivos de protección, para reducir a un nivel técnico y económicamente aceptable, la probabilidad de que los esfuerzos dieléctricos puedan ocasionar falla del aislamiento y/o afectar la continuidad del servicio.

2. Aislamiento externo.

Comprende las superficies externas de los equipos, el aire ambiente que los rodea y las distancias en aire. La tensión de aguante del aislamiento externo depende de las condiciones

donde:

b - Presión barométrica en mBar.

t - Temperatura en °C

Norma ANSI

$$kd = \frac{b}{760} \frac{273+25}{273+t} = \frac{0.392b}{273+t}$$

donde:

b - Presión barométrica en mmHg.

t - Temperatura en °C.

Las expresiones anteriores son válidas para la corrección de la tensión en corriente alterna e impulso por rayo y para gran altitud.

Los trabajos de investigación conjunta realizados por Italia (nivel del mar), Sudáfrica (1540 msnm) y México (1710 msnm), dieron como resultado lo siguiente:

$$V_{50} = (\sigma \cdot k)^n V_{50,0}$$

donde:

$$k = 1 + \frac{h - h_0}{100}$$

Como se aprecia el parámetro k actúa como un factor multiplicativo a la inversa de lo indicado en la Norma IEC 60-1.

Referente a los valores del exponente n determinados para impulsos de forma estándar, tiene el comportamiento siguiente:

- Para impulso por rayo los valores de "n" son muy similares a la Norma IEC.
- Para impulso por maniobra positivo los valores de la Norma IEC, resultan ser grandes.
- Para impulso por maniobra negativo, los valores de "n" son completamente inadecuados.

EJEMPLO DE APLICACION

Se probó el impulso por rayo en el Laboratorio de LAPEM (Irapuato), una cadena de aisladores, clase 69 kV, por el método de arriba y abajo, para determinar la tensión crítica de flameo, tal como se muestra en la hoja de prueba No. 1.

- 1) Explicar en que consiste el método de prueba.
- 2) Calcular la tensión crítica de flameo (V_{50}).
- 3) Calcular la desviación estándar (σ) en

kV y en por ciento.

- 4) Determinar la tensión de aguante (V_A) a la altura de Irapuato (1710 msnm).
- 5) Determinar la rigidez dieléctrica de la cadena de aisladores por medio de la curva acumulativa de Gauss.

Solución:

1) El método de prueba arriba y abajo, consiste en aplicar un impulso cercano a la tensión de aguante de la cadena de aisladores, si el aislamiento no presenta flameo, se eleva la tensión en un porcentaje no mayor del 3% para impulso por rayo y se aplica el siguiente impulso; si existe flameo en este momento se empieza a contar y se disminuye la tensión en un porcentaje no mayor del 3% y así sucesivamente, hasta realizar un número de impulsos 20.

2) El conteo se inició a partir del 3er impulso y se ensayaron 28 impulsos significativos.

N_0 = Número de aguantes (no flameos) = 13.

N_1 = Número de flameos = 15.

Cuando $N_0 < N_1$ para calcular la tensión crítica de flameo (V_{50}) se aplica la expresión siguiente:

$$V_{50} = V_0 + d \left(\frac{A_0}{N_0} + \frac{1}{2} \right)$$

donde:

d - Tensión por paso en kV = 5 kV.

V_0 - Nivel de tensión del primer impulso significativo en kV = 428 kV.

$A_0 = \sum k \cdot n_k$

k - Índice de nivel (Vale 0 para V_0).

n_k - Número de aguantes en cada nivel = 13.

$N_0 = \sum n_k$

$A_0 = [(1)(0) + (0)(1) + (-1)(3) + (-2)(8) + (-3)(1)] = -22.$

$$V_{50} = 428 + 5 \left(\frac{-22}{13} + \frac{1}{2} \right) = 422 \text{ kV}$$

3) La desviación estándar (σ) se calcula por la expresión siguiente:

$$\sigma = 1.62 d \left(\frac{N_0 \cdot B_0 - A_0^2}{N_0} + 0.029 \right) \text{ (kV)}$$

donde:

$$B_0 = \sum k^2 \cdot n_k$$

$$B_0 = [(1)^2(0) + (0)^2(1) + (-1)^2(8) + (-2)^2(8) + (-3)^2(1)] = 44$$

$$\sigma = (1.62)(5) \left(\frac{(13)(44) - (-22)^2}{13^2} + 0.029 \right) = 4.45 \text{ kV}$$

$$\sigma = \frac{4.45}{422} = 1.06\%$$

4) La tensión de aguante a la altura de Irapuato se calcula por la expresión siguiente:

$$V_A = V_{50} (1 - 3\sigma)$$

donde:

$$\sigma = 0.03 \text{ para impulso por rayo.}$$

$$V_A(\text{Irapuato}) = 422 (1 - 1.3 \times 0.03) = 405.5 \text{ kV}$$

5) La curva acumulada de la rigidez dieléctrica del aislamiento, se obtiene partiendo del hecho, de que los resultados obtenidos en el laboratorio corresponden a una distribución de Gauss. La distribución acumulativa de Gauss, se obtiene de la integral:

$$P(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-z^2/2} dz$$

$$z = \frac{(V - \bar{V})}{\sigma}$$

donde:

Z - Variable normalizada.

V - Tensión de prueba en kV.

\bar{V} - Valor de la medida en kV.

σ - Desviación estándar en kV.

La integral anterior ya ha sido resuelta por las series de Mc Clairin y se encuentran en tablas de cualquier libro de probabilidad y estadística.

Los valores de tensiones de prueba sirven para calcular Z, como sigue:

$$Z_1 = \frac{428 - 422}{4.45} = 1.35$$

$$Z_2 = \frac{423 - 422}{4.45} = 0.22$$

$$Z_3 = \frac{418 - 422}{4.45} = -0.90$$

$$Z_{10} = \frac{413 - 422}{4.45} = -2.02$$

$$Z_{22} = \frac{433 - 422}{4.45} = 2.47$$

De las tablas acumuladas de Gauss, para un determinado valor de Z se obtiene la probabilidad, como se muestra en la tabla siguiente:

z	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10	0.11	0.12
0.0	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	0.5399	0.5439	0.5479
0.1	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948
0.2	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406
0.3	0.6443	0.6480	0.6517	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6701	0.6738	0.6774	0.6811	0.6847
0.4	0.6884	0.6919	0.6954	0.6989	0.7024	0.7059	0.7094	0.7129	0.7164	0.7199	0.7234	0.7269
0.5	0.7304	0.7339	0.7374	0.7409	0.7443	0.7478	0.7512	0.7547	0.7581	0.7615	0.7649	0.7683
0.6	0.7718	0.7752	0.7786	0.7819	0.7853	0.7887	0.7920	0.7954	0.7988	0.8021	0.8055	0.8089
0.7	0.8122	0.8156	0.8189	0.8222	0.8255	0.8288	0.8321	0.8354	0.8387	0.8420	0.8453	0.8486
0.8	0.8518	0.8551	0.8584	0.8616	0.8649	0.8681	0.8714	0.8746	0.8779	0.8811	0.8844	0.8876
0.9	0.8907	0.8939	0.8971	0.9002	0.9034	0.9065	0.9096	0.9127	0.9158	0.9188	0.9219	0.9249
1.0	0.9279	0.9308	0.9337	0.9366	0.9395	0.9424	0.9453	0.9481	0.9510	0.9538	0.9566	0.9594
1.1	0.9623	0.9651	0.9678	0.9706	0.9732	0.9759	0.9786	0.9812	0.9838	0.9864	0.9890	0.9916
1.2	0.9941	0.9966	0.9990	1.0000								

NOTA:

- Para valores negativos de Z, la probabilidad se obtiene directamente de la tabla.
- Para valores positivos de Z, la probabilidad es 1-Probabilidad de la tabla.

En la figura 10, se muestra la rigidez dieléctrica de la cadena de aisladores de 69 kV a la altura de Irapuato.

REFERENCIAS

- CFE-LyF L-0000-06; Anteproyecto de Especificación para Coordinación de Aislamiento, 1990.
- Normas IEC 60-1 y 2, High Voltage Test Techniques.
- Norma ANSI C68.1, Measurement of Voltage in Dielectric Test.
- Norma IEC 68.2, IEEE Standard Techniques for Switching Impulse Testing.
- IEC 76-3, Power Transformers
- ANSI C57.12.90, IEEE Standard Test Code for Liquid Immersed Distribution, Power and Regulating Transformers.
- Norma IEC 507, Artificial Pollution Test on High Voltage Insulators.
- Norma IEC 71-1, Insulation Co-ordination.

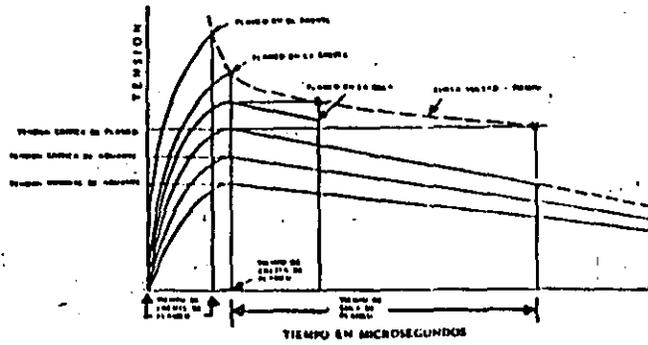
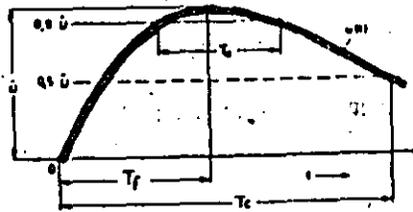
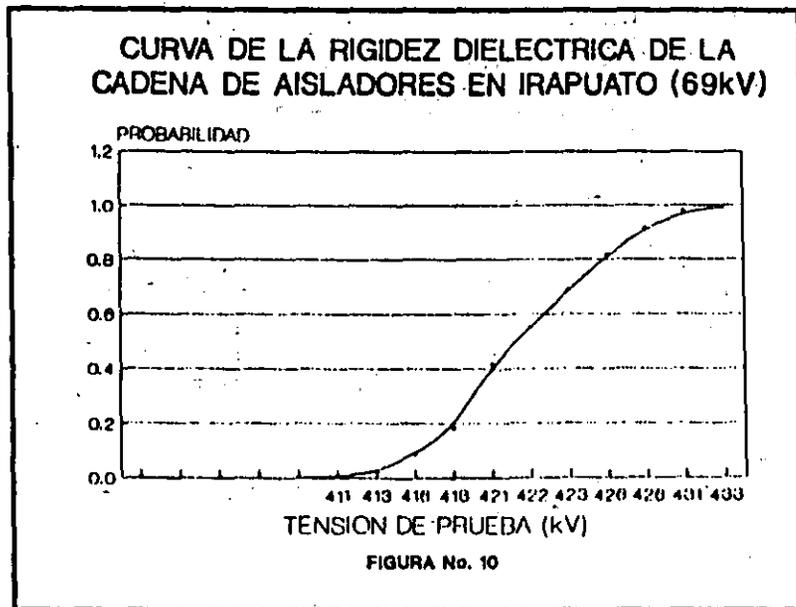


FIGURA 8
CURVA VOLTAJE - TIEMPO DE UN AISLAMIENTO AUTORRECUPERABLE



T_f	TIEMPO DE FRETE = 250 μ s	<u>TOLERANCIAS</u>	VALOR DE CRESTA = 3%
T_c	TIEMPO DE COLA = 2500 μ s		TIEMPO DE FRETE = 20%
T_d	TIEMPO INSTANTANEO DEL 90% DEL VALOR MAXIMO.		TIEMPO DE COLA = 60%

FIGURA 9
FORMA DE ONDA NORMALIZADA DE IMPULSO
POR MANIOBRA (NORMA ANSI C68.2-1972)



LAPEM

SUBSERCENIA DE LABORATORIOS - DEPARTAMENTO DE ALTA TENSIÓN

HOJA DE PRUEBA No. 1

REGISTRO DE DATOS DE LA PRUEBA DE IMPULSO

Objeto bajo prueba: CABLE DE AISLADORES

Marca: CLASS 69 kV

Prueba: U₅₀ U_A V₁ Otro: _____

Normas: IEC-60-1, 2

Estado de la muestra: _____

Antes de la prueba: BUEN ESTADO

Después de la prueba: BUEN ESTADO

OFICINA TRANSMISION

Prueba No. 1

Fecha 18/04

Lugar Immexla, México

Forma Onos Ca/23

Polaridad POSITIVA

U₅₀ 0.28 kV

U_A 5 kV

N₁ 12

N₂ 12

U₅₀ 0.28 kV

U_A 5 kV

DATOS METEOROLÓGICOS

Hora _____

Temp. bulbo seco °C _____

Temp. bulbo húmedo °C _____

Presión mm Hg _____

Humedad Absoluta g/m³ _____

Velocidad del viento m/s _____

Dirección del viento _____

Estado del tiempo _____

Intervalos	Finales	Promedios
9:55	10:15	
10:0	10:5	10:25
10:5	11:0	10:50
10:5	11:0	10:50

Responsable de la prueba: _____ Revisó: _____

OSCILOGRAMA Nº _____

FOTO-FIJA Nº _____

TIEMPO DE CARGA (seg)	TIEMPO DE DESCARGA (seg)	TIEMPO TOTAL (seg)	VELOCIDAD DE CARGA (kV/seg)	VELOCIDAD DE DESCARGA (kV/seg)	Tiempo (ms)																				
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16					
23.6	4.2	27.8	0.1	0.1																					
23.9	4.2	28.1	0.1	0.1																					
24.2	4.2	28.4	0.1	0.1																					
24.5	4.2	28.7	0.1	0.1																					
TOTALES																									

LECTURA VOLTIMETRO DE PICO (kV)

LECTURA MEDIDOR DE TIEMPO AL CORTE (µs)

OBSERVACIONES: REDESARDO SILENCIO ADELANTADO

In order to keep the power dissipation in a metal oxide arrester due to the system operating voltage small, the continuous operating voltage of the arrester has to be chosen in region 1. In this region the peak value of the resistive current component is usually well below 1 mA and the capacitive current component is predominant. This fact means that the voltage distribution at operating voltage is capacitive and thus influenced by stray and grading capacitances (see Part 2).

The resistive component of the current through the metal oxide varistor in region 1 depends on the granular layer and is thus influenced by the manufacturers selection of materials and production. Hence, considerable variation of the resistive current characteristic for different production lots and, in particular, for different manufacturers should be expected.

Both facts, the capacitive influences and the dispersion of the current characteristics mean, that an arrester supervision by means of a current measurement is only possible, when this current is measured in service installation at the same, new arrester. Even then the temperature influence according to formula 1 and/or Figure 3 has to be observed. Taking into account that the resistive current component changes by several % per °C (typically 3), the thermal equilibrium of the arrester has to be waited for in this initial measurement and the comparison measurement has to be carried out at approximately the same ambient temperature.

The protection characteristics of the arrester are determined by the voltage-current characteristic in region 2 and region 3. In these regions the influences of temperature and capacitances have disappeared and the deviation from the linear voltage distribution along the arrester is only determined by the dispersion of the resistive voltage-current characteristic. It can be assumed that this dispersion is small and the voltage distribution is linear.

2. DEGRADATION OF THE METAL OXIDE ARRESTER CHARACTERISTICS

The characteristics of the granular layer of metal oxide varistor can be degraded by the following effects:

— *Chemical reactions with the surrounding material.*

When the surrounding material contains unsuitable gas molecules; e.g. such as chemical radicals, the oxides in the granular layer will chemically react with these gases. Such gases may be formed in service, e.g. by partial discharges inside the housing, but chemical reactions have to be prevented by a suitable design, e.g. by a tight coating of the varistor surface (see Part 2a).

— *Voltage stresses by the operating voltage at ambient temperature.*

This type of degradation is the slow change of the granular material itself. It is generally referred to as material ageing. The degree of this ageing depends on the nature and the quality of the granular layer and can be reduced to a negligibly small scale.

— *High current stresses.*

High currents through the varistor can lead to excessive local current densities through the granular layer, thus partially destroying it. However, materials are available today, in which this degradation is negligibly small.

The material ageing is assessed in the forthcoming IEC Standard by the so-called ageing procedure. The material degradation by chemical reactions is tentatively included by the requirement that decomposition products, if any, should be present in the surrounding gas. The questions still open in this respect are addressed in Part 2.

The possible degradation due to current surges is assessed by a test in the standards prior to the relevant operating duty test.

3. THERMAL STABILITY

As shown in Figure 3 and formula 1 the resistive current component and thus also the power dissipation in the arrester at the operating voltage increases with the temperature with an exponent greater than 1. The dissipated power has to be transferred from the arrester blocks via the arrester housing and via the connections to the surrounding air. To achieve thermal stability, the power transfer to the environment for a given temperature must exceed the sum of the input power formed by the power dissipation and possible radiations.

The temperature, at which thermal instability begins depends on the arrester construction, i.e. the heat

transfer conditions, the material characteristic and the applied operating voltage. The energy necessary to reach this temperature depends on the initial temperature of the resistor blocks, which may be not equal over the complete arrester and on the time, in which the energy is put into the arrester. Not equal initial temperatures may originate from a non-linear voltage distribution along the arrester, which is, in particular, possible, when conductive surfaces e.g. by pollution influence this distribution. The time, in which a high energy is to be consumed inside an arrester, can vary between some 10 μ s at lightning currents to several seconds at temporary overvoltages. As a tendency it can be assumed that the shorter times create the more severe conditions, owing to possible unequal temperatures within the blocks (hot filaments) and missing power transfer.

4. CONCLUSIONS

The voltage-current characteristic of the metal oxide material offers the degree of non-linearity necessary to fulfil the mutually contradicting requirements of a low protection level at high current values and a low current, i.e. a low power dissipation, at the system operating voltage. Surge arresters using this material, therefore, can be connected to the system without series spark-gaps disconnecting the varistors from the operating voltage.

Structure of and current conduction mechanism through the material make evident that a metal oxide arrester without series gaps can represent a reliable equipment in the system, if its voltage-current characteristics remain stable with time and if they are selected adequately with respect to the voltage stresses in service. These stresses and the adequate selection of the arrester characteristics are dealt with in the following parts.

REFERENCES

- [1] M. Matsuoka "Non-ohmic properties of zinc oxide ceramics" J. of Appl. Phys. Vol. 10, No 6 p 736 (June 1971)
- [2] K. Eda "Conduction mechanism of non-ohmic zinc oxide ceramics" J. of Appl. Phys. Vol. 49 No 5 p 2964 (1978)
- [3] L.M. Levinson, H.R. Philipp "The physics of metal oxide arrester" J. of Appl. Phys. Vol. 46 p 1332 (1975)

Part 2 : Performance of metal oxide surge arresters under operating voltage

B. BACHMANN and A. SCHEI

1. INTRODUCTION

As the surge arrester has to be designed to be thermally stable, the current through the arrester at the system operating voltage has to stay well within region 1 of the voltage-current characteristic. As already shown in Part 1, Figure 3, the current through the metal oxide varistor block is mainly capacitive in this region even at elevated temperatures of the blocks. Consequently, the voltage across the varistor elements is determined by their capacitance and thus influenced by stray capacitances.

For outdoor arresters the metal oxide discs are usually built into a porcelain housing, which hermetically seals the active part from the atmosphere. As these discs behave electrically as several capacitors connected in series, the stray capacitances to earth cause a deviation from the linear axial voltage distribution with higher voltage stress of the upper elements in the arresters. This deviation from the linear distribution, is influenced by different parameters, such as arrester height, number and length of arrester units and grading rings.

In polluted conditions, capacitively coupled currents between the porcelain surface and metal oxide column and additional ohmic coupling between flanges and active parts, in case of multiple unit arresters, result in a further distortion of the voltage distribution.

In both cases the non-linear voltage distribution has the effect that a number of the metal oxide varistors are subjected to increased continuous operating voltage and consequently to increased thermal stresses.

2. VOLTAGE DISTRIBUTION IN DRY AND CLEAN CONDITIONS

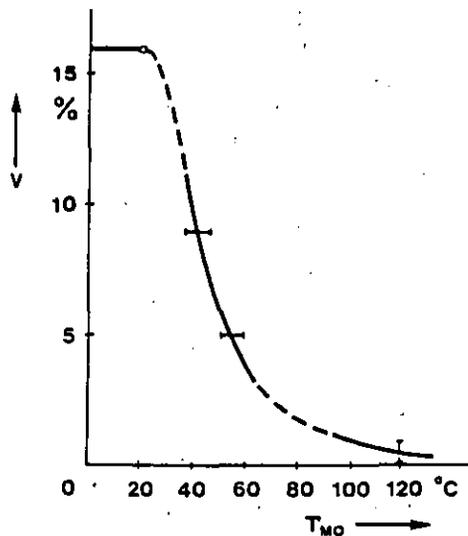
2.1 Voltage distribution

To optimize the voltage distribution along the axis of the arresters the influences of different parameters have to be investigated, from which the most important are :

- Arrester temperature
- Installation site and
- Grading measures

To present the phenomena a basic example consisting of a 3-unit arrester with a rated voltage of 360 kV mounted on an earth plane has been investigated. Details of the calculation results are reported in reference [1]. Figure 1 recalls the calculated maximum deviations from the linear voltage distributions for 3 selected ambient temperatures. At the continuous operating voltage of the arrester of 292 kV the maximum deviation from the linear

voltage distribution occurs within the upper unit and decreases from 16 % at 20 °C to 9 % at 35 °C and to 5 % at 45°C ambient temperature respectively. A further calculation with a temperature of 120 °C in all three units has been added, to cover also the temperature range of interest for thermal instability. Comparative tests were made using two relatively simple indirect methods, where integral quantities like flange potential and varistor current in the columns were determined and compared with the respective calculations [1]. Both measurements showed a satisfactory agreement with the calculations.



	20°C ambiante ambient	35°C ambiante ambient	45°C ambiante ambient
unité du parafoudre arrester unit	t°OM/MO-Temp.	t°OM/MO-Temp.	t°OM/MO-Temp.
supérieure upper	20°C	45°C	60°C
médiane middle	20°C	41°C	55°C
inférieure lower	20°C	36°C	48°C
	v = 16%	v = 9%	v = 5%

Figure 1. Variation maximale calculée de la distribution de tension linéaire (%) du parafoudre monté au sol à la tension de service permanente de 292 kV en fonction de la température du parafoudre.

Figure 1. Calculated maximum deviation from the linear voltage distribution (%) of the arrester mounted at earth plane at the continuous operating voltage of 292 kV dependent on the arrester temperature.

others. In laboratory tests the highest temperature has been found to occur in the upper unit of the arrester in most but not all cases. Field tests up to now show the highest temperature some times in the top and some times in the bottom unit. It should be recognized however, that a too long single unit arrester may result in radial punctures of the arrester porcelain during pollution, as known from long, capacitively graded bushings, and certainly also to a higher risk of internal discharges during these conditions.

— Voltage-current characteristic

When the voltage-current characteristic of the arresters is selected such that the operating voltage is far below the reference voltage, the arrester will withstand a considerable amount of non-linearity in the voltage distribution. However, the consequent increase of the reference voltage with respect to the operation voltage may lead to unnecessary high protection levels (factors as high as 1.6 are reported in [3]).

— Pollution severity

As the metal-oxide arresters have a high thermal time constant (above 1 hour), the duration of the surface discharge activity is important in addition to the pollution severity [5, 6]. Little information on the severity and duration of such stresses on the arrester in service is available. In particular, this lack of knowledge has prevented an agreement on a suitable laboratory test for metal oxide arresters. At present, the view-points are contradictory between the experts claiming the validity of one of the existing tests with long duration of discharge activities (e.g. salt-fog tests) and those considering such test as too severe for general

application and requiring that a new test based on new service measurements is developed.

— Creepage distance

The thermal stress on the varistors is a function of the leakage current which may flow on the porcelain and thus also of the creepage distance of the arrester housing.

— Varistor size (volume)

For a given arrester design, protective level and reference voltage a bigger varistor volume means decreased varistor temperatures due to pollution.

3.5 Internal partial discharges

Changes in the gas surrounding the varistors have been recognized during the investigation of arresters failed in service, as well as during laboratory pollution tests on arresters. It is today agreed that these changes in the gas composition, that may effect the varistor characteristics, originate from internal corona which arises due to the distorted voltage distribution. Depending on the arrester construction such a corona can be initiated already under rain or slight pollution conditions.

It is evident that such effects have to be avoided. Two alternative measures are considered at present, that are either avoiding such discharges or making the materials covering the varistors gas-tight. The first alternative certainly would be the best solution. However, some experts consider such a solution as not possible or at least not economically feasible. Furthermore, it may be difficult to develop a suitable test procedure, to prove the effectiveness of an adopted design.

The second solution which is to cover the varistors with a gas-tight

material, which prevents even gas diffusion, is technically easier. Most varistors manufactured today have a cover of this type. No or negligible changes in the characteristics of this type of varistors have been reported from laboratory tests, run to simulate long term conditions with partial discharges. Experience so far seems to confirm this [4].

For the time being a combination of both measures seems to be a solution, i.e. reducing the risk of partial discharges as much as possible and equip the varistors with a tight cover.

REFERENCES

- [1] E.G. Maier, R.M. Rudolph, W. Schmidt, F. Hunziker - Voltage distribution and pollution performance of metal oxide arresters. CIGRE 1986 Session, Report 33-12
- [2] IEC (Secretariat) 68, January 1987 Draft - surge arresters Part 1 : Metal oxide surge arresters without gaps for a.c. systems.
- [3] M.P. Verma, W. Petrusch, H. Niklasch - Temperature rise of metal oxide blocks in surge arresters under pollution. CIGRE Colloquium 1987, report 33.87 (Coll.) 9.1 IWD.
- [4] A. Bargigia, G. Mazza, G. Le Roy, A. Rousseau, L. Sparrow - Behaviour of metal oxide surge arrester under different environmental conditions. CIGRE 1988, report 33-14.
- [5] A. Schel - Current pulse integral recording from metal-oxide surge arresters tested at Lista 300 kV natural pollution test station. Results from the first year of operation. CIGRE Colloquium 1987, report (Coll) 09.10.
- [6] A. Schel - Current pulse Integral recordings from artificial pollution tests on 300 kV metal-oxide surge arresters. CIGRE Colloquium 1987, report (Coll) 09.11 and (Coll) 09.13

1. INTRODUCTION

Stresses from temporary overvoltages on metal oxide surge arresters without gaps differ from the stresses on conventional arresters with gaps. In most cases temporary overvoltages do not cause conventional arresters to spark-over (only the grading circuits are stressed), whereas they may result in metal oxide surge arresters conducting sufficient current to cause considerable heating of the ZnO resistor blocks. For this reason it is also important to note that all metal oxide surge arresters connected to the relevant part of the network will be stressed simultaneously by temporary overvoltages.

In addition to the factors determining the maximum continuous operating voltage, the amplitude and duration of temporary overvoltages which may be confined to only part of, or in some cases may be impressed on the entire system, are the critical factors in determining the selection of the rated voltage of metal oxide surge arresters at the various arrester locations in a system. This report presents an overview of the causes, and the ranges of amplitude and duration of these temporary overvoltages. It, furthermore, indicates the order of magnitude of the source impedance influencing the current through the arrester to check the possibility of an arrester protection against these overvoltages.

2. ORIGINS OF TEMPORARY OVERVOLTAGES

Temporary overvoltages mainly are caused by :

- Load rejections
- Energization of unloaded lines
- Earth faults
- Resonance effects

Each of these system conditions separately causes temporary overvoltages, but they may also coincide resulting in higher overvoltage values. The amplitude of temporary overvolt-

ages in each case depends on system parameters.

3. CHARACTERISTIC DATA OF TEMPORARY OVERVOLTAGES

Since detailed studies taking into account all relevant parameters are not justified in every case, the following generalized and simplified formulae and diagrams are presented to evaluate the relevant approximate overvoltage factors as well as rough figures of amplitude and duration to be expected under typical system conditions. All overvoltage factors are referred to the actual power frequency phase-to-earth voltage prior to the event.

3.1 Load rejections

Load rejections may occur on a system and on lines connecting a generator-transformer unit with a substation.

3.1.1 Load rejection in a system

Figure 1 shows the basic configuration for the most severe case of a full

load rejection. The overvoltage factor K_1 can be calculated by the formula

$$K_1 = \sqrt{\left(1 + \frac{Q_L}{S_{SC}}\right)^2 + \left(\frac{P_L}{S_{SC}}\right)^2} \quad (1)$$

where S_{SC} is the short circuit power of the system and P_L and Q_L are the resistive and reactive load.

Note : In systems with high capacitive loading and/or high contributions by shunt reactors the effective short circuit power $S_{SC} = U^2/Z_{Th}$ corresponding to the Thevenin equivalent impedance Z_{Th} of the feeding systems has to be inserted for S_{SC} in the formula (U = system voltage).

Figure 2 shows the values of K_1 versus the ratio Q_L/S_{SC} for the parameter P_L/S_{SC} . High values of the overvoltage factor K_1 result from high ratios Q_L/S_{SC} , or, in particular, if large shunt capacitors or filter circuits are connected to the feeding system. Taking into account, however, that in substations with high short circuit power, the disconnection of one line does not represent a full load rejection, the overvolt-

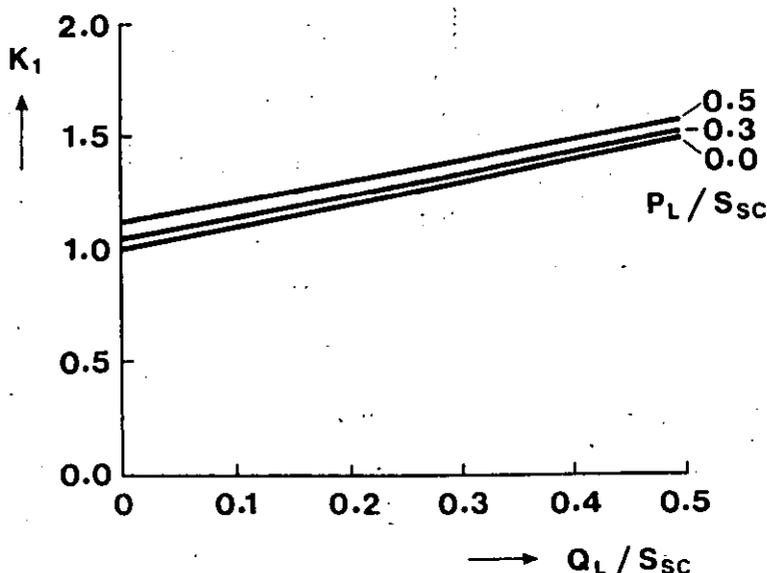


Figure 2. Facteur de surtension K_1 pour une réjection complète de charge dans un réseau. Paramètres relatifs à la Figure 1.

Figure 2. Overvoltage factor K_1 for full load rejection in a system. Parameters according to Figure 1.

= 4 in cases of normal transformer saturation at voltages above about 1.2 pu and about $f/f_0 = 6$ in cases where transformer saturation is reached at very low voltages of about 1.05 pu as shown in [3].

This means that specific investigations on metal oxide surge arrester stresses by possible resonance conditions have to be carried out only if system data meet the following conditions :

a) Ratio of transformer rated power S_{Tr} to short circuit power S_{SC} of the system

$$\frac{S_{Tr}}{S_{SC}} \geq 0.7 \frac{L_s}{L_{Tr}} \cdot u_k$$

with values of about

$$\frac{S_{Tr}}{S_{SC}} \geq 0.2 \quad \text{for step-down transformers } (L_s/L_{Tr} = 2.0 \text{ to } 2.5; u_k = 0.15)$$

$$\frac{S_{Tr}}{S_{SC}} \geq 0.1 \quad \text{for step-up transformers } (L_s/L_{Tr} = 1.0 \text{ to } 1.3; u_k = 0.15)$$

and

b) Ratio of capacitive load Q_L to short circuit power S_{SC} of the system

$$\frac{Q_L}{S_{SC}} \geq 1.7 \left(\frac{f_0}{f_r} \right)^2$$

with about

$$\frac{Q_L}{S_{SC}} \geq 0.1 \quad \text{for full transformer saturation at about 1.2 pu voltage (normal case)}$$

$$\frac{Q_L}{S_{SC}} \geq 0.05 \quad \text{for full transformer saturation at very low voltage about 1.05 pu (transformers with large tap-changer ranges)}$$

The duration of stresses by such saturation phenomena is less than 0.5 s in most cases, but in extreme cases (if steady state conditions are reached) also some 10 s may be reached.

Similar saturation phenomena may also occur at fault clearing by reenergization of transformers. If more than one transformer will be reenergized, their rated powers have to be added and the sum to be used in formula 11.

A report dealing with detailed studies of transformer saturation phenomena, the temporary overvoltages involved and their effects on the arres-

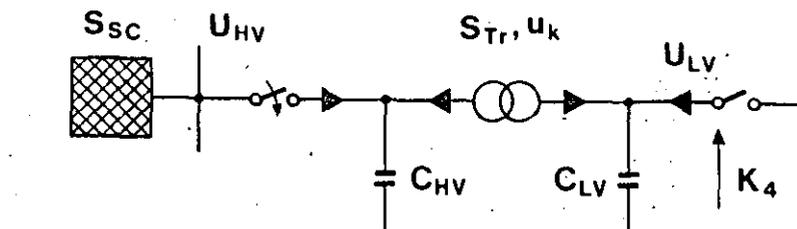


Figure 10. Configuration de base pour la résonance de circuits couplés.

Figure 10. Basic configuration for resonance of coupled circuits.

- K_4 = facteur de surtension côté BT - overvoltage factor of LV-side
- U_{HV}, U_{LV} = tension de service côtés HT et BT respectivement - operating voltage of HV-resp. LV-side
- C_{HV}, C_{LV} = capacités des câbles côtés HT et BT respectivement - cable capacitances at HV-resp. LV-side
- S_{SC} = puissance de court-circuit côté HT - short circuit power of HV-side
- S_{Tr} = puissance assignée du transformateur - rated power transformer
- u_k = impédance de court-circuit du transformateur en p.u. - short circuit impedance of transformer in pu

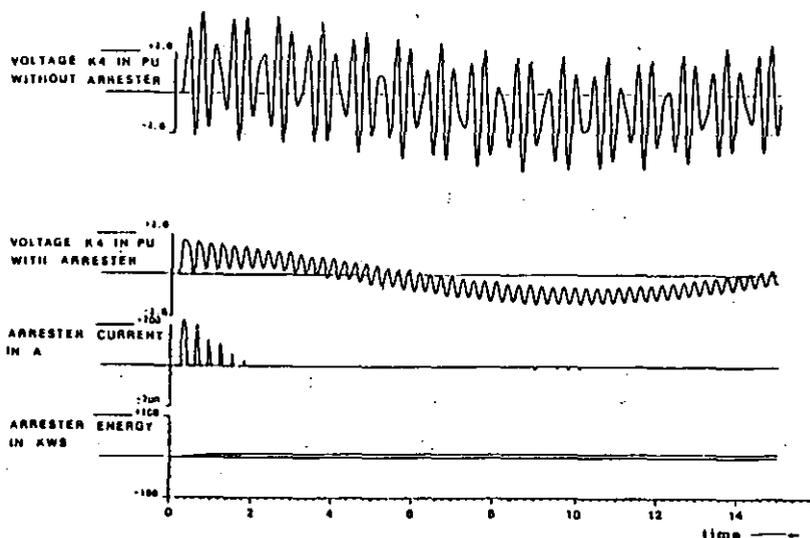


Figure 11. Exemple de surtension temporaire de résonance du côté BT après mise sous tension d'un transformateur (sans (a) et avec parafoudre (b)) dans le circuit représenté en Figure 10.

- c : courant du parafoudre
- d : absorption énergétique du parafoudre

Figure 11. Example of resonance temporary overvoltage on the LV side after energization of a transformer (without (a) and with surge arrester (b)) in the circuit shown in Figure 10.

- c : arrester current
- d : arrester energy absorption

$U_{HV} = 230 \text{ kV}$ $C_{HV} = 0.2 \mu\text{F}$ $S_{SC} = 13 \text{ GVA}$ $u_k = 0.15 \text{ pu}$
 $U_{LV} = 115 \text{ kV}$ $C_{LV} = 0.08 \mu\text{F}$ $S_{Tr} = 200 \text{ MVA}$

ter energy is foreseen as part 4 of the sequence of reports (see Foreword).

3.4.2 Coupled circuits

Resonance effects are reported in reference [6] where the line oscillation resulting from energizing the overhead line on the high-voltage (HV) side of a transformer feeder circuit, is increased by near resonance with the trans-

former leakage inductance and capacitance on the low-voltage (LV) side. The resonant frequency of the latter combination is near to that of the overhead line.

Similar resonance conditions may occur if unloaded transformers are switched-on with cables connected to the high-voltage (HV) as well as on the low-voltage side (LV). Under such

conditions, resonance effects may arise on the LV side. These resonances are caused by the coupling of two oscillating circuits with approximately the same resonant frequency. The principle is shown in Figure. 10.

Resonance can occur if the resonance frequency of the primary LC-circuit consisting of the capacitance C_{HV} of the cable at the HV-side and the short circuit inductance of the feeding network (given by S_{SC}) corresponds to the resonance frequency of the secondary LC-circuit consisting of the capacitance C_{LV} of the cable at the LV-side and the leakage inductance of the transformer (given by S_T and u_k).

Figure 11 shows an example of such resonance phenomena of coupled circuits. The upper trace shows the overvoltage on the LV-side without surge arrester. The second trace shows that a metal oxide surge arrester on the LV-side damps such overvoltages strongly. The lower traces show the relevant arrester current and the energy absorbed.

Although without arresters the overvoltage factors at the LV-side in case of coupled circuits without load may reach values of 3 to 5, metal oxide surge arresters reduce them to harmless values. The arresters would be stressed considerably by such events, only if the total capacitance at the unloaded LV-side would be at least some μF for 123-kV- and 145-kV-systems or some tens of μF for medium voltage systems. As such values are not usual for practical system configurations, the arrester stresses caused by such resonance phenomena of cou-

pled circuits can be disregarded and the arrester can be applied for their limitation.

4. SIMULTANEOUS EVENTS FOR TEMPORARY OVERVOLTAGES

If several reasons for temporary overvoltages coincide at the same time the total overvoltage factor will be equal to the product of the relevant single ones, i.e. if an earth-fault occurs immediately after a load rejection the total overvoltage factor referred to the actual power frequency phase-to-earth voltage just before these events will be equal to the product of K_1 for the load rejection factor and the earth-fault factor K_3 , which however, must be that one, applicable to the part of the system subjected to the load rejection overvoltage.

Also an earth-fault after energization of unloaded lines results into phase-earth overvoltages equal to the product of the two factors for the two events. The two factors must apply to the same location.

The consideration of an event consisting of three single events, such as an earth-fault after load rejection at the end of a long line would even result in a product of three single factors. However, besides the low probability of such events, the actual overvoltage factors will not be as high as the maximum values obtained for the single events.

The duration of temporary overvoltages caused by the combination of several reasons is composed of the duration of the relevant single compo-

nents. This may lead to a temporary overvoltage profile consisting of a high overvoltage factor during a short time and a lower one during a longer period of time.

5. REFERENCES

- [1] R. Eriksson : Temporary overvoltages in EHV systems. Aspects on system conditions and probability. CIGRE report 33-13, 1986, Chapter 1.1
- [2] IEC TC 37 (Germany) 40 July 1981 : Proposal of the German National Committee in connection with Document 37 (Central Office) 30 : revision of Publication 99-1A
- [3] O. Völcker : Arrester stressing by temporary overvoltages with oscillation frequencies other than power frequency. CIGRE report 33-13, 1986, Chapter 1.2
- [4] K.-H. Weck : Duration of temporary overvoltages in resonant earthed and isolated neutral systems. Document 33-85 (WG 06) 8 IWD
- [5] D. Povh, W. Schultz : Analysis of overvoltages caused by transformer magnetizing inrush currents. IEEE Trans. PAS 100 (1981), pp. 1355-1365
- [6] D. Boyle, K.F. Foreman : Summary of computer studies of switching overvoltages and surge arrester duty when energizing a 275 kV/132 kV transformer feeder circuit. Document 33-85 (WG 06) 9 IWD
- [7] A. Schei : Overvoltages during single line-to-earth faults in arc-suppression coil earthed system. Principle considerations. Document CIGRE SC 33-84 (WG 06) 2 IWD
- [8] A. Schei : Calculated overvoltages and surge arrester stresses during single line-to-earth faults in a 132 kV arc-suppression coil earthed network. Document CIGRE SC 33-84 (WG 06) 3 IWD

Metal oxide surge arresters in AC systems

Part VI : Selection of metal oxide surge arrester characteristics from the standards

L. STENSTRÖM

Working Group 06 of Study Committee 33

1. INTRODUCTION

Selecting a surge arrester for a specific application is a compromise between its protective levels, temporary overvoltage (TOV) capability and energy capability. Increasing the TOV capability i.e. selecting a higher rated voltage increases the possibility of the arrester to survive system voltage stresses, but reduces the margin of protection provided by the arrester for a given insulation level. An arrester with a higher energy capability reduces the risk of failure but usually means increased costs.

The possibility to obtain an optimum combination depends on how well actual arrester stresses are known or can be estimated. The preceding chapters have dealt in detail with these stresses due to lightning, switching, temporary overvoltages and the actual continuous operating voltage. In this chapter, the stresses are thus assumed to be known.

An optimum selection also requires a detailed knowledge of arrester capabilities regarding TOV and energy as well as how the standards and manufacturer's data shall be interpreted and correlated to service stresses.

Necessarily therefore, a complete selection procedure will look rather complicated as illustrated in Figure 14.

Due to lack of accurate information on service conditions and/or use of high relative insulation levels and/or limited and acceptable consequences of an arrester failure it may not be useful or justified to adapt the full selection procedure. Figure 15 shows a simplified selection scheme which can be used under such circumstances and also points out when use of a more complex method is necessary.

In order to compare arresters of different types and makes based on energy and overvoltage capability, a classification system must also be available. Reference is made, therefo-

re, to the work carried out by IEC TC 37 from which a proposal for a new standard for metal oxide surge arresters will be distributed during 1990 as per the 6-month rule.

This part of the report will follow step by step the simplified selection procedure outlined in Figure 15 with emphasis laid on the selection of the continuous operating voltage, U_c , the rated voltage, U_r , and the energy capability. For each step also the more complete method according to Figure 14 will be commented on.

To make it easier to follow the discussion numbers are given in the Figures 14 and 15 referring to corresponding clauses in the text.

2. SELECTION OF THE CONTINUOUS OPERATING VOLTAGE, COV OR U_c

U_c is by definition "The designated permissible r.m.s. value of power frequency voltage that may be applied continuously between the arrester terminals".

U_c for a metal oxide, MO, arrester is given by the manufacturer who has to consider ageing phenomena, possible non-uniform voltage distribution and energy stresses caused by lightning and switching surges as well as thermal stability.

The complete arrester with housing, internal components and possible grading ring must also be designed for the given U_c .

That a given U_c is relevant is proven in type tests, according to the standards, on prorated sections as well as on the complete arrester.

To make a distinction between actual applied crest voltage divided by $\sqrt{2}$ across the arrester terminals and U_c , the former will be designated U_{ca} .

U_c shall always be selected as higher than or equal to U_{ca} . To include the effect of harmonics when not

exactly known U_{ca} should be taken as the system voltage crest divided by $\sqrt{6}$ for normal phase-ground arresters. If the system voltage crest is not known, the highest voltage for equipment, U_m should be used instead.

Normally U_m corresponds to the nominal system voltage plus 5-10%.

Normal service conditions are listed in the standard. Important conditions are the temperature range -40°C - $+40^{\circ}\text{C}$, frequency of the a.c. voltage 48 Hz-62 Hz and the presence or absence of heat sources near the arrester. If actual conditions are outside these limits, the manufacturer has to be consulted.

3. SELECTION OF RATED VOLTAGE, U_r , i.e. THE TOV CAPABILITY

When the required U_c for the MO arrester is determined the TOV combined with the energy from possible preceding transients will determine the rated voltage of the arrester.

By definition in the standard IEC 71-1 a temporary overvoltage is:

"An oscillatory phase-to-ground or phase-to-phase overvoltage at a given location of relatively long duration and which is undamped or only weakly damped. Temporary overvoltages usually originate from switching operations or faults (e.g. load rejection, single-phase faults) and/or from nonlinearities (ferro-resonance effects, harmonics). They may be characterized by their amplitude, their oscillation frequencies, their total duration or their decrement".

According to this definition for the MO surge arrester all voltages higher than U_c are defined as TOV. The duration of TOV can be from a few cycles to several hours. In isolated or resonance earthed neutral systems a TOV can be maintained for as much as 24 hours or even longer.

For a detailed discussion on the origin of TOV and its typical amplitudes and durations, reference is made to Part 3 "Temporary overvoltages and their stresses on metal oxide surge arresters" of the report.

Rated voltage of a MO arrester specifies the overvoltage capability established in the operating duty tests. (The new IEC standard exists as a secretary paper as per the 6 month rule. "Rated voltage" is used here as it is defined in this coming standard). Different arresters may have the same U_c but different rated voltages *i.e.* they are designed for the same system voltage but could meet different overvoltage requirements.

An arrester just fulfilling the (coming) IEC standard will have a TOV capability for 10 seconds equal to or greater than the rated voltage after being preheated to 60°C and dissipating a specified energy. The energy is defined by two subsequent line discharges of the relevant line discharge class for 10 kA surge arresters of discharge classes 2 and 3 and for 20 kA arresters of discharge classes 4 and 5. For 5 kA arresters as well as for 10 kA arresters of discharge class 1 the energy is taken by one high current impulse. For 20 kA High Lightning Arresters the energy is taken by three high current impulses.

The energy absorbed by the arrester in these tests prior to the application of rated voltage should be stated by the manufacturer. A guide to find approximately the energy generated in the MO arrester depending on line discharge class and switching impulse residual voltage is given in Figure 6 taken from Ref [1].

3.1 Simplified procedure

Main reference is made to Part 3 to obtain overvoltage factors for different occurrences of TOV and type of systems. To cover most common system situations, however, the following selection of U_r is suggested:

Amplitude and duration of TOV known

- For duration ≤ 10 s select $U_r \geq TOV$
- For duration ≤ 100 s select $U_r \geq 1.05 \times TOV$
- For duration < 2 h consult manufacturer's TOV curves
- For duration > 2 h consider the TOV as continuous and select U_c equal to TOV.

TOV not known

For directly earthed neutral systems:

Assume $TOV = 1.5$ p.u. ($1 \text{ p.u.} = U_m \times \sqrt{2}/\sqrt{3}$) with a duration of 10 s and

select $U_r \geq TOV$. This will cover most cases including some combined effects of earth faults and load rejections due to the following reasons:

- The duration of earth faults is usually less than 1 s
- U_m is usually 5-10% higher than the normal operating voltage
- U_r is defined for 10 s and thus the 1 s TOV capability will be approximately 5% higher

For resonant earthed and isolated neutral systems:

Assume $TOV = 1.73$ p.u. ($1 \text{ p.u.} = U_m \times \sqrt{2}/\sqrt{3}$)

For fault clearing time ≤ 10 s, select $U_r \geq TOV$

For fault clearing time ≤ 100 s, select $U_r \geq 1.05 \times TOV$

For fault clearing time < 2 h, consult manufacturer's TOV curves

For fault clearing times ≥ 2 h, consider the TOV as continuous and select U_c equal to the normal system operating voltage

For other systems consult Part 3. For resonant earthed systems with long radial lines special consideration must be taken. A computer study is recommended if arrester rated voltages $\geq 1.2 \times U_m$ is not acceptable from insulation co-ordination (protection level) point of view.

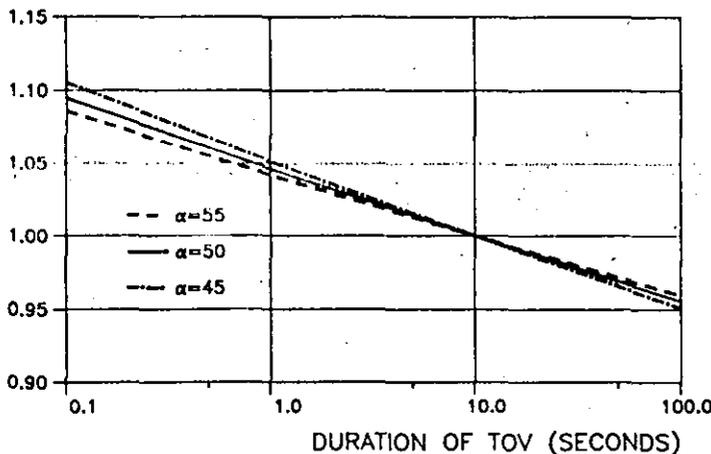
3.2 Complete procedure

To apply this method a detailed knowledge of magnitudes and durations of TOV is preferable. Furthermore, since the basic frequency of the TOV may differ considerably from the power frequency, two cases are considered — one with a TOV with a frequency of oscillation equal to or close to the power frequency and one with frequencies different from the power frequency.

3.2.1 Selection considering TOV with a frequency of oscillation equal to or close to the power frequency

By applying the 10-second overvoltage definition for rated voltage, it is possible to directly compare one point on a known TOV distribution curve with the arrester capability. As a first step in the selection procedure the rated voltage should be selected equal to or higher than the 10 second overvoltage, TOV_{10} . If TOV_{10} is not known but some other TOV with durations in the

PERMISSIBLE TOV IN p.u. OF THE 10 seconds (TOV_{10}) OVERVOLTAGE CAPABILITY



Permissible TOV in p.u. of the 10 seconds (TOV_{10}) overvoltage capability: TOV admissible en p.u. du type surtensions de 10 secondes (TOV_{10})

Figure 1. Courbe des TOV possibles pour un parafoudre dépassant à peine les critères de la CEl.

Figure 1. TOV capability curve for an arrester just passing the IEC criteria.

during 10 seconds will most probably have the rated voltage defined above the "knee-point" of the characteristics.

The conduction mechanism is different in the region above the "knee-point" compared with the leakage current region and independent of temperature and frequency.

For a TOV higher than the 10 second overvoltage capability i.e. the rated voltage according to IEC it can be assumed, therefore, that the ratio between the energies W_1 and W_2 absorbed during one half cycle at the frequencies f_1 and f_2 is

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{f_2}{f_1} = \frac{\tau_1}{\tau_2}$$

for the same voltage amplitude, where τ is the duration of one half cycle.

The consequence of this is that for the same voltage amplitude the arrester capability is the same in seconds independent of frequency if the duration is less than 10 s i.e. the TOV must be above the rated voltage according to the assumptions made.

By applying the simplified method outlined in clause 3.2.1 and using the ratio between energies at different frequencies an equivalent 10 s overvoltage (TOV_{10}) at power frequency can be determined on which to base the selection of U_r .

As an example consider a TOV according to Figure 5.

In Table II the TOV is evaluated and recalculated to one equivalent TOV at 50 Hz with one amplitude (1.5 p.u.) and one duration (15.3 ms).

The equivalent 10 s overvoltage (TOV_{10}) is then determined as:

$$TOV_{10} = 1,5 \times \left(\frac{0,0153}{10} \right)^{\frac{1}{51}} = 1,32 \text{ p.u.}$$

A standard arrester rated voltage equal to or higher than 1.32 p.u. should be selected. (Or an arrester with 10 s TOV capability > 1.32 p.u.)

3.2.2.1 Effect of the short-circuit impedance for harmonic TOV

Assuming a pure inductive source for harmonic TOV will result in a figure equivalent to Figure 4 but due to the higher frequency the effect of the source impedance will be even more pro-

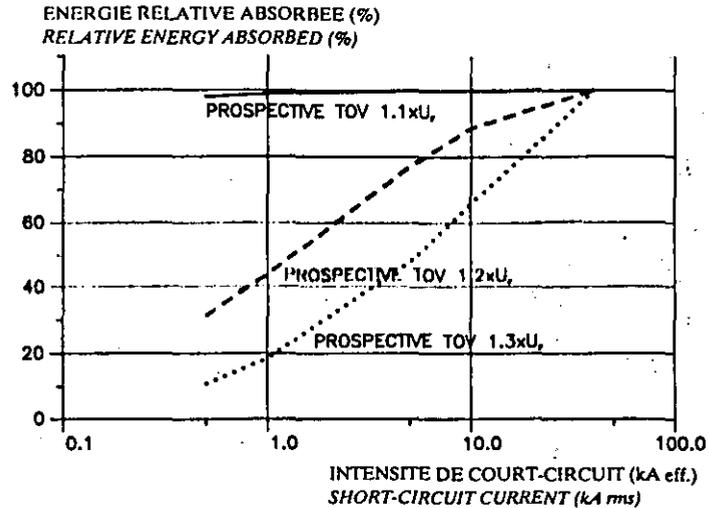


Figure 4. Effet de l'impédance de court-circuit de la source (Fréquence 50 Hz) sur l'énergie dissipée du parafoudre.

Figure 4. Effect of the short-circuit impedance of the source (Frequency 50 Hz) on arrester dissipated energy.

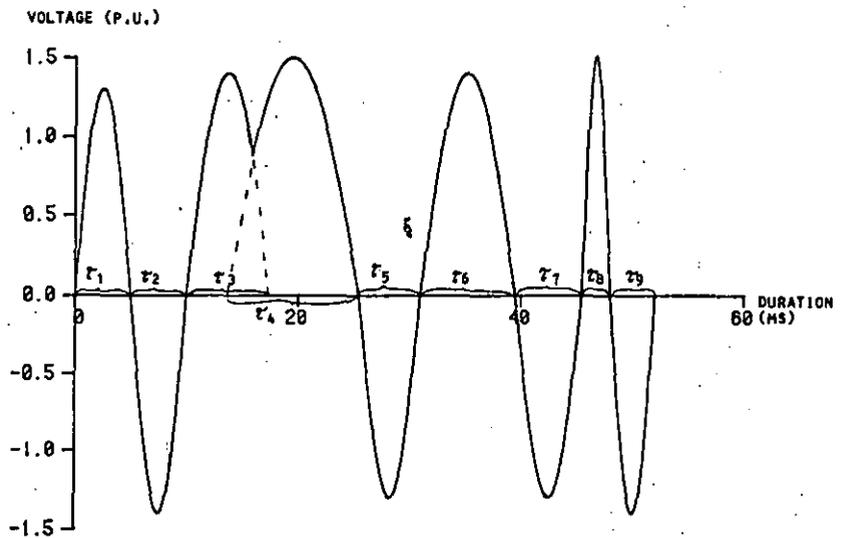


Figure 5. Exemple de TOV comprenant plusieurs fréquences différentes de la fréquence industrielle. La TOV ne doit pas être prise comme réaliste et n'est utilisée que comme exemple pour la procédure.

Figure 5. Example of TOV comprising several frequencies different from power frequency. The TOV shall not be seen as realistic and is only used to exemplify the procedure.

nounced. However, when conditions for resonance exist, the equivalent scheme for the source impedance usually is much more complex than can be modulated by a simple inductive source. This is discussed in detail in Part 4.

4. SELECTION OF THE NOMINAL DISCHARGE CURRENT

The same recommendations as for the old type of arresters with gaps are valid i.e.:

For systems with $U_m \leq 52$ kV use a nominal discharge current, $I_n = 5-10$ kA

For systems with $U_m \leq 300$ kV use $I_n = 10$ kA

For systems with $U_m > 300$ kV use $I_n = 10-20$ kA

5. INSULATION CO-ORDINATION-SELECTION OF PROTECTION LEVEL

An insulation co-ordination has to be carried out. The most important

SPECIFIC ENERGY kJ/kV (U_r)

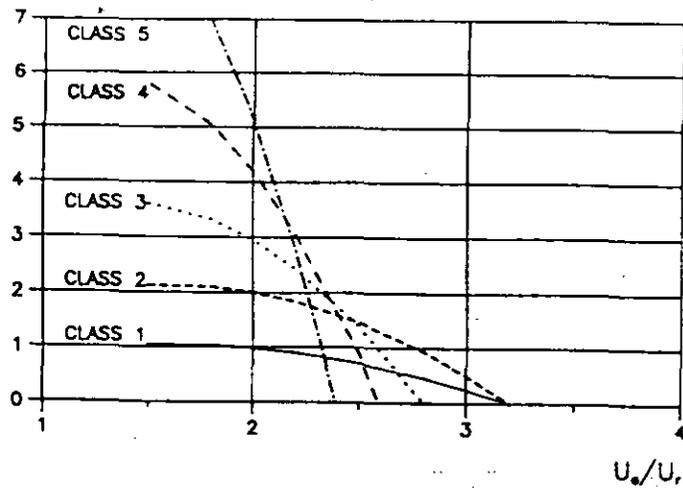


Figure 6. Energie spécifique en kJ/ U_r , en fonction du rapport de la tension résiduelle du choc de manœuvre, U_a sur U_r . Paramètre : classe d'amorçage de ligne.

Figure 6. Specific energy in kJ/ U_r , dependent on the ratio switching impulse residual voltage, U_a , to U_r . Parameter: Line discharge class.

SPECIFIC ENERGY kJ/kV (U_r)

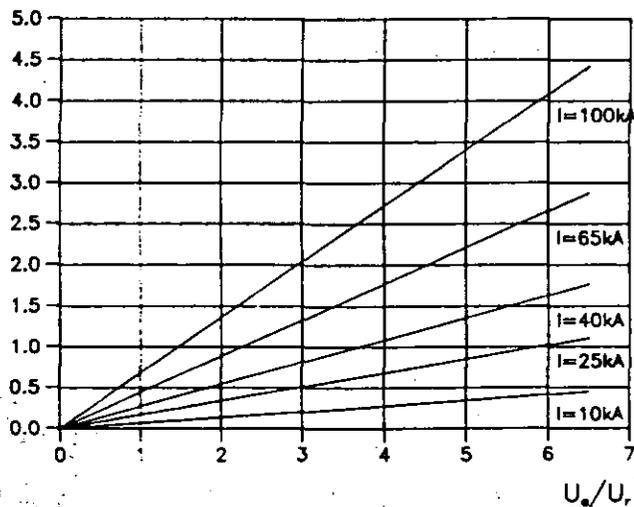


Figure 7. Energie spécifique en kJ/ U_r , en fonction du niveau de protection en kV/ U_r , pour des chocs de courant de 4/10 μs . Remarque : le niveau de protection est valable à l'amplitude réelle du courant et non à un courant nominal.

Figure 7. Specific energy in kJ/ U_r , dependent on the protective level in kV/ U_r for 4/10 μs current impulses. Note: The protective level is valid at the actual current amplitude not at a nominal current.

TABLEAU I. / TABLE II.

Overvoltage p.u.	Duration $\tau_1 - \tau_9$ ms	Duration of equivalent 50 Hz TOV giving the same energy ms	Duration of equivalent TOV with amplitude 1.5 p.u. giving the same energy ms
1.3	5.0	5.0	0.0034
1.4	5.0	5.0	0.148
1.4	7.5	7.5	0.222
1.5	12.0	12.0	12.
1.3	5.5	5.5	0.0037
1.4	8.5	8.5	0.252
1.3	6.0	6.0	0.004
1.5	2.5	2.5	2.5
1.4	4.0	4.0	0.119
			Σ 15.3 ms

Duration of equivalent 50 Hz TOV giving the same energy ms

Durée de la TOV 50 Hz équivalente donnant la même énergie, en ms

Duration of equivalent TOV with amplitude 1.5 p.u. giving the same energy ms :

Durée de la TOV équivalente avec amplitude de 1,5 p.u. donnant la même énergie en ms.

TABLE III. Line discharge classes and virtual duration of current impulse (rectangular current) as per IEC.

Line discharge class as per IEC	Virtual duration of peak (μs)
1	2000
2	2000
3	2400
4	2800
5	3200

parameters involved in this process are:

- Prospective amplitude and steepness of overvoltage
- Distance between the arrester and protected objects
- Insulation level, surge impedance and/or capacitance of protected object
- Design safety margin for station and equipment insulation (typically 20% as given by IEC 71-1976).
- Acceptable risk *i.e.* the importance of the station
- Number and positioning of arresters

Further information is obtained in Part 5 "Protection performance of metal oxide surge arresters" and from IEC 71-1, 71-2 and 71-3.

6. SELECTION OF ENERGY CAPABILITY

6.1 Energies associated with standard tests

According to the coming IEC standard as well as the ANSI/IEEE standard for MO arresters the arresters or arrester sections shall be subjected to a number of tests including current impulses from a few microseconds to milliseconds with amplitudes from 100 kA to a few hundreds of amperes depending on arrester type. The energies absorbed in these tests are considerably dependent on the protective level of the arrester.

In Figures 6 to 9 specific energies absorbed in the most common standard tests are shown. The energies are given in kJ/U_r as a function of the arrester protective level in kV/U_r .

Figure 6 is taken from Ref [1] and gives the energies associated with the line discharge classes as per IEC.

Figures 7 to 9 are representative for the standard current tests with impulses of $4/10 \mu\text{s}$, $8/20 \mu\text{s}$ and $30/80 \mu\text{s}$ respectively.

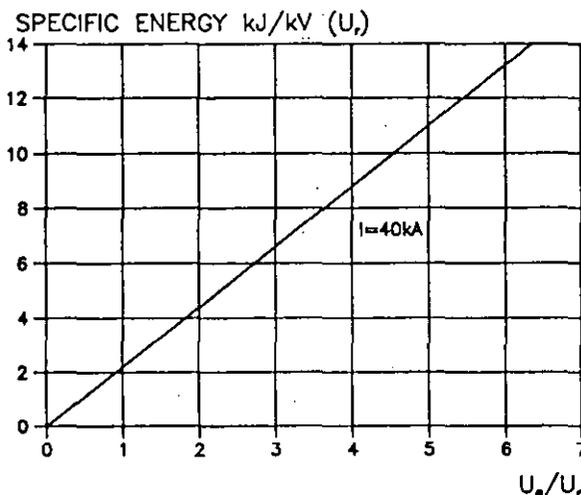


Figure 9. Energie spécifique en kJ/U_r , en fonction du niveau de protection en kV/U_r , pour des chocs de courant de $30/80 \mu\text{s}$. Remarque : le niveau de protection est pris à 40 kA.

Figure 9. Specific energy in kJ/U_r , dependent on the protective level in kV/U_r , for $30/80 \mu\text{s}$ current impulses. Note: The protective level is taken at 40 kA.

SPECIFIC ENERGY $\text{kJ}/\text{kV} (U_r)$

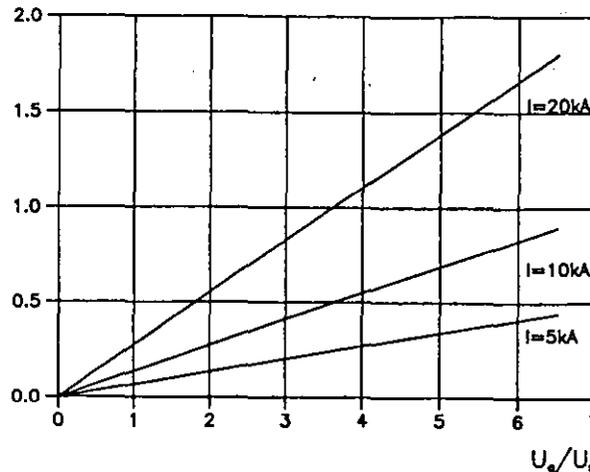


Figure 8. Energie spécifique en kJ/U_r , en fonction du niveau de protection en kV/U_r , pour des chocs de courant de $8/20 \mu\text{s}$. Paramètre : amplitude du courant. Remarque : le niveau de protection est valable au courant réel et non à un courant nominal.

Figure 8. Specific energy in kJ/U_r , dependent on the protective level in kV/U_r for $8/20 \mu\text{s}$ current impulses. Parameter: Current amplitude. Note: the protective level is valid at actual current not at a nominal current.

The energies have for all cases been calculated by assuming the voltage to be constant during the discharge and the current is taken as a pure sine wave with a minimum time to half value on the tail according to given tolerances in the standard.

6.2 Arrester energies resulting from switching of transmission lines

Switching-in against a trapped charge on a transmission line is generally considered to be the decisive case for an arrester installed at the open far end of the line. Calculated arrester energies should preferably be compared with the energies absorbed in the line discharge test.

An energy selection procedure firstly assumes that the decisive energy stress as a function of arrester protective level is calculated or estimated by any suitable method. (In Ref [3] typically figures are found) secondly a preliminary choice of arrester rated voltage, protective level as well as current and line discharge class is made and the relative protective level in kV per kV arrester rated voltage is determined.

Thirdly the energy is compared with energies absorbed in the line discharge classes according to Figure 6 and a suitable class is chosen which meets the requirements. Protective level

and/or rated voltage may be reconsidered.

6.2.1 Complete procedure

Several manufacturer have presented curves that show that the energy capability of the MO blocks is a function of current amplitude and duration of the impulse *i.e.* the arrester energy capability increases with increasing energy injection time.

The selection procedure may therefore be refined if the actual discharge duration and waveshape of current are taken into account which of course assumes a very good knowledge of actual stresses.

Furthermore the IEC line discharge test comprises repeated discharges and the thermal stability of the arrester has to be verified for two consecutive discharges with 50 to 60 seconds between them. For single operations usually an arrester can withstand a higher energy than determined by one line discharge as per Figure 6. This "single energy capability" is normally given by the manufacturer with different limits for different manufacturers regarding impulse duration and/or current amplitude. As the probability also is very low that breaker closing occurs at maximum unfavourable instant regarding arrester energy twice within one minute, it may be too conservative to design for two consecutive discharges.

The actual arrester current resulting from transmission line switching does not look like a square wave as in the standard tests. The duration of the discharge may also differ from what is prescribed (Table III).

In order to compare with the standard tests, actual stresses can be recalculated to stresses obtained in standard tests.

If no information is available from a manufacturer it can be assumed that the energy capability follows an equation of the form:

$$W = W_0 \times \left(\frac{T}{T_0}\right)^n \quad (1)$$

Where

W_0 = energy capability for a square current wave of duration T_0

W = energy capability for a square current wave of duration T

The exponent n may be different for different manufacturers. The tests in

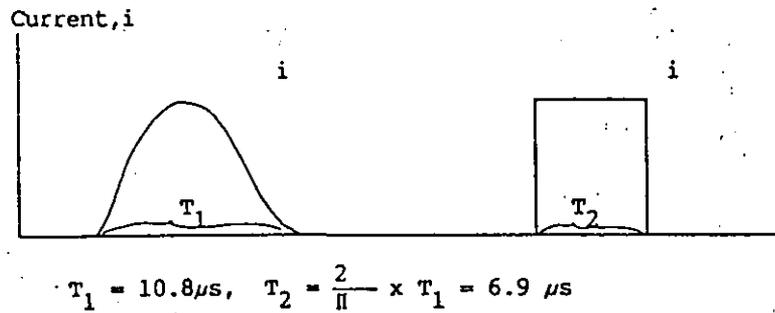


Figure 10. Recalcul d'une onde sinusoïdale 4/10 μs par rapport à une onde de courant carrée équivalente. (On part de l'hypothèse d'un temps minimal pour réduire la valeur de moitié conformément aux tolérances figurant dans la norme).

Figure 10. Recalculation of a sine wave 4/10 μs to an equivalent square current wave. (A minimum time to half-value according to given tolerances in the standard is assumed).

present IEC or other standards do not permit the accurately establishment of a conservative value of n . As the influence of the time T on the energy capability is not negligible, procedures and verifying tests are necessary for the future. An exponent, which can be used based on existing tests can be determined from arrester line discharge class and high current impulse test. The 8/20 μs current impulse gives, according to Figure 8, usually less energy and therefore is not used.

As the equation (1) is based on square current waves the high current impulse with waveshape 4/10 μs is first recalculated to an equivalent square current as shown by Figure 10.

For an arrester fulfilling line discharge class 4 and passing the high current test at 100 kA absorbing the energies 4.2 kJ/kV and 2.2 kJ/kV respectively n is determined as:

$$n = \frac{\ln(W/W_0)}{\ln(T/T_0)} = \frac{\ln(2,2/4,2)}{\ln(6,9/2800)} = 0,11$$

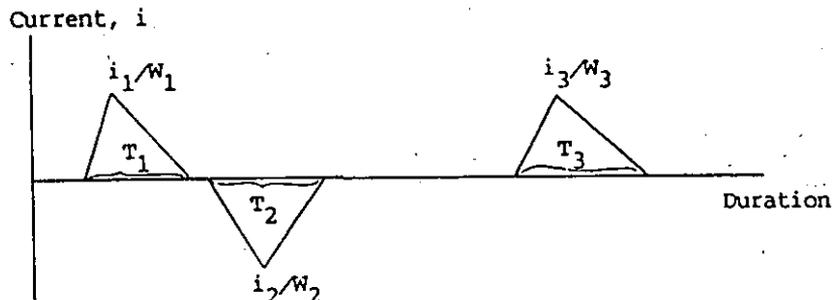


Figure 11. Exemple de cycle de surtensions de manœuvre calculé (forme d'onde de courant triangulaire).

Figure 11. Example of calculated switching surge duty (triangular current wave shape).

The procedure is not quite accurate since higher protective level gives higher energies in the high current test. Even if the opposite is true, therefore, an arrester withstanding a higher energy than another type in the line discharge test seems to withstand a lower energy at the high current test. On the other hand the line discharge test includes 18 discharges but the high current test is limited to only two impulses. The decisive case therefore should have a low probability of occurrence.

The reported values of n for a comparison on energy withstand capability made with the same number of impulses applied at different impulse durations are in the order 0.2-0.4.

Moreover, it is better to use the obtained exponent based on existing standard tests than a value of zero.

Knowing the coefficient and constants in the equation (1) any impulse can be recalculated to an equivalent square current wave of known duration.

Manufacturer (Supplies)

User (Needs)

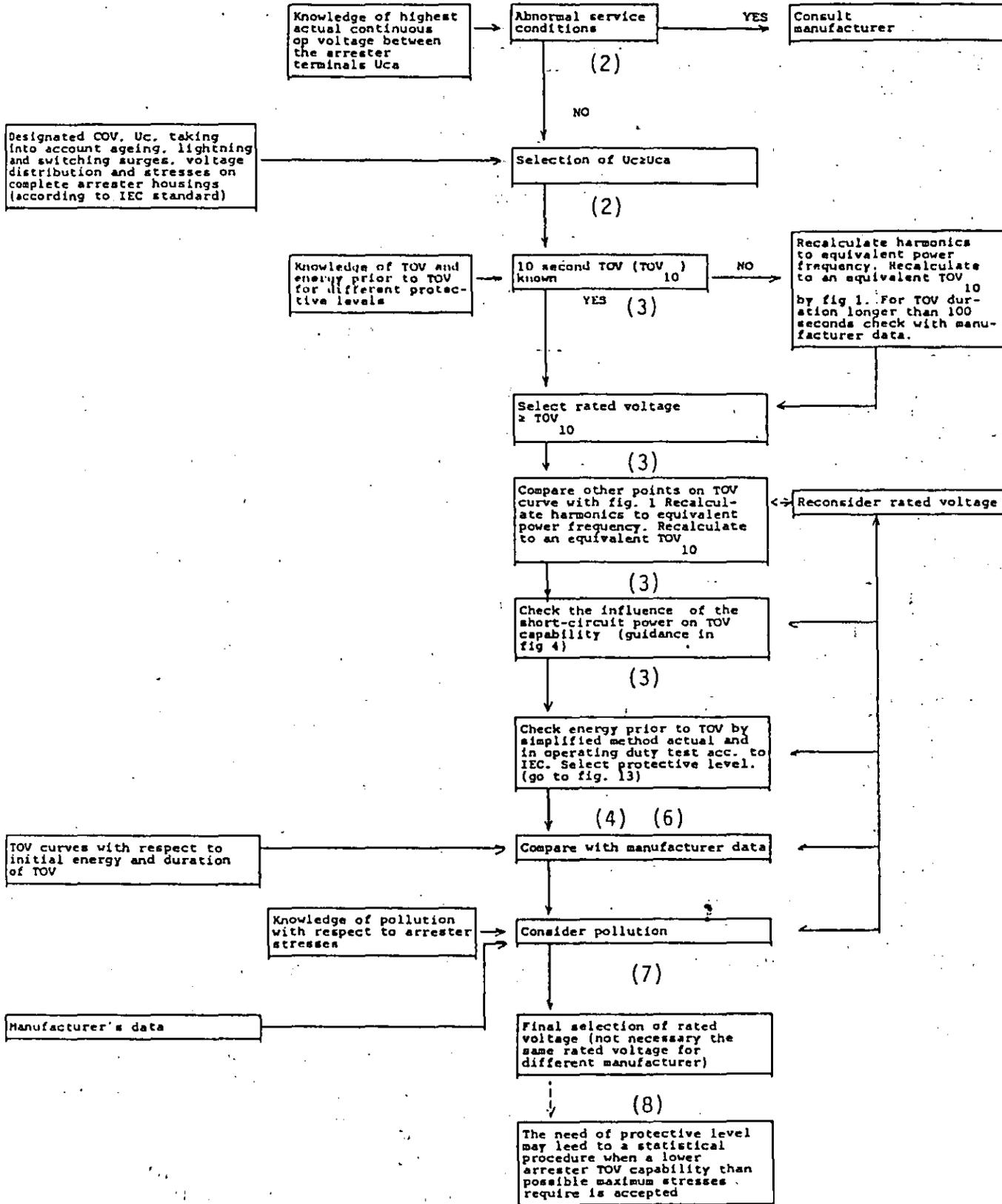


Figure 14. Complete selection procedure (Numbers refer to corresponding clause numbers in the text).

Max actual COV, U_{ca}
Take max system voltage
 $crest/\sqrt{6}$

Determine TOV, amplitude and
duration.
For "common" cases see clause 3.1.
(Generally consult Part 3 of
the report)

Consult catalogues

Consider the insulation
withstand

Select nominal discharge
current

Go to more complete
scheme (fig 14)

Go to the more complete
scheme (fig. 14)

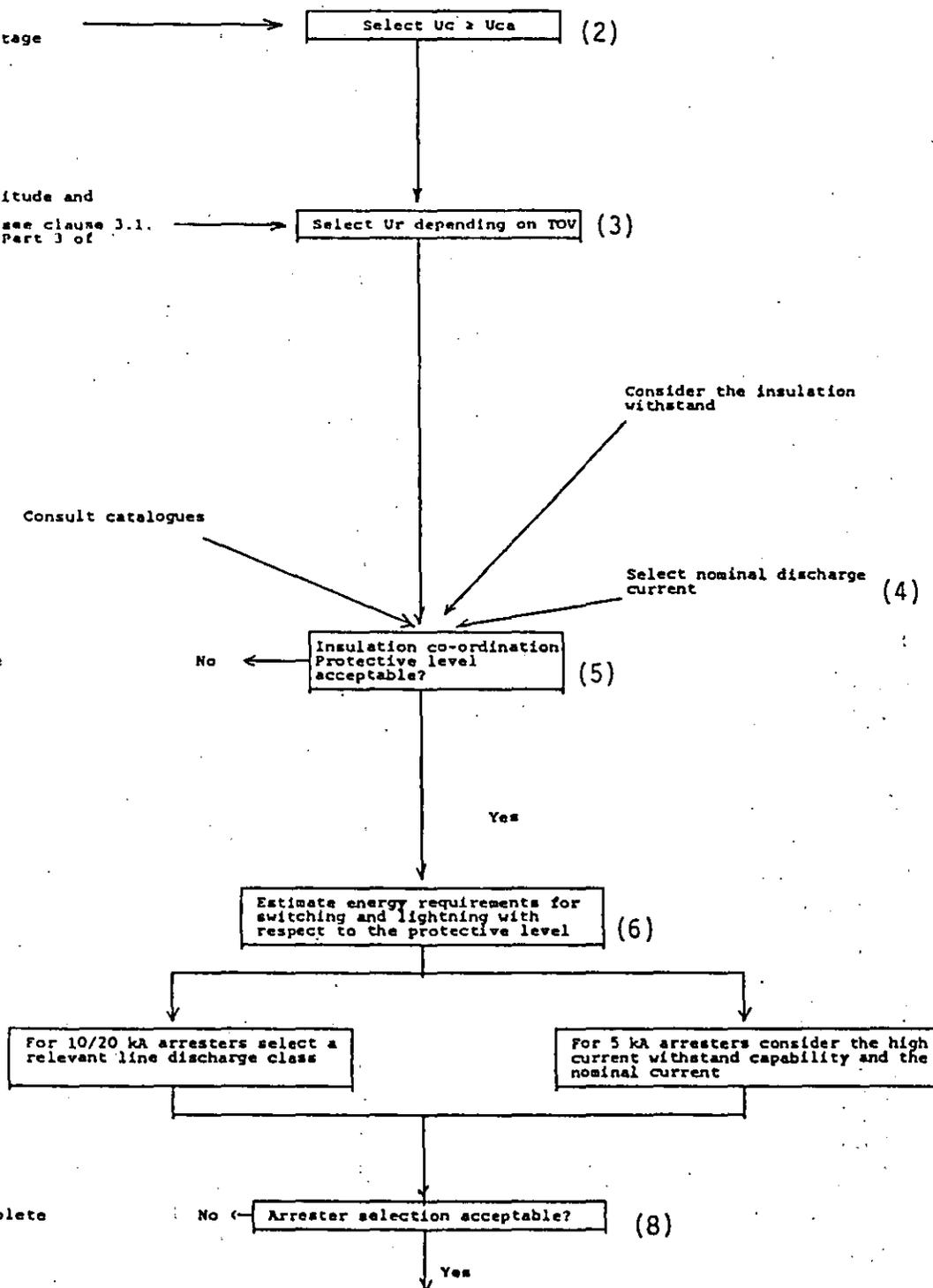


Figure 15. Simplified selection procedure (Numbers refer to corresponding clause numbers in the text).

REFERENCES

[1] K.H. Weck. Stresses on metal-oxide arresters by overvoltages CIGRE 33-85 (SC) S 1.4 IWD Colloquium 1985 in Budapest

[2] A. Schei. Bases for stresses and test requirements on metal oxide surge arresters without gaps proposed by IEC TC 37 WG 4 CIGRE 33-85 (SC) S 1.1 IWD Colloquium in Budapest

[3] A. Schei and A. Ekström. Stresses on metal oxide surge arresters in HVAC and HVDC systems by temporary and transient overvoltages and related tests. CIGRE paper 33-13, 1986

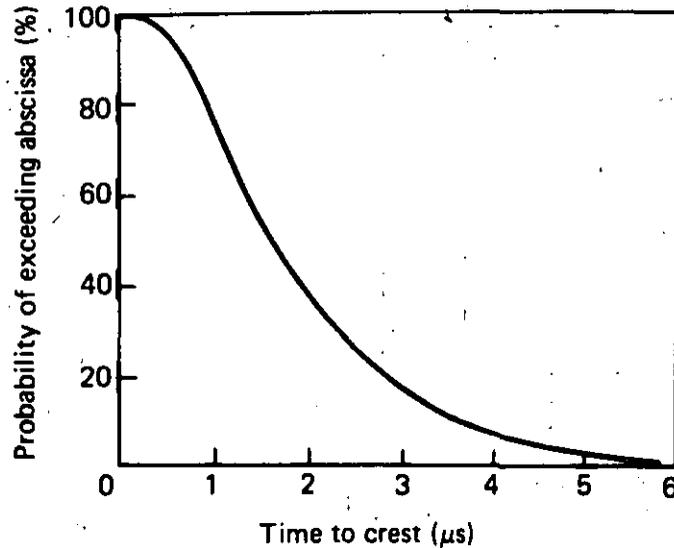


FIG. 7.3. Distribution of times to crest of lightning stroke currents (after Anderson⁽⁷⁾).

many investigations the AIEE Committee⁽⁸⁾ has produced the frequency distribution of current magnitudes, shown in Fig. 7.4, which is often used for performance calculations. Included in Fig. 7.4 is a curve proposed by Anderson.⁽⁷⁾

The data on lightning strokes and voltages has formed the basis for establishing the standard impulse or lightning surge for testing equipment in laboratories. The standard lightning impulse waveshape will be discussed later in this chapter.

Energy in Lightning

To estimate the amount of energy in a typical lightning discharge let us assume a value of potential difference of 10^7 V for a breakdown between a cloud and ground and a total discharge of 20 coulombs. Then the energy released is 20×10^7 Ws as about 55 kW-hr in one or more strokes that make the discharge. The energy of the discharge dissipated in the air channel is expended in several processes. Small amounts of this energy are used in ionization of molecules, excitations, radiation, etc. Most of the energy is consumed in the sudden expansion of the air channel. Some fraction of the total causes heating of the struck earthed objects. In general, lightning processes return to the global system the energy that was used originally to create the charged cloud.

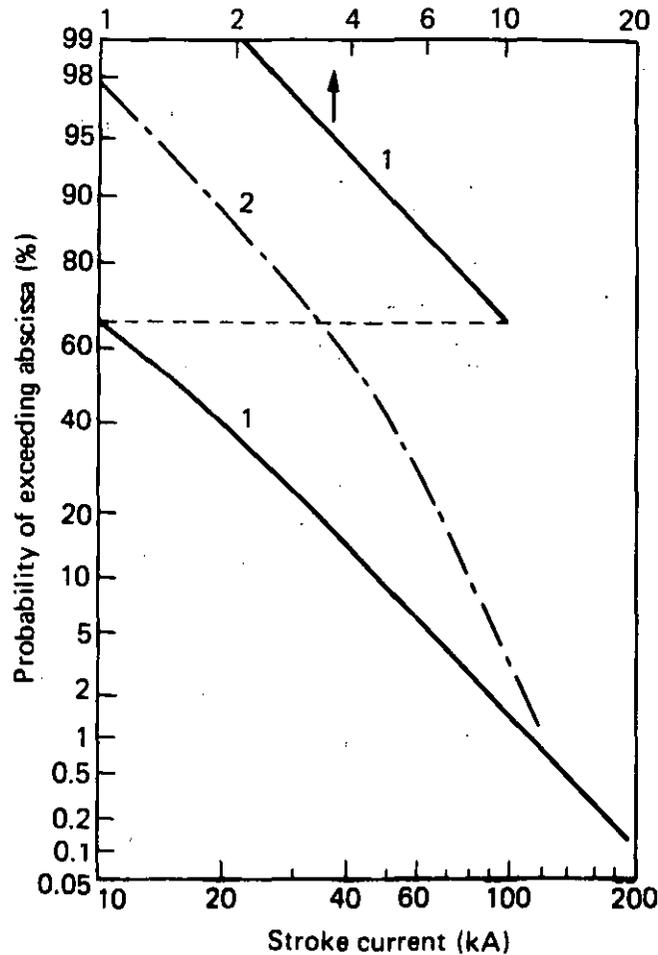


FIG. 7.4. Cumulative distributions of lightning stroke current magnitudes: 1. After AIEE Committee.⁽⁸⁾ 2. After Anderson.⁽⁶⁾

Nature of Danger

The degree of hazard depends on circumstances. To minimize the chances of being struck by lightning during thunderstorm, one should be sufficiently far away from tall objects likely to be struck, remain inside buildings or be well insulated.

A direct hit on a human or animal is rare. Most frequently it is due to indirect striking, usually when the subject is (a) close to a parallel hit or other tall object, (b) due to an intense electric field from stroke which can induce sufficient current to cause death, (c) lightning terminating on earth can set up high potential gradients over the ground surface in an outwards direction from the point or object struck. Figure 7.5 illustrates qualitatively

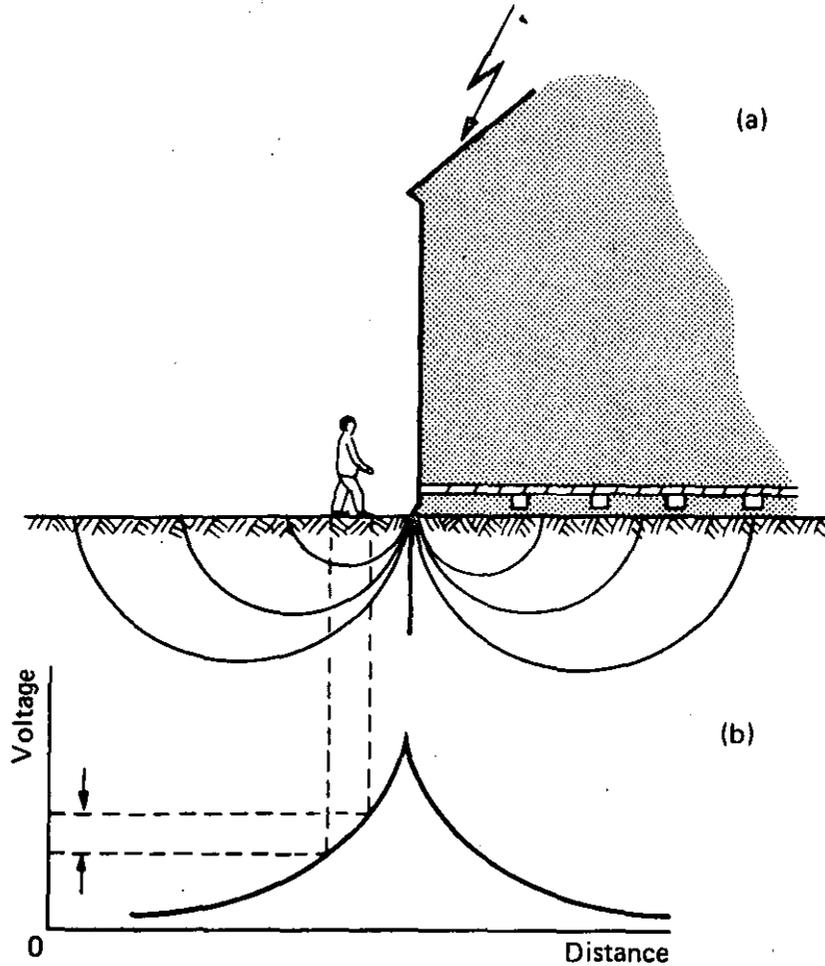


FIG. 7.5. Current distribution and voltage distribution in ground due to lightning stroke to a building (after Golde⁽⁹⁾).

the current distribution in the ground and the voltage distribution along the ground extending outwards from the edge of a building struck by lightning.⁽⁹⁾ The potential difference between the person's feet will be largest if his feet are separated along a radial line from the source of voltage and will be negligible if he moves at a right angle to such a radial line. In the latter case the person would be safe due to element of chance.

7.2 SIMULATED LIGHTNING SURGES FOR TESTING

The danger to electric systems and apparatus comes from the potentials that lightning may produce across insulation. Insulation of power systems

may be classified into two broad categories: external and internal insulation. External insulation is comprised of air and/or porcelain, etc., such as conductor to tower clearances of transmission lines or bus supports. If the potential caused by lightning exceeds the strength of insulation, a flashover or puncture occurs. Flashover of external insulation generally does not cause damage to equipment. The insulation is "self-restoring". At the worst a relatively short outage follows to allow replacement of a cheap string of damaged insulation. Internal insulation most frequently consists of paper, oil or other synthetic insulation which insulates h.v. conductors from ground in expensive equipment such as transformers, generators, reactors, capacitors, circuit-breakers, etc. Failure of internal insulation causes much longer outages. If power arc follows damage to equipment it may be disastrous and lead to very costly replacements.

The system's insulation has to be designed to withstand lightning voltages and be tested in laboratories prior to commissioning.

Exhaustive measurements of lightning currents and voltages and long experience has formed the basis for establishing and accepting what is

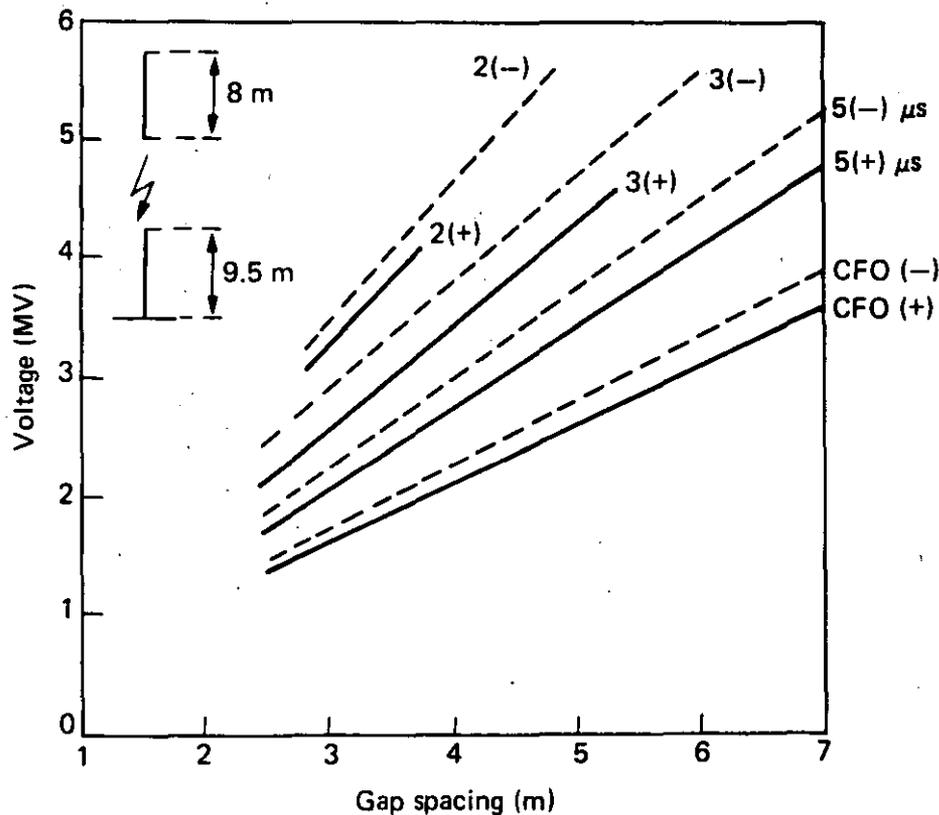


FIG. 7.6. Impulse (1.2/50 μsec) flashover characteristics of long rod gaps corrected to STP (after Udo⁽¹⁰⁾).

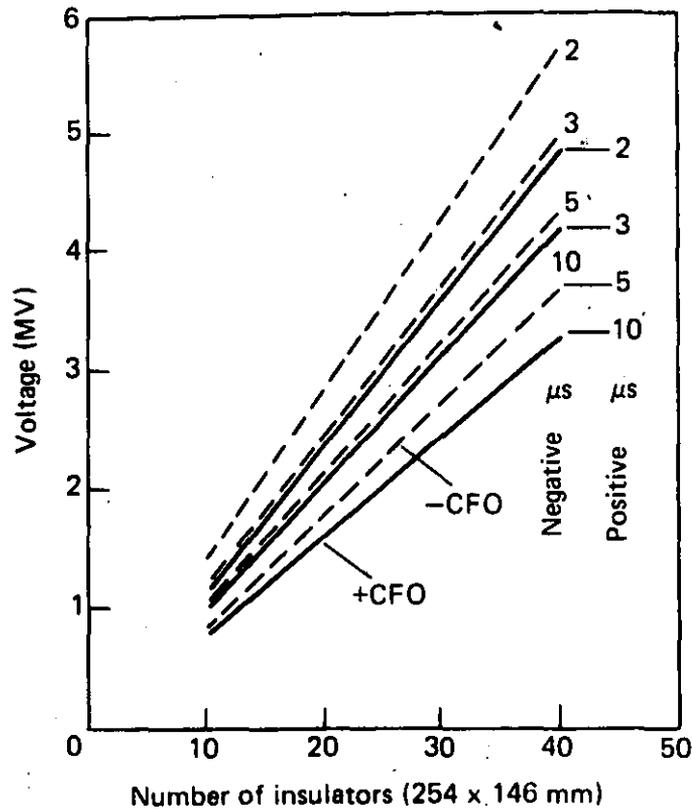


FIG. 7.7. Impulse (1.2/50 μsec) flashover characteristics for long insulator strings (after Udo⁽¹⁰⁾).

known as the standard surge or "impulse" voltage to simulate external or lightning overvoltages. The international standard lightning impulse voltage waveshape is an aperiodic voltage impulse that does not cross the zero line which reaches its peak in 1.2 μsec and then decreases slowly (in 50 μsec) to half the peak value. The characteristics of a standard impulse are its polarity, its peak value, its front time and its half value time. These have been defined in Chapter 2, Fig. 2.24.

Extensive laboratory tests have shown that for external insulation the flashover voltages are substantially proportional to gap length and that positive impulses give significantly lower flashover values than negative ones. In addition, for a particular test arrangement, as the applied impulse crest is increased the instant of flashover moves from the tail of the wave to the crest and ultimately to the front of the wave giving an impulse voltage-time characteristic as was discussed in Chapter 5, Fig. 5.34. Figures 7.6 and 7.7 show typical impulse spark over characteristics for long rod gaps and suspension insulators obtained by Udo⁽¹⁰⁾ at various times to flashover. These figures include the critical or long time flashover characteristics

(CFO) occurring at about 10 μsec on the wave tail as well as the characteristics corresponding to shorter time lags near the wave crest. Data for both polarities are shown. The values plotted in Figs. 7.6 and 7.7 have been corrected to standard atmospheric conditions.

7.3 SWITCHING SURGE TEST VOLTAGE CHARACTERISTICS

In power transmission systems with systems voltages of 245 kV and above, the electrical strength of the insulation to switching overvoltages becomes important for the insulation design. A considerable amount of data on breakdown under switching surges is available. However, a variety of switching surge waveshapes and the correspondingly large range of flashover values make it difficult to choose a standard shape of switching impulses. Many tests have shown that the flashover voltage for various geometrical arrangements under unidirectional switching surge voltages decreases with increasing the front duration of the surge, reaching the lowest value somewhere in the range between 100 and 500 μsec . The time to half-value has less effect upon the breakdown strength because flashover almost always takes place before or at the crest of the wave. Figure 7.8 illustrates a typical relationship for a critical flashover voltage per metre as function of time to flashover for a 3-m rod-rod gap and a conductor-plane gap respectively.⁽¹¹⁾ It is seen that the standard impulse voltages give the

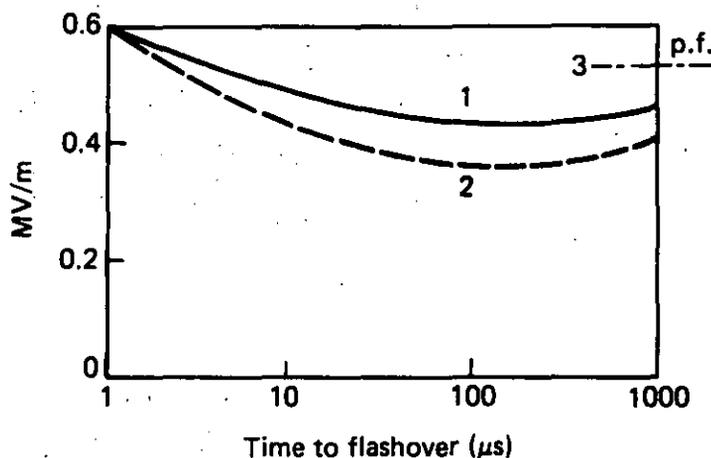


FIG. 7.8. Relationship between vertical flashover voltage per metre and time to flashover (3 m gap). 1. Rod-rod gap. 2. Conductor plane gap. 3. Power frequency.

TABLE 7.1
Geometric Gap Factor for Various Structures

Configuration	Figure	$d = 2 \text{ m}$	$d = 3 \text{ m}$	$d = 4 \text{ m}$	$d = 6 \text{ m}$
		k	k	k	k
Rod-plane	a	1	1	1	1
Rod-structure	b	1.08	—	1.07	1.06
Rod-rod vertical $H = 2 \text{ m}$	c	1.27	1.26	1.21	1.14
Conductor-plane	d	1.08	—	1.14	1.15
Conductor-cross arm end	e	1.57	1.68	1.65	1.54
Conductor-2 m rod	f	1.47	—	1.40	1.25
Conductor-7 m rod	g	1.55	—	1.54	1.40

and modelling scaled down gaps. Their data are included in Table 7.1. The corresponding geometric configurations are shown in Fig. 7.10(a) to (f).

Expressions (7.1) and (7.3) together with data presented in Table 7.1 can be used in estimating required clearances in designing e.h.v. and u.h.v. structures. Refinements to these expressions are being introduced as more data becomes available.

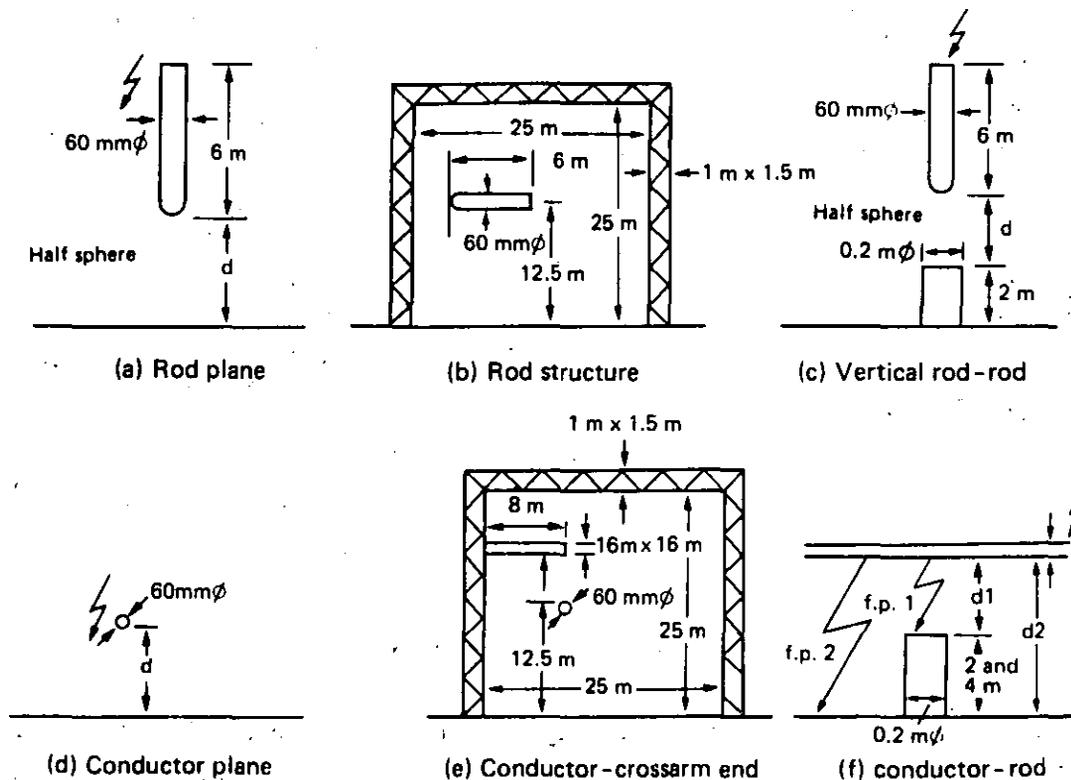


FIG. 7.10. Configuration (gap factor).

7.4 INSULATION COORDINATION

Insulation coordination is the correlation of insulation of electrical equipment with the characteristics of protective devices such that the insulation is protected from excessive overvoltages. In a substation, for example, the insulation of transformers, circuit breakers, bus supports, etc., should have insulation strength in excess of voltage provided by protective devices.

Electric systems' insulation designers have two options available to them: (i) choose insulation levels for components that would withstand overvoltages, (ii) devise protective devices that could be installed at the sensitive points in the system that would limit overvoltages there. The first alternative is unacceptable especially for e.h.v. and u.h.v. operating levels because of the excessive insulation required. Hence, there has been great incentive to develop and use protective devices. The actual relationship between the insulation levels and protective levels is a question of economics. Conventional methods of insulation coordination provide a margin of protection between electrical stress and electrical strength based on predicated maximum overvoltage and minimum strength, the maximum strength being allowed by the protective devices. "Insulation level"—insulation level is defined by the values of test voltages which the insulation of equipment under test must be able to withstand.

In the earlier days of electric power, insulation levels commonly used were established on the basis of experience gained by utilities. As laboratory techniques improved, so that different laboratories were in closer agreement on test results, an international joint committee, the Nema-Nela Committee on Insulation Coordination, was formed and was charged with the task of establishing insulation strength of all classes of equipment and to establish levels for various voltage classification. In 1941 a detailed document⁽¹⁸⁾ was published giving basic insulation levels for all equipment in operation at that time. The presented tests included standard impulse voltages and 1-minute power frequency tests.

In today's systems for voltages up to 245 kV the tests are still limited to lightning impulses and 1-minute power frequency tests. Above 300 kV, tests include in addition to lightning impulse and the 1-minute power frequency tests, the use of switching impulse voltages. Tables 7.2 and 7.3 list the standardized test voltages adopted for testing equipment by European and other countries and the North American countries for voltages up to

TABLE 7.2
Standardized Test Voltages for Rated Voltages up to 245 kV

IEC Publication 71, 1972: Drafts 17A (C.O.) 103 and 104:					Coordination of insulation New specifications for dielectric tests						
European practice and other countries					U.S.A. and Canada						
Rated voltage	Test voltage 50 Hz, 1 min		Impulse voltage 1.2/50 μ sec		Rated voltage	Test voltage 60 Hz				Impulse voltage 1.2/50 μ sec	
	V_m kV†	to earth kV†	across open contacts* kV†	to earth kV‡		across open contacts* kV‡	to earth		across open contacts*		to earth kV‡
					V_m kV†	dry 1 min kV†	wet 10 sec kV†	dry 1 min kV†	wet 10 sec kV†		
3.6	10	12	20§	23§	4.76 I	19	—	21	—	60	70
7.2	20	23	40§	46§	8.25 I	26	—	29	—	75	80
			60	70	8.25 F	35	30	39	33	95	105
12	28	32	60§	70§	15 I	36	—	40	—	95	105
			75	85							
17.5	38	45	75§	85§	15.5 I	50	—	55	—	110	125
			95	110	15.5 F	50	45	55	50	110	125
24	50	60	95§	110§	25.8 I	60	—	60	—	125	140

			125	145	25.8 F	70	60	77	66	150	165
36	70	80	145§	165§	38 I	80	—	88	—	150	165
			170	195	38 F	95	80	105	88	200	220
52	95	110	250	290	48.3 F	120	100	132	110	250	275
72.5	140	160	325	375	72.5 F	175	145	195	160	350	385
100 E	150	175	380	440							
100	185	210	450	520							
123 E	185	210	450	520							
123	230	265	550	630							
145 E	230	265	550	630							
145	275	315	650	750							
170 E	275	315	650	750							
170	325	375	750	860							
245 E	325	375	750	860							
245 E	360	415	850	950							
245 E	395	460	950	1050							
245	460	530	1050	1200							

Above $V_m = 100$ kV as per European practice

* Only for isolators and earthing switches.

† RMS value.

‡ Peak value.

§ For effectively earthed neutral with additional overvoltage protection or lightning arresters.

V_m = Max. service voltage of the network between phases.

I = Indoor execution.

F = Outdoor execution.

E = Reduced insulation, permissible only for effectively earthed neutral.

TABLE 7.3
Standardized Test Voltages for Rated Voltages Above 300 kV

IEC Publication 71, 1972: Drafts 17A (C.O.) 103 and 104:		Coordination of insulation New specifications for dielectric tests							
Rated voltage	to earth				across open contacts				
	Test voltage 50 Hz, 1 min kV*	Impulse voltage 1.2/50 μ sec kV†	Switching surge 250/ 2500 μ sec kV†	Test voltage 50 Hz, 1 min kV*	Bias test: IS + 50 Hz Lightning surge $+0.7 \times V_m(\sqrt{2}/\sqrt{3})$ 1.2/50 μ sec kV†		Switching surge 250/ 2500 μ sec kV†	Bias test: SS + 50 Hz Switching surge $+V_m(\sqrt{2}/\sqrt{3})$ 250/2500 μ sec kV†	
300	380	950	750	435	950	+170	850	700	+245
		1050	850		1050	+170			
362	450	1050	850	520	1050	+205	950	800	+295
		1175	950		1175	+205			
420	520	1300	950	610	1300	+240	1050	900	+345
		1425	1050		1425	+240			
525	620	1425	1050	760	1425	+300	1175	900	+430
		1550	1175		1550	+300			
765	830	1800	1300	1100	1800	+435	1550	1100	+625
		2100	1425		2100	+435			

* RMS value.

† Peak value.

V_m = max. service voltage of the network between phases.

IS = Lightning surge.

SS = Switching surge.

245 kV and above 300 kV respectively. For V_m (maximum voltage between phases) above 100 kV the European and North American practices use the same test voltages (Table 7.2). The values given in column 3 of Tables 7.2 and 7.3 correspond to impulse test voltage (1.2/50 μ sec) and are usually referred to as the "Basic Insulation Levels" (BILs), defined as the impulse voltage which the insulation of any electrical equipment for a given rated voltage must be able to withstand, also commonly known as "Impulse Withstand Level".

Test Procedures

(a) *Proof of lightning impulse withstand level.* Details of test procedures applicable to particular types of test objects are specified by the appropriate

apparatus standards (ASTM). The recommended procedure depends on the nature of the subject whether it has self-restoring insulation only or a combination of self-restoring and non-self-restoring.

For self-restoring insulation the test procedures are in common use for impulse withstand voltage establishments: (i) fifteen impulses of the rated voltage and of each polarity are applied—up to two disruptive discharges are permitted. (ii) In the second procedure the 50% flashover technique described in section 5.13 is used. The object is deemed to have withstood the test provided the withstand probability is not less than 90%, which in turn is given by the expression⁽¹¹⁾

$$V_{w90\%} = V_{50\%}(1 - 1.30\sigma) = 0.96V_{50\%} \quad (7.4)$$

where σ is the standard deviation $\sigma = 0.03$, with normal distribution being assumed.

In tests on non-self-restoring insulation three impulses are applied at the rated withstand voltage level of the specified polarity. The requirements of the test are satisfied if no indication of failure is obtained using methods of detection specified by the appropriate apparatus standards.

(b) *Testing with switching impulses.* These tests are foreseen, as mentioned before, for equipment for rated voltages for 300 kV and above. The testing procedure is similar to that outlined for lightning impulses applying 15 impulses. The tests are carried out on objects in clean and dry conditions such as applied for indoor equipment, while outdoor equipment is usually tested under positive switching impulses only. In some cases, such as in testing of circuit isolators or circuit breakers which in service may experience combined voltage stresses (power frequency and switching surge), the “biased” tests are used to simulate these conditions. The switching impulse tests are carried out with the equipment energized from a power frequency transformer. The acceptable insulating capability requires 90% withstand probability.

(c) *Testing with power frequency voltage.* To assess the effect of overvoltages that insulation may experience over long periods in service, it has become a standard practice to perform a “1-minute test” with power frequency voltages at levels such as specified in Tables 7.2 and 7.3. It has often been argued that these test levels are excessive and not experienced in practice. The question is presently under review by the IEC Committee. The power frequency tests of indoor equipment are carried out in dry conditions, while outdoor equipment is tested under conditions of standard rain. The IEC prescribes the conditions for standard rain as follows: precipitation rate 1–

1.5 mm/min, with the resistivity of water (collected) $\rho = 100 \Omega\text{m}$; earlier European specifications called for precipitation of 3 mm/min and $\rho = 100 \Omega\text{m}$.

Statistical Approach to Insulation Coordination

In the early days insulation levels for lightning surges were determined by evaluating the 50% flashover values for all insulations and providing sufficiently high withstand levels for all insulations. This approach is difficult to apply at e.h.v. and u.h.v. levels, particularly for external insulations.

Present-day practices of insulation coordination rely on a statistical approach which relates directly the electrical stress and the electrical strength.⁽¹⁹⁾ This approach requires a knowledge of the distribution of both the anticipated stresses and the electrical strengths.

The statistical nature of overvoltages, in particular switching overvoltages, makes it necessary to compute a large number of overvoltages in order to determine with some degree of confidence the statistical overvoltages on a system. The e.h.v. and u.h.v. systems employ a number of nonlinear elements, but with today's availability of digital computers the distribution of overvoltages can be calculated. A more practical approach to determine the required probability distributions of system's overvoltages employs a comprehensive systems simulator interfaced with a hybrid computer, e.g. as described in reference 23, the IREQ simulator.

The dielectric strengths of external self-restoring insulations are determined through tests carried out in laboratories and the data on withstand provide the basis for establishing withstand levels. It was shown in Chapter 5 that the development of electrical breakdown is governed by statistical laws and has a random character; furthermore, it is found that the distribution of breakdowns for a given gap follows with some exceptions approximately normal or Gaussian distribution, as does the distribution of overvoltages on the system. For the purpose of coordinating the electrical stresses with electrical strengths it is convenient to represent the overvoltage distribution in the form of probability density function and the insulation breakdown probability by the cumulative distribution function as shown in Fig. 7.11. The knowledge of these distributions enables us to determine the "risk of failure". As an example, let us consider a case of a spark gap for which the two characteristics in Fig. 7.11 apply. At an

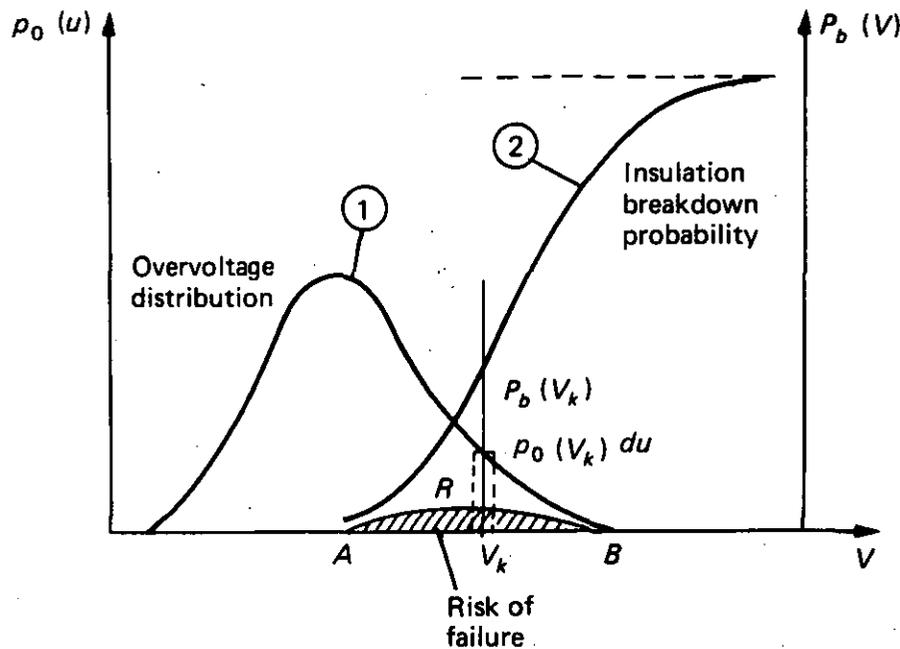


FIG. 7.11. Method of describing the risk of failure. 1. Probability density function

$$p_0(V) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(V - V_a)^2}{2\sigma^2}}$$

V_a average value of overvoltage; V_k K th value of overvoltage; σ standard deviation. 2. Cumulative distribution function $P_b(V) = \int_0^{\infty} P_b(V_k) du$.

overvoltage V_k the probability of occurrence of overvoltage is $p_0(V_k) du$, whereas the probability of breakdown in $P_b(V_k)$ or the probability that the gap will breakdown at an overvoltage V_k is $P_b(V_k)p_0(V_k) du$. For the total voltage range we obtain for the total probability of failure of “risk of failure”

$$R = \int_0^{\infty} P_b(V_k)p_0(V_k) du. \tag{7.5}$$

The risk of failure will thus be given by the shaded area under the curve R .

In engineering practice it would become uneconomical to use the complete distribution functions for the occurrence of overvoltage and for the withstand of insulation and a compromise solution is accepted as shown in Fig. 7.12(a) and (b) for guidance. Curve (a) represents probability of occurrence of overvoltages of such amplitude (V_s), that only 2% (shaded area) has a chance to cause breakdown. V_s is known as the “statistical overvoltage”. In Fig. 7.13(b) the voltage V_w is so low that in 90% of applied impulses, breakdown does not occur and such voltage is known as the “statistical withstand voltage” V_w .

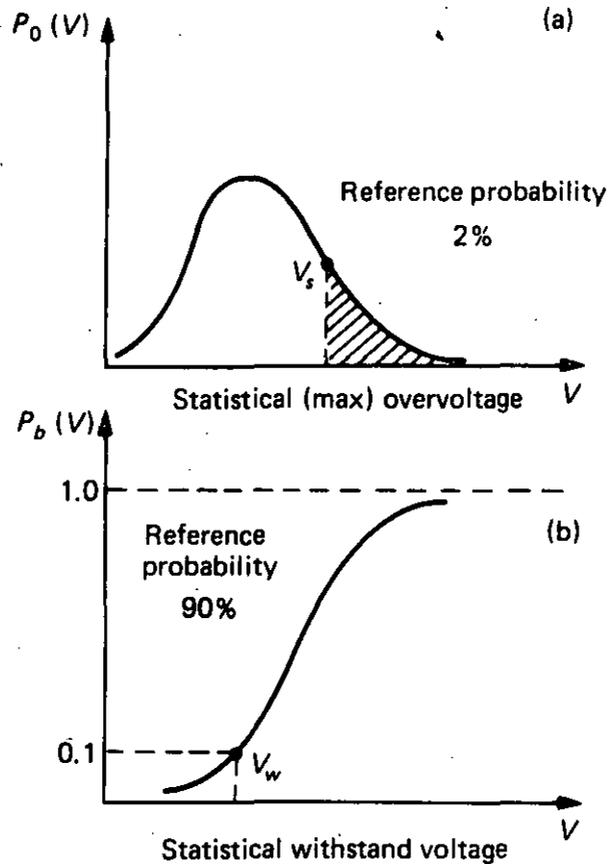


FIG. 7.12. Reference probabilities for overvoltage and for insulation withstand strength.

In addition to the parameters “statistical overvoltage V_s ” and the “statistical withstand voltage V_w ” we may introduce the concept of statistical safety factor γ . This parameter becomes readily understood by inspecting Fig. 7.13(a) to (c) in which the functions $P_b(V)$ and $p_o(V_k)$ are plotted for three different cases of insulation strength but keeping the distribution of overvoltage occurrence the same. The density function $p_o(V_k)$ is the same in (a) to (c) and the cumulative function giving the yet undetermined withstand voltage is gradually shifted along the V -axis towards high values of V . This corresponds to increasing the insulation strength by either using thicker insulation or material of higher insulation strength. As a result of the relative shift of the two curves [$P_b(V)$ and $P_o(V_k)$] the ratio of the values V_w/V_s will vary. This ratio is known as the statistical safety factor or

$$\frac{V_w}{V_s} = \gamma \quad (7.6)$$

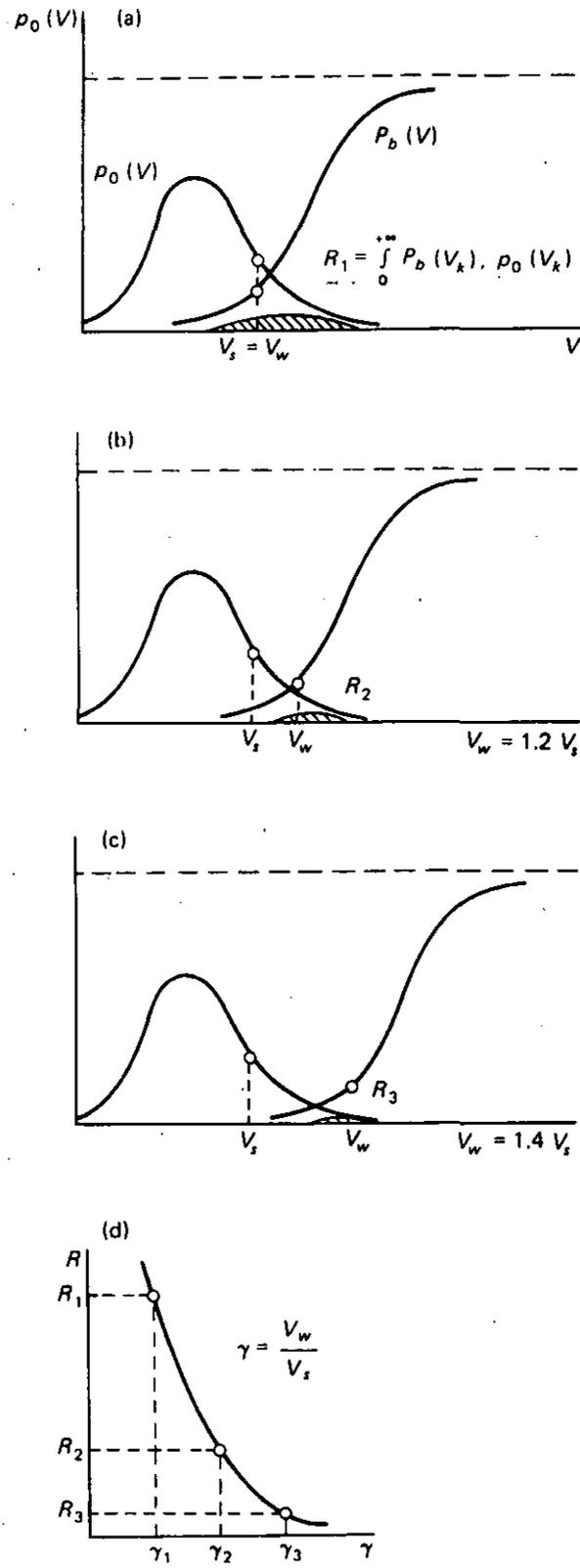


FIG. 7.13. The statistical safety factor and its relation to the risk of failure (R).

In the same figure (d) is plotted the relation of this parameter to the “risk of failure”. It is clear that increasing the statistical safety factor (γ) will reduce the risk of failure (R), but at the same time will cause increase in insulation costs. The above treatment applies to self-restoring insulations. In the case of non-self-restoring insulations the electrical withstand is expressed in terms of actual breakdown values. The statistical approach to insulation, presented here, leads to withstand voltages (i.e. probability of breakdown is very small), thus giving us a method for establishing the “insulation level”.

Correlation Between Insulation and Protection Levels

“The protection level” provided by (say) arresters is established in a similar manner to “insulation level” the basic difference is that the insulation of protective devices (arresters) must not withstand the applied voltage. The concept of correlation between insulation and protection levels can be readily understood by considering a simple example of an insulator string being protected by a spark gap, the spark gap (of lower breakdown strength) protecting the insulator string. Let us assume that both gaps are subjected to the same overvoltage represented by the probability density function $p_0(V)$, Fig. 7.14. The probability distribution curves for the spark gap and the insulator string are presented by $P_g(V)$ and $P_i(V)$ respectively in Fig. 7.14. The statistical electrical withstand strength of the insulator string is given by a curve identical with Fig. 7.12. The probability of breakdown of this insulation remains in the area R which gives “risk of failure”. Since the string is protected by a spark gap of withstand probability $P_g(V)$, the probability that the gap will operate (its risk of failure) is obtained from integrating the product $P_g(V)p_0(V) dV$. In Fig. 7.14 this probability is denoted (qualitatively) by $P_p(V)$. As is seen the probability is much higher than the probability of insulation damage—probability of failure R . In the same figure is shown the traditional margin of safety corresponding to the voltage difference between the 50% flashover values of the protecting gap and the protected gap.

For overvoltages of the highest amplitude (extreme right of Fig. 7.14) the probability curves of insulation failure and that of protective spark gap breakdown overlap. In reality such cases will not arise. Figure 7.14 is simplified in that it contains information pertaining to the amplitude of the overvoltage, and it ignores the effect of time of voltage application on the breakdown of both the protective gap and the insulation. In practice, the

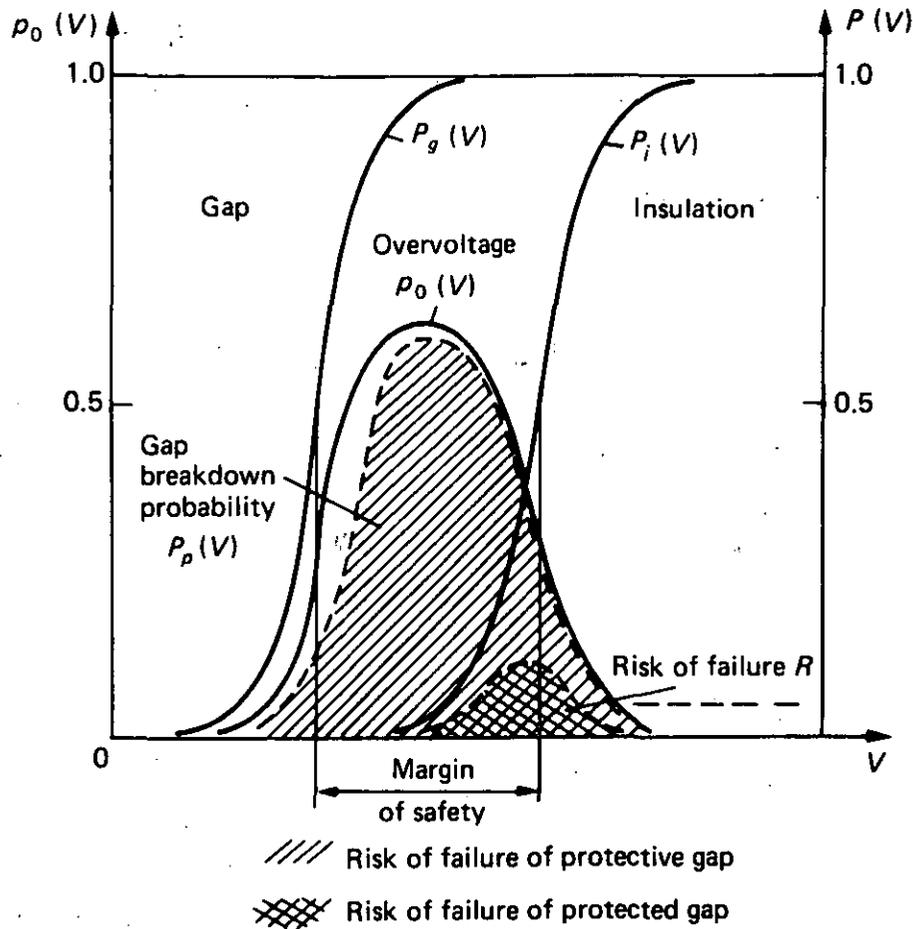


FIG. 7.14. Distribution functions of breakdown voltages for protective gap and protected insulation both subjected to an overvoltage $p_0(V)$.

P_p Risk of failure of protective gap.

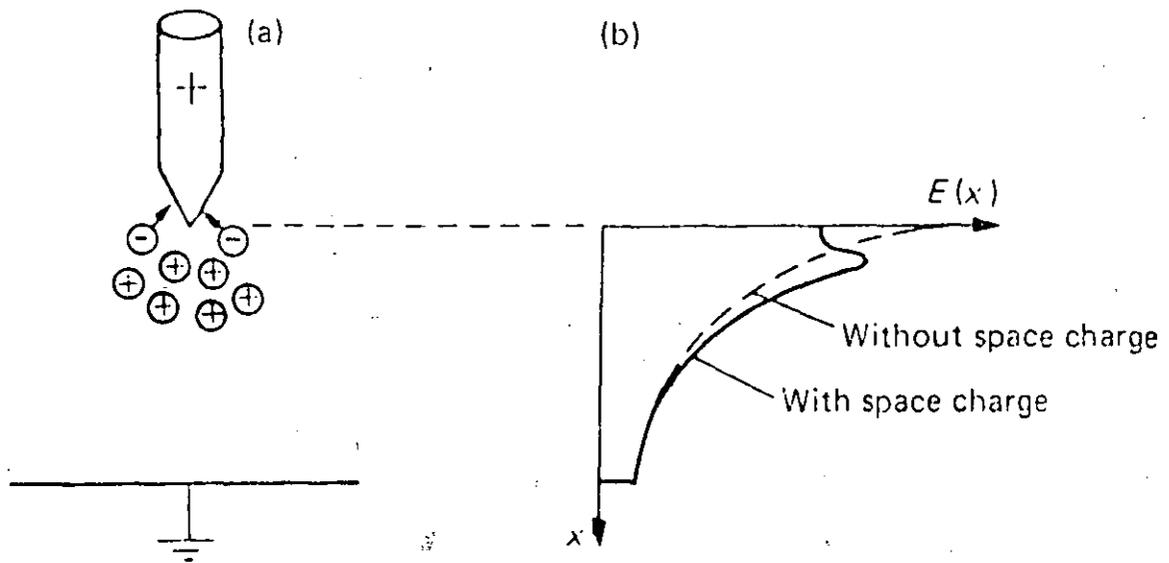
R Risk of failure of protected gap.

protective gap will break down before the insulation and will cause a reduction (to a safe limit) in overvoltage reaching the protected insulation.

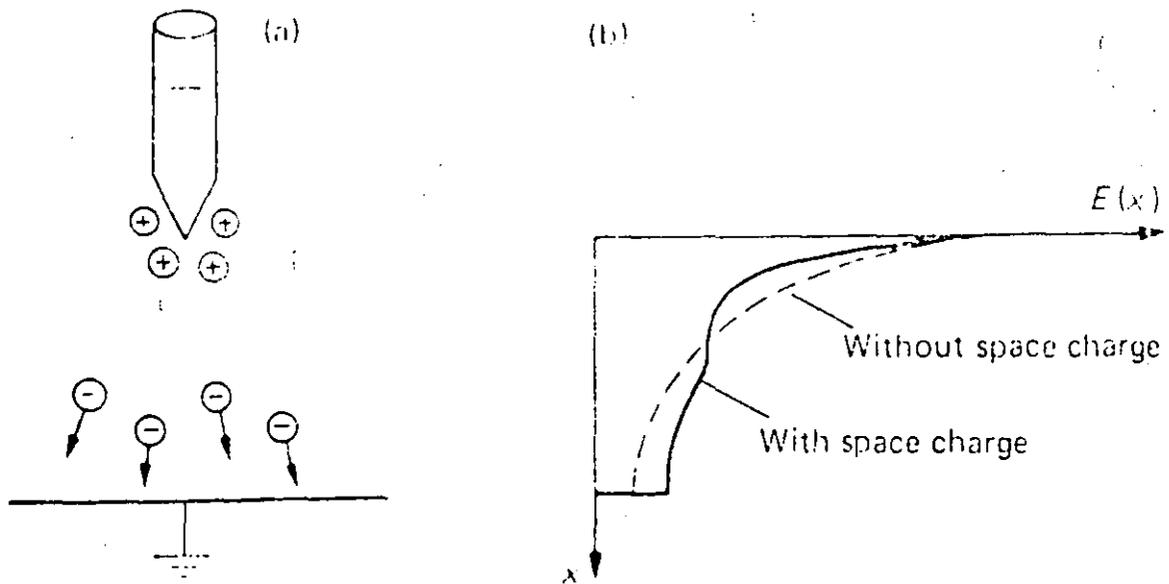
REFERENCES

1. Hydro-Quebec Symposium on Extra-High Voltage Alternating Current, October 1973.
2. L. V. Bewley. *Travelling Waves on Transmission Systems*. Dover Publications, New York, N.Y., 1963.
3. *Electrical Transmission and Distribution*. Westinghouse Electric Co., Pittsburgh, Penn., 1964.
4. W. W. Lewis. *The Protection of Transmission Systems against Lightning*. Dover Publication Inc., New York 1965.
5. R. H. Golde (editor) *Lightning*, Vol. I: *Physics of Lightning*; Vol. II: *Lightning Protection*. Academic Press, London/New York/San Francisco 1977.

6. B. F. J. Schonland. Progressive lightning, IV. The Discharge mechanism. *Proc. Roy. Soc. Series A*, **164** (1938), p. 132.
7. *E.H.V. Transmission Lines*. Reference Book General Electrical Company, Edison Electrical Institute, New York, 1968, p. 288.
8. AIEE Committee Report. Method for Estimating Lightning Performance of Transmission Lines. *Trans. AIEE Part III*, **69** (1950), p. 1187.
9. R. H. Golde. A plain man's guide to lightning protection. *Electronics and Power*, March 1969.
10. T. Udo. Sparkover characteristics of long gaps and insulator strings. *Trans. IEEE PAS* **83** (1964), p. 471.
11. W. Diesendorf. *Insulation Coordination in High Voltage Electric Power Systems*. Butterworths, 1974.
12. IEEE St-4-1978, Standard Techniques for High Voltage Testing. IEEE Inc. publication.
13. International Electrotechnical Commission, Technical Com. 28 (Central Office), 35 (1970).
14. L. Paris. Influence of air gap characteristics on line to ground switching surge strength. *Trans. IEEE PAS* **86** (1967), p. 936.
15. L. Paris and R. Cortina. Switching surge characteristics of large air gaps and long insulator strings. *Trans. IEEE PAS* **87** (1968), p. 947.
16. G. Gallet and G. Leroy. Expression for switching impulse strength suggesting the highest permissible voltage for AC systems. IEEE—Power, Summer Power Meeting, 1973.
17. K. H. Schneider and K. H. Weck. *Electra* No. 35 (1974) p. 25.
18. Standard Impulse, Basic Insulation Levels. A Report of the Joint Committee on Coordination of Insulation AIEE, EEI and NEMA. EEI Publication No. H-9, NEMA Publication # 109, AIEE Transactions, 1941.
19. Dielectric Stresses and Coordination of Insulation. Brown Boveri Publication No. CH-A0500 20E No. 4, 1972.
20. K. Berger. Method und Resultate der Blitzforschung auf dem Monte San Salvatore bei Lugano in den Jahren 1963–1971.
21. W. Büsch. The effect of humidity on the dielectric strength of long air gaps of UHV-configurations subjected to positive impulses. Ph.D. thesis, E.T.H., Zurich, 1982, (see also: W. Büsch, *Trans. IEEE PAS* **97** (1978), pp. 2086–2093).
22. J. Kuffel, R. G. van Heswijk and J. Reichman. Atmospheric influences on the switching impulse performance of 1-m gaps. *Trans. IEEE PAS* **102** (7), July 1983.
23. P. C. S. Krischnayya, M. M. Gavrilovic and N. L. Nakra. Power systems simulation facilities at IREQ. Int. Conf. on Overvoltages and Compensation on Integrated AC-DC Systems, Winnipeg, 1980, p. 114.



(a) Space charge build-up in positive point-plane gap. (b) Field distortion by space charge.



(a) Space charge build-up in negative point-plane gap. (b) Field distortion by space charge.



LAPEM

LABORATORIO DE PRUEBAS Y ENSAYOS DE MEXICO.

SECCION UNO: GENERAL

1.1 ALCANCE

Esta guía de aplicación para la Publicación IEC 71-1, se aplica para la selección de los niveles de aislamiento del equipo o instalaciones de sistemas trifásicos con tensiones nominales de 1 kV en adelante.

Comprende el aislamiento de fase a tierra entre fases y el longitudinal.

Los principios que se presentan se pueden aplicar también a sistemas monofásicos o bifásicos, sin embargo, los valores son válidos únicamente para sistemas trifásicos.

1.2 OBJETIVO

El objetivo de esta guía de aplicación, es dar un procedimiento para determinar la tensión de aguante nominales para los rangos I y II de la Publicación 71-1, y para justificar la asociación de los valores nominales con las tensiones máximas para el equipo normalizado ahí.

1.3 INTRODUCCION

Esta guía de aplicación consta de dos partes.

El Contenido de la Parte I sigue estrictamente el diagrama de flujo de coordinación de aislamiento presentando como Fig.1 en la Publicación 71-1, se hace énfasis en la necesidad de considerar todos los orígenes, todas las clases y todos los tipos de esfuerzos de tensión en servicio independientemente del rango de tensión máximo para el equipo hasta que se determinan las tensiones de aguante requeridas, solo en el último paso de la coordinación de aislamiento la selección de las tensiones de aguante nominal se aplica al principio de cubrir un esfuerzo de tensión de un servicio particular por una tensión de aguante nominal.

Las secciones de la dos a la cinco corresponden a los rectángulos en el diagrama de flujo en la Fig.1 de la IEC 71-1 y dan información detallada para el procedimiento necesario para llegar al resultado.

Las recomendaciones para el equipo seleccionado dadas en la parte 2; son ejemplos que explican los conceptos de la parte 1.



-LAPEM-

LABORATORIO DE PRUEBAS Y ENSAYOS DE MEXICO.

SECCION UNO: GENERAL ...2

Las siguientes Publicaciones IEC se refieren a:

Publicación IEC 71-1 Coordinación de aislamiento, Parte 1, términos, definiciones, principios y reglas, contiene las definiciones de los términos que se encuentran aquí. Se dan las series de los valores normalizados para las tensiones de aguante nominales y la combinación recomendada entre estos y las tensiones máximas para el equipo.

Publicación IEC 99-1 Apartarrayos, Parte 1, apartarrayos tipo resistencia no lineal para sistemas de C.A.
Especifica los requisitos de prueba y los niveles de protección máximos para este tipo de apartarrayos.

Publicación IEC 99-4 Apartarrayos, Parte 4, apartarrayos de óxido metálico Sin Gaps para sistemas de C.A. (En preparación). Especifica los requisitos y los niveles de protección máxima para este tipo de apartarrayo.

Publicación IEC 99-3 Apartarrayos, Parte 3, guía de aplicación para la Pub. 99-1 (En preparación) proporciona el procedimiento de selección de los apartarrayos tipo resistencia no lineal, dependiendo de la condición del esfuerzo de sobretensión del sistema.

Nota: Una guía de aplicación para apartarrayos de óxido metálico Sin Gaps está bajo consideración.

Publicación IEC 60-1 Técnicas de Prueba de Alta Tensión, especifica los procedimientos de prueba y la corrección de la tensión de aguante a la atmósfera de referencia normalizada.

Publicación IEC 507 Pruebas de contaminación artificial en aisladores de alta tensión.

Publicación IEC 815 Guía para la selección de aisladores en condiciones contaminadas.



LAPEM

LABORATORIO DE PRUEBAS Y ENSAYOS DE MEXICO.

SECCION UNO: GENERAL ...3

Publicación IEC 58

Interruptores de C.A. en Alta Tensión, sugieren las sobretensiones máximas permitidas que se generan por la operación de interruptores en condiciones de prueba especificadas.

Publicación IEC
282-2

Fusibles de Alta Tensión, Parte 1, fusibles limitadores de corriente. Especifica las sobretensiones máximas permitidas que se generan por la operación de fusibles en condiciones de prueba especificada.

Parte Uno :

Principios de coordinación de Aislamiento.

Sección Dos:

Esfuerzos de tensión representativos del servicio.

2.1

Origen y clasificación de esfuerzos de tensión.

MIB/male
910408



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

MODULO II

ESTABILIDAD TRANSITORIA. SISTEMA "MAQUINA-BUS INFINITO"

OCTUBRE 1992

3 ESTABILIDAD TRANSITORIA. SISTEMA "MAQUINA-BUS INFINITO"

En este capítulo se inicia el análisis de la estabilidad transitoria de un sistema eléctrico de potencia (SEP), llamada también "estabilidad a grandes disturbios" ó "estudios de primera oscilación", que consisten en fenómenos rápidos con duración del orden de 1 segundo. Se introduce también el modelo "máquina-bus infinito", representación simplificada del sistema real, pero que permite obtener conclusiones y resultados con alto grado de aproximación.

3.1 SISTEMA "MAQUINA - BUS INFINITO".

Un SEP está integrado por numerosos generadores síncronos y cargas interconectadas por medio de líneas de transmisión y transformadores. En el comportamiento dinámico del sistema eléctrico interactúan todos los elementos, resultando un problema de gran complejidad por la cantidad de elementos y por el número de ecuaciones necesarias para representarlos.

Sin embargo, es posible simplificar el problema, eliminando el mayor número de componentes y reduciendo al mínimo las ecuaciones representativas de los elementos que permanecen. Con este objetivo en mente, las simplificaciones básicas que dan origen al sistema idealizado llamado "máquina-bus infinito", son:

- 1.- Se eliminan los controles de velocidad y de voltaje de los generadores síncronos, dada la rapidez del fenómeno.
- 2.- Se separa el generador síncrono que se desea estudiar.
- 3.- Se agrupan los generadores restantes y la red eléctrica (líneas, transformadores y cargas), sustituyéndose por un bus infinito (definido en el punto 2.3 de estas notas).

La figura 3.1 muestra gráficamente la simplificación explicada anteriormente. En ella, la barra con pequeñas líneas diagonales representa al bus infinito.

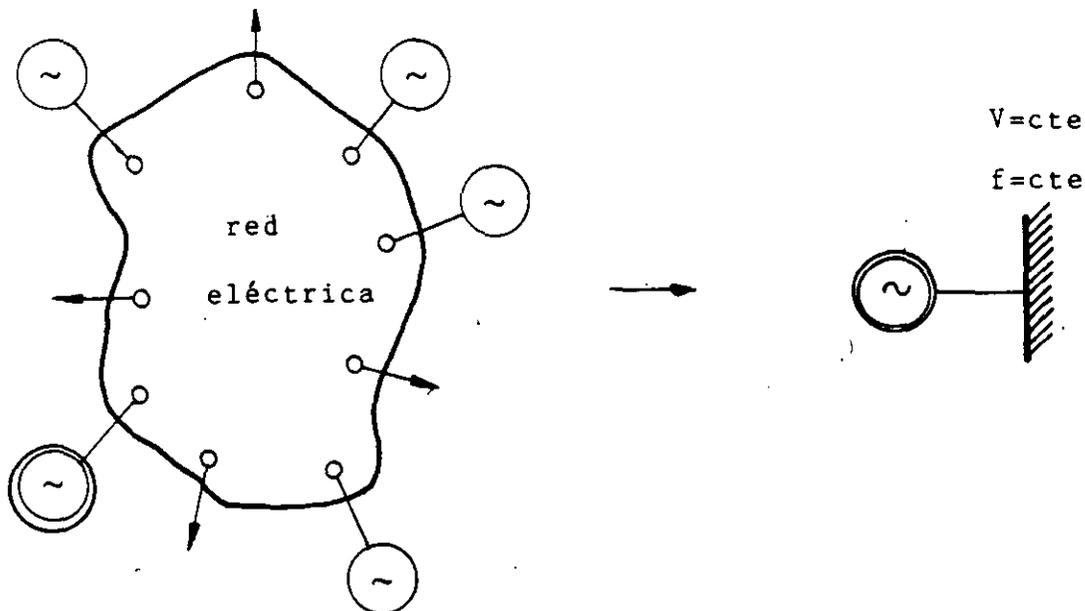


Fig. 3.1 Diagrama esquemático del sistema "máquina - bus infinito"

Este modelo idealizado significa que las unidades generadoras y la red del sistema son de un tamaño bastante mayor que el generador en estudio. Este tamaño relativo evita que eventos que ocurran en la máquina logren afectar el voltaje y la frecuencia del nodo del sistema al cual está conectada.

Es muy amplio el número de problemas que pueden resolverse y la cantidad de conceptos que pueden desarrollarse a partir de este modelo, cuya complejidad está reducida a su mínima expresión.

En el sistema "máquina-bus infinito" pueden también incluirse las líneas y transformadores a través de los cuales se conecta la máquina al sistema, como en el caso mostrado en la figura 3.2.

3.2 DESCRIPCIÓN FÍSICA DEL FENÓMENO DINÁMICO.

Antes de incursionar en el análisis cuantitativo del modelo "máquina-bus infinito" se abordará brevemente una descripción del fenómeno dinámico en forma cualitativa.

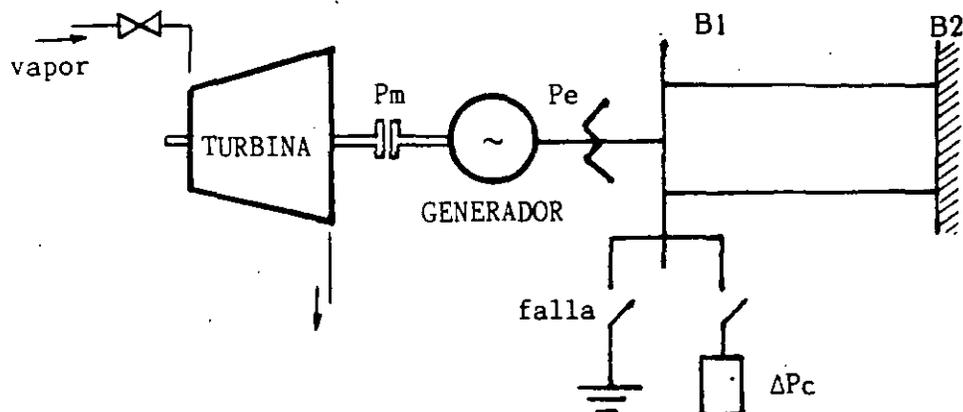


Fig. 3.2 Modelo "máquina-bus infinito" incluyendo primotor y elementos de conexión al sistema.

Cuando en la barra B_1 ocurre un cortocircuito trifásico se presenta la siguiente secuencia de acontecimientos:

- La potencia eléctrica (P_e) de la máquina se hace CERO inmediatamente, ya que el voltaje en ese punto se abate.
- Debido a la lentitud del control de velocidad, se supone que la potencia mecánica (P_m) permanece constante.
- Las masas rodantes de la MS (rotor, excitatriz, flechas, etc.) absorben la potencia mecánica en forma de energía cinética, aumentando su velocidad.
- El ángulo del rotor de la MS crece, pudiéndose presentar la pérdida de sincronismo, si la falla se prolonga indefinidamente.

El fenómeno opuesto ocurre si en lugar de la falla, se conecta la carga ΔP_c .

En estas circunstancias pueden presentarse tres casos importantes:

- 1.- Si $P_m = P_e$ la MS está en equilibrio y el ángulo de carga se mantiene constante.
- 2.- Si $P_m > P_e$ la MS se acelera y el ángulo de carga crece.
- 3.- Si $P_m < P_e$ la MS se desacelera y el ángulo de carga decrece.

3.3. GENERALIZACION DE LA ECUACION POTENCIA-ANGULO.

La potencia eléctrica de salida de una MS está dada por la ecuación (2.19), la cual por su importancia, aquí se repite:

$$P_e = P_G = \frac{|E| |V|}{X_d} \text{ sen } \delta \quad (2.19)$$

Si la fem E es constante, porque el nivel de la corriente de excitación no se ha alterado, y V también, por estar la máquina conectada a un gran sistema, las únicas variables que resultan son el ángulo de carga (δ) y la potencia eléctrica (P_e). Al graficar estas dos variables, se obtiene la llamada curva "potencia - ángulo" mostrada en la figura 3.3.

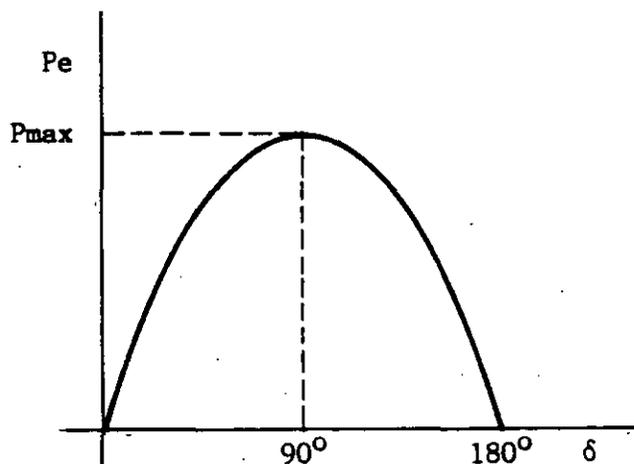


Fig. 3.3 Curva "Potencia-ángulo" para el sistema "máquina-bus infinito"

La potencia máxima de salida (P_{max}) ocurre cuando δ es igual a 90° , por lo tanto:

$$P_{max} = \frac{|E| |V|}{X_d} \quad (3.1)$$

Las ecuaciones (2.19) y (3.1) son válidas también para el caso en que la MS se conecte al bus infinito a través de líneas de transmisión y transformadores, siendo necesario sustituir X_d por la reactancia equivalente serie (X) del circuito (ver figura 3.4b). Otra de las adecuaciones requeridas en los estudios de estabilidad transitoria es representar a la MS por su reactancia transitoria de eje directo ($X'd$) y el voltaje atrás de ésta (E'). Con ello:

$$P_e = \frac{|E'| |V|}{X} \text{ sen } \delta \quad (3.2)$$

$$P_{max} = \frac{|E'| |V|}{X} \quad (3.3)$$

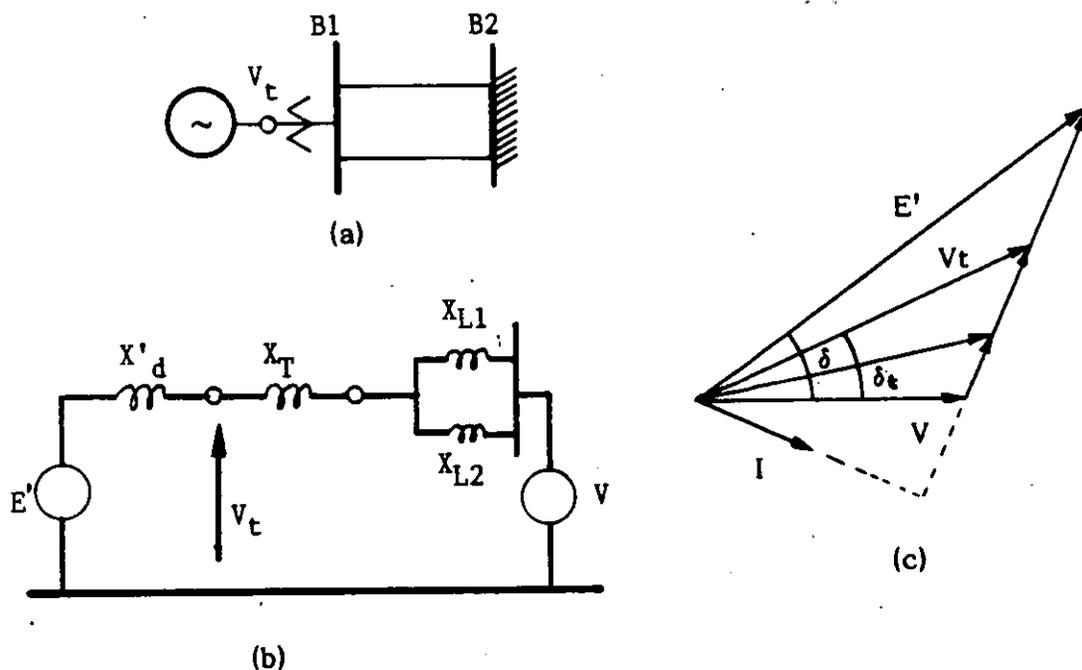


Fig 3.4. Circuito equivalente y diagrama fasorial de un sistema "máquina-bus infinito" que incluye líneas y transformador.

En estas condiciones, δ es el ángulo total existente entre los fasores E' y V (ver figura 3.4c).

La ecuación de la potencia eléctrica (3.2) se puede utilizar también cuando en lugar de conocer E' , se cuenta con el voltaje terminal (V_t) de la MS y el voltaje del bus infinito (V), teniéndose:

$$P_e = \frac{|V_t| |V|}{X_{t00}} \text{ sen } \delta_t \quad (3.4)$$

En este caso (δ_t) es el ángulo que existe entre los fasores V_t , V y la reactancia (X_{t00}) es el equivalente serie entre las terminales del generador y el bus infinito.

3.4. BASES PARA EL ESTUDIO CUANTITATIVO DEL MODELO.

El objeto de esta sección es establecer la ecuación que reproduzca el comportamiento del ángulo del rotor de la MS en el tiempo, después de presentarse un desbalance de potencia.

A dicha ecuación se le llama "ecuación de oscilación" y se arribará a ella después de repasar algunos conceptos físicos.

a. - DINAMICA DE TRANSLACION Y DINAMICA DE ROTACION.

Por lo general, existe mucha familiaridad con los fenómenos asociados a movimientos de cuerpos en una sola dirección, pero cuando el movimiento de los cuerpos es giratorio cuesta un poco más de esfuerzo su análisis. Los conceptos y las leyes de la dinámica son aplicables en ambos casos, haciendo las consideraciones convenientes. La tabla 3.1 presenta la comparación de las ecuaciones fundamentales de la dinámica de translación y la de rotación.

TABLA 3.1
COMPARACION DE LAS ECUACIONES PARA EL MOVIMIENTO DE TRANSLACION
CON LAS DEL MOVIMIENTO CIRCULAR

TRANSLACION				ROTACION			
MAGNITUD	SIMBOLO	ECUACION	UNIDAD	MAGNITUD	SIMBOLO	ECUACION	UNIDAD
Longitud	s	-	m	Desplazamiento angular	θ	$\theta = \frac{s}{r}$	rad
Masa	m	-	kg	Momento de inercia	I	$I = \int r^2 dm$	kg m ²
Tiempo	t	-	s	Tiempo	t	-	s
Velocidad	v	$v = ds/dt$	m/s	Velocidad angular	ω	$\omega = d\theta/dt$	rad/s
Aceleración	a	$a = dv/dt$	m/s ²	Aceleración angular	α	$\alpha = d\omega/dt$	rad/s ²
Fuerza	F	$F = ma$	N	Par	T	$T = I\alpha$	N m
Cantidad de movimiento	M'	$M' = mv$	N s	Momento angular cinético	M	$M = I\omega$	s/rad
Trabajo	W	$W = \int F ds$	J	Trabajo	W	$W = \int T d\theta$	J
Potencia	P	$P = dW/dt$ $= Fv$	w	Potencia	P	$P = dM/dt$ $= T\omega$	w
Energía cinética	E_k	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	J	Energía cinética de rotación	E_k	$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$	J

b. - POTENCIA ACELERANTE.

La potencia acelerante (Pa) es la diferencia entre la potencia mecánica aplicada a la MS por su primotor y la potencia eléctrica de salida:

$$P_a = P_m - P_e \quad [MW] \quad (3.5)$$

c. - MOMENTO DE INERCIA.

El momento de inercia es una cantidad física de especial importancia en el estudio de la rotación de cuerpos rígidos, pues mide la capacidad de almacenamiento de energía cuando dichos cuerpos giran alrededor de cierto eje.

El momento de inercia (I) se define como:

$$I = \int r^2 dm = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad [Kg m^2] \quad (3.6)$$

siendo (m) la masa de un elemento pequeño ó diferencial del cuerpo y (r) el radio de giro del elemento.

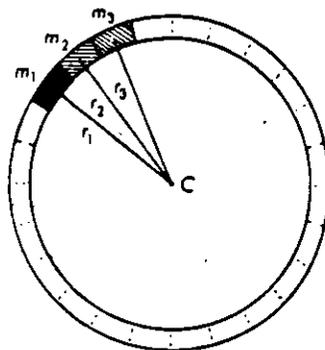


Fig. 3.5 División en masas pequeñas de un anillo girando alrededor del eje C.

Para un anillo como el de la figura 3.5, el momento de inercia resulta:

$$I = (m_1 + m_2 + m_3 \dots + m_n) r^2 = Mr^2$$

siendo M la masa total.

La figura 3.6 proporciona las expresiones para el cálculo del momento de inercia de algunos cuerpos con formas regulares.

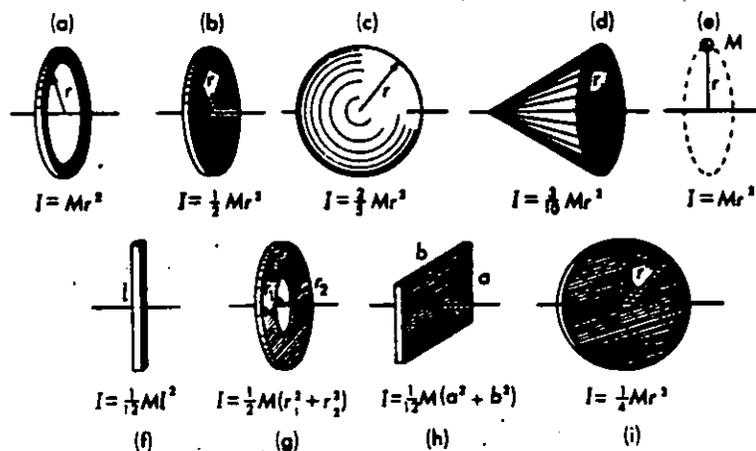


Fig. 3.6 Momento de inercia de algunos cuerpos típicos.

Obsérvese como un cuerpo llega a tener diferentes momentos de inercia, dependiendo del eje de giro seleccionado (ver figuras 3.6b y 3.6i).

d. - CONSTANTE DE INERCIA.

La constante de inercia (H) de una MS se define como:

$$H = \frac{\text{Energía cinética a velocidad síncrona}}{\text{Potencia aparente nominal}}$$

Utilizando las ecuaciones de la tabla 3.1, se obtiene:

$$H = \frac{E_{co}}{S_n} = \frac{1/2 I \omega^2}{S_n} \quad [\text{MJ/MVA ó seg}] \quad (3.7)$$

La constante de inercia es un parámetro de diseño que influye en la estabilidad de manera muy relevante. El valor de H al estar referido a la capacidad nominal propia de cada unidad generadora, cae en un rango estrecho de valores, independientemente del tamaño de la unidad. Desafortunadamente la tendencia en los diseños recientes es hacia una disminución del valor H, de manera que lo que se ha ganado en la mejora de la estabilidad por esquemas de protecciones e interruptores más rápidos, se ha perdido por las constantes de inercia más pequeñas de las nuevas unidades.

El rango de H para unidades generadoras de tipo hidráulico es de 2 a 7 y de tipo térmico de 2 a 5.

e. - SUSTITUCION DEL DESPLAZAMIENTO ANGULAR POR EL ANGULO DE CARGA.

Las ecuaciones que describen la dinámica de rotación de la tabla 3.1 están desarrolladas en base al desplazamiento angular (θ). Este ángulo tiene el inconveniente de que crece permanentemente y esto dificulta el análisis de la posición del rotor. Por tal motivo, se hace uso del ángulo de carga en lugar del desplazamiento angular, bajo las siguientes consideraciones:

El ángulo (θ) mide la posición del rotor con respecto a una referencia fija y (δ) con respecto a una referencia que gira a velocidad síncrona, como se muestra en la figura 3.7. Por lo tanto $\theta = \omega_0 t + \delta$, con lo que:

$$\delta = \theta - \omega_0 t \quad (3.8)$$

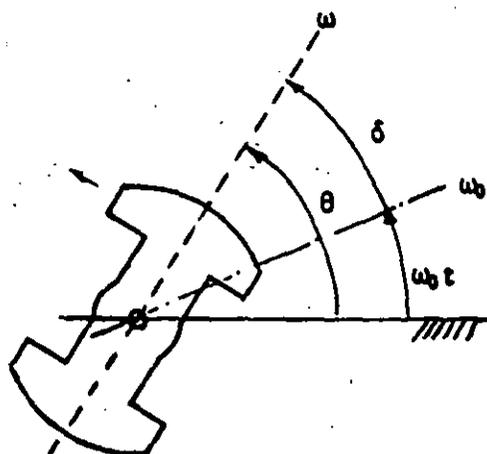


Fig. 3.7 Cambio del ángulo θ por δ .

Si se deriva la ecuación (3.8) con respecto al tiempo, se obtiene:

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d\theta}{dt} - \omega_0$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega(t) - \omega_0 \quad (3.9)$$

Esta ecuación es de importancia en los temas subsecuentes y establece que el cambio en ángulo del rotor (δ) depende de la diferencia entre su velocidad real $\omega(t)$ y la velocidad síncrona ω_0 .

Como ω_0 es una constante, al derivar ahora (3.9) se tiene:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (3.10)$$

Sustituyendo P_e en términos de P_{max} :

$$\boxed{M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_{max} \text{ Sen } \delta} \quad (3.13)$$

Esta es la llamada ecuación de oscilación, a partir de la cual se obtiene el comportamiento del ángulo δ , después de un desbalance de potencia.

Existen otras versiones de la ecuación de oscilación, las cuales se usan indistintamente y que a continuación se presentan.

Si se introduce la constante de inercia H (ec. 3.7), se obtiene:

$$H = \frac{1/2 I \omega^2}{S_n} = \frac{M \omega}{2 S_n}$$

$$M = \frac{2 S_n H}{\omega} \quad (3.14)$$

Sustituyendo (3.14) en (3.13) y reordenando:

$$\frac{2 S_n H}{\omega} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_{max} \text{ sen } \delta$$

$$\boxed{\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\omega}{2H} (P_m - P_{max} \text{ Sen } \delta)} \quad (3.15)$$

donde las potencias se encuentran dadas en por unidad de S_n , al quedar divididas por ella.

Si la velocidad síncrona ω se sustituye por su equivalente $2\pi f_0$, se obtiene una versión más de la ecuación de oscilación:

$$\boxed{\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi f_0}{H} (P_m - P_{max} \text{ sen } \delta)} \quad (3.16)$$

La solución de la ecuación de oscilación se efectúa por métodos numéricos mediante la computadora digital ya que no tiene solución analítica.

la derivada de $\omega(t)$ es la aceleración angular y de acuerdo con las ecuaciones de la tabla 3.1, resulta que:

$$\boxed{\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2\theta}{dt^2}} \quad (3.11)$$

Esta última ecuación nos indica que desde el punto de vista de la aceleración del rotor, es indistinto trabajar con el desplazamiento angular θ , que con el ángulo δ .

f. - ECUACION DE OSCILACION.

La segunda Ley de Newton para el movimiento de translación establece que $F = m (d^2s / dt^2)$. Para el movimiento de rotación:

$$T = I \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (3.12)$$

En esta ecuación, T es el par acelerante. Con esta consideración y haciendo uso de la ec. (3.11) para el cambio en ángulo, se tiene:

$$T_m - T_e = I \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

Donde (T_m) es el par mecánico y (T_e) el par eléctrico. Al multiplicar por la velocidad ω :

$$P_m - P_e = I\omega \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

Al producto $I\omega$ se le denomina "momento angular cinético" y se designa con la letra M, quedando:

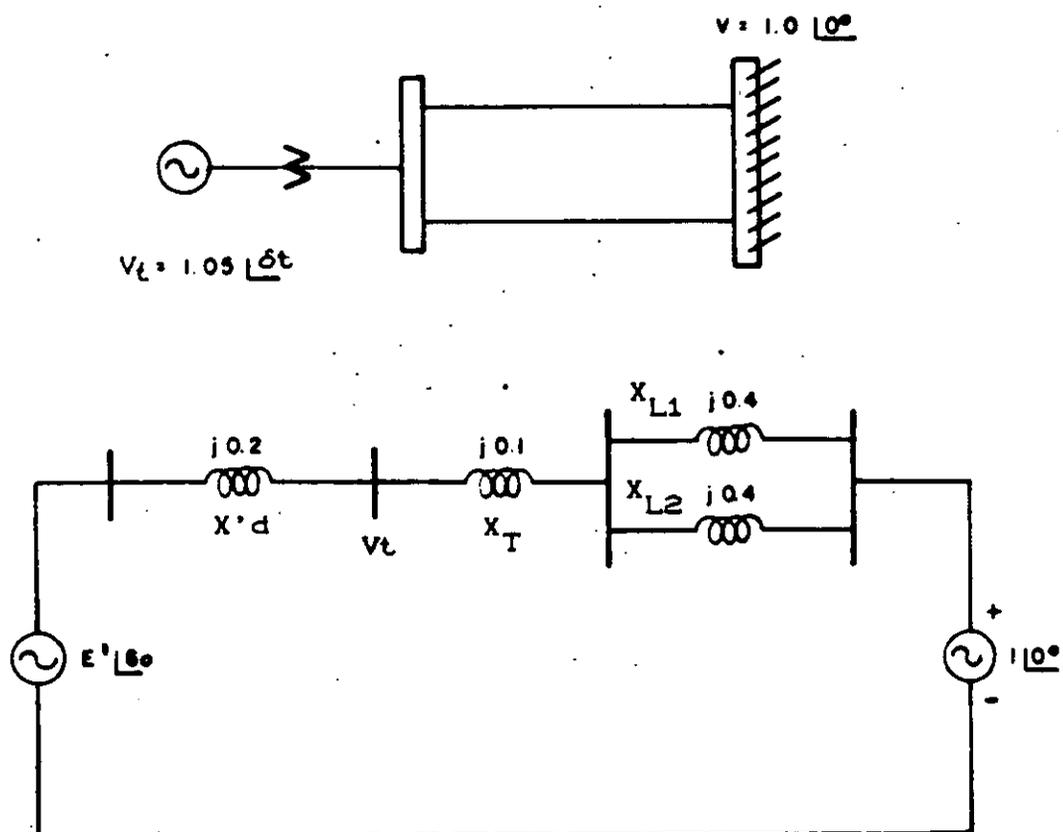
$$P_m - P_e = M \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

3.5 EJEMPLO.

Una máquina síncrona está conectada a un bus infinito. Su reactancia transitoria de eje directo ($X'd$) es de 0.2 pu, la reactancia del transformador es 0.1 pu y la de las líneas de 0.4 pu, todas en base a los valores nominales de la máquina.

Inicialmente la máquina está entregando un potencia activa (P) de 0.8 pu con un voltaje terminal (V) de 1.05 pu; la constante de inercia de la máquina (H) es de 5 MJ/Mva y el voltaje en el bus infinito de 1.0 pu.

Determine la ecuación de oscilación para condiciones de prefalla, es decir, para condiciones normales.



SOLUCION

1. Se determina el ángulo del voltaje terminal de la máquina.

$$P_e = \frac{|V_t||V|}{X_{t\infty}} \sin \delta_t \quad (3.4)$$

$$\delta_t = \sin^{-1} \frac{P X_{t\infty}}{|V_t||V|} = \sin^{-1} \frac{0.8 \times 0.3}{1.05 \times 1} = 13.21^\circ$$

2. Se calcula la corriente aportada por el generador.

$$I = \frac{V_t - V}{X_{t\infty}} = \frac{1.05 \angle 13.21 - 1.0 \angle 0}{0.3 \angle 90} = 0.803 \angle -5.29$$

3. Se obtiene el voltaje interno de la máquina o fem (E).

$$E' = V_t + jX'd I = 1.05 \angle 13.21 + (0.2 \angle 90) (0.803 \angle -5.29)$$

$$E' = 1.111 \angle 21.09 \text{ pu} \quad \text{Observe que } \delta_0 = 21.09^\circ$$

4. Se determina el valor de la potencia máxima (Pmax).

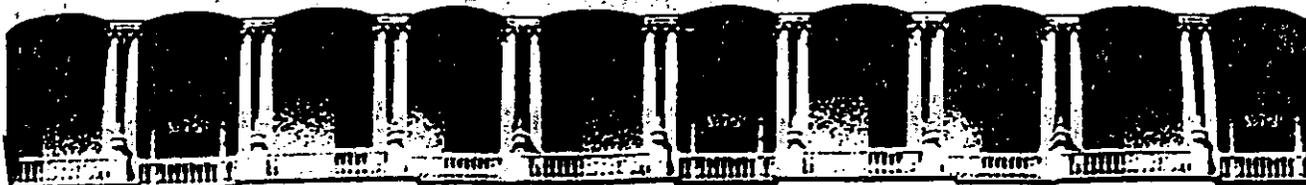
$$P_{\max} = \frac{|E'| |V|}{X} = \frac{1.11 \times 1}{0.5} = 2.222 \text{ pu}$$

5. - Se establece la ecuación de oscilación.

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = -\frac{\pi f}{H} (P_m - P_{\max} \sin \delta)$$

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = -\frac{60 \pi}{5} (0.8 - 2.222 \sin \delta)$$

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = 37.7 (0.8 - 2.222 \sin \delta)$$



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

SEGUNDO MODULO:

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

PRUEBAS DE LABORATORIO DE S.E.P.

ING. ARTURO MORALES COLLANTES

PALACIO DE MINERIA

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

PRUEBA 1 VOLTAJE DE UNA LINEA DE TRANSMISION SIMPLE

Objetivos:

- 1 Observar el flujo de potencia real y reactiva en una línea de transmisión trifásica, con cargas, pasivas, conocidas.
- 2 Observar la regulación de voltaje en el extremo receptor, como una función del tipo de carga.

Descripción:

Una línea de transmisión aérea está constituida por los conductores, las estructuras de soporte y en la mayor parte de los casos de las líneas de alta tensión, los cables de guarda para proteger la línea de las descargas directas de los rayos.

Las características eléctricas de las líneas de transmisión son:

Capacitancia: Si se aplica en uno de los extremos de la línea una diferencia de potencial V entre conductores y se mantiene abierto el otro extremo de la línea, los conductores adquirirán una carga eléctrica q que es proporcional a la diferencia de potencial aplicada V y a una constante C llamada capacitancia:

$$q = C \cdot V$$

La línea se comporta como un condensador, siendo los conductores las placas del condensador y el dieléctrico el aire u otro medio aislante que separa los conductores.

La capacitancia de una línea de transmisión es una función de las dimensiones de los conductores, de la separación entre ellos y de

la naturaleza del dieléctrico.

Si la diferencia de potencial aplicada es función sinusoidal del tiempo, los conductores cambiarán de polaridad dos veces por ciclo y circulará por ellos una corriente alterna; en líneas de transmisión cortas y de tensiones relativamente bajas, esta corriente capacitiva es relativamente baja comparada con la corriente que circula por los conductores debida a la carga alimentada por la línea.

Inductancia: Supongase ahora que se conecta una carga al final de la línea, la corriente que circula por cada conductor produce un campo magnético, si la intensidad de la corriente varía en función del tiempo, el campo magnético será también una función del tiempo; este campo variable induce en los conductores fuerzas electromotrices que se oponen a la fuerza electromotriz aplicada al principio de la línea.

Resistencia: Los conductores eléctricos presentan una resistencia al paso de la corriente eléctrica que circula a través de ellos, una parte de la energía eléctrica que circula por el conductor se convierte en calor, en proporción directa a la resistencia del conductor y al cuadrado del valor eficaz de la intensidad de corriente.

La resistencia de un conductor es directamente proporcional a la resistividad del material de que está hecho, y a la longitud del conductor e inversamente proporcional a su sección transversal.

En general cada fase de una línea de transmisión comprende resistencia eléctrica, reactancia inductiva en serie y resistencia de aislamiento y reactancia capacitiva al neutro en paralelo, estos parámetros están distribuidos a lo largo de la línea, para representar una fase de una línea de transmisión, hay que

suonería formada por una serie de elementos de longitud infinitesimal, cada uno de los cuales comprende, como se indica en la figura, una resistencia efectiva y una reactancia inductiva en serie y una resistencia de aislamiento y una reactancia capacitiva en paralelo.

En líneas de transmisión aéreas la resistencia de aislamiento puede considerarse siempre como infinita.

La importancia de la corriente capacitiva de una línea de transmisión, en relación con la corriente que toma la carga conectada, depende de la longitud de la línea y del voltaje de transmisión, para una frecuencia determinada.

Líneas Cortas.

Son líneas de transmisión, con una longitud no mayor de 60Km. y voltajes no mayores de 40Kv, aproximadamente. La capacitancia de esta línea puede generalmente despreciarse y entonces cada fase de la línea puede representarse por una impedancia en serie igual a la impedancia por unidad de longitud multiplicada por la longitud de la línea.

Líneas de longitud media.

Son líneas de transmisión, con longitud comprendida entre 60 y 250 Km y de voltaje no mayor de 250 Kv, aproximadamente; la capacitancia puede considerarse conectada en uno o varios puntos de la línea.

Líneas largas.

Son líneas de transmisión con más de 250Km. de longitud y más de 250Kv. En éstas, es necesario considerar las constantes

distribuidas a lo largo de la línea.

EXPERIMENTO

Descripción del equipo requerido:

Módulo de suministro de potencia (0-120/208V 3f)

Módulo de resistencia

Módulo de inductancia

Módulo de la línea de transmisión trifásica

Módulo de capacitancia

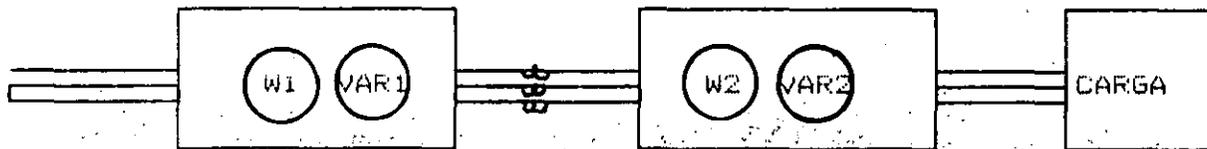
Módulo de medición de CA (250V/250V/250V)

Watt-varímetro trifásico (2) (300W/300Var)

Módulo de motor de inducción

Conductores.

Diagrama de conexiones



PRUEBA 1 TABLA DE LECTURAS Y CALCULOS

CARGA	E1	W1	VAR1	E2	W2	VAR2	W1-W2	VAR1-VAR2	REG
C. A.									
X_L									
R									
X_C									
MOTOR									
C. C.									

ÁNGULO DE FASE Y CAIDA DE VOLTAJE ENTRE TRANSMISOR Y RECEPTOR

Objetivos

- a) Regular el voltaje en el extremo receptor
- b) Observar la variación del ángulo de potencia con la carga
- c) Observar la caída de potencial entre los extremos de la línea

Descripción

Las cargas resistivas e inductivas en el extremo de una línea de transmisión producen una caída de voltaje, los motores, relevadores y luces eléctricas solo trabajan en condiciones estables de voltaje, cercanos al potencial para el cual fueron diseñados.

Por lo tanto se debe regular el voltaje en la línea en el extremo receptor de ella, de modo que el voltaje se mantenga tan constante como sea posible:

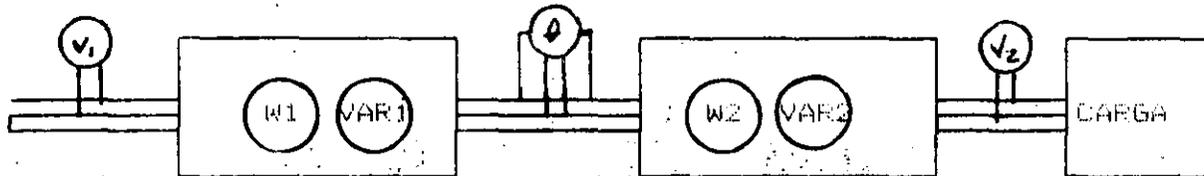
Un procedimiento práctico, es conectar los capacitores al final de la línea ya que elevan el voltaje considerablemente, de modo que de esta manera es posible regular el voltaje en el extremo receptor de las líneas de transmisión.

Para las cargas puramente inductivas, los capacitores deben entregar potencia reactiva igual a la consumida por la inductancia.

En este experimento se determinará la potencia reactiva ajustando los capacitores, hasta que el voltaje en el extremo receptor sea igual al voltaje en el extremo transmisor.

Para las cargas que consumen tanto potencia real como reactiva los capacitores deben ser tales que compensen primero la componente inductiva de la carga, y posteriormente la componente resistiva.

DIAGRAMA DE CONEXIONES



Equipo requerido:

Módulo de suministro de potencia (0-120/208V 3f)

Módulo de resistencias

Módulo de la línea de transmisión trifásica

Módulo de capacitancia

Módulo de medición de CA (250V/250V/250V)

Watt-varímetro trifásico (2) (300W/300Var)

Medidor de ángulo de fase

Conductores.

PROCEDIMIENTO

Ajuste la impedancia de la línea de transmisión a 120 ohms y conecte los voltímetros watt-varímetros como se indica en el diagrama de conexiones: durante el experimento se modificará la carga.

Usando una carga resistiva trifásica, ajuste el voltaje a 200 volts y manténgalo constante por el resto del experimento; aumente la carga resistiva por pasos manteniendo balanceadas las 3 fases.

PRUEBA 2 LECTURAS Y CALCULOS

REGULACION DE VOLTAJE CON CARGA RESISTIVA SIN COMPENSACION							
R	E1	W1	VAR1	E2	W2	VAR2	ANGULO
∞							
1200							
800							
400							
300							
240							
200							
171							

Repita el experimento pero ahora compensando el voltaje con capacitores o mediante generadores de reactivos, tratando de ser posible de mantener los voltajes transmisor y receptor iguales.

PARAMETROS QUE AFECTAN EL FLUJO DE POTENCIA REAL Y REACTIVA

Una línea de transmisión está diseñada para transmitir potencia eléctrica y por ella puede fluir tanto potencia real como reactiva. idealmente la potencia fluye del extremo generador al extremo receptor, pero en un sistema complejo el sentido de flujo se puede invertir y fluir potencia hacia el extremo generador, pero bajo que condiciones se da determinado sentido de flujo de potencia, en general podemos decir que la potencia fluirá del extremo de mayor voltaje al de menor voltaje; en este experimento analizaremos los siguientes casos:

- a) Los voltajes del extremo receptor y transmisor son diferentes y se encuentran desfasados.
- b) Los voltajes del extremo receptor y transmisor son desiguales pero se encuentran en fase.
- c) Los voltajes del transmisor y del receptor son iguales pero no están en fase.

OBJETIVO

determinar el flujo de potencia reactiva cuando los voltajes transmisor y receptor son diferentes pero están en fase.

Determinar la potencia real cuando los voltajes de transmisor y receptor son iguales pero están fuera de fase.

Determinar el flujo de potencia cuando los voltajes transmisor y receptor son desiguales y se encuentran defasados.

El equipo necesario para desarrollar este experimento es el siguiente:

2 Módulos de suministro de potencia.

1 Banco de resistencia.

1 Banco de capacitores.

1 Módulo de línea de transmisión trifásica.

1 Módulo de transformador elevador de oposición y desplazamiento de fase.

1 Módulo de medición de CA.

2 Módulos de watt-varímetro trifásico.

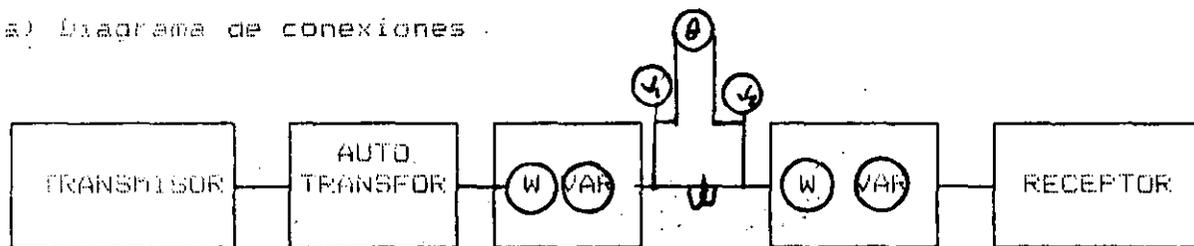
1 Módulo de medidor de ángulo de fase.

Cables de conexión.

DESARROLLO

1.- Voltaje transmisor y receptor desiguales pero en fase.

a) Diagrama de conexiones .



b) Con el interruptor de la línea de transmisión abierto, ajuste el voltaje de la línea a línea E1 E2 a 180 V y observe que el ángulo de fase entre el extremo receptor y transmisor, se encuentren en fase.

c) Cierre el interruptor de la línea de transmisión y ajuste la impedancia de la línea a 60 ohms, anote las lecturas de los watt varímetros.

d) Eleve el voltaje de la estación A y observe el flujo de potencia: determine cuál es el receptor y cual el transmisor.

e) Reduzca el voltaje de la estación A y observe el flujo de potencia, determine cual de las dos es el transmisor.

2. Supóngase que $E_t = E_r$ 100 kv, pero que el ángulo de fase entre ellos no es nulo, calcule el valor de la potencia real en cada caso, así como la dirección de flujo de potencia reactiva, sabiendo que E_s en cada caso está atrasado con respecto a E_t .

Trace una gráfica de la potencia real contra el ángulo de fase y determine si el límite para la potencia máxima que puede entregar esa línea, bajo las condiciones del voltaje.

PRUEBA 3 LECTURAS Y CALCULOS

CONMUTADOR	E1	W1	VAR1	E2	W2	VAR2	ANG
0°							
15°							
-15°							

PRUEBA 3 LECTURAS Y CALCULOS

CARGA	E1	W1	VAR1	E2	W2	VAR2	ANG
RESISTIVA							
INDUCTIVA							
CAPACITIVA							

LÍNEAS PARALELAS, TRANSFORMADORES Y CAPACIDAD DE MANEJO DE POTENCIA

Objetivos

- 1.- Estudio de la curva de potencia real en función del ángulo de potencia de una línea de transmisión
- 2.- Empleo de transformadores para elevar la tensión de operación y aumentar la capacidad de manejo de potencia de una línea
- 3.- Operación de líneas de transmisión en paralelo y su capacidad de manejo de potencia desde el punto de vista de criterios de operación con seguridad

El objetivo de este experimento es observar el aumento de potencia entregada por una línea de transmisión al aumentar su voltaje mediante transformadores elevadores y reductores en los extremos receptor y transmisor respectivamente y determinar el comportamiento de la potencia real en función del ángulo de fase de una línea de transmisión.

Antecedentes:

La potencia real que entrega una línea de transmisión depende de los voltajes en los extremos transmisor y receptor y el ángulo de fase entre los mismos; la potencia está dada por la siguiente ecuación.

$$P = (E_1 \times E_2 \text{ sen } A) / X$$

Cuando se mantienen constantes los voltajes transmisor y receptor, la potencia entregada dependerá exclusivamente del ángulo de fase

A. la potencia crece gradualmente con el ángulo y alcanza un valor máximo cuando el ángulo es de 90° ; si se sigue incrementando el suministro de potencia esta disminuirá a medida que se aumenta el ángulo de potencia, alcanzando el valor de cero cuando el ángulo es de 180° .

Una línea de transmisión opera en condiciones estables cuando el ángulo entre sus extremos transmisor y receptor es menor o igual a 90° . Idealmente, en la práctica se recomienda que dicho ángulo sea de 70° para la operación de estabilidad real; en tales condiciones la potencia máxima que se transmite es:

$$P = (E_1 \times E_2 \text{ sen}90^\circ) / X = (E_1 \times E_2) / X$$

El ángulo de fase puede estar entre 0 y 180° de atraso y 0 y 180° de adelanto, cuando el ángulo es positivo, el transmisor entrega potencia al receptor mientras que cuando el ángulo es negativo el receptor está entregando potencia al transmisor.

Si los voltajes en los extremos transmisor y receptor son iguales, $E_1 = E_2 = E$, entonces la potencia máxima será

$$P_{\text{máx}} = E^2 / X \text{ Watts}$$

La potencia máxima que entrega una línea depende del cuadrado del voltaje de la línea de transmisión, así al duplicar el voltaje, se cuadruplica la potencia que la línea entrega; una forma de aumentar el voltaje en la línea, es colocar transformadores en los extremos receptor y transmisor mediante lo cual se mejora significativamente su capacidad de manejo de potencia.

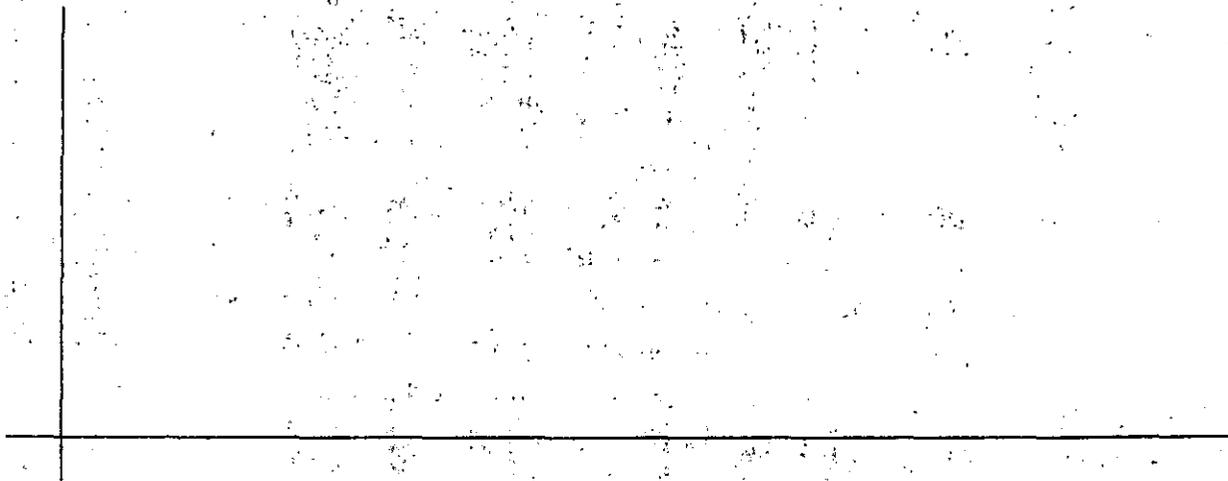
Otra forma de aumentar la capacidad de potencia de transmisión es empleando líneas trifásicas en paralelo, las cuales se conectan de

LEC	E1	E2	X	δ	W1	VAR1	PMAX

Suponga que se abre subitamente una línea, podrá llevar la carga la línea restante, si es así "Cual será el nuevo ángulo de fase"

Medir la potencia real transmitida y compararla con la obtenida en el experimento anterior:

Con los datos obtenidos grafique la curva de potencia-ángulo





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

**SEGUNDO MODULO:
SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II**

**SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA
ESTADOS DE OPERACION**

ING. ARTURO MORALES COLLANTES

OCTUBRE, 1992

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

INTRODUCCION

El diseño de sistemas de control de sistemas eléctricos de potencia hasta 1970 se efectuó considerando funciones de control locales y centralizados, pero generalmente independientes, ejemplos de estas aplicaciones de control son el Control Automático de Generación y el Control Supervisorio del Sistema de Transmisión y Generación; debido a que el funcionamiento de un Sistema de Potencia es sumamente complejo, su control requiere una coordinación muy estrecha de diversas funciones, para lograr una adecuada confiabilidad de servicio, con una seguridad y economía en la operación del sistema.

Los factores más importantes que motivan la necesidad de tener un sistema de control integrado desde el punto de vista del sistema de potencia son la seguridad y la economía, el continuo estado cambiante de la demanda, generación de las características y de transmisión, requiere una vigilancia continua e instantánea del sistema, mediante la cual se tiene un panorama real y en el momento preciso de las condiciones actuales de operación del sistema de potencia, lo cual hace posible tomar las acciones de control adecuadas.

En los últimos años la filosofía en el diseño de sistemas de control ha cambiado y actualmente pretende crear sistemas de control integrados en tiempo real, en los que la seguridad y la economía son la base fundamental en el diseño.

Control con Seguridad

El término sistema de control se usa aquí en su sentido más amplio y en general implica un proceso de decisión.

Un sistema de control con seguridad, es el conjunto integrado de controles automáticos y manuales implementados para lograr la operación continua y eficiente del sistema eléctrico de potencia, bajo todas las condiciones de operación posibles.

El primer punto importante del concepto anterior es que se tiene un sistema integrado de controles, lo cual requiere un enfoque global del sistema eléctrico de potencia y donde el operador del sistema forma parte del sistema de control.

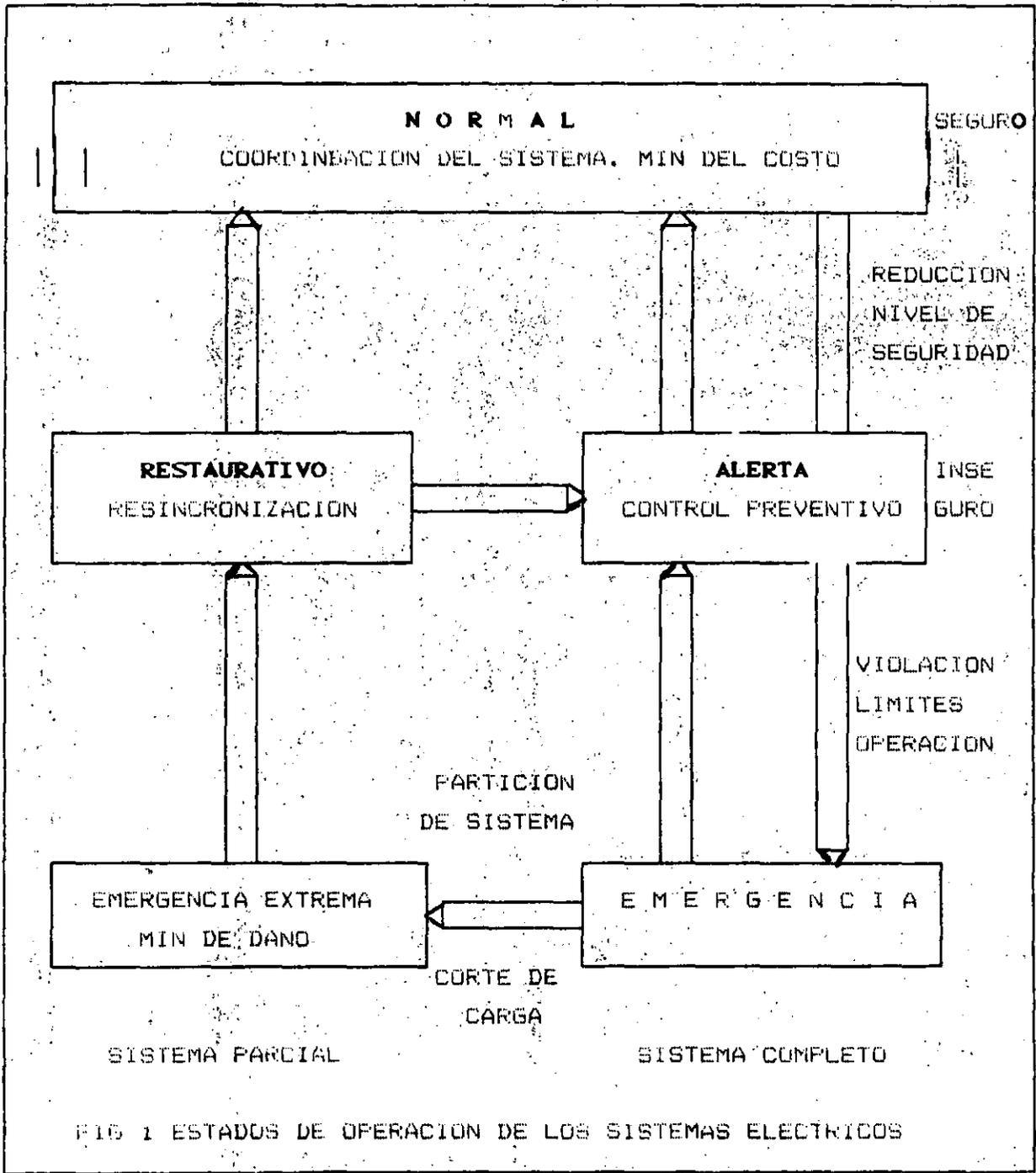
Otro aspecto importante es que las decisiones de control del sistema computadora-hombre deben efectuarse no solo cuando el sistema de potencia funciona normalmente, sino también bajo condiciones anormales de operación.

ESTADOS DE OPERACION

Desde el punto de vista de funcionamiento de un sistema de potencia, se pueden identificar los cinco estados de operación que se ilustran en la Fig. 1.

En forma general la operación del sistema eléctrico se gobierna por tres conjuntos de ecuaciones, un conjunto de ecuaciones diferenciales que representa la dinámica de las componentes del sistema y dos conjuntos de ecuaciones algebraicas que representan el balance de potencia, estos actúan mediante restricciones de igualdad, mientras que los límites de operación de los componentes del sistema eléctrico lo hacen por restricciones de desigualdad.

En el estado de operación normal todas las restricciones están satisfechas (no existen), lo cual indica que la generación es adecuada para satisfacer la demanda y que no existe ningún equipo



sobrecargado; en este estado los márgenes de reserva para generación y transmisión son suficientes para mantener un nivel de seguridad adecuado con respecto a las posibles perturbaciones a las que el sistema estará sometido.

Si el nivel seguridad baja de un estándar especificado el sistema entra en un estado de alerta donde todas las restricciones aún están satisfechas, pero debido a márgenes de reserva reducidos el sistema es susceptible de violar los límites de operación del equipo bajo la acción de una contingencia; en este estado se deben tomar acciones de control para regresar al estado normal, ya que es posible que debido a posibles perturbaciones y a no contar con un nivel de seguridad adecuado, se presente una condición de emergencia en el sistema (Fig. 1).

En el estado de emergencia las restricciones de desigualdad no están satisfechas, por lo tanto algunos componentes del sistema están revasando sus límites de operación y la seguridad del sistema está en peligro.

Generalmente las condiciones de emergencia no producen la desarticulación del sistema en forma instantánea, ya que generalmente se cuenta con cierto tiempo para realizar las acciones de control que eviten el riesgo de una contingencia, el cual dependerá del estado de operación del sistema, de la magnitud de la perturbación y de las acciones de control que tenderán a dirigir el sistema eléctrico hacia un estado normal o al menos al estado de alerta, aunque también existen otros factores que propician que lo anterior no siempre sea posible, tales como las restricciones de tiempo ya que no siempre se tiene la rapidez de respuesta adecuada, y las restricciones de capacidad cuando la demanda es mayor que la capacidad de generación.

En la Fig. 1 se muestra que dependiendo del resultado de las acciones tomadas en un estado de emergencia, se puede pasar al estado de alerta o bien a un estado de emergencia extrema, en este estado de operación el sistema pierde componentes, no se satisface la demanda, se forman islas eléctricas y por lo tanto las restricciones de igualdad y desigualdad están violadas; en estas condiciones toda acción de control debe ser dirigida hacia conservar la mayor parte posible del sistema funcionando.

Una vez que la desintegración del sistema se ha determinado, la porción del sistema que continúa funcionando suministrará una parte de la demanda total, con el equipo sincronizado, operando dentro de sus límites operativos, en esta situación las restricciones de desigualdad están satisfechas pero no las de igualdad (demanda), este estado se conoce como restaurativo y todo esfuerzo de control debe ser dirigido a integrar nuevamente el sistema completo y suministrar la demanda total, en este procedimiento el punto importante es el tiempo de restauración; como se muestra en la Fig. 1 del estado restaurativo se puede pasar al estado de alerta o bien al estado normal, dependiendo de los procedimientos que se sigan.

Una consideración importante es que en cada estado de operación se requieren acciones de control tendientes a dirigir y conservar el sistema eléctrico de potencia en un estado normal.

CONCEPTO DE SEGURIDAD

La seguridad del sistema eléctrico de potencia siempre se determina en base a una referencia o estándar de seguridad, dicho estándar está determinado en cada compañía eléctrica por las políticas de operación del sistema; el estándar está integrado por el conjunto de contingencias posibles de las cuales se simulan y

analizan sus efectos en el sistema eléctrico; en la mayoría de los sistemas de potencia el estándar de seguridad incluye como mínimo contingencias sencillas como:

- a) Salida de unidades generadoras
- b) Salida de barras e interruptores
- c) Salida sencilla de líneas y transformadores

Cualquier otro tipo de perturbación sola o combinada con las anteriores puede ser añadido a este conjunto de contingencias, lo que puede dar lugar a un estándar de seguridad más estricto y costoso.

La seguridad de un sistema depende del estado de operación en que se encuentre, se puede decir que un sistema es seguro si operando en condiciones normales después de ocurrir una contingencia permanece en estado normal, y será inseguro si cambia su estado; las posibilidades de variación de estados normales de un sistema eléctrico de potencia son ilimitadas, ya que tanto la variación de la demanda como la de la generación son dinámicas y la disponibilidad de las instalaciones (generadores, interruptores, barras, etc.) son variables; de tal manera que aun operando en condiciones normales y con una adecuada reserva, un sistema eléctrico de potencia puede tener diferentes niveles de seguridad, incluso llegar en un caso extremo a ser inseguro.

La seguridad que pueda tener la operación de un sistema empieza desde la etapa de planeación, un sistema bien planeado deberá garantizar un buen nivel de seguridad, una planeación deficiente difícilmente podrá alcanzar un grado de seguridad adecuado.

ESTRATEGIAS DE CONTROL

El objetivo global del control para la seguridad de sistema se puede sintetizar como: mantener el sistema de potencia operando en una secuencia continua de estados normales, minimizando hasta donde sea posible las desviaciones hacia estados de emergencia y restaurativos.

Es evidente que las incursiones al estado de emergencia no pueden eliminarse, ya que se requeriría un estándar de seguridad muy alto con sus repercusiones económicas altas correspondientes; por lo tanto, la idea es verificar continuamente el nivel de seguridad del sistema mediante la simulación de contingencias contenidas en el estándar de seguridad y en caso necesario (estado de alerta) realizar acciones de control preventivo para regresar nuevamente a un estado normal.

Es importante notar que el control preventivo se adelanta a los posibles disturbios y determina las acciones necesarias para mantener un nivel de seguridad adecuado (Fig.2); otro de los objetivos de la operación es satisfacer la demanda en la forma más económica respetando las restricciones de operación impuestas, es natural que a medida que el conjunto de restricciones aumenta se penaliza la operación económica del sistema; este es el caso de las acciones correctivas por seguridad; la problemática que se presenta en algunos casos es mover generación de su punto económico debido a contingencias probables, que posiblemente no ocurran, el caso más crítico es corregir los efectos de varias perturbaciones ante la incertidumbre de su ocurrencia; en este punto se debe llegar a un compromiso entre economía y seguridad y tener presente los conceptos y objetivos del control para la seguridad.

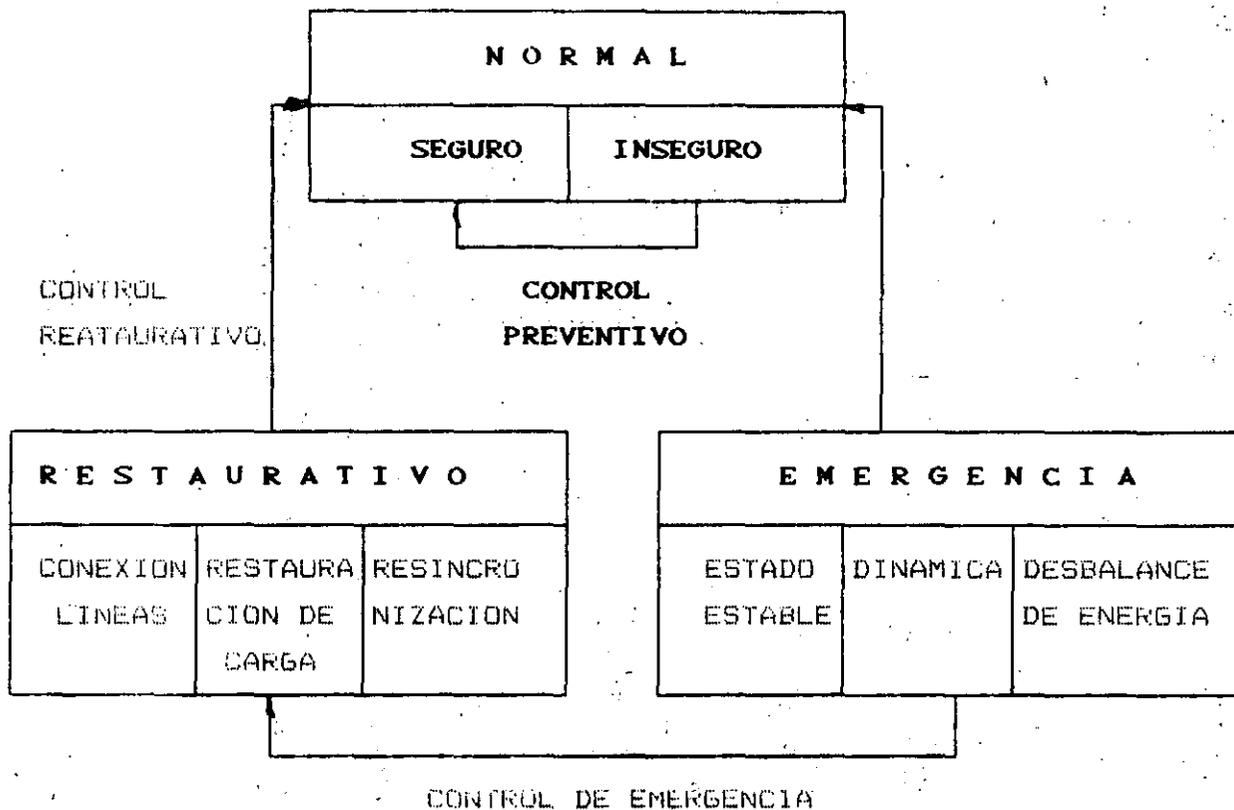


FIG 2 ACCIONES DE CONTROL DE LOS ESTADOS DE OFERACION

JERARQUIA DE CONTROL

Ante un disturbio cada componente del sistema eléctrico reacciona con diferente rapidez, desde la respuesta casi instantánea del sistema de transmisión hasta la respuesta de la caldera en el orden de minutos; esto sugiere la necesidad de tener acciones de control de acuerdo al tiempo disponible para su implantación.

La teoría de control en varios niveles jerárquicos reconoce: las restricciones de tiempo, optimalidad y coordinación de las acciones de control mediante la estructuración de controles en los diferentes niveles:

niveles inferiores (directo y optimización).

En este nivel el proceso de decisión no es automático como en los anteriores sino que se recurre a procedimientos interactivos, comunicación operador-computadora, para obtener la decisión y donde el operador es la parte fundamental del proceso ya que dirige, analiza y toma la decisión correspondiente.

Este nivel es el encargado de anticiparse a los disturbios que se pueden presentar en el sistema, esto se logra mediante la simulación de contingencias contenidas en el estándar de seguridad: una vez obtenido el efecto de las contingencias se deben realizar los cálculos de acciones de control preventivo, es decir los objetivos del control con seguridad serán cubiertos en este nivel.

Es evidente que el uso continuo de procedimientos interactivos y la gran cantidad de alternativas a examinar resulta en tiempos de cómputo y análisis considerables, el tiempo de implantación es del orden de decenas de minutos a horas.

El control adaptivo también coordina la operación económica del sistema mediante funciones de planeación de la operación, las cuales están directamente relacionadas con el nivel de optimización.

La coordinación y calibración de equipo con funciones de control directo, se realiza en este nivel tomando en cuenta información de sistema y las condiciones actuales de operación.

Es importante notar que este nivel superior de control realiza la coordinación de acciones en forma integrada tomando como puntos fundamentales la seguridad y economía de operación.

Las funciones de control adaptivo típicas en los diferentes estados de operación se presentan a continuación"

NORMAL Análisis de seguridad el sistema
Estudios de Flujos en línea
Pronóstico de demanda
Coordinación hidrotérmica a corto plazo
Control de voltaje en el sistema
Determinación de puntos de referencia en funciones de control directo.

EMERGENCIA Determinación de límites de variables
Identificación de variables restrictivas
Simulación de lógica en niveles inferiores

RESTAURATIVO Determinación de límites variables
Simulación de lógica en niveles inferiores
Identificación de variables restrictivas.

La implantación de estas funciones se hará a través del operador, que con los medios disponibles realizará acciones sobre los subsistemas de control directo y sobre el sistema eléctrico directamente.

PROCESAMIENTO DE INFORMACION

Como parte fundamental del control de un proceso se requiere tener información que describa el estado del sistema, en base a la cual se puedan tomar decisiones de control.

Con la tecnología actual para la adquisición de datos se puede tener información "en línea", donde en forma automática y sin intervención humana se colecta la información del sistema del

potencia y se transmite hasta la computadora encargada de almacenarla y realizar decisiones.

La operación en línea atrae consigo problemas importantes tales como: la validación de la información y la estructuración del modelo del sistema; estos problemas son de solución trivial en las operaciones fuera de línea y plantean preguntas básicas a la filosofía del análisis de seguridad en línea del sistema. La problemática central es el valor de estudios de seguridad basados en posible información errónea la cual no representa al sistema eléctrico real.

Lo anterior ha motivado en los últimos años el desarrollo de técnicas especiales para el procesamiento de información, las cuales permiten detectar inconsistencia en la información y además identificar valores con alta probabilidad de poseer errores anormales; estos métodos han logrado la consistencia entre información y objetivo del análisis de seguridad, permitiendo acciones de control confiables.

Se reconoce y acepta que la medición de cualquier cantidad física involucra un cierto error, sin embargo los errores que se desean detectar e identificar no son estos (normales, aleatorios) sino los anormales debidos a fallas de equipo que resultan en valores fuera del rango aleatorio.

Las ideas intuitivas para lograr la detección e identificación de errores se basan en el concepto de redundancia de información, lo cual de la posibilidad de comparar valores e identificar, basado en un nivel de probabilidad, los puntos sospechosos de error.

Las Figs. 4 y 5 muestran en forma esquemática las funciones necesarias para la formación de una base de datos adecuada para

realizar estudios de seguridad.

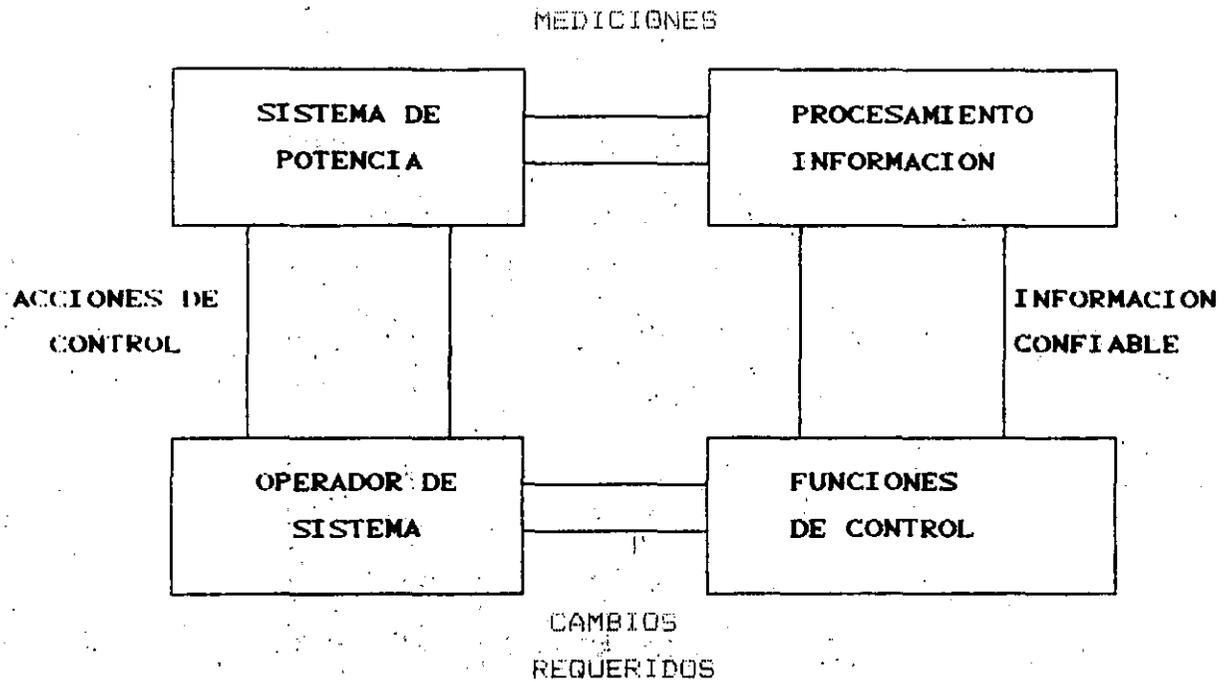


FIG 4. FLUJO DE INFORMACION PARA EL CONTROL DE UN SISTEMA ELECTRICO

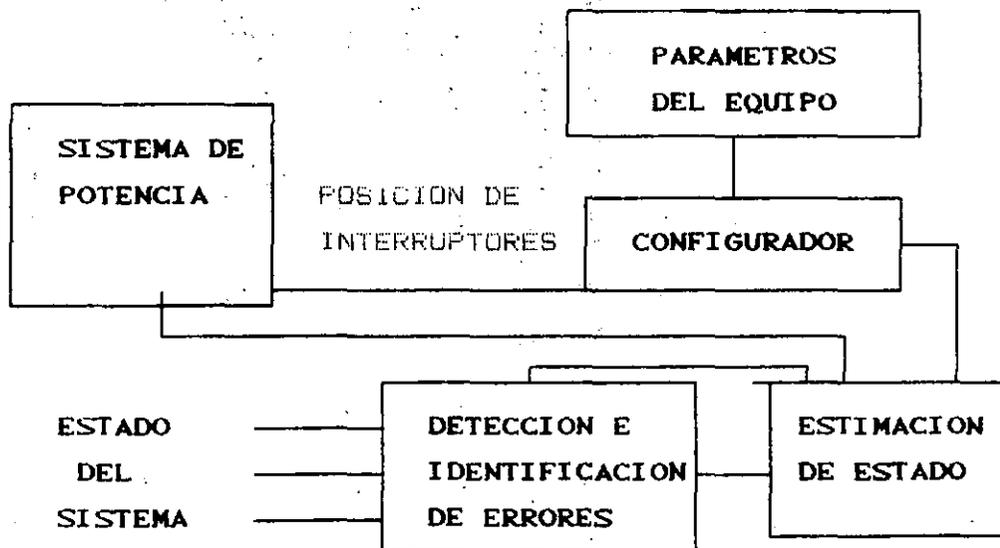


FIG 5 PROCESAMIENTO DE INFORMACION PRIMARIA DE SISTEMAS ELECTRICOS

Las funciones de procesamiento de información necesarias en un centro de control son:

Configuración del sistema

Estimación de estado

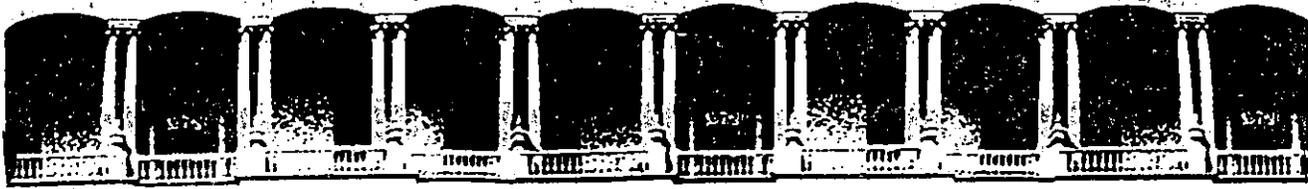
El configurador de la red determina la conectividad eléctrica del sistema en base a la posición de interruptores y proporciona el modelo eléctrico a usar en estudios posteriores; el estimador de estado filtra la información y en su caso detecta e identifica datos erróneos con lo cual la información a usar en estudios de seguridad o de control adaptivo es validada.

ÁREAS DE CONTROL

En sistemas interconectados generalmente se tienen áreas de control definidas por límites de compañías, extensión territorial, centros de demanda importante, etc., esta división descentraliza funciones de rutina de operación pero crea la necesidad de un centro coordinador de las funciones de seguridad y economía que necesariamente debe tener un enfoque global.

En cada área de control se puede aplicar las técnicas de control en varios niveles, pero dichas funciones estarán coordinadas por las funciones de optimización y adaptativas del centro coordinador. Esto aumenta la complejidad del problema de control ya que requiere de intercambio de información entre computadoras y disponibilidad de información.

La tendencia actual es diseñar los sistemas de control con la redundancia adecuada en cada elemento, para ser consistentes con el objetivo del control.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

*SEGUNDO MODULO:
SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II*

*COMPORTAMIENTO DE LOS SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA
ANTE PROBLEMAS DE OPERACION*

ING. ARTURO MORALES COLLANTES

COMPORTAMIENTO DE LOS SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA ANTE PROBLEMAS DE OPERACION.

Un sistema en estado normal operando dentro de normas de seguridad adecuadas debe contar con la reserva suficiente para soportar los efectos de las perturbaciones a que suele ser sometido, sin ser expuesto a efectos que pongan peligro a su estabilidad; fatalmente no siempre es posible aun cuando con la capacidad suficiente/para mantener estas condiciones ideales para el funcionamiento óptimo del sistema, ya que por diversas circunstancias éste siempre se ve sujeto a sus restricciones, tanto de carga como de operación, las que aunadas a los posibles disturbios que eventualmente puedan presentarse, representan el mas grave riesgo para su operación. Las restricciones de carga se presentan por deficiencia de la capacidad disponible, lo cual obliga a tomar una serie de medidas, que van desde operación hasta rangos de frecuencia abajo de lo normal, hasta la desconexión de carga cuando el problema se agudiza y se llega a una condición peligrosa para el equipo y/o el sistema.

Las restricciones de operación ponen límites de operación en los elementos del sistema, tales como potencia reactiva en generadores, voltajes en circuitos de transmisión y barras, cargas en transformadores, líneas e interruptores etc., tanto para estado estable como para estado transitorio. Cualquiera de estos problemas de operación o ambos, representan un serio riesgo para la estabilidad del sistema, ya que si no se aplican medidas adecuadas, propician la aparición de disturbios que se puedan originar bajo cualquier condición de operación del sistema; sin embargo las posibilidades como las consecuencias serán tanto mayores, cuanto mas críticas sean las condiciones de operación del sistema antes del disturbio.

Desde luego que no solo los disturbios ponen en peligro la estabilidad del sistema, ya que, sobre todo en grandes sistemas en

los que las variaciones de carga son notablemente bruscas, se originan perturbaciones que aunque no tienen las dimensiones de un disturbio, la frecuencia con que acontecen es tal, que de no tomar medidas para contrarrestarlas, produzcan graves efectos en el equipo sobre todo en el de generación.

Los riesgos desde luego serán tanto mayores cuanto mas crítico sea el estado de operación del sistema, ya que una perturbación originada por un aumento brusco de carga o pérdida de generación, o un sistema que no cuente con capacidad de reserva suficiente, o bien el despáro de enlaces entre sistemas que separen áreas con deficit de generación, dan lugar a una disminución de frecuencia originada por deficiencia de potencia suministrada al sistema deficitario, cuya característica de respuesta se muestra en la figura 1, en la cual es posible observar las respuesta para un sistema con deficit de reserva "C" y un sistema con reserva suficiente y adecuadamente distribuida (A).

Como puede verse la desviación máxima de la frecuencia es mayor que la final o permanente, y se presenta en estado transitorio; dicho valor y su comportamiento posterior, depende de la respuesta de los reguladores de velocidad de las máquinas correspondientes; en un sistema interconectado, el transitorio depende de la inercia del sistema.

Los efectos de baja frecuencia producen sobrecalentamiento en las máquinas sobretodo en turbogeneradores de vapor que tienen enfriamiento interno, fatiga debido a esfuerzos en los álabes de las turbinas, voltajes generados anormales, y en general afectan a los auxiliares de las máquinas que son dependientes de ellas; esto origina deficiencia en la respuesta de los generadores produciendo un derrateo en las mismas que no favorece en nada las crisis por las que atraviesan en muchos casos la operación de

los sistemas; sin embargo, lo mas grave es el efecto que este estado representa para las maquinas las cuales reducen notablemente su vida.

Los efectos producidos en las maquinas debido a la operacion del sistema en condiciones de baja frecuencia varian segun su tipo y capacidad, por lo que para sistemas interconectados en los cuales generalmente participan en la produccion maquinas de todos tipos, es recomendable que los limites de baja frecuencia continua para operacion a plena carga no baje de 59.5 y 59.4 cps. Con estos valores inclusive la insuficiencia de flujo enfriado en turbogeneradores con enfriamiento interno no se considera critico.

Los efectos de variacion de frecuencia que causan danos a las maquinas no solo se reducen a variaciones abajo de la frecuencia normal, tambien las operaciones a niveles de frecuencia alta producen efectos similares en los mismos rangos, sin embargo es mucho menos frecuente tener casos de alta que de baja frecuencia.

El limite de operacion a baja frecuencia sostenida, depende del margen de capacidad requerido para afrontar las contingencias mas provables sin que la frecuencia baje de 59.5 cps, la reduccion considerada se refiere a la condicion de estado estable o de estabilizacion de la frecuencia en su valor final y no al pico maximo que se produce durante el periodo transitorio de variacion.

Durante condiciones de deficit de capacidad con reserva agotada, una caida de frecuencia originada con una perdida de generacion, provocara la accion de los gobernadores que trataran de recuperar las condiciones originales; al llegar la frecuencia a su limite (59.5) cps sera necesario si los gobernadores ya no responden, desconectar a discrecion la carga necesaria para controlar la frecuencia empleando cualquier procedimiento si se quiere

conservar la integridad del sistema.

Por supuesto que siempre que sea posible deberán emplearse técnicas de reducción de cargas menos drásticas que las que se dan para condiciones de emergencia, tales como desconexión de carga seleccionada (poco importante), reducción de voltaje de sistema y todas las medidas preventivas que se puedan tomar para evitar estos sucesos.

Algunas guías de generación recomiendan reservas entre 5 y 7% de la capacidad de consumo durante el pico, para satisfacer márgenes de seguridad en sistemas interconectados por efectos de baja frecuencia.

Es muy conveniente que exista una adecuada distribución de reserva entre las unidades que responden al control de la generación cuando esta se realiza en forma automática, con objeto de lograr una mejor respuesta para contrarrestar la tendencia de abatimiento de la frecuencia; la figura 2 muestra el efecto de la deficiencia de generación en la frecuencia para un sistema que cuenta con reserva y con una distribución adecuada de sus generadores que responden a efectos de regulación; de un sistema sin reserva, y otros con reserva mal distribuida.

La regulación efectiva o equivalente de un Sistema Eléctrico de Potencia es inversamente proporcional al número de unidades reguladoras, por lo cual es muy ventajoso distribuir la reserva rodante bajo regulación primaria en unidades generadoras con los gobernadores activos.

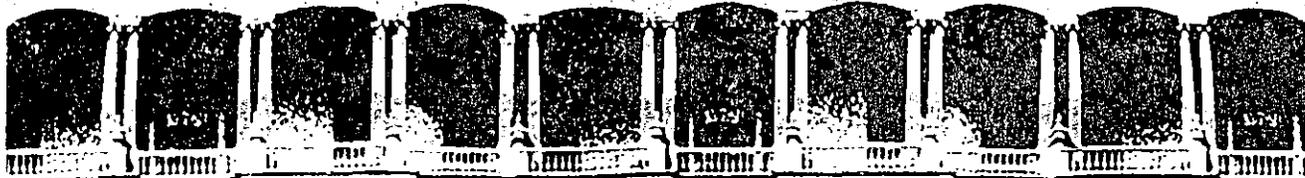
De los aspectos tratados resulta evidente que la primera limitación de los Sistemas Eléctricos de Potencia es su operación en rangos de frecuencia bajos, se estableció que para aquellos que cuentan con plantas térmicas en las que participan grandes turbogeneradores el límite de frecuencia baja sostenida no deberá

ser menor de 59.5 cps con objeto de preservar su vida útil. Si la frecuencia continúa decreciendo por abajo de este límite (59.5 cps), las unidades sujetas a daños por fatiga deberán ser disparadas manual o automáticamente para evitarles daños mayores.

Como en los grandes sistemas la participación de los turbogeneradores, representa un alto porcentaje respecto de la producción total de energía eléctrica (más del 70%); y tomando en cuenta que por lo menos el 50% de estas máquinas tienen límites de baja frecuencia especificados para 59.5 cps, sería muy imprudente permitir que la frecuencia baje de este valor, sobretodo en sistemas interconectados, en los que se cuente con áreas que tengan deficiencia de generación, ya que ésto podrá ocasionar la pérdida de generación térmica, desde cantidades modestas hasta grandes cantidades de energía, lo cual podría en el caso más crítico dejar en serio riesgo la estabilidad del sistema.

En los sistemas Eléctricos de Potencia existen esquemas de protección por baja frecuencia, que desconectan automáticamente bloques de carga seleccionada en diferentes rangos de frecuencia, que van desde un límite arriba de 59.5 cps en adelante; algunos rangos típicos de operación de relevadores de baja frecuencia para 60 cps son: 59.8, 59.6, 59.4 cps.

La filosofía de estos esquemas de protección es bajo la premisa de operación aislada, con objeto de lograr que cada uno de los sistemas aislados o interconectados, sea autosuficiente para lograr la recuperación rápida de la frecuencia perdida; los bloques de carga a desconectar por este concepto son grandes y dependiendo de las características del equipo del sistema y las condiciones de la perturbación, podrán tener valores entre el 5 y el 20% de la carga suministrada, con los cuales los efectos de reducción de la vida útil de las máquinas debido a perturbaciones es aceptable.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

SEGUNDO MODULO:

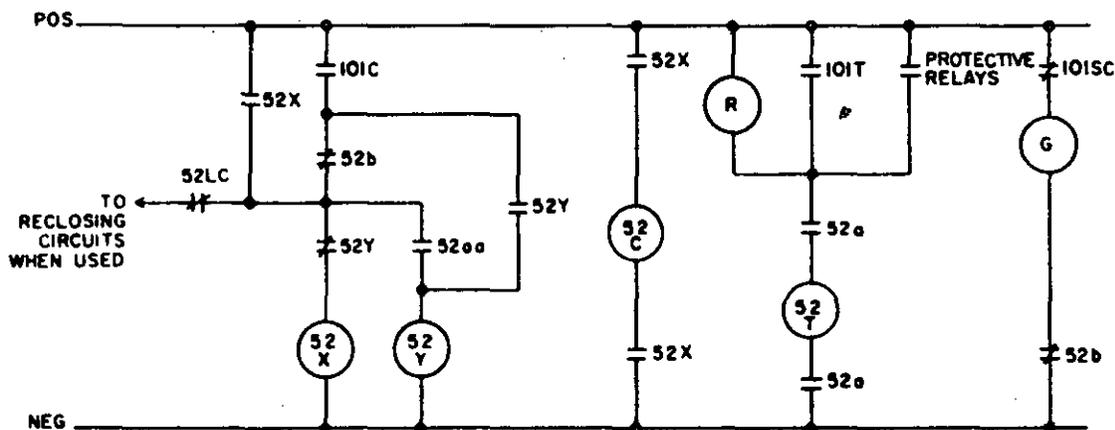
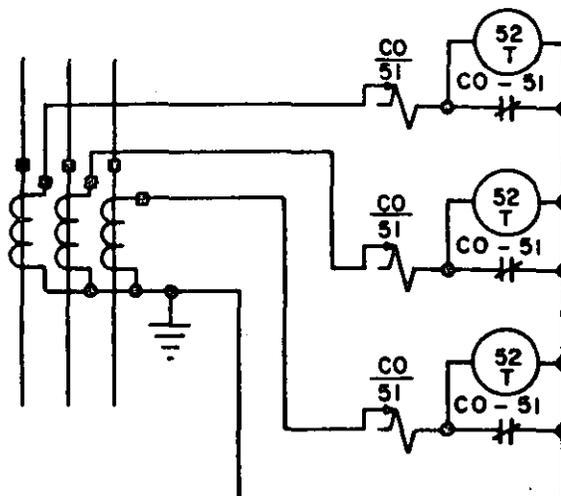
SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I I

GLOSARIO DE FALLAS

DE TRANSMISION

OCTUBRE-1992

FIG. 1-5 -- Typical Series Trip Circuits Utilizing Circuit Opening Type Protective Relays. Three Separate Trip Coils are Required in this Application.



- 101 MANUAL CONTROL SWITCH, T- TRIP, C-CLOSE, SC SLIP CONTACT
- 52 CIRCUIT BREAKER -C-CLOSE, T-TRIP, X-AUXILIARY, Y-ANTI-PUMP AUXILIARY, LC-LATCH CHECK
- R = RED INDICATING LAMP
- G = GREEN INDICATING LAMP

FIG. 1-6 -- A Typical Control Circuit Schematic for a Circuit Breaker Showing the Tripping and Closing Circuits.

Complete tripping and closing circuits of circuit breakers are more complex and a typical circuit diagram is shown in Fig. 1-6. In this diagram the protective relay circuits, such as shown in Fig. 1-4, are abbreviated to a single contact marked "Protective Relays". While the trip circuits must be energized from a source which is available during a fault, usually the station battery, the closing circuits may be operated from a-c. Such breakers have control circuits similar to Fig. 1-6 except with the 52X, 52Y and 52CC circuits arranged for a-c operation.

The various devices including relays have been given identifying numbers sometimes with appropriate suffix letters for use on schematic and wiring diagrams. These were introduced by NEMA and now adopted as standard for automatic switchgear by AIEE. They are as follows:

device number	definition and function	device number	definition and function
1	master element is the initiating device, such as a control switch, voltage relay, float switch, etc., which serves either directly, or through such permissive devices as protective and time-delay relays to place an equipment in or out of operation.	13	synchronous-speed device, such as a centrifugal-speed switch, a slip-frequency relay, a voltage relay, an undercurrent relay or any type of device, operates at approximately synchronous speed of a machine.
2	time-delay starting, or closing, relay is a device which functions to give a desired amount of time delay before or after any point or operation in a switching sequence or protective relay system, except as specifically provided by device functions 62 and 79 described later.	14	under-speed device functions when the speed of a machine falls below a predetermined value.
3	checking or interlocking relay is a device which operates in response to the position of a number of other devices, or to a number of predetermined conditions in an equipment to allow an operating sequence to proceed, to stop, or to provide a check of the position of these devices or of these conditions for any purpose.	15	speed or frequency, matching device functions to match and hold the speed or the frequency of a machine or of a system equal to, or approximately equal to, that of another machine, source or system.
4	master contactor is a device, generally controlled by device No. 1 or equivalent, and the necessary permissive and protective devices, which serves to make and break the necessary control circuits to place an equipment into operation under the desired conditions and to take it out of operation under other or abnormal conditions.	16	Reserved for future application.
5	stopping device functions to place and hold an equipment out of operation.	17	starting, or discharge, switch serves to open or to close a starting circuit across any piece of equipment (except a reactor), such as a machine field, a machine armature, a capacitor or a reactor. <small>notes This includes devices which perform such starting operations as may be necessary in the process of starting a machine by devices 6 or 61, or their equivalent, and also includes device 73 function which serves for the starting of reactors.</small>
6	starting circuit breaker is a device whose principal function is to connect a machine to its source of starting voltage.	18	accelerating or decelerating device is used to close or to cause the closing of circuits which are used to increase or to decrease the speed of a machine.
7	anode circuit breaker is one used in the anode circuits of a power rectifier for the primary purpose of interrupting the rectifier circuit if an arc back should occur.	19	starting-to-running transition contactor is a device which operates to initiate or cause the automatic transfer of a machine from the starting to the running power connection.
8	control power disconnecting device is a disconnecting device—such as a knife switch, circuit breaker or pullout fuse block—used for the purpose of connecting and disconnecting, respectively, the source of control power to and from the control bus or equipment. <small>notes Control power is considered to include auxiliary power which supplies such apparatus as small motors and heaters.</small>	20	electrically operated valve is a solenoid- or motor-operated valve which is used in a vacuum, air, gas, oil, water, or similar, lines. <small>notes The function of the valve may be indicated by the insertion of descriptive words such as "Brake" or "Pressure Reducing" in the function name, such as "Electrically Operated Brake Valve".</small>
9	reversing device is used for the purpose of reversing a machine field or for performing any other reversing functions.	21	distance relay is a device which functions when the circuit admittance, impedance or reactance increases or decreases beyond predetermined limits.
10	unit sequence switch is used to change the sequence in which units may be placed in and out of service in multiple-unit equipments.	22	equalizer circuit breaker is a breaker which serves to control or to make and break the equalizer or the current-balancing connections for a machine field, or for regulating equipment, in a multiple-unit installation.
11	Reserved for future application.	23	temperature control device functions to raise or to lower the temperature of a machine or other apparatus, or of any medium, when its temperature falls below, or rises above, a predetermined value. <small>notes An example is a thermostat which switches on a space heater in a condenser assembly when the temperature falls to a desired value as distinguished from a device which is used to provide automatic temperature regulation between clear limits and would be designated as TCR.</small>
12	over-speed device is usually a direct-connected speed switch which functions on machine overspeed.		

device number	definition and function	device number	definition and function
24	Reserved for future application.	36	polarity device operates or permits the operation of another device on a predetermined polarity only.
25	synchronizing, or synchronism-check, device operates when two a-c circuits are within the desired limits of frequency, phase angle or voltage, to permit or to cause the paralleling of these two circuits.	37	undercurrent or underpower relay is a device which functions when the current or power flow decreases below a predetermined value.
26	apparatus thermal device functions when the temperature of the shunt field or the armature winding of a machine, or that of a load limiting or load shifting resistor or of a liquid or other medium exceeds a predetermined value; or if the temperature of the protected apparatus, such as a power rectifier, or of any medium decreases below a predetermined value.	38	bearing protective device is one which functions on excessive bearing temperature, or on other abnormal mechanical conditions, such as undue wear, which may eventually result in excessive bearing temperature.
27	undervoltage relay is a device which functions on a given value of undervoltage.	39	Reserved for future application.
28	Reserved for future application.	40	field relay is a device that functions on a given or abnormally low value or failure of machine field current, or on an excessive value of the reactive component of armature current in an a-c machine indicating abnormally low field excitation.
29	isolating contactor is used expressly for disconnecting one circuit from another for the purposes of emergency operation, maintenance, or test.	41	field circuit breaker is a device which functions to apply, or to remove, the field excitation of a machine.
30	annunciator relay is a nonautomatically reset device which gives a number of separate visual indications upon the functioning of protective devices, and which may also be arranged to perform a lock-out function.	42	running circuit breaker is a device whose principal function is to connect a machine to its source of running voltage after having been brought up to the desired speed on the starting connection.
31	separate excitation device connects a circuit such as the shunt field of a synchronous converter to a source of separate excitation during the starting sequence; or one which energizes the excitation and ignition circuits of a power rectifier.	43	manual transfer or selector device transfers the control circuits so as to modify the plan of operation of the switching equipment or of some of the devices.
32	directional power relay is one which functions on a desired value of power flow in a given direction, or upon reverse power resulting from arc back in the anode or cathode circuits of a power rectifier.	44	unit sequence starting relay is a device which functions to start the next available unit in a multiple-unit equipment on the failure or on the non-availability of the normally preceding unit.
33	position switch makes or breaks contact when the main device or piece of apparatus, which has no device function number, reaches a given position.	45	Reserved for future application.
34	motor-operated sequence switch is a multi-contact switch which fixes the operating sequence of the major devices during starting and stopping, or during other sequential switching operations.	46	reverse-phase, or phase-balance, current relay is a device which functions when the polyphase currents are of reverse-phase sequence, or when the polyphase currents are unbalanced or contain negative phase-sequence components above a given amount.
35	brush-operating, or slip-ring short-circuiting, device is used for raising, lowering, or shifting the brushes of a machine, or for short-circuiting its slip rings, or for engaging or disengaging the contacts of a mechanical rectifier.	47	phase-sequence voltage relay is a device which functions upon a predetermined value of polyphase voltage in the desired phase sequence.
		48	incomplete sequence relay is a device which returns the equipment to the normal, or off, position and locks it out if the normal starting, operating or stopping sequence is not properly completed within a predetermined time.

device number	definition and function	device number	definition and function
<u>49</u>	machine, or transformer, thermal relay is a device which functions when the temperature of an a-c machine armature, or of the armature or other load carrying winding or element of a d-c machine, or converter or power rectifier or power transformer (including a power rectifier transformer) exceeds a predetermined value.	<u>61</u>	current balance relay is a device which operates on a given difference in current input or output of two circuits.
<u>50</u>	instantaneous overcurrent, or rate-of-rise relay is a device which functions instantaneously on an excessive value of current, or on an excessive rate of current rise, thus indicating a fault in the apparatus or circuit being protected.	<u>62</u>	time-delay stopping, or opening, relay is a time-delay device which serves in conjunction with the device which initiates the shutdown, stopping, or opening operation in an automatic sequence.
<u>51</u>	a-c time overcurrent relay is a device with either a definite or inverse time characteristic which functions when the current in an a-c circuit exceeds a predetermined value.	<u>63</u>	liquid or gas pressure, level, or flow relay is a device which operates on given values of liquid or gas pressure, flow or level, or on a given rate of change of these values.
<u>52</u>	a-c circuit breaker is a device which is used to close and interrupt an a-c power circuit under normal conditions or to interrupt this circuit under fault or emergency conditions.	<u>64</u>	ground protective relay is a device which functions on failure of the insulation of a machine, transformer or of other apparatus to ground, or on flash-over of a d-c machine to ground. <small>note: This function is assigned only to a relay which detects the flow of current from the frame of a machine or enclosing case or structure of a piece of apparatus to ground, or detects a ground on a normally ungrounded winding or circuit. It is not applied to a device connected in the secondary circuit or secondary neutral of a current transformer, or current transformer, connected in the power circuit of a normally grounded system.</small>
<u>53</u>	exciter or d-c generator relay is a device which forces the d-c machine field excitation to build up during starting or which functions when the machine voltage has built up to a given value.	<u>65</u>	governor is the equipment which controls the gate or valve opening of a prime mover.
<u>54</u>	high-speed d-c circuit breaker is a circuit breaker which starts to reduce the current in the main circuit in 0.01 second or less, after the occurrence of the d-c overcurrent or the excessive rate of current rise.	<u>66</u>	<i>mechanism distance piece</i> notching, or jogging, device functions to allow only a specified number of operations of a given device, or equipment, or a specified number of successive operations within a given time of each other. It also functions to energize a circuit periodically, or which is used to permit intermittent acceleration or jogging of a machine at low speeds for mechanical positioning.
<u>55</u>	power factor relay is a device which operates when the power factor in an a-c circuit becomes above or below a predetermined value.	<u>67</u>	a-c directional overcurrent relay is a device which functions on a desired value of a-c overcurrent flowing in a predetermined direction.
<u>56</u>	field application relay is a device which automatically controls the application of the field excitation to an a-c motor at some predetermined point in the slip cycle.	<u>68</u>	blocking relay is a device which initiates a pilot signal for blocking of tripping on external faults in a transmission line or in other apparatus under predetermined conditions, or co-operates with other devices to block tripping or to block reclosing on an out-of-step condition or on power swings.
<u>57</u>	short-circuiting or grounding device is a power or stored energy operated device which functions to short-circuit or to ground a circuit in response to automatic or manual means.	<u>69</u>	permissive control device is generally a two-position, manually operated switch which in one position permits the closing of a circuit breaker, or the placing of an equipment into operation, and in the other position prevents the circuit breaker or the equipment from being operated.
<u>58</u>	power rectifier misfire relay is a device which functions if one or more of the power rectifier anodes fails to fire.	<u>70</u>	electrically operated rheostat is a rheostat which is used to vary the resistance of a circuit in response to some means of electrical control.
<u>59</u>	overvoltage relay is a device which functions on a given value of overvoltage.		
<u>60</u>	voltage balance relay is a device which operates on a given difference in voltage between two circuits.		

device number	definition and function
71	Reserved for future application.
72	d-c circuit breaker is used to close and interrupt a d-c power circuit under normal conditions or to interrupt this circuit under fault or emergency conditions.
73	load-resistor contactor is used to shunt or insert a step of load limiting, shifting, or indicating resistance in a power circuit, or to switch a space heater in circuit, or to switch a light, or regenerative, load resistor of a power rectifier or other machine in and out of circuit.
74	alarm relay is a device other than an annunciator, as covered under device No. 30, which is used to operate, or to operate in connection with, a visual or audible alarm.
75	position changing mechanism is the mechanism which is used for moving a removable circuit breaker unit to and from the connected, disconnected, and test positions.
76	d-c overcurrent relay is a device which functions when the current in a d-c circuit exceeds a given value.
77	pulse transmitter is used to generate and transmit pulses over a telemetering or pilot-wire circuit to the remote indicating or receiving device.
78	phase angle measuring, or out-of-step protective relay is a device which functions at a predetermined phase angle between two voltages or between two currents or between voltage and current.
79	a-c reclosing relay is a device which controls the automatic reclosing and locking out of an a-c circuit interrupter.
80	Reserved for future application.
81	frequency relay is a device which functions on a predetermined value of frequency—either under or over or on normal system frequency—or rate of change of frequency.
82	d-c reclosing relay is a device which controls the automatic closing and reclosing of a d-c circuit interrupter, generally in response to load circuit conditions.
83	automatic selective control, or transfer, relay is a device which operates to select automatically between certain sources or conditions in an equipment, or performs a transfer operation automatically.
84	operating mechanism is the complete electrical mechanism or servo-mechanism, including the operating motor, solenoids, position switches, etc., for a tap changer, induction regulator or any piece of apparatus which has no device function number.

device number	definition and function
85	carrier, or pilot-wire, receiver relay is a device which is operated or restrained by a signal used in connection with carrier-current or d-c pilot-wire fault directional relaying.
86	locking-out relay is an electrically operated hand or electrically reset device which functions to shut down and hold an equipment out of service on the occurrence of abnormal conditions.
87	differential protective relay is a protective device which functions on a percentage or phase angle or other quantitative difference of two currents or of some other electrical quantities.
88	auxiliary motor, or motor generator is one used for operating auxiliary equipment such as pumps, blowers, exciters, rotating magnetic amplifiers, etc.
89	lase switch is used as a disconnecting or isolating switch in an a-c or d-c power circuit, when this device is electrically operated or has electrical accessories, such as an auxiliary switch, magnetic lock, etc.
90	regulating device functions to regulate a quantity, or quantities, such as voltage, current, power, speed, frequency, temperature, and load, at a certain value or between certain limits for machines, tie lines or other apparatus.
91	voltage directional relay is a device which operates when the voltage across an open circuit breaker or contactor exceeds a given value in a given direction.
92	voltage and power directional relay is a device which permits or causes the connection of two circuits when the voltage difference between them exceeds a given value in a predetermined direction and causes these two circuits to be disconnected from each other when the power flowing between them exceeds a given value in the opposite direction.
93	field changing contactor functions to increase or decrease in one step the value of field excitation on a machine.
94	tripping, or trip-free, relay is a device which functions to trip a circuit breaker, contactor, or equipment, or to permit immediate tripping by other devices; or to prevent immediate reclosure of a circuit interrupter, in case it should open automatically even though its closing circuit is maintained closed.
95 to 99	Used only for specific applications on individual installations where none of the assigned numbered functions from 1 to 94 is suitable.

note: A similar series of numbers, starting with 201 instead of 1, shall be used for those device functions in a machine, feeder or other equipment when these are controlled directly from the supervisory system. Typical examples of such device functions are 201, 205, and 294.

CHART I

AIEE - NEMA DEVICE NUMBERS APPLIED TO WESTINGHOUSE RELAY TYPES

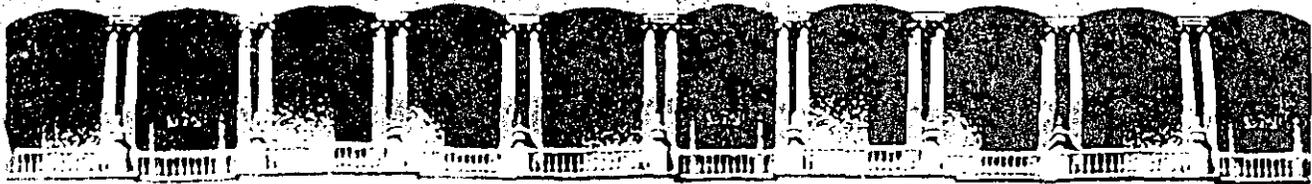
RELAY TYPE	DEVICE NUMBER	RELAY TYPE	DEVICE NUMBER
BL-1.....	49	HXS.....	21N
CA.....	87	HZ, HZM.....	21
CAM.....	61		
CF-1.....	81	JM.....	30
CH-3, CHV-3.....	32	JD.....	2
		LC-1, LC-2.....	87
CI.....	25	MG-6.....	—X, Yor Z
CM.....	46	PG.....	—X, Yor Z
CO Phase.....	51	PS-1.....	74
CO Ground.....	51N		
COQ.....	46	PS-23.....	85
		PS-13.....	74/85
COV.....	51/27	RC.....	79
CP.....	47	RS, RSN.....	85
CR Phase.....	67	SC, SC-1..... (Under)	37
CR Ground.....	67N		(Over) 50(AC)
CRC, CRS.....	67N		76(DC)
CRN-1.....	32	SG.....	—X, Yor Z or 94
CT.....	49	SGR-1, SGR-12.....	79
CV..... (Under)	27	SV, SV-1.... (Under)	27
	(Over) 59		(Over) 59
CW.....	32	SX.....	79Z, 94
CWK.....	55		
		TD.....	2
CWP, CWC.....	32N	TG-1.....	85TX
D-3..... (Under)	37	TH.....	2
	(Over) 76	TK.....	2
DT-3.....	49	TR.....	94
HCB.....	87		
HCR Phase.....	67	TSI, TSP.....	87X
HCR Ground.....	67N	TSO.....	78
HCRC, HCRD.....	67N	TT-1.....	74
HCZ.....	21	Control Switch.....	101
HD.....	61	Carrier on-off	
HKB.....	78	Switch.....	85/CO
HO.....	50	Recloser Cutoff	
HR Phase.....	67	Switch.....	79/CO or 43
HRC Ground.....	67N	Carrier Test Switch..	85/TS
HRD.....	67N	WL.....	86
HRZ.....	21/67		
		Power Supply SW.....	8
HV.....	59N	CBU.....	85X
H3, HV-3.....	32	Tone Trans.	
HVS.....	83N	Auxiliary Relay... ..	85TX or Yor Z

COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD
GERENCIA DE TRANSMISION Y TRANSFORMACION
SUBGERENCIA DE SUBESTACIONES Y LINEAS
SALIDAS POR FALLAS DE LINEAS DE TRANSMISION
PERIODO: ENERO - DICIEMBRE DE 1991

TABLA I

K V	REGION DE TRANSMISION O DIVISION	(A0)	(A1)	(A2)	(A3)	(A4)	(A5)	(A6)	(B0)	(C0)	(C1)	(C2)	(D0)	KMTS DE LINEA	INDICE DE SALIDAS POR FALLA	
		ESTRUC TURAS	HERRA JES	AISLA DORES	CON DUC TOR	HILO GUAR DA	BRE CHA	CONTA MINA- CION	DES CARGA ATMOS	VIEN- TOS FUER.	QUEMA DE CANA	QUEMA DE VEGET	IGNO- RADAS TOTAL			
400	CENTRAL	0	1	0	0	0	0	0	8	0	0	1	0	10	1135.0	0.88
	MORESTE	0	0	0	0	1	1	7	8	0	0	0	1	18	1744.6	1.03
	OCCIDENTE	0	2	0	0	0	2	1	20	1	3	7	11	47	2090.0	2.25
	ORIENTE	0	0	2	0	0	1	4	14	4	5	6	3	39	2885.0	1.35
	SURESTE	0	0	0	0	0	0	0	9	0	2	2	5	17	1247.5	1.36
	TOTAL	0	3	2	0	1	4	12	59	5	10	15	20	131	9102.1	1.44
230	B. CALIFORNIA	1	0	6	0	0	1	1	0	2	0	0	1	12	659.3	1.82
	CENTRAL	1	0	5	0	2	1	0	23	3	5	2	7	49	2277.8	2.15
	MORESTE	0	1	2	0	0	0	4	10	2	0	0	5	24	1628.3	1.47
	MOROESTE	0	0	5	0	0	1	33	13	0	0	1	1	54	3731.4	1.45
	MORTE	0	1	2	0	0	0	18	13	5	0	6	6	51	3053.0	1.67
	OCCIDENTE	0	0	1	1	0	3	8	10	2	5	5	6	41	2867.0	1.43
	ORIENTE	0	0	0	0	0	0	5	15	4	3	0	3	30	1299.0	2.31
	SURESTE	0	0	0	0	3	1	0	8	0	1	0	1	14	1264.2	1.11
	PENINSULAR	0	0	0	0	0	0	0	4	0	3	0	0	7	423.0	1.65
	TOTAL	2	2	21	1	5	7	69	96	18	17	14	30	282	17283.0	1.64
161	B. CALIFORNIA	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	212.0	0.47
	OCCIDENTE	0	0	0	0	0	2	1	9	0	6	11	4	33	532.0	6.20
	TOTAL	0	0	0	0	0	2	2	9	0	6	11	4	34	744.0	4.57
150	CENTRAL	0	0	3	1	0	1	0	17	0	0	2	0	24	774.0	3.18
	TOTAL	0	0	3	1	0	1	0	17	0	0	2	0	24	774.0	3.18
138	MORESTE	0	1	0	0	1	0	9	3	1	0	0	2	17	1120.0	1.52
	TOTAL	0	1	0	0	1	0	9	3	1	0	0	2	17	1120.0	1.52
115	B. CALIFORNIA	0	0	0	0	0	0	2	4	3	0	0	3	12	1535.6	0.72
	CENTRAL	1	0	2	0	0	1	0	15	3	0	0	1	23	745.6	3.08
	MORESTE	0	2	1	1	4	3	21	29	1	0	0	11	73	1897.5	3.85
	MOROESTE	1	0	6	1	0	1	10	19	0	0	6	3	47	3448.4	1.36
	MORTE	0	0	12	0	4	1	12	42	4	0	5	11	91	3519.3	2.59
	OCCIDENTE	0	0	1	0	0	1	0	17	0	9	2	8	38	778.0	4.88
	ORIENTE	2	1	4	0	1	3	2	31	1	12	1	12	70	1426.2	4.91
	SURESTE	0	1	1	1	3	4	15	120	13	10	2	9	179	2389.3	7.49
	PENINSULAR	0	1	2	0	6	0	2	106	0	0	1	0	118	2680.0	4.48
	TOTAL	4	5	29	3	18	14	64	383	25	31	17	58	651	18418.9	3.53
TOTAL NACIONAL		6	11	55	5	25	28	156	567	49	64	59	114	1139	47362.0	2.40

(7)



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

C U R S O S A B I E R T O S

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

SEGUNDO MODULO:

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

SUBESTACIONES EN SF₆

OCTUBRE-1992

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5 Primer piso Deleg. Cuauhtémoc 06000 México, D.F. Tel.: 521-40-20 Apdo. Postal M-2285

I-T-E IMPERIAL CORPORATION

SECCION IV

HUMEDAD EN SISTEMAS AISLADOS CON SF₆
(Revisado el 26 de noviembre de 1973)

<u>CONTENIDO</u>	<u>Página</u>
A. Efecto de la Humedad sobre las Propiedades Dieléctricas del Gas SF ₆	295
B. Fundamentos a Recordar Acerca de la Humedad en el gas SF ₆ ...	298
C. Secado de Sistemas con SF ₆	300
D. Equipo Necesario para el Manejo y Secado del Gas.....	301
Apéndice - Convertir de una forma de Expresión del contenido de humedad a otra.....	305
Tabla I - Presión de Vapor Húmedo y Saturado.....	308
Tabla II - PPMV contra Punto de Rocío.....	309
Punto de Rocío contra Partes por Millón en Volúmen.....	309A
Humedad Relativa del Gas SF ₆ a Presión Atmosférica.....	309B
Humedad Relativa del Gas SF ₆ a 22 libras/pulg ² manométricas.....	309C
Humedad Relativa del Gas SF ₆ a 30 libras/pulg ² manométricas... ..	309D
Humedad Relativa del Gas SF ₆ a 45 libras/pulg ² manométricas.....	309E
Variación Típica del Contenido de Humedad de un Sistema Sellado con SF ₆ a Temperatura Ambiente.....	309F

RESUMEN

El contenido de humedad del gas SF₆ debe controlarse. Cuando la humedad se eleva demasiado, se hace posible que surjan descargas eléctricas a través de la superficie de un aislamiento sólido. Se recomiendan los siguientes contenidos de humedad máximos:

Presión del Gas del Sistema, libras/pulg ² manométricas (Nominales a 20°C)	Límites Superiores de Contenido de Humedad y Punto de Rocío					
	Operación Normal			Operación Marginal		
	PPMV*	Punto de Rocío** °C	°F	PPMV*	Punto de Rocío** °C	°F
22	478	-28	-18	798	-23	-9
30	392	-30	-22	654	-25	-13
45	294	-33	-27	490	-27	-17

- * Partes por millón medidas a -5°C (22°F) y basadas en una humedad relativa de 30% a la temperatura de operación normal y en una humedad relativa del 50% a una temperatura de operación marginal. Pueden esperarse y tolerarse niveles de humedad más altos (ppmv) a temperaturas ambientes más altas. Ver en la página de esta Sección la variación típica del contenido de humedad en un sistema con SF₆ en (ppmv) con la temperatura ambiente. A medida que la temperatura del sistema aumenta, mayor humedad se obtiene de las superficies sólidas de donde está contenido el gas. Inversamente, a medida que el sistema se enfría, el contenido de humedad en partes por millón en volumen nuevamente disminuye mientras más humedad es otra vez absorbida en las capas monomoleculares de las paredes.
- ** El punto de rocío medido por un medidor adecuado es a presión atmosférica debido a que la línea de muestreo de gas del aparato está a dicha presión. El punto de rocío real dentro del alimentador presurizado para las partes por millón en volumen estipuladas es más alto y puede determinarse de las curvas de la página .

HUMEDAD EN SISTEMAS AISLADOS CON SF₆

A. Efecto de la Humedad Sobre las Propiedades Dieléctricas del Gas SF₆

Excesivas cantidades de humedad pueden provocar una reducción substancial del voltaje de disrupción de un sistema aislado con SF₆. El 100% de humedad relativa del gas a cualquier temperatura dada produce condensación en las superficies internas y esta humedad condensada puede provocar chisporroteos a través de la superficie de un aislamiento sólido. Por lo tanto, el contenido de humedad del gas debe controlarse para evitar que se aproxime a una humedad relativa del 100%.

El vapor húmedo contenido en el gas que llenan los espacios del aparato no degrada las propiedades dieléctricas. Esto está confirmado mediante la prueba I-T-E así como también mediante el experimento de Ushio, Shimura y Tominaga. Estos tres autores reportan que la condensación o precipitación por debajo del punto de congelación (menos que -2°C o 28°F) forma una escarcha y no existe una reducción apreciable de la rigidez dieléctrica. Esto pudiera permitir la operación a contenidos de humedad hasta de 2400 partes por millón en volumen o 1500 pppv a 22 libras/pulg² manométricas y 45 libras/pulg² manométricas del sistema, respectivamente. Sin embargo, existen otros factores relacionados que hacen recomendable mantener un margen negativo apreciable entre el punto de congelación de la humedad y el punto de rocío real del sistema.

En interruptores automáticos que cierran o interrumpen corriente, se recomienda un contenido máximo de humedad de 150 partes por

millón en volumen. Esto se debe a que el arqueo provoca un rompimiento químico del SF_6 que libera fluor libre. El SF_6 es muy estable, no corrosivo, inactivo, excepto a altas temperaturas en donde el fluor es muy activo químicamente. El fluor se combina con casi todos los metales para producir fluoruros metálicos que se depositan sobre las superficies adyacentes como un polvo blanco. Este polvo absorbe agua y puede quemar la piel si se toca con las manos desnudas. En ausencia de humedad, el fluor se recombina para formar SF_6 u otros fluoruros de azufre. El fluoruro también se combina con el hidrógeno del agua para formar ácido hidrofluórico, que es altamente indeseable.

En un sistema conductor cerrado sin contactos de interrupción, pueden tolerarse varios cientos de partes por millón en volumen. Una precaución importante es tener un punto de rocío lo suficientemente bajo para asegurar que un incremento rápido en la temperatura ambiente por arriba de $0^{\circ}C$, no dé como resultado la fusión de la escarcha depositada. El hielo debe tener tiempo para evaporarse antes de alcanzar el punto de fusión.

Hogg, Schmidt and Strasser (2) reportan que, a medida que el contenido de humedad del gas SF_6 aumenta, los voltajes disruptivos a través de las superficies aislantes caen muy ligeramente hasta aproximadamente 30% de humedad relativa y disminuyen hasta aproximadamente la mitad de su valor en seco a una humedad relativa del 80% para temperaturas entre $-20^{\circ}C$ y $+40^{\circ}C$. Confirman las observaciones de otros investigadores de que la rigidez dieléctrica plena es mantenida hasta una humedad relativa del 100% para temperaturas por debajo de $-2^{\circ}C$. También reportan que la ri-

gidez dieléctrica del gas que llenan los espacios queda inafectada por la humedad, en tanto como no se formen gotas sobre el conductor. Finalmente, recomienda no exceder la humedad relativa del gas del 50% a la temperatura más baja alcanzada.

Heise (3) muestra que la resistencia superficial de algunos aisladores contaminados con fluoruros metálicos, cae dentro de tres escalas de magnitud (de 5×10^{-15} hasta 10^{-12} megohms) a medida que el punto de rocío del gas aumenta de -20°C a $+10^{\circ}\text{C}$. La resistencia superficial recobra sus valores originales cuando el gas es nuevamente secado hasta un punto de rocío de -20°C . Esto verifica la importancia de mantener los puntos de rocío más bajos en dispositivos conmutadores que lo que sería necesario en otros sistemas aislados con SF_6 .

Un bajo contenido de humedad en sistemas aislados con gas puede lograrse si se entienden apropiadamente los procedimientos y también se siguen con toda adecuación. Por lo tanto, se recomienda que el contenido de humedad en sistemas recientemente instalados sea reducido hasta aproximadamente 50 parte por millón en volumen, lo que corresponde a aproximadamente -35°C a -40°C del punto de rocío. Los sistemas pueden operar a una humedad relativa del 30% a cualquier temperatura, sin embargo, las pruebas han demostrado que a una humedad relativa del 50% y a temperaturas por arriba de 0°C , las descargas eléctricas a través de los sistemas aislantes sólidos pueden disminuir cerca del 10%. Algunos sistemas pueden operarse hasta una humedad relativa del 50% durante períodos cortos, sin embargo, debe reconocerse el posible riesgo de descargas disruptivas si ocurrieran alteraciones rápidas en el alto volta-

je.

En las ecuaciones, ejemplos y curvos del apéndice de esta sección, se muestran las interrelaciones entre partes por millón en volumen (ppmv), partes por millón en peso (ppmw), punto de rocío, humedad relativa, temperatura y presión.

Referencias

1. T. Ushio, I. Shimura and S. Tomimaga, "Practical Problems on SF₆ Gas Circuit Breakers", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-90, No. 5, September/October 1971, páginas 2166-2174.
2. P. Hogg, W. Schmidt and H. Strasser, "Dimensioning of SF₆ Metal-Clad Switchgear to Ensure High Reliability" CIGRE Documento 23-10, 1972 Sesión.
3. W. Heise "Insulation Problems Connected with SF₆ Gas Insulated Installations", Electro Technical Zeitschrift A. Vol. 92 (1972) No. 12.

B. Fundamentos a Recordar Acerca de la Humedad en el Gas SF₆

- a. La presión total medida en un indicador o manómetro es la combinación de las presiones parciales de todos los gases de la mezcla.
- b. El vapor húmedo es un gas.
- c. Las fugas en un sistema con SF₆ puede permitir que la humedad se fugue al mismo tiempo que lo está haciendo el gas. Esto se debe a que la presión parcial del agua dentro del sistema del gas es siempre más baja que la presión parcial de la humedad en la atmósfera.

- d. La humedad es absorbida en toda las superficies sólidas. Siempre existe un equilibrio entre esta humedad absorbida y la humedad presente en el gas. A medida que el sistema se calienta, una cantidad mayor de humedad es liberada de las superficies sólidas en contacto con el gas. Inversamente, a medida que el sistema se vuelve más frío, mayor humedad es absorbida sobre las paredes. Por esta razón, los sistemas con SF_6 muestran un contenido de humedad más alto en partes por millón en volumen en verano que en invierno. Esta capa monomolecular de humedad no debe ser confundida con la condensación real en gotas que sucede cuando la humedad relativa alcanza el 100%.
- e. La presión parcial de cualquier gas será esencialmente la misma en cualquier parte de un sistema con gas, previendo que la temperatura sea la misma en todo el sistema. Con una pequeña contracción entre diferentes partes de un sistema, tal como un pequeño tubo entre fases en un sistema alimentador típico, pueden requerirse días o semanas para que la presión parcial de la humedad se iguale en todo el sistema. La migración de vapor húmedo en un gas quiescente a la presión atmosférica, es muy lenta y se hace más lenta a presiones más altas.
- f. Si no existen sellos de gas entre las diferentes partes del sistema, la presión total es la misma en todo dicho sistema independientemente de las variaciones de temperatura en el mismo. Las variaciones de temperatura significan sólo que la humedad relativa variará correspondientemente en todo el sistema. Resulta de

1. Una bomba de vacío de dos etapas con capacidad mínima de 15 pies cúbicos por minuto de bombeo normal y de 150 pies cúbicos por minuto de bombeo auxiliar y equipada con una válvula para corte del bombeo al vacío.
2. Un compresor de gas de capacidad adecuada.
3. Un filtro de aceite capaz de atrapar el aceite contenido por el gas SF_6 y de regresarlo al compresor.
4. Un secador o columna secadora llenada con alúmina activada, un tamiz molecular o similar, para eliminar la humedad del SF_6 , antes de que pase al tanque de almacenaje. La columna de secado debe estar equipada con un calefactor de manera que la humedad atrapada por el desecante pueda ser eliminada mediante una combinación de calor y evacuación.
5. Un filtro equipado con un tamiz molecular para eliminar cualesquiera productos de la descomposición del arco provenientes del SF_6 .
6. Un tanque de almacenaje capaz de guardar por lo menos 1600 libras de SF_6 .
7. Un sistema de refrigeración para el tanque de almacenaje con control termostático.
8. La instrumentación necesaria para medir la temperatura y presión del tanque, la presión de entrada del compresor, el vacío en la entrada de la bomba de vacío, etc.
9. Válvula y tubería para permitir las siguientes operaciones:
 - a. evacuación de un sistema con salida al aire.
 - b. desviación de la bomba de vacío que permita que el compresor con

prima el SF_6 de un sistema que está a presión positiva hasta el tanque de almacenaje.

- c. Con la bomba de vacío y el compresor en serie, eliminar el SF_6 de un sistema que está por lo menos a la presión atmosférica y comprimirlo dentro del tanque de almacenaje.
- d. Recirculación del gas SF_6 en el tanque de almacenaje a través del secador.
- e. Lograr el vacío en el secador para secar el desecante.
- f. Una fuente de calor para aplicar a la torre del secador mientras se aplica el vacío para secar el desecante.

Las secciones de alimentador I-T-E están equipadas con un indicador de humedad con cambio de color que proporciona una indicación burda del contenido de humedad. Por debajo de aproximadamente 50 ppmv, el indicador es un verde definido. De 50 a aproximadamente 150 ppmv, tiene un cambio de color que va desde amarillo verde hasta amarillo. Cuando el indicador de humedad está fuera del registro "verde definido", se requiere un medio más exacto para medir el contenido de humedad del SF_6 en el sistema. También es necesario verificar el contenido de humedad de cilindros nuevos contenidos por el carro de servicio de gas. Existen tres tipos de instrumentos para lograr esta operación:

1. El analizador de humedad de celdilla electrolítica. Este instrumento mide el contenido de humedad directamente en partes por millón en volumen. Si la celdilla, que está alimentada desde una fuente de 110 volts, es encendida, leerá alto al principio y después gradualmente caerá hasta la lectura real. Esta operación puede requerir va

rias horas, lo que es una desventaja.

2. Un instrumento que utiliza un dispositivo percceptor a base de óxido de aluminio con un redidor que indica directamente el punto de rocío. Este dispositivo es más rápido y aparentemente más exacto, en tanto como se mantenga al elemento percceptor en estado limpio.
3. El dispositivo medidor de punto de rocío, en el que el SF_6 escapa a un régimen prescrito, contra un espejo templado, cuyo equipo y procedimiento se describe en la designación ASTM-D2029, en su última edición.

L-T-E no fabrica nada de lo mencionado anteriormente sin embargo, puede proporcionar los nombres de los fabricantes si se le requiere. Si alguno de los dos primeros instrumentos es empleado, su exactitud debe ser periódicamente verificada contra el instrumento y procedimiento ASTM, del inciso 3 anterior.

El contenido de humedad de cada sección en donde haya gas debe medirse brevemente después de que el mencionado gas SF_6 haya sido introducido, un mes después, seis meses después y, posteriormente, anualmente. Excepto por la variación de invierno a verano, el contenido de humedad no debe aumentar a menos que existan fugas en el sistema. Estas pueden detectarse y sellarse como se ha descrito anteriormente. Si el contenido de humedad es inaceptablemente alto, puede reducirse mientras el equipo es energizado introduciendo SF_6 desde el carro de servicio de gas a una presión de operación por arriba de la normal de 10 libras/pulg² manométricas, después bombear el gas hacia afuera a una presión por debajo de la normal de 10 libras/pulg² manométricas y volver a llenar con

SF₆ seco. Repetir esto si es necesario. Tanto la evacuación como el llenado deben ser a través del ensamble de filtro portátil definido en la sección III de este manual. Es de suma importancia que los dispositivos anteriores sean mantenidos de conformidad con las instrucciones de sus fabricantes y en buen estado del trabajo, en todo momento. Esto significa agregar o cambiar el aceite de la bomba de vacío y del compresor como se requiera, limpiar y/o reemplazar filtros, etc.

HUMEDAD EN SISTEMAS AISLADOS CON SF₆

APENDICE

Convertir de una forma de expresar el contenido de humedad a otra.

1. Para convertir de partes por millón en peso (ppmw) a partes por millón en volumen (ppmv), multiplicar por 8.1075.

Explicación: El peso molecular del SF₆ es de 146.066. El peso molecular del vapor de agua es de 18.016. Un volumen dado de gas SF₆ pesa 146/18 u 8.1 veces tanto como el mismo volumen de agua. Inversamente, 1 g de vapor de agua ocupa 8.1 veces tanto volumen como 1 g de SF₆ a la misma temperatura y presión.

Ejemplo: 300 ppmw - $300 \times 8.1 = 2430$ ppmv.

2. Para convertir de ppmv a ppmw, dividir por entre 8.1.

Ejemplo: 300 ppmv - $300/8.1 = 37$ ppmw.

3. Para encontrar el punto de rocío (en °C), calcular la presión de vapor de agua multiplicando las partes por millón en volumen por la

presión absoluta en libras por pulgada cuadrada y por 51.7. Después de encontrar la temperatura de la tabla I, en donde la presión del vapor calculada es igual a la del vapor húmedo saturado.

Explicación: El 51.7 es un multiplicador para convertir la presión de libras/pulg² a mm de mercurio.

$$(760 \text{ mm. Hg} = 14.7 \text{ Lb/pulg}^2 \quad 1 \text{ Lb/pulg}^2 = 760/14.7 = 51.7 \text{ mm Hg})$$

Ejemplo: ¿Cuál es el punto de rocío de un gas que tiene un contenido de humedad de 300 ppmv a 22 lb/pulg² manométricas?.

$$\text{Presión} = 300 \times 10^{-6} \times 51.7 \times (22 + 14.7) = .570 \text{ mm Hg.}$$

De la tabla I el punto de rocío es de aproximadamente -23°C.

4. Para encontrar la humedad relativa en porcentaje, dividir la presión del vapor parcial como se calculó en (3) anterior, entre la presión del vapor a saturación (100% de humedad relativa) a la temperatura media del gas en el momento de la medición.

Ejemplo: Suponer que la medición de humedad de 300 partes por millón del ejemplo 3, se hizo con el gas a 20°C. De la tabla I, el gas a 20°C alcanzará un punto de rocío, o empezará a condensarse la humedad, cuando la presión parcial del vapor de agua alcance 17.55 mm de Hg. La presión parcial real del vapor de agua, según se calculó en el ejemplo 3 anterior, fue solamente de 0.570 mm de Hg. Por lo tanto, la humedad relativa fue de:

$$\text{RH.} = \frac{.570}{17.55} \times 100 = 3.25\%$$

5. Encontrar el contenido de humedad en partes por millón en volumen cuando la presión, la temperatura y la humedad relativa son conocidas, invirtiendo los pasos del ejemplo (3), y del ejemplo (4) anteriores.

Ejemplo: ¿Cuál es el contenido de humedad de un gas que tiene una humedad relativa de 3.25% a 22 lb/pulg² manométricas y 20°C?. De la tabla I, la presión a saturación a 20°C es de 17.55 mm de Hg. La presión en el punto de rocío es de (Y) ppmv multiplicado por 51.7 y la presión absoluta en Lb/pulg² manométricas.

$$3.2 = \frac{51.7Y \times 10^{-6} (22 + 14.7)}{17.55} \times 100$$

$$Y = 300$$

6. Para encontrar las ppmv en un gas cuando el punto de rocío y la presión son conocidas, dividir la presión del vapor húmedo saturado (de la tabla I), entre el producto de la presión absoluta y 51.7. Ejemplo: Un gas a 30 Lb/pulg² manométricas tiene un punto de rocío medido de -22°C. ¿Cuál es su contenido de humedad en partes por millón en volumen?. De la tabla II, la presión de vapor saturado a -22°C es de 0.646 mm de Hg.

$$\frac{0.646}{(30 + 14.7) 51.7} = .000278 \text{ o } 278 \text{ ppmv}$$

7. La tabla II enlista las ppmv par gases a 0, 22, 30 y 45 Lb/pulg² manométricas, para puntos de rocío de -55°C a +30°C, en pasos de 5°.

HUMEDAD EN SISTEMAS AISLADOS CON SF₆

APENDICE - TABLA I

PRESION DE VAPOR HUMEDO Y SATURADO EN MM DE H₂O

PARA TEMPERATURAS DE -52°C A 109°C

TEMP.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-50°	0.029	0.026	0.023	0.020	0.017	0.015	0.013	0.012	0.010	0.009
-40°	0.095	0.086	0.076	0.068	0.060	0.054	0.048	0.042	0.037	0.033
-30°	0.223	0.259	0.233	0.209	0.188	0.169	0.151	0.135	0.121	0.108
-20°	0.733	0.712	0.686	0.665	0.639	0.600	0.564	0.532	0.504	0.479
-10°	1.964	1.798	1.644	1.503	1.373	1.252	1.142	1.041	0.947	0.861
0°	4.530	4.220	3.887	3.570	3.291	3.025	2.778	2.550	2.340	2.144
0°	4.58	4.92	5.29	5.68	6.10	6.54	7.01	7.51	8.04	8.61
10°	9.21	9.85	10.52	11.24	11.99	12.79	13.64	14.54	15.49	16.49
20°	17.55	18.66	19.84	21.09	22.40	23.78	25.24	26.77	28.33	30.08
30°	31.95	33.74	35.70	37.78	39.95	42.23	44.62	47.13	49.76	52.51
40°	55.40	58.42	61.58	64.89	68.35	71.97	75.75	79.70	83.83	88.14
50°	92.5	97.3	102.2	107.3	112.7	118.2	124.0	130.0	136.3	142.8
60°	149.6	156.6	164.0	171.0	179.5	187.8	196.3	205.2	214.4	224.0
70°	233.9	244.2	254.0	266.0	277.4	289.3	301.6	314.4	327.6	341.2
80°	355.4	370.3	385.2	400.8	417.0	433.7	451.0	468.8	487.3	506.3
90°	525.0	546.3	567.2	588.8	611.1	634.1	657.8	682.2	707.4	733.3
100°	760.0	787.5	815.9	845.0	875.1	905.0	937.8	970.5	1004.	1039.

♦ Reproducido de las Tablas Físicas Smithsonianas
Octava Edición Revisada, 1934.

HUMEDAD EN SISTEMAS AISLADOS CON SF₆

APENDICE - TABLA II

TABLA DE CONVERSION

VAPOR DE AGUA EN PARTES POR MILLON EN VOLUMEN CONTRA PUNTO DE ROCIO

Punto de Rocio		Gas a 0	Gas a 22	Gas a 30	Gas a 45
°C	°F	Lb/pulg ² manomé- tricas	lb/pulg ² manomé- tricas	Lb/pulg ² manomé- tricas	Lb/pulg ² manomé- tricas
-55	-67	19.7	8	6.5	5
-50	-53	38.8	15	12.6	9.5
-45	-49	71.0	23	23	13
-40	-40	127	50	41	31
-35	-31	222	89	73	55
-30	-22	376	152	125	94
-25	-13	632	252	207	156
-20	-4	1020	411	338	255
-15	+5	1650	660	540	407
-10	+14	2580	1035	850	640
-5	+23	3980	1590	1310	985
0	+32	6020	2410	1980	1490
+5	+41	8600	3450	2730	2130
+10	+50	12,120	4850	3980	3000
+15	+59	16,820	6750	5550	4170
+20	+68	23,080	9200	7600	5700
+25	+77	31,300	12,500	10,280	7740
+30	+86	42,000	16,700	13,750	10,350

CONTENIDO DE HUMEDAD DEL GAS SF₆

PPMV VS PUNTO DE ROCIO

CONTENIDO DE HUMEDAD EN PARTES POR MILLON EN VOLUMEN

50,000
0000
0.000
000
1000
00
00
0
0
°C
°F

SF₆ a 0 LB/PLG² MAN

SF₆ a 22 LB/PLG² MAN

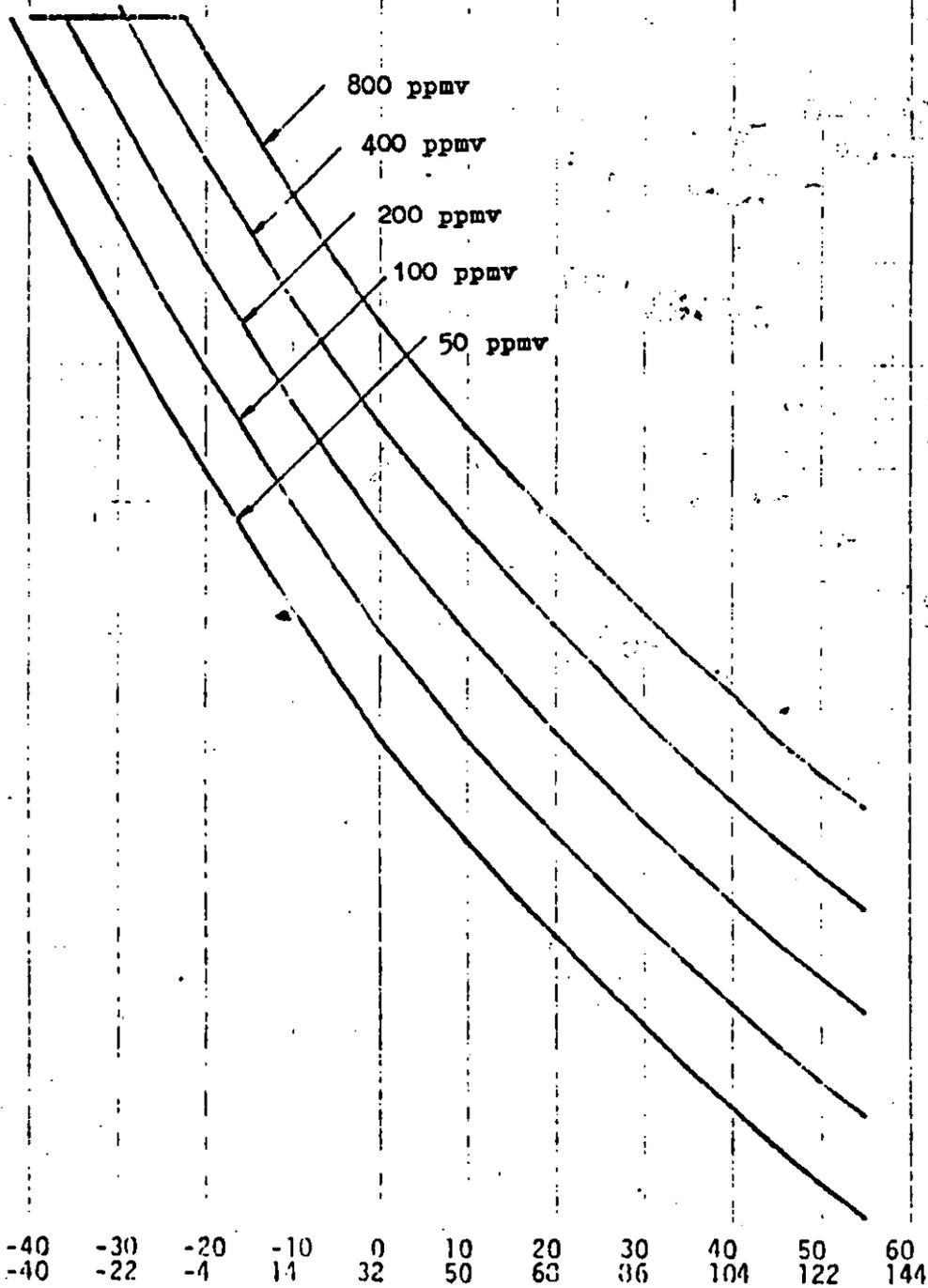
SF₆ a 30 LB/PLG² MAN
SF₆ a 45 LB/PLG² MAN

-55 -50 -45 -40 -35 -30 -25 -20 -15 -10 -5 0 +5 +10 +15
-67 -58 -49 -40 -31 -22 -13 -4 +5 +14 +23 +32 +41 +50 +59

PUNTO DE ROCIO DEL GAS SF₆

HUMEDAD RELATIVA DEL GAS SF₆ A PRESION ATMOSFERICA
PARA TEMPERATURAS DEL GAS DE -40 A +55°C
Y PARA VARIOS CONTENIDOS DE HUMEDAD EN PPMV

HUMEDAD RELATIVA EN PORCIENTO



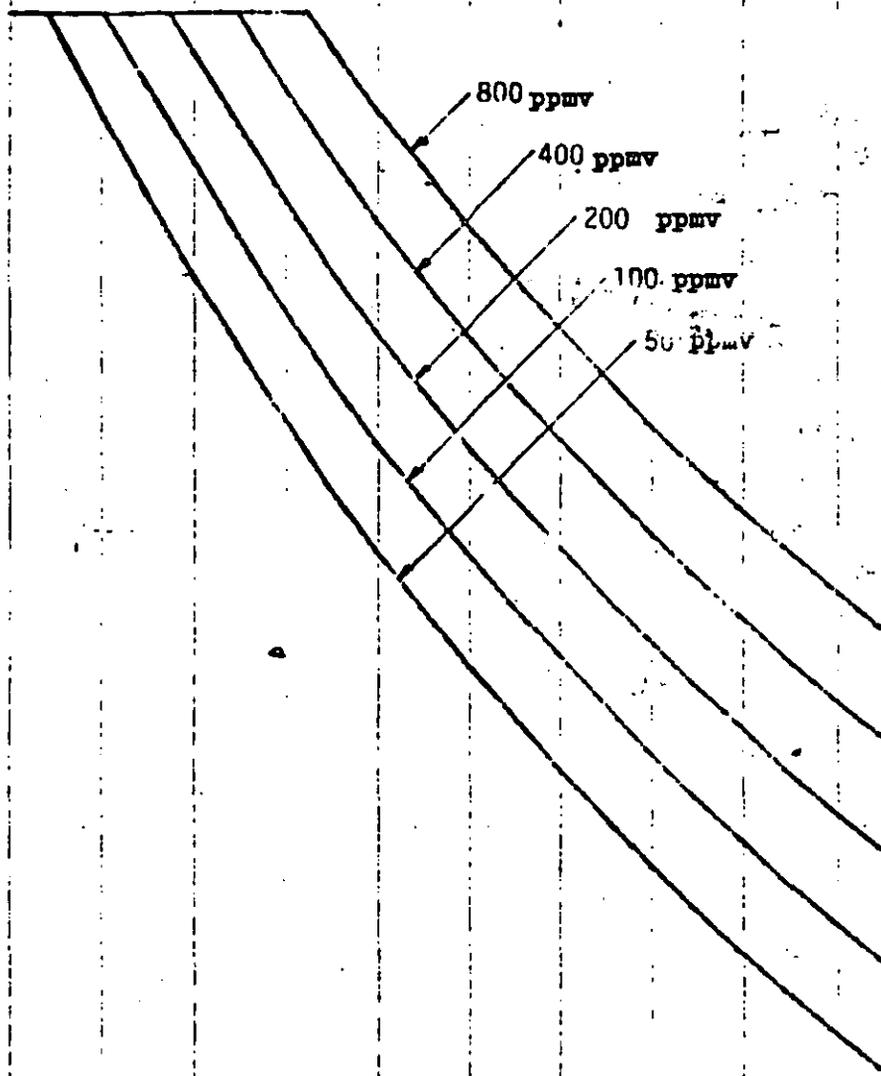
TEMPERATURA DEL GAS EN °C

HUMEDAD RELATIVA DEL GAS SF₆ A 45 PSI (3.03 KG²/CM² MAN)

PARA TEMPERATURAS DEL GAS DE -40 A +55°C

PARA VARIOS CONTENIDOS DE HUMEDAD EN PPMV

HUMEDAD RELATIVA EN PORCIENTO



°C	-40	-30	-20	-10	0	+10	+20	+30	+40	+50	+60
°F	-40	-22	4	14	32	50	68	86	104	122	140

TEMPERATURA DEL GAS EN GRADOS °C

- 309F -

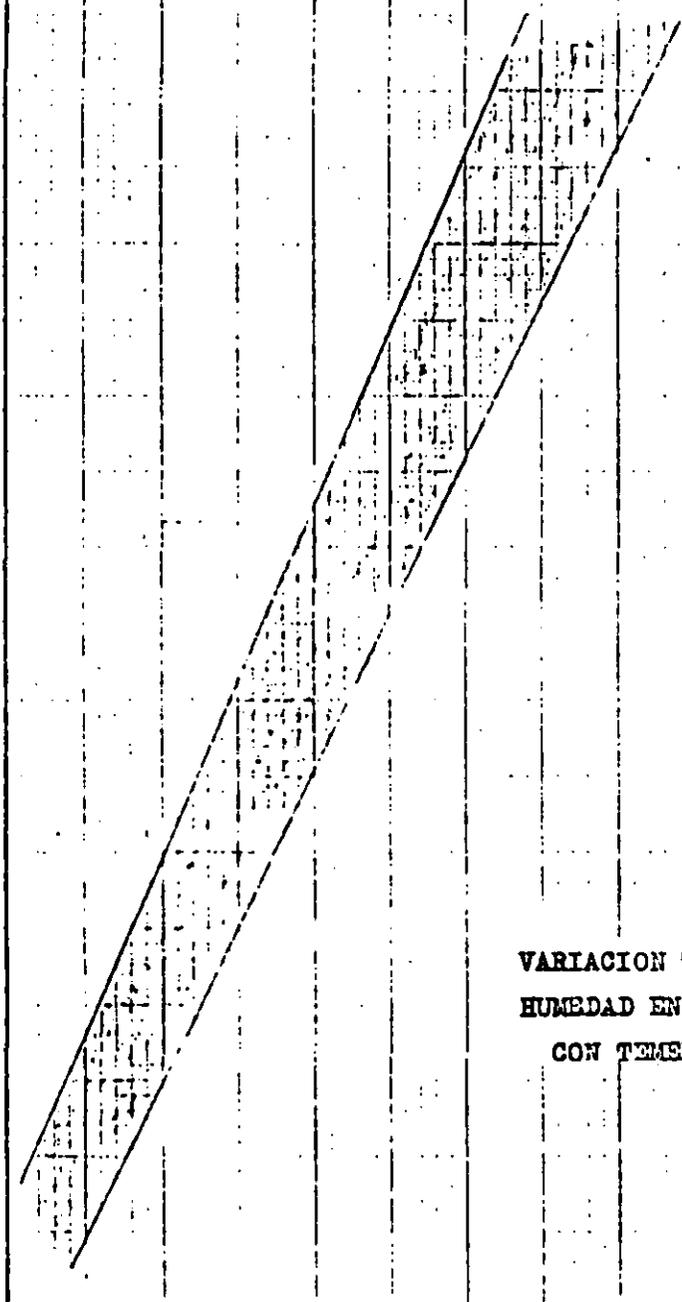
CONTENIDO DE HUMEDA - PPMV

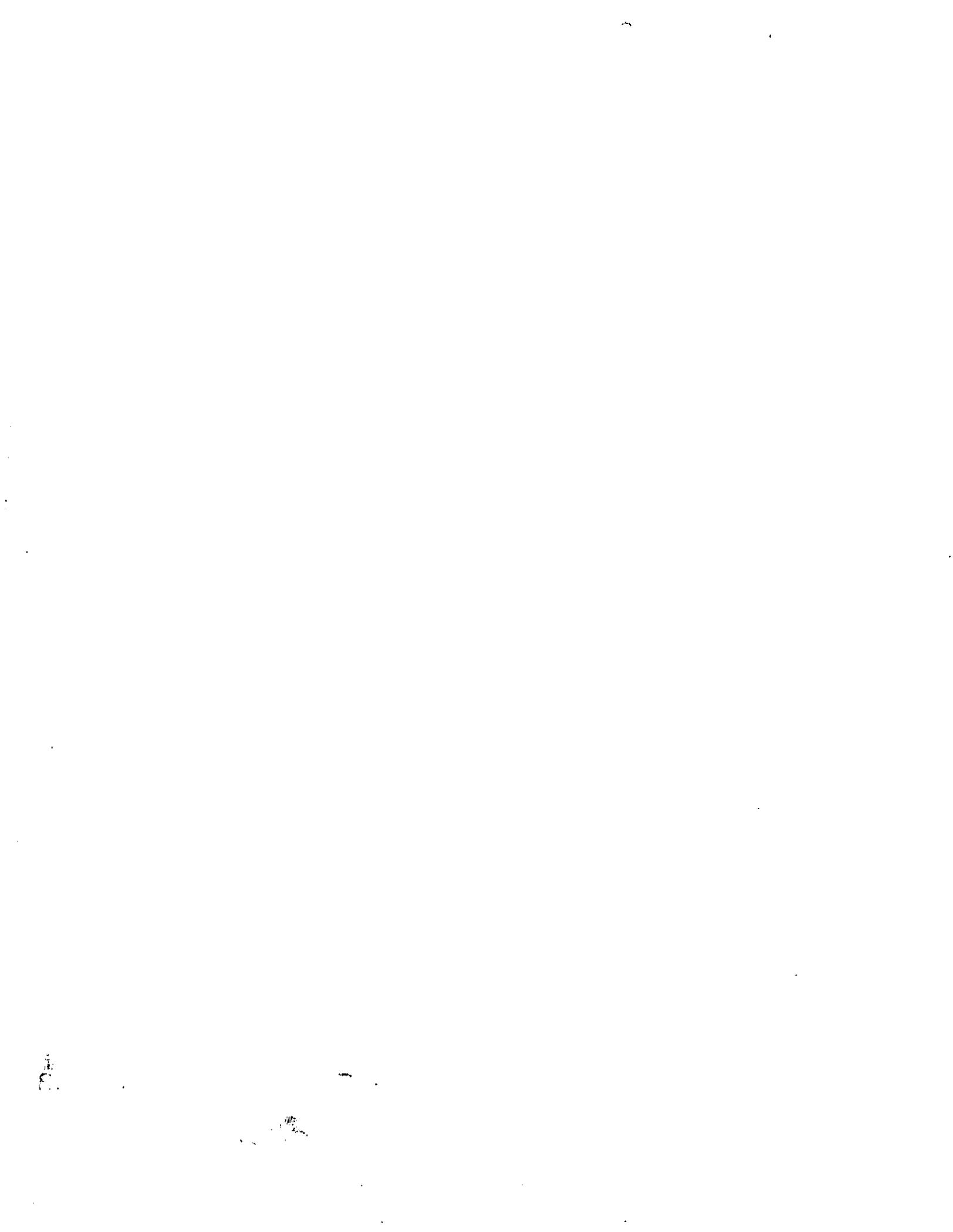
800
700
600
500
400
300
200
100
0

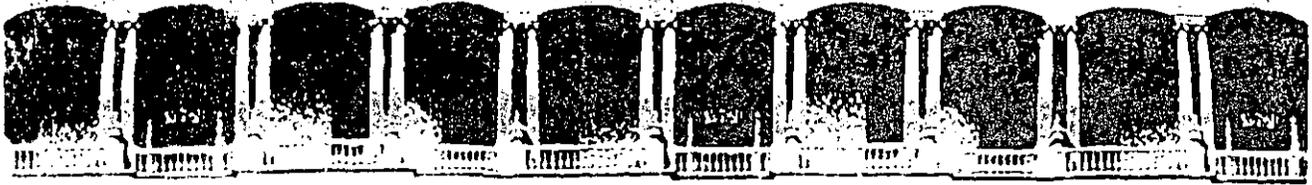
-10 0 10 20 30 40 °C
14 32 50 68 86 104 °F

TEMPERATURA DEL GAS

VARIACION TIPICA DEL CONTENIDO DE
HUMEDAD EN UN SISTEMA DE SF₆ SELLADO
CON TEMPERATURA AMBIENTE







**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

SEGUNDO MODULO:

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I I

UTILIZACION DEL GAS SF₆

OCTUBRE-1992

Palacio de Minería - Calle de Tacuba 5 - Primer piso - Deleg. Cuauhtémoc - 06600 México, D.F. - Tel.: 521-40-20 - Apdo. Postal M 2285

UTILIZACIÓN DEL GAS SF₆
EN LOS INTERRUPTORES DE POTENCIA
Y EN LAS SUBESTACIONES BLINDADAS
DE ALTA Y MUY ALTA TENSIÓN

Conferencia de M. SANCHIS

MEXICO

Nov. 1979

I. - INTRODUCCION

El interruptor de potencia es un componente fundamental de las subestaciones, ya que la operación correcta de la red depende de su buen funcionamiento, cuanto más si se trata de sistemas de tensión muy elevada, (igual o superior a 400 kV).

Desde su creación en 1911, la firma DELLE-ALSTHOM se dedicó al diseño, fabricación y pruebas de los interruptores de potencia, y se la considera como uno de los mayores especialistas mundiales de este tipo de material. Hoy en día, 4000 personas, repartidas en nuestras cinco fábricas prosiguen el desarrollo de los interruptores convencionales y de las subestaciones blindadas.

El gas SF₆, que de manera pionera DELLE-ALSTHOM empezó a experimentar al final de la década de los años cincuenta, para la interrupción del arco por "autocompresión" de gas, ha demostrado que sus cualidades tanto para el corte del arco, como para el aislamiento eléctrico son excelentes.

2. - LAS TECNICAS ACTUALES DE INTERRUPCION DEL ARCO EN ALTA Y MUY ALTA TENSION

2.1 - Ninguna de las técnicas de interrupción experimentadas hasta hoy puede considerarse definitivamente superior a las demás, en todos los campos de aplicación. Esta situación, que a primera vista puede parecer paradójica, si se consideran los esfuerzos

considerables realizados por numerosos investigadores desde hace varias décadas, se explica probablemente por la complejidad del fenómeno que constituye el arco eléctrico. También se deben de tomar en cuenta otras características importantes impuestas a los interruptores para resolver ciertos problemas (tiempos de funcionamiento muy reducidos, resistencias adicionales, ciclos de reenganche rápido, etc...).

En resumen, el desarrollo de los interruptores y la puesta a punto de nuevos modelos son el resultado de soluciones de compromiso que deben de tomar en cuenta diversos factores, tales como :

- . Las características técnicas que dependen de las redes y de su evolución futura.
- . Las normas de funcionamiento y de mantenimiento del utilizador.
- . Los conocimientos y la creatividad del constructor.
- . Las evaluaciones económicas.
- . Etc...

Así pues, el fluido de interrupción (aceite, aire o SF₆) tan solo permite efectuar una identificación general de las propiedades del aparato. En efecto, para cerciorarse de la aptitud de un modelo de interruptor a hacer frente a los diversos problemas que pueden afectar a un sistema, es preciso analizar más detalladamente el diseño del aparato, y también los resultados de sus pruebas de tipo.

2.2 - Antes de entrar en el detalle de la utilización del gas SF₆, que es el tema esencial de este estudio, examinemos la situación actual de la interrupción en aceite y en aire comprimido.

DELLE-ALSTHOM fabrica, hoy en día, modelos de interruptores en cada una de estas tres técnicas, que seguimos manteniendo porque cada una tiene sus ventajas particulares en ciertos campos de utilización :

- . el aceite, gracias a su sencillez de diseño y a los robustos mandos de muelles, sigue siendo la solución más económica y adecuada, para redes de características poco elevadas (tensión \leq 100 kV ; Corriente nominal \leq 1250 A ; poder de corte \leq 25 kA_{ef.} ; tiempo de corte \geq 5 ciclos ; etc...)
- . el aire comprimido permite alcanzar características muy superiores a las de las otras técnicas de corte (tensión 800 kV y más ; corriente nominal 40.000 A ; poder de corte 275 kA_{ef.} ; tiempo total de corte "1 ciclo", etc...). Actualmente, los interruptores de aire comprimido modernos aún son los únicos capaces de hacer frente a los problemas extremos que plantean ciertas redes de muy alta tensión (\geq 400 kV).
- . en el campo de las características intermedias (tensiones 132 a 400 kV ; corrientes nominales hasta 4000 A ; poder de corte hasta 63 kA_{ef.} ; tiempo total de corte \geq 40 ms), el SF₆ se impone generalmente por ser más económico que el aire comprimido, y alcanzar mayores características técnicas que el aceite.

3. - LOS INTERRUPTORES DE POTENCIA, DE SF6

3.1. - Propiedades del gas SF6

La síntesis del gas SF6 fué obtenida por primera vez en 1900, por los Sres. MOISSAN y LEBEAU, en los laboratorios de la Facultad de Farmacia de Paris. Sin embargo, solo empezó a utilizarse industrialmente en la aparatación eléctrica unos cincuenta años después, alcanzando un desarrollo importante en los últimos diez años.

Cuales son sus características principales ?

3.1.1. - Propiedades generales del SF6 :

Gas incoloro, inodoro, densidad relativa cinco veces mayor que la del aire, sumamente estable hasta 500°C.

El diagrama presión/temperatura, a peso específico constante muestra que a la presión de utilización de 4,5 barías, el SF6 permanece gaseoso aunque la temperatura ambiente baje hasta 40°C bajo cero.

Cabe también notar que la velocidad de propagación del sonido en el SF6 es tres veces menor que en el aire.

3.1.2. - Propiedades aislantes del SF6 :

Se trata de un excelente dieléctrico, alcanzando la rigidez dieléctrica del aceite a una presión de 4.5 barías (a 20°C) o sea tres veces mayor que la del aire a presión equivalente. La presencia de otro gas (aire o nitrógeno, por ejemplo) en proporciones de 10 a 20 %, no reduce prácticamente la tensión disruptiva.

La razón reside en el gran tamaño de la molécula de SF6 y en su capacidad de reducir la velocidad de los electrones libres que de lo contrario, acelerados por el campo eléctrico, constituirían el punto de partida de la descarga.

3.1.3. - Propiedades de interrupción del SF6

La capacidad de extinción del arco es sumamente interesante y procede de las propiedades térmicas del SF6 y del carácter electronegativo del fluor.

Recordemos que tres etapas principales intervienen en el corte del arco, en un sistema de corriente alternada :

- durante el tiempo de existencia del arco (alrededor de medio periodo), o sea entre la separación de los contactos y el paso por cero de la corriente, es importante reducir al mínimo la cantidad de energía transferida al gas. La curva de distribución de la temperatura del arco en SF6, muestra que éste se caracteriza por un núcleo central, constituido esencialmente por electrones que le confieren su conductibilidad eléctrica ; y por un plasma circundante de temperatura más baja, constituido por moléculas de SF6 y sus productos de disociación, es decir moléculas de azufre (S) y de fluor (F), así como iones S⁺, F⁺ y F⁻.

El programa de pruebas especialmente concebido por Electricité de France, está destinado a poner en relieve cualquier punto flaco en el diseño del interruptor.

- Tratándose de aparatos autónomos y modulares, los conjuntos de transporte se han estudiado para facilitar su manutención y su montaje in situ :
 - cámaras, columna soporte y mando de maniobra se transportan separadamente, después del montaje y pruebas de rutina en fábrica,
 - presión interior de SF₆ de 0,3 bar durante el transporte.
 - ensamble local de los elementos, sin necesidad de bombeo ni de filtros,
 - verificaciones antes de puesta en servicio, sencillas.
- Las precauciones de diseño y de fabricación han dado excelentes resultados en cuanto a la estanqueidad, ya que el porcentaje de escapes señalados es insignificante.

3.3.4. - Conclusión

Los interruptores de SF₆ han demostrado excelentes aptitudes en su utilización para características corrientes. La sencillez y robustez de las cámaras de corte, de las transmisiones y del mando, les habren un porvenir aún más prometedor. Sin embargo, para las redes de muy alta tensión, la prudencia aconseja esperar que se experimenten en servicio los modelos más sofisticados requeridos para hacer frente a ciertas características difíciles, tales como : tiempo de interrupción de 33ms. ; tensiones de prueba muy elevadas por cámara ; resistencias adicionales de inserción ; etc...

4. - SUBESTACIONES BLINDADAS COMPLETAS EN SF₆ :

Desde 1966, fecha de puesta en servicio por Electricité de France de la primera subestación blindada fabricada por DELLE-ALSTHOM, en 245 kV, la utilización del material blindado se ha generalizado no solo desde un punto de vista cantitativo, si no también bajo el concepto de la diversidad de las características de utilización.

Para convenirse de ello basta saber que varios millares de celdas se han puesto en servicio durante los últimos 10 años.

4.1. - Posición de DELLE-ALSTHOM en esta tecnología :

Además de nuestra posición pionera en el desarrollo de este tipo de subestaciones, hemos conseguido mantener una posición técnicamente dominante, que confirma nuestra lista de referencias :

- más de 125 subestaciones, totalizando más de 1000 celdas (bays), vendidas a 15 países, reflejan la flexibilidad de adaptación a normas, características, condiciones ambientales y de operación muy diferentes.

- Subestaciones en servicio en las más altas tensiones :
 - 3 en 400 kV
 - 2 en 550 kV
 - 1 en 800 kV (la única en operación normal, en el mundo)
 - Las más elevadas características de operación :
 - poder de corte hasta 80 kAef.
 - corriente nominal hasta 6300 A
 - tiempo total de corte de 33 ms.
 - resistencia de preinserción para reducir las sobretensiones de cierre.
 - De manera general, la experiencia acumulada en las 300 a 400 subestaciones hoy en día en servicio en el mundo, ha sido sumamente positiva. Para nuestro propio material, hemos llevado a cabo estudios estadísticos sobre 4500 compartimientos, de los cuales 360 son polos de interruptores, puestos en servicio en los 10 últimos años :
 - en los 3 años pasados hemos tenido menos de 4 escapes de gas por 1000 compartimientos, por año.
 - el porcentaje anual de incidentes, comparado al número de compartimientos en servicio es del orden de 2 % (a comparar con 6 a 8 % para los interruptores convencionales)
 - 55 % se repararon sin interrupción de servicio.
 - 25 % se repararon en el día.
 - 15 % necesitaron un paro de uno a dos días.
 - 5 % necesitaron un paro de tres días.
 - en caso de interrupción de servicio, solo en 10 % de los casos fué necesario parar más de una salida (bay).
- En conclusión, los resultados de operación obtenidos por el FLUOBLOC de DELLE-ALSTHOM, son mejores que los del material convencional en general.

4.2. - Ventajas de utilización de las subestaciones blindadas

Estas son ya ampliamente conocidas y apreciadas, hoy en día.

4.3. - Evolución futura

4.3.I. - Hacia tensiones aún más altas :

La estructura coaxial de los materiales blindados facilita el cálculo del campo eléctrico. Programas de computador determinan fácilmente las dimensiones y formas de las piezas, y esto para cualquier nivel de tensión.

El material blindado se presenta muy favorablemente para resolver los problemas planteados por las futuras redes de tensión superior al millón de voltios.

4.3.2. - Hacia las corrientes permanentes y de corto circuito más elevadas

El aislamiento fase por fase (similar al de los cables monofásicos) resuelve perfectamente el problema de los esfuerzos electrodinámicos de corto circuito.

Las conexiones entre piezas bajo tensión son del tipo "corona".

Las envolventes monofásicas sirven de pantalla y disminuyen la influencia de las fases contiguas, en cuanto a la distribución de las corrientes.

5. - CONCLUSION

El gas SF₆ ha contribuido, en los quince últimos años, en la evolución de los interruptores y de las subestaciones blindadas, perturbando el equilibrio que existía entre las técnicas convencionales de aceite y de aire comprimido.

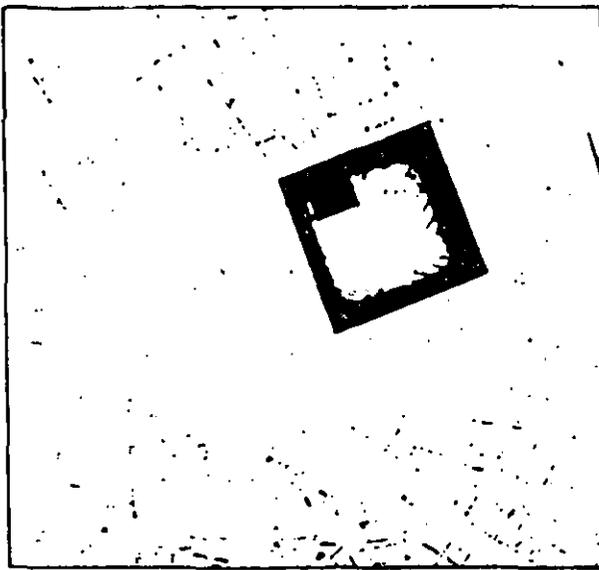
Actualmente la evolución prosigue, y espero tener el placer de volver a estar con ustedes, dentro de tres o cuatro años, para comentar de nuevo la posición de las diversas técnicas de interrupción.

ANEXO

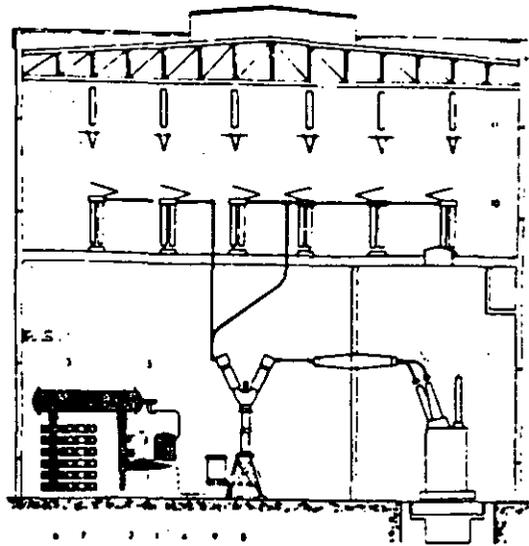
FIGURAS

Definición de las figuras

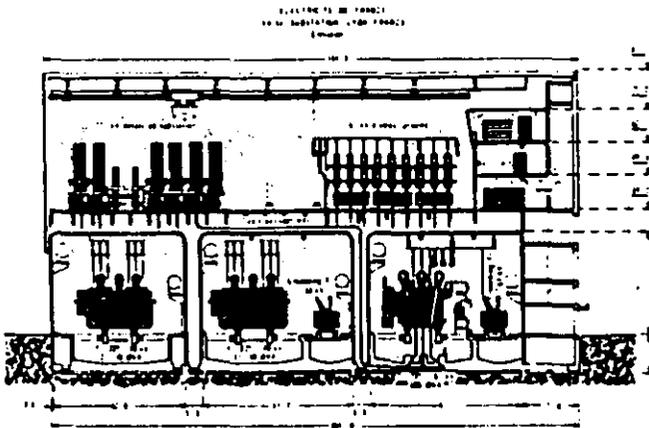
- Fig. 5 - Superficies comparadas de subestaciones blindada y convencional, en 245 kV
- Fig. 6 - Sección comparada de subestaciones 245 kV convencional y blindada
- Fig. 7 - Sección de la subestación blindada 245 kV, de VAISE (Electricité de France)
- Fig. 8 - Vista exterior de la subestación VAISE
- Fig. 9 - Maquetas de subestación 145 kV blindada y convencional, mostrando la diferencia de volumen ocupado
- Fig. 10 - Subestación blindada 145 kV de HOLEN (Tafjord Kraftselskap - Norvega)
- Fig. 11 - Subestación blindada 145 kV de GRAJAU (Light, Brasil - Rio de Janeiro)
- Fig. 12 - Maqueta de subestación blindada 800 kV de JOSHUA FALLS (American Electric Power - U. S. A.)
- Fig. 13 - Secuencia de compresión de gas (principio autoneumático)
- Fig. 14 - Principio de sellado por junta doble
- Fig. 15 - Brida con estanqueidad por junta doble
- Fig. 16 - Subestaciones blindadas 245 y 72,5 kV de CHAVANOD (Electricité de France)
- Fig. 17 - Interruptor de potencia de SF₆, tensión 110/170 kV
- Fig. 18 - " " " " " " 245 kV
- Fig. 19 - " " " " " " 420 kV
- Fig. 20 - Subestación convencional 245 kV, con interruptores de SF₆ (Planta térmica ANSEREUILLES, de Electricité de France)
-



5



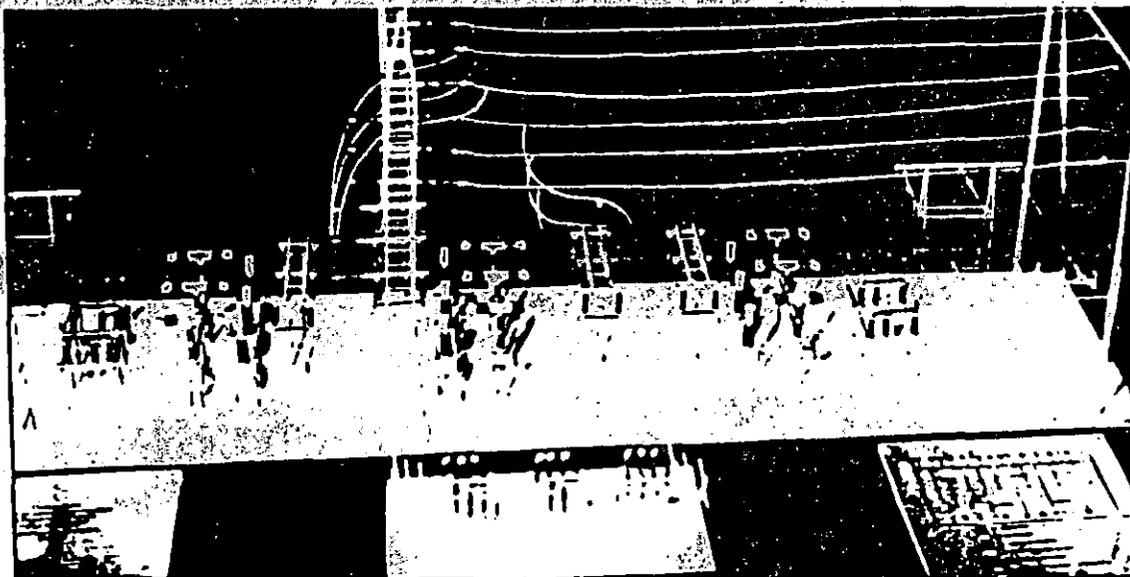
6



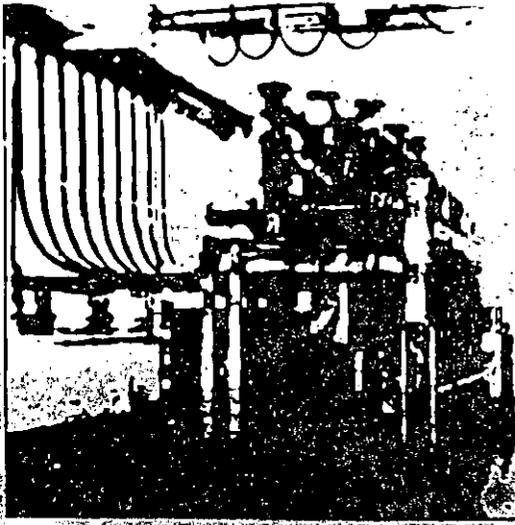
7



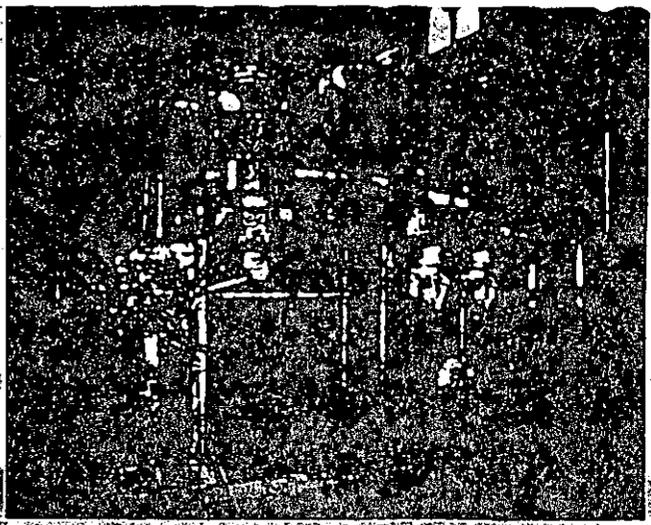
8



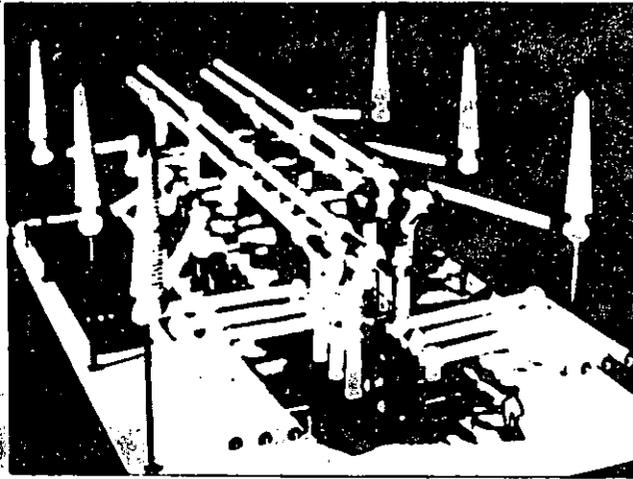
9



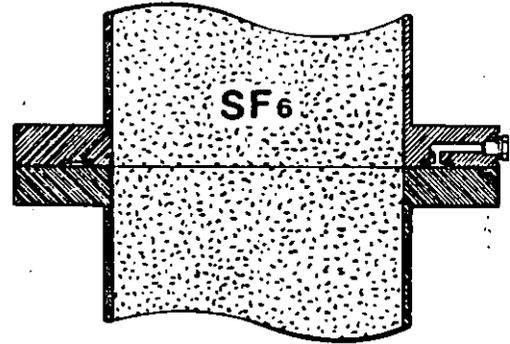
10



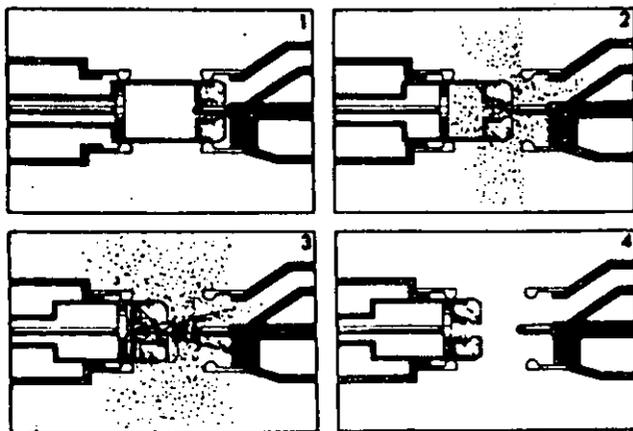
11



12



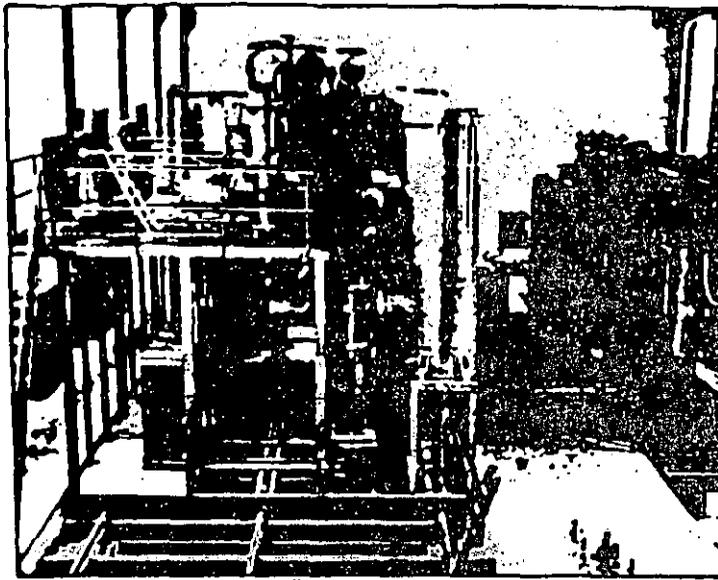
14



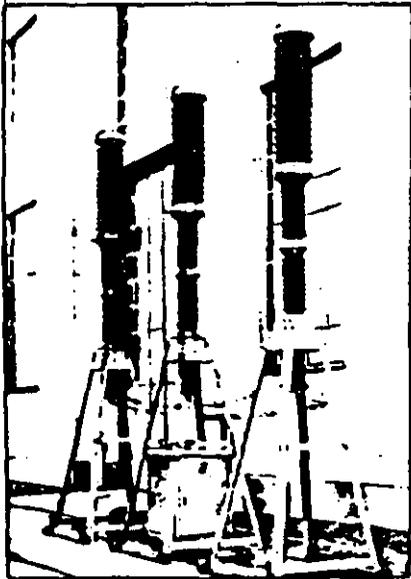
13



15



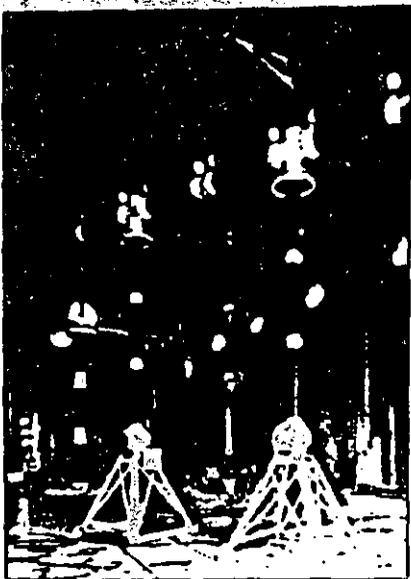
16



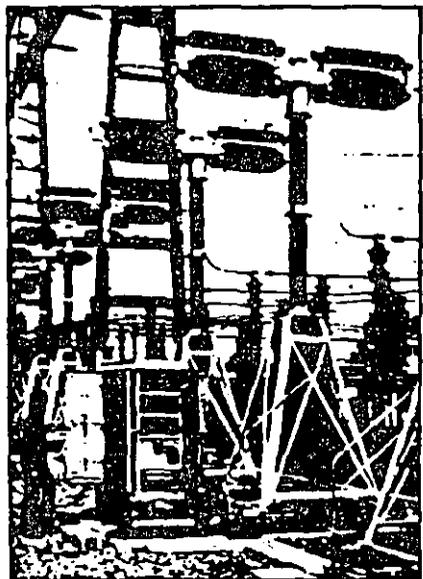
17



18

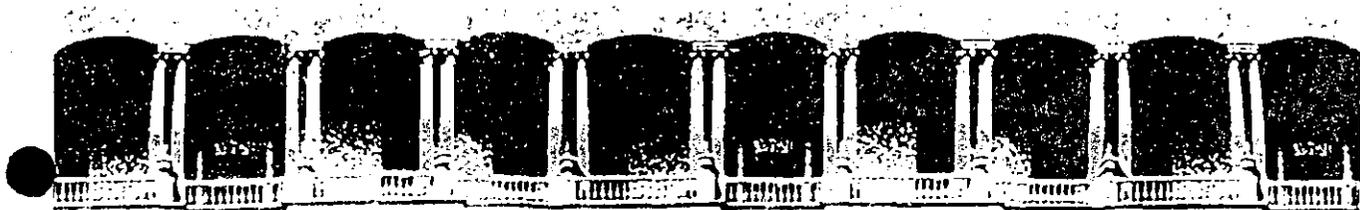


19



20

DEI E. AI STUOM



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

C U R S O S A B I E R T O S

III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

SEGUNDO MODULO:

SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA I I

WATER VAPOR CONTENT OF ELECTRICAL

OCTUBRE-1992



Standard Test Methods for WATER VAPOR CONTENT OF ELECTRICAL INSULATING GASES BY MEASUREMENT OF DEW POINT¹

This Standard is issued under the fixed designation D 2029; the number immediately following the designation indicates the year of original adoption or, in the case of revision, the year of last revision. A number in parentheses indicates the year of last reapproval.

1. Scope

1.1 These methods cover the determination of the water vapor content of electrical insulating gases by measurement of the dew point as low as -73 C (-99.4 F) and the calculation therefrom of the water vapor content.

1.2 Two procedures are provided, one for referee tests and the other for routine or field tests.

NOTE 1: Caution—When testing gases that contain readily liquefiable impurities, it must be kept in mind that the dew point that is measured may be due to these impurities rather than to water. Under these conditions, the measured dew point is not an indication of the water content of the gas.

2. Definitions

2.1 *dew point*—the temperature at which a vapor is saturated with water vapor at the existing pressure.

2.2 *saturated water vapor*—water vapor that is in equilibrium with pure liquid water at the existing pressure. The weight of saturated water vapor in pounds per cubic foot of gaseous mixture (including water vapor) equals the weight per cubic foot of water vapor in equilibrium with water at the existing temperature and pressure.

3. General Requirements

3.1 Any properly constructed dewpoint apparatus may be used that satisfies the basic requirements that provide means to:

3.1.1 Permit a controlled flow of gas to enter and leave the apparatus while the apparatus is at a temperature at least 2 C (3.6 F) above the dew point of the gas,

3.1.2 Cool and control the cooling rate of a chamber in the apparatus through which the flowing gas passes to a temperature low enough to cause water vapor to condense from the gas,

3.1.3 Observe the deposition of dew on the cold portion of the apparatus and measure the temperature at which this occurs, and

3.1.4 Ensure that the test gas is approximately at or near atmospheric pressure and is protected from all other gases.

NOTE 2: Caution—To ensure that admixture of the atmosphere with the test gas does not occur, a 1-m (3.3-ft) length of tubing shall be connected to the exhaust of the test chamber.

REFEREE TESTS

4. Apparatus

4.1 The dew point apparatus shown in Fig. 1 fulfills the requirements of Section 3 and is suitable for making referee tests. The apparatus shall consist of the following:

4.1.1 *Test Chamber*, having the following components:

4.1.1.1 *Mirror*, metal, with glass window for viewing from outside.

4.1.1.2 *Light*, battery-operated.

4.1.1.3 *Tube for Test Gas*, one end connected to the test gas supply, the other end directed so that the test gas will flow over the face of the metal mirror.

¹ These methods are under the jurisdiction of ASTM Committee D-27 on Electrical Insulating Liquids and Gases.

Current edition effective Sept. 13, 1968. Originally issued 1964. Replaces D 2029 - 64 T.

STG 7 500 8/68

4.1.1.4 *Orifice and Tubing*, 1 m (3.3 ft) in length, for exhausting the test gas to atmosphere.

4.1.1.5 *Thermocouple*, attached to the underside or rear of the mirror for measuring, by means of a potentiometer the temperature of the mirror.

4.1.1.6 *Tube for Cooling Mirror*, with a nozzle directed to the underside or rear of the mirror to cool it to a temperature low enough to permit dew from the test gas to condense on the mirror.

4.1.2 *Dewar Flask*, containing liquid nitrogen (Note 3) and a copper cooling coil to which the mirror tube is connected.

NOTE 3 Where liquid nitrogen is not available, acetone and dry ice have been found satisfactory as the coolant. Liquid air shall not be used, as nitrogen will boil off leaving liquid oxygen which is hazardous. Also, if more practicable, carbon dioxide gas can be used as a cooling agent if it gives the desired temperature.

4.1.3 *Cylinder of Nitrogen Gas*, provided with a pressure regulator, and connected to the cooling coil in the Dewar flask by a flexible metal tubing.

5. Procedure

5.1 Purge the copper cooling coil with a moderate flow of dry nitrogen gas for 5 min to remove any moisture which may be residual in the coil. Connect the gas to be tested to the inlet of the test chamber using flexible metal tubing (Note 4). If the test gas is at high pressure, make the connection to the test chamber through a pressure regulator. Purge the tubing and test chamber with the test gas at a moderate rate of flow for a period of about 5 min. After purging the test chamber, adjust the flow of the test gas by means of a pressure regulator to a rate of approximately 0.75 m^3 (26.4 ft^3)/h as measured with a suitable flowmeter. Fill the Dewar flask with liquid nitrogen and adjust the flow of dry nitrogen so that the mirror will be cooled to a temperature sufficiently low to cause condensation on the mirror from the water vapor in the test gas, or, in other words, to the dew point of the test gas. Condensation usually appears as a small spot of dew at the center of the mirror which gradually increases in size.

NOTE 4—The tubing shall be free from leaks since even a pinhole leak will result in a false indication (higher dew point) due to the partial pressure

of water vapor in the atmosphere.

5.2 Measure the dew point of the test gas as follows:

5.2.1 Read the temperature indicated on a thermometer, the bulb of which is permanently embedded in a copper block mounted outside the test chamber in which the cold end of the thermocouple is also inserted. With the potentiometer switch in the "off" position, set the potentiometer instrument pointer to the temperature indicated on the instrument thermometer.

5.2.2 Set the galvanometer on zero and close the potentiometer switch. Adjust the potentiometer rheostat so that, as the temperature decreases, the galvanometer will continue to indicate zero.

5.2.3 Read the temperature indicated at the instant the dew first appears at the center of the mirror. Make a check test of the dew point by decreasing the flow of the cooling nitrogen gas which will cause the dew on the mirror to disappear.

5.2.4 By again slowly increasing the flow of the cooling gas, the temperature at which the dew reappears should check the first determination. If the two determinations do not check, it is probably due to too rapid cooling of the mirror during the first test. A slower rate should result in two checks within 0.55 C (1 F).

NOTE 5 Where a liquid phase is present in the gas to be tested, determination of results is dependent upon the temperature at which the sample is taken. This should be recognized when interpreting the results.

6. Accuracy

6.1 This method will give dew point determinations having an accuracy of $\pm 3\text{C}$ ($\pm 5.4\text{ F}$).

ROUTINE OR FIELD TESTS

7. Apparatus

7.1 The dew point apparatus shown in Fig. 2 is suitable for routine or field tests. The apparatus shall consist of the following:

7.1.1 *Outer Metal Container*, with a sealed-in observation window of two-ply safety glass and inlet and outlet ports integral with the container. The inlet port shall be threaded. The over-all tight construction eliminates possible error in readings due to atmos-

pheric moisture.

7.1.2 *Cup*, nickel-plated, having a polished mirror surface positioned inside the container by means of a guide ring, which ensures that the cam-locks on the cap will be properly engaged and the cup assembly will be locked on an "O" ring. The cap shall be funneled to minimize the boiling-over of the coolant.

7.1.3 *Thermometer*, graduated from -100 to $+50$ C (-148 to $+122$ F).

7.1.4 *Tubing*, flexible metal, to connect test gas supply to threaded inlet port.

8. Procedure

8.1 Connect the test gas by means of flexible metal hose to the inlet of the dew point apparatus and allow the gas to flow at a rate of approximately 0.14 m^3 ($5 \text{ ft}^3/\text{h}$). If area-type flowmeters are used, water manometers across flow restrictors should not be used. Pour acetone to a height of approximately 50 mm (2 in.) into the cup. Allow the gas to purge the test chamber for about 5 min; then add small amounts of dry ice to the acetone and stir constantly with the thermometer. At the first sign of dew appearing on the polished surface of the cup, read the temperature on the thermometer. This temperature is the dew point of the gas.

NOTE 6—It is suggested that the temperature of the acetone-dry ice mixture should be lowered slowly in order to minimize any error due to tem-

perature lag.

8.2 A reasonably bright light, preferably equipped with a shade, should be used to illuminate the polished cup so that the very first faint trace of dew can be detected. The light should be held in such a position that there will be the least glare from the polished surface. In measuring dew points, the surface of the polished cup should be clean and free from any grease, dirt, etc.

NOTE 7—Caution shall be exercised in making these tests, due to the flammability of certain gases in confined spaces.

NOTE 8—Changes in this procedure might be necessary when taking samples directly from the equipment.

9. Accuracy

9.1 This method will give dew point determinations having an accuracy of ± 5 C (± 9 F).

10. Conversion

10.1 The relation between dew point and moisture content of gases is given in Table 1. In this table the water vapor in air or other gas at various dew points and at a pressure of 1 atm (14.7 psi) is given in pounds per 1000 ft^3 , milligrams per liter, and volume percent. These values were obtained by calculations based on the International Critical Tables for vapor pressure over water (Vol III, p. 211).

$$\frac{0.14 \text{ m}^3}{\text{h}} \left(\frac{1000 \text{ l}}{1 \text{ m}^3} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \right) = \frac{140}{60} \frac{\text{l}}{\text{min}} = \frac{14}{6} \frac{\text{l}}{\text{min}} = 2.33 \frac{\text{l}}{\text{min}}$$

$$2.33 \frac{\text{l}}{\text{min}} \left(\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ sec}} \right) \left(\frac{1000 \text{ ml}}{1 \text{ l}} \right) = 38 \frac{\text{ml}}{\text{sec}}$$

TABLE I Relation Between Dew Point and Moisture Content of Gases

Note--With a known dew point which is indicated by the dew point indicator or recorder, the moisture content can be read directly from the table. The table shows the amount of water in air or other gas at various dew points at a pressure of 1 atm (14.7) psi.

Dew Point		Moisture Content			Dew Point		Moisture Content		
deg C	deg F	lb/1000 ft ³	mg/liter	volume percent	deg C	deg F	lb/1000 ft ³	mg/liter	volume percent
50	122.0	5.16	82.7	12.2	-7	19.4	0.171	2.74	0.333
49	120.2	4.92	78.9	11.6	-8	17.6	0.158	2.53	0.306
48	118.4	4.69	75.1	11.0	-9	15.8	0.145	2.32	0.280
47	116.6	4.48	71.9	10.5	-10	14.0	0.134	2.14	0.257
46	114.8	4.26	68.4	9.95	-11	12.2	0.122	1.96	0.235
45	113.0	4.06	65.0	9.45	-12	10.4	0.113	1.81	0.215
44	111.2	3.88	62.1	8.99	-13	8.6	0.103	1.65	0.196
43	109.4	3.69	59.1	8.52	-14	6.8	0.095	1.52	0.179
42	107.6	3.52	56.4	8.10	-15	5.0	0.086	1.38	0.163
41	105.8	3.34	53.5	7.67	-16	3.2	0.079	1.27	0.149
40	104.0	3.18	50.9	7.27	-17	1.4	0.072	1.16	0.136
39	102.2	3.02	48.4	6.89	-18	-0.4	0.066	1.06	0.123
38	100.4	2.87	46.0	6.54	-19	-2.2	0.060	0.965	0.112
37	98.6	2.74	43.8	6.20	-20	-4.0	0.055	0.882	0.102
36	96.8	2.60	41.6	5.87	-21	-5.8	0.050	0.809	0.093
35	95.0	2.46	39.4	5.55	-22	-7.6	0.046	0.733	0.084
34	93.2	2.34	37.4	5.25	-23	-9.4	0.042	0.666	0.076
33	91.4	2.22	35.6	4.96	-24	-11.2	0.038	0.608	0.069
32	89.6	2.11	33.8	4.70	-25	-13.0	0.035	0.556	0.063
31	87.8	2.00	32.0	4.44	-26	-14.8	0.031	0.506	0.057
30	86.0	1.89	30.3	4.19	-27	-16.6	0.028	0.454	0.051
29	84.2	1.84	29.2	4.01	-28	-18.4	0.025	0.411	0.046
28	82.4	1.69	27.1	3.72	-29	-20.2	0.023	0.377	0.042
27	80.6	1.60	25.7	3.52	-30	-22.0	0.021	0.343	0.038
26	78.8	1.52	24.4	3.33	-31	-23.8	0.019	0.307	0.034
25	77.0	1.44	23.0	3.12	-32	-25.6	0.017	0.273	0.030
24	75.2	1.35	21.7	2.94	-33	-27.4	0.015	0.246	0.027
23	73.4	1.28	20.6	2.78	-34	-29.2	0.014	0.229	0.025
22	71.6	1.21	19.4	2.61	-35	-31.0	0.013	0.202	0.022
21	69.8	1.14	18.3	2.46	-36	-32.8	0.012	0.185	0.020
20	68.0	1.08	17.3	2.31	-37	-34.6	0.010	0.167	0.018
19	66.2	1.02	16.3	2.17	-38	-36.4	0.0093	0.149	0.016
18	64.4	0.961	15.4	2.04	-39	-38.2	0.0082	0.131	0.014
17	62.6	0.899	14.4	1.91	-40	-40.0	0.0074	0.119	0.0127
16	60.8	0.855	13.7	1.80	-41	-41.8	0.0068	0.107	0.0113
15	59.0	0.799	12.8	1.68	-42	-43.6	0.0060	0.096	0.0102
14	57.2	0.749	12.0	1.57	-43	-45.4	0.0054	0.086	0.0090
13	55.4	0.706	11.3	1.48	-44	-47.2	0.0047	0.076	0.0080
12	53.6	0.668	10.7	1.39	-45	-49.0	0.0042	0.068	0.0071
11	51.8	0.620	9.94	1.29	-46	-50.8	0.0038	0.061	0.0063
10	50.0	0.584	9.37	1.21	-47	-52.6	0.0034	0.054	0.0056
9	48.2	0.547	8.76	1.13	-48	-54.4	0.0031	0.049	0.0050
8	46.4	0.516	8.27	1.06	-49	-56.2	0.0027	0.043	0.0044
7	44.6	0.482	7.73	0.988	-50	-58.0	0.0024	0.038	0.0039
6	42.8	0.452	7.25	0.924	-51	-59.8	0.0021	0.034	0.0034
5	41.0	0.424	6.79	0.861	-52	-61.6	0.0019	0.030	0.0030
4	39.2	0.399	6.36	0.804	-53	-63.4	0.0017	0.027	0.0027
3	37.4	0.370	5.94	0.748	-54	-65.2	0.0014	0.023	0.0023
2	35.6	0.346	5.55	0.696	-55	-67.0	0.0013	0.021	0.0021
1	33.8	0.323	5.18	0.649	-56	-68.8	0.0011	0.018	0.0018
0	32.0	0.302	4.84	0.602	-57	-70.6	0.0010	0.016	0.0016
-1	30.2	0.280	4.49	0.556	-58	-72.4	0.00087	0.014	0.0014
-2	28.4	0.258	4.14	0.511	-59	-74.2	0.00075	0.012	0.0012
-3	26.6	0.238	3.81	0.470	-60	-76.0	0.00069	0.011	0.0011
-4	24.8	0.220	3.52	0.431	-61	-77.8	0.00059	0.0095	0.00092
-5	23.0	0.202	3.24	0.396	-62	-79.6	0.00052	0.0083	0.00080
-6	21.2	0.186	2.98	0.364	-63	-81.4	0.00046	0.0073	0.00070

Humidity 42
 Ref. 554
 USCIO 112

$$^{\circ}F = 1.8^{\circ}C + 32$$

$$^{\circ}C = \frac{^{\circ}F - 32}{1.8}$$

TABLE 1 Continued

Dew Point		Moisture Content			Dew Point		Moisture Content		
deg C	deg F	lb/1000 ft ³	mg/liter	volume ^a percent	deg C	deg F	lb/1000 ft ³	mg/liter	volume ^a percent
-64	-83.2	0.00040	0.0064	0.00061	-73	-99.4	0.00011	0.0018	0.00016
-65	-85.0	0.00035	0.0056	0.00053	-74	-101.2	0.00009	0.0015	0.00014
-66	-86.8	0.00030	0.0048	0.00045	-75	-103.0	0.00008	0.0013	0.00012
-67	-88.6	0.00027	0.0043	0.00040	-76	-104.8	0.00007	0.0011	0.00010
-68	-90.4	0.00022	0.0036	0.00034	-77	-106.6	0.00006	0.0010	0.00009
-69	-92.2	0.00019	0.0031	0.00029	-78	-108.4	0.00005	0.0008	0.00007
-70	-94.0	0.00017	0.0027	0.00025	-79	-110.2	0.00004	0.0007	0.00006
-71	-95.8	0.00015	0.0024	0.00022	-80	-112.0	0.00004	0.0006	0.00005
-72	-97.6	0.00013	0.0021	0.00019	-81	-113.8	0.00003	0.0005	0.00004

^a Vapor pressures in atmospheres at various dew points can be obtained by dividing the values for "volume percent" in this table by 100. Calculations for this table were made by using the International Critical Table values for the vapor pressure of ice and liquid water. The vapor pressure of liquid water was used for values from 50 to 0 C. The vapor pressure of ice was used from 0 to -81 C.

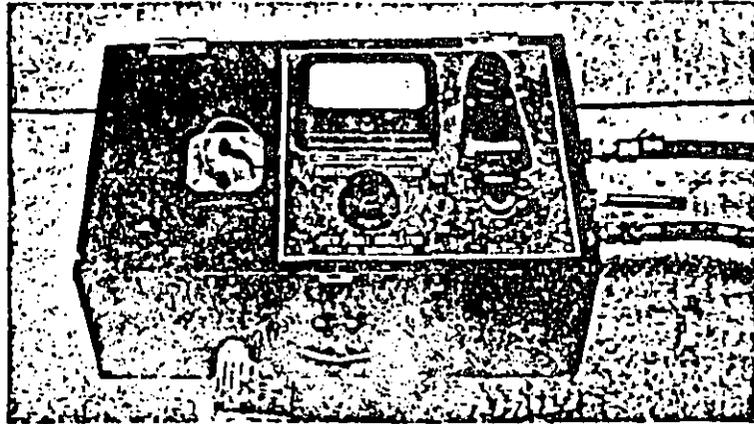


FIG. 1 Dew Point Apparatus for Referee Tests.

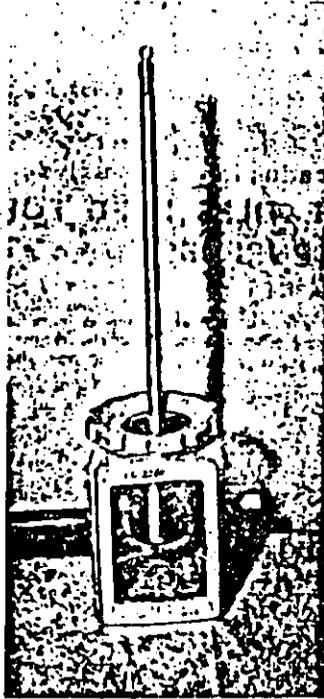


FIG. 2 Dew Point Apparatus for Routine or Field Tests.

American Society for Testing and Materials takes no position respecting the validity of any patent rights asserted in connection with any item mentioned in this standard. Users of this standard are expressly advised that determination of the responsibility of any such patent rights, and the risk of infringement of such rights, is entirely their own responsibility.

This standard is subject to revision at any time by the responsible technical committee and must be reviewed every five years and if not revised, either reapproved or withdrawn. Your comments are invited either for revision of this standard or for additional standards and should be addressed to ASTM Headquarters. Your comments will receive careful consideration at a meeting of the responsible technical committee, which you may attend. If you feel that your comments have not received a fair hearing you should make your views known to the ASTM Committee on Standards, 1916 Race St., Philadelphia, Pa. 19103, which will schedule a further hearing regarding your comments. Failing satisfaction there, you may appeal to the ASTM Board of Directors.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS
DE POTENCIA**

MODULO II SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA II

**MONTE CARLO SIMULATION OF LIGHTNING INDUCED
VOLTAGES ON DISTRIBUTION LINE TERMINATIONS**

**Ing Víctor F. Hermisillo W
/ Vernon Cooray**

Octubre, 1992

MONTE CARLO SIMULATION OF LIGHTNING INDUCED VOLTAGES ON DISTRIBUTION LINE TERMINATIONS

Victor F. Hermosillo, member IEEE

Comision Federal de Electricidad
Inst. of High Voltage Research, Uppsala University

Vernon Cooray

Inst. of High Voltage Research
Uppsala University
755 92 Uppsala, Sweden

Abstract. Probability distributions for induced voltages at a line termination are calculated through a Monte Carlo simulation of lightning striking in the proximity of an overhead line. Induced voltages are computed from incident vertical and horizontal electric fields resulting from a modified version of the transmission line model for the lightning return stroke. The surface impedance concept is introduced for the calculation of the horizontal electric field due to finite ground conductivity at close distances from the strike point. Waveshapes are presented for various locations relative to the line. The influence of line height, return stroke current amplitude and risetime are analyzed. Results can be applied to obtain the risk of failure for distribution systems of various insulation levels.

Keywords: induced voltages, lightning, distribution line.

INTRODUCTION

Information on the probability and expected number of times an induced voltage exceeds the lightning insulation level of a system is valuable in assessing the expected performance of power distribution networks. A complete analysis of lightning related faults in medium and low voltage systems should include both direct and induced effects of lightning flashes.

Theoretical frequency distributions of induced voltage magnitudes can be obtained through a Monte Carlo Simulation of lightning striking around a line. These overvoltages are caused by the return stroke phase of a cloud to ground flash, striking in the vicinity of the overhead line.

RETURN STROKE FIELD CALCULATIONS

The return stroke phase of a lightning flash is initiated as the propagation of the stepped leader is complete and a conductive path has been created between the cloud and ground. It involves the transfer to earth of charge distributed along the channel and charge volumes available in the cloud. The return stroke model consists in the definition of the temporal and spatial distribution of charge along the channel, as depicted in Figure 1.

Lightning Electromagnetic Fields (LEMF) generated by the return stroke were calculated using a modified version of the transmission line model. In this model a current waveform, mathematically expressed using a corrected version of Heidler's function [1], travels upwards from the ground. Such a form was chosen since it initially involves a gradual slope of the current shape. A slight variation was added resulting in a constant time to the start of the fast rising part of the front for different risetimes. The current is given by

$$i(z,t) = \frac{I_0}{\eta} e^{-(t/\tau_2 + \delta)} \frac{(t/\tau_1 + \delta)^n}{(t/\tau_1 + \delta)^{n+1}} (0.3 e^{-z/100} + 0.7 e^{-z/3000}) \dots (1)$$

for $t > 0$, $n = 10$, $\delta = 0.55$, $\eta = e^{-\tau_1/\tau_2(n\tau_2/\tau_1)^{1/n}}$. This waveform rises from 0 to 99% of its peak in time τ_1 . $\tau_2 = 70 \mu\text{s}$ results in a decay time to half the peak value in $50 \mu\text{s}$. The return stroke current amplitude varies with height according to a double exponential function with constants of 100 and 3000 m, as predicted by Cooray's model [2] and corresponding to light output observations by Orville [3]. Its velocity is assumed to be constant with a value of 1.5×10^8 m/s and the channel height is 3 km. Electric and magnetic fields obtained from such a model reproduce typical measured waveshapes.

The LEMF resulting from the return stroke model is obtained by decomposing the channel into small dipoles. The contribution of each dipole and its image below a perfectly conductive plane is integrated over the channel height, z_{tot} . The expressions for electric and magnetic fields in cylindrical coordinates (r, z, ϕ) are [4],

$$E_z(r,t) = \int_{-z_{tot}}^{z_{tot}} dE_z = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[\int_0^{z_{tot}} \frac{2(z-z')^2 - r^2}{R^5} \int_0^t i(z', t' - \frac{R}{c}) dt' dz' + \dots \right. \\ \left. + \int_0^{z_{tot}} \frac{2(z-z')^2 - r^2}{cR^4} i(z', t - \frac{R}{c}) dz' + \int_0^{z_{tot}} \frac{r^2}{c^2 R^3} \frac{\partial i(z', t - \frac{R}{c})}{\partial t} dz' \right] \dots (2)$$

$$E_r(r,t) = \int_{-z_{tot}}^{z_{tot}} dE_r = 0 \dots (3)$$

$$B_\phi(r,t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\int_0^{z_{tot}} \frac{r}{R^3} i(z', t - \frac{R}{c}) dz' + \int_0^{z_{tot}} \frac{r}{cR^2} \frac{\partial i(z', t - \frac{R}{c})}{\partial t} dz' \right] \dots (4)$$

where $i(z,t)$ is the return stroke current defined above, c is the velocity of light and $R = [(z-z')^2 + r^2]^{1/2}$.

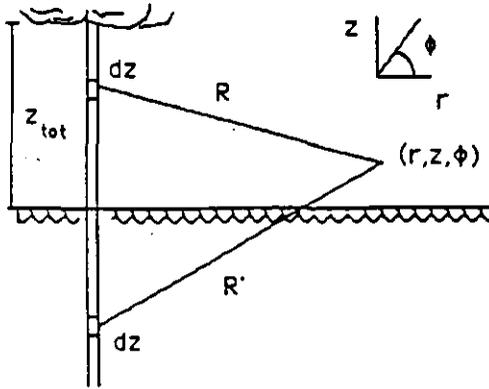


Figure 1. Geometry used for lightning electromagnetic field calculations.

To determine the horizontal electric field, we introduce the concept of the surface impedance, as suggested by Cooray [5]. This method will allow us to calculate this field at very close distances from the line, where the wave tilt approximation can lead to large errors.

The horizontal electric field $E_r(r,z,t)$ is related to the magnetic field $B_\phi(r,t)$, assuming a flat,

homogeneous ground, by the expression

$$Z_s(j\omega) = \frac{E_r(j\omega)}{B_\phi(j\omega)} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{rg} + \frac{\sigma}{j\omega\epsilon_0}}} \dots (6)$$

where ϵ_{rg} is relative permittivity of the ground, σ_g is the soil conductivity and ϵ_0 is permittivity of free space. Applying the inverse Fourier transform to obtain this relation in the time domain

$$z_s(t) = F^{-1} [Z_s(j\omega)] = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_{rg}}} e^{-kt} [\zeta_0(kt) + \zeta_1(kt)] \dots (7)$$

where, $k = \sigma/2\epsilon_0\epsilon_{rg}$, $\zeta_0(kt)$ and $\zeta_1(kt)$ are modified Bessel functions of zero and first orders.

The horizontal electric field in the time domain is calculated by performing the convolution integral of $B_\phi(r,t)$ and $z_s(t)$,

$$E_r(r,z,t) = \int_0^t B_\phi(r,t') z_s(t-t') dt' \dots (8)$$

INDUCTION MECHANISM

The line configuration was simplified to a single horizontal conductor suspended a height h over a ground plane with finite conductivity. Ground permittivities fall in the range of 5 to 15 [6], $\epsilon_{rg}=10$ was chosen and its permeability is assumed to be that for free space μ_0 . The line is terminated by its characteristic impedance Z_0 at the point of interest and extends far away in the opposite direction, as shown in Figure 2.

Consideration of a single conductor is based on the assumption that all conductors in the transmission line react in common mode to the excitation caused by the incoming LEMF. This is valid for phase conductors separated by distances much smaller than the distance to the lightning strike point. Height differences between them are neglected and only line designs without shielding wires are included.

Due to the proximity of the lightning flash to the line, the LEMF is treated as cylindrical fronts reaching the overhead line. Each front is separated by a time step in the digital simulation. Sections of the line illuminated during this time are assumed

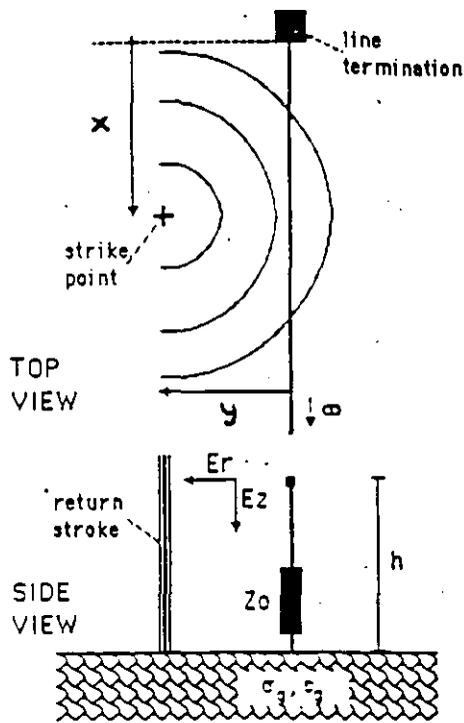


Figure 2. Line configuration

to be excited by the horizontal field directed radially from the lightning channel. The total electric field incident in the line consists of horizontal and vertical fields. The horizontal electric field includes a component due to finite ground conductivity as well as electrostatic and induction components.

The projection of the horizontal field $E_r(r,z,t)$ in the direction of the overhead conductor $E_x(x,h,t)$ (in cartesian coordinates) will generate transient voltage surges $V^s(x,t)$. These surges travel to opposite ends of the line from each segment of conductor length. The aforementioned is described by two transmission line differential equations with a driving function acting on the equation related to the series parameters of the line.

$$\frac{\partial V^s(x,t)}{\partial x} + R I(x,t) + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t} = E_x(x,h,t) \quad \dots(9)$$

$$\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} + C \frac{\partial V^s(x,t)}{\partial t} = 0 \quad \dots(10)$$

$$V^T(x,t) = V^s(x,t) - \int_0^h E_z(x,z,t) dz \quad \dots(11)$$

where $V^s(x,t)$ is the voltage scattered by the line, and $V^T(x,t)$ is the total induced voltage on the line.

The total induced voltage at the line terminator is obtained by adding the voltage surges caused by the horizontal electric field on the overhead conductor and the integral over the line height of the incident vertical electric field at the line end. The surges are delayed in time by the distance they travel.

The surges induced on each line segment by the component of the horizontal electric field in the line direction are attenuated and distorted according to the expression for the propagation constant for a single conductor over finitely conductive ground derived by Sunde [7]. This constant involves frequency dependent resistance and inductance per unit length. This effect is first computed for a step function and then applied to the induced surges through a convolution integral.

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)j\omega C} - j\omega \sqrt{\mu_0 \sigma_0} \left(1 + \frac{1}{2 \log \frac{2h}{rc}} \left(\log \frac{1 + \sqrt{j\omega \tau_h}}{\sqrt{j\omega \tau_h}} + \frac{1}{\sqrt{j\omega \tau_r}} \right) \right) \quad \dots(12)$$

The time constants are defined as $\tau_h = \mu_0 \sigma_0 h^2$ and $\tau_r = \mu_0 \sigma_0 r_c^2$, where r_c is the radius, μ_0 is the permeability and σ_0 is the conductivity of the conductor. Refer to [8] for a thorough derivation. An aluminium conductor with a 10 mm radius was assumed in the calculations. R and L are the series resistance and inductance per unit length of line, and C is the shunt capacitance per unit length.

INDUCED VOLTAGE CALCULATIONS

Cases were constructed for ground conductivities of 0.01, 0.002 and 0.001 S/m. Figures 3 through 5 show three dimensional surfaces for the absolute values of peak voltage amplitudes for a 30 kA current and all cases studied, depending on the lightning strike point location relative to the line termination. The return stroke current risetime was kept constant at 1.2 μ s, with time to half value in the tail of 50 μ s and line height of 10 m.

Note that the absolute amplitude of the induced voltages decreases exponentially as the strike point moves away from the line, and increases as it gets closer to the line termination. A maximum is obtained for $(x,y) = (100,100)$ m. For $\sigma_g = 0.01$ S/m and locations beyond the termination, the magnitude decreases again, as shown in Figure 3.

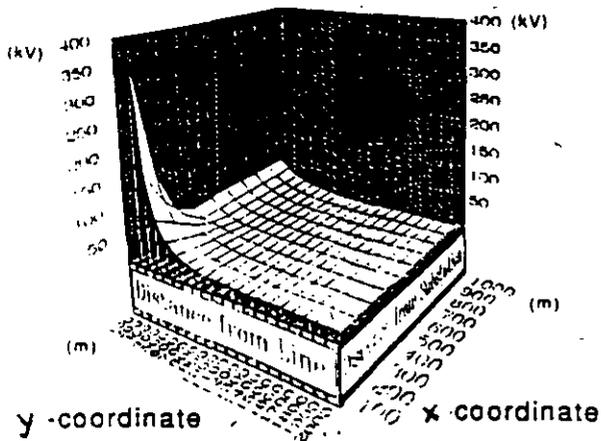


Figure 3. Absolute maximum values for the voltage induced at the line termination for a 30 kA return stroke current amplitude with 1.2 μ s risetime, $\sigma_g = 0.01$ S/m and 10 m line height.

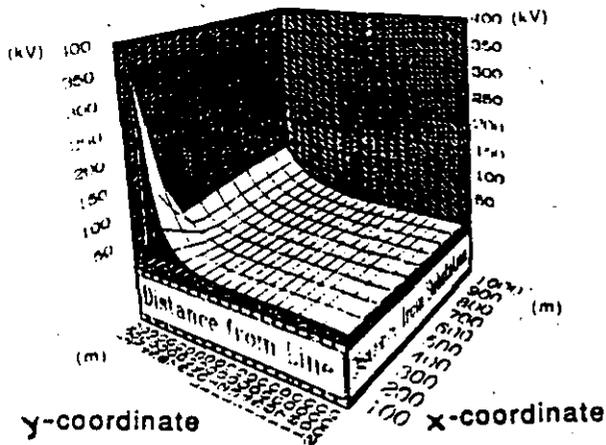


Figure 4. Absolute maximum values for the voltage induced at the line termination for a 30 kA return stroke current amplitude with 1.2 μ s risetime, $\sigma_g = 0.002$ S/m and 10 m line height.

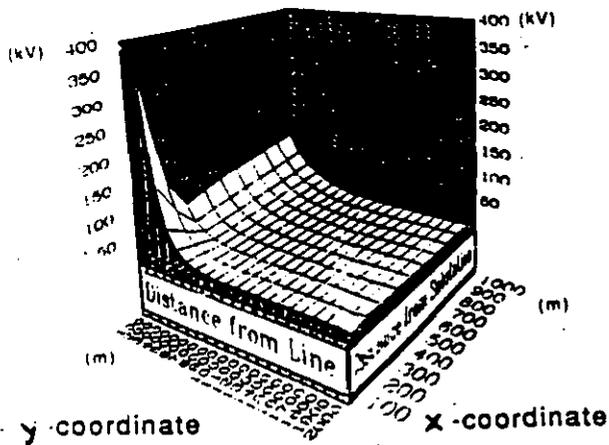


Figure 5. Absolute maximum values for the voltage induced at the line termination for a 30 kA return stroke current amplitude with 1.2 μ s risetime, $\sigma_g = 0.001$ S/m and 10 m line height.

For lower conductivities, Figures 4 and 5, the increasing contribution of the horizontal component of the electric field related to ground conductivity, causes an increase in the induced voltage magnitude as we move away from the line termination. The maximum at $(x,y) = (100,100)$ m decreases.

Waveshapes calculated during the first 10 μ s, for distances y from 100 to 1000 m away from the line and coordinate $x = 2000, 1000, 0$ and -500 are shown in Figures 6 and 7 for ground conductivities of 0.01 and 0.001 S/m, respectively. These results may be scaled depending on the current amplitude. The shape of the induced voltages does not vary radically between these two cases, but their magnitude increases and the initial pulse width increases for lower conductivity.

Waveshapes for distances close to the line present a very fast rise and decay of the positive pulse followed by a polarity reversal and a slow decay to zero. The change of polarity is due to the induction and electrostatic components of the horizontal electric field. As the strike point is moved away from the line, the contribution from this component decreases and the pulses become unipolar with slower risetimes.

For strike points far from the termination, surges induced on each conductor segment between this point and the line end by the horizontal electric field due to finite ground conductivity, add up as they travel along the conductor causing the initial peak.

If the strike point is moved closer to the termination and parallel to the line at a constant distance, there is a decrease in the positive component of the shapes and the change in polarity disappears. Voltages resemble the vertical electric field as the strike point approaches the line termination. For the latter case, induced voltages should be calculated for a time frame of 20 μ s, until they reach their peak value.

Initial risetimes of induced voltages decrease proportionally to the return current risetimes, as depicted in Figure 8. Values are included in Table 1.

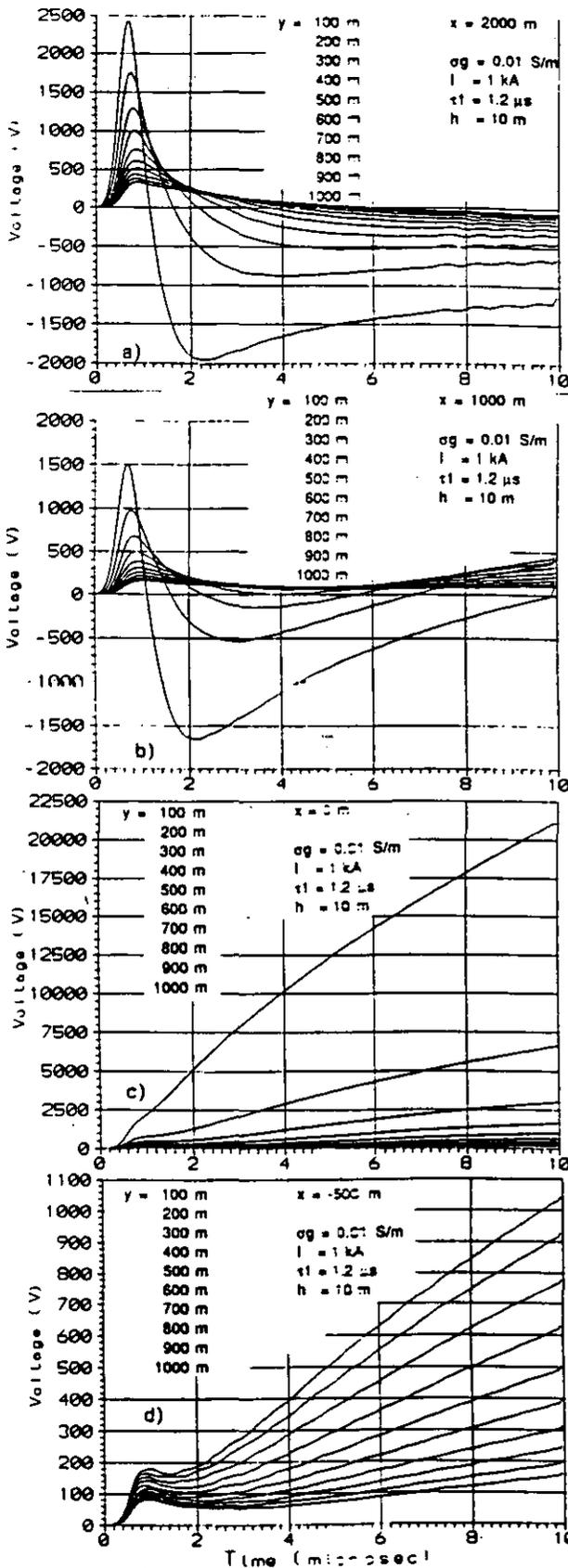


Figure 6. Induced voltage waveshapes at the line termination for strike points with coordinates $y=100$ to 1000 m , a) $x = 2000 \text{ m}$, b) $x = 1000 \text{ m}$, c) $x=0\text{m}$ and d) $x = -500 \text{ m}$. Assuming a 1 kA return stroke current with $1.2 \mu\text{s}$ risetime, $\sigma_g = 0.01 \text{ S/m}$ and 10 m line height

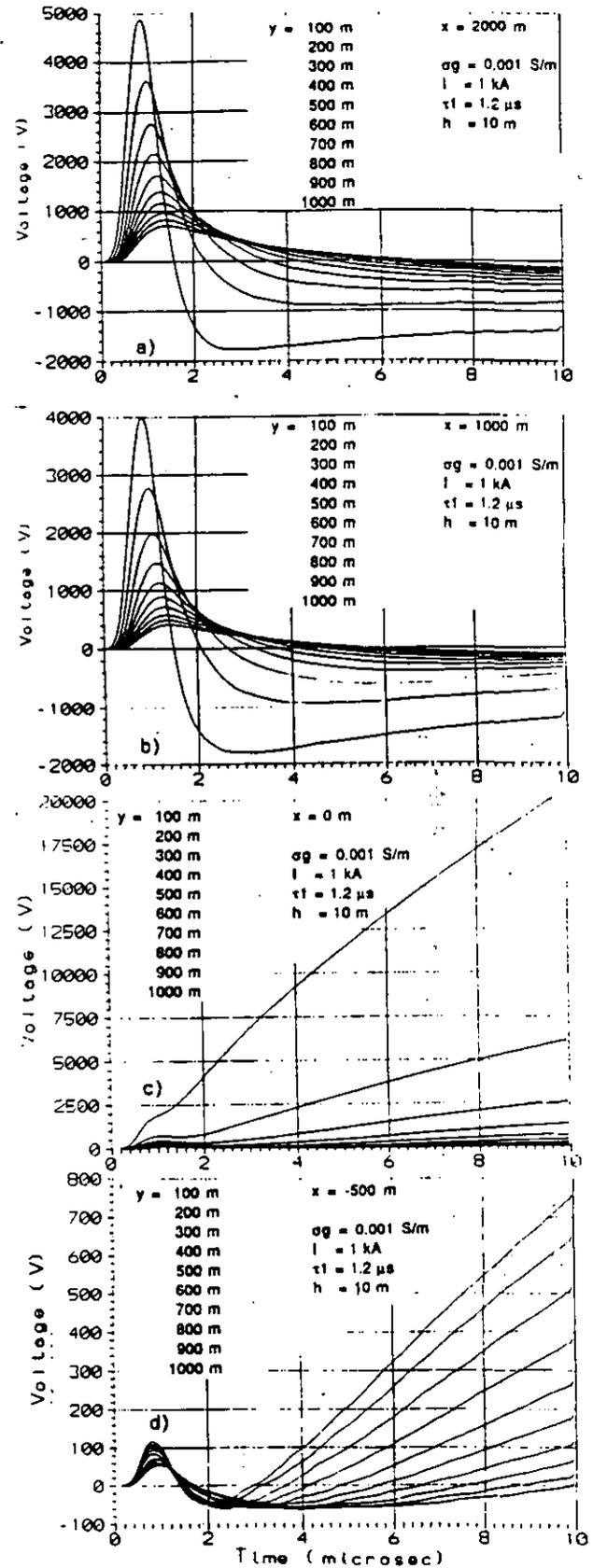


Figure 7. Induced voltage waveshapes at the line termination for strike points with coordinates $y=100$ to 1000 m , a) $x = 2000 \text{ m}$, b) $x = 1000 \text{ m}$, c) $x=0\text{m}$ and d) $x = -500 \text{ m}$. Assuming a 1 kA return stroke current with $1.2 \mu\text{s}$ risetime, $\sigma_g = 0.001\text{S/m}$ and 10 m line height

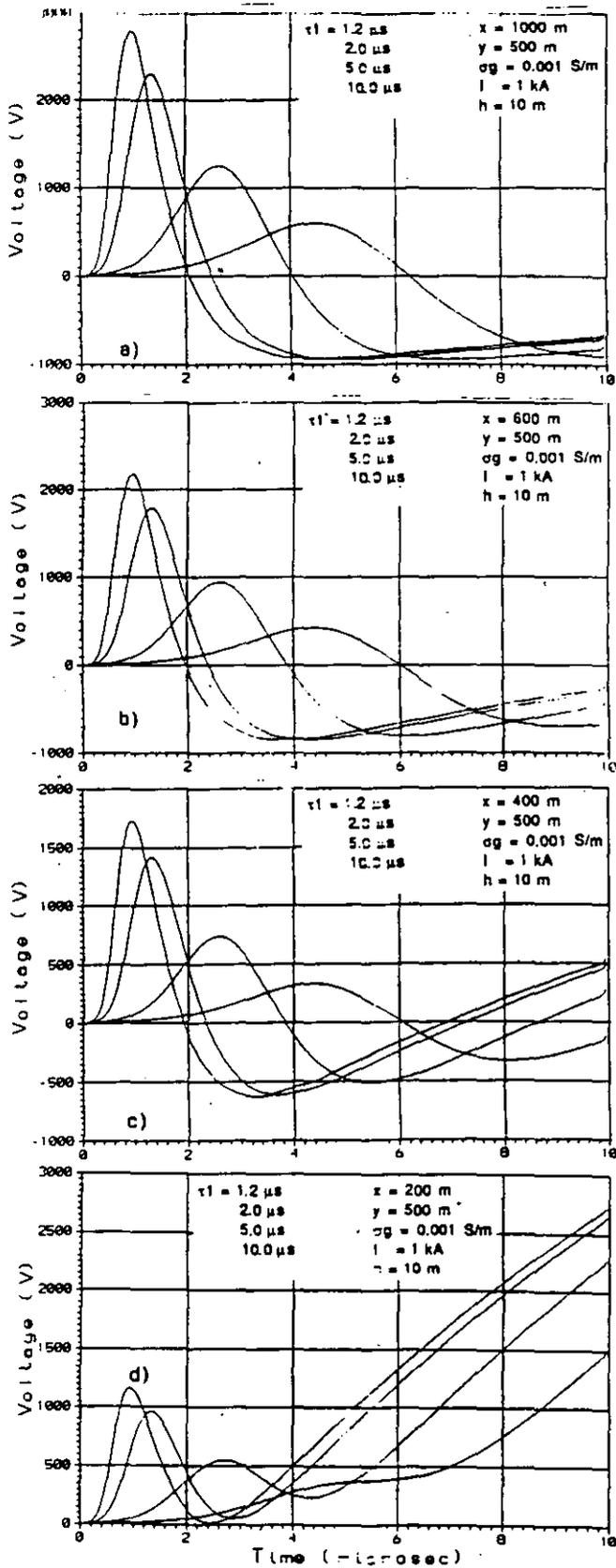


Figure 8. Induced voltage waveshapes at the line termination for strike points with coordinates $y=500 \text{ m}$, a) $x = 1000 \text{ m}$, b) $x = 600 \text{ m}$, c) $x = 400 \text{ m}$ and d) $x = 200 \text{ m}$. Assuming a 1 kA return stroke current with risetimes of 1.2 , 2.0 , 5.0 and $10.0 \mu s$, $\sigma_g=0.001 \text{ S/m}$ and 10 m line height

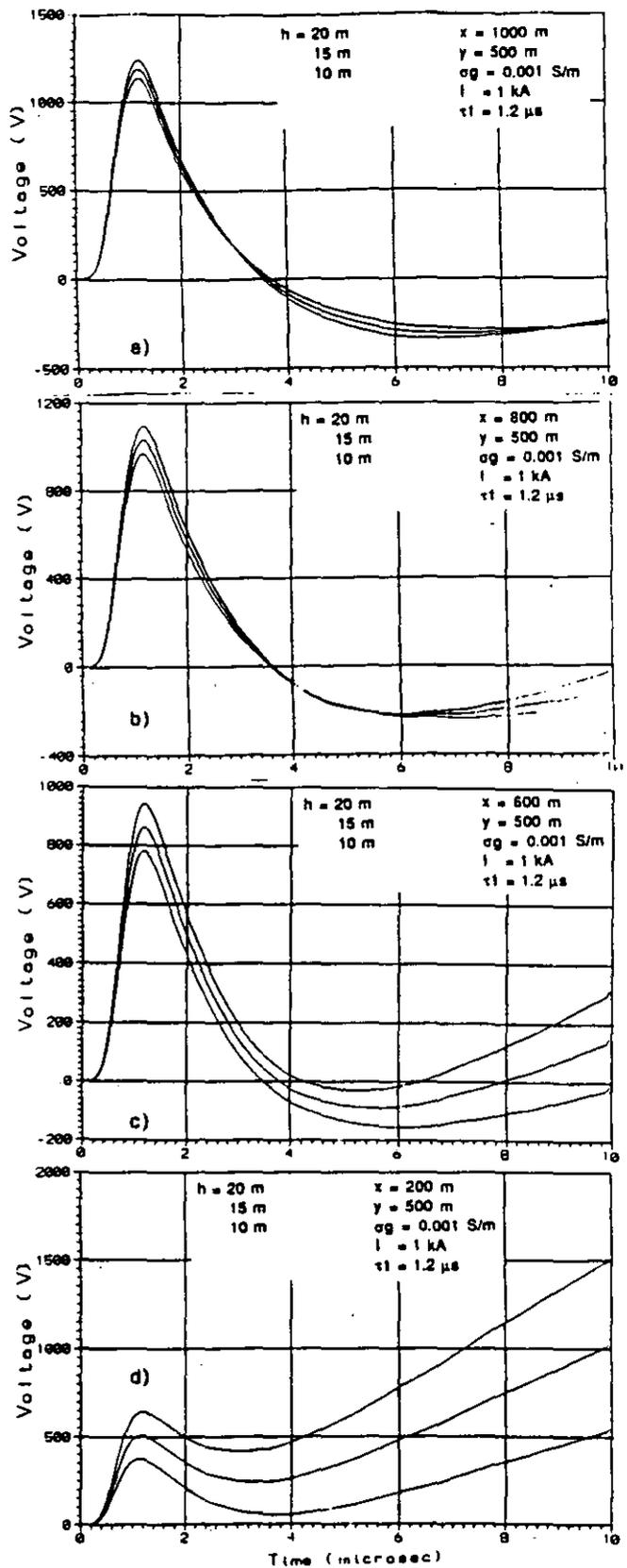


Figure 9. Induced voltage waveshapes at the line termination for a 1 kA return stroke current with 1.2 ms risetime, line height $h = 10, 15$ and 20 m

τ_1 (μs)	τ_1 (μs)
1.2	1.0
2.0	1.3
5.0	2.6
10.0	4.4

Table 1. Comparison between risetimes of the return stroke current and risetimes for the corresponding induced voltages at the line termination, for waveshapes shown in Figure 8.

Induced voltages calculated for $h = 10, 15$ and 20 m are included in Figure 9. The magnitude of the induced voltage is proportional to the line height for strike points close to the line termination. The effect of this parameter decreases as we move the strike point away from the line and away from its termination. This behavior is clearly explained by equation (11), as the contribution of the vertical electric field to the total induced voltage decreases for strike points far from the termination.

MONTE CARLO SIMULATION

Probability distributions for the induced voltage magnitudes are obtained by simulating a large number of lightning events. Each event is defined by a set of coordinates relative to the line termination, a negative return stroke current amplitude and risetime.

The lightning strike point is determined through a random generation of cartesian X-Y coordinates with origin at the line termination, according to a uniform probability distribution.

The negative first return stroke current for cloud to ground flashes is assumed to follow a normal distribution, with mean value of 30 kA and standard deviation $s_1 = 25$ kA. Its risetime follows a normal distribution as reported by Berger [9].

The Monte Carlo Simulation involves 2000 events taking place over a surface covering 1000 m along the line, 500 m beyond its termination and 2000 m away from it. Results are converted into frequency distributions for the maximum amplitudes of the induced voltages. These fit a log-normal probability distribution. Such behavior is to be

Soil Conductivity S/m	0.01	0.002	0.001
Mean Amplitude kV	19.1	23.2	26.3
Standard Deviation kV	40.3	51.0	60.0
P(V > 30 kV) %	15.25	19.55	22.00
P(V > 45 kV) %	9.53	12.24	14.17
P(V > 60 kV) %	6.30	8.39	10.00
P(V > 75 kV) %	4.46	6.09	7.34
P(V > 85 kV) %	3.62	5.03	6.14
P(V > 95 kV) %	3.00	4.22	5.20
P(V > 125 kV) %	1.82	2.67	3.37
P(V > 150 kV) %	1.28	1.93	2.48
P(V > 200 kV) %	0.71	1.11	1.48
P(V > 250 kV) %	0.43	0.70	0.96
P(V > 380 kV) %	0.20	0.34	0.48
P(V > 450 kV) %	0.10	0.19	0.27

Table 2. Log-Normal Distributions and probabilities of exceeding rated lightning insulation levels for induced voltages at the line termination.

	BIL System	0.01 S/m	0.002 S/m	0.001 S/m
1	30	.9150	1.1730	1.3200
2	45	.5718	.7344	.8502
3	60	.3780	.5034	.6000
4	75	.2676	.3654	.4404
5	85	.2352	.3018	.3684
6	95	.1800	.2532	.3120
7	125	.1092	.1602	.2022
8	150	.0788	.1158	.1488
9	200	.0428	.0668	.0888
10	250	.0258	.0420	.0576
11	380	.0120	.0204	.0288
12	450	.0080	.0114	.0162

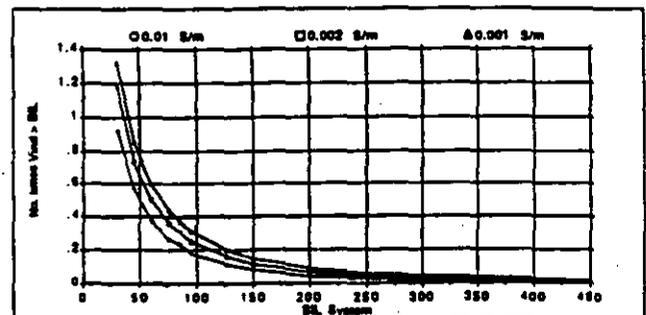


Figure 10. Expected number of times an induced voltage at the line termination will exceed the insulation level of power systems with different rated voltages. A cloud to ground lightning flash density of 1 flash/ km^2 is assumed.

expected for a combined generation of normally distributed return stroke current amplitudes for an exponential decrease as one moves away from the line in the y-direction. Deviations are due to the profile of maximum induced voltages as one moves along the x-axis.

Table 2 includes the mean and standard deviation for the cases studied, as well as probabilities of exceeding lightning insulation levels in the range of 30 to 450 kV. These probabilities are calculated vis a vis the corresponding normal distribution and according to values tabulated by IEC [10] for power distribution systems with rated AC voltages below 100 kV.

To calculate the expected number of times lightning induced voltages exceed the lightning insulation level, the area covered in this simulation should be considered, including symmetry for the opposite side of the line. Curves shown in Figure 10 are obtained for an area of 6km² and a ground lightning density of 1 flash/km² year.

CONCLUSIONS

Frequency distributions of simulated lightning induced voltages at the line termination follow log-normal distributions. Their average magnitudes increase for lower ground conductivities due to the effect of this parameter on the horizontal electric field coupling with the line.

Risetimes of the induced voltages are similar to those observed for the return stroke current. The waveforms involved consist of short duration pulse, with times to zero in the tail of the same order as the risetimes, i.e. 1 to 4.4 μ s. Their main frequencies fall in the range of 50 to 250 kHz. These frequencies have been reported to cause resonance in transformers [11] and suggest that induced voltages may be a source of failure.

Although other studies related to this field conclude that the magnitude of the induced voltage is proportional to the line height, this applies only in cases where the strike point is close to the line termination. This is clearly implied by the results presented in Figure 9.

Because of the short duration of the impulses, induced voltages with magnitudes slightly higher

than the rated lightning impulse level of the insulators along the line may not result in flashover at points along the line. This would allow the surges to propagate until reaching the line termination. There have been some recent reports on the behavior of insulators under short duration pulses that support this remark [12].

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors wish to offer their sincere appreciation to Prof. Viktor Scuka for all the means made available at the Institute of High Voltage Research, Uppsala University. Resources and support provided by the Comision Federal de Electricidad, Subdireccion de Programacion to Victor Hermosillo are greatly acknowledged. Funding for this research was provided by the Swedish Institute and, in the case of Dr. Cooray, through a grant from the Swedish Natural Science Research Council (NFR).

References

- [1] Helder, F., "Analytische Blitzstromfunktion Zur LEMP-Berechnung", *18th Int. Conf. on Lightning Protection ICLP'85*, Munich, 1985.
- [2] Cooray, V., "A Return Stroke Model", *Proceedings of the 1989 International Conference on Lightning and Static Electricity*, University of Bath, United Kingdom, pp. 6B.4.1-6B.4.6, September 1989.
- [3] Cooray, V. and Orville, R.E., "The effects of variation of current amplitude, current risetime and return stroke velocity along the return stroke channel on the electromagnetic fields generated by return strokes", *Journal of Geophysical Research*, 1990.
- [4] Master, M.J. and Uman, M.A., "Lightning induced voltages on power lines: Theory", *IEEE Transactions on PAS*, vol. PAS-103, no. 9, pp. 2502-2518, September 1984.
- [5] Cooray, V., "Horizontal fields generated by return strokes", *Radio Science*, vol. 27, no. 3, May-June 1992.
- [6] Vance, E.F., *Coupling to Shielded Cables*, John Wiley & Sons, New York, 1978.
- [7] Sunde, E.D., *Earth Conduction Effects in Transmission Systems*, Dover Publications, New York, 1968.
- [8] Hermosillo, V.F., "Attenuation and distortion of transient surges propagating on a single horizontal overhead line over a finitely conductive earth plane", UURIE:223-89, ISSN 0349-8352, Institute of High Voltage Research, Uppsala University, Sweden, 1989.
- [9] Berger, K., Anderson, R.B. and Kröniger, H., "Parameters of lightning flashes", *Electra*, 40, pp. 101-119, 1975.
- [10] International Electrotechnical Commission, Publication IEC 71-2, "Insulation coordination Part II: applications guide", Geneva, Switzerland, 1976.

[11] McNutt, W.J., Blalock, T.J. and Hinton, R.A., "Response of transformer windings to system transient voltages", *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, 1973, pp. 457-467.

[12] Grzybowski, S. and Jacob, P.B., "The steep-front, short duration pulse characteristics of distribution insulators with wood", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 5, no. 3, July 1990, pp. 1608-1616.

Victor F. Hermosillo. Born in Mexico City on January 15th, 1962. Received his B.S.E.E. in 1984 from the Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. In 1987 he graduated as a M.S.E.E. from the Ohio State University and was granted the degree of Teck. Lic. Elek. at the Institute of High Voltage Research, Uppsala University, Sweden, in 1990. Since 1990 he works for Comision Federal de Electricidad as head of the Office of Transmission Line Studies and lectures at the Graduate School of the Faculty of Electrical Engineering, Universidad Nacional Autonoma de Mexico. His research interests include mathematical modeling of lightning effects on power systems, insulation coordination and high voltage engineering.

Vernon Cooray. Received the B.S. degree in Physics from the University of Colombo, Sri Lanka., in 1976. He obtained the Ph.D. in Atmospheric Physics from Uppsala University, Sweden, in 1982. He worked as a post-doctoral researcher at the State University of New York, Albany, from 1986 to 1988. At present he is associate professor at the Institute of High Voltage Research, Uppsala University.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

**III CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS ELECTRICOS
DE POTENCIA**

MODULO II: SISTEMA ELECTRICOS DE POTENCIA II

POWER GENERATION, OPERATION Y CONTROL

Octubre 1992

Power Generation, Operation, and Control

Allen J. Wood
Bruce F. Wollenberg

Power Technologies, Inc.
Schenectady, New York
and
Rensselaer Polytechnic Institute
Troy, New York

John Wiley & Sons

New York Chichester Brisbane Toronto Singapore

Contents

Chapter 1

Introduction

1.1 Purpose of Course	1
1.2 Course Scope	1
1.3 Economic Importance	2
1.4 Problems Solved and Unsolved	3
<i>Further Reading</i>	4

Chapter 2

Characteristics of Power Generation Units

2.1 Characteristics of Steam Units	5
2.2 Variations in Steam Unit Characteristics	9
2.3 Light-Water Moderated Nuclear Reactor Units	13
2.4 Hydroelectric Units	14
<i>Appendix Typical Generation Data</i>	17

Chapter 3

Economic Dispatch of Thermal Units and Methods of Solution

3.1 The Economic Dispatch Problem	23
3.2 Thermal System Dispatching with Network Losses Considered	28
3.3 The Lambda-Iteration Method	33
3.4 First-Order Gradient Method	36
3.5 Second-Order Gradient Method	42
3.6 Base Point and Participation Factors	44
3.7 Economic Dispatch versus Unit Commitment	46

<i>Appendix Optimization Within Constraints</i>	47	5.1.4.1 Hydro Constraints	117
<i>Further Reading</i>	58	5.1.4.2 Must Run	118
<i>Problems</i>	62	5.1.4.3 Fuel Constraints	118
 		5.2 Unit Commitment Solution Methods	118
Chapter 4		5.2.1 Priority-List Methods	119
Transmission Losses	65	5.2.2 Dynamic-Programming Solution	121
4.1 The Load-Flow Problem and Its Solution	66	5.2.2.1 Introduction	121
4.1.1 The Load-Flow Problem on a Direct Current Network	66	5.2.2.2 Backward DP Approach	122
4.1.2 The Formulation of the AC Load Flow	69	5.2.2.3 Forward DP Approach	122
4.1.2.1 The Gauss-Seidel Method	71	5.2.2.4 Restricted Search Ranges, Strategies, and Time-Dependent Problems	132
4.1.2.2 The Newton-Raphson Method	71	<i>Appendix Dynamic-Programming Applications</i>	138
4.1.3 The "DC" Load Flow	75	<i>Problems</i>	147
4.2 Transmission Losses	79	<i>Further Reading</i>	151
4.2.1 A Two-Generator System	79	 	
4.2.2 Coordination Equations, Incremental Losses, and Penalty Factors	80	Chapter 6	
4.2.3 The B Matrix Loss Formula	82	Generation with Limited Energy Supply	155
4.2.3.1 Derivation of the B Matrix Loss Formula	86	6.1 Introduction	155
4.2.3.2 Loss-Matrix Calculations	90	6.2 Take-or-Pay Fuel Supply Contract	156
4.2.4 Other Methods of Calculating Penalty Factors	92	6.3 Composite Generation Production Cost Function	160
4.2.4.1 A Discussion of Reference Bus versus Load Center Penalty Factors	92	6.4 Solution by Gradient Search Techniques	165
4.2.4.2 Reference Bus Penalty Factors Direct from the AC Load Flow	94	6.5 Hard Limits and Slack Variables	168
4.2.4.3 Reference Bus Penalty Factors Using the DC Load Flow	95	6.6 Fuel Scheduling by Linear Programming	170
4.2.4.4 Mathematical Relationship of Loss Matrix Penalty Factors and Reference Bus Penalty Factors	96	<i>Appendix Linear Programming</i>	177
<i>Appendix A Load-Flow Input Data</i>	99	<i>Problems</i>	185
<i>Appendix B Derivation of the B Matrix Loss Formula</i>	99	<i>Further Reading</i>	188
<i>Appendix C Jacobian Matrix in the Newton Power Flow</i>	104	 	
<i>Problems</i>	105	Chapter 7	
<i>Further Reading</i>	109	Hydrothermal Coordination	189
 		7.1 Introduction	189
Chapter 5		7.1.1 Long-range Hydro Scheduling	190
Unit Commitment	111	7.1.2 Short-range Hydro Scheduling	191
5.1 Introduction	111	7.2 Hydroelectric Plant Models	194
5.1.1 Constraints in Unit Commitment: Introduction	115	7.3 Scheduling Problems	194
5.1.2 Spinning Reserve	115	7.3.1 Types of Scheduling Problems	194
5.1.3 Thermal Unit Constraints	116	7.3.2 Scheduling Energy	198
5.1.4 Other Constraints	117	7.4 The Short-term Hydrothermal Scheduling Problem	203
		7.5 Short-term Hydro Scheduling: A Gradient Approach	208
		7.6 Hydro Units in Series	210
		7.7 Pumped-Storage Hydro Plants	211
		7.7.1 Pumped Storage Hydro Scheduling with a λ - γ Iteration	213
		7.7.2 Pumped Storage Scheduling by a Gradient Method	

7.8 Dynamic Programming Solution to the Hydrothermal Scheduling Problem	218
7.8.1 Extension to Other Cases	225
7.8.2 Dynamic Programming Solution to Multiple Hydro Plant Problem	225
<i>Appendix Hydro Scheduling with Storage Limitations</i>	230
<i>Problems</i>	233
<i>Further Reading</i>	237
Chapter 8	
Energy Production Cost Models for Fuel Budgeting and Planning	239
8.1 Introduction	239
8.2 Types of Production Cost Programs	242
8.3 Probabilistic Production Cost Programs	254
8.3.1 Probability Methods and Uses in Generation Planning	255
8.3.2 Probabilistic Production Cost Computations	261
8.3.3 Simulating Economic Scheduling	263
8.3.4 Scheduling Procedures	264
8.3.5 Scheduling Algorithm for Probabilistic Production Cost Computations	265
8.3.6 A Discussion of Some Practical Problems	274
8.4 Sample Computation and Exercise	280
8.4.1 No Forced Outages	281
8.4.2 Forced Outages Included	283
8.4.3 Results	284
<i>Problems</i>	286
<i>Further Reading</i>	287
Chapter 9	
Control of Generation	291
9.1 Introduction	291
9.2 Generator Model	292
9.3 Load Model	295
9.4 Prime-Mover Model	298
9.5 Governor Model	298
9.6 Tie-Line Model	303
9.7 Generation Control	307
9.7.1 Supplementary Control Action	307
9.7.2 Tie-Line Control	308
9.7.3 Generation Allocation	312

9.7.4 Automatic Generation Control (AGC) Implementation	313
9.7.5 AGC Features	315
<i>Problems</i>	317
<i>Further Reading</i>	320
Chapter 10	
Interchange Evaluation and Power Pools	323
10.1 Introduction	323
10.2 Economy Interchange	325
10.3 Economy Interchange Evaluation	327
10.4 Interchange Evaluation with Unit Commitment	330
10.5 Multiple Interchange Contracts	330
10.6 After-the-Fact Production Costing	331
10.7 Transmission Losses in Transaction Evaluation	334
10.8 Other Types of Interchange	337
10.8.1 Capacity Interchange	337
10.8.2 Diversity Interchange	337
10.8.3 Energy Banking	337
10.8.4 Emergency Power Interchange	338
10.8.5 Inadvertent Power Exchange	338
10.9 Power Pools	340
10.9.1 The Energy-Broker System	342
10.9.2 Centralized Economic Dispatch of a Power Pool	347
10.9.3 Allocating Pool Savings	351
<i>Problems</i>	354
<i>Further Reading</i>	
Chapter 11	
Power System Security	355
11.1 Introduction	355
11.2 Factors Affecting Power System Security	357
11.3 Contingency Analysis: Detection of Network Problems	358
11.3.1 Network Sensitivity Methods	363
11.3.2 Calculation of Network Sensitivity Factors	368
11.3.3 AC Load Flow Methods	373
11.4 Correcting the Generation Dispatch	374
11.4.1 Correcting the Generation Dispatch by Sensitivity Methods	375
11.4.2 Compensated Factors	376
11.4.3 Correcting the Generation Dispatch Using Linear Programming	377
<i>Problems</i>	384
<i>Further Reading</i>	387

Chapter 12

**An Introduction to State Estimation
in Power Systems**

	391
12.1 Introduction	391
12.2 Power System State Estimation	392
12.3 Maximum Likelihood Weighted Least-Squares Estimation	396
12.3.1 Introduction	396
12.3.2 Maximum Likelihood Concepts	398
12.3.3 Matrix Formulation	402
12.3.4 An Example of Weighted Least-Squares State Estimation	405
12.4 State Estimation of an AC Network	409
12.4.1 Development of Method	409
12.4.2 Typical Results of State Estimation on an AC Network	412
12.5 An Introduction to Advanced Topics in State Estimation	416
12.5.1 Detection and Identification of Bad Measurements	416
12.5.2 Estimation of Quantities Not Being Measured	422
12.5.3 Network Observability and Pseudomeasurements	422
12.6 Application of Power System State Estimation	427
<i>Appendix Derivation of Least-Squares Equations</i>	430
<i>Problems</i>	436
<i>Further Reading</i>	438

**Power Generation,
Operation,
and Control**

Introduction

1.1 PURPOSE OF COURSE

The objectives of a first-year, one-semester graduate course in electric power generation, operation, and control include the desire to

1. Acquaint electric power engineering students with power generation systems, their operation in an economic mode, and their control.
2. Introduce students to the important "terminal" characteristics for thermal and hydroelectric power generation systems.
3. Introduce mathematical optimization methods and apply them to practical operating problems.
4. Introduce methods for solving complicated problems involving both economic analysis and network analysis and illustrate these techniques with relatively simple problems.
5. Introduce methods that are used in modern control systems for power generation systems.

1.2 COURSE SCOPE

Topics to be addressed include

1. Power generation characteristics.
2. Economic dispatch and the general economic dispatch problem.
3. The economic dispatch problem for thermal units.

4. Methods of solution of the thermal dispatch problem.
5. Transmission losses.
6. Introduction to network transformation methods.
7. Loss formula in the economic dispatch, coordination equations.
8. Methods for solution of the coordination equations.
9. Unit commitment problem and an introduction to dynamic programming.
10. Economic dispatching in systems with limited energy availability.
11. The hydrothermal coordination problem.
12. Examples of solution methods for hydrothermal systems.
13. Probabilistic production cost calculations.
14. Power system control.
15. Capacity and energy interchange pricing analysis.
16. Techniques of analyzing power system security.
17. An introduction to least-squares techniques for power system state estimation.

In many cases this will be only an introduction to the topic area. Many additional problems and topics that represent important, practical problems would require more time and space than is available. Still other problems, such as those involving light-water nuclear reactors, would require several chapters to lay a firm foundation. These topics can only be the subject of a brief overview.

1.3 ECONOMIC IMPORTANCE

The efficient and optimum economic operation and planning of electric power generation systems have always occupied an important position in the electric power industry. Prior to 1973 and the oil embargo, that signaled the rapid escalation in fuel prices, electric utilities in the United States spent about 20% of their total revenues on fuel for the production of electrical energy. By 1980, that figure had risen to more than 40% of total revenues. In the 5 years after 1973, U.S. electric utility fuel costs escalated at a rate that averaged 25% compounded on an annual basis. The efficient use of the available fuel is growing in importance both monetarily and because most of the fuel used represents irreplaceable natural resources.

An idea of the magnitude of the amounts of money under consideration can be obtained by considering the annual operating expenses of a large utility for purchasing fuel. Assume the following parameters for a moderately large system.

Annual peak load: 10,000 MW
 Annual load factor: 60%
 Average annual heat rate for converting fuel to electric energy: 10,500 Btu/kWh
 Average fuel cost: \$2.00 per million Btu (MBtu)

With these assumptions the total annual fuel cost for this system is as follows.

Annual energy produced: $10^7 \text{ kW} \times 8760 \text{ h/yr} \times 0.60 = 5.256 \times 10^{10} \text{ kWh}$

Annual fuel consumption: $10,500 \text{ Btu/kWh} \times 5.256 \times 10^{10} \text{ kWh}$
 $= 55.188 \times 10^{13} \text{ Btu}$

Annual fuel cost: $55.188 \times 10^{13} \text{ Btu} \times 2 \times 10^{-6} \text{ \$/Btu} = \$1.104 \text{ billion}$

To put this cost in perspective, it represents a direct requirement for revenues from the average customer of this system of 2.1 cents per kWh just to recover the expense for fuel.

A savings in the operation of this system of a small percent represents a significant reduction in operating cost as well as in the quantities of fuel consumed. It is no wonder that this area has warranted a great deal of attention from engineers through the years.

Periodic increases in basic fuel price levels serve to accentuate the problem and increase its economic significance. Inflation also causes problems in developing and presenting methods, techniques, and examples of the economic operation of electric power generating systems. Actually, recent fuel costs always seem to be ancient history and entirely inappropriate to current conditions. To avoid leaving false impressions about the actual value of the methods to be discussed, all the examples and problems that are in the text are expressed in a nameless, fictional monetary unit to be designated as an "R".

1.4 PROBLEMS SOLVED AND UNSOLVED

This text represents a progress report in an engineering area that has been and is still undergoing rapid change. It concerns established engineering problem areas (i.e., economic dispatch and control of interconnected systems) that have taken on new importance in recent years. The original problem of economic dispatch for thermal systems was solved by numerous methods years ago. Recently there has been a rapid growth in applied mathematical methods and the availability of computational capability for solving problems of this nature so that more involved problems have been successfully solved.

The classic problem is the economic dispatch of fossil-fired generation systems to achieve minimum operating cost. This problem area has taken on a subtle twist as the public has become increasingly concerned with environmental matters, so that "economic dispatch" now includes the dispatch of systems to minimize pollutants and conserve various forms of fuel as well as to achieve minimum costs. In addition, there is a need to expand the limited economic optimization problem to incorporate constraints on system operation to ensure the "security" of the system, thereby preventing the collapse of the system due to unforeseen conditions. The hydrothermal coordination problem is another optimum operating problem area that has received a great deal of attention. Even so, there are difficult problems involving hydrothermal coordination that cannot be solved in a theoretically satisfying fashion in a rapid and efficient computational manner.

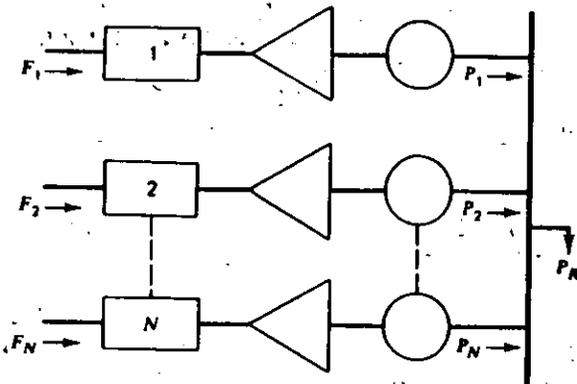


FIG. 3.1 N thermal units committed to serve a load of P_R .

essential constraint on the operation of this system is that the sum of the output powers must equal the load demand.

Mathematically speaking, the problem may be stated very concisely. That is, an objective function, F_T , is equal to the total cost for supplying the indicated load. The problem is to minimize F_T subject to the constraint that the sum of the powers generated must equal the received load. Note that any transmission losses are neglected and any operating limits are not explicitly stated when formulating this problem. That is,

$$F_T = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_N$$

$$= \sum_{i=1}^N F_i(P_i) \quad (3.1)$$

$$\phi = 0 = P_R - \sum_{i=1}^N P_i \quad (3.2)$$

This is a constrained optimization problem that may be attacked formally using advanced calculus methods that involve the LaGrange function.

In order to establish the necessary conditions for an extreme value of the objective function, add the constraint function to the objective function after the constraint function has been multiplied by an undetermined multiplier. This is known as the *LaGrange function* and is shown in Eq. 3.3.

$$\mathcal{L} = F_T + \lambda \phi \quad (3.3)$$

The necessary conditions for an extreme value of the objective function result when we take the first derivative of the LaGrange function with respect to each of the independent variables and set the derivatives equal to zero. In this case there are $N + 1$ variables, the N values of power output, P_i , plus the undetermined LaGrange multiplier, λ . The derivative of the LaGrange function with respect to the undetermined multiplier merely gives back the constraint equation. On the other hand, the N equations that result when we take the partial

derivative of the LaGrange function with respect to the power output values one at a time give the set of equations shown as Eq. 3.4.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} - \lambda = 0$$

or

$$0 = \frac{dF_i}{dP_i} - \lambda \quad (3.4)$$

That is, the necessary condition for the existence of a minimum cost operating condition for the thermal power system is that the incremental cost rates of all the units be equal to some undetermined value, λ . Of course, to this necessary condition we must add the constraint equation that the sum of the power outputs must be equal to the power demanded by the load. In addition, there are two inequalities that must be satisfied for each of the units. That is, the power output of each unit must be greater than or equal to the minimum power permitted and must also be less than or equal to the maximum power permitted on that particular unit.

These conditions and inequalities may be summarized as shown in the set of equations making up Eq. 3.5.

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda; \quad N \text{ equations}$$

$$P_{i, \min} \leq P_i \leq P_{i, \max}; \quad 2N \text{ inequalities}$$

$$\sum_{i=1}^N P_i = P_R; \quad 1 \text{ constraint}$$

(3.5)

When we recognize the inequality constraints, then the necessary conditions may be expanded slightly as shown in the set of equations making up Eq. 3.6.

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \quad \text{for } P_{i, \min} < P_i < P_{i, \max}$$

$$\frac{dF_i}{dP_i} \leq \lambda \quad \text{for } P_i = P_{i, \max}$$

$$\frac{dF_i}{dP_i} \geq \lambda \quad \text{for } P_i = P_{i, \min}$$

(3.6)

Several of the examples in this chapter use the following three generator units.

Unit 1: Coal-fired Steam Unit:

Max output = 600 MW

Min output = 150 MW

Input-output curve:

$$H_1 \left(\frac{\text{MBtu}}{\text{h}} \right) = 510.0 + 7.2 P_1 + 0.00142 P_1^2$$

Unit 2: Oil-fired Steam Unit:

Max output = 400 MW

Min output = 100 MW

Input-output curve:

$$H_2 \left(\frac{\text{MBtu}}{\text{h}} \right) = 310.0 + 7.85 P_2 + 0.00194 P_2^2$$

Unit 3: Oil-fired Steam Unit:

Max output = 200 MW

Min output = 50 MW

Input-output curve:

$$H_3 \left(\frac{\text{MBtu}}{\text{h}} \right) = 78.0 + 7.97 P_3 + 0.00482 P_3^2$$

EXAMPLE 3A

Suppose that we wish to determine the economic operating point for these three units when delivering a total of 850 MW. Before this problem can be solved, the fuel cost of each unit must be specified. Let the following fuel costs be in effect.

Unit 1: Fuel cost = 1.1 R/MBtu

Unit 2: Fuel cost = 1.0 R/MBtu

Unit 3: Fuel cost = 1.0 R/MBtu

Then

$$F_1(P_1) = H_1(P_1) \times 1.1 = 561 + 7.92 P_1 + 0.001562 P_1^2 \text{ R/h}$$

$$F_2(P_2) = H_2(P_2) \times 1.0 = 310 + 7.85 P_2 + 0.00194 P_2^2 \text{ R/h}$$

$$F_3(P_3) = H_3(P_3) \times 1.0 = 78 + 7.97 P_3 + 0.00482 P_3^2 \text{ R/h}$$

Using Eq. 3.5, the conditions for an optimum dispatch are

$$\frac{dF_1}{dP_1} = 7.92 + 0.003124 P_1 = \lambda$$

$$\frac{dF_2}{dP_2} = 7.85 + 0.00388 P_2 = \lambda$$

$$\frac{dF_3}{dP_3} = 7.97 + 0.00964 P_3 = \lambda$$

and

$$P_1 + P_2 + P_3 = 850 \text{ MW}$$

Solving for λ , one obtains

$$\lambda = 9.148 \text{ R/MWh}$$

and then solving for P_1 , P_2 , and P_3 ,

$$P_1 = 393.2 \text{ MW}$$

$$P_2 = 334.6 \text{ MW}$$

$$P_3 = 122.2 \text{ MW}$$

Note that all constraints are met, that is, each unit is within its high and low limit and the total output when summed over all three units meets the desired 850 MW total.

EXAMPLE 3B

Suppose the price of coal decreased to 0.9 R/MBtu. The fuel cost function for unit 1 becomes

$$F_1(P_1) = 459 + 6.48 P_1 + 0.00128 P_1^2$$

If one goes about the solution exactly as done here, the results are

$$\lambda = 8.284 \text{ R/MWh}$$

and

$$P_1 = 704.6 \text{ MW}$$

$$P_2 = 111.8 \text{ MW}$$

$$P_3 = 32.6 \text{ MW}$$

This solution meets the constraint requiring total generation to equal 850 MW, but units 1 and 3 are not within limit. To solve for the most economic dispatch while meeting unit limits, use Eq. 3.6.

Suppose unit 1 is set to its maximum output and unit 3 to its minimum output. The dispatch becomes

$$P_1 = 600 \text{ MW}$$

$$P_2 = 200 \text{ MW}$$

$$P_3 = 50 \text{ MW}$$

From Eq. 3.6, we see that λ must equal the incremental cost of unit 2 since it is not at either limit. Then

$$\lambda = \left. \frac{dF_2}{dP_2} \right|_{P_2=200} = 8.626 \text{ R/MWh}$$

Next, calculate the incremental cost for units 1 and 3 to see if they meet the conditions of Eq. 3.6.

$$\left. \frac{dF_1}{dP_1} \right|_{P_1=600} = 8.016 \text{ R/MWh}$$

$$\left. \frac{dF_3}{dP_3} \right|_{P_3=50} = 8.452 \text{ R/MWh}$$

Note that the incremental cost for unit 1 is less than λ , so unit 1 should be at its maximum. However, the incremental cost for unit 3 is not greater than λ , so unit 3 should not be forced to its minimum. Thus, to find the optimal dispatch, allow the incremental cost at units 2 and 3 to equal λ as follows.

$$P_1 = 600 \text{ MW}$$

$$\frac{dF_2}{dP_2} = 7.85 + 0.00388 P_2 = \lambda$$

$$\frac{dF_3}{dP_3} = 7.97 + 0.00964 P_3 = \lambda$$

$$P_2 + P_3 = 850 - P_1 = 250 \text{ MW}$$

which results in

$$\lambda = 8.576 \text{ R/MWh}$$

and

$$P_2 = 187.1 \text{ MW}$$

$$P_3 = 62.9 \text{ MW}$$

Note that this dispatch meets the conditions of Eq. 3.6 since

$$\left. \frac{dF_1}{dP_1} \right|_{P_1=600 \text{ MW}} = 8.016 \text{ R/MWh}$$

which is less than λ , while

$$\frac{dF_2}{dP_2} \text{ and } \frac{dF_3}{dP_3}$$

both equal λ .

3.2 THERMAL SYSTEM DISPATCHING WITH NETWORK LOSSES CONSIDERED

Figure 3.2 shows symbolically an all thermal power generation system connected to an equivalent load bus through a transmission network. The economic-dispatching problem associated with this particular configuration is slightly more complicated to set up than the previous case. This is because the constraint

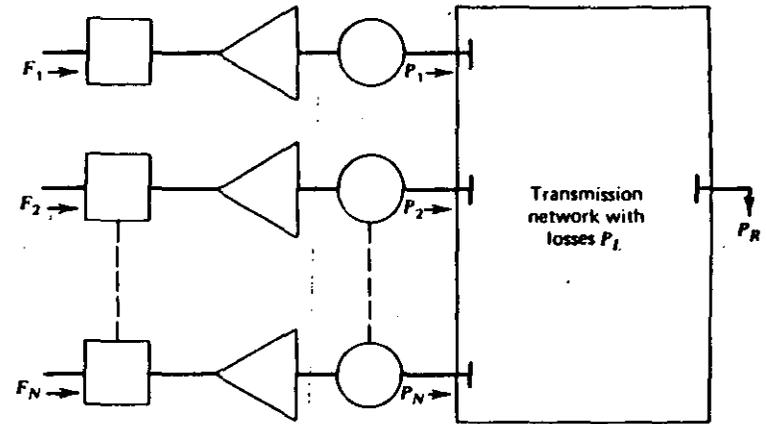


FIG. 3.2 N thermal units serving load through transmission network.

equation is now one that must include the network losses. The objective function, F_T , is the same as that defined for Eq. 3.1. However, the constraint equation previously shown in Eq. 3.2 must now be expanded to the one shown in Eq. 3.7.

$$P_R + P_L - \sum_{i=1}^N P_i = \phi = 0 \quad (3.7)$$

The same procedure is followed in the formal sense to establish the necessary conditions for a minimum cost operating solution. The LaGrange function is shown in Eq. 3.8. In taking the derivative of the LaGrange function with respect to each of the individual power outputs, P_i , it must be recognized that the loss in the transmission network, P_L , is a function of the network impedances and the currents flowing in the network. For our purposes, the currents will be considered only as a function of the independent variables P_i and the load P_R . Taking the derivative of the LaGrange function with respect to any one of the N values of P_i results in Eq. 3.9. There are N equations of this type to be satisfied along with the constraint equation shown in Eq. 3.7. This collection, Eq. 3.9 plus Eq. 3.7, is known collectively as the *coordination equations*.

$$\mathcal{L} = F_T + \lambda \phi \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = \frac{dF_i}{dP_i} - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \right) = 0 \quad (3.9)$$

or

$$\frac{dF_i}{dP_i} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \lambda$$

$$P_R + P_L - \sum_{i=1}^N P_i = 0$$

It is much more difficult to solve this set of equations than the previous set with no losses since this second set involves the computation of the network loss in order to establish the validity of the solution in satisfying the constraint equation. There have been two general approaches to the solution of this problem. The first is the development of a mathematical expression for the losses in the network solely as a function of the power output of each of the units. This is the loss-formula method discussed at some length in Kirchmayer (*Economic Operation of Power Systems*, Wiley, 1958). The other basic approach to the solution of this problem is to incorporate the load-flow equations as essential constraints in the formal establishment of the optimization problem. This general approach is known as the *optimal load flow*.

EXAMPLE 3C

Starting with the same units and fuel costs as in Example 3A, we will include a simplified loss expression.

$$P_L = 0.00003 P_1^2 + 0.00009 P_2^2 + 0.00012 P_3^2$$

This simplified loss formula will suffice to show the difficulties in calculating a dispatch for which losses are accounted. Note that real-world loss formulas are more complicated than the one used in this example (See Chapter 4).

Applying Eqs. 3.8 and 3.9,

$$\frac{dF_1}{dP_1} = \lambda \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_1} \right)$$

becomes

$$7.92 + 0.003124 P_1 = \lambda [1 - 2(0.00003)P_1]$$

Similarly for P_2 and P_3 ,

$$7.85 + 0.00388 P_2 = \lambda [1 - 2(0.00009)P_2]$$

$$7.97 + 0.00964 P_3 = \lambda [1 - 2(0.00012)P_3]$$

and

$$P_1 + P_2 + P_3 - 850 - P_L = 0$$

We no longer have a set of linear equations as in Example 3A. This necessitates a more complex solution procedure as follows.

Step 1 Pick a set of starting values for P_1 , P_2 , and P_3 that sum to the load.

Step 2 Calculate the incremental losses $\partial P_L / \partial P_i$ as well as the total losses P_L . The incremental losses and total losses will be considered constant until we return to step 2.

Step 3 Calculate the value of λ that causes P_1 , P_2 , and P_3 to sum to the total load plus losses. This is now as simple as the calculations in Example 3A since the equations are again linear.

Step 4 Compare the P_1 , P_2 , and P_3 from step 3 to the values used at the start of step 2. If there is no significant change in any one of the values, go to step 5, otherwise go back to step 2.

Step 5 Done.

Using this procedure, we obtain

Step 1 Pick the P_1 , P_2 , and P_3 starting values as

$$P_1 = 400.0 \text{ MW}$$

$$P_2 = 300.0 \text{ MW}$$

$$P_3 = 150.0 \text{ MW}$$

Step 2 Incremental losses are

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 2(0.00003)400 = 0.0240$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_2} = 2(0.00009)300 = 0.0540$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_3} = 2(0.00012)150 = 0.0360$$

Total losses are 15.6 MW

Step 3 We can now solve for λ using the following.

$$7.92 + 0.003124 P_1 = \lambda(1 - 0.0240) = \lambda(0.9760)$$

$$7.85 + 0.00388 P_2 = \lambda(1 - 0.0540) = \lambda(0.9460)$$

$$7.97 + 0.00964 P_3 = \lambda(1 - 0.0360) = \lambda(0.9640)$$

and

$$P_1 + P_2 + P_3 - 850 - 15.6 = P_1 + P_2 + P_3 - 865.6 = 0$$

These equations are now linear, so we can solve for λ directly. The results are

$$\lambda = 9.5252 \text{ R/MWh}$$

and the resulting generator outputs are

$$P_1 = 440.68$$

$$P_2 = 299.12$$

$$P_3 = 125.77$$

Step 4 Since these values for P_1 , P_2 , and P_3 are quite different from the starting values, we will return to step 2.

Step 2 The incremental losses are recalculated with the new generation values.

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 2(0.00003)440.68 = 0.0264$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_2} = 2(0.00009)299.12 = 0.0538$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_3} = 2(0.00012)125.77 = 0.0301$$

Total losses are 15.78 MW.

Step 3 The new incremental losses and total losses are incorporated into the equations, and a new value of λ and P_1 , P_2 , and P_3 are solved for

$$7.92 + 0.003124 P_1 = \lambda(1 - 0.0264) = \lambda(0.9736)$$

$$7.85 + 0.00388 P_2 = \lambda(1 - 0.0538) = \lambda(0.9462)$$

$$7.97 + 0.00964 P_3 = \lambda(1 - 0.0301) = \lambda(0.9699)$$

$$P_1 + P_2 + P_3 - 850 - 15.78 = P_1 + P_2 + P_3 - 865.78 = 0$$

resulting in $\lambda = 9.5275$ R/MWh and

$$P_1 = 433.94 \text{ MW}$$

$$P_2 = 300.11 \text{ MW}$$

$$P_3 = 131.74 \text{ MW}$$

Table 3.1 summarizes the iterative process used to solve this problem.

TABLE 3.1 Iterative Process Used to Solve Example 3.

Iteration	P_1 (MW)	P_2 (MW)	P_3 (MW)	Losses (MW)	Lambda (R/MWh)
Start	400.00	300.00	150.00	15.60	9.5252
1	440.68	299.12	125.77	15.78	9.5275
2	433.94	300.11	131.74	15.84	9.5285
3	435.87	299.94	130.42	15.83	9.5283
4	435.13	299.99	130.71	15.83	9.5284

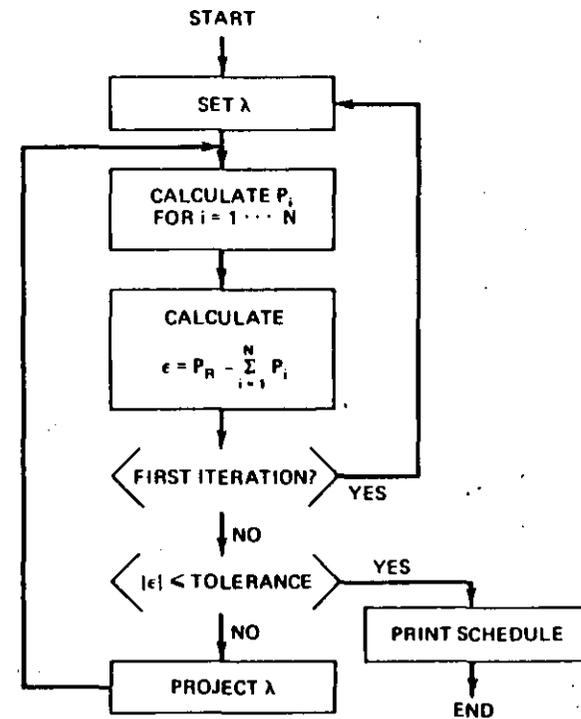


FIG. 3.3 Economic dispatch by the Lambda-iteration method.

3.3 THE LAMBDA-ITERATION METHOD

Figure 3.3 is a block diagram of the lambda-iteration method of solution for the all thermal, dispatching problem-neglecting losses. We can approach the solution to this problem by considering a graphical technique for solving the problem and then extending this into the area of computer algorithms.

Suppose we had a three-machine system and wish to find the optimum economic operating point. One approach would be to plot the incremental cost characteristics for each of these three units on the same graph, such as sketched in Figure 3.4. In order to establish the operating points of each of these three units such that we have minimum cost and at the same time satisfy the specified demand, we could use this sketch and a ruler to find the solution. That is, we could assume an incremental cost rate (λ) and find the power outputs of each of the three units for this value of incremental cost.

Of course, our first estimate will be incorrect. If we have assumed the value of incremental cost such that the total power output is too low, we must increase the λ value and try another solution. With two solutions, we can extrapolate (or

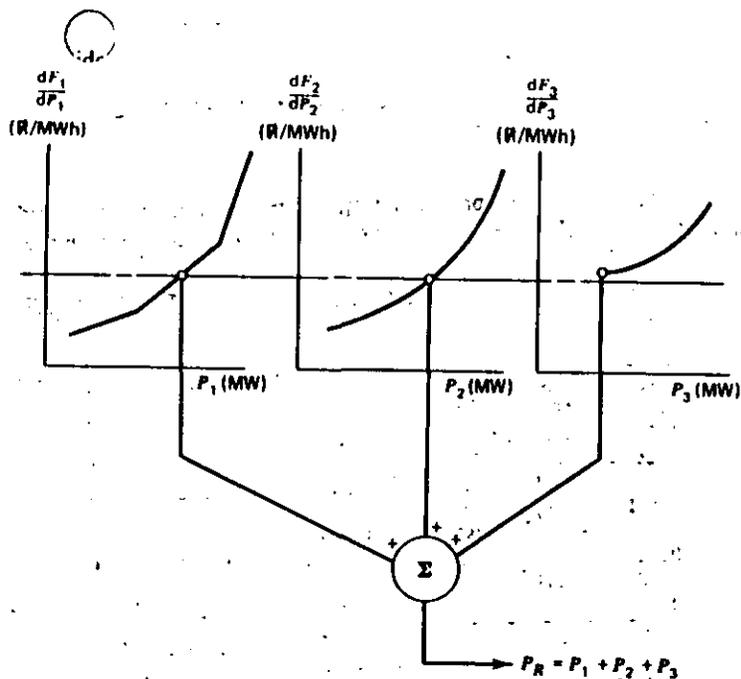


FIG. 3.4 Graphical solution to economic dispatch.

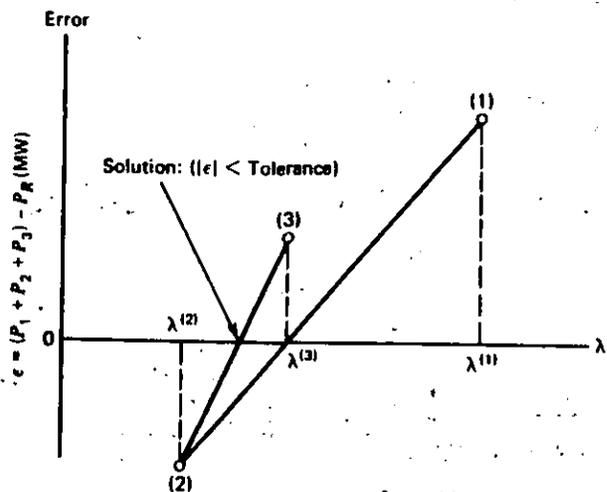


FIG. 3.5 Lambda projections.

interpolate) the two solutions to get closer to the desired value of total received power (see Figure 3.5).

By keeping track of the total demand versus the incremental cost, we can rapidly find the desired operating point. If we wished, we could manufacture a whole series of tables that would show the total power supplied for different incremental cost levels and combinations of units.

This same procedure can be adopted for a computer implementation as shown in Figure 3.3. That is, we will now establish a set of logical rules that would enable us to accomplish the same objective as we have just done with ruler and graph paper. The actual details of how the power output is established as a function of the incremental cost rate are of very little importance. We could, for example, store tables of data within the computer and interpolate between the stored power points to find exact power output for a specified value of incremental cost rate. Another approach would be to develop an analytical function for the power output as a function of the incremental cost rate, store this function (or its coefficients) in the computer, and use this to establish the output of each of the individual units.

This procedure is an iterative type of computation, and we must establish stopping rules. Two general forms of stopping rules seem appropriate for this application. The first is shown in Figure 3.3 and is essentially a rule based on finding the proper operating point within a specified tolerance. The other, not shown in Figure 3.3, involves counting the number of times through the iterative loop and stopping when a maximum number is exceeded.

The lambda-iteration procedure converges very rapidly for this particular type of optimization problem. The actual computational procedure is slightly more complex than that indicated in Figure 3.3 since it is necessary to observe the operating limits on each of the units during the course of the computation. The well-known Newton-Raphson method may be used to project the incremental cost value to drive the error between the computed and desired generation to zero.

EXAMPLE 3D

Assume that one wishes to use cubic functions to represent the input/output characteristics of generating plants as follows.

$$H \text{ (MBtu/h)} = A + BP + CP^2 + DP^3 \quad (P \text{ in MW})$$

For the three units, find the optimum schedule using the lambda-iteration method.

	A	B	C	D
Unit 1	.749.55	6.95	9.68×10^{-4}	1.27×10^{-7}
Unit 2	1285.0	7.051	7.375×10^{-4}	6.453×10^{-8}
Unit 3	1531.0	6.531	1.04×10^{-3}	9.98×10^{-8}

If we now select a particular pair of units to move (that is, both i and x), then we can drive the coefficient as close to zero as is possible. Neglecting any operating limits of the units, it would be possible to move the power of the i^{th} unit and x^{th} unit such that the two incremental costs will be equal and that the coefficient of the change in the output would vanish. This may easily be done for practical scheduling algorithms, particularly if the incremental cost characteristics are simple analytic functions or simple tabulated values. In that case, we can easily determine the "optimum step size" to take in each step of the gradient method. We would, however, restrict our movements so that we only moved in one direction at a time.

EXAMPLE 3E

Again, taking the data of Example 3A, solve for an economic dispatch of generation by the first-order gradient technique shown in Figure 3.6. The search will be started as follows.

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= 400 \text{ MW} \\ P_2 &= 300 \text{ MW} \\ P_3 &= 150 \text{ MW} \end{aligned} \right\} \text{Iteration 1}$$

We can use this starting point since it meets the condition that $P_1 + P_2 + P_3 = 850 \text{ MW}$. The dependent variable, x , will be unit 3 output P_3 . Then

$$\begin{aligned} \Delta F &= \left(\frac{dF_1}{dP_1} - \frac{dF_3}{dP_3} \right) \Delta P_1 + \left(\frac{dF_2}{dP_2} - \frac{dF_3}{dP_3} \right) \Delta P_2 \\ &= (-0.2464) \Delta P_1 + (-0.4020) \Delta P_2 \end{aligned}$$

and

$$F_T = 8200.47 \text{ R/h.}$$

Since the larger coefficient appears with ΔP_2 , we will move P_2 up. That is, we wish to decrease F (ΔF negative), so increasing P_2 (ΔP_2 positive) will achieve this since its coefficient is negative. The next iteration's conditions are (after increasing P_2 by 50 MW and decreasing P_3 by 50 MW)

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= 400 \text{ MW} \\ P_2 &= 350 \text{ MW} \\ P_3 &= 100 \text{ MW} \end{aligned} \right\} \text{Iteration 2}$$

which results in

$$\begin{aligned} \Delta F &= (0.2356) \Delta P_1 + (0.2740) \Delta P_2 \\ F_T &= 8197.27 \text{ R/h} \end{aligned}$$

Succeeding iterations are shown in the following table.

Iteration	P_1 (MW)	P_2 (MW)	P_3 (MW)	F (R/h)	ΔF	ΔP_1 (MW)	ΔP_2 (MW)	ΔP_3 (MW)
1	400	300	150	8200.47	$(-0.2464)\Delta P_1 + (-0.4020)\Delta P_2$	0	+50	-50
2	400	350	100	8197.27	$(0.2356)\Delta P_1 + (0.2740)\Delta P_2$	0	-25	+25
3	400	325	125	8194.65	$(-0.0054)\Delta P_1 + (-0.0064)\Delta P_2$	0	+12.5	-12.5
4	400	337.5	112.5	8194.90	$(0.1151)\Delta P_1 + (0.105)\Delta P_2$	-10	0	+10
5	390	337.5	122.5	8194.38	$(-0.01254)\Delta P_1 + (-0.00861)\Delta P_2$	+5	0	-5
6	395	337.5	117.5	8194.48	$(0.05128)\Delta P_1 + (0.0568)\Delta P_2$	0	-2.5	+2.5
7	395	335	120	8194.38	$(0.0272)\Delta P_1 + (0.023)\Delta P_2$	0	0	0

3.5 SECOND-ORDER GRADIENT METHOD

Let us return to the problem of finding the economic schedule for a given single level of demand. The gradient method shown in Section 3.4 may be refined and made more efficient by using the second-order terms of the Taylor series expansion of the total generation cost given in Eq. 3.10.

$$\begin{aligned}
 F_T + \Delta F_T &= F_1(P_1) + F_2(P_2) + \cdots + F_N(P_N) \\
 &+ \frac{dF_1}{dP_1} \Delta P_1 + \frac{dF_2}{dP_2} \Delta P_2 + \cdots + \frac{dF_N}{dP_N} \Delta P_N \\
 &+ \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 F_1}{dP_1^2} (\Delta P_1)^2 + \frac{d^2 F_2}{dP_2^2} (\Delta P_2)^2 + \cdots + \frac{d^2 F_N}{dP_N^2} (\Delta P_N)^2 \right) \\
 &+ \cdots
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Recall again that there are no mixed, second partial derivatives in the usual case. That is, the second derivative of the fuel cost rate of a given unit is normally only explicitly dependent on the power output of that unit, itself. That is,

$$\frac{\partial^2 F_i}{\partial P_i \partial P_j} = 0$$

for $i \neq j$. Also, the constraint requiring the sum of the power outputs of the individual units to equal the total demand must be treated as in Eqs. 3.12 and 3.13 in order that the schedule developed will not alter the frequency of the system. These are

$$\sum_{i=1}^N \Delta P_i = 0 \tag{3.16}$$

$$\Delta P_x = - \sum_{i \neq x} \Delta P_i \tag{3.17}$$

If we substitute the relationship of Eq. 3.17 into Eq. 3.15 keeping both the first- and second-order terms involving the perturbed powers, then we obtain

$$\begin{aligned}
 \Delta F_T &= \sum_{i \neq x} \left(\frac{dF_i}{dP_i} - \frac{dF_x}{dP_x} \right) \Delta P_i \\
 &+ \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i \neq x} \left[\frac{d^2 F_i}{dP_i^2} (\Delta P_i)^2 + \frac{d^2 F_2}{dP_2^2} (\Delta P_2)^2 + \cdots \right] \right. \\
 &\left. + \frac{d^2 F_x}{dP_x^2} (\Delta P_x^2 + \Delta P_2^2 + \cdots + 2\Delta P_1 \Delta P_2 + 2\Delta P_1 \Delta P_3 + \cdots) \right\} \tag{3.18}
 \end{aligned}$$

The change in the total operating cost, ΔF_T , can be treated using ordinary calculus methods since it is a function of the $N - 1$ independent changes in the power output levels, ΔP_i . There are no constraint conditions other than the limits on the plant outputs, which we will ignore at present. The best operating point

will be achieved when the partial derivative of ΔF_T with respect to each independent variable, ΔP_i , is zero. That is, the partial derivatives $\partial \Delta F_T / \partial \Delta P_i$ must be zero for all i , $i \neq x$. These derivatives result in a set of simultaneous equations.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Delta F_T}{\partial \Delta P_1} = 0 &= \left(\frac{dF_1}{dP_1} - \frac{dF_x}{dP_x} \right) + \frac{d^2 F_1}{dP_1^2} \Delta P_1 + \frac{d^2 F_x}{dP_x^2} \sum_{i \neq x} \Delta P_i \\
 \frac{\partial \Delta F_T}{\partial \Delta P_2} = 0 &= \left(\frac{dF_2}{dP_2} - \frac{dF_x}{dP_x} \right) + \frac{d^2 F_2}{dP_2^2} \Delta P_2 + \frac{d^2 F_x}{dP_x^2} \sum_{i \neq x} \Delta P_i
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

The presentation may be made somewhat clearer by letting

$$F'_i = \frac{dF_i}{dP_i} \tag{3.20}$$

and

$$F''_i = \frac{d^2 F_i}{dP_i^2}$$

both be evaluated for the initial operating point. Then the $N - 1$ simultaneous equations may be written in matrix form as

$$\begin{bmatrix} F''_1 + F''_x & F''_x & F''_x & \cdots \\ F''_x & F''_2 + F''_x & F''_x & \cdots \\ F''_x & F''_x & F''_3 + F''_x & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F'_1 - F'_x \\ F'_2 - F'_x \\ F'_3 - F'_x \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

The second-order gradient search method yields the multidimensional components of the gradient of the cost function by the following steps.

1. Start with a feasible solution and compute the elements of the matrix equation.
2. Invert the matrix to solve for the amounts to shift each generator.
3. Verify that the solution does not violate any constraint.
4. Check the values of the vector $(F'_i - F'_x)$ at the new operating point to see that all the incremental costs are equal given the operating limitations of each unit.

If the incremental costs are not equal, the procedure is repeated.

With a quadratic objective function, the second-order method will converge in one step assuming an unconstrained situation. The examples used in this text may lead you to the impression that the second-order method is one that always converges in a single step and does not seem to have any of the computational problems associated with the first-order methods. Don't you believe it! These methods all have their difficulties. Generally, in using gradient techniques it is the constraints that give rise to computational problems. (In some other optimization techniques these very same constraints are a blessing and serve to reduce the dimensionality of the problem.)

EXAMPLE 3F

We will solve the same dispatch problem (Example 3A) from the same starting conditions as in Example 3E using the second-order gradient method. The starting conditions are

$$P_1 = 400 \text{ MW}$$

$$P_2 = 300 \text{ MW}$$

$$P_3 = 150 \text{ MW}$$

$$F_1' = 9.1696 \text{ ₹/MWh} \quad F_1'' = 0.003124 \text{ (₹/MWh)/MW}$$

$$F_2' = 9.0140 \text{ ₹/MWh} \quad F_2'' = 0.00388 \text{ (₹/MWh)/MW}$$

$$F_3' = 9.4160 \text{ ₹/MWh} \quad F_3'' = 0.00964 \text{ (₹/MWh)/MW}$$

Then using Eq. 3.21,

$$\begin{bmatrix} F_1' + F_3' & F_3' \\ F_3' & F_2' + F_3' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_1' - F_3' \\ F_2' - F_3' \end{bmatrix}$$

or

$$\begin{bmatrix} 0.012764 & 0.00964 \\ 0.00964 & 0.01352 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -0.2464 \\ -0.4020 \end{bmatrix}$$

The solution of which is

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.8301 \\ 34.603 \end{bmatrix}$$

Then

$$P_1 = 400 - 6.83 = 393.17 \text{ MW}$$

$$P_2 = 300 + 34.6 = 334.6 \text{ MW}$$

and by definition $P_3 = 850 - P_1 - P_2 = 122.23 \text{ MW}$.

3.6 BASE POINT AND PARTICIPATION FACTORS

This method assumes that the economic dispatch problem has to be solved repeatedly by moving the generators from one economically optimum schedule to another as the load changes by a reasonably small amount. We start from a given schedule—the *base point*. Next, the scheduler assumes a load change and investigates how much each generating unit needs to be moved (i.e., “participate” in the load change) in order that the new load be served at the most economic operating point.

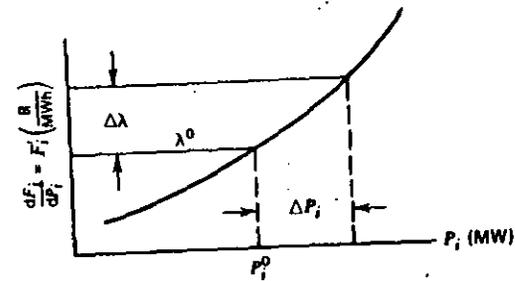


FIG. 3.7 Relationship of $\Delta\lambda$ and ΔP_i .

Assume that both the first and second derivatives in the cost versus power output function are available (i.e., both F_i' and F_i'' exist). The incremental cost curve of the i^{th} unit is given in Figure 3.7. As the unit load is changed by an amount ΔP_i , the system incremental cost moves from λ^0 to $\lambda^0 + \Delta\lambda$. For a small change in power output on this single unit,

$$\Delta\lambda_i = \Delta\lambda \cong F_i''(P_i^0) \Delta P_i \quad (3.22)$$

This is true for each of the N units on the system so that,

$$\Delta P_1 = \frac{\Delta\lambda}{F_1''}$$

$$\Delta P_2 = \frac{\Delta\lambda}{F_2''}$$

$$\Delta P_N = \frac{\Delta\lambda}{F_N''}$$

The total change in generation (= change in total system demand) is, of course, the sum of the individual unit changes. Let P_D be the total demand on the generators (where $P_D = P_R + \text{losses}$), then

$$\begin{aligned} \Delta P_D &= \Delta P_1 + \Delta P_2 + \dots + \Delta P_N \\ &= \Delta\lambda \sum_i \left(\frac{1}{F_i''} \right) \end{aligned} \quad (3.23)$$

The earlier equation, 3.22, can be used to find the *participation factor* for each unit as follows.

$$\left(\frac{\Delta P_i}{\Delta P_D} \right) = \frac{(1/F_i'')}{\sum_i (1/F_i'')} \quad (3.24)$$

The computer implementation of such a scheme of economic dispatch is straightforward. It might be done by provision of tables of the values of F_i'' as a

function of the load levels and devising a simple scheme to take the existing load plus the projected increase to look up these data and compute the factors.

A somewhat less elegant scheme to provide participation factors would involve a repeat economic dispatch calculation at $P_D^0 + \Delta P_D$. The base-point economic generation values are then subtracted from the new economic generation values and the difference divided by ΔP_D to provide the participation factors. This scheme works well in computer implementations where the execution time for the economic dispatch is short and will always give consistent answers when units reach limits or pass through break points on piecewise linear incremental cost functions.

EXAMPLE 3G

Starting from the optimal economic solution found in Example 3A, use the participation factor method to calculate the dispatch for a total load of 900 MW.

Using Eq. 3.24,

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_D} = \frac{(0.003124)^{-1}}{(0.003124)^{-1} + (0.00388)^{-1} + (0.00964)^{-1}} = \frac{320.10}{681.57} = 0.47$$

Similarly,

$$\frac{\Delta P_2}{\Delta P_D} = \frac{(0.00388)^{-1}}{681.57} = 0.38$$

$$\frac{\Delta P_3}{\Delta P_D} = \frac{103.73}{681.57} = 0.15$$

$$\Delta P_D = 900 - 850 = 50$$

The new value of generation is calculated using

$$P_{\text{new}_i} = P_{\text{base}_i} + \left(\frac{\Delta P_i}{\Delta P_D} \right) \Delta P_D \quad \text{for } i = 1, 2, 3$$

Then for each unit

$$P_{\text{new}_1} = 393.2 + (0.47)(50) = 416.7$$

$$P_{\text{new}_2} = 334.6 + (0.38)(50) = 353.6$$

$$P_{\text{new}_3} = 122.2 + (0.15)(50) = 129.7$$

3.7 ECONOMIC DISPATCH VERSUS UNIT COMMITMENT

At this point it may be well to emphasize the essential difference between the unit commitment and economic dispatch problem. The economic dispatch problem assumes that there are N units already connected to the system. The purpose of the

economic dispatch problem is to find the optimum operating policy for these N units. This is the problem that we have been investigating so far in this text.

On the other hand, the unit commitment problem is more complex. We may assume that we have N units available to us and that we have a forecast of the demand to be served. The question that is asked in the unit commitment problem area is approximately as follows.

Given that there are a number of subsets of the complete set of N generating units that would satisfy the expected demand, which of these subsets should be used in order to provide the minimum operating cost?

This unit commitment problem may be extended over some period of time, such as the 24 h of a day or the 168 h of a week. The unit commitment problem is a much more difficult problem to solve. The solution procedures involve the economic dispatch problem as a subproblem. That is, for each of the subsets of the total number of units that are to be tested, for any given set of them connected to the load the particular subset should be operated in optimum economic fashion. This will permit finding the minimum operating cost for that subset, but it does not establish which of the subsets is in fact the one that will give minimum cost over a period of time.

A later chapter will consider the unit commitment problem in some detail. The problem is more difficult to solve mathematically since it involves integer variables. That is, generating units must be either all on or all off. (How can you turn a switch half on?) Methods of solving optimization problems with integer variables have developed in recent years. The two most widely used techniques are *integer programming* and *dynamic programming*. A later section will explore the use of dynamic programming for the solution of a restricted range of unit commitment problems.

At this point (1983), there is no satisfactory, theoretically correct solution procedure for solving the unit commitment problem for a large system.

APPENDIX Optimization Within Constraints

Suppose you are trying to maximize or minimize a function of several variables. It is relatively straightforward to find the maximum or minimum using rules of calculus. First, of course, you must find a set of values for the variables where the first derivative of the function with respect to each variable is zero. In addition, the second derivatives should be used to determine whether the solution found is a maximum, minimum, or a saddle point.

In optimizing a real-life problem one is usually confronted with a function to be maximized or minimized as well as numerous constraints that must be met. The

constraints, sometimes called *side conditions*, can be other functions with conditions that must be met or they can be simple conditions such as limits on the variables themselves.

Before we begin this discussion on constrained optimization, we will put down some definitions. Since the objective is to maximize or minimize a mathematical function, we will call this function the *objective function*. The constraint functions and simple variable limits will be lumped under the term *constraints*. The region defined by the constraints is said to be the *feasible region* for the independent variables. If the constraints are such that no such region exists, that is, there are no values for the independent variables that satisfy all the constraints, then the problem is said to have an *infeasible* solution. When an optimum solution to a constrained optimization problem occurs at the boundary of the feasible region defined by a constraint, we say the constraint is *binding*. If the optimum solution lies away from the boundary, the constraint is *nonbinding*.

To begin, let us look at a simple elliptical objective function.

$$f(x_1, x_2) = 0.25x_1^2 + x_2^2 \quad (3A.1)$$

This is shown in Figure 3.8 for various values of f .

Note that the minimum value f can attain is zero, but that it has no finite maximum value. The following is an example of a constrained optimization problem.

$$\begin{aligned} \text{Minimize:} & \quad f(x_1, x_2) = 0.25x_1^2 + x_2^2 \\ \text{Subject to the Constraint:} & \quad \omega(x_1, x_2) = 0 \\ \text{Where:} & \quad \omega(x_1, x_2) = 5 - x_1 - x_2. \end{aligned} \quad (3A.2)$$

This optimization problem can be pictured as in Figure 3.9.

We need to observe that the optimum pictured gives the minimum value for our objective function, f , while also meeting the constraint function, ω . This optimum

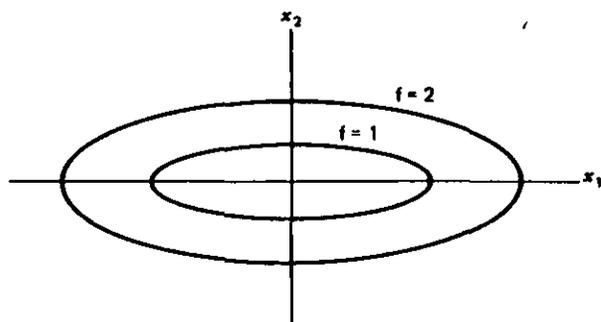


FIG. 3.8 Elliptical objective function.

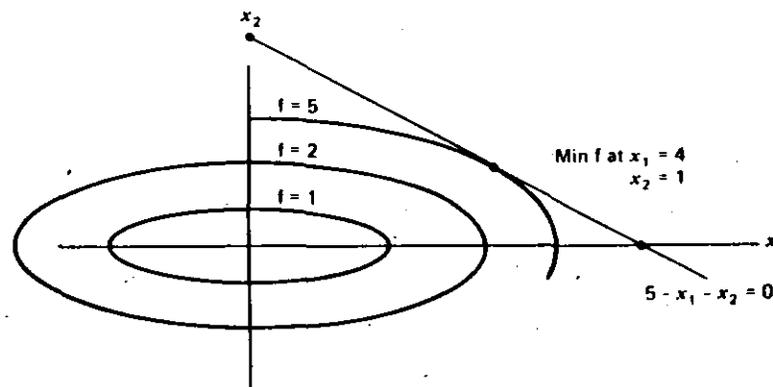


FIG. 3.9 Elliptical objective function with equality constraint.

point occurs where the function f is exactly tangent to the function ω . Indeed, this observation can be made more rigorous and will form the basis for our development of LaGrange multipliers.

First, redraw the function f for several values of f around the optimum point. At the point (x'_1, x'_2) calculate the gradient vector of f . This is pictured in Figure 3.10 as $\nabla f(x'_1, x'_2)$. Note that the gradient at (x'_1, x'_2) is perpendicular to f but not to ω and therefore has a nonzero component along ω . Similarly, at the point (x''_1, x''_2) the gradient of f has a nonzero component along ω . The nonzero component of the

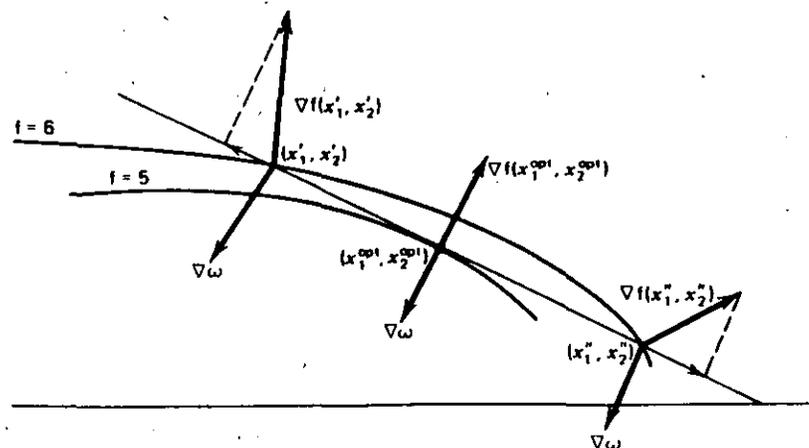


FIG. 3.10 Gradients near a constrained optimum.

gradient along ω tells us that a small move along ω in the direction of this component will increase the objective function. Therefore, to minimize f we should go along ω in the opposite direction to the component of the gradient projected onto ω . At the optimum point, the gradient of f is perpendicular (mathematicians say "normal") to ω and therefore there can be no improvement in f by moving off this point. We can solve for this optimum point mathematically by using this "normal" property at the optimum. To guarantee that the gradient of f , (i.e. ∇f) is normal to ω we simply require that ∇f and the gradient of ω , $\nabla\omega$, be linearly dependent vectors. Vectors that are linearly dependent must "line up" with each other (i.e., they point in exactly the same or exactly the opposite direction) although they may be different in magnitude. Mathematically, we can then set up the following equation.

$$\nabla f + \lambda \nabla\omega = 0 \quad (3A.3)$$

That is, the two gradients can be added together in such a way that they cancel each other as long as one of them is scaled. The scaling variable, λ , is called a *LaGrange multiplier*, and instead of using the gradients as shown in Eq. 3A.3, we will restate them as

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) = f(x_1, x_2) + \lambda\omega(x_1, x_2) \quad (3A.4)$$

This equation is called the *LaGrange equation* and consists of three variables, x_1 , x_2 , and λ . When we solve for the optimum values for x_1 and x_2 , we will automatically calculate the correct value for λ . To meet the conditions set down in Eq. 3A.3, we simply require that the partial derivative of \mathcal{L} with respect to each of the unknown variables, x_1 , x_2 , and λ , be equal to zero. That is,

At the Optimum

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= 0 \end{aligned} \quad (3A.5)$$

To show how this works, solve for the optimum point for the sample problem using LaGrange's method.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x_1, x_2, \lambda) &= 0.25x_1^2 + x_2^2 + \lambda(5 - x_1 - x_2) \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= 0.5x_1 - \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= 2x_2 - \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= 5 - x_1 - x_2 = 0 \end{aligned} \quad (3A.6)$$

Note that the last equation in (3A.6) is simply the original constraint equation. The solution to Eq. 3A.6 is

$$\begin{aligned} x_1 &= 4 \\ x_2 &= 1 \\ \lambda &= 2 \end{aligned} \quad (3A.7)$$

When there is more than one constraints present in the problem, the optimum point can be found in a similar manner to that just used. Suppose there were three constraints to be met, then our problem would be as follows,

Minimize: $f(x_1, x_2)$

Subject to: $\omega_1(x_1, x_2) = 0$

$$\omega_2(x_1, x_2) = 0 \quad (3A.8)$$

$$\omega_3(x_1, x_2) = 0$$

The optimum point would possess the property that the gradient of f and the gradients of ω_1 , ω_2 , and ω_3 are linearly dependent. That is,

$$\nabla f + \lambda_1 \nabla\omega_1 + \lambda_2 \nabla\omega_2 + \lambda_3 \nabla\omega_3 = 0 \quad (3A.9)$$

Again, we can set up a LaGrangian equation as before.

$$\mathcal{L} = f(x_1, x_2) + \lambda_1\omega_1(x_1, x_2) + \lambda_2\omega_2(x_1, x_2) + \lambda_3\omega_3(x_1, x_2) \quad (3A.10)$$

whose optimum occurs at

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_1} &= 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} &= 0 & \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_3} &= 0 \end{aligned} \quad (3A.11)$$

Up until now we have assumed that all the constraints in the problem were equality constraints, that is, $\omega(x_1, x_2, \dots) = 0$. In general, however, optimization problems involve inequality constraints, that is, $g(x_1, x_2, \dots) \leq 0$ as well as equality constraints. The optimal solution to such problems will not necessarily require all the inequality constraints to be binding. Those that are binding will result in $g(x_1, x_2, \dots) = 0$ at the optimum.

The fundamental rule that tells when the optimum has been reached is presented in a famous paper by Kuhn and Tucker (3). *The Kuhn-Tucker conditions*, as they are called, are presented here.

Minimize: $f(\mathbf{x})$

Subject to: $\omega_i(\mathbf{x}) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N\omega$

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, Ng$$

\mathbf{x} = vector of real numbers, dimension = N

Then forming the LaGrange function,

$$\mathcal{L}(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^{N\omega} \lambda_i \omega_i(x) + \sum_{i=1}^{Ng} \mu_i g_i(x)$$

The conditions for an optimum for the point x^0, λ^0, μ^0 are

1. $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i}(x^0, \lambda^0, \mu^0) = 0$ for $i = 1 \cdots N$
2. $\omega_i(x^0) = 0$ for $i = 1 \cdots N\omega$
3. $g_i(x^0) \leq 0$ for $i = 1 \cdots Ng$
4. $\left. \begin{array}{l} \mu_i^0 g_i(x^0) = 0 \\ \mu_i^0 \geq 0 \end{array} \right\}$ for $i = 1 \cdots Ng$

The first condition is simply the familiar set of partial derivatives of the LaGrange function that must equal zero at the optimum. The second and third conditions are simply a restatement of the constraint conditions on the problem. The fourth condition, often referred to as *the complimentary slackness condition*, provides a concise mathematical way to handle the problem of binding and nonbinding constraints. Since the product $\mu_i^0 g_i(x^0)$ equals zero, either μ_i^0 is equal to zero or $g_i(x^0)$ is equal to zero, or both are equal to zero. If μ_i^0 is equal to zero, $g_i(x^0)$ is free to be nonbinding; if μ_i^0 is positive, then $g_i(x^0)$ must be zero. Thus we have a clear indication of whether the constraint is binding or not by looking at μ_i^0 .

To illustrate how the Kuhn-Tucker equations are used, we will add an inequality constraint to the sample problem used earlier in this appendix. The problem we will solve is as follows.

Minimize: $f(x_1, x_2) = 0.25x_1^2 + x_2^2$

Subject to: $\omega(x_1, x_2) = 5 - x_1 - x_2 = 0$

$g(x_1, x_2) = x_1 + 0.2x_2 - 3 \leq 0$

which can be illustrated as in Figure 3.11.

First, set up the LaGrange equation for the problem.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= f(x_1, x_2) + \lambda[\omega(x_1, x_2)] + \mu[g(x_1, x_2)] \\ &= 0.25x_1^2 + x_2^2 + \lambda(5 - x_1 - x_2) + \mu(x_1 + 0.2x_2 - 3) \end{aligned}$$

The first condition gives

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} &= 0.5x_1 - \lambda + \mu = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} &= 2x_2 - \lambda + 0.2\mu = 0 \end{aligned}$$

The second condition gives

$$5 - x_1 - x_2 = 0$$

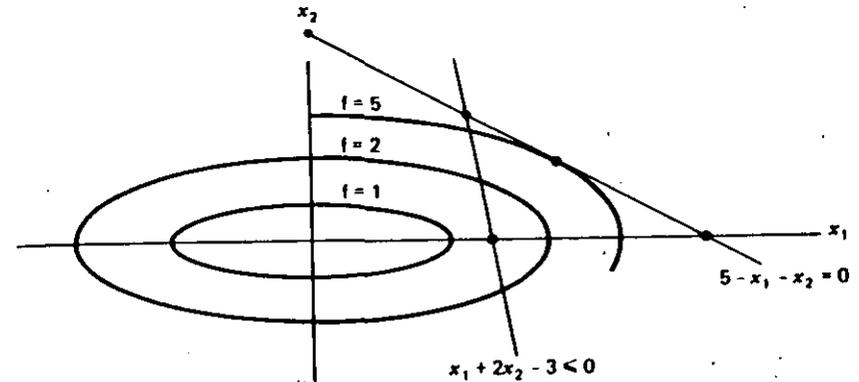


FIG. 3.11 Elliptical objective function with equality and inequality constraints.

The third condition gives

$$x_1 + 0.2x_2 - 3 \leq 0$$

The fourth condition gives

$$\begin{aligned} \mu(x_1 + 0.2x_2 - 3) &= 0 \\ \mu &\geq 0 \end{aligned}$$

At this point we are confronted with the fact that the Kuhn-Tucker conditions only give necessary conditions for a minimum, not a precise procedure as to how that minimum is to be found. To solve the problem just presented we must literally experiment with various solutions until we can verify that one of the solutions meets all four conditions. First, let $\mu = 0$, which implies that $g(x_1, x_2)$ can be less than or equal to zero. However, if $\mu = 0$, we can see that the first and second conditions give the same solution as we had previously without the inequality constraint. But the previous solution violates our inequality constraint; and therefore the four Kuhn-Tucker conditions do not hold with $\mu = 0$. In summary

If $\mu = 0$, then by conditions 1 and 2

$$\begin{aligned} x_1 &= 4 \\ x_2 &= 1 \\ \lambda &= 2 \end{aligned}$$

but

$$g(x_1, x_2) \Big|_{\substack{x_1=4 \\ x_2=1}} = 4 + 0.2(1) - 3 = 1.2 \not\leq 0$$

Now we will try a solution in which $\mu > 0$. In this case $g(x_1, x_2)$ must be exactly zero and our solution can be found by solving for the intersection of $g(x_1, x_2)$ and

$\omega(x_1, x_2)$, which occurs at $x_1 = 2.5, x_2 = 2.5$. Further, condition 1 gives $\lambda = 5.9375$ and $\mu = 4.6875$ and all four of the Kuhn-Tucker conditions are met. In summary

If $\mu > 0$, then by conditions 2 and 3

$$x_1 = 2.5$$

$$x_2 = 2.5$$

by condition 1

$$\lambda = 5.9375$$

$$\mu = 4.6875$$

and

$$g(x_1, x_2)|_{x_1=x_2=2.5} = 2.5 + 0.2(2.5) - 3 = 0$$

All conditions are met.

Considerable insight can be gained into the characteristics of optimal solutions through use of the Kuhn-Tucker conditions. One important insight comes from formulating the optimization problem so that it reflects our standard power system economic dispatch problems. Specifically, we will assume that the objective function consists of a sum of individual cost functions each of which is a function of only one variable. For example,

$$f(x_1, x_2) = C_1(x_1) + C_2(x_2)$$

Further, we will restrict this problem to have one equality constraint of the form

$$\omega(x_1, x_2) = L - x_1 - x_2 = 0$$

and a set of inequality constraints that act to restrict the problem variables within an upper and lower limit. That is,

$$x_1 \leq x_1 \leq x_1^+ \rightarrow \begin{cases} g_1(x_1) = x_1 - x_1^+ \leq 0 \\ g_2(x_1) = x_1^- - x_1 \leq 0 \end{cases}$$

$$x_2^- \leq x_2 \leq x_2^+ \rightarrow \begin{cases} g_3(x_2) = x_2 - x_2^+ \leq 0 \\ g_4(x_2) = x_2^- - x_2 \leq 0 \end{cases}$$

Then the LaGrange function becomes

$$\begin{aligned} &= f(x_1, x_2) + \lambda\omega(x_1, x_2) + \mu_1g_1(x_1) + \mu_2g_2(x_1) + \mu_3g_3(x_2) + \mu_4g_4(x_2) \\ &= C_1(x_1) + C_2(x_2) + \lambda(L - x_1 - x_2) + \mu_1(x_1 - x_1^+) + \mu_2(x_1^- - x_1) \\ &\quad + \mu_3(x_2 - x_2^+) + \mu_4(x_2^- - x_2) \end{aligned}$$

Condition 1 gives

$$C_1'(x_1) - \lambda + \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$C_2'(x_2) - \lambda + \mu_3 - \mu_4 = 0$$

Condition 2 gives

$$L - x_1 - x_2 = 0$$

Condition 3 gives

$$x_1 - x_1^+ \leq 0$$

$$x_1^- - x_1 \leq 0$$

$$x_2 - x_2^+ \leq 0$$

$$x_2^- - x_2 \leq 0$$

Condition 4 gives

$$\mu_1(x_1 - x_1^+) = 0 \quad \mu_1 \geq 0$$

$$\mu_2(x_1^- - x_1) = 0 \quad \mu_2 \geq 0$$

$$\mu_3(x_2 - x_2^+) = 0 \quad \mu_3 \geq 0$$

$$\mu_4(x_2^- - x_2) = 0 \quad \mu_4 \geq 0$$

Case 1

If the optimum solution occurs at values for x_1 and x_2 that are not at either an upper or a lower limit, then all μ 's are equal to zero and

$$C_1'(x_1) = C_2'(x_2) = \lambda$$

That is, the incremental costs associated with each variable are equal and this value is exactly the λ we are interested in.

Case 2

Now suppose that the optimum solution requires that x_1 be at its upper limit (i.e., $x_1 - x_1^+ = 0$) and that x_2 is not at its upper or lower limit. Then

$$\mu_1 \geq 0$$

and μ_2, μ_3 , and μ_4 will each equal zero. Then, from condition 1,

$$C_1'(x_1) = \lambda - \mu_1 \rightarrow C_1'(x_1) \leq \lambda$$

$$C_2'(x_2) = \lambda$$

Therefore, the incremental cost associated with the variable that is at its upper limit will always be less than or equal to λ , whereas the incremental cost associated with the variable that is not at limit will exactly equal λ .

Case 3

Now suppose the opposite of Case 2 obtains, that is, let the optimum solution require x_1 to be at its lower limit (i.e., $x_1^- - x_1 = 0$) and again assume that x_2 is

not at its upper or lower limit. Then

$$\mu_2 \geq 0$$

and $\mu_1, \mu_3,$ and μ_4 will each equal zero. Then from condition 1

$$C_1'(x_1) = \lambda + \mu_2 \Rightarrow C_1'(x_1) \geq \lambda$$

$$C_2'(x_2) = \lambda$$

Therefore, the incremental cost associated with a variable at its lower limit will be greater than or equal to λ whereas, again, the incremental cost associated with the variable that is not at limit will equal λ .

Case 4

If the optimum solution requires that both x_1, x_2 are at limit and the equality constraint can be met, then λ and the nonzero μ 's are indeterminate. For example, suppose the optimum required that

$$x_1 - x_1^+ = 0$$

and

$$x_2 - x_2^+ = 0$$

Then

$$\mu_1 \geq 0 \quad \mu_3 \geq 0 \quad \mu_2 = \mu_4 = 0$$

Condition 1 would give

$$C_1'(x_1) = \lambda - \mu_1$$

$$C_2'(x_2) = \lambda - \mu_3$$

and the specific values for $\lambda, \mu_1,$ and μ_3 would be undetermined. In summary, for the general problem of N variables

$$\text{Minimize:} \quad C_1(x_1) + C_2(x_2) + \dots + C_N(x_N)$$

$$\text{Subject to:} \quad L - x_1 - x_2 - \dots - x_N = 0$$

$$\text{And:} \quad \left. \begin{array}{l} x_i - x_i^+ \leq 0 \\ x_i^- - x_i \leq 0 \end{array} \right\} \text{for } i = 1 \dots N$$

Let the optimum lie at $x_i = x_i^{\text{opt}} \quad i = 1 \dots N$ and assume that at least one x_i is not at limit. Then

$$\text{If } x_i^{\text{opt}} < x_i^+ \text{ and } x_i^{\text{opt}} > x_i^-, \text{ then } C_i'(x_i^{\text{opt}}) = \lambda$$

$$\text{If } x_i^{\text{opt}} = x_i^+ \quad C_i'(x_i^{\text{opt}}) \leq \lambda$$

$$\text{If } x_i^{\text{opt}} = x_i^- \quad C_i'(x_i^{\text{opt}}) \geq \lambda$$

Slack Variable Formulation

An alternate approach to the optimization problem with inequality constraints requires that all inequality constraints be made into equality constraints. This is done by adding slack variables in the following way.

$$\text{If:} \quad g(x_1) = x_1 - x_1^+ \leq 0$$

$$\text{Then:} \quad g(x_1, S_1) = x_1 - x_1^+ + S_1^2 = 0$$

We add S_1^2 rather than S_1 so that S_1 need not be limited in sign.

Making all inequality constraints into equality constraints eliminates the need for conditions 3 and 4 of the Kuhn-Tucker conditions. However, as we will see shortly, the result is essentially the same. Let us use our two variable problem again.

$$\text{Minimize:} \quad f(x_1, x_2) = C_1(x_1) + C_2(x_2)$$

$$\text{Subject to:} \quad \omega(x_1, x_2) = L - x_1 - x_2 = 0$$

$$\text{And:} \quad g_1(x_1) = x_1 - x_1^+ \leq 0 \quad \text{or} \quad g_1(x_1, S_1) = x_1 - x_1^+ + S_1^2 = 0$$

$$g_2(x_1) = x_1^- - x_1 \leq 0 \quad g_2(x_1, S_2) = x_1^- - x_1 + S_2^2 = 0$$

$$g_3(x_2) = x_2 - x_2^+ \leq 0 \quad g_3(x_2, S_3) = x_2 - x_2^+ + S_3^2 = 0$$

$$g_4(x_2) = x_2^- - x_2 \leq 0 \quad g_4(x_2, S_4) = x_2^- - x_2 + S_4^2 = 0$$

The resulting LaGrange function is

$$\mathcal{L} = f(x_1, x_2) + \lambda_0 \omega(x_1, x_2) + \lambda_1 g_1(x_1, S_1) + \lambda_2 g_2(x_1, S_2) + \lambda_3 g_3(x_2, S_3) + \lambda_4 g_4(x_2, S_4)$$

Note that all constraints are now equality constraints, so we have used only λ 's as LaGrange multipliers.

$$\text{Condition 1 Gives:} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = C_1'(x_1) - \lambda_0 + \lambda_1 - \lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = C_2'(x_2) - \lambda_0 + \lambda_3 - \lambda_4 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_1} = 2 \lambda_1 S_1 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_2} = 2 \lambda_2 S_2 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_3} = 2 \lambda_3 S_3 = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_4} = 2 \lambda_4 S_4 = 0$$

Condition 2 Gives:

$$\begin{aligned}
 L - x_1 - x_2 &= 0 \\
 (x_1 - x_1^+ + S_1^2) &= 0 \\
 (x_1^- - x_1 + S_2^2) &= 0 \\
 (x_2 - x_2^+ + S_3^2) &= 0 \\
 (x_2^- - x_2 + S_4^2) &= 0
 \end{aligned}$$

We can see that the derivatives of the LaGrange function with respect to the slack variables provide us once again with a complimentary slackness rule. For example, if $2\lambda_1 S_1 = 0$, then either $\lambda_1 = 0$ and S_1 is free to be any value or $S_1 = 0$ and λ_1 is free (or λ_1 and S_1 can both be zero). Since there are as many problem variables whether one uses the slack variable form or the inequality constraint form, there is little advantage to either other than perhaps a conceptual advantage to the student.

PROBLEMS

3.1 Assume that the fuel inputs in Btu per hour for units 1 and 2, which are both on-line, are given by

$$\begin{aligned}
 H_1 &= 8P_1 + 0.024P_1^2 + 80 \\
 H_2 &= 6P_2 + 0.04P_2^2 + 120
 \end{aligned}$$

where

H_n = fuel input to unit n in MBtu per hour (millions of Btu per hour)
 P_n = unit output in megawatts

- Plot the input-output characteristics for each unit expressing input in MBtu per hour and output in megawatts. Assume that the minimum loading of each unit is 20 MW and that the maximum loading is 100 MW.
- Calculate the net heat rate in Btu/kWh, and plot against output in megawatts.
- Assume that the cost of fuel is 1.5 R/MBtu. Calculate the incremental production cost in R/MWh of each unit, and plot against output in megawatts.

3.2 Dispatch with Three Segment Piecewise Linear Incremental Heat Rate Function

Given: Two generating units with incremental heat rate curves (IHR) specified as three connected line segments (four points as shown in Figure 3.12).

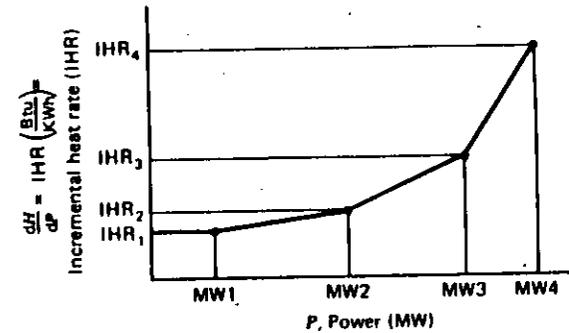


FIG. 3.12 Piecewise linear incremental heat rate curve for Problem 3.2.

Unit 1

Point	MW	IHR (Btu/kWh)
1	100	7000
2	200	8200
3	300	8900
4	400	11000

Fuel cost for unit 1 = 1.60 R/MBtu.

Unit 2

Point	MW	IHR (Btu/kWh)
1	150	7500
2	275	7700
3	390	8100
4	450	8500

Fuel cost for unit 2 = 2.10 R/MBtu.

Both units are running. Calculate the optimum schedule (i.e., the unit megawatt output for each unit) for various total megawatt values to be supplied by the units. Find the schedule for these total megawatt values.

300 MW
 500 MW
 700 MW
 840 MW

Notes: Piecewise linear increment cost curves are quite common in digital computer executions of economic dispatch. The problem is best solved by using a "search" technique. In such a technique, the incremental cost is given a value

and the units are scheduled to meet this incremental cost. The megawatt outputs for the units are added together and compared to the desired total. Depending on the difference, and whether the resulting total is above or below the desired total, a new value of incremental cost is "tried." This is repeated until the incremental cost is found that gives the correct desired value. The trick is to search in an efficient manner so that the number of iterations is minimized.

3.3 Assume the system load served by the two units of Problem 3.1 varies from 50 to 200 MW. For the data of Problem 3.1 plot the outputs of units 1 and 2 as a function of total system load when scheduling generation by equal incremental production costs. Assume that both units are operating.

3.4 As an exercise, obtain the optimum loading of the two generating units in Problem 3.1 using the following technique. The two units are to deliver 100 MW. Assume both units are on-line and delivering power. Plot the total fuel cost for 100 MW of delivered power as generation is shifted from one unit to the other. Find the minimum cost. The optimum schedule should check with the schedule obtained by equal incremental production costs.

3.5 This problem demonstrates the complexity involved when we must commit (turn on) generating units as well as dispatch them economically. This problem is known as the *unit commitment problem* and is the subject of Chapter 5.

Given the two generating units in Problem 3.1, assume that they are both off-line at the start. Also assume that load starts at 50 MW and increases to 200 MW. The most economic schedule to supply this varying load will require committing one unit first, followed by commitment of the second unit when the load reaches a higher level.

Determine which unit to commit first and at what load the remaining unit should be committed. Assume no "start-up" costs for either unit.

3.6 The system to be studied consists of two units described in Problem 3.1. Assume a daily load cycle as follows.

Time Band	Load (MW)
0000-0600	50
0600-1800	150
1800-0000	50

Also, assume that a cost of 180 R is incurred in taking either unit off line and returning it to service after 12 h. Consider the 24-h period from 0600 one morning to 0600 the next morning.

a. Would it be more economical to keep both units in service for this 24-h period or to remove one of the units from service for the 12-h period from 1800 one evening to 0600 the next morning?

- b. What is the economic schedule for the period of time from 0600 to 1800 (load = 150 MW)?
- c. What is the economic schedule for the period of time from 1800 to 0600 (load = 50 MW)?

3.7 Assume that all three of the thermal units described in the following table are running. Find the economic dispatch schedules as requested in each part. Use the method and starting conditions given

Unit Data	Minimum (MW)	Maximum (MW)	Fuel Cost (R/MBtu)
$H_1 = 225 + 8.4 P_1 + 0.0025 P_1^2$	45	350	0.80
$H_2 = 729 + 6.3 P_2 + 0.0081 P_2^2$	45	350	1.02
$H_3 = 400 + 7.5 P_3 + 0.0025 P_3^2$	47.5	450	0.90

- a. Use the lambda-iteration method to find the economic dispatch for a total demand of 450 MW.
- b. Use the base-point and participation factor method to find the economic schedule for a demand of 495 MW. Start from the solution to part a.
- c. Use a gradient method to find the economic schedule for a total demand of 500 MW assuming the initial conditions (i.e., loadings) on the three units are

$$P_1 = P_3 = 100 \text{ MW} \quad \text{and} \quad P_2 = 300 \text{ MW}$$

Give the individual unit loadings and cost per hour as well as the total cost per hour to supply each load level. (MBtu = millions of BTU; H_j = heat input in MBtu/h; P_i = electric power output in MW; $i = 1, 2, 3$.)

3.8 Thermal Scheduling with Straight-Line Segments for Input-Output Curves

The following data apply to three thermal units. Compute and sketch the input-output characteristics and the incremental heat rate characteristics. Assume the unit input-output curves consist of straight-line segments between the given power points.

Unit No.	Power Output (MW)	Net Heat Rate (Btu/kWh)
1	45	13,512.5
	300	9,900.0
	350	9,918.0
2	45	22,764.5
	200	11,465.0
	300	11,060.0
3	350	11,117.9
	47.5	16,039.8
	200	10,000.0
	300	9,583.3
	450	9,513.9

Fuel costs are

Unit No.	Fuel Cost (₹/MBtu)
1	0.61
2	0.75
3	0.75

Compute the economic schedule for system demands of 300, 460, 500, and 650 MW, assuming all three units are on-line. Give unit loadings and costs per hour as well as total costs in ₹ per hour.

3.9 Environmental Dispatch

Recently there has been concern that optimum *economic* dispatch was not the best environmentally. The principles of economic dispatch can fairly easily be extended to handle this problem. Following is a problem based on a real situation that occurred in the midwestern United States in 1973. Other cases have arisen with "NOX" emission in Los Angeles.

Two steam units have input-output curves as follows.

$$H_1 = 400 + 5P_1 + 0.01P_1^2, \text{ MBtu/h, } 20 \leq P_1 \leq 200 \text{ MW}$$

$$H_2 = 600 + 4P_2 + 0.015P_2^2, \text{ MBtu/h, } 20 \leq P_2 \leq 200 \text{ MW}$$

The units each burn coal with a heat content of 11,500 Btu/lb that costs 13.50 ₹ per ton (2000 lb). The combustion process in each unit results in 11.75% of the coal by weight going up the stack as fly ash.

- Calculate the net heat rates of both units at 200 MW.
- Calculate the incremental heat rates; schedule each unit for optimum *economy* to serve a total load of 250 MW with both on-line.
- Calculate the cost of supplying that load.
- Calculate the rate of emission of fly ash for that case in lb/h, assuming no fly ash removal devices are in service.
- Unit 1 has a precipitator installed that removes 85% of the fly ash; unit 2's precipitator is 89.0% efficient. Reschedule the two units for the minimum *total fly ash emission rate* with both on-line to serve a 250 MW load.
- Calculate the rate of emission of ash and the cost for this schedule to serve the 250 MW load. What is the cost penalty?
- Where does all that fly ash go?

FURTHER READING

Since this chapter introduces several optimization concepts it would be useful to refer to some of the general works on optimization such as references 1 and 2. The importance of the Kuhn-Tucker theorem is given in their paper (3). A very thorough discussion of the Kuhn-Tucker theorem is found in Chapter 1 of reference 4.

For an overview of recent power system optimization practices see references 5 and 6. Several other applications of optimization have been presented. Reference 7 discusses the allocation of regulating margin while dispatching generator units. References 8-10 discuss how to formulate the dispatch problem as one that minimizes air pollution from power plants.

- Application of Optimization Methods in Power System Engineering*, IEEE Tutorial Course Text 76CH1107-2-PWR, IEEE, New York, 1976.
- Wilde, P. J., Beightler, C. S., *Foundations of Optimization*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1967.
- Kuhn, H. W., Tucker, A. W., "Nonlinear Programming", in *Second Berkeley Symposium on Mathematical Programming Statistics and Probability*, 1950, University of California Press, Berkeley, 1951.
- Wisner, D. A., *Optimization Methods for Large-Scale Systems With Applications*, McGraw-Hill, New York, 1971.
- IEEE Committee Report, "Present Practices in the Economic Operation of Power Systems," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-90, July/August 1971, pp. 1768-1775.
- Najaf-Zadeh, K., Nikolas, J. T., Anderson, S. W., "Optimal Power System Operation Analysis Techniques," *Proceedings American Power Conference*, 1977.
- Stadlin, W. O., "Economic Allocation of Regulating Margin," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-90, July/August 1971, pp. 1777-1781.
- Gent, M. R., Lamont, J. W., "Minimum Emission Dispatch," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-90, November/December 1971, pp. 2650-2260.
- Sullivan, R. L., "Minimum Pollution Dispatching," IEEE Summer Power Meeting, Paper C-72-468, 1972.
- Friedman, P. G., "Power Dispatch Strategies for Emission and Environmental Control," *Proceedings of the Instrument Society of America*, Vol. 16, 1973.

Transmission Losses

This chapter introduces the concept of the steady-state transmission network solution or load flow and the relationship of losses in the transmission network to economic dispatch. *Load flow* is the name given to a network solution that shows currents, voltages, and power flows at every bus in the system. It is normally assumed that the system is balanced and the common use of the term load flow implies a positive sequence solution only. Full three-phase load-flow solution techniques are available for special purpose calculations. As used here, we are only interested in balanced solutions. Load flow is not a single calculation such as $E = IR$ or $E = [Z]I$ involving linear circuit analysis. Such circuit analysis problems start with a given set of currents or voltages, and one must solve for the linearly dependent unknowns. In the load-flow problem we are given a nonlinear relationship between voltage and current at each bus and we must solve for all voltages and currents such that these nonlinear relationships are met. The nonlinear relationships involve, for example, the real and reactive power consumption at a bus, or the generated real power and scheduled voltage magnitude at a generator bus. As such, the load flow gives us the electrical response of the transmission system to a particular set of loads and generator unit outputs. Load flows are an important part of power system design procedures (system planning). Modern digital computer load-flow programs are routinely run for systems up to 5000 or more buses

and also are used widely in power system control centers to study unique operating problems and to provide accurate calculations of bus penalty factors.

One of the quantities available from a load-flow solution is the electrical losses of the network. The electrical losses are important in economically dispatching generation. However, it is not simply the value of the losses but the derivatives of losses with respect to generator outputs that are important. Before the advent of large, fast digital computers, the losses were treated by various approximate methods. Present state-of-the-art system-control centers build the economic dispatch problem around the load flow itself.

4.1 THE LOAD-FLOW PROBLEM AND ITS SOLUTION

The load-flow problem consists of a given transmission network where all lines are represented by a Pi-equivalent circuit and transformers by an ideal voltage transformer in series with an impedance. Generators and loads represent the boundary conditions of the solution. Generator or load real and reactive power involves products of voltage and current. Mathematically, the load flow requires a solution of a system of simultaneous nonlinear equations.

4.1.1 The Load-Flow Problem on a Direct Current Network

The problems involved in solving a load flow can be illustrated by the use of direct current circuit examples. The circuit shown in Figure 4.1 has a resistance of 0.25Ω tied to a constant voltage of 1.0 V (called the *reference voltage*). We wish to find the voltage at bus 2 that results in a net inflow of 1.2 W . Buses are electrical nodes. Power is said to be "injected" into a network; therefore, loads are simply negative injections.

The current from bus 2 to bus 1 is

$$I_{21} = (E_2 - 1.0) \times 4 \quad (4.1)$$

Power P_2 is

$$P_2 = 1.2 = E_2 I_{21} = E_2 (E_2 - 1) \times 4 \quad (4.2)$$

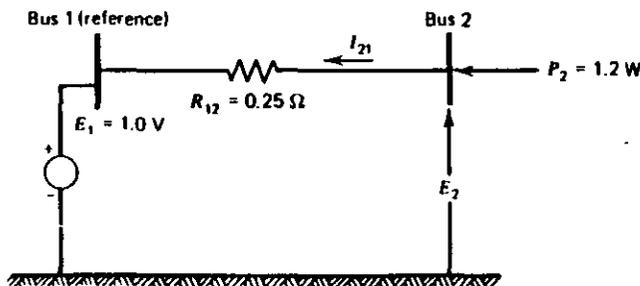


FIG. 4.1 Two-bus dc network.

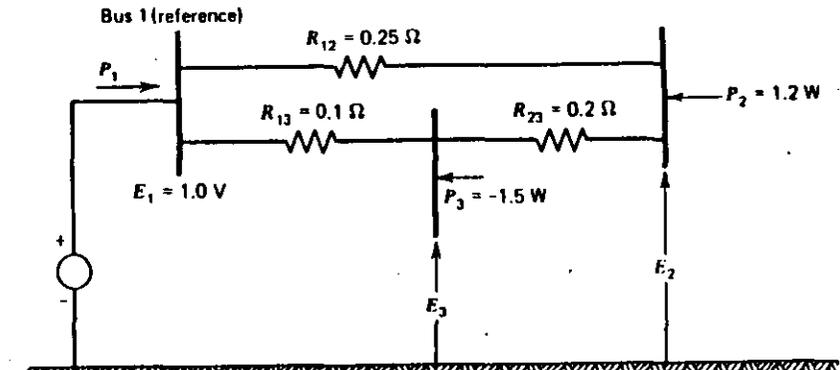


FIG. 4.2 Three-bus dc network.

or

$$4 E_2^2 - 4 E_2 - 1.2 = 0 \quad (4.3)$$

The solutions to this quadratic equation are $E_2 = 1.24162 \text{ V}$ and $E_2 = -0.24162 \text{ V}$. Note that 1.2 W enter bus 2, producing a current of 0.96648 A ($E_2 = 1.24162$), which means that 0.96648 W enter reference bus and 0.23352 W are consumed in the 0.25Ω resistor.

Let us complicate the problem by adding a third bus and two more lines (see Figure 4.2). The problem is more complicated because we cannot simply write out the solutions using a quadratic formula. The admittance equations are

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -4 & -10 \\ -4 & 9 & -5 \\ -10 & -5 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

In this case we know the power injected at buses 2 and 3 and we know the voltage at bus 1. To solve for the unknowns (E_2 , E_3 , and P_1), we write Eqs. 4.5, 4.6, and 4.7. The solution procedure is known as the *Gauss-Seidel procedure*, wherein a calculation for a new voltage at each bus is made based on the most recently calculated voltages at all neighboring buses.

Bus 2:

$$I_2 = \frac{P_2}{E_2} = -4(1.0) + 9 E_2 - 5 E_3$$

$$E_2^{\text{new}} = \frac{1}{9} \left(\frac{1.2}{E_2^{\text{old}}} + 4 + 5 E_3^{\text{old}} \right) \quad (4.5)$$

where E_2^{old} and E_3^{old} are the initial values for E_2 and E_3 , respectively.

Bus 3:

$$I_3 = \frac{P_3}{E_3} = -10(1.0) - E_2^{\text{new}} + 15 E_3$$

$$E_3^{\text{new}} = \frac{1}{15} \left[\frac{-1.5}{E_3^{\text{old}}} + 10 + 5 E_2^{\text{new}} \right] \quad (4.6)$$

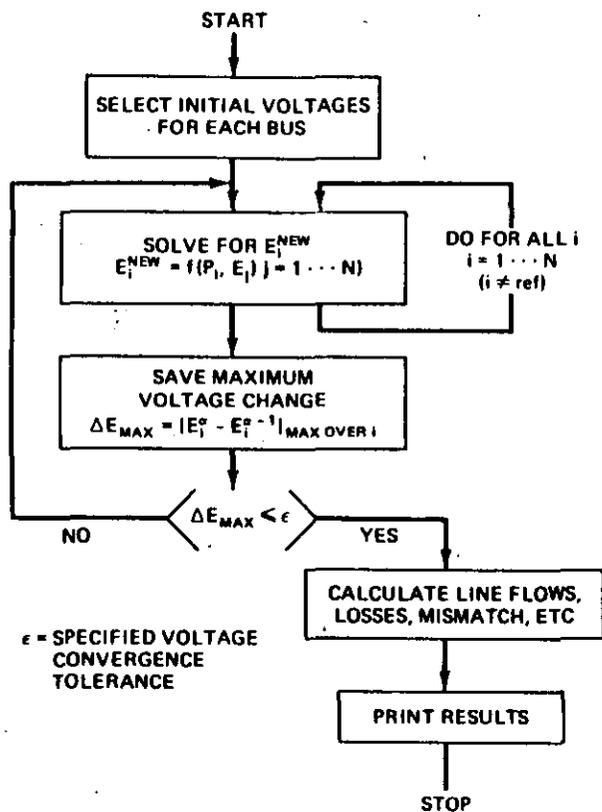


FIG. 4.3 Gauss-Seidel load-flow solution.

where E_2^{new} is the voltage found in solving Eq. 4.5 and E_3^{old} is the initial value of E_3 .

Bus 1: $P_1 = E_1 I_1^{new} = 1.0 I_1^{new} = 14 - 4 E_2^{new} - 10 E_3^{new}$ (4.7)

The Gauss-Seidel method first assumes a set of voltages at buses 2 and 3 and then uses Eqs. 4.5 and 4.6 to solve for new voltages. The new voltages are compared to the voltage's most recent values, and the process continues until the change in voltage is very small. This is illustrated in the flowchart in Figure 4.3 and Eqs. 4.8 and 4.9.

First Iteration: $E_2^{(0)} = E_3^{(0)} = 1.0$

$$E_2^{(1)} = \frac{1}{9} \left(\frac{1.2}{1.0} + 4 + 5 \right) = 1.133$$

$$E_3^{(1)} = \frac{1}{15} \left[\frac{-1.5}{1.0} + 10 + 5(1.133) \right] = 0.944$$

$\Delta E_{max} = 0.133$ too large

NOTE: In calculating $E_3^{(1)}$ we used the new value of E_2 found in the first correction.

Second Iteration: $E_2^{(2)} = \frac{1}{9} \left[\frac{1.2}{1.133} + 4 + 5(0.944) \right] = 1.087$

$$E_3^{(2)} = \frac{1}{15} \left[\frac{-1.5}{0.944} + 10 + 5(1.087) \right] = 0.923$$

$\Delta E_{max} = 0.046$

And so forth until $\Delta E_{max} < \epsilon$.

4.1.2 The Formulation of the AC Load Flow

AC load flows involve several types of bus specifications, as shown in Figure 4.4. Note that $[P, \theta]$, $[Q, |E|]$, and $[Q, \theta]$ combinations are generally not used.

The transmission network consists of complex impedances between buses and from the buses to ground. An example is given in Figure 4.5. The equations are written in matrix form as

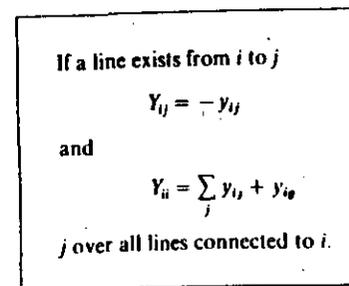
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{12} & -y_{12} & 0 & 0 \\ -y_{12} & (y_{12} + y_{2g} + y_{23}) & -y_{23} & 0 \\ 0 & -y_{23} & (y_{23} + y_{3g} + y_{34}) & -y_{34} \\ 0 & 0 & -y_{34} & (y_{34} + y_{4g}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

(All I 's, E 's, y 's complex)

This matrix is called the *network Y matrix*, which is written as

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

The rules for forming a Y matrix are



Bus Type	P	Q	E	θ	Comments
Load	✓	✓			Usual load representation
Voltage Controlled	✓		✓		Assume E is held constant no matter what Q is
Generator or Synchronous Condenser	✓		✓		Generator or synchronous condenser (P = 0) has VAR limits
	✓	✓			Q ⁻ minimum VAR limit Q ⁺ maximum VAR limit E is held as long as Q _s is within limit
Fixed Z to Ground					Only Z is given
Reference			✓	✓	"Swing bus" must adjust net power to hold voltage constant (essential for solution)

FIG. 4.4 Load-flow bus specifications (quantities checked are the bus boundary conditions).

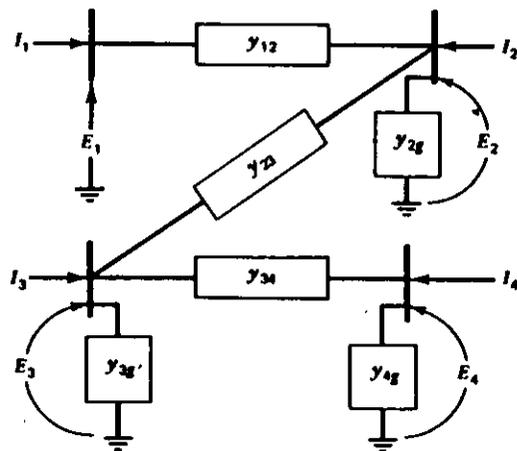


FIG. 4.5 Four-bus ac network.

The equation of net power injection at a bus is usually written as

$$\frac{P_k - jQ_k}{E_k^*} = \sum_{j=1}^n Y_{jk} E_j + Y_{kk} E_k \quad (4.12)$$

4.1.2.1 The Gauss-Seidel Method

The voltages at each bus can be solved for by using the Gauss-Seidel method. The equation in this case is

$$E_k^{(\alpha)} = \frac{1}{Y_{kk}} \frac{(P_k - jQ_k)}{E_k^{(\alpha-1)*}} - \frac{1}{Y_{kk}} \left[\sum_{j < k} Y_{jk} E_j^{(\alpha-1)} + \sum_{j > k} Y_{jk} E_j^{(\alpha-1)} \right] \quad (4.13)$$

Voltage at iteration α

The Gauss-Seidel method was the first ac load-flow method to be developed for solution on digital computers. This method is characteristically long in solving due to its slow convergence and often difficulty is experienced with unusual network conditions such as negative reactance branches. The solution procedure is the same as shown in Figure 4.3.

4.1.2.2 The Newton-Raphson Method

One of the disadvantages of the Gauss-Seidel method lies in the fact that each bus is treated independently. Each correction to one bus requires subsequent correction to all the buses to which it is connected. The Newton-Raphson method is based on the idea of calculating the corrections while taking account of all the interactions.

Newton's method involves the idea of an error in a function $f(x)$ being driven to zero by making adjustments Δx to the independent variable associated with the function. Suppose we wish to solve

$$f(x) = K \quad (4.14)$$

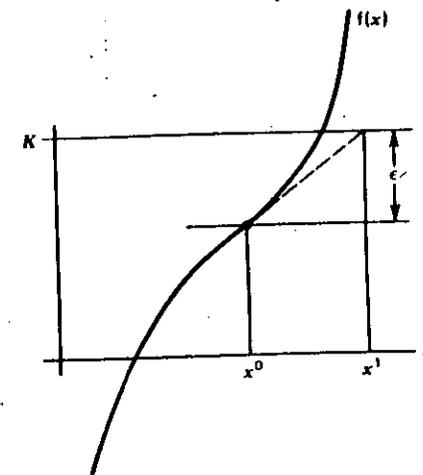


FIG. 4.6 Newton's method.

In Newton's method we pick a starting value of x and call it x^0 . The error is the difference between K and $f(x^0)$. Call the error ϵ . This is shown in Figure 4.6 and given in Eq. 4.15.

$$f(x^0) + \epsilon = K \quad (4.15)$$

To drive the error to zero, we use a Taylor expansion of the function about x^0 .

$$f(x^0) + \frac{df(x^0)}{dx} \Delta x + \epsilon = K \quad (4.16)$$

Setting the error to zero we calculate

$$\Delta x = \left(\frac{df(x^0)}{dx} \right)^{-1} [K - f(x^0)] \quad (4.17)$$

When we wish to solve a load flow we extend Newton's method to the multivariable case (the multivariable case is called the *Newton-Raphson method*). An equation is written for each bus "i."

$$P_i + jQ_i = E_i I_i^* \quad (4.18)$$

where

$$I_i = \sum_{k=1}^N Y_{ik} E_k$$

then

$$\begin{aligned} P_i + jQ_i &= E_i \left[\sum_{k=1}^N Y_{ik} E_k \right]^* \\ &= |E_i|^2 Y_{ii}^* + \sum_{k=1}^N Y_{ik}^* E_i E_k^* \end{aligned}$$

As in the Gauss-Seidel method, a set of starting voltages is used to get things going. The $P + jQ$ calculated is subtracted from the scheduled $P + jQ$ at the bus and the resulting errors stored in a vector. As shown following, we will assume that the voltages are in polar coordinates and that we are going to adjust each voltage's magnitude and phase angle as separate independent variables. Each bus injection equation is differentiated with respect to all independent variables. Note that at this point two equations are written for each bus: one for real power and one for reactive power. For each bus

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= \sum_{k=1}^N \frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} \Delta \theta_k + \sum_{k=1}^N \frac{\partial P_i}{\partial |E_k|} \Delta |E_k| \\ \Delta Q_i &= \sum_{k=1}^N \frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} \Delta \theta_k + \sum_{k=1}^N \frac{\partial Q_i}{\partial |E_k|} \Delta |E_k| \end{aligned} \quad (4.19)$$

All the terms are arranged in a matrix (the Jacobian matrix) as follows.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial |E_1|} & \dots \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial |E_1|} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta |E_1| \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Jacobian matrix

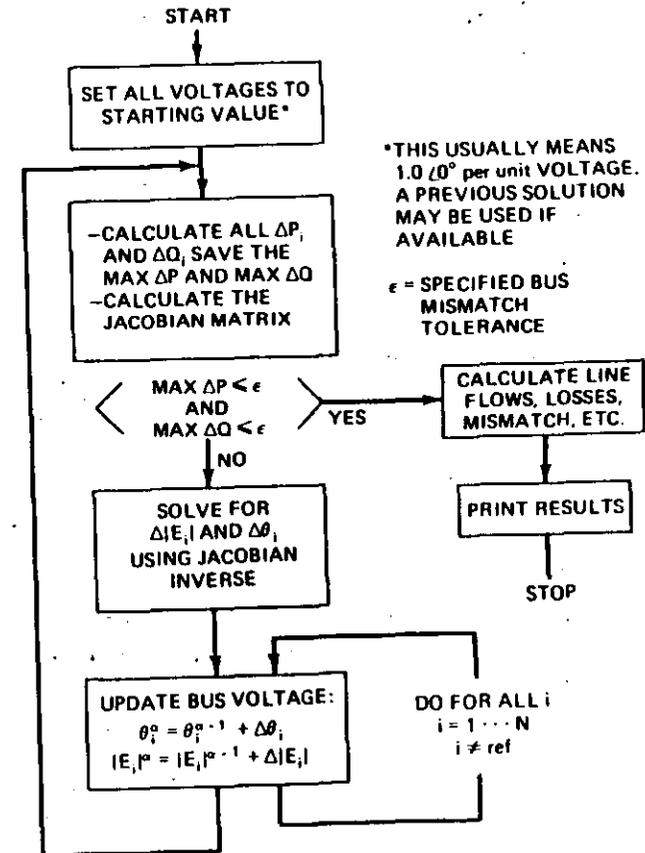


FIG. 4.7. Newton-Raphson load-flow solution.

The solution to the Newton-Raphson load flow runs according to the flowchart in Figure 4.7. Note that solving for $\Delta\theta$ and $\Delta|E|$ requires the solution of a set of linear equations whose coefficients make up the Jacobian matrix. (See Appendix C for details of the Jacobian matrix.) The Jacobian matrix generally has only a

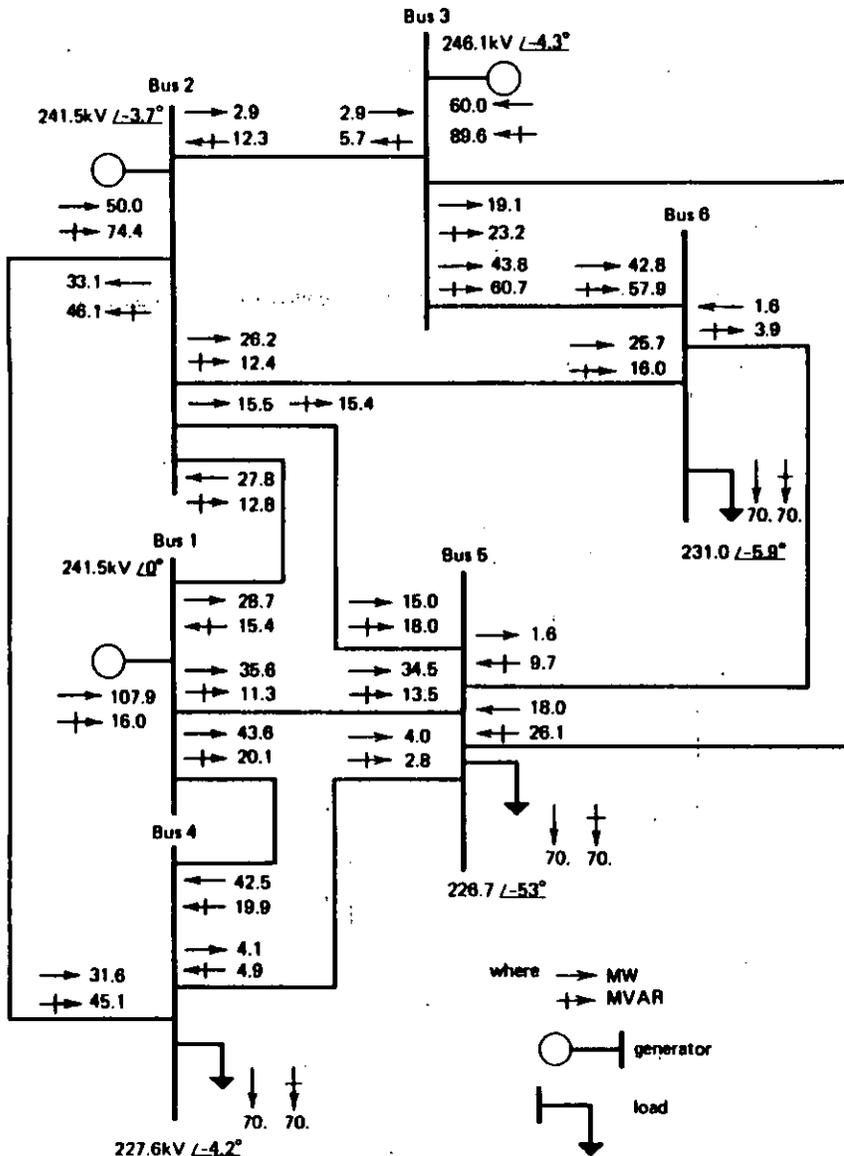


FIG. 4.8 Six-bus network base case ac load flow.

few percent of its entries that are nonzero. Programs that solve an ac load flow using the Newton-Raphson method are successful because they take advantage of the Jacobian's "sparsity." The solution procedure uses Gaussian elimination on the Jacobian matrix and does not calculate J^{-1} explicitly. (See reference 3 for introduction to "sparsity" techniques.)

EXAMPLE 4A

The six-bus network shown in Figure 4.8 will be used to demonstrate several aspects of load flows and transmission loss factors. The voltages and flows shown are for the "base case" of 210 MW total load. The impedance values and other data for this system may be found in Appendix A.

4.1.3 The "DC" Load Flow

A very widely used approximation of the AC load flow is the "linearized" or "DC" load flow, which converts the AC solution into a simple linear circuit analysis problem. Assume we are given a transmission line Pi-equivalent circuit as shown in Figure 4.9. The equation for power flowing through the line calculated at bus i can be written as

$$\begin{aligned}
 P_{ij} + jQ_{ij} &= E_i [(E_i - E_j) y_{ij}]^* + E_i [E_i y_{CAP,ij}]^* \\
 &= |E_i| e^{j\theta_i} [(|E_i| e^{j\theta_i} - |E_j| e^{j\theta_j}) (G_{ij} + jB_{ij})]^* - j|E_i|^2 B_{CAP,ij} \\
 &= (|E_i|^2 - |E_i||E_j| \cos(\theta_i - \theta_j) - |E_i||E_j| \sin(\theta_i - \theta_j)) \\
 &\quad \times (G_{ij} + jB_{ij})^* - j|E_i|^2 B_{CAP,ij}
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Then

$$P_{ij} = G_{ij}|E_i|^2 - G_{ij}|E_i||E_j| \cos(\theta_i - \theta_j) - B_{ij}|E_i||E_j| \sin(\theta_i - \theta_j) \tag{4.22}$$

Assuming

1. $|E_i| = |E_j| = 1$
2. $x_{ij} \gg r_{ij} \rightarrow G_{ij} = \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} \approx 0$

$$B_{ij} = \frac{-x_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} = \frac{-1}{x_{ij}}$$

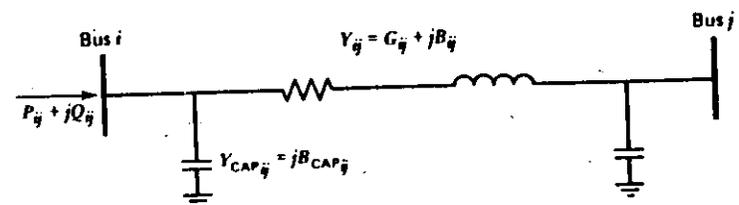


FIG. 4.9 Transmission line Pi-equivalent circuit.

$\Delta(\theta_i - \theta_j)$ is quite small.

$$\cos(\theta_i - \theta_j) \cong 1$$

$$\sin(\theta_i - \theta_j) \cong (\theta_i - \theta_j)$$

Then

$$P_{ij} = \frac{1}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad (4.23)$$

This linearized form may be used to calculate all bus phase angles in a network.

$$P_i = \sum_j P_{ij} = \sum_j \frac{1}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) \quad (4.24)$$

j over all
nodes connected
directly to i

Then in matrix form,

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = [B_x] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.25a)$$

or

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = [X] \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.25b)$$

where $B_{x_{ii}} = \sum_j \frac{1}{x_{ij}}$ for $i \neq \text{ref}$
j over all lines
connected to i

$$B_{x_{ii}} = 0.0 \quad \text{for } i = \text{ref}$$

$$B_{x_{ij}} = \frac{-1}{x_{ij}} \quad \text{for } i \neq \text{ref and } j \neq \text{ref}$$

$$B_{x_{ij}} = 0.0 \quad \text{for } i = \text{ref or } j = \text{ref}$$

Strictly speaking, $[B_x]$ has no inverse since the row and column corresponding to the reference bus contain all zeros. If there are N buses, we only have $N - 1$ linearly independent equations. Thus, we have an $(N - 1) \times (N - 1)$ submatrix of $[B_x]$, which can be inverted. Therefore, when we refer to the matrix $[X]$, we will mean that matrix with the inverse of the submatrix of $[B_x]$ plus a zero row and column corresponding to the reference bus. See Example 4B. We have written $[B_x]$ and $[X]$ in this way so that the vectors θ and P can contain all buses. Note that we must

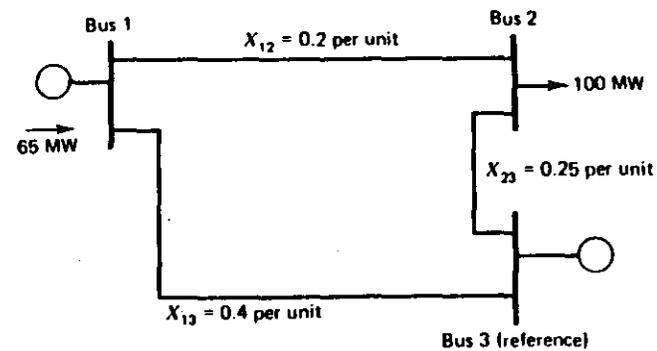


FIG. 4.10 Three-bus network.

always assume a value for the phase angle at the reference bus. Usually we assign this value to be zero radians.

EXAMPLE 4B

The megawatt flows on the network in Figure 4.10 will be solved using the DC load flow. The B_x matrix equation is

$$\begin{bmatrix} 7.5 & -5.0 & 0 \\ -5.0 & 9.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix}$$

$\theta_3 = 0$

Note that all megawatt quantities and network quantities are expressed in pu (per unit, 100 MVA base). All phase angles will then be in radians.

The solution to the preceding matrix equation is

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2118 & 0.1177 & 0 \\ 0.1177 & 0.1765 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.65 \\ -1.00 \\ 0.35 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.02 \\ -0.1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

The resulting flows are shown in Figure 4.11 and calculated using Eq. 4.24. Note that all flows in Figure 4.11 were converted to actual megawatt values.

EXAMPLE 4C

The network of Example 4A was solved using the dc load flow with resulting power flows as shown in Figure 4.12. The dc load flow is useful for rapid calculations of real power flows, and, as will be shown later, it can be used to calculate incremental losses.

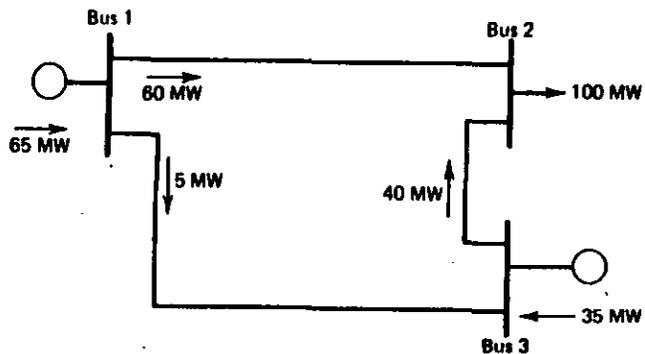


FIG. 4.11 Three-bus network showing flows calculated by dc load flow.

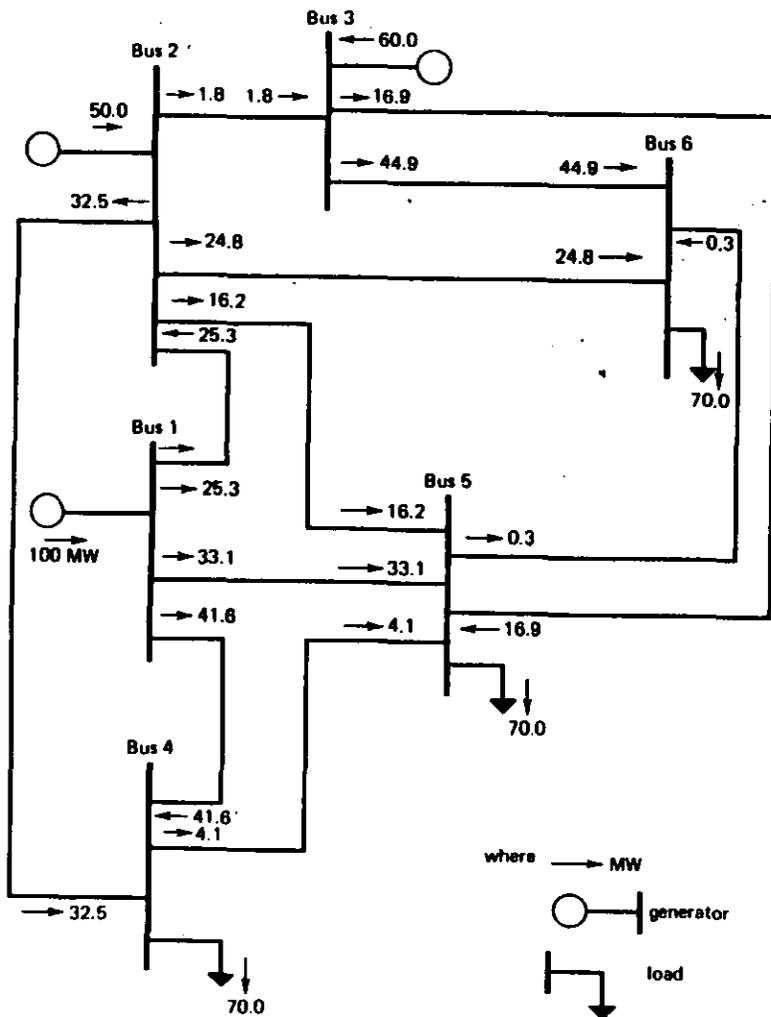


FIG. 4.12 Six-bus network base case dc load flow for Example 4C.

4.2 TRANSMISSION LOSSES

4.2.1 A Two-Generator System

We are given the power system in Figure 4.13. The losses on the transmission line are proportional to the square of the power flow. The generating units are identical, and the production cost modeled using the quadratic curve shown. If both units were loaded to 250 MW, we would fall short of the 500 MW load value by 12.5 MW lost on the transmission line, as shown in Figure 4.14.

Where should the extra 12.5 MW be generated? Solve the LaGrange equation that was given in Chapter 3, Eqs. 3.7, 3.8, and 3.9.

$$\mathcal{L} = F_1(P_1) + F_2(P_2) + \lambda(500 + P_{\text{loss}} - P_1 - P_2) \quad (4.26)$$

where

$$P_{\text{loss}} = 0.0002 P_1^2$$

Then

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_1} = \frac{dF_1(P_1)}{dP_1} - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_1} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_2} = \frac{dF_2(P_2)}{dP_2} - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_2} \right) = 0 \quad (4.27)$$

$$P_1 + P_2 - 500 - P_{\text{loss}} = 0$$

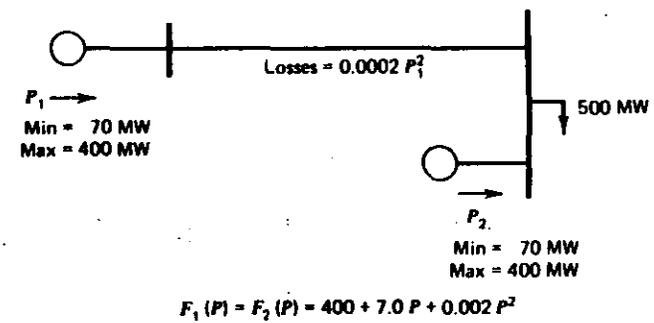


FIG. 4.13 Two-generator system.

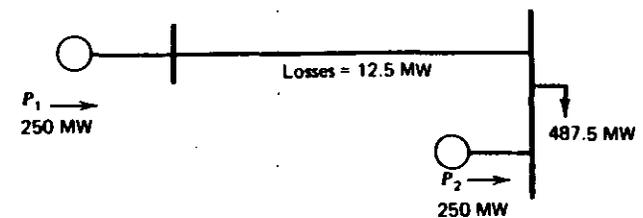


FIG. 4.14 Two-generator system with both generators at 250 MW output.

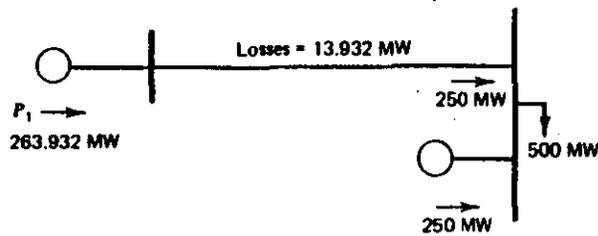


FIG. 4.15 Two-generator system with generator 1 supplying all losses.

Substituting into Eq. 4.27,

$$7.0 + 0.004 P_1 - \lambda(1 - 0.0004 P_1) = 0$$

$$7.0 + 0.004 P_2 - \lambda = 0$$

$$P_1 + P_2 - 500 - 0.0002 P_1^2 = 0$$

Solution: $P_1 = 178.882$

$$P_2 = 327.496$$

Production cost: $F_1(P_1) + F_2(P_2) = 4623.15 \text{ ₹/h}$

Losses: 6.378 MW

Suppose we had decided simply to ignore the economic influence of losses and ran unit 1 up until it supplied all the losses. It would need to be run at 263.932 MW as shown in Figure 4.15. In this case, the total production cost would be

$$F_1(263.932) + F_2(250) = 4661.84 \text{ ₹/h}$$

Note that the optimum dispatch tends toward supplying the losses from the unit close to the load, and it also resulted in a lower value of losses. Also note that best economics are not necessarily attained at minimum losses. The minimum loss solution for this case would simply run unit 1 down and unit 2 up as far as possible. The result is unit 2 on high limit.

$$P_1 = 102.084 \text{ MW}$$

$$P_2 = 400.00 \text{ MW (high limit)}$$

The minimum loss production cost would be

$$F_1(102.084) + F_2(400) = 4655.43 \text{ ₹/h}$$

$$\text{Min losses} = 2.084 \text{ MW}$$

4.2.2 Coordination Equations, Incremental Losses, and Penalty Factors

The classic LaGrange multiplier solution to the economic dispatch problem was given in Chapter 3, Eqs. 3.7, 3.8, and 3.9. These are repeated here and expanded.

Minimize: $\mathcal{L} = F_T + \lambda \phi$

Where: $F_T = \sum_{i=1}^N F_i(P_i)$

$$\phi = P_R + P_L(P_1, P_2, \dots, P_N) - \sum_{i=1}^N P_i$$

Load Losses Generation

Solution: $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = 0$ for all $P_{\text{imin}} \leq P_i \leq P_{\text{imax}}$

Then

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_i} = \frac{dF_i}{dP_i} - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \right) = 0$$

The equations are rearranged

$$\left(\frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \right) \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda \quad (4.28)$$

where

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$$

is called the *incremental loss* for bus i , and

$$Pf_i = \left(\frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \right)$$

is called the *penalty factor* for bus i . Note that if the losses increase for an increase in power from bus i , the incremental loss is positive and the penalty factor is greater than unity.

When we did not take account of transmission losses, the economic dispatch problem was solved by making the incremental cost at each unit the same. We can still use this concept by observing that the penalty factor, Pf_i , will have the following effect. For

$$Pf_i > 1$$

(Positive increase in P_i results in increase in losses.)

$$Pf_i \frac{dF_i(P_i)}{dP_i}$$

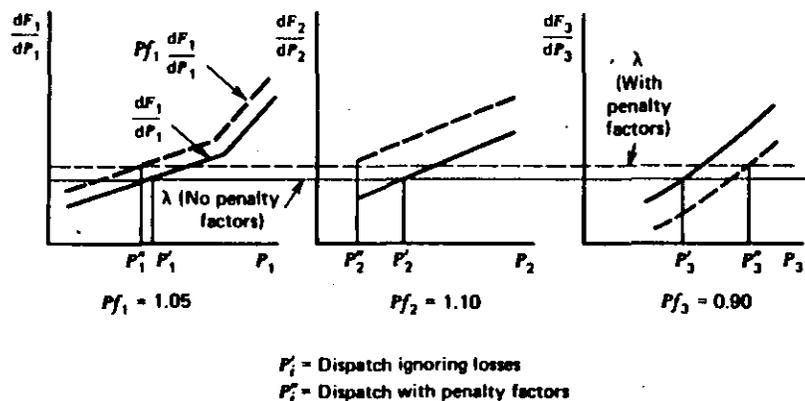


FIG. 4.16 Economic dispatch with and without penalty factors.

acts as if

$$\frac{dF_i(P_i)}{dP_i}$$

had been slightly increased (moved up). For $P_{f_i} < 1$ (positive increase in P_i results in decrease in losses).

$$P_{f_i} \frac{dF_i(P_i)}{dP_i}$$

acts as if

$$\frac{dF_i(P_i)}{dP_i}$$

had been slightly decreased (moved down). The resulting set of equations look like

$$P_{f_i} \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \lambda \quad \text{for all } P_{i_{\min}} \leq P_i \leq P_{i_{\max}} \quad (4.29)$$

and are called *coordination equations*. The P_i values that result when penalty factors are used will be somewhat different from the dispatch, which ignores the losses (depending on the P_{f_i} and $dF_i(P_i)/dP_i$ values). This is illustrated in Figure 4.16.

4.2.3 The B Matrix Loss Formula

The B matrix loss formula was originally introduced in the early 1950s as a practical method for loss and incremental loss calculations. At the time, automatic

dispatching was performed by analog computers and the loss formula was "stored" in the analog computers by setting precision potentiometers. The equation for the B matrix loss formula is as follows.

where \mathbf{P} = vector of all generator bus net MW
 $[\mathbf{B}]$ = square matrix of the same dimension as \mathbf{P}
 \mathbf{B}_0 = vector of the same length as \mathbf{P}
 B_{00} = constant

$$P_L = \mathbf{P}^T [\mathbf{B}] \mathbf{P} + \mathbf{P}^T \mathbf{B}_0 + B_{00} \quad (4.30)$$

This can be written:

$$P_L = \sum_i \sum_j P_i B_{ij} P_j + \sum_i B_{i0} P_i + B_{00} \quad (4.31)$$

Before we discuss the calculation of the B coefficients, we will discuss how the coefficients are used in an economic dispatch calculation. Substitute Eq. 4.31 into Eqs. 3.7, 3.8, and 3.9.

$$\phi = \sum_{i=1}^N P_i - P_R - \left(\sum_i \sum_j P_i B_{ij} P_j + \sum_i B_{i0} P_i + B_{00} \right) \quad (4.32)$$

Then

$$\frac{\partial \phi}{\partial P_i} = \frac{dF_i P_i}{dP_i} - \lambda \left(1 - 2 \sum_j B_{ij} P_j - B_{i0} \right) \quad (4.33)$$

Note that the presence of the incremental losses has coupled the coordination equations; this makes solution somewhat more difficult. A method of solution that is often used is shown in Figure 4.17.

EXAMPLE 4D

The B matrix loss formula for the network in Example 4A is given here. (Note that all P_i 's must be per unit on 100 MVA base, which results in P_{loss} in per unit on 100 MVA base.)

$$P_{\text{loss}} = [P_1 \quad P_2 \quad P_3] \begin{bmatrix} 0.0676 & 0.00953 & -0.00507 \\ 0.00953 & 0.0521 & 0.00901 \\ -0.00507 & 0.00901 & 0.0294 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} + [-0.0766 \quad -0.00342 \quad 0.0189] \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} + 0.040357$$

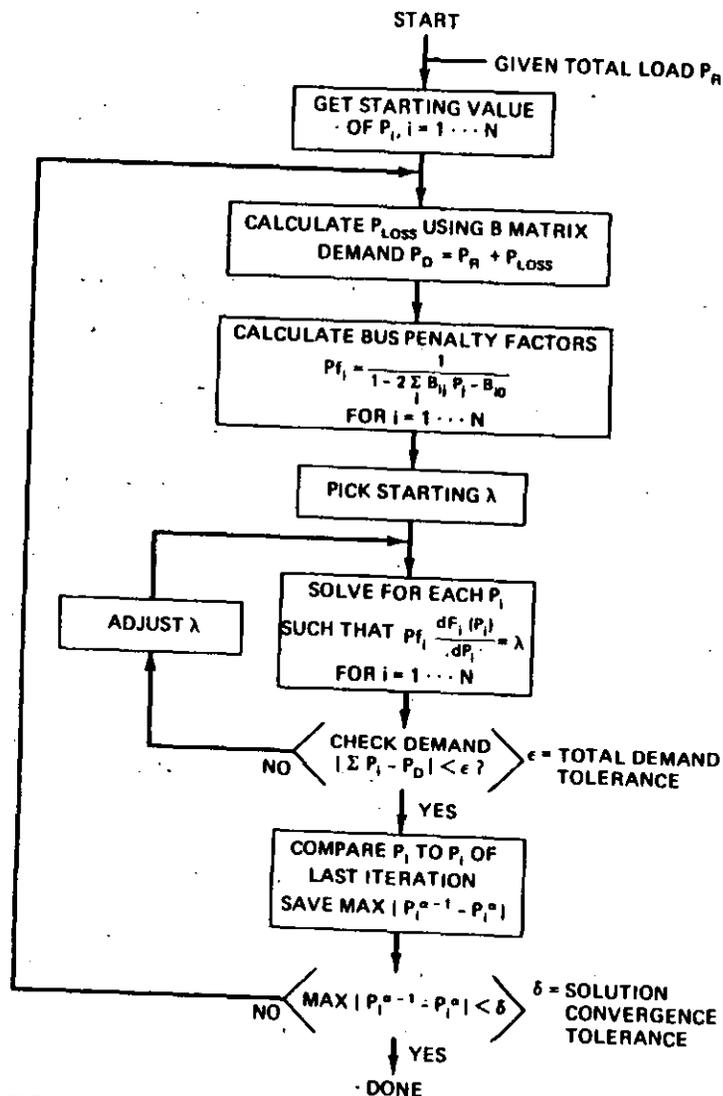


FIG. 4.17 Economic dispatch with updated penalty factors.

From the base case load flow we have

$$P_1 = 107.9 \text{ MW}$$

$$P_2 = 50.0 \text{ MW}$$

$$P_3 = 60.0 \text{ MW}$$

$$P_{\text{loss}} = 7.9 \text{ MW (as calculated by the load flow)}$$

With these generation values placed in the B matrix, we see a very close agreement with the load flow calculation.

$$P_{\text{loss}} = \begin{bmatrix} 1.079 & 0.50 & 0.60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0676 & 0.00953 & -0.00507 \\ 0.00953 & 0.0521 & 0.00901 \\ -0.00507 & 0.00901 & 0.0294 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.079 \\ 0.50 \\ 0.60 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.0766 & -0.00342 & 0.0189 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.079 \\ 0.50 \\ 0.60 \end{bmatrix} + 0.040357$$

$$= 0.07877 \text{ pu (or 7.877 MW) loss}$$

EXAMPLE 4E

Let the fuel cost curves for the three units in the six-bus network of Example 4A be given as

$$F_1(P_1) = 213.1 + 11.669 P_1 + 0.00533 P_1^2 \text{ R/h}$$

$$F_2(P_2) = 200.0 + 10.333 P_2 + 0.00889 P_2^2 \text{ R/h}$$

$$F_3(P_3) = 240.0 + 10.833 P_3 + 0.00741 P_3^2 \text{ R/h}$$

With unit dispatch limits

$$50.0 \text{ MW} \leq P_1 \leq 200 \text{ MW}$$

$$37.5 \text{ MW} \leq P_2 \leq 150 \text{ MW}$$

$$45.0 \text{ MW} \leq P_3 \leq 180 \text{ MW}$$

A computer program using the method of Figure 4.17 was run using the following starting conditions from the load-flow solution.

$$P_1 = 107.9 \text{ MW}$$

$$P_2 = 50.0 \text{ MW}$$

$$P_3 = 60.0 \text{ MW}$$

and

$$P_R \text{ (total load to be supplied)} = 210 \text{ MW}$$

The resulting iterations (Table 4.1) show how the program must redispatch again and again to account for the changes in losses and penalty factors.

Note that the flowchart of Figure 4.17 shows a "two-loop" procedure. The "inner" loop adjusts λ until total demand is met; then the outer loop recalculates the penalty factors. (Under some circumstances the penalty factors are quite sensitive to changes in dispatch. If the incremental costs are relatively "flat," this procedure may be unstable and special precautions may need to be employed to ensure convergence.)

TABLE 4.1 Iterations for Example 4E

Iteration	λ	P_{loss}	P_D	P_1	P_2	P_3
1	11.9626	7.8771	217.8771	50.0000	91.6545	76.2225
2	12.6500	10.8536	220.8535	50.0000	48.2477	122.6055
3	13.2807	10.5843	220.5843	60.5845	79.6274	80.3727
4	13.2772	9.9045	219.9044	60.2852	79.4562	80.1625
5	13.2771	9.8672	219.8672	60.2686	79.4467	80.1509
6	13.2770	9.8651	219.8651	60.2677	79.4462	80.1503
7	13.2770	9.8650	219.8650	60.2677	79.4462	80.1503
8	13.2770	9.8650	219.8650	60.2677	79.4462	80.1503

4.2.3.1 Derivation of the B Matrix Loss Formula

The derivation of the B matrix loss formula involves the concept of network reference-frame transformations. A *reference frame* is nothing more than a set of voltages and currents that completely describe the electrical network. At any bus i in an electric power network, power “injected” into the network is defined as

$$P_i + jQ_i = E_i I_i^* \tag{4.34}$$

Injected
power

Let the charging capacitance and all other impedances to ground be removed. Then whatever power goes into the network equals the power taken out of the network plus the losses in the network. If we count power put into the network as a positive injection and power taken from the network as a negative injection, we can express losses as

$$P + jQ = \sum_{\text{All network buses}} P_i + jQ_i \tag{4.35}$$

If we express the injected power as a function of the voltage and injected current at each bus we have

$$P + jQ = \sum_{\text{All network buses}} E_i I_i^* \tag{4.36}$$

Equation 4.36 can be written in terms of the voltage vector and current vector as follows.

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_1 \\ \vdots \\ E_N \end{bmatrix} \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix}$$

Then

$$P + jQ = \mathbf{E}^T \mathbf{I}^*$$

Losses

where

\mathbf{E}^T is the transpose of \mathbf{E}
 \mathbf{I}^* is the conjugate of \mathbf{I}

so

$$\mathbf{E}^T = [E_1 \cdots E_N]$$

$$\mathbf{I}^* = \begin{bmatrix} I_1^* \\ \vdots \\ I_N^* \end{bmatrix} \tag{4.37}$$

We are going to transform the voltages and currents so that the network losses remain constant. First we define a matrix $[C]$ that contains both real and complex numbers. We transform using the following matrix multiplications.

$$\mathbf{E}_{\text{new}} = [C]^T \mathbf{E}_{\text{old}} \tag{4.38}$$

$$\mathbf{I}_{\text{old}} = [C] \mathbf{I}_{\text{new}}$$

where $[C]^T$ is the transpose conjugate of $[C]$. Let \mathbf{E}_{old} and \mathbf{I}_{old} be the original voltage and current vectors. From Eq. 4.37

$$P + jQ = \mathbf{E}^T \mathbf{I}^* = \mathbf{E}_{\text{old}}^T \mathbf{I}_{\text{old}}^* \tag{4.39}$$

Losses

what we want is

$$P + jQ = \mathbf{E}_{\text{new}}^T \mathbf{I}_{\text{new}}^* \tag{4.40}$$

Losses

substituting into Eq. 4.40,

$$P + jQ = ([C]^T \mathbf{E}_{\text{old}})^T \mathbf{I}_{\text{new}}^*$$

Losses

$$= \mathbf{E}_{\text{old}}^T [C] \mathbf{I}_{\text{new}}^*$$

$$= \mathbf{E}_{\text{old}}^T ([C] \mathbf{I}_{\text{new}})^*$$

$$= \mathbf{E}_{\text{old}}^T \mathbf{I}_{\text{old}}^* \tag{4.41}$$

REMEMBER: (1) The transpose of a product of matrices is the product of the transpose of each written in reverse order. (2) The conjugate of the product of matrices is the product of their conjugates in the same order.

Furthermore, we can express the impedance matrix as a new matrix referenced to the new voltage and currents. First,

$$\mathbf{E}_{\text{old}} = [\mathbf{Z}_{\text{old}}]\mathbf{I}_{\text{old}} \quad (4.42)$$

Then

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{new}} &= [\mathbf{C}]^T \mathbf{E}_{\text{old}} = [\mathbf{C}]^T [\mathbf{Z}_{\text{old}}] \mathbf{I}_{\text{old}} \\ &= \underbrace{[\mathbf{C}]^T [\mathbf{Z}_{\text{old}}] [\mathbf{C}]}_{[\mathbf{Z}_{\text{new}}]} \mathbf{I}_{\text{new}} \end{aligned}$$

or

$$[\mathbf{Z}_{\text{new}}] = [\mathbf{C}]^T [\mathbf{Z}_{\text{old}}] [\mathbf{C}]$$

and

$$\mathbf{E}_{\text{new}} = [\mathbf{Z}_{\text{new}}]\mathbf{I}_{\text{new}} \quad (4.43)$$

EXAMPLE 4F

A simple DC circuit example will be used to show how the transforms are used. The circuit is given in Figure 4.18. Note that one bus is the reference and is grounded. Then the \mathbf{Y} and \mathbf{Z} matrix equations are:

$$\mathbf{I} = [\mathbf{Y}]\mathbf{E}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 0 \\ -5 & 7 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$$\mathbf{E} = [\mathbf{Z}]\mathbf{I}$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 & 1.5 & 1 \\ 1.5 & 1.5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

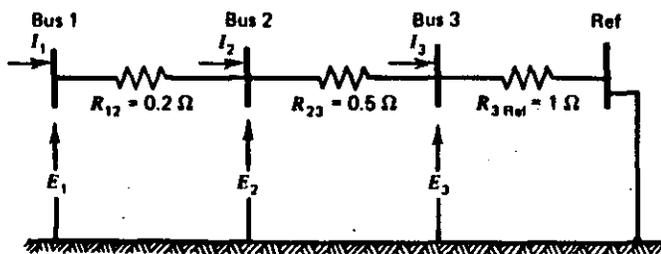


FIG. 4.18 A dc network used to illustrate reference transformations.

Let the currents be given as

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +10 \\ -4 \\ -6 \end{bmatrix}$$

The voltages are (using Eq. 4.45)

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

The net losses are (we will write the conjugate but ignore it since all quantities here are real numbers):

$$P_{\text{loss}} = \mathbf{E}^T \mathbf{I}^* = [5 \ 3 \ 0] \begin{bmatrix} 10 \\ -4 \\ -6 \end{bmatrix} = 38 \text{ W} \quad (4.46)$$

Think of I_2 and I_3 as load currents that are always in the same proportion of an equivalent total load current $I_{L,\text{eq}}$. (Such loads in a power system are said to be "conforming.") Similarly, let I_1 be thought of as a generator current. Then for our example here let

$$I_2 = 0.4 I_{L,\text{eq}} \quad (4.47)$$

$$I_3 = 0.6 I_{L,\text{eq}}$$

The vector relationship between \mathbf{I}_{old} and \mathbf{I}_{new} becomes

$$\mathbf{I}_{\text{old}} = [\mathbf{C}]\mathbf{I}_{\text{new}}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.4 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_{L,\text{eq}} \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Then by definition

$$\mathbf{E}_{\text{new}} = [\mathbf{C}]^T \mathbf{E}_{\text{old}}$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_{L,\text{eq}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

and $[\mathbf{Z}_{\text{new}}]$ is

$$\begin{aligned} [\mathbf{Z}_{\text{new}}] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.7 & 1.5 & 1 \\ 1.5 & 1.5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.4 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1.7 & 1.2 \\ 1.2 & 1.08 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.50)$$

Let us calculate the losses for a total equivalent load current of -10 A. (Note that $I_{L_{eq}} = -10$ results in $I_2 = -4$, $I_3 = -6$, as before.) Then

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_{L_{eq}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 & 1.2 \\ 1.2 & 1.08 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_{L_{eq}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7 & 1.2 \\ 1.2 & 1.08 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ -10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1.2 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

and the losses are

$$E_{new}^T I_{new}^* = [5 \quad 1.2] \begin{bmatrix} 10 \\ -10 \end{bmatrix} = 38 \text{ W} \quad (4.52)$$

If we further make the assumption that $I_L = -I_1$, that is, the equivalent load current will always be the negative of the generator current. [Note: The next new reference frame is designed with a prime (I' , E' , etc.).] Then

$$\begin{aligned} I_{new} &= [C] I_{new}' \\ \begin{bmatrix} I_1 \\ I_{L_{eq}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} I_1' \end{aligned} \quad (4.53)$$

and

$$E'_{new} = [1 \quad -1] \begin{bmatrix} E_1 \\ E_{L_{eq}} \end{bmatrix}$$

and

$$[Z'_{new}] = [1 \quad -1] \begin{bmatrix} 1.7 & 1.2 \\ 1.2 & 1.08 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = 0.38$$

if as before $I_1 = 10$ A. Then

$$E'_{new} = 3.8 \text{ V}$$

and

$$E'_{new} I_{new}'^* = (3.8)(10) = 38 \text{ W} \quad (4.54)$$

By following this procedure we have reduced the effort to compute losses. As long as the load currents "conform" as in the derivation, the losses can be calculated using only the generator input current itself. This concept is extended to an electric power system to allow losses to be calculated using only the megawatt input for each of the system's generators.

4.2.3.2 Loss-Matrix Calculation

There are different methods for calculating a loss matrix. One of these methods is shown in detail in Appendix B to this chapter. This discussion will simply highlight some of the types of transformations and calculations used in loss-matrix algorithms. The first assumption usually made is that the load at each bus

conforms to the total load. That is,

$$P_{load_i} = \ell_i P_{total\ load} + P_{load_i}^0 \quad (4.55)$$

Since the load on the network buses is represented by complex load currents, we can more properly write

$$I_i^L = \ell_i I_L + I_i^0 \quad (4.56)$$

where I_i^L = load current at bus i

ℓ_i = complex load distribution factor for bus i

I_L = total system load current

I_i^0 = base or constant load current at bus i

Similarly, the generator real and reactive powers are assumed to be related to each other by a constant, S_i .

$$Q_i^G = Q_i^{G^0} + S_i P_i^G \quad (4.57)$$

The S_i , $Q_i^{G^0}$, ℓ_i , and I_i^0 quantities are derived from two load-flow calculations, one called the "base" the other called the "off-base." These load-flow calculations are run at loading conditions typically found on the network. The base-load flow may, for example, correspond to the system's peak load conditions and the off-base to its low load conditions.

The ℓ_i factors are used in a series of transformations on the network impedance matrix to eliminate the individual load currents (see Example 4F). The S_i factors together with the voltage magnitudes and phase angles at the generator buses are used to convert generator bus currents to generator bus real powers. Thus, the basic system voltage-current relationship

$$V = [Z]I \quad (4.58)$$

is used to set up an equation for losses.

$$\begin{aligned} P_{loss} &= R_e \{ P_{loss} - jQ_{loss} \} \\ &= R_e \{ I^*{}^T [Z] I \} \end{aligned} \quad (4.59)$$

and the transformations just described give a final expression:

$$P_{loss} = P^{GT} [B] P^G + B_0 P^G + B_{00} \quad (4.60)$$

where P^G is a vector of generator real powers and B , B_0 , B_{00} are the loss-matrix terms that are a function of the $[Z]$ matrix elements, the base-case load flow, voltages and phase angles, as well as the ℓ_i 's, and S_i 's.

The calculations are not simple, as even a casual reading of Appendix B will show. Further, it must be remembered that the assumptions of conforming load and conforming generator reactive power are never seen exactly on a real system; therefore, the loss matrix will always remain an approximation. Nonetheless, loss

matrices are widely used because of their convenience and the speed with which losses and incremental losses can be calculated.

4.2.4 Other Methods of Calculating Penalty Factors

4.2.4.1 A Discussion of Reference Bus versus Load Center Penalty Factors

The B matrix assumes that all load currents conform to an equivalent total load current and that the equivalent load current is the negative of the sum of all generator currents. When incremental losses are calculated, something is implied.

$$\text{Total loss} = \mathbf{P}^T[\mathbf{B}]\mathbf{P} + \mathbf{B}_0\mathbf{P} + B_{00}$$

$$\text{Incremental loss at generator bus } i = \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_i}$$

The incremental loss is the change in losses when an increment is made in generation output. As just derived, the incremental loss for bus i assumed that all the other generators remained fixed. By the original assumption, however, the load currents all conform to each other and always balance with the generation, then the implication in using a B matrix is that an *incremental increase in generator output is matched by an equivalent increment in load*.

An alternative approach to economic dispatch is to use a reference bus that always moves when an increment in generation is made. Figure 4.19 shows a power system with several generator buses and a reference-generator bus. Suppose we change the generation on bus i by ΔP_i .

$$P_i^{\text{new}} = P_i^{\text{old}} + \Delta P_i \quad (4.61)$$

Furthermore, we will assume that *load stays constant* and that to compensate for the increase in ΔP_i the reference bus just drops off by ΔP_{ref} .

$$P_{\text{ref}}^{\text{new}} = P_{\text{ref}}^{\text{old}} + \Delta P_{\text{ref}} \quad (4.62)$$

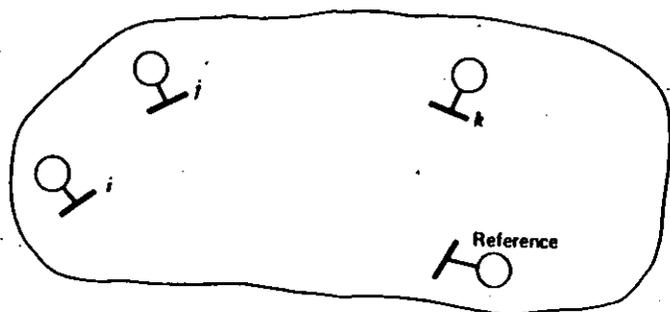


FIG. 4.19 Power system with reference generator.

If nothing else changed, ΔP_{ref} would be the negative of ΔP_i ; however, the flows on the system can change as a result of the two generation adjustments. The change in flow is apt to cause a change in losses so that ΔP_{ref} is not necessarily equal to ΔP_i . That is,

$$\Delta P_{\text{ref}} = -\Delta P_i + \Delta P_{\text{loss}} \quad (4.63)$$

Next, we can define β_i as the ratio of the negative change in the reference-bus power to the change ΔP_i .

$$\beta_i = \frac{-\Delta P_{\text{ref}}}{\Delta P_i} = \frac{(\Delta P_i - \Delta P_{\text{loss}})}{\Delta P_i} \quad (4.64)$$

or

$$\beta_i = 1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_i} \quad (4.65)$$

We can define economic dispatch as follows.

All generators are in economic dispatch when a shift of ΔP MW from any generator to the reference bus results in no change in net production cost. Where ΔP is arbitrarily small.

That is,

$$\text{if total production cost} = \sum F_i(P_i)$$

then the change in production cost with a shift ΔP_i from plant i is

$$\Delta \text{Production cost} = \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} \Delta P_i + \frac{dF_{\text{ref}}(P_{\text{ref}})}{dP_{\text{ref}}} \Delta P_{\text{ref}} \quad (4.66)$$

But

$$\Delta P_{\text{ref}} = -\beta_i \Delta P_i$$

Then

$$\Delta \text{Production cost} = \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} \Delta P_i - \beta_i \frac{dF_{\text{ref}}(P_{\text{ref}})}{dP_{\text{ref}}} \Delta P_i \quad (4.67)$$

To satisfy the economic conditions,

$$\Delta \text{Production cost} = 0$$

or

$$\frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \beta_i \frac{dF_{\text{ref}}(P_{\text{ref}})}{dP_{\text{ref}}} \quad (4.68)$$

which could be written as

$$\frac{1}{\beta_i} \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \frac{dF_{ref}(P_{ref})}{dP_{ref}} \quad (4.69)$$

This is very similar to Eq. 4.28. To obtain an economic dispatch solution, pick a value of generation on the reference bus and then set all other generators according to Eq. 4.69 and check for total demand and readjust reference generation as needed until a solution is reached.

Note further that this method is exactly the first-order gradient method (Section 3.4) with losses. Where (see Eq. 3.14 and substitute ref for x)

$$\Delta F_T = \sum_{i \neq ref} \left[\frac{dF_i}{dP_i} - \beta_i \frac{dF_{ref}}{dP_{ref}} \right] \Delta P_i \quad (4.70)$$

4.2.4.2 Reference-Bus Penalty Factors Direct from the AC Load Flow

The reference-bus penalty factors may be derived using the Newton-Raphson load flow. What we wish to know is the ratio of change in power on the reference bus when a change ΔP_i is made.

Where P_{ref} is a function of the voltage magnitude and phase angle on the network
When a change in ΔP_i is made, all phase angles and voltages in the network will change

Then

$$\begin{aligned} \Delta P_{ref} &= \sum_T \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \sum_T \frac{\partial P_{ref}}{\partial |E_i|} \Delta |E_i| \\ &= \sum_T \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial P_i} \Delta P_i + \sum_T \frac{\partial P_{ref}}{\partial |E_i|} \frac{\partial |E_i|}{\partial P_i} \Delta P_i \end{aligned} \quad (4.71)$$

To carry out the matrix manipulations, we will also need the following.

$$\begin{aligned} \Delta P_{ref} &= \sum_T \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \sum_T \frac{\partial P_{ref}}{\partial |E_i|} \Delta |E_i| \\ &= \sum_T \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial Q_i} \Delta Q_i + \sum_T \frac{\partial P_{ref}}{\partial |E_i|} \frac{\partial |E_i|}{\partial Q_i} \Delta Q_i \end{aligned} \quad (4.72)$$

The terms $\partial P_{ref}/\partial \theta_i$ are derived by differentiating Eq. 4.18 for the reference bus. The terms $\partial \theta_i/\partial P_i$ and $\partial |E_i|/\partial P_i$ are from the inverse Jacobian matrix (see Eq. 4.20). We can write Eqs. 4.71 and 4.72 for every bus i in the network. The resulting equation is

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ref}}{\partial P_1} & \frac{\partial P_{ref}}{\partial Q_1} & \frac{\partial P_{ref}}{\partial P_2} & \frac{\partial P_{ref}}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial P_{ref}}{\partial P_N} & \frac{\partial P_{ref}}{\partial Q_N} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_{ref}}{\partial |E_1|} & \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_{ref}}{\partial |E_2|} & \dots & \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_N} & \frac{\partial P_{ref}}{\partial |E_N|} \end{bmatrix} [J^{-1}] \end{aligned} \quad (4.73)$$

By transposing we get

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ref}}{\partial P_1} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial Q_1} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial P_2} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial Q_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial P_N} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial Q_N} \end{bmatrix} = [J^{-1}] \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial |E_1|} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial |E_2|} \\ \vdots \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial \theta_N} \\ \frac{\partial P_{ref}}{\partial |E_N|} \end{bmatrix}$$

In practice, instead of calculating J^{-1} explicitly, we use Gaussian elimination on J^T in the same way we operate on J in the Newton load-flow solution.

4.2.4.3 Reference-Bus Penalty Factors Using the DC Load Flow

The real (MW) losses on a transmission line (where R_{ij} = real part of) are

$$R_{ij}(\text{loss}_{ij}) = [|E_i|^2 + |E_j|^2 - 2|E_i||E_j| \cos(\theta_i - \theta_j)] R_{ij}(Y_{ij}) \quad (4.74)$$

Taking the derivatives with respect to θ_i and θ_j ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{\text{loss}_{ij}}}{\partial \theta_i} &= 2|E_i||E_j| \sin(\theta_i - \theta_j) R_{ij}(Y_{ij}) \\ \frac{\partial P_{\text{loss}_{ij}}}{\partial \theta_j} &= -2|E_i||E_j| \sin(\theta_i - \theta_j) R_{ij}(Y_{ij}) \end{aligned} \quad (4.75)$$

We can calculate incremental losses for the entire system by first obtaining the change in phase angle at every bus with a change in bus power injection and then multiplying these derivatives times the derivative in Eq. 4.75 and adding the contribution for all lines. That is,

$$\Delta P_{\text{loss}} = \sum_{\text{All lines } l} \frac{\partial P_{\text{loss on line } l}}{\partial \theta_j} \frac{\partial \theta_j}{\partial P_i} \Delta P_i \quad (4.76)$$

To facilitate matrix operations, we will sum over all buses and then over all lines attached to each bus.

$$\frac{\Delta P_{\text{loss}}}{\Delta P_i} = \sum_j \left[\sum_{\text{All lines } \ell \text{ attached to bus } j} \frac{\partial P_{\text{loss line } \ell}}{\partial \theta_j} \right] \frac{\partial \theta_j}{\partial P_i} \quad (4.77)$$

The terms $\partial \theta_j / \partial P_i$ are in the columns of the X matrix given in Eq. 4.25b. That is,

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial \theta_1 / \partial P_1 & \partial \theta_1 / \partial P_2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

Then Eq. 4.77 can be written

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_1} \\ \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_2} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_1}{\partial P_1} & \frac{\partial \theta_2}{\partial P_1} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial \theta_1} \\ \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial \theta_2} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

where the right-hand side vector terms come from the bracketed terms in Eq. 4.77. Where

$$\frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial \theta_j} = \sum_{\text{All lines } \ell \text{ attached to bus } j} \frac{\partial P_{\text{loss line } \ell}}{\partial \theta_j} \quad (4.80)$$

Also note that the matrix in Eq. 4.79 is the transpose of the $[X]$ matrix. Incremental losses derived by Eq. 4.79 are very nearly the same as those derived by Eq. 4.73, but the solution of Eq. 4.79 is much faster.

4.2.4.4 Mathematical Relationship of Loss-Matrix Penalty Factors and Reference-Bus Penalty Factors

Suppose we are given a loss matrix from which we can calculate incremental losses $\partial P_{\text{loss}} / \partial P_i$ for each generator bus in a network. Assume that for a change ΔP_i in generation at bus i a compensating change in load, $\Delta P_{\text{load},i}$, will take place at an "equivalent load center" bus. We are going to look at such a shift for two separate generator buses with each shift taken independently. We will call the first generator bus, bus i , and the second, bus r . For the first shift, from bus i , see Figure 4.20, where

$$\Delta P_i = \Delta P_{\text{loss},i} + \Delta P_{\text{load},i} \quad (4.81)$$

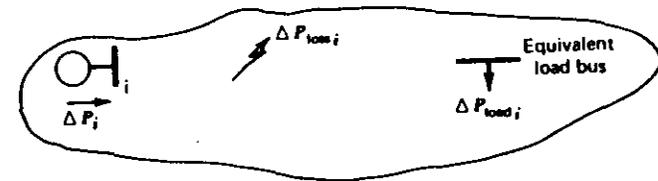


FIG. 4.20 Change at equivalent load bus and bus i .

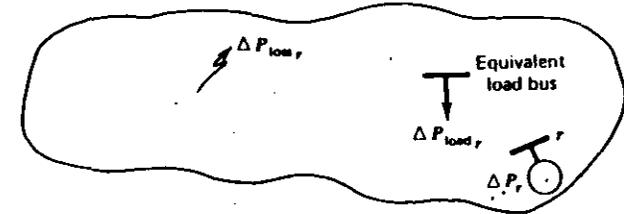


FIG. 4.21 Change at equivalent load bus and reference bus.

If we approximate $\Delta P_{\text{loss},i} / \Delta P_i$ using $\partial P_{\text{loss}} / \partial P_i$ from the loss matrix, we can write Eq. 4.81 as

$$\Delta P_{\text{load},i} = \left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}^*}{\partial P_i} \right) \Delta P_i \quad (4.82)$$

where the asterisk (*) indicates an incremental loss calculated from a loss matrix. Similarly, we can do the same thing, independently, for bus r (see Figure 4.21), where

$$\Delta P_r = \Delta P_{\text{loss},r} + \Delta P_{\text{load},r} \quad (4.83)$$

and again we approximate $\Delta P_{\text{loss},r} / \Delta P_r$ as $\partial P_{\text{loss}} / \partial P_r$ from the loss matrix. Then,

$$\Delta P_{\text{load},r} = \left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}^*}{\partial P_r} \right) \Delta P_r \quad (4.84)$$

Now suppose we carry out these two steps in sequence as follows. First, we carry out the step shown in Eq. 4.82 so that $\Delta P_{\text{load},i}$ exactly compensates for the change ΔP_i and the change in losses. Then we adjust ΔP_r , so that $\Delta P_{\text{load},i}$ is precisely the negative of $\Delta P_{\text{load},r}$. That is,

$$\Delta P_{\text{load},r} = -\Delta P_{\text{load},i} \quad (4.85)$$

Then,

$$\left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}^*}{\partial P_r} \right) \Delta P_r = -\left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}^*}{\partial P_i} \right) \Delta P_i \quad (4.86)$$

By performing this sequence, we have artificially created the actions that constitute the basis for reference-bus penalty factors. That is, we have increased generation at bus i by ΔP_i and compensated with a change ΔP_r at a reference bus while holding load constant. By definition (see Eq. 4.64),

$$\beta_i = \frac{-\Delta P_r}{\Delta P_i} \quad (4.87)$$

but by manipulating Eq. 4.86,

$$\beta_i = \frac{-\Delta P_r}{\Delta P_i} = \frac{(1 - \partial P_{loss}^* / \partial P_i)}{(1 - \partial P_{loss}^* / \partial P_r)} \quad (4.88)$$

If we define penalty factors as

$$pf_{i, loss\ matrix} = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_{loss}^*}{\partial P_i}} \quad (4.89)$$

and

$$pf_{i, ref\ bus} = \frac{1}{\beta_i} \quad (4.90)$$

Then,

$$\begin{aligned} pf_{i, ref\ bus} &= \left(1 - \frac{\partial P_{loss}^*}{\partial P_r}\right) \left(\frac{1}{1 - \frac{\partial P_{loss}^*}{\partial P_i}}\right) \\ &= \left(1 - \frac{\partial P_{loss}^*}{\partial P_r}\right) pf_i^* \end{aligned} \quad (4.91)$$

Thus we can see that the reference-bus penalty factors are simply a constant times the loss-matrix penalty factors. Furthermore, it should be realized that this means that an economic dispatch calculation performed with either reference-bus penalty factors or loss-matrix penalty factors will produce the same generation dispatch and only differ in the value of λ .

APPENDIX A Load Flow Input Data

Figure 4.22 lists the input data to the six-bus sample power system used in the examples in Chapter 4.

LINE DATA

FROM	TO	R	X	BCAPS
1	2	0.1000	0.2000	0.0200
1	4	0.0500	0.2000	0.0200
1	5	0.0800	0.3000	0.0300
2	3	0.0500	0.2500	0.0300
2	4	0.0500	0.1000	0.0100
2	5	0.1000	0.3000	0.0200
2	6	0.0700	0.2000	0.0250
3	5	0.1200	0.2600	0.0250
3	6	0.0200	0.1000	0.0100
4	5	0.2000	0.4000	0.0400
5	6	0.1000	0.3000	0.0300

BUS DATA

BUS NO.	GEN (PU MW)	VOLTAGE (PU KV)	P LOAD (PU MW)	Q LOAD (PU MVAR)
SWING 1	0.00	1.050	0.00	0.00
2	0.50	1.050	0.00	0.00
3	0.60	1.070	0.00	0.00
4	0.00	1.000	0.70	0.70
5	0.00	1.000	0.70	0.70
6	0.00	1.000	0.70	0.70

* BCAP = 1/2 Total line charging

FIG. 4.22 Input data to a six-bus sample power system.

APPENDIX B Derivation of the B Matrix Loss Formula

The B matrix loss formula is developed using a series of transformations on the full-impedance matrix of the transmission system network. The derivation that follows is taken from the paper by Meyer (7). A computer program based on this technique was used to derive the loss formula shown in Example 4D. The derivation in Meyer's paper is related to much earlier pioneering work by Kron (4) and Early and Watson (6), which should be consulted to appreciate Meyer's method fully.

To start, assume that the N transmission system buses are divided up into M generator buses and $N - M$ load buses. The generator buses are ordered $1 \cdots M$, and the load buses $M + 1 \cdots N$. The network is shown in Figure 4.23. The basic relationships between the voltages and currents will be stated throughout the derivation using the impedance (Z) matrix. Meyer's paper should be consulted for specific computational details involving the Z matrix terms.

Our first relationship is then

$$\mathbf{V} = [\mathbf{Z}]\mathbf{I} \quad (4B.1)$$

where \mathbf{V} and \mathbf{I} are $N \times 1$ vectors and $[\mathbf{Z}]$ is an $N \times N$ matrix. The total real and reactive losses in the network may be expressed as

$$P_{loss} + jQ_{loss} = \mathbf{I}^* \mathbf{T} \mathbf{V} = \mathbf{I}^* \mathbf{T} [\mathbf{Z}] \mathbf{I} \quad (4B.2)$$

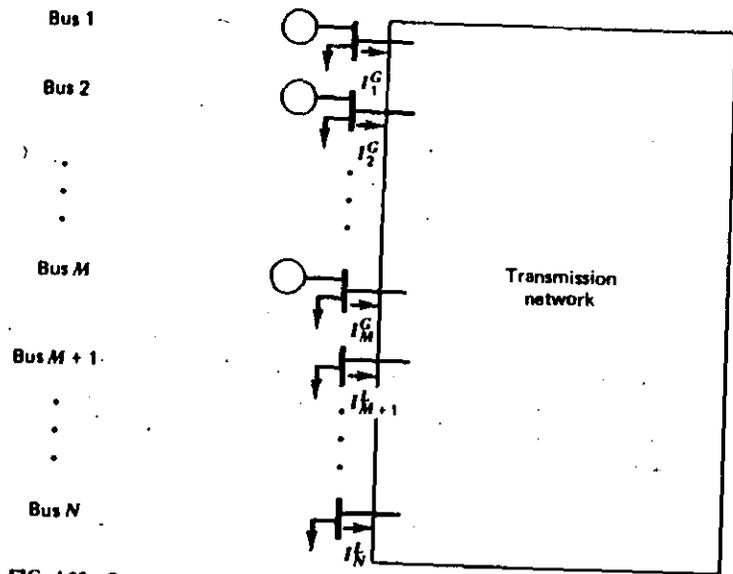


FIG. 4.23 Representation of loads and generators attached to a transmission network.

Since we are only interested in the real power losses, we will use

$$P_{\text{loss}} = R_e\{\mathbf{I}^{*T}[\mathbf{Z}]\mathbf{I}\} \quad (4B.3)$$

Each bus-current injection consists of two components, the generation component and the load component designated I_i^G and I_i^L , respectively. Then

$$I_i = I_i^G + I_i^L \quad \text{for } i = 1 \cdots N \quad (4B.4)$$

where by our ordering of buses $I_i^G = 0$ for $i = M + 1 \cdots N$.

Further, the load currents will be modeled as a linear function of the total load current I_L . This is similar to the "conforming load" assumption used in Example 4F. Then

$$I_i^L = \ell_i I_L + I_i^0 \quad (4B.5)$$

where I_i^L = load current at bus i

ℓ_i = load distribution factor for bus i (ℓ is complex)

I_L = total system load current

I_i^0 = constant or base-load current at bus i

Now we can begin to use transformations as follow.

$$\mathbf{I} = [\mathbf{C}_1]\mathbf{I}_2 + \mathbf{I}^0 \quad (4B.6)$$

or

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_M \\ I_{M+1} \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1^G \\ \vdots \\ I_M^G \\ I_L \\ \vdots \\ I_N^G \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_1^0 \\ \vdots \\ I_M^0 \\ I_{M+1}^0 \\ \vdots \\ I_N^0 \end{bmatrix}$$

where \mathbf{I}_2 is a vector as shown with the first N elements equal to the N generator currents and the $N + 1$ element equal to the total load current I_L . Substituting (4B.6) into (4B.3), gives

$$P_{\text{loss}} = R_e\{\mathbf{I}_2^{*T}[\mathbf{C}_1]^{*T} + \mathbf{I}^{0*T}[\mathbf{Z}][\mathbf{C}_1]\mathbf{I}_2 + \mathbf{I}^0\} \quad (4B.7)$$

which on being expanded has four terms.

$$P_{\text{loss}} = R_e\{H_1 + H_2 + H_3 + H_4\} \quad (4B.8)$$

where $H_1 = \mathbf{I}_2^{*T}[\mathbf{C}_1]^{*T}[\mathbf{Z}][\mathbf{C}_1]\mathbf{I}_2$

$$H_2 = \mathbf{I}^{0*T}[\mathbf{Z}]\mathbf{I}^0$$

$$H_3 = \mathbf{I}^{0*T}[\mathbf{Z}][\mathbf{C}]\mathbf{I}_2$$

$$H_4 = \mathbf{I}_2^{*T}[\mathbf{C}]^{*T}[\mathbf{Z}]\mathbf{I}^0$$

It should be observed here that the H_1 term contributes only to the quadratic part (B_{ij}) of the loss formula, H_2 contributes to the constant part (B_{00}), and H_3 and H_4 contribute to the linear part (B_{i0}).

Before proceeding, we will observe two assumptions that are built into this loss-formula derivation. The first assumes that each generator's reactive power is a linear function of its real power output. That is,

$$Q_i^G = Q_i^{G0} + S_i P_i^G \quad (4B.9)$$

The value of S_i is quite important and must be obtained carefully. The usual procedure is to run base and off-base load-flow calculations that differ by the amount of load on the network. Each generator's S_i value and each load's ℓ_i and I_i^0 values are derived from the two load flows.

We use the S_i factors together with the bus voltage magnitudes and phase angles from the base-load flow as follows.

$$I_i^G = \left(\frac{d_1}{|V_i|} + j \frac{d_2}{|V_i|} \right) P_i^G \quad (4B.10)$$

Note that we have ignored the Q_i^{G0} by simply lumping it into the load bus reactive power. The d_1 and d_2 terms are

$$d_1 = \cos \theta_i + S_i \sin \theta_i \quad (4B.11)$$

$$d_2 = \sin \theta_i + S_i \cos \theta_i$$

The second assumption built into the calculation concerns the reference-bus voltage. This voltage is assumed known and constant as loading varies on the system. Let $i = r$ be the reference bus for the network. It is normal practice to have r be one of the generator buses. Then

$$V_r = \sum_{i=1}^M z_{ri} I_i^G + I_L \sum_{i=1}^N z_{ri} I_i + \sum_{i=1}^N z_{ri} I_i^0 \quad (4B.12)$$

We can use 4B.12 to eliminate I_L from our equations.

$$I_L = - \sum_{i=1}^M T_i I_i^G + T^* \bar{V}_r \quad (4B.13)$$

$$\text{where } T_i = \frac{z_{ri}}{\sum_{j=1}^N z_{rj}}$$

$$T^* = \frac{1}{\sum_{j=1}^N z_{rj}}$$

$$\bar{V}_r = V_r - \sum_{i=1}^N z_{ri} I_i^0$$

Using 4B.13, we can build another transformation on I_2 .

$$I_2 = [C_2] I_2' \quad (4B.14)$$

or

$$\begin{bmatrix} I_1^G \\ \vdots \\ I_M^G \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & & & 0 \\ & & 1 & 0 \\ -T_1 & \cdots & -T_M & T^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1^G \\ \vdots \\ I_M^G \\ V_r \end{bmatrix}$$

Now we can start to reduce H_1 through H_4 . First, H_1 ; using 4B.14, H_1 becomes

$$\begin{aligned} H_1 &= I_2'^* [C_2]^* [C_1]^* [Z] [C_1] [C_2] I_2' \\ &= I_2'^* [Z^3] I_2' \end{aligned} \quad (4B.15)$$

where

$$[Z^3] = [C_2]^* [C_1]^* [Z] [C_1] [C_2]$$

We can reduce H_2 to

$$H_2 = I^{0*} T V^A \quad (4B.16)$$

where

$$V^A = [Z] I^0$$

Then

$$R_e \{H_2\} = \sum_{i=1}^N R_e \{I_i^0 V_i^A\} \quad (4B.17)$$

H_3 and H_4 will be treated together. First, since H_3 and H_4 are both scalars,

$$\begin{aligned} R_e \{H_3 + H_4\} &= R_e \{H_3^T + H_4^*\} \\ &= R_e \{I_2^T [C_1]^T [Z]^T I^{0*} + I_2^* [C_1]^* [Z]^* I^{0*}\} \\ &= R_e \{I_2^T \underbrace{[C_1]^T [Z]^T I^{0*} + [C_1]^* [Z]^* I^{0*}}_{V^D}\} \end{aligned} \quad (4B.18)$$

where

$$V^D = [C_1]^T \underbrace{(Z^T I^{0*})}_{V^B} + \underbrace{(Z^* I^{0*})}_{V^A} \quad (4B.19)$$

Then

$$\begin{aligned} R_e \{H_3 + H_4\} &= R_e \{I_2^T V^D\} \\ &= R_e \left\{ \sum_{i=1}^M I_i^G V_i^D + V_{M+1}^D I_2 \right\} \end{aligned} \quad (4B.20)$$

and using 4B.13,

$$R_e \{H_3 + H_4\} = R_e \left\{ \sum_{i=1}^M (V_i^D - V_{M+1}^D T_i) I_i^G + V_{M+1}^D T^* \bar{V}_r \right\} \quad (4B.21)$$

We can now write out the terms in the loss matrix.

$$\begin{aligned} B_{ij} &= \frac{(R_{ij}^3 + R_{ji}^3)}{2} \left[\frac{(1 + S_i S_j) \cos(\theta_i - \theta_j) + (S_i - S_j) \sin(\theta_i - \theta_j)}{|V_i| |V_j|} \right] \\ &\quad + \frac{(X_{ij}^3 - X_{ji}^3)}{2} \left[\frac{(1 + S_i S_j) \sin(\theta_i - \theta_j) + (S_i - S_j) \cos(\theta_i - \theta_j)}{|V_i| |V_j|} \right] \\ B_{i0} &= \frac{1}{|V_i|} [(R_e \{\bar{V}_r\} d_{0i} - I_m \{\bar{V}_r\} d_{0i} + R_e \{\zeta\} d_{0i} \\ &\quad + R_e \{\bar{V}_r\} d_{0i} + I_m \{\bar{V}_r\} d_{0i} - I_m \{\zeta\} d_{0i}] \\ B_{00} &= |\bar{V}_r|^2 R_e \{\Psi\} + \sum_{i=1}^N R_e \{I_i^0 V_i^A\} + R_e \{V_{M+1}^D T^* \bar{V}_r\} \end{aligned} \quad (4B.22)$$

where R^3, X^3 are elements from $[Z^3]$ [see Eq. 4B.15].

S_i, S_j are as defined in Eq. 4B.9.

\bar{V}_r is defined in Eq. 4B.13.

$|V_i|, |V_j|, \theta_i, \theta_j$ are from the base-load flow.

$$d_{0i} = R_e \{T^*(a_i - T_i^* \omega) + T^{**}(b_j - T_j^* \omega)\}$$

$$d_{0i} = I_m \{T^*(a_i - T_i^* \omega) + T^{**}(b_j - T_j^* \omega)\}$$

$$\text{where } a_i = \sum_{j=1}^N z_{ij} f_j$$

$$b_j = \sum_{i=1}^N z_{ij} f_i^*$$

$$\omega = \sum_{i=1}^N \ell_i^* a_i$$

$$\zeta = V^D - T_i V_{M+1}^D \quad \text{where } V^D \text{ is defined in Eq. 4B.19}$$

$$\Psi = T^* T^* \omega$$

and V^A is defined in Eq. 4B.16

APPENDIX C

Jacobian Matrix in the Newton Power Flow

The Jacobian matrix in Eq. 4.20 and the transpose Jacobian shown in Eq. 4.73 both start with the equation for the real and reactive power at each bus. This equation, shown in the text as Eq. 4.18, is repeated here.

$$P_i + jQ_i = E_i \sum_{k=1}^N Y_{ik}^* E_k^* \quad (4C.1)$$

This can be expanded as

$$P_i + jQ_i = \sum_{k=1}^N |Y_{ik}| |E_i| |E_k| e^{j(\theta_i - \theta_k - \theta_{ik})} \quad (4C.2)$$

where θ_i, θ_k = phase angle at buses i and k , respectively

$$\theta_{ik} = \arctan \frac{B_{ik}}{G_{ik}}$$

$|E_i|, |E_k|$ = magnitude of E_i and E_k , respectively

$$|Y_{ik}| = \sqrt{G_{ik}^2 + B_{ik}^2}$$

General practice in solving load flows by the Newton method has been to use $\Delta|E_i|/|E_i|$ instead of simply $\Delta|E_i|$. This simplifies writing the equations. The derivatives are

For $i \neq k$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} &= |Y_{ik}| |E_i| |E_k| \sin(\theta_i - \theta_k - \theta_{ik}) \\ &= (a_k f_i - b_k e_i) \\ \frac{\partial P_i}{\partial |E_k|} &= |Y_{ik}| |E_i| |E_k| \cos(\theta_i - \theta_k - \theta_{ik}) \\ &= (a_k e_i + b_k f_i) \end{aligned} \quad (4C.3)$$

where $a_k + jb_k = (e_k + jf_k)(G_{ik} + jB_{ik})$

$$e_k = R_k(E_k)$$

$$f_k = I_m(E_k)$$

and

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} = -\frac{\partial P_i}{\partial |E_k|} \frac{\partial P_i}{|E_k|}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |E_k|} = \frac{\partial P_i}{\partial \theta_k}$$

For $i = k$:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -Q_i - B_{ii} E_i^2$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |E_i|} = P_i + G_{ii} E_i^2$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = P_i - G_{ii} E_i^2$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |E_i|} = Q_i - B_{ii} E_i^2$$

Equation 4.20 now becomes

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \frac{\Delta |E_1|}{|E_1|} \\ \Delta \theta_2 \\ \frac{\Delta |E_2|}{|E_2|} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Similarly for Eq. 4.73.

PROBLEMS

4.1 The circuit elements in the 138 kV circuit in Figure 4.24 are in per unit on a 100 MVA base with the nominal 138 kV voltage as base. The $P + jQ$ load is scheduled to be 170 MW and 50 MVAR.

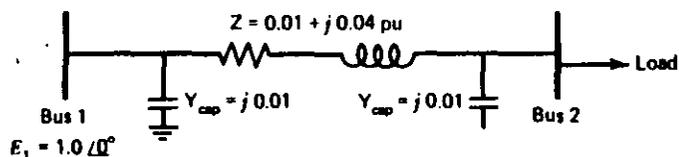


FIG. 4.24 Two-bus ac system for Problem 4.1.

- Write the Y matrix for this two-bus system.
- Assume bus 1 as the reference bus and set up the Gauss-Seidel correction equation for bus 2. (Use $1.0 \angle 0^\circ$ as the initial voltage on bus 2.) Carry out two or three iterations and show that you are converging.
- Apply the "DC" load flow conventions to this circuit and solve for the phase angle at bus 2 for the same load real power of 1.7 per unit.

4.2 Given the network in Figure 4.25 (base = 100 MVA):

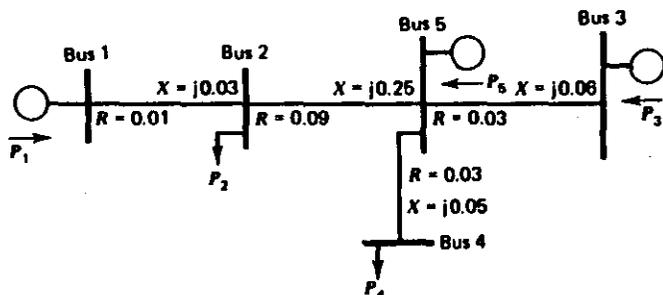


FIG. 4.25 Four-bus network for Problem 4.2.

- Develop the $[B_x]$ matrix for this system.

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{bmatrix} = [B_x] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix}$$

P in per unit MW
 θ in radians

- Assume bus 5 as the reference bus. To carry out a "DC" load flow, we will set $\theta_5 = 0$ rad. Row 5 and column 5 will be zeroed.

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & 0 \\ & \text{Remainder} & & & 0 \\ & \text{of } B_x & & & 0 \\ & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix}$$

Solve for the X matrix.

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix} = [X] \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{bmatrix}$$

- Calculate the phase angles for the set of power injections.

$P_1 = 100$ MW generation

$P_2 = 120$ MW load

$P_3 = 150$ MW generation

$P_4 = 200$ MW load

- Calculate P_5 according to the "DC" load flow.
- Calculate all power flows on the system using the phase angles found in part c.
- (Optional) Calculate the reference-bus penalty factors for buses 1, 2, 3, and 4. Assume all bus voltage magnitudes are 1.0 per unit.

4.3 Given the following loss formula (use P 's in MW):

$$B_{ij} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1.36255 \cdot 10^{-4} & 1.753 \cdot 10^{-5} & 1.8394 \cdot 10^{-4} \\ 1.753 \cdot 10^{-5} & 1.5448 \cdot 10^{-4} & 2.82765 \cdot 10^{-4} \\ 1.8394 \cdot 10^{-4} & 2.82765 \cdot 10^{-4} & 1.6147 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

B_{10} and B_{00} are neglected.

Assume three units are on line and have the following characteristics:

Unit 1: $H_1 = 312.5 + 8.25 P_1 + 0.005 P_1^2$, MBtu/h

$50 \leq P_1 \leq 250$ MW

Fuel cost = 1.05 R/MBtu

Unit 2: $H_2 = 112.5 + 8.25 P_2 + 0.005 P_2^2$, MBtu/h

$5 \leq P_2 \leq 150$ MW

Fuel cost = 1.217 R/MBtu

Unit 3: $H_3 = 50 + 8.25 P_3 + 0.005 P_3^2$, MBtu/h

$15 \leq P_3 \leq 100$ MW

Fuel cost = 1.1831 R/MBtu

- a. No Losses Used in Scheduling
 - i. Calculate the optimum dispatch and total cost neglecting losses for $P_D = 190$ MW.*
 - ii. Using this dispatch and the loss formula, calculate the system losses.
- b. Losses Included in Scheduling
 - i. Find the optimum dispatch for a total generation of $P_D = 109$ MW* using the coordination equations and the loss formula.
 - ii. Calculate the cost rate.
 - iii. Calculate the total losses using the loss formula.
 - iv. Calculate the resulting load supplied.

4.4 Given the network in Figure 4.26:

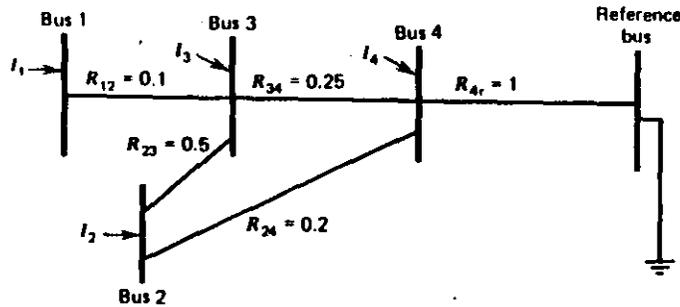


FIG. 4.26 Network for Problem 4.4.

- a. Develop the Y matrix and Z matrix equations for this network.
- b. Assume I_3 and I_4 are load-bus currents. Transform E 's and I 's and $[Z]$ to reflect a conforming load assumption.

$$I_3 = 0.35I_{Leq}$$

$$I_4 = 0.65I_{Leq}$$

- c. Transform to eliminate I_{Leq} . That is, $I_{Leq} = -(I_3 + I_4)$
- d. Calculate network losses for each "frame," assuming the following initial currents.

$$I_1 = 10$$

$$I_2 = 15$$

$$I_3 = -8.75$$

$$I_4 = -16.25$$

$$* P_{demand} = P_1 + P_2 + P_3 = P_D$$

$$P_L = \text{power loss}$$

$$P_R = P_D - P_L = \text{net load}$$

- e. Calculate the incremental losses for a change in current ΔI_1 at bus 1 with $I_2 = 15$ A.

Compare the incremental loss just calculated with an approximation obtained by setting $I_1 = 11$ A (leave $I_2 = 15$ A and assuming the load currents compensate this 1-A adjustment as described in the text).

4.5 This problem requires the use of a load-flow program. Set up and solve the load-flow base case shown in Appendix A and Example 4A. You should be able to match the solution shown in Figure 4.8.

- a. Resolve the load flow with each load set to 71 MW, 71 MVAR. Require that bus 1 be the swing bus so that any change in generation will appear on bus 1 (i.e., keep generator 2 at 50 MW and generator 3 at 60 MW).
- b. Resolve the load flow with loads set as in (a). Require that bus 2 be the swing bus so that all generation change appears on bus 2 (i.e., keep generator 1 at 107.9 MW and generator 3 at 60 MW).
- c. Set all loads back to their base-case conditions of 70 MW, 70 MVAR. Increase the generation on bus 2 to 55 MW. Require bus 1 to be the swing bus and resolve the load flow (bus 3 remains at 60 MW).

In each of these three load-flow runs, you perturbed the network in some way. For each solution, you should notice a difference in the network losses as compared to the base case.

From the data of part (a) calculate

$$\frac{\Delta P_{\text{losses}}}{\Delta P_1}$$

From the data of part (b) calculate

$$\frac{\Delta P_{\text{losses}}}{\Delta P_2}$$

All loads were perturbed equally in parts (a) and (b) to simulate a slight increase in total load. Compare the incremental losses as calculated from the load flow to the incremental losses calculated from the B matrix shown in Example 4D.

The perturbation in part (c) is to demonstrate the change in losses on the network for a shift of generation such as proposed in Section 4.2.4.4. Calculate B_i and P_f for bus 2 from the data of part (c).

FURTHER READING

The basic papers on solution of the load flow can be found in references 1-3. The development of the loss-matrix equations is based on the work of Kron (4), who developed the reference-frame transformation theory. Other developments of the transmission-loss

formula are seen in references 5 and 6. Meyer's paper (7) is representative of recent adaptation of sparsity programming methods to calculation of the loss matrix.

The development of the reference-bus penalty factor method can be seen in references 8 and 9. Reference 10 gives an excellent derivation of the reference-bus penalty factors derived from the Newton load-flow equations. Reference 10 provides an excellent summary of recent developments in power system dispatch.

1. Ward, J. B., Hale, H. W., "Digital Computer Solution of Power-Flow Problems," *AIEE Transactions, Part III Power Apparatus and Systems*, Vol. 75, June 1956, pp. 398-404.
2. VanNess, J. E., "Iteration Methods for Digital Load Flow Studies," *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 78A, August 1959, pp. 583-588.
3. Tinney, W. F., Hart, C. E., "Power Flow Solution by Newton's Method," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-86, November 1967, pp. 1449-1460.
4. Kron, G., "Tensorial Analysis of Integrated Transmission Systems—Part I: The Six Basic Reference Frames," *AIEE Transactions*, Vol. 70, Part 1, 1951, pp. 1239-1248.
5. Kirchmayer, L. K., Stagg, G. W., "Analysis of Total and Incremental Losses in Transmission Systems," *AIEE Transactions*, Vol. 70, Part 1, 1951, pp. 1197-1205.
6. Early, E. D., Watson, R. E., "A New Method of Determining Constants for the General Transmission Loss Equation," *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-74, February 1956, pp. 1417-1423.
7. Meyer, W. S., "Efficient Computer Solution for Kron and Kron-Early Loss Formulas," *Proc 1973 PICA Conference*, IEEE 73 CHO 740-1, PWR, pp. 428-432.
8. Shipley, R. B., Hochdorf, M., "Exact Economic Dispatch—Digital Computer Solution," *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-75, November 1956, pp. 1147-1152.
9. Dommel, H. W., Tinney, W. F., "Optimal Power Flow Solutions," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS 87, October 1968, pp. 1866-1876.
10. Happ, H. H., "Optimal Power Dispatch," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-93, May/June 1974, pp. 820-830.

Unit Commitment

5.1 INTRODUCTION

Because human activity follows cycles, most systems supplying services to a large population will experience cycles. This includes transportation systems, communication systems, as well as electric power systems. In the case of an electric power system, the total load on the system will generally be higher during the daytime and early evening when industrial loads are high, lights are on, and so forth and lower during the late evening and early morning when most of the population is asleep. In addition, the use of electric power has weekly cycles, the load being lower over weekend days than weekdays. But why is this a problem in the operation of an electric power system? Why not just simply commit enough units to cover the maximum system load and leave them running? Note that to "commit" a generating unit is to "turn it on," that is, to bring the unit up to speed, synchronize it to the system, and connect it so it can deliver power to the network. The problem with "commit enough units and leave them on line" is one of economics. As will be shown in Example 5A, it is quite expensive to run too many generating units. A great deal of money can be saved by turning units off (decommitting them) when they are not needed.

EXAMPLE 5A

Suppose one had the three units given here.

- Unit 1: Min = 150 MW
 Max = 600 MW
 $H_1 = 510.0 + 7.2 P_1 + 0.00142 P_1^2$ MBtu/h
- Unit 2: Min = 100 MW
 Max = 400 MW
 $H_2 = 310.0 + 7.85 P_2 + 0.00194 P_2^2$ MBtu/h
- Unit 3: Min = 50 MW
 Max = 200 MW
 $H_3 = 78.0 + 7.97 P_3 + 0.00482 P_3^2$ MBtu/h

with fuel costs:

$$F_1 = 1.1 \text{ ¢/MBtu}$$

$$F_2 = 1.0 \text{ ¢/MBtu}$$

$$F_3 = 1.2 \text{ ¢/MBtu}$$

If we are to supply a load of 550 MW, what unit or combination of units should be used to supply this load most economically? To solve this problem, simply try all combinations of the three units. Some combinations will be infeasible if the sum of all maximum MW for the units committed is less than the load or if the sum of all minimum MW for the units committed is greater than the load. For each feasible combination, the units will be dispatched using the techniques of Chapter 3. The results are presented in Table 5.1.

TABLE 5.1 Unit Combinations and Dispatch for 550 MW Load Example 5A

Unit 1	Unit 2	Unit 3	Max Generation	Min Generation	P_1	P_2	P_3	F_1	F_2	F_3	Total Generation Cost $F_1 + F_2 + F_3$
OFF	OFF	OFF	0	0							Infeasible
OFF	OFF	ON	200	50							Infeasible
OFF	ON	OFF	400	100							Infeasible
OFF	ON	ON	600	150	0	400	150	0	3760	1658	5418
ON	OFF	OFF	600	150	550	0	0	5389	0	0	5389
ON	OFF	ON	800	200	500	0	50	4911	0	586	5497
ON	ON	OFF	1000	250	295	255	0	3030	2440	0	5471
ON	ON	ON	1200	300	267	233	50	2787	2244	586	5617

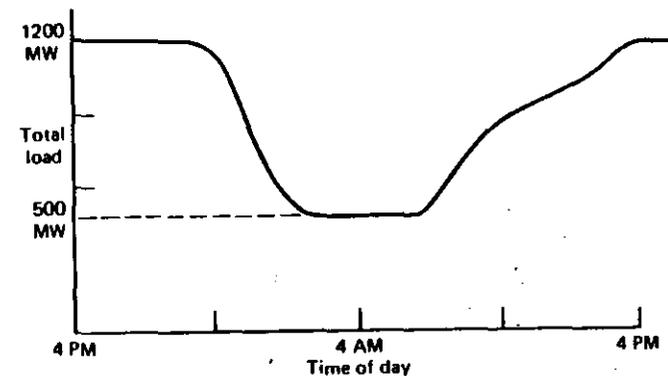


FIG. 5.1a Simple "peak-valley" load pattern.

Note that the least expensive way to supply the generation is not with all three units running, or even any combination involving two units. Rather, the optimum commitment is to only run unit 1, the most economic unit. By only running the most economic unit, the load can be supplied by that unit operating closer to its best efficiency. If another unit is committed, both unit 1 and the other unit will be loaded further from the best efficiency point such that the net cost is greater than unit 1 alone.

Suppose the load follows a simple "peak-valley" pattern as shown in Figure 5.1a. If the operation of the system is to be optimized, units must be shut down as the load goes down and then recommitted as it goes back up. We would like to know which units to drop and when. As we will show later, this problem is far from trivial when real generating units are considered. One approach to this solution is demonstrated in Example 5B, where a simple priority list scheme is developed.

EXAMPLE 5B

Suppose we wish to know which units to drop as a function of system load. Let the units and fuel costs be the same as in Example 5A with the load varying from a peak of 1200 MW to a valley of 500 MW. To obtain a "shut-down rule," simply use a brute-force technique wherein all combinations of units will be tried (as in Example 5A) for each load value taken in steps of 50 MW from 1200 to 500. The results of applying this brute-force technique are given in Table 5.2. Our shut-down rule is quite simple.

When load is above 1000 MW, run all three units; between 1000 MW and 600 MW, run units 1 and 2; below 600 MW, run only unit 1.

TABLE 5.2 "Shut-down Rule" Derivation for Example 5B

Load	Optimum combination		
	Unit 1	Unit 2	Unit 3
1200	ON	ON	ON
1150	ON	ON	ON
1100	ON	ON	ON
1050	ON	ON	ON
1000	ON	ON	OFF
950	ON	ON	OFF
900	ON	ON	OFF
850	ON	ON	OFF
800	ON	ON	OFF
750	ON	ON	OFF
700	ON	ON	OFF
650	ON	ON	OFF
600	ON	OFF	OFF
550	ON	OFF	OFF
500	ON	OFF	OFF

Figure 5.1b shows the unit commitment schedule derived from this shut-down rule as applied to the load curve of Figure 5.1a.

So far, we have only obeyed one simple constraint: *Enough units will be committed to supply the load.* If this were all that was involved in the unit commitment problem, that is, just meeting the load, we could stop here and state that the problem was "solved." Unfortunately, other constraints and other phenomena must be taken into account in order to claim an optimum solution. These constraints will be discussed in the next section followed by a description of some of the presently used methods of solution.

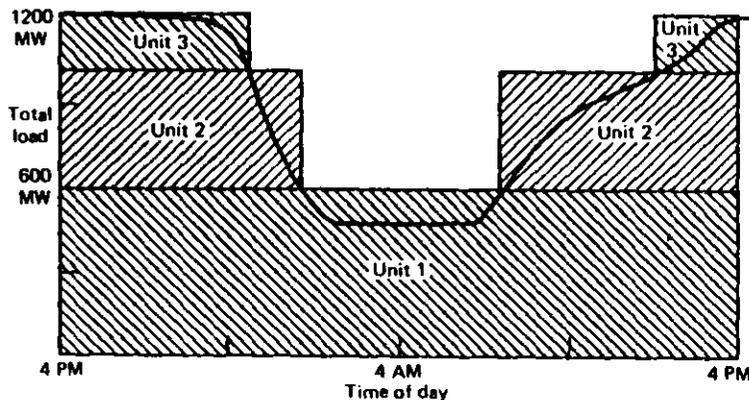


FIG. 5.1b Unit commitment schedule using shut-down rule.

5.1.1 Constraints in Unit Commitment: Introduction

Many constraints can be placed on the unit commitment problem. The list presented here is by no means exhaustive. Each individual power system, power pool, reliability council, and so forth may impose different rules on the scheduling of units, depending on the generation makeup, load-curve characteristics, and such.

5.1.2 Spinning Reserve

Spinning reserve is the term used to describe the total amount of generation available from all units synchronized (i.e., spinning) on the system minus the present load plus losses being supplied. Spinning reserve must be carried so that the loss of one or more units does not cause too far a drop in system frequency (see Chapter 9). Quite simply, if one unit is lost, there must be ample reserve on the other units to make up for the loss in a specified time period.

Spinning reserve must be allocated to obey certain rules, usually set by regional reliability councils (in the United States) that specify how the reserve is to be allocated to various units. Typical rules specify that reserve must be a given percentage of forecasted peak demand, or that reserve must be capable of making up the loss of the most heavily loaded unit in a given period of time, or such. Others calculate reserve requirements as a function of the probability of not having sufficient generation to meet the load.

Not only must the reserve be sufficient to make up for a generation unit failure, but the reserves must be allocated among fast-responding units and slow-responding units. This allows the automatic generation control system (see Chapter 9) to restore frequency and interchange quickly in the event of a generating-unit outage.

Beyond spinning reserve, the unit commitment problem may involve various classes of "scheduled reserves" or "off-line" reserves. These include quick-start diesel or gas-turbine units as well as most hydro and pumped-storage hydro units that can be brought on line, synchronized, and brought up to full capacity quickly. As such, these units can be "counted" in the overall reserve assessment as long as their time to come up to full capacity is taken into account.

Reserves, finally, must be spread around the power system to avoid transmission system limitations (often called "bottling" of reserves) and to allow various parts of the system to run as "islands," should they become electrically disconnected.

EXAMPLE 5C

Suppose a power system consisted of two isolated regions: a western region and an eastern region. Five units have been committed to supply 3090 MW as shown in Figure 5.2. The two regions are separated by transmission tie lines that can together transfer a maximum of 550 MW in either direction. This is shown in Figure 5.2. What can we say about the allocation of spinning reserve in this system?

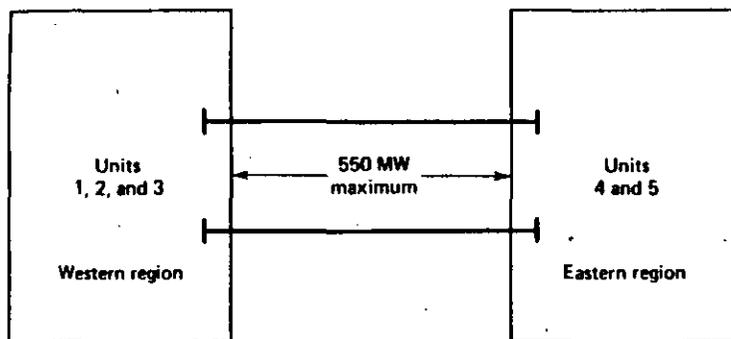


FIG. 5.2 Two-region system.

The data for the system in Figure 5.2 are given in Table 5.3. With the exception of unit 4, the loss of any unit on this system can be covered by the spinning reserve on the remaining units. Unit 4 presents a problem, however. If unit 4 were to be lost and unit 5 were to be run to its maximum of 600 MW, the eastern region would still need 590 MW to cover the load in the eastern region. The 590 MW would have to be transmitted over the tie lines from the western region, which can easily supply 590 MW from its reserves. However, the tie capacity of only 550 MW limits the transfer. Therefore, the loss of unit 4 cannot be covered even though the entire system has ample reserves. The only solution to this problem is to commit more units to operate in the eastern region.

5.1.3 Thermal Unit Constraints

Thermal units require a crew to operate them, especially when turned on and turned off. A thermal unit can undergo only gradual temperature changes, and this translates into a time period of some hours required to bring the unit on line. As a result of such restrictions in the operation of a thermal plant, various constraints

TABLE 5.3 Data for the System in Figure 5.2

Region	Unit	Unit capacity (MW)	Unit output (MW)	Regional generation (MW)	Spinning reserve	Regional load (MW)	Interchange (MW)
Western	1	1000	900	1740	100	1900	160 ^{out}
	2	800	420		380		
	3	800	420		380		
Eastern	4	1200	1040	1350	160	1190	160 ^{out}
	5	600	310		290		
Total		4400	3090	3090	1310	3090	

arise such as

- **Minimum Up Time:** Once the unit is running, it should not be turned off immediately.
- **Minimum Down Time:** Once the unit is decommitted, there is a minimum time before it can be recommitted.
- **Crew Constraints:** If a plant consists of two or more units, they cannot both be turned on at the same time.

In addition, because the temperature and pressure of the thermal unit must be moved slowly, a certain amount of energy must be expended to bring the unit on line. This energy does not result in any MW generation from the unit and is brought into the unit commitment problem as a *start-up cost*.

The start-up cost can vary from a maximum "cold-start" value to a much smaller value if the unit was only turned off recently and is still relatively close to normal temperature. There are two approaches to treating a thermal unit during its down period. The first allows the unit's boiler to cool down and then heat back up to operating temperature in time for a scheduled turn on. The second (called *banking*) requires that sufficient energy be input to the boiler to just maintain operating temperature. The costs for the two can be compared so that, if possible, the best approach (cooling or banking) can be chosen.

$$\text{Start-up cost when cooling} = C_c(1 - e^{-t/\alpha}) \cdot F + C_f$$

where C_c = cold-start cost (MBtu)

F = fuel cost

C_f = fixed cost (includes crew expense, maintenance expenses) (in $\$$)

α = thermal time constant for the unit

t = time in hours the unit was cooled

$$\text{Start-up cost when banking} = C_b \cdot t \cdot F + C_f$$

where C_b = cost (MBtu/h) of maintaining unit at operating temperature

Up to a certain number of hours the cost of banking will be less than the cost of cooling, as is illustrated in Figure 5.3.

Finally, the capacity limits of thermal units may change frequently due to maintenance or unscheduled outages of various equipment in the plant; this must also be taken into account in unit commitment.

5.1.4 Other Constraints

5.1.4.1 Hydro Constraints

Unit commitment cannot be completely separated from the scheduling of hydro units. In this text we will assume that the hydrothermal scheduling (or "coordination") problem can be separated from the unit commitment problem. We,

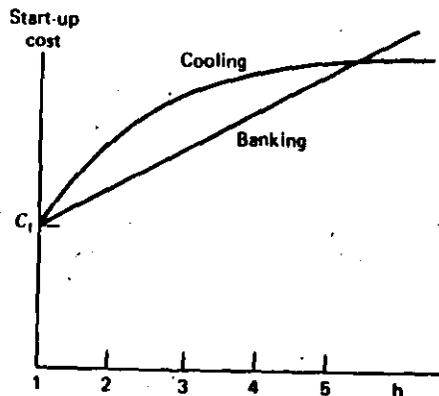


FIG. 5.3 Time-dependent Start-up costs.

of course, cannot assert flatly that our treatment in this fashion will always result in an optimal solution.

5.1.4.2 Must Run

Some units are given a must-run status during certain times of the year for reason of voltage support on the transmission network or for such purposes as supply of steam for uses outside the steam plant itself.

5.1.4.3 Fuel Constraints

We will treat the "fuel scheduling" problem briefly in Chapter 6. A system in which some units have limited fuel, or else have constraints that require them to burn a specified amount of fuel in a given time, presents a most challenging unit commitment problem for which no completely general solution (that works on a practical utility system) exists.

5.2 UNIT COMMITMENT SOLUTION METHODS

The commitment problem can be very difficult. As a theoretical exercise, let us postulate the following situation.

- We must establish a loading pattern for M periods.
- We have N units to commit and dispatch.
- The M load levels and operating limits on the N units are such that any one unit can supply the individual loads and that any combination of units can also supply the loads.

Next, assume we are going to establish the commitment by enumeration (brute force). The total number of combinations we need to try each hour is

$$C(N, 1) + C(N, 2) + \cdots + C(N, N-1) + C(N, N) = 2^N - 1$$

where $C(N, j)$ is the combination of N items taken j at a time. That is,

$$C(N, j) = \left(\frac{N!}{(N-j)! j!} \right)$$

$$j! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times j$$

For the total period of M intervals, the maximum number of possible combinations is $(2^N - 1)^M$, which can become a horrid number to think about.

For example, take a 24-h period (e.g., 24 one-hour intervals) and consider systems with 5, 10, 20, and 40 units. The value of $(2^N - 1)^{24}$ becomes the following.

N	$(2^N - 1)^{24}$
5	6.2×10^{15}
10	1.73×10^{72}
20	3.12×10^{144}
40	(Too big)

These very large numbers are the upper bounds for the number of enumerations required. Fortunately, the constraints on the units and the load-capacity relationships of typical utility systems are such that we do not approach these large numbers. Nevertheless, the real practical barrier in the optimized unit commitment problem is the high dimensionality of the possible solution space.

The most talked about techniques for the solution of the unit commitment problem are

- Priority-list schemes.
- Dynamic programming (DP).
- Mixed integer-linear programming (MILP).

Of these, priority-list schemes are the most popular. DP algorithms are the only ones that approach an optimum solution for large systems. MILP algorithms are just beginning to be researched and are not widely used on large-system problems.

5.2.1 Priority-List Methods

The simplest unit commitment solution methods consists of creating a priority list of units. As we saw in Example 5B, a simple shut-down rule or priority-list scheme could be obtained after an exhaustive enumeration of all unit combinations at each load level. The priority list of Example 5B could be obtained in a much simpler manner by noting the full-load average production cost of each unit, where the full-load average production cost is simply the net heat rate at full load times the fuel cost.

EXAMPLE 5D

Construct a priority list for the units of Example 5A. (Use the same fuel costs as in Example 5A.) First, the full load average production cost will be calculated

Unit	Full load average production cost (R/MWh)
1	9.79
2	9.40
3	11.188

A strict priority order for these units based on the average production cost would order them as follows.

Unit	R/MWh	Min MW	Max MW
2	9.40	100	400
1	9.79	150	600
3	11.40	50	200

and the commitment scheme would (ignoring min up/down time, start-up costs, etc.) simply use only the following combinations.

Combination	Min MW from combination	Max MW from combination
2 + 1 + 3	300	1200
2 + 1	250	1000
2	150	400

Note that such a scheme would not completely parallel the shut-down sequence described in Example 5B where unit 2 was shut down at 600 MW leaving unit 1. With the priority-list scheme, both units would be held on until load reached 400 MW, then unit 1 would be dropped.

Most priority-list schemes are built around a simple shut-down algorithm that might operate as follows.

- At each hour when load is dropping, determine whether dropping the next unit on the priority list will leave sufficient generation to supply the load plus spinning-reserve requirements. If not, continue operating as is, if yes, go on to the next step.
- Determine the number of hours, H , before the unit will be needed again. That is, assuming that the load is dropping and will then go back up some hours later.
- If H is less than the minimum shut-down time for the unit, keep commitment as is. If not, go to next step.
- Calculate two costs. The first is the sum of the hourly production costs from the next H hours with the unit up. Then recalculate the same sum for the unit down and add in the start-up cost for either cooling the unit or banking it, whichever is

less expensive. If there is sufficient savings from shutting down the unit, it should be shut down, otherwise keep it on.

- Repeat this entire procedure for the next unit on the priority list. If it is also dropped, go to the next and so forth.

Various enhancements to the priority-list scheme can be made by grouping of units to ensure that various constraints are met. We will note later that dynamic-programming methods usually create the same type of priority list for use in the DP search.

5.2.2 Dynamic-Programming Solution

5.2.2.1 Introduction

Dynamic programming has many advantages over the enumeration scheme, the chief advantage being a reduction in the dimensionality of the problem. Suppose we have four units on a system and any combination of them could serve the (single) load. There would be a maximum of $2^4 - 1 = 15$ combinations to test. However, if a strict priority order is imposed, there are only four combinations to try:

Priority 1 Unit

Priority 1 Unit + Priority 2 Unit

Priority 1 Unit + Priority 2 Unit + Priority 3 Unit

Priority 1 Unit + Priority 2 Unit + Priority 3 Unit + Priority 4 Unit

The imposition of a priority list arranged in order of the full-load average-cost rate would result in a theoretically correct dispatch and commitment only if

1. No load costs are zero.
2. Unit input-output characteristics are linear between zero output and full load.
3. There are no other restrictions.
4. Start-up costs are a fixed amount.

In the dynamic programming approach that follows, we assume that

1. A state consists of an array of units with specified units operating and the rest off-line.
2. The start-up cost of a unit is independent of the time it has been off-line (i.e., it is a fixed amount).
3. There are no costs for shutting down a unit.
4. There is a strict priority order, and in each interval a specified minimum amount of capacity must be operating.

A feasible state is one in which the committed units can supply the required load and that meets the minimum amount of capacity each period.

2 Backward DP Approach

first dynamic-programming approach uses a backward (in time) approach in which the solution starts at the last interval and proceeds back to the initial point. There are M intervals in the period to be considered. The dynamic-programming equations for the computation of the minimum total fuel cost during a time period, are given here.

$$F_{\text{cost}}(K, I) = \min_{\{J\}} [P_{\text{cost}}(K, I) + S_{\text{cost}}(I, K; J, K + 1) + F_{\text{cost}}(K + 1, J)] \quad (5.1)$$

$$F_{\text{cost}}(M, I) = P_{\text{cost}}(M, I)$$

where

$F_{\text{cost}}(K, I)$ = minimum total fuel cost from state I in interval K to the last interval M

$P_{\text{cost}}(K, I)$ = minimum generation cost in supplying the load during interval K given state I

$S_{\text{cost}}(I, K; J, K + 1)$ = incremental start-up cost going from state I in the K^{th} interval to state J in the $(K + 1)^{\text{th}}$ interval

$\{J\}$ = set of feasible states in interval $K + 1$

The production cost $P_{\text{cost}}(K, I)$ is obtained by economically dispatching the units on-line in state I .

A path is a schedule starting from a state in an interval K to the final interval M . An optimal path is one for which the total fuel cost is minimum. Equation 5.1 asserts that, given the optimal paths starting from all the individual states in the $(K + 1)^{\text{th}}$ interval, the optimal path originating from any state in the K^{th} interval can be found. This is the main advantage of the dynamic-programming method. The procedure for determining the optimal schedule and the minimum total fuel cost is shown by the flowchart in Figure 5.4.

5.2.2.3 Forward DP Approach

The backward dynamic-programming approach does not cover many practical situations. For example, if the start-up cost of a unit is a function of the time it has been off-line (i.e., it's temperature), then a forward dynamic program approach is more suitable since the previous history of the unit can be computed at each stage. There are other practical reasons for going forward. The initial conditions are easily specified and the computations can go forward in time as long as required and as long as computer storage is available. A forward dynamic-programming algorithm similar to the previously given backward approach is shown by the flowchart in Figure 5.5.

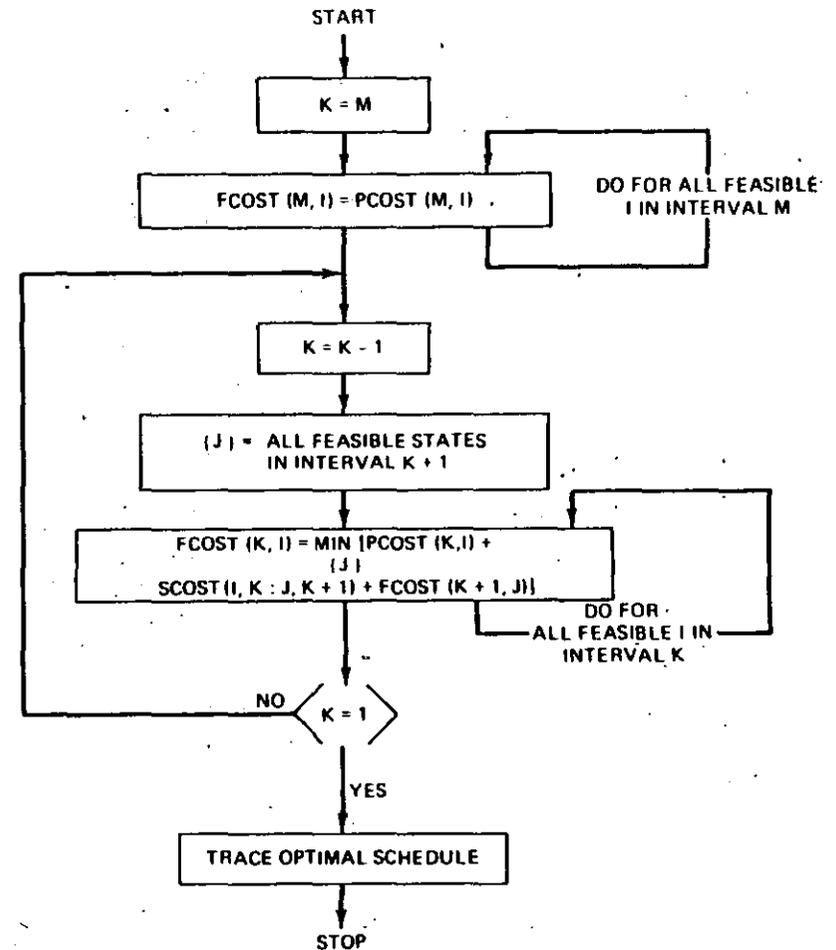


FIG. 5.4 Unit commitment via backward dynamic programming.

The recursive algorithm to compute the minimum cost in hour K with combination I is

$$F_{\text{cost}}(K, I) = \min_{\{L\}} [P_{\text{cost}}(K, I) + S_{\text{cost}}(K - 1, L; K, I) + F_{\text{cost}}(K - 1, L)]$$

where

$F_{\text{cost}}(K, I)$ = least total cost to arrive at state (K, I)

$P_{\text{cost}}(K, I)$ = production cost for state (K, I)

$S_{\text{cost}}(K - 1, L; K, I)$ = transition cost from state $(K - 1, L)$ to state (K, I)

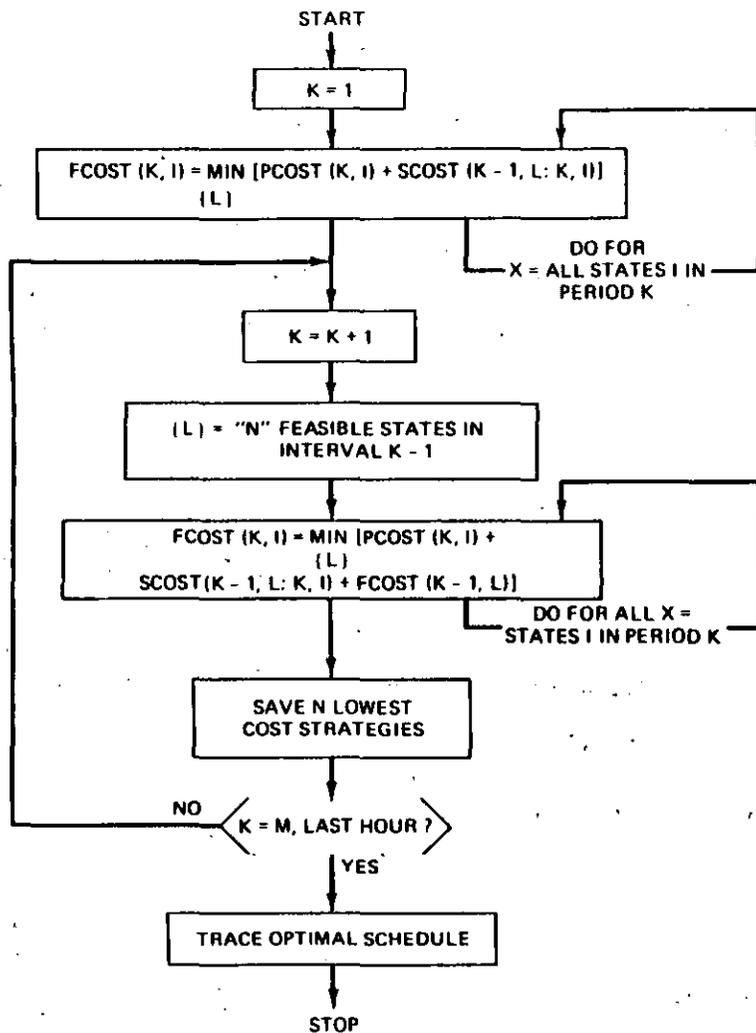


FIG. 5.5 Unit commitment via forward dynamic programming.

where state (K, I) is the I^{th} combination in hour K . For the forward dynamic-programming approach, we define a *strategy* as the transition, or path, from one state at a given hour to a state at the next hour.

Note that two new variables, X and N , have been introduced in Figure 5.5.

X = Number of states to search each period

N = Number of strategies, or paths, to save at each step

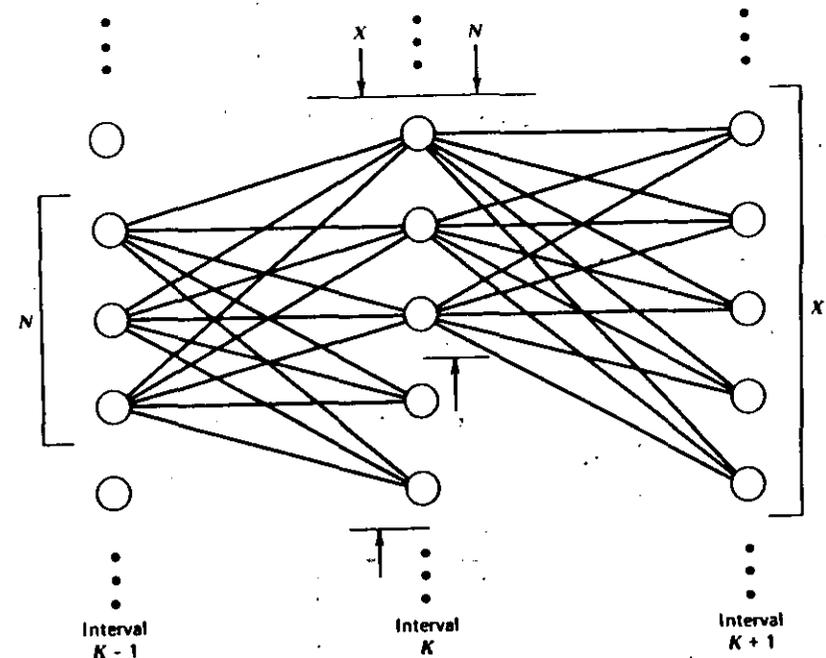


FIG. 5.6 Restricted search paths in DP algorithm with $N = 3$ and $X = 5$.

These variables allow control of the computational effort (see Figure 5.6). For complete enumeration, the maximum number of the value of X or N is $2^n - 1$.

For example, with a strict priority-list ordering, the upper bound on X is n , the number of units. Reducing the number N means that we are discarding the highest cost schedules at each time interval and saving only the lowest N paths or strategies. There is no assurance that the theoretical optimal schedule will be found using a reduced number of strategies and search range (the X value); only experimentation with a particular program will indicate the potential error associated with limiting the values of X and N below their upper bounds.

EXAMPLE 5E

For this example, the complete search range will be used and three cases will be studied. The first is a priority-list schedule, the second is the same example with complete enumeration. Both of the first two cases ignore hot-start costs and minimum up and down times. The third case includes the hot-start costs as well as the minimum up and down times. Four units are to be committed to serve an 8-h load pattern. Data on the units and the load pattern are contained in Table 5.4.

In order to make the required computations more efficiently, a simplified model of the unit characteristics is used. In practical applications, two or three section

TABLE 5.4 Unit Characteristics, Load Pattern, and Initial Status for the Cases in Example 5E

Unit	Max (MW)	Min (MW)	Incremental heat rate (Btu/kWh)	No-load* cost (R/h)	Full-load ave. cost (R/mWh)	Minimum Times (h)	
						Up	Down
1	80	25	10,440	213.00	23.54	4	2
2	250	60	9,000	585.62	20.34	5	3
3	300	75	8,730	684.74	19.74	5	4
4	60	20	11,900	252.00	28.00	1	1

Unit	Initial conditions		Startup costs		
	Hours off-line (-) or on-line (+)		Hot (R)	Cold (R)	Cold start (h)
1	-5		150	350	4
2	8		170	400	5
3	8		500	1,100	5
4	-6		0	.02	0

Load pattern		
Hour	Load (MW)	
1	450	
2	530	
3	600	
4	540	
5	400	
6	280	
7	290	
8	500	

* This is the cost when the (RP) function (in this case a straight line) is extended to $P = 0$ MW. Note that we do not allow the unit to operate at zero output. That is, if the unit is on-line, it must be loaded between its min and max. If it is off-line, it must have zero output and its operating cost will be zero R/h. Fuel costs are 2.00 R/MBtu.

stepped incremental curves might be used, as shown in Figure 5.7. For our example, only a single step between minimum and the maximum power points is used. Start-up costs for the first two cases are taken as the cold-start costs. The priority order for the four units in the example is: Unit 3, Unit 2, Unit 1, Unit 4. For the first two cases the minimum up and down times are taken as 1 h for all units.

In all three cases we will refer to the capacity ordering of the units. This is shown in Table 5.5 where the unit combinations or states are ordered by maximum net capacity for each combination.

Case 1

In Case 1 the units are scheduled according to a strict priority order. That is, units are committed in order until the load is satisfied. The total cost for the interval is the sum of the eight dispatch costs plus the transitional costs for starting any units. In this first case, a maximum of 24 dispatches must be considered.

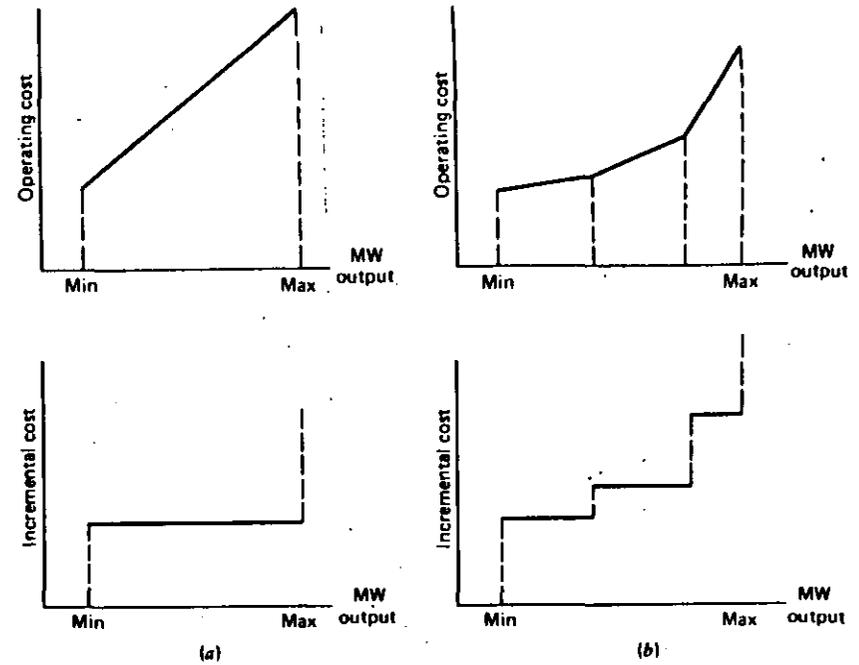


FIG. 5.7 (a) Single-step incremental cost curve and (b) multiple-step incremental cost curve.

TABLE 5.5 Capacity Ordering of the Units

State	Unit combination*	Maximum net capacity for combination
15	1111	690
14	1110	630
13	0111	610
12	0110	550
11	1011	440
10	1101	390
9	1010	380
8	0011	360
7	1100	330
6	0101	310
5	0010	300
4	0100	250
3	1001	140
2	1000	80
1	0001	60
0	0000	0
	Unit 1 2 3 4	

* 1 = Committed (unit operating).
0 = Uncommitted (unit shut down).

For case 1 the only states examined each hour consist of

State no.	Unit status	Capacity (MW)
5	0 0 1 0	300
12	0 1 1 0	550
14	1 1 1 0	630
15	1 1 1 1	690

Note that this is the priority order, that is, state 5 = unit 3, state 12 = units 3 + 2, state 14 = unit 3 + 2 + 1, and state 15 = units 3 + 2 + 1 + 4. For the first 4 h only the last three states are of interest. The sample calculations illustrate the technique. All possible commitments start from state 12 since this was given as the initial condition. For hour 1 the minimum cost is state 12 and so on. The results for the priority-ordered case are as follows.

Hour	State with min total cost	Pointer for previous hour
1	12 (9208)	12
2	12 (19857)	12
3	14 (32472)	12
4	12 (43300)	14
⋮	⋮	⋮

Note that State 13 is not reachable in this strict priority ordering.

Sample Calculations for Case 1

$$F_{\text{cost}}(J, K) = \min_{L} [P_{\text{cost}}(J, K) + S_{\text{cost}}(J-1, L; J, K) + F_{\text{cost}}(J-1, L)]$$

Allowable states are

$$\{ \} = \{0010, 0110, 1110, 1111\} = \{5, 12, 14, 15\}$$

In hour 0 $\{L\} = \{12\}$, initial condition

$J = 1$: 1st hour

$$\begin{aligned} \frac{K}{15} \quad F_{\text{cost}}(1, 15) &= P_{\text{cost}}(1, 15) + S_{\text{cost}}(0, 12; 1, 15) \\ &= 9861 + 350 = 10211 \end{aligned}$$

$$14 \quad F_{\text{cost}}(1, 14) = 9493 + 350 = 9843$$

$$12 \quad F_{\text{cost}}(1, 12) = 9208 + 0 = 9208$$

$J = 2$: 2nd hour

Feasible states are $\{12, 14, 15\} = \{K\}$

So $X = 3$

Suppose two strategies are saved at each stage,

So $N = 2$ and

$$\{L\} = \{12, 14\}$$

$$\begin{aligned} \frac{K}{15} \quad F_{\text{cost}}(2, 15) &= \min_{\{12, 14\}} [P_{\text{cost}}(2, 15) + S_{\text{cost}}(1, L; 2, 15) + F_{\text{cost}}(1, L)] \\ &= 11301 + \min \left[\begin{array}{l} (350 + 9208) \\ (0 + 9843) \end{array} \right] = 20860 \end{aligned}$$

and so on.

Case 2

In case 2 complete enumeration is tried with a limit of $(2^4 - 1) = 15$ dispatches each of the 8 hours, so that there is a theoretical maximum of $15^8 = 2.56 \times 10^9$ possibilities. Fortunately, most of these are not feasible because they do not supply sufficient capacity and can be discarded with little analysis required.

Figure 5.8 illustrates the computational process for the first 4 h for case 2. On the figure itself the circles denote states each hour. The numbers within the circles are the "pointers." That is, they denote the state number in the previous hour that provides the path to that particular state in the current hour. For example, in hour 2, the minimum costs for states 12, 13, 14, and 15 all result from transitions from state 12 in hour 1. Costs shown on the connections are the start-up costs. At each state the figures shown are the hourly cost/total cost.

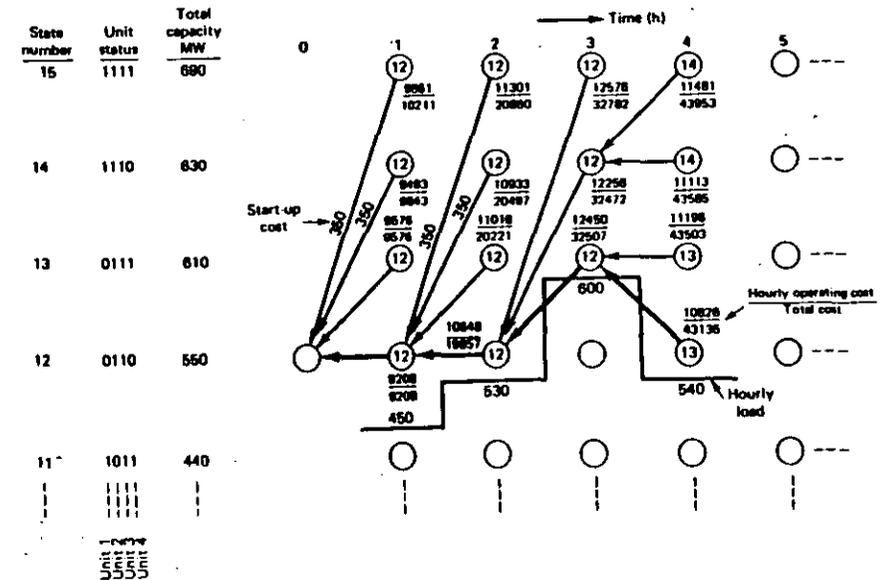


FIG. 5.8 Example 5D cases 1 and 2 (first 4 h).

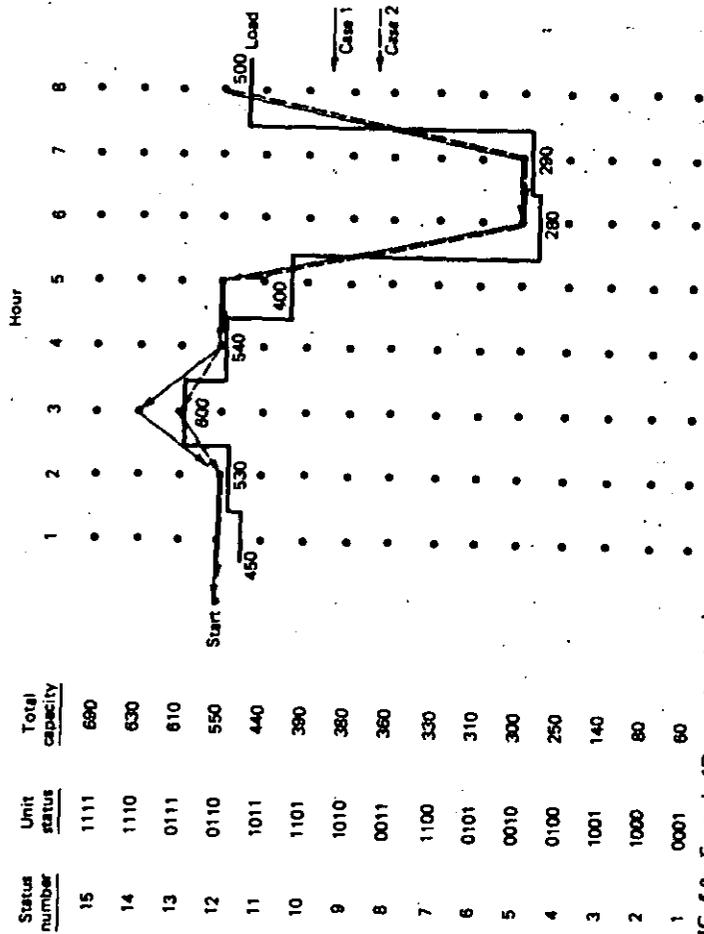


FIG. 5.9 Example 5D cases 1 and 2 (complete solutions).

In case 2 the true optimal commitment is found. That is, it is less expensive to turn on the less efficient peaking unit, number 4, for hour 3 than to start up the more efficient unit 1 for that period. By hour 3 the difference in total cost is R165, or R0.104/MWh. This is not an insignificant amount when compared with the fuel cost per MWh for an average thermal unit with a net heat rate of 10,000 Btu/kWh and a fuel cost of R2.00 MBtu. A savings of R165 every 3 h is equivalent to R481,800/yr.

The total 8-h trajectories for cases 1 and 2 are shown in Figure 5.9. The neglecting of start-up and shutdown restrictions in these two cases permits the shutting down of all but unit 3 in hours 6 and 7. The only difference in the two trajectories occurs in hour 3 as discussed in the previous paragraph.

Case 3

In case 3 the original unit data are used so that the minimum shutdown and operating times are observed. The forward dynamic-programming algorithm was repeated for the same 8-h period. Complete enumeration was used. That is, the upper bound on X shown in the flowchart was 15. Three different values for N , the number of strategies saved at each stage, were taken as 4, 8, and 10. The same trajectory was found for values of 8 and 10. This trajectory is shown in Figure 5.10. However, when only four strategies were saved, the procedure flounders (i.e., fails to find a feasible path) in hour 8 because the lowest cost strategies in hour 7 have shutdown units that cannot be restarted in hour 8 because of minimum unit downtime rules.

The practical remedy for this deficiency in the method shown in Figure 5.5 is to return to a period prior to the low-load hours and temporarily keep more (i.e., higher cost) strategies. This will permit keeping a nominal number of strategies at each stage. The other alternative is, of course, the method used here, run the entire period with more strategies saved.

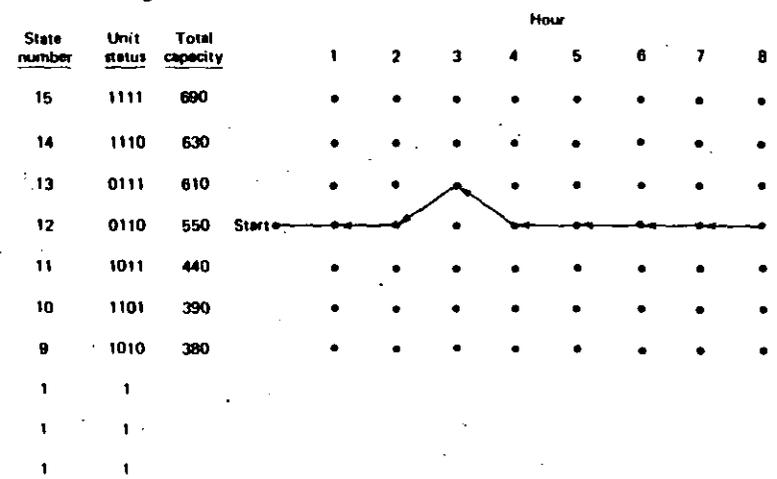


FIG. 5.10 Example 5D case 3.

TABLE 5.6 Summary of Cases 1-3

Case	Conditions	Total cost (R)
1	Priority order. Up and down times neglected	73,439
2	Enumeration ($X \leq 15$) with 4 strategies (N) saved. Up and down times neglected	73,274
3	$X \leq 15$. Up and down times observed	No solution
	$N = 4$ strategies	74,110
	$N = 8$ strategies	74,110
	$N = 10$ strategies	74,110

These cases can be summarized in terms of the total costs found for the 8-h period, as shown in Table 5.6. These cases illustrate the forward dynamic-programming method and also point out the problems involved in the practical application of the method.

5.2.3.4 Restricted Search Ranges, Strategies, and Time-Dependent Problems

We can make use of the simple four-unit 8-h problem in Example 5E to illustrate the use of the heuristic methods to reduce the number of computations. We saw from the first two cases that the strict priority-list computation is apt to miss the optimal commitment. This is even more true when time-dependent effects are included. The most frequent of these are the inclusion of start-up costs, which are a function of the time a unit has been down, the inclusion of minimum downtimes, and the restriction on the maximum number of unit starts through the imposition of maximum start-ups per interval per plant and/or the imposition of minimum running-time requirements.

The heuristic approach, which restricts the number of strategies saved and the number of feasible states at each stage, is intermediate between the strict-priority ordering and a complete enumeration. The two facets of this approach are restrictions on the search range, X , and the number of strategies, N , preserved at each step. Let us consider the effect of restricting the number of strategies by considering one of the examples used in the appendix to this chapter.

Suppose on the first example in the appendix, the transportation problem, we had kept only a limited number of strategies at each stage. Now suppose we had attempted to solve this dynamic-programming problem in a backward fashion starting at the terminal node N and saving only the least costly path at each stage as the search proceeded toward the starting node A . Figure 5.11 illustrates the path we would have found. With this limited dynamic-programming approach, the minimum cost path found would have been ADGKMN, with a path cost of 21 units.

Next consider that two strategies are saved at each stage. Figure 5.12 shows the two paths. The minimum cost path found is the true optimal path, ACEILN, with a cost of 19.

The reduction in computational effort for this problem is, of course, trivial. (Would it be if there were 40 nodes at each stage?) However, we managed to find the

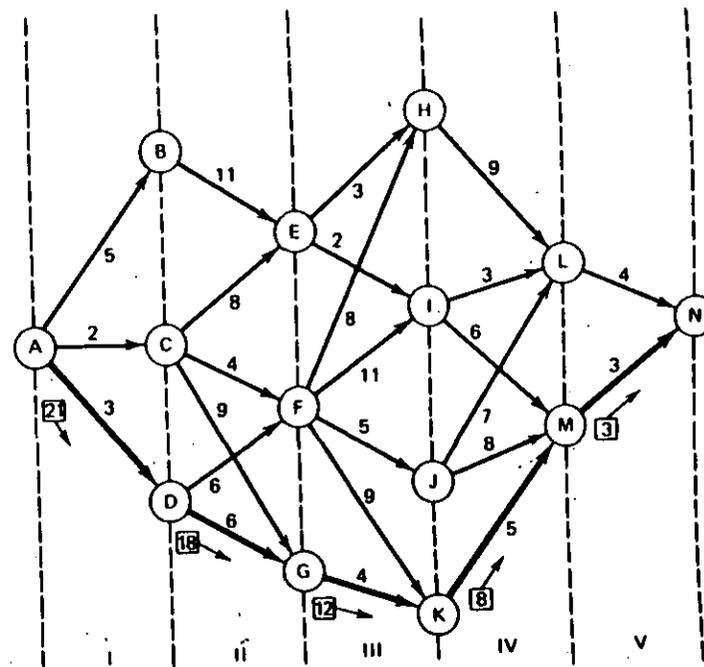


FIG. 5.11 Saving least-cost path each interval (backward from N).

optimal path with only two strategies at each stage. If this problem were being programmed on a computer, in order to ensure finding the optimal path, the maximum number of paths saved would have to be equal to the maximum number of nodes in any stage. For this problem, that would be four paths. (As an exercise, try this particular problem in a forward direction to establish the number of strategies needed in order to find the optimal path.)

As an observation it might be pointed out that the cost savings for finding the true optimal path is 10% of the total. This is usually not true for most scheduling problems. Unfortunately, the difference (savings in costs, in profit, and so forth) between the true optimum and a satisfactory near-optimal schedule is more apt to be less than 0.5 to 0.1% of the total. Since this is a heuristic method (i.e., one we have every reason to believe will work), it is necessary to try it out numerically in order to evaluate the benefit in added computational effort for saving more strategies.

The other heuristic technique that has been tried successfully in the unit commitment problem is that of using a limited "search range" in place of a strict priority order or complete enumeration. This is accomplished by making a unit selection list based on the priority-list concept modified by engineering judgment. There are always some units that are must-run, base-load units. Either these are so much more economical than the others that they always run or else they are constrained from shutting down. Some other units may be of the other extreme

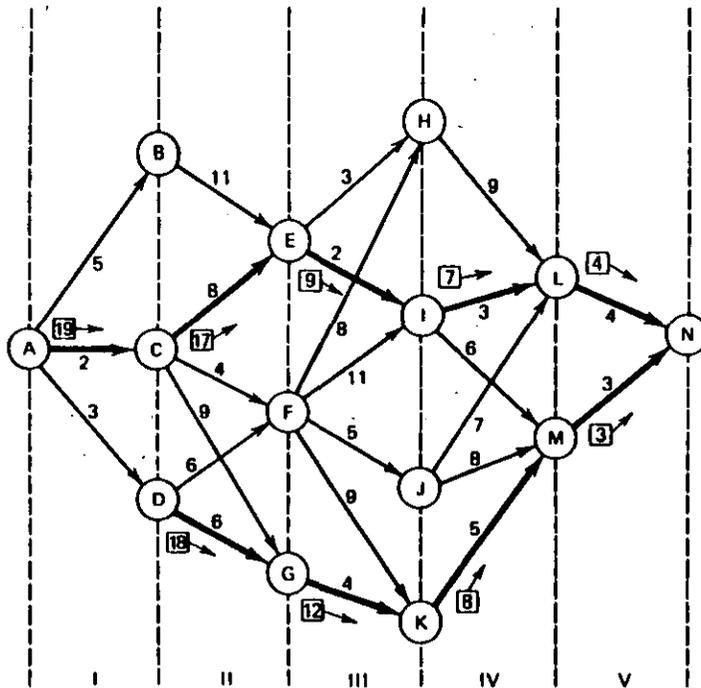


FIG. 5.12 Saving two strategies.

nature and are "must-not-run" units. Perhaps they are on maintenance or are so uneconomic that they are run only during emergencies. When these restrictions are considered along with the priority-list concept and the requirement that schedules must be feasible (i.e., they must meet the load plus spinning reserve and not violate any other constraint), the possible number of states is quite reduced.

The idea of a search range is illustrated in Figure 5.13. If complete enumeration was used, you would have to search over nine states at each interval. Suppose, however, that the load plus spinning-reserve requirement in a given interval could be met by committing the first eight units in priority order. We could then consider searching over states involving units 7 through 10 for our optimal commitment procedure. This will greatly reduce the computational effort.

Take as another example the four-unit, 8-h case of Example 5E. Priority-list ordering gave us 24 dispatches, whereas the complete enumeration gave us 2.56×10^9 . Suppose we were to cut the search range down from four to two each hour. The upper bound to the number of dispatches would now become $(2^2 - 1)^8 = 6561$, which is six orders of magnitude less than $(2^4 - 1)^8$.

This method of unit commitment works well with small and moderate sized systems. For large systems, further heuristic techniques must be applied to reduce the computational effort.

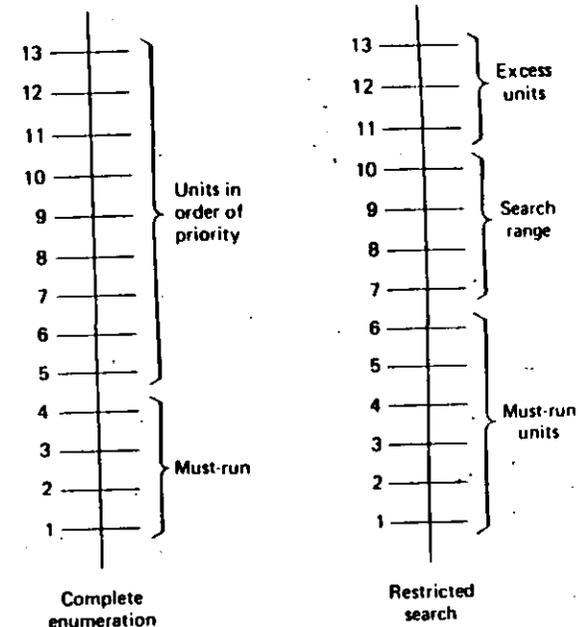


FIG. 5.13 Example of a unit selection list.

EXAMPLE 5F

Figures 5.14 and 5.15 show computer output from a typical unit commitment program. This program has the ability to include maintenance costs as a separate cost from generating cost and start-up costs. The unit statuses shown at the bottom of Figure 5.14 are

- 1 = OFF-FOUT: Unit is off-line due to a forced outage
- 2 = OFF-MAIN: Unit is off-line for maintenance work
- 3 = OFF-TIME: Unit is off-line but available for start-up
- 4 = OFF-AVAL: Unit is off-line but available for start-up
- 5 = ON-MUST: Unit is on-line and must be running
- 6 = ON-TIME: Unit is on-line and can be shut down
- 7 = ON-CBSD: Unit is on-line and can be shut down

Unit commitment programs, such as shown in Figures 5.14 and 5.15, are used for many different kinds of economic studies such as

1. Costing a generator unit outage strategy. In this type of study the user wishes to know if there is a significant difference in total generating cost between taking one unit off-line for maintenance versus another unit. A similar, but different, study would answer the question "Is it cheaper to take a given unit off for maintenance today or tomorrow?"

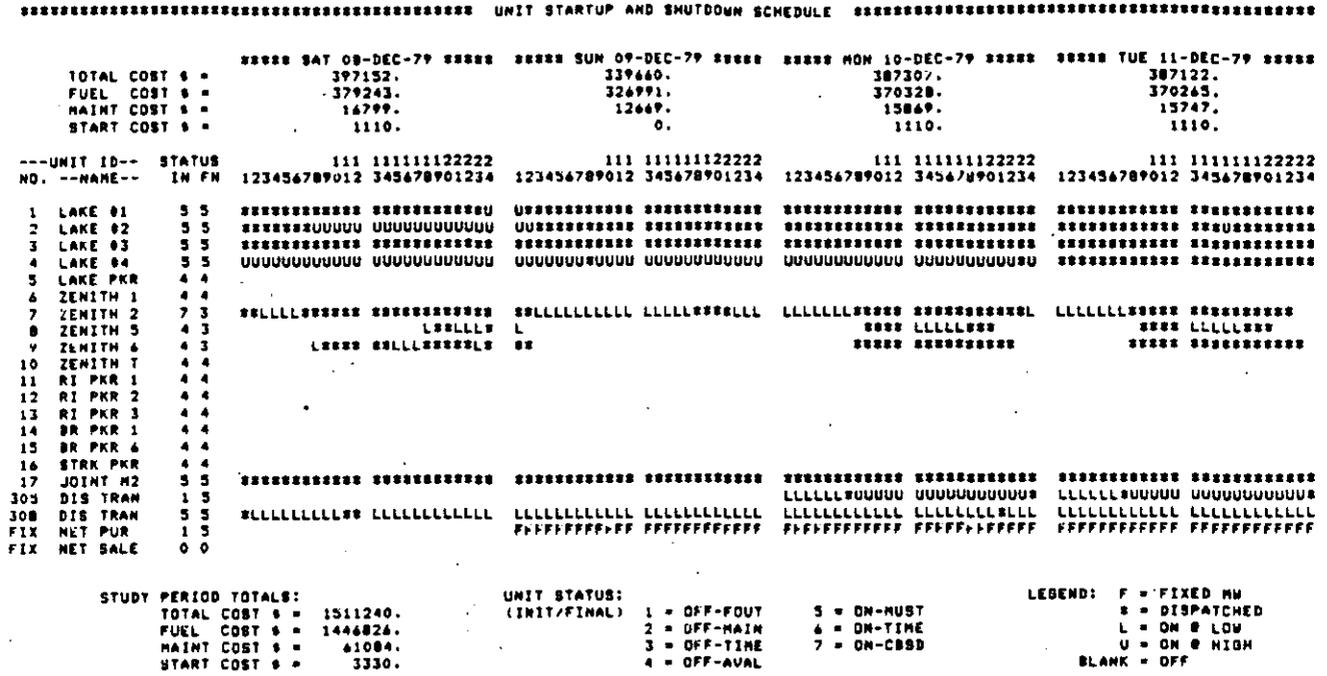


FIG. 5.14 Sample output from a unit commitment program. (Courtesy of Power Technologies, Inc.)

UNIT COMMITMENT OUTPUT

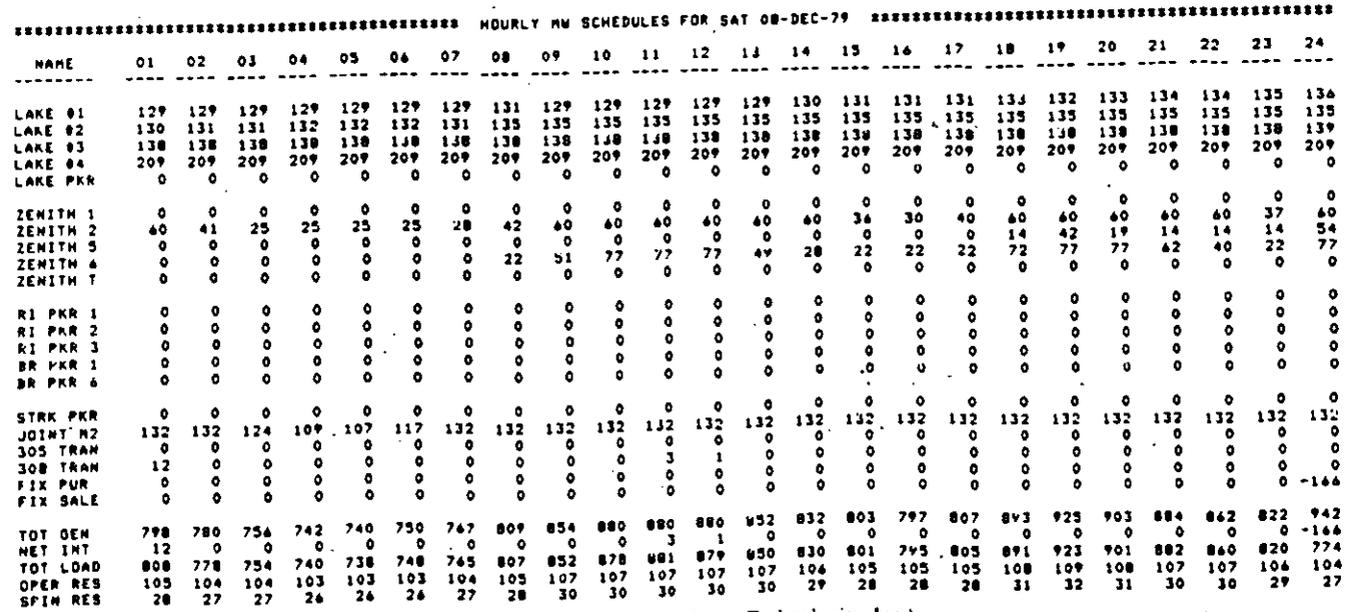


FIG. 5.15 Sample output from a unit commitment program. (Courtesy of Power Technologies, Inc.)

2. Evaluating interchange power (see Chapter 10). Here the user of the unit commitment program wishes to study the change in operating cost incurred if a block of power were sold or purchased over tie lines to a neighboring system. Often, these sales or purchases require a different unit commitment to give optimum economic operation.

Of course, both types of studies are in addition to using such a unit commitment simply to work out the commit/decommit schedules for the system operators to use in the daily operation of the power system.

APPENDIX Dynamic Programming Applications

The application of digital methods to solve a wide variety of control and dynamic optimization problems in the late 1950s led Dr. Richard Bellman and his associates to the development of dynamic programming. These techniques are useful in solving a variety of problems and can greatly reduce the computational effort in finding optimal trajectories or control policies.

The theoretical mathematical background, based on the calculus of variations, is somewhat difficult. The applications are not, however, since they depend on a willingness to express the particular optimization problem in terms appropriate for a dynamic programming (DP) formulation.

In the scheduling of power generation systems, DP techniques have been developed for

- The economic dispatch of thermal systems.
- The solution of hydrothermal economic-scheduling problems.
- The practical solution of the unit commitment problem.

This text will touch on all three areas.

First, however, it will be well to introduce some of the notions of DP by means of some one-dimensional examples. Figure 5.16 represents the cost of transporting a unit shipment from Node A to Node N. The values on the arcs are the costs, or values, of shipping the unit from the originating to the terminating node of the arc. The problem is to find the minimum cost route from A to N. The method to be illustrated is that of dynamic programming. The first two examples are from reference 12 and are used by permission.

Starting at A, the minimum cost path to N is ACEILN.

Starting at C, the least cost path to N is CEILN.

Starting at E, the least cost path to N is EILN.

Starting at I, the least cost path to N is ILN.

Starting at L, the least cost path to N is LN.

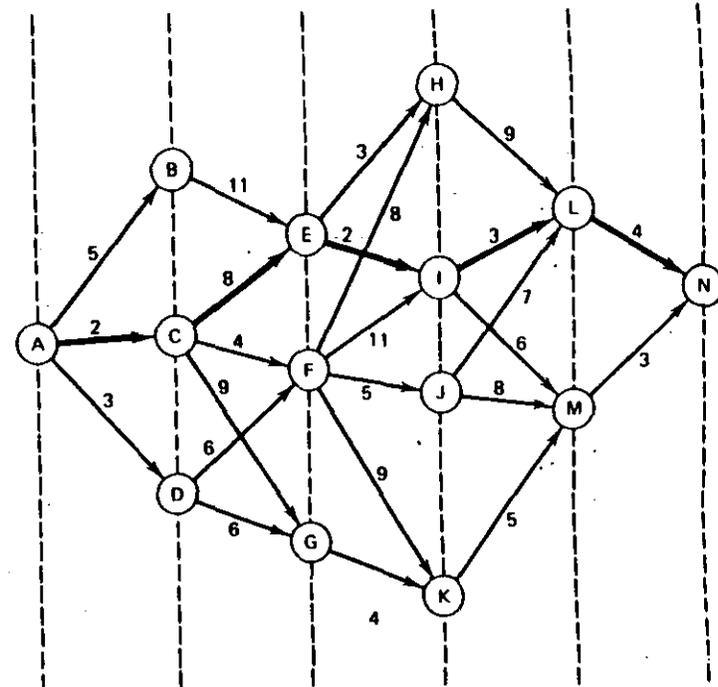


FIG. 5.16 Dynamic-programming example.

The same type of statements could be made about the maximum cost path from A to N (ABEHLN). That is, the maximum cost to N, starting from any node on the original maximal path, is contained in that original path.

The choice of route is made in sequence. There are various stages traversed. The optimum sequence is called the *optimal policy*. Any subsequence is a *subpolicy*. From this it may be seen that the optimal policy (i.e., the minimum cost route) contains only optimal subpolicies. This is the *Theorem of Optimality*.

An optimal policy must contain only optimal subpolicies.

In Reference 15, Bellman and Dreyfus call it the "Principle of Optimality" and state it as

A policy is optimal if, at a stated stage, whatever the preceding decisions may have been, the decisions still to be taken constitute an optimal policy when the result of the previous decisions is included.

We continue with the same example, only now let us find the minimum cost path. Figure 5.17 identifies the stages (I, II, III, IV, V). At the terminus of each stage there is a set of choices of nodes $\{X_i\}$ to be chosen $[\{X_3\} = \{H, I, J, K\}]$. The symbol $V_a(X_i, X_{i+1})$ represents the "cost" of traversing stage $a (= 1, \dots, V)$ and depends on the variables selected from the sets $\{X_i\}$ and $\{X_{i+1}\}$. That is, the cost, V_a , depends on the starting and terminating nodes. Finally, $f_a(X_i)$ is the minimum cost for stages I through a to arrive at some particular node X_i at the end of that stage, starting from A. The numbers in the node circles in Figure 5.17 represent this minimum cost.

$\{X_0\}$: A $\{X_2\}$: E, F, G $\{X_4\}$: L, M
 $\{X_1\}$: B, C, D $\{X_3\}$: H, I, J, K $\{X_5\}$: N

$f_I(X_1)$: Minimum cost for the first stage is obvious:

$$f_I(B) = V_1(A, B) = 5$$

$$f_I(C) = V_1(A, C) = 2$$

$$f_I(D) = V_1(A, D) = 3$$

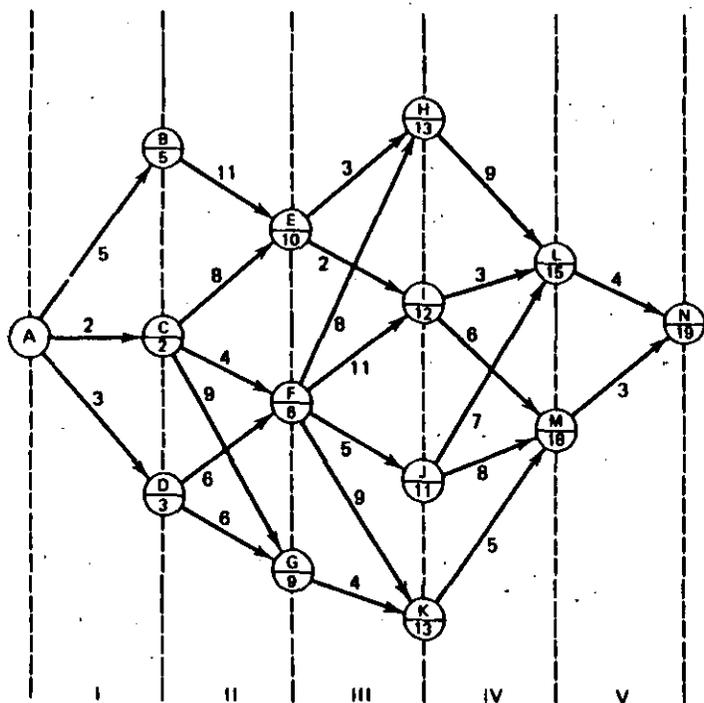


FIG. 5.17 Dynamic-programming example showing minimum cost at each node.

$f_{II}(X_2)$: Minimum cost for stages I and II as a function of X_2 :

$$f_{II}(E) = \min_{(X_1)} [f_I(X_1) + V_{II}(X_1, E)]$$

$$= \min [5 + 11, 2 + 8, 3 + \infty] = 10$$

$$X_1 = B \quad = C \quad = D \quad X_1 = C$$

The cost is infinite for node D since there is no path from D to E:

$$f_{II}(F) = \min_{(X_1)} [f_I(X_1) + V_{II}(X_1, F)] = \min[\infty, 6, 9] = 6, X_1 = C$$

$$f_{II}(G) = \min_{(X_1)} [f_I(X_1) + V_{II}(X_1, G)] = \min[\infty, 11, 9] = 9, X_1 = D$$

Thus, at each stage we should record the minimum cost and the termination starting the stage to achieve the minimum cost path for each of the nodes terminating the current stage.

(X_2)	E	F	G
$f_{II}(X_2)$	10	6	9
Path X_0X_1	AC	AC	AD

$f_{III}(X_3)$: Minimum cost of stages I, II, and III as a function of X_3 :

$$f_{III}(H) = \min_{(X_2)} [f_{II}(X_2) + V_{III}(X_2, H)] = \min(13, 14, \infty) = 13 \quad \text{with } X_2 = E$$

In general,

$$f_{III}(X_3) = \min_{(X_2)} [f_{II}(X_2) + V_{III}(X_2, X_3)]$$

Giving,

X_3	H	I	J	K
$f_{III}(X_3)$	13	12	11	13
Path $X_0X_1X_2$	ACE	ACE	ACF	ADG

$f_{IV}(X_4)$: Minimum cost of stages I through IV as a function of X_4 :

$$f_{IV}(X_4) = \min_{(X_3)} [f_{III}(X_3) + V_{IV}(X_3, X_4)]$$

$$f_{IV}(L) = \min(13 + 9, 12 + 3, 11 + 7, 13 + \infty) = 15 \quad X_3 = I$$

$$X_3 = H \quad I \quad J \quad K$$

$$f_{IV}(M) = \min(13 + \infty, 12 + 6, 11 + 8, 13 + 5) = 18 \quad X_3 = I \text{ or } K$$

$$H \quad I \quad J \quad K$$

f_V : Minimum cost of I \rightarrow V as a function of X_5 :

$$f_V(N) = \min_{(X_4)} [f_{IV}(X_4) + V_V(X_4, X_5)]$$

$$= \min(15 + 4, 18 + 3) = 19 \quad X_4 = L$$

$$X_4 = L \quad = M$$

Tracing back, the path of minimum cost is found as follows:

Stage 1	$\{X_i\}$	f_i
1	B, C, D	5, 2, 3
2	E, F, G	10, 6, 9
3	H, I, J, K	13, 12, 11, 13
4	L, M	15, 18
5	N	19

It would be possible to carry out this procedure in the opposite direction just as easily.

An Allocation Problem

Table 5.7 lists the profits to be made in each of four ventures as a function of the investment in the particular venture. Given a limited amount of money to allocate, the problem is to find the optimal investment allocation. The only restriction is that investments must be made in integer amounts. For instance, if one had 10 units to invest and the policy were to put

- 3 in I
- 1 in II
- 5 in III
- 1 in IV

$$\text{Profit} = 0.65 + 0.25 + 0.65 + 0.20 = 1.75.$$

The problem is to find an allocation policy that yields the maximum profit. Let

X_1, X_2, X_3, X_4 be investments in I through IV

$V(X_1), V(X_2), V(X_3), V(X_4)$ be profits

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 10$ is the constraint. That is, 10 units must be invested.

TABLE 5.7 Profit Versus Investment

Investment amount	Profit from venture			
	I	II	III	IV
0	0	0	0	0
1	0.28	0.25	0.15	0.20
2	0.45	0.41	0.25	0.33
3	0.65	0.55	0.40	0.42
4	0.78	0.65	0.50	0.48
5	0.90	0.75	0.65	0.53
6	1.02	0.80	0.73	0.56
7	1.13	0.85	0.82	0.58
8	1.23	0.88	0.90	0.60
9	1.32	0.90	0.96	0.60
10	1.38	0.90	1.00	0.60

To transform this into a multistage problem, let the stages be

$$X_1, U_1, U_2, A$$

$$\begin{aligned} \text{where } U_1 &= X_1 + X_2 & U_1 &\leq A & U_2 &\leq A \\ U_2 &= U_1 + X_3 & \{A\} &= 0, 1, 2, 3, \dots, 10 \\ A &= U_2 + X_4 \end{aligned}$$

The total profit is

$$\Pi(X_1, X_2, X_3, X_4) = V_1(X_1) + V_2(X_2) + V_3(X_3) + V_4(X_4)$$

which can be written

$$\Pi(X_1, U_1, U_2, A) = V_1(X_1) + V_2(U_1 - X_1) + V_3(U_2 - U_1) + V_4(A - U_2)$$

At the second stage, we can compute

$$f_2(U_1) = \max_{X_1=0, 1, \dots, U_1} [V_1(X_1) + V_2(U_1 - X_1)]$$

$X_1, X_2, \text{ or } U_1$	$V_1(X_1)$	$V_2(X_2)$	$f_2(U_1)$	Optimal subpolicies
				I & II
0	1	0	0	(0, 0)
1	0.28	0.25	0.28	(1, 0)
2	0.45	0.41	0.53	(1, 1)
3	0.65	0.55	0.70	(2, 1)
4	0.78	0.65	0.90	(3, 1)
5	0.90	0.75	1.06	(3, 2)
6	1.02	0.80	1.20	(3, 3)
7	1.13	0.85	1.33	(4, 3)
8	1.23	0.88	1.45	(5, 3)
9	1.32	0.90	1.57	(6, 3)
10	1.38	0.90	1.68	(7, 3)

Next, at the third stage,

$$f_3(U_2) = \max_{U_1=0, 1, 2, \dots, U_2} [f_2(U_1) + V_3(U_2 - U_1)]$$

$U_1, U_2 \text{ or } X_3$	$f_2(U_1)$	$V_3(X_3)$	$f_3(U_2)$	Optimal subpolicies	
				For I & II	For I, II & III
0	0	0	0	0, 0	0, 0, 0
1	0.28	0.15	0.28	1, 0	1, 0, 0
2	0.53	0.25	0.53	1, 1	1, 1, 0
3	0.70	0.40	0.70	2, 1	2, 1, 0
4	0.90	0.50	0.90	3, 1	3, 1, 0
5	1.06	0.62	1.06	3, 2	3, 2, 0
6	1.20	0.73	1.21	3, 3	3, 2, 1
7	1.33	0.82	1.35	4, 3	3, 3, 1
8	1.45	0.90	1.48	5, 3	4, 3, 1
9	1.57	0.96	1.60	6, 3	5, 3, 1 or 3, 3, 3
10	1.68	1.00	1.73	7, 3	4, 3, 3

Finally, the last stage is

$$f_4(A) = \max_{(U_2)} [f_3(U_2) + V_4(A - U_2)]$$

$U_2, A \text{ or } X_4$	$f_3(U_2)$	$V_4(X_4)$	$f_4(A)$	Optimal subpolicy for I, II, III	Optimal policy
0	0	0	0	0, 0, 0	0, 0, 0, 0
1	0.28	0.20	0.28	1, 0, 0	1, 0, 0, 0
2	0.53	0.33	0.53	1, 1, 0	1, 1, 0, 0
3	0.70	0.42	0.73	2, 1, 0	1, 1, 0, 1
4	0.90	0.48	0.90	3, 1, 0	3, 1, 0, 0 or 2, 1, 0, 1
5	1.06	0.53	1.10	3, 2, 0	3, 1, 0, 1
6	1.21	0.56	1.26	3, 2, 1	3, 2, 0, 1
7	1.35	0.58	1.41	3, 3, 1	3, 2, 1, 1
8	1.48	0.60	1.55	4, 3, 1	3, 3, 1, 1
9	1.60	0.60	1.68	5, 3, 1 or 3, 3, 3	4, 3, 1, 1 or 3, 3, 1, 2
10	1.73	0.60	1.81	4, 3, 3	4, 3, 1, 2

Consider the procedure and solution:

1. It was not necessary to enumerate all possible solutions. Instead we used an orderly, stagewise search, the form of which was the same at each stage.
2. The solution was obtained not only for $A = 10$, but for the complete set of A 's $\{A\} = 0, 1, 2, \dots, 10$
3. The optimal policy contains only optimal subpolicies. For instance, $A = 10$, (4, 3, 1, 2) is the optimal policy. For stages I, II, III and $U_2 = 8$, (4, 3, 1) is the optimal subpolicy. For stages I and II and $U_1 = 7$, (4, 3) is the optimal subpolicy. For stage I only, $X_1 = 4$ fixes the policy.
4. Notice also, that by storing the intermediate results, we could work a number of different variations of the same problem with the data already computed.

Economic Dispatch of Thermal Systems Using Dynamic Programming

The problem of finding the economic dispatch of a system of thermal units can be expressed in such a fashion that it is amenable to solution using dynamic-programming methods. Assume:

1. All the units to be considered are to be on-line (i.e., the unit commitment problem is solved, or ignored.)
2. Losses are neglected.
3. It will be satisfactory to find the economic dispatch at discrete load steps rather than for continuous load levels.

In order to use the DP formulation, the units to be dispatched must be ordered. For this particular problem the loading order is arbitrary. Let i represent the order number of a unit and then define

$$P_i = \text{loading (MW) on unit } i$$

$$F_i(P_i) = \text{cost (\text{R}/h) for generating } P_i \text{ MW on unit } i$$

$$f_i(D) = \text{stage cost of supplying a demand of } D \text{ MW with } i \text{ units}$$

At each stage the recursive relationship that may be used to find the optimal economic operating schedule (i.e., operating policy) is

$$f_i(D) = \min_{(P_i)} [f_{i-1}(D - P_i) + F_i(P_i)]$$

It is easier to see by example. We will use a three-unit example with the following data.

Unit no.	Min MW	Max MW
1	100	500
2	100	500
3	200	1000

Unit costs in R per hour are given in Table 5.8. Infinite costs are assigned for outputs below the minimum and above the maximum ratings.

The method is quite appropriate to the computation of a whole range of schedules. Let us illustrate the process by finding the optimum schedule for a total demand, D , of 800 MW. The first stage with only one machine is obviously nothing more than a reproduction of the first column from Table 5.8. Therefore, let us proceed directly to stage 2.

$$\begin{aligned} f_2(D) &= \min_{(P_2)} [f_1(D - P_2) + F_2(P_2)] \\ &= \min_{(P_2)} [F_1(D - P_2) + F_2(P_2)] \end{aligned}$$

TABLE 5.8 Unit Costs in R per hour

P_i (MW)	$F_i(P_i)$: Costs in R/h		
	F_1	F_2	F_3
0	∞	∞	∞
100	500	400	∞
200	950	1000	1020
300	1400	1440	1450
400	1840	1800	1900
500	2320	2400	2350
600	∞	∞	2800
700			3240
800			3680
900			4130
1000			4570

TABLE 5.9 Stage 2 (Two Machines) Generation Dispatch

D	F ₁ (D)	F ₁ (D - P ₂) + F ₂ (P ₂)					Optimum Schedules		
		P ₂ = 0 F ₂ (P ₂) = ∞	100	200	300	400	500	f ₂	P ₂ *
0	∞	∞							
100	500		∞						
200	950		900	∞			900	100	
300	1400		1350	1500	∞		1350	100	
400	1840		1800	1950	1940	∞	1800	100	
500	2320		2240	2400	2390	2300	∞	2240	100
600	∞		2720	2840	2840	2750	2900	2720	100
700			∞	3320	3280	3200	3350	3200	400
800				∞	3760	3640	3800	3640	400
900					∞	4120	4240	4120	400
1000						∞	4720	4720	500

P_2^* = value of P_2 that results in the minimum. The minimum costs and loading on unit 2 for serving the various load levels {D} are contained in the two right-hand columns of Table 5.9. If we need a finer tuning of the schedule, we might be able to expand these tables in smaller steps in the range of the coarse optimum. This will work if the functions are smooth and convex in the neighborhood of the coarse optimum. If not, we need to cover the entire range with the finer grid.

For three machines the minimum cost is found from

$$f_3(D) = \min_{(P_3)} [F_3(P_3) + f_2(D - P_3)]$$

The table for three machines could easily be set up for a number of different demand levels. Instead, it is set up in Table 5.10 only for $D = 800$ MW. The data for $600 < P_3 < 200$ MW are omitted for obvious reasons. Therefore, $f_3(800) = 3690$ and $P_3^* = 300$ MW. The resulting demand on units 1 and 2 is 500 MW, and from Table 5.9, $P_2^* = 100$ MW so that $P_1^* = 400$ MW. Note that the schedules were finally found by looking up data in the three tables for the $f_i(D)$ in sequence. Therefore, in setting up a computerized routine only a moderate amount of data need be saved.

TABLE 5.10 Stage 3 (Three Machines) Generation Dispatch

D = 800 MW				
P ₃ (MW)	F ₃ (R/h)	800 - P ₃ (MW)	f ₂ (800 - P ₃) (R/h)	F ₃ (P ₃) + f ₂ (800 - P ₃) (R/h)
200	1020	600	2720	3740
300	1450	500	2240	3690
400	1900	400	1800	3700
500	2350	300	1350	3700
600	2800	200	900	3700
700	∞	∞	∞	∞
800	∞	∞	∞	∞

The two significant items to note about this economic dispatching method, are

1. Nothing is demanded of the individual unit cost characteristics. They do not have to be convex, smooth, or even possess derivatives.
2. The order in which the units are considered is not important as long as all three units are assumed to be committed. (Note that unit 3 alone could serve the 800 MW demand at less cost.)

The first point permits this method to be used for economic dispatching problems in which unit characteristics may be represented in detail to simulate increased friction losses when turbine valves are first opened. The second point is worth making since it separates the economic dispatching problem from the unit commitment problem.

PROBLEMS

5.1 You have been assigned the job of building an oil pipeline from the West Coast of the United States to the East Coast. You are told that any one of the three West Coast sites is satisfactory and any of the East Coast sites is satisfactory. The numbers in Figure 5.18 represent relative cost in hundreds of millions R (R · 10⁸). Find the cheapest West Coast to East Coast pipeline.

5.2 The Stagecoach Problem

A mythical salesman who had to travel west by stagecoach through unfriendly country wished to take the safest route. His starting point and destination were

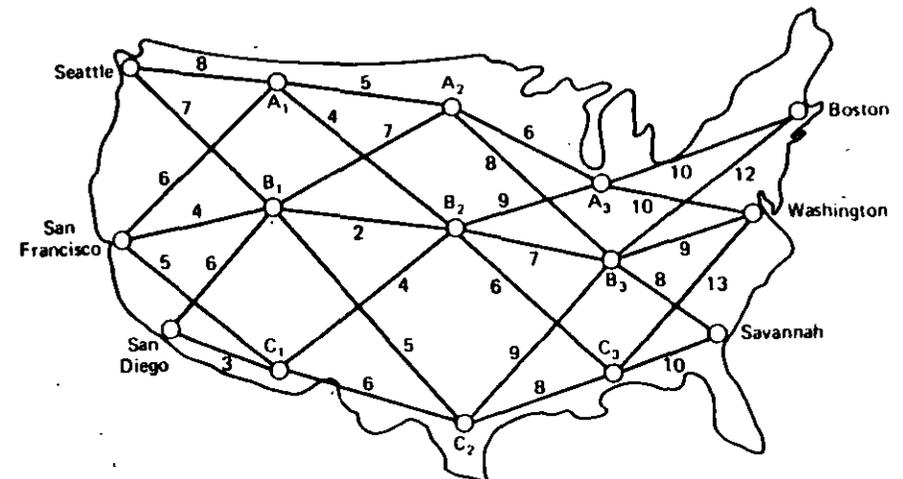


FIG. 5.18 Possible oil pipeline routes for Problem 5.1.

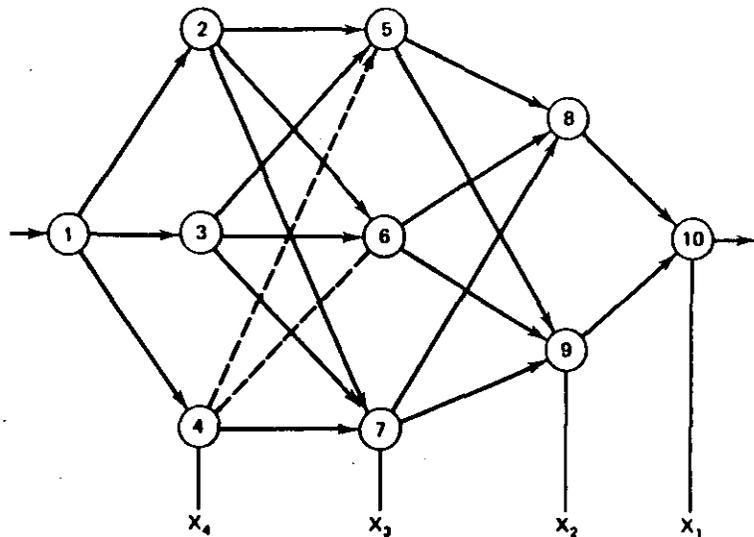


FIG. 5.19 Possible stagecoach routes for Problem 5.2.

fixed, but he had considerable choice as to which states he would travel through enroute. The possible stagecoach routes are shown in Figure 5.19. After some thought the salesman deduced a clever way of determining his safest route. Life insurance policies were offered to passengers, and since the cost of each policy was based on a careful evaluation of the safety of that run, the safest route should be the one with the cheapest policy. The cost of the standard policy on the stagecoach run from state i to state j , denoted as C_{ij} , is given in Figure 5.20. Find the safest path(s) for the salesman to take.

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		2	4	3						
2					7	4	6			
3					3	2	4			
4					4	1	5			
5								1	4	
6								6	3	
7								3	2	
8										3
9										4
10										

FIG. 5.20 Cost to go from state i to state j in Problem 5.2. Costs not shown are infinite.

5.3 Economic Dispatch Problem

Consider three generating units that do not have convex input-output functions. (This is the type of problem one encounters when considering valve points in the dispatch problem.)

Unit 1:

$$H_1(P_1) = \begin{cases} 80 + 8P_1 + 0.024P_1^2 & 20 \text{ MW} \leq P_1 \leq 60 \text{ MW} \\ 196.4 + 3P_1 + 0.075P_1^2 & 60 \text{ MW} \leq P_1 \leq 100 \text{ MW} \end{cases}$$

Generation limits are $20 \text{ MW} \leq P_1 \leq 100 \text{ MW}$.

Unit 2:

$$H_2(P_2) = \begin{cases} 120 + 6P_2 + 0.04P_2^2 & 20 \text{ MW} \leq P_2 \leq 40 \text{ MW} \\ 157.333 + 3.3333P_2 + 0.08333P_2^2 & 40 \text{ MW} \leq P_2 \leq 100 \text{ MW} \end{cases}$$

Generation limits are $20 \text{ MW} \leq P_2 \leq 100 \text{ MW}$.

Unit 3:

$$H_3(P_3) = \begin{cases} 100 + 4.6666P_3 + 0.13333P_3^2 & 20 \text{ MW} \leq P_3 \leq 50 \text{ MW} \\ 316.66 + 2P_3 + 0.1P_3^2 & 50 \text{ MW} \leq P_3 \leq 100 \text{ MW} \end{cases}$$

Generation limits are $20 \text{ MW} \leq P_3 \leq 100 \text{ MW}$. Fuel costs = 1.5 $\text{\$/MBtu}$ for all units.

- Plot the cost function for each unit (see Problem 3.1).
- Plot the incremental cost function for each unit.
- Find the most economical dispatch for the following total demands assuming all units are on line:

$$P_D = 100 \text{ MW}$$

$$P_D = 140 \text{ MW}$$

$$P_D = 180 \text{ MW}$$

$$P_D = 220 \text{ MW}$$

$$P_D = 260 \text{ MW}$$

$$\text{Where } P_D = P_1 + P_2 + P_3.$$

Solve using dynamic programming using discrete load steps of 20 MW starting at 20 MW through 100 MW for each unit.

- Can you solve these dispatch problems without dynamic programming? If think you know how, try solving for $P_D = 100 \text{ MW}$.

5.4 Unit Commitment

Given the unit data in Tables 5.11 and 5.12 use forward dynamic-programming to find the optimum unit commitment schedules covering the 8-h period.

TABLE 5.11 Unit Commitment Data for Problem 5.4

Unit	Max MW	Min MW	Incremental heat rate (Btu/kWh)	No-load energy input (MBtu/h)	Start-up energy (MBtu)
1	500	70	9,950	300	800
2	250	40	10,200	210	380
3	150	30	11,000	120	110
4	150	30	11,000	120	110

Load data (all time periods = 2 h):

Time period	Load (MW)
1	600
2	800
3	700
4	950

Start-up and shut-down rules

Unit	Minimum uptime (h)	Minimum downtime (h)
1	2	2
2	2	2
3	2	4
4	2	4

Fuel cost = 1.00 R/MBtu.

TABLE 5.12 Unit Combinations and Operating Cost for Problem 5.5

Combination	Unit 1	Unit 2	Unit 3	Unit 4	Operating cost (R/h)			
					Load 600 MW	Load 700 MW	Load 800 MW	Load 950 MW
A	1	1	0	0	6505	7525	x	x
B	1	1	1	0	6649	7669	8705	x
C	1	1	1	1	6793	7813	8833	10475

1 = up; 0 = down

Table 5.12 gives all the combinations you need as well as the operating cost for each at the loads in the load data. An "X" indicates that a combination cannot supply the load. The starting conditions are: At the beginning of the first period units 1 and 2 are up, units 3 and 4 are down and have been down for 8 h.

5.5 Unit Commitment

Table 5.13 presents the unit characteristics and load pattern for a five-unit—four time period problem. Each time period is 2 h long. The input-output characteristics are approximated by a straight line from min to max generation so that the incremental heat rate is constant. Unit no-load and start-up costs are given in terms of heat energy requirements.

TABLE 5.13 The Unit Characteristic and Load Pattern for Problem 5.5

Unit	Max (MW)	Net full-load heat rate (Btu/kWh)	Incremental heat rate (Btu/kWh)	Min (MW)	No-load cost* (MBtu/h)	Start-up cost (MBtu)	Min up/down time (h)
1	200	11,000	9,900	50	220	400	8
2	60	11,433	10,100	15	80	150	8
3	50	12,000	10,800	15	60	105	4
4	40	12,900	11,900	5	40	0	4
5	25	13,500	12,140	5	34	0	4

Load pattern

Hours	MW load	Conditions
1-2	250	1. Initially (prior to hour 1) only unit 1 is on and has been on for 4 hr.
3-4	320	2. Ignore losses, spinning reserve, etc. The only requirement is that the generation be able to supply the load.
5-6	110	
7-8	75	3. Fuel costs for all units may be taken as 1.40 R/MBtu

* See footnote on Table 5.4

- Develop the priority list for these units and solve for the optimum unit commitment. Use a strict priority list with a search range of three ($X = 3$) and save no more than three strategies ($N = 3$). Ignore min up/min down times for units.
- Solve the same commitment problem using the strict priority list with $X = 3$ and $N = 3$ as in (a), but obey the min up/min down time rules.
- (Optional) Find the optimum unit commitment without use of a strict priority list (i.e., all 32 unit on/off combinations are valid). Restrict the search range to decrease your effort. Obey the min up/min down time rules.

When using a dynamic-programming method to solve a unit commitment problem with minimum up- and downtime rules, one must save an additional piece of information at each state each hour. This information simply tells whether any units are ineligible to be shut down or started up at that state. If such units exist at a particular state, the transition cost, S_{cost} , to a state that violates the start-up/shut-down rules should be given a value of infinity.

FURTHER READING

Some good introductory references to the unit commitment problem are found in references 1-3. A survey of the state-of-the-art (as of 1975) of unit commitment solutions is found in reference 4. References 5 and 6 provide a good look at two commercial unit commitment programs in present use.

References 7-11 deal with unit commitment as an integer-programming problem. Much of the pioneering work in this area was done by Garver (7), who also sounded a note of pessimism in a discussion of reference 8 written together with Happ in 1968. Further research 9-11 has refined the unit commitment solution by integer programming but has never really

overcome the Garver-Happ limitations presented in the 1968 discussion, thus leaving dynamic programming as the only viable solution technique to large-scale unit commitment problems.

References 12-16 should be consulted for a deeper study of the mathematical programming technique known as dynamic programming, which was introduced in the Appendix of this chapter. The reader should see references 17 and 18 for a discussion of valve-point loading and for a thorough development of economic dispatch via dynamic programming.

1. Baldwin, C. J., Dale, K. M., Dittrich, R. F., "A Study of Economic Shutdown of Generating Units in Daily Dispatch," *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems* Vol. PAS-78, December 1959, pp. 1272-1284.
2. Burns, R. M., Gibson, C. A., "Optimization of Priority Lists for a Unit Commitment Program," *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, Paper A75 453-1, 1975.
3. Davidson, P. M., Kohbrman, F. J., Master, G. L., Schafer, G. R., Evans, J. R., Lovewell, K. M., Payne, T. B., "Unit Commitment Start-Stop Scheduling in the Pennsylvania-New Jersey-Maryland Interconnection," 1967 PICA Conference Proceedings, 1967, pp. 127-132.
4. Gruhl, J., Schweppe, F., Ruane, M., "Unit Commitment Scheduling of Electric Power Systems," *Systems Engineering for Power: Status and Prospects*, Henniker, N. H., August 1975. U.S. Government Printing Office Washington D.C.
5. Pang, C. K., Chen, H. C., "Optimal Short-Term Thermal Unit Commitment," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-95, July/August 1976, pp. 1336-1346.
6. Happ, H. H., Johnson, P. C., Wright, W. J., "Large Scale Hydro-Thermal Unit Commitment—Method and Results," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-90, May/June 1971, pp. 1373-1384.
7. Garver, L. L., "Power Generation Scheduling by Integer Programming—Development of Theory," *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, February 1963, pp. 730-735.
8. Muckstadt, J. A., Wilson, R. C., "An Application of Mixed-Integer Programming Duality to Scheduling Thermal Generating Systems," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, December 1968, pp. 1968-1978.
9. Ohuchi, A., Kaji, I., "A Branch-and-Bound Algorithm for Start-up and Shut-down Problems of Thermal Generating Units," *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 95, No. 5, 1975, pp. 54-61.
10. Dillon, T. S., Egan, G. T., "Application of Combinational Methods to the Problems of Maintenance Scheduling and Unit Commitment in Large Power Systems," *Proceedings of IFAC Symposium on Large Scale Systems Theory and Applications*, Udine, Italy, 1976.
11. Dillon, T. S., Edwin, K. W., Kochs, H. D., Taud, R. J., "Integer Programming Approach to the Problem of Optimal Unit Commitment with Probabilistic Reserve Determination," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 97, November/December 1978, pp. 2154-2166.
12. Kaufmann, A., *Graphs, Dynamic Programming and Finite Games*, Academic Press, New York, 1967.
13. Kaufmann, A., Cruon, R., *Dynamic Programming: Sequential Scientific Management*, Academic Press, New York, 1967.
14. Howard, R. A., *Dynamic Programming and Markov Processes*, Wiley and Technology Press, New York, 1960.
15. Bellman, R. E., Dreyfus, S. E., *Applied Dynamics Programming*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1962.
16. Neuhauser, G. L., *Introduction to Dynamic Programming*, Wiley, New York, 1966.
17. Happ, H. H., Ille, W. B., Reisinger, R. M., "Economic System Operation Considering Valve Throttling Losses, I.—Method of Computing Valve-Loop Heat Rates on Multivalve Turbines," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-82, February 1963, pp. 609-615.
18. Ringlee, R. J., Williams, D. D., "Economic Dispatch Operation Considering Valve Throttling Losses, II—Distribution of System Loads by the Method of Dynamic Programming," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-82, February 1963, pp. 615-622.

Generation with Limited Energy Supply

6.1 INTRODUCTION

The economic operation of a power system requires that expenditures for fuel be minimized over a period of time. When there is no limitation on the fuel supply to any of the plants in the system, the economic dispatch can be carried out with only the present conditions as data in the economic dispatch algorithm. In such a case the fuel costs are simply the incoming price of fuel with, perhaps, adjustments for fuel handling and maintenance of the plant.

When the energy resource available to a particular plant (be it coal, oil, gas, water, or nuclear fuel) is a limiting factor in the operation of the plant, the entire economic dispatch calculation must be done differently. Each economic dispatch calculation must account for what happened before and what will happen in the future.

This chapter begins the development of solutions to the dispatching problem "over time." The techniques used are an extension of the familiar LaGrange formulation. Concepts involving slack variables and penalty functions are introduced to allow solution under certain conditions.

The example chosen to start is a fixed fuel supply that must be paid for whether or not it is consumed.

We might have started with a limited fuel supply of natural gas that must be used as boiler fuel because it has been declared as "surplus." The take-or-pay fuel supply contract is probably the simplest of these possibilities.

Alternatively, we might have started directly with the problem of economic scheduling of hydroelectric plants with their stored supply of water or with light-water-moderated nuclear reactors supplying steam to drive turbine generators. Hydroelectric plant scheduling involves the scheduling of water flows, impoundments (storage), and releases into what usually prove to be a rather complicated hydraulic network (namely, the water shed). The treatment of nuclear unit scheduling requires some understanding of the physics involved in the reactor core and is really beyond the scope of this current text (the methods useful for optimizing the unit outputs are, however, quite similar to those used in scheduling other limited energy systems).

6.2 TAKE-OR-PAY FUEL SUPPLY CONTRACT

Assume there are N normally fueled thermal plants plus one turbine generator fueled under a "take-or-pay" agreement. We will interpret this type of agreement as being one in which the utility agrees to use a minimum amount of fuel during a period (the "take") or, failing to use this amount, it agrees to pay the minimum charge. This last clause is the "pay" part of the "take-or-pay" contract.

While this unit's cumulative fuel consumption is below the minimum, the system excluding this unit should be scheduled to minimize the total fuel cost subject to the constraint that the total fuel consumption for the period for this particular unit is equal to the specified amount. Once the specified amount of fuel has been used, the unit should be scheduled normally. Let us consider a special case where the minimum amount of fuel consumption is also the maximum. The system is shown in Figure 6.1. We will consider the operation of the system over

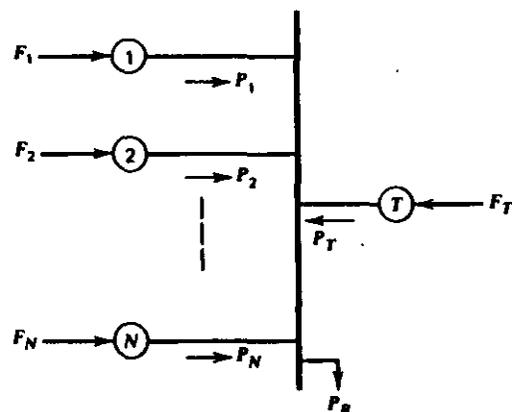


FIG. 6.1 $N + 1$ unit system with take-or-pay fuel supply at unit T .

j_{\max} time intervals j where $j = 1, \dots, j_{\max}$, so that

$$P_{1j}, P_{2j}, \dots, P_{Tj} \quad (\text{Power outputs})$$

$$F_{1j}, F_{2j}, \dots, F_{Nj} \quad (\text{Fuel cost rate})$$

and

$$q_{T1}, q_{T2}, \dots, q_{Tj} \quad (\text{Take-or-pay fuel input})$$

are the power outputs, fuel costs, and take-or-pay fuel inputs.

where $P_{ij} \triangleq$ power from i^{th} unit in the j^{th} time interval

$F_{ij} \triangleq$ $\$/\text{h}$ cost for i^{th} unit during the j^{th} time interval

$q_{Tj} \triangleq$ fuel input for unit T in j^{th} time interval

$F_{Tj} \triangleq$ $\$/\text{h}$ cost for unit T in j^{th} time interval

$P_{Rj} \triangleq$ total load in the j^{th} time interval

$n_j \triangleq$ Number of hours in the j^{th} time interval

Mathematically, the problem is as follows.

$$\min \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j \sum_{i=1}^N F_{ij} + \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j F_{Tj} \quad (6.1)$$

subject to

$$\phi = \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j q_{Tj} - q_{TOT} = 0 \quad (6.2)$$

and

$$\psi_j = P_{Rj} - \sum_{i=1}^N P_{ij} - P_{Tj} = 0 \quad \text{for } j = 1 \dots j_{\max} \quad (6.3)$$

or in words

We wish to determine the minimum production cost for units 1 to N subject to constraints that ensure that fuel consumption is correct and also subject to the set of constraints to ensure that power supplied is correct each interval.

Note that (for the present) we are ignoring high and low limits on the units themselves. It should also be noted that the term

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j F_{Tj}$$

is constant because the total fuel to be used in the "T" plant is fixed. Therefore, the total cost of that fuel will be constant and we can drop this term from the objective function.

The LaGrange function is

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j \sum_{i=1}^N F_{ij} + \sum_{j=1}^{j_{\max}} \lambda_j \left(P_{Rj} - \sum_{i=1}^N P_{ij} - P_{Tj} \right) + \gamma \left(\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j q_{Tj} - q_{TOT} \right) \quad (6.4)$$

The independent variables are the powers P_{ij} and P_{Tj} , since $F_{ij} = F_i(P_{ij})$ and $q_{Tj} = q_T(P_{Tj})$.

For any given time period, $j = k$,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{ik}} = 0 = n_k \frac{dF_{ik}}{dP_{ik}} - \lambda_k \quad \text{for } i = 1, \dots, N \quad (6.5)$$

and

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Tk}} = -\lambda_k + \gamma n_k \frac{dq_{Tk}}{dP_{Tk}} = 0 \quad (6.6)$$

Note that if one analyzes the dimensions of γ , it would be $\$/unit of q (e.g., $\$/ft^3$, $\$/bbl$, $\$/ton$). As such, γ has the units of a "fuel price" expressed in volume units rather than MBtu as we have used up to now. Because of this, γ is often referred to as a "pseudoprice" or "shadow price." In fact, once it is realized what is happening in this analysis it becomes obvious that we could solve fuel-limited dispatch problems by simply adjusting the price of the limited fuel(s), thus, the terms "pseudoprice" and "shadow price" are quite meaningful.$

Since γ appears unsubscripted in Eq. 6.6, γ would be expected to be a constant value over all the time periods. This is true unless the fuel-limited machine is constrained by fuel-storage limitations. We will encounter such limitations in hydro-plant scheduling in Chapter 7. The appendix to Chapter 7 shows when to expect a constant γ and when to expect a discontinuity in γ .

Figure 6.2a shows how the load pattern may look. The solution to a fuel-limited dispatching problem will require dividing the load pattern into time intervals as in

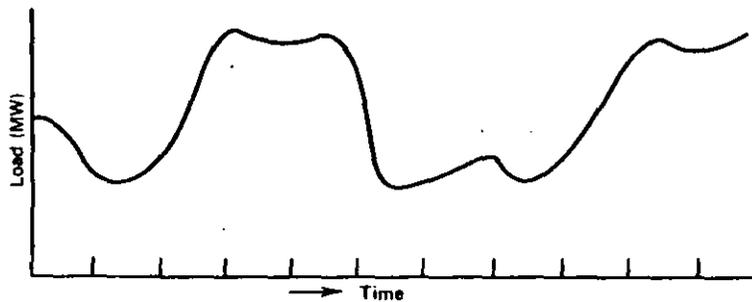


FIG. 6.2a Load pattern.

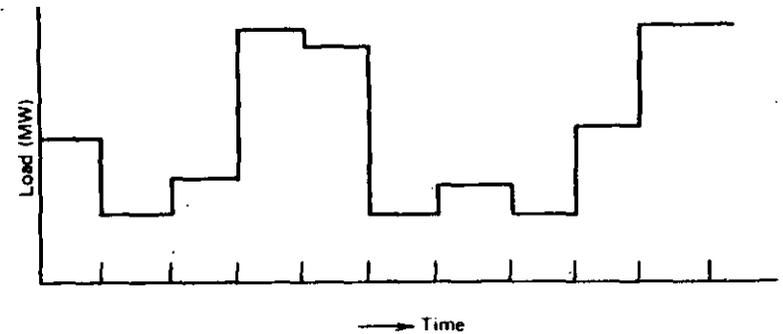


FIG. 6.2b Discrete load pattern.

Figure 6.2b and assuming load to be constant during each interval. Assuming all units are on-line for the period, the optimum dispatch could be done using a simple search procedure for γ as is shown in Figure 6.3. Note that the procedure shown in Figure 6.3 will only work if the fuel-limited unit does not hit either its high or its low limit in any time interval.

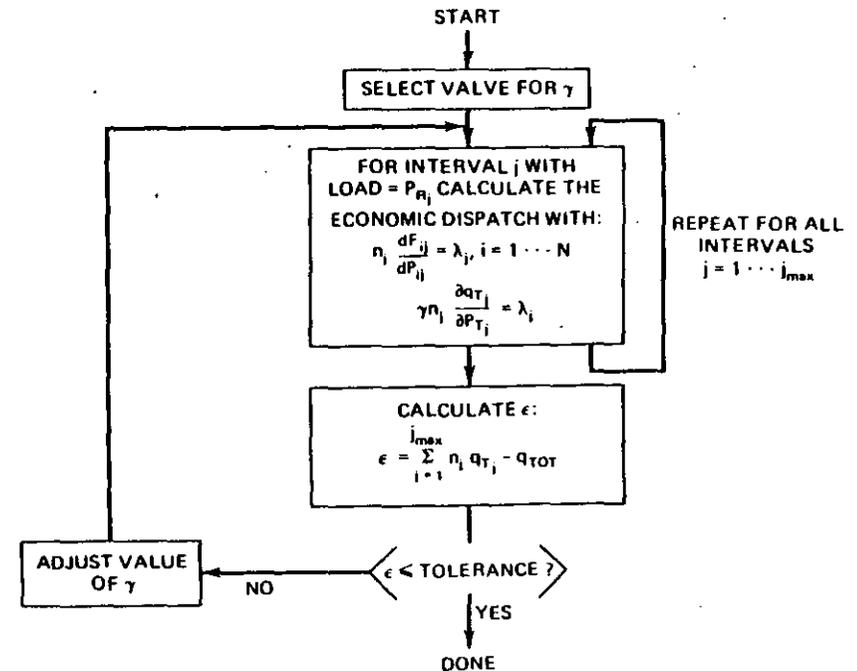


FIG. 6.3 γ search method.

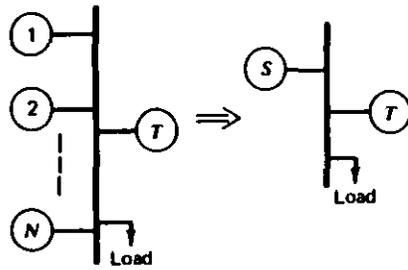


FIG. 6.4 Composite generator unit.

6.3 COMPOSITE GENERATION PRODUCTION COST FUNCTION

A useful technique to facilitate the take-or-pay fuel supply contract procedure is to develop a composite generation production cost curve for all the non-fuel-constrained units. For example, suppose there were N non-fuel-constrained units to be scheduled with the fuel-constrained unit as shown in Figure 6.4. Then a composite cost curve for units 1, 2, ..., N can be developed.

$$F_A(P_A) = F_1(P_1) + \dots + F_N(P_N) \quad (6.7)$$

where

$$P_A = P_1 + \dots + P_N$$

and

$$\frac{dF_1}{dP_1} = \frac{dF_2}{dP_2} = \dots = \frac{dF_N}{dP_N} = \lambda$$

If one of the units hits a limit, its output is held constant, as in Chapter 3, Eq. 3.6.

A simple procedure to allow one to generate $F_A(P_A)$ consists of adjusting λ from λ^{\min} to λ^{\max} in specified increments, where

$$\lambda^{\min} = \min \left[\frac{dF_i}{dP_i}, i = 1 \dots N \right]$$

$$\lambda^{\max} = \max \left[\frac{dF_i}{dP_i}, i = 1 \dots N \right]$$

At each increment, calculate the total fuel consumption and the total power output for all the units. These points represent points on the $F_A(P_A)$ curve. The points may be used directly by assuming $F_A(P_A)$ consists of straight-line segments between the points or a smooth curve may be fit to the points using a least-squares fitting program. Be aware, however, that such smooth curves may have undesirable properties such as nonconvexity (e.g., the first derivative is not monotonically increasing). The procedure to generate the points on $F_A(P_A)$ is shown in Figure 6.5.

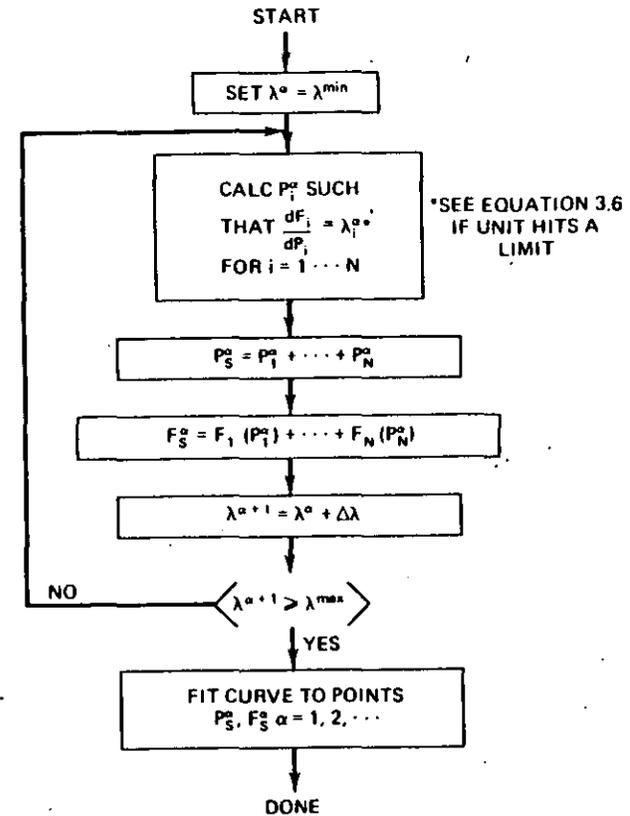


FIG. 6.5 Procedure for obtaining composite cost curve.

EXAMPLE 6A

The three generating units from Example 3A are to be combined into a composite generating unit. The fuel costs assigned to these units will be

Fuel cost for unit 1 = 1.1 $\text{\$/MBtu}$

Fuel cost for unit 2 = 1.4 $\text{\$/MBtu}$

Fuel cost for unit 3 = 1.5 $\text{\$/MBtu}$

Figure 6.6a shows the individual unit incremental costs, which range from 8.3886 to 14.847 $\text{\$/MWh}$. A program was written based on Figure 6.5, and lambda was stepped from 8.3886 to 14.847.

At each increment the three units are dispatched to the same lambda and then outputs and generating costs are added as shown in Figure 6.5. The results are given

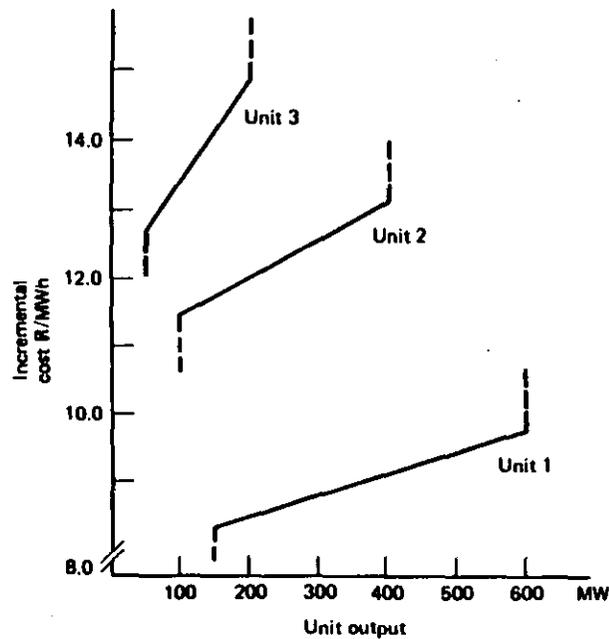


FIG. 6.6a Unit incremental costs.

TABLE 6.1 Lambda Steps Used in Constructing Composite Cost Curve for Example 6A

Step	lambda	P_s	F_s	F_s approx
1	8.3886	300.0	4077.12	4137.69
2	8.7115	403.4	4960.92	4924.39
3	9.0344	506.7	5878.10	5799.07
4	9.3574	610.1	6828.66	6761.72
5	9.6803	713.5	7812.59	7812.35
6	10.0032	750.0	8168.30	8204.68
7	11.6178	765.6	8348.58	8375.29
8	11.9407	825.0	9048.83	9044.86
9	12.2636	884.5	9768.28	9743.54
10	12.5866	943.9	10506.92	10471.31
12	12.9095	1019.4	11469.56	11436.96
13	13.2324	1088.4	12369.40	12360.58
14	13.5553	1110.67	12668.51	12668.05
15	13.8782	1133.00	12974.84	12979.63
16	14.2012	1155.34	13288.37	13295.30
17	14.5241	1177.67	13609.12	13615.09
18	14.8470	1200.00	13937.07	13938.98

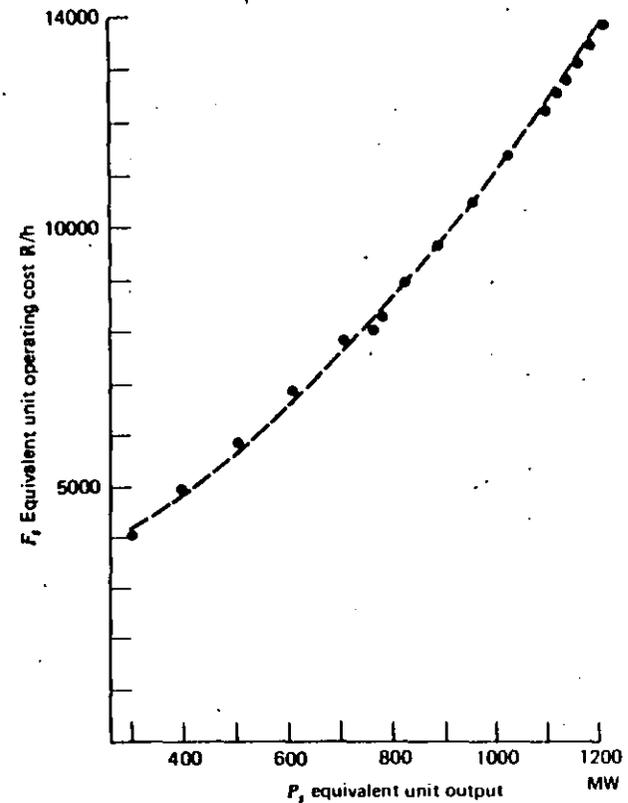


FIG. 6.6b Equivalent unit input/output curve.

in Table 6.1. The result, called F_s approx in Table 6.1 and shown in Figure 6.6b, was calculated by fitting a second-order polynomial to the P_s and F_s points using a least-squares fitting program. The equivalent unit function is

$$F_s \text{ approx}(P_s) = 2352.65 + 4.7151 P_s + 0.0041168 P_s^2$$

(R/h) $300 \text{ MW} \leq P_s \leq 1200 \text{ MW}$

The reader should be aware that when fitting a polynomial to a set of points many choices can be made. The preceding function is a good fit to the total operating cost of the three units, but it is not that good at approximating the incremental cost. More advanced fitting methods should be used if one desires to match total operating cost as well as incremental cost. See Problem 6.2 for an alternative procedure.

EXAMPLE 6B

Find the optimal dispatch for a gas-fired steam plant given the following.

Gas-fired Plant:

$$H_T(P_T) = 300 + 6.0 P_T + 0.0025 P_T^2 \text{ MBtu/h}$$

Fuel cost for gas = 2.0 R/ccf (where 1 ccf = 10³ ft³)

The gas is rated at 1100 Btu/ft³

$$50 \leq P_T \leq 400$$

Composite of Remaining Units:

$$H_s(P_s) = 200 + 8.5 P_s + 0.002 P_s^2 \text{ MBtu/h}$$

Equivalent fuel cost = 0.6 R/MBtu

$$50 \leq P_s \leq 500$$

The gas-fired plant must burn 40 · 10⁶ ft³ of gas. The load pattern is shown in Table 6.2. If the gas constraints are ignored, the optimum economic schedule for these two plants appears as is shown in Table 6.3. Operating cost of the composite unit over the entire 24-h period is 52,128.03 R. The total gas consumption is 21.8 · 10⁶ ft³. Since the gas-fired plant must burn 40 · 10⁶ ft³ of gas, the cost will be 2.0 R/1000 ft³ × 40 · 10⁶ ft³, which is 80,000 R for the gas. Therefore, the total cost will be 132,128.03 R. The solution method shown in Figure 6.3 was used with γ values ranging from 0.500 to 0.875. The final value for γ is 0.8742 R/ccf with an optimal schedule as shown in Table 6.4. This schedule has a fuel cost for the composite unit of 34,937.47 R. Note that the gas unit is run much harder and that it

TABLE 6.2 Load Pattern

Time period	Load
1. 12 PM- 4 AM	400 MW
2. 4 AM- 8 AM	650 MW
3. 8 AM-12 AM	800 MW
4. 12 AM- 4 PM	500 MW
5. 4 PM- 8 PM	200 MW
6. 8 PM-12 PM	300 MW

Where: $n_j = 4, j = 1 \dots 6.$

TABLE 6.3 Optimum Economic Schedule (Gas Constraints Ignored)

Time period	P_s	P_T
1	350	50
2	500	150
3	500	300
4	450	50
5	150	50
6	250	50

TABLE 6.4 Optimal Schedule (Gas Constraints Met)

Time period	P_s	P_T
1	197.3	202.6
2	353.2	296.8
3	446.7	353.3
4	259.7	240.3
5	72.6	127.4
6	135.0	165.0

does not hit either limit in the optimal schedule. Further note that the total cost is now

$$34,937.47 \text{ R} + 80,000 \text{ R} = 114,937.47 \text{ R}$$

so we have lowered the total fuel expense by properly scheduling the gas plant.

6.4 SOLUTION BY GRADIENT SEARCH TECHNIQUES

An alternative solution procedure to the one shown in Figure 6.3 makes use of Eqs. 6.5 and 6.6.

$$n_k \frac{dF_{ik}}{dP_{ik}} = \lambda_k$$

and

$$\lambda_k = \gamma n_k \frac{dq_{Tk}}{dP_{Tk}}$$

then

$$\gamma = \left(\frac{dF_{ik}}{dP_{ik}} \right) \left(\frac{dP_{ik}}{dq_{Tk}} \right) \quad (6.8)$$

For an optimum dispatch, γ will be constant for all hours $j, j = 1, \dots, j_{max}$.

We can make use of this fact to obtain an optimal schedule using the procedures shown in Figure 6.7a or Figure 6.7b. Both these procedures attempt to adjust fuel-limited generation so that γ will be constant over time. The algorithm shown in Figure 6.7a differs from the algorithm shown in Figure 6.7b in the way the problem is started and in the way various time intervals are selected for adjustment. The algorithm in Figure 6.7a requires an initial feasible but not optimal schedule and then finds an optimal schedule by "pairwise" trade-offs of fuel consumption while maintaining problem feasibility. The algorithm in Figure 6.7b does not require an

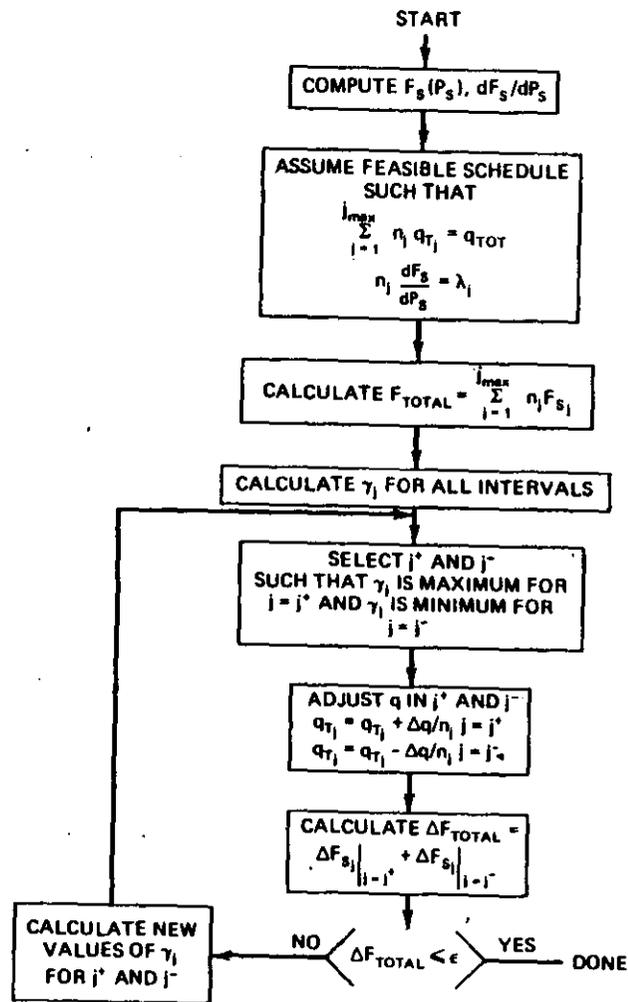


FIG. 6.7a Gradient method based on relaxation technique.

initial feasible fuel usage schedule but achieves this while optimizing. These two methods may be called gradient methods because q_{Tj} is treated as a vector and the γ_j 's indicate the gradient of the objective function with respect to q_{Tj} .

EXAMPLE 6C

Use the method of Figure 6.7b to obtain an optimal schedule for the problem given in Example 6B. Assume that the starting schedule is the economic dispatch schedule shown in Example 6A.

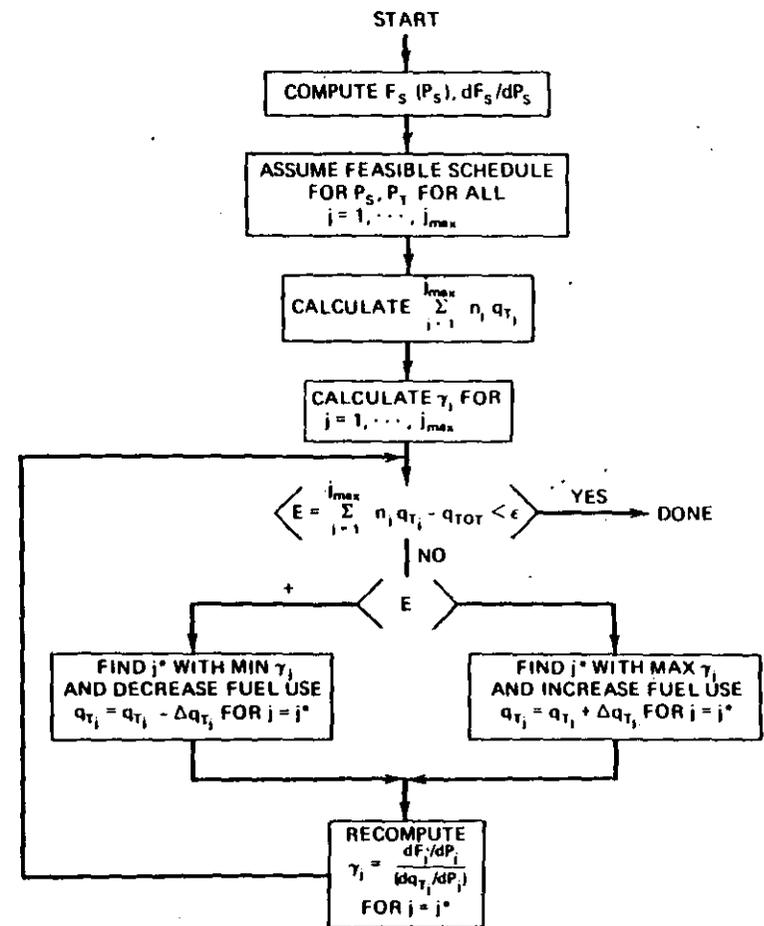


FIG. 6.7b Gradient method based on a simple search.

Initial Dispatch

Time period	1	2	3	4	5	6
P_s	350	500	500	450	150	250
P_T	50	150	300	50	50	50
γ	1.0454	1.0266	0.9240	1.0876	0.9610	1.0032

$$\sum q_T = 21.84 \cdot 10^6 \text{ ft}^3$$

Since we wish to burn $40.0 \cdot 10^6 \text{ ft}^3$ of gas, the error is negative, therefore we must increase fuel usage in the time period having maximum γ , that is, period 4. As a start increase P_T to 150 MW and drop P_s to 350 MW in period 4.

Result of Step 1

Time period	1	2	3	4	5	6
P_s	350	500	500	350	150	250
P_T	50	150	300	150	50	50
γ	1.0454	1.0266	0.9240	0.9680	0.9610	1.0032

$$\sum q_T = 24.2 \cdot 10^6 \text{ h}^2$$

The error is still negative, so we must increase fuel usage in the period with maximum γ , which is now period 1. Increase P_T to 200 MW and drop P_s to 200 MW in period 1.

Result of Step 2

Time period	1	2	3	4	5	6
P_s	200	500	500	350	150	250
P_T	200	150	300	150	50	50
γ	0.8769	1.0266	0.9240	0.9680	0.9610	1.0032

$$\sum q_T = 27.8 \cdot 10^6 \text{ h}^2$$

and so on. After 11 steps, the schedule looks like:

Time period	1	2	3	4	5	6
P_s	200	350	450	250	75	140
P_T	200	300	350	250	125	160
γ	0.8769	0.8712	0.8772	0.8648	0.8767	0.8794

$$\sum q_T = 40.002 \cdot 10^6 \text{ h}^2$$

which is beginning to look similar to the optimal schedule generated in Example 6A.

6.5 HARD LIMITS AND SLACK VARIABLES

This section takes account of hard limits on the take-or-pay generating unit. The limits are

$$P_T \geq P_{T\min} \quad (6.9)$$

and

$$P_T \leq P_{T\max} \quad (6.10)$$

These may be added to the LaGrangian by the use of two constraint functions and two new variables called *slack variables* (see Appendix, Chapter 3). The constraint functions are

$$\psi_{1j} = P_{Tj} - P_{T\max} + S_{1j}^2 \quad (6.11)$$

and

$$\psi_{2j} = P_{T\min} - P_{Tj} + S_{2j}^2 \quad (6.12)$$

where S_{1j} and S_{2j} are slack variables that may take on any real value including zero.

The new LaGrangian then becomes

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{j=1}^{J_{\max}} n_j \sum_{i=1}^N F_{ij} + \sum_{j=1}^{J_{\max}} \lambda_j \left(P_{Rj} - \sum_{i=1}^N P_{ij} - P_{Tj} \right) \\ & + \gamma \left(\sum_{j=1}^{J_{\max}} n_j q_{Tj} - Q_{TOT} \right) \\ & + \sum_{j=1}^{J_{\max}} \alpha_{1j} (P_{Tj} - P_{T\max} + S_{1j}^2) + \sum_{j=1}^{J_{\max}} \alpha_{2j} (P_{T\min} - P_{Tj} + S_{2j}^2) \end{aligned} \quad (6.13)$$

where α_{1j}, α_{2j} are LaGrange multipliers. Now, the first partial derivatives for the k^{th} period are

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{1k}} = 0 &= n_j \frac{dF_i}{dP_{ik}} - \lambda_k \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Tk}} = 0 &= -\lambda_k + \alpha_{1k} - \alpha_{2k} + \gamma n_j \frac{dq_{Tk}}{dP_{Tk}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_{1k}} = 0 &= 2\alpha_{1k} S_{1k} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_{2k}} = 0 &= 2\alpha_{2k} S_{2k} \end{aligned} \quad (6.14)$$

As was noted in the Appendix to Chapter 3, when the constrained variable (P_{Tk} in this case) is within bounds, the new LaGrange multipliers $\alpha_{1k} = \alpha_{2k} = 0$ and S_{1k} and S_{2k} are nonzero. When the variable is limited, one of the slack variables, S_{1k} or S_{2k} , becomes zero and the associated LaGrange multiplier will take on a non-zero value.

Suppose in some interval k , $P_{Tk} = P_{\max}$, then $S_{1k} = 0$ and $\alpha_{1k} \neq 0$. Thus

$$-\lambda_k + \alpha_{1k} + \gamma n_j \frac{dq_{Tk}}{dP_{Tk}} = 0 \quad (6.15)$$

and if

$$\lambda_k > \gamma n_j \frac{dq_{Tk}}{dP_{Tk}}$$

the value of α_{2k} will take on the value just sufficient to make the equality true.

EXAMPLE 6D

Repeat Example 6B with the maximum generation on P_T reduced to 300 MW. Note that the optimum schedule in Example 6A gave a $P_T = 353.3$ MW in the third time

TABLE 6.5 Resulting Optimal Schedule with $P_{Tmax} = 300$ MW

Time period j	P_{ij}	P_{Tj}	λ_j	$\gamma_{sj} \frac{\partial q_T}{\partial P_{Tj}}$	α_{sj}
1	183.4	216.6	5.54	5.54	0
2	350.0	300.0	5.94	5.86	0.08
3	500.0	300.0	25.80	6.03	19.14 or 17
4	345.4	254.6	5.69	5.69	0
5	59.5	140.5	5.24	5.24	0
6	121.4	178.6	5.39	5.39	0

period. When the limit is reduced to 300 MW, the gas-fired unit will have to burn more fuel in other time periods to meet the $40 \cdot 10^3$ ft³ gas consumption constraint.

Table 6.5 shows the resulting optimal schedule where $\gamma = 0.2151$ and total cost = 122,984.83 R.

6.6 FUEL SCHEDULING BY LINEAR PROGRAMMING

Figure 6.8 shows the major elements in the chain making up the delivery system that starts with raw fuel suppliers and ends up in delivery of electric power to individual customers. The basic elements of the chain are

The Suppliers: Coal, oil, and gas companies with which the utility must negotiate contracts to acquire fuel. The contracts are usually written for a long term (10 to 20 yr) and may have stipulations such as the minimum and maximum limits on the quantity of fuel delivered over a specified time period. The time period may be as long as a year, a month, a week, a day, or even for a period of only a few minutes. Prices may change as subject to the renegotiation provisions of the contracts.

Transportation: Railroads, unit trains, river barges, gas pipeline companies, and such all present problems in scheduling of deliveries of fuel.

Inventory: Coal piles, oil storage tanks, underground gas storage facilities. Inventories must be kept at proper levels to forestall fuel shortages when load levels exceed forecast or suppliers or shippers are unable to deliver. Price fluctuations also complicate the decisions on when and how much to add or subtract from inventories.

The remainder of the system—generators, transmission, and loads—are covered in other chapters.

One of the most useful tools for solving large fuel-scheduling problems is linear programming (LP). If the reader is not familiar with LP, an easily understood algorithm is provided in the Appendix of this chapter.

Linear programming is an optimization procedure that minimizes a linear objective function with variables that are also subject to linear constraints. Because

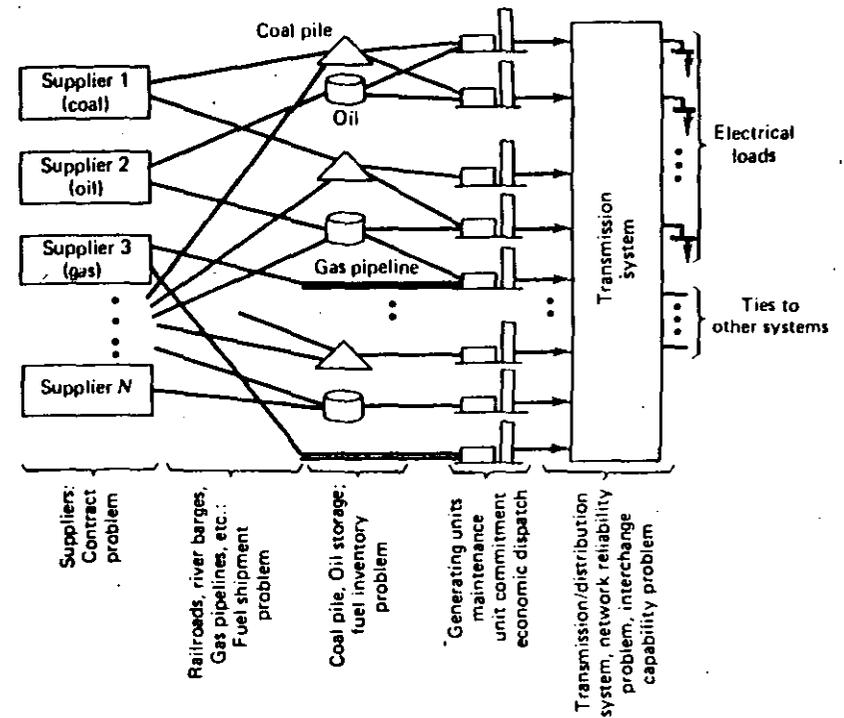


FIG. 6.8 Energy delivery system.

of this limitation, any nonlinear functions either in the objective or in the constraint equations will have to be approximated by linear or piecewise linear functions.

To solve a fuel-scheduling problem with linear programming, we must break the total time period involved into discrete time increments as was done in Example 6B. The LP solution will then consist of an objective function that is made up of a sum of linear or piecewise linear functions each of which is a function of one or more variables from only one time step. The constraints will be linear functions of variables from each time step. Some constraints will be made up of variables drawn from one time step whereas others will span two or more time steps. The best way to illustrate how to set up an LP to solve a fuel-scheduling problem will be to use an example.

EXAMPLE 6E

We are given two coal-burning generating units that must both remain on-line for a 3-wk period. The combined output from the two units is to supply the following loads (loads are assumed constant for 1 wk).

Week	Load (MW)
1	1200
2	1500
3	800

The two units are to be supplied by one coal supplier who is under contract to supply 40,000 tons of coal per week to the two plants. The plants have existing coal inventories at the start of the 3-wk period. We must solve for the following.

1. How should each plant be operated each week?
2. How should the coal deliveries be made up each week?

The data for the problem are as follows.

Coal: Heat value = 11,500 Btu/lb = 23 MBtu/ton
(1 ton = 2000 lb)

Coal can be delivered to one plant or the other or it can be split, some going to one plant, some to the other, as long as the total delivery in each week is equal to 40,000 tons. The coal costs 30 R/ton or 1.3 R/MBtu

Inventories: Plant 1: has an initial inventory of 70,000 tons, its final inventory is not restricted
Plant 2: has an initial inventory of 70,000 tons, its final inventory is not restricted

Both plants have a maximum coal storage capacity of 200,000 tons of coal.

Generating Units:

Unit	Min (MW)	Max (MW)	Heat input at min (MBtu/h)	Heat input at max (MBtu/h)
1	150	600	1620	5340
2	400	1000	3850	8750

The input versus output function will be approximated by a linear function for each unit.

$$H_1(P_1) = 380.0 + 8.267 P_1$$

$$H_2(P_2) = 583.3 + 8.167 P_2$$

The unit cost curves are

$$F_1(P_1) = 1.3 \text{ R/MBtu} \times H_1(P_1) = 495.65 + 10.78 P_1 \text{ (R/h)}$$

$$F_2(P_2) = 1.3 \text{ R/MBtu} \times H_2(P_2) = 760.8 + 10.65 P_2 \text{ (R/h)}$$

The coal consumption q (tons/h) for each unit is

$$q_1(P_1) = \frac{1}{23} \left(\frac{\text{Tons}}{\text{MBtu}} \right) \times H_1(P_1) = 16.52 + 0.3594 P_1 \text{ tons/h}$$

$$q_2(P_2) = \frac{1}{23} \left(\frac{\text{Tons}}{\text{MBtu}} \right) \times H_2(P_2) = 25.36 + 0.3551 P_2 \text{ tons/h}$$

To solve this problem with linear programming, assume that the units are to be operated at a constant rate during each week and that the coal deliveries will each take place at the beginning of each week. Therefore, we will set up the problem with 1-wk time periods and the generating unit cost functions and coal consumption functions will be multiplied by 168 h to put them on a "per week" basis, then

$$F_1(P_1) = 83,269.2 + 1811 P_1 \text{ R/wk}$$

$$F_2(P_2) = 127,814.4 + 1789 P_2 \text{ R/wk}$$

$$q_1(P_1) = 2775.4 + 60.4 P_1 \text{ tons/wk}$$

$$q_2(P_2) = 4260.5 + 59.7 P_2 \text{ tons/wk}$$

(6.16)

We are now ready to set up the objective function and the constraints for our linear programming solution.

Objective Function: To minimize the operating cost over the 3-wk period. The objective function is

$$\text{Minimize } Z = F_1[P_1(1)] + F_2[P_2(1)] + F_1[P_1(2)] + F_2[P_2(2)] + F_1[P_1(3)] + F_2[P_2(3)] \quad (6.17)$$

where $P_i(j)$ is the power output of the i^{th} unit during the j^{th} week, $j = 1 \dots 3$.

Constraints: During each time period, the total power delivered from the units must equal the scheduled load to be supplied, then

$$P_1(1) + P_2(1) = 1200$$

$$P_1(2) + P_2(2) = 1500 \quad (6.18)$$

$$P_1(3) + P_2(3) = 800$$

Similarly, the coal deliveries, D_1 and D_2 , made to plant 1 and plant 2, respectively, during each week must sum to 40,000 tons. Then

$$D_1(1) + D_2(1) = 40,000$$

$$D_1(2) + D_2(2) = 40,000 \quad (6.19)$$

$$D_1(3) + D_2(3) = 40,000$$

The volume of coal at each plant at the beginning of each week plus the delivery of coal to that plant minus the coal burned at the plant will give the coal remaining at

the beginning of the next week. Letting V_1 and V_2 be the volume of coal in each coal pile at the beginning of the week, respectively, we have the following set of equations governing the two coal piles.

$$\begin{aligned}
 V_1(1) + D_1(1) - q_1(1) &= V_1(2) \\
 V_2(1) + D_2(1) - q_2(1) &= V_2(2) \\
 V_1(2) + D_1(2) - q_1(2) &= V_1(3) \\
 V_2(2) + D_2(2) - q_2(2) &= V_2(3) \\
 V_1(3) + D_1(3) - q_1(3) &= V_1(4) \\
 V_2(3) + D_2(3) - q_2(3) &= V_2(4)
 \end{aligned}
 \tag{6.20}$$

where $V_i(j)$ is the volume of coal in the i^{th} coal pile at the beginning of the j^{th} week.

To set these equations up for the linear-programming solution, substitute the $q_1(P_1)$ and $q_2(P_2)$ equations from 6.16 into the equations of 6.20. In addition, all constant terms are placed on the right of the equal sign and all variable terms on the left, this leaves the constraints in the standard form for inclusion in the LP. The result is

$$\begin{aligned}
 D_1(1) - 60.4 P_1(1) - V_1(2) &= 2775.4 - V_1(1) \\
 D_2(1) - 59.7 P_2(1) - V_2(2) &= 4260.5 - V_2(1) \\
 V_1(2) + D_1(2) - 60.4 P_1(2) - V_1(3) &= 2775.4 \\
 V_2(2) + D_2(2) - 59.7 P_2(2) - V_2(3) &= 4260.5 \\
 V_1(3) + D_1(3) - 60.4 P_1(3) - V_1(4) &= 2775.4 \\
 V_2(3) + D_2(3) - 59.7 P_2(3) - V_2(4) &= 4260.5
 \end{aligned}
 \tag{6.21}$$

NOTE: $V_1(1)$ and $V_2(1)$ are constants that will be set when we start the problem.

The constraints from Eqs. 6.18, 6.19, and 6.21 are arranged in a matrix, as shown in Figure 6.9. Each variable is given an upper and lower bound in keeping with the "upper bound" solution shown in the Appendix of this chapter. The $P_1(t)$ and $P_2(t)$ variables are given the upper and lower bounds corresponding to the upper and lower limits on the generating units. $D_1(t)$ and $D_2(t)$ are given upper and lower bounds of 40,000 and zero. $V_1(t)$ and $V_2(t)$ are given upper and lower bounds of 200,000 and zero.

Solution: The solution to this problem was carried out with a computer program written to solve the upper bound LP problem using the algorithm shown in the Appendix. The first problem solved had coal storage at the beginning of the first

Problem Variable	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}	X_{17}	X_{18}	Constraint Units
D1(1)	1																		1200
P1(1)		1																	40000
D2(1)			1																2775.4 - $V_1(1)$
P2(1)				1															4260.5 - $V_2(1)$
V1(2)					1														1600
D1(2)						1													40000
P1(2)							1												2775.4
V2(2)								1											4260.5
D2(2)									1										1600
P2(2)										1									40000
V1(3)											-1								2775.4
D1(3)												1							4260.5
P1(3)													1						1600
V2(3)														-1					40000
D2(3)															1				2775.4
P2(3)																1			4260.5
V1(4)																	-1		2775.4
D1(4)																			4260.5
P1(4)																			
V2(4)																			
Variable min.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Variable max.	40000	600	40000	1000	200000	40000	200000	200000	40000	1000	200000	40000	600	150	200000	40000	200000	200000	200000

FIG. 6.9 Linear-programming constraint matrix for Example 6E.

week of

$$V_1(1) = 70,000 \text{ tons}$$

$$V_2(1) = 70,000 \text{ tons}$$

The solution is

t	P_1	P_2	D_1	D_2	V_1	V_2
1	200	1000	0	40000	70000	70000
2	500	1000	0	40000	55144.6	46039.5
3	150	650	0	40000	22169.2	22079.0
4					10333.8	19013.5

Total operating cost = 6,913,449.0 R

In this case, there are no constraints on the coal deliveries to either plant and the system can run in the most economic manner. Since unit 2 has a lower incremental cost, it is run at its maximum when possible. Furthermore, since no restrictions were placed on the coal pile levels at the end of the third week, the coal deliveries could have been shifted a little from unit 2 to unit 1 with no effect on the generation dispatch.

The next case solved was purposely structured to create a fuel shortage at unit 2. The beginning inventory at plant 2 was set to 50,000 tons, and a requirement was imposed that at the end of the third week the coal pile at unit 2 be no less than 8000 tons. The solution was made by changing the right-hand side of the fourth constraint from -65739.5 (i.e., $4260.5 - 70,000$) to -45739.5 (i.e., $4260.5 - 50,000$) and placing a lower bound on $V_2(4)$ (i.e., variable X_{18}) of 8000. The solution is

t	P_1	P_2	D_1	D_2	V_1	V_2
1	200	1000	0	40000	70000	50000
2	600	900	0	40000	55144.6	26039.5
3	200.5	599.5	0	40000	16129.2	8049.0
4					1241.93	8000.0

Total operating cost = 6,916,760.00 R

Note that this solution requires unit 2 to drop off its generation in order to meet the end-point constraint on its coal pile. In this case, all the coal must be delivered to plant 2 to minimize the overall cost.

The final case was constructed to show the interaction of the fuel deliveries and the economic dispatch of the generating units. In this case, the initial coal piles were set to 10,000 tons and 150,000 tons, respectively. Furthermore, a restriction of 30,000 tons minimum in the coal pile at unit 1 at the end of the third week was imposed.

To obtain the most economic operation of the two units over the 3-wk period, the coal deliveries will have to be adjusted to ensure both plants have sufficient coal. The

solution was obtained by setting the right-hand side of the third and fourth constraint equations to -7224.6 and -145739.5 , respectively, as well as imposing a lower bound of 30,000 on $V_1(4)$ (i.e., variable X_{17}).

The solution is

t	P_1	P_2	D_1	D_2	V_1	V_2
1	200	1000	4855.4	35144.6	10000	150000
2	500	1000	34810.8	5189.2	0	121184.1
3	150	650	40000	0	1835.4	62412.8
4					30000	19347.3

Total operating cost = 6,913,449.00 R

The LP was able to find a solution that allowed the most economic operation of the units while still directing enough coal to unit 1 to allow it to meet its end-point coal pile constraint. Note that in practice we would probably not wish to let the coal pile at unit 1 go to zero. This could be prevented by placing an appropriate lower bound on all the volume variables (i.e., X_5 , X_8 , X_{11} , X_{14} , X_{17} , and X_{18}).

This example has shown how a fuel-management problem can be solved with linear programming. The important factor in being able to solve very large fuel-scheduling problems is to have a linear-programming code capable of solving large problems having perhaps tens of thousands of constraints and as many or more problem variables. Using such codes, elaborate fuel-scheduling problems can be optimized out over several years and play a critical role in utility fuel-management decisions.

APPENDIX Linear Programming

Linear programming is perhaps the most widely applied mathematical programming technique. Simply stated, linear programming seeks to find the optimum value of a linear objective function while meeting a set of linear constraints. That is, we wish to find the optimum set of x 's that minimize the following objective function.

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_Nx_N$$

Subject to a set of linear constraints:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1N}x_N \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2N}x_N \leq b_2$$

⋮

In addition, the variables themselves may have specified upper and lower limits.

$$x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \quad i = 1 \cdots N$$

There are a variety of solutions to the LP problem. Many of these solutions are tailored to a particular type of problem. This appendix will not try to develop the theory of alternate LP solution methods. Rather, it will present a simple LP algorithm that can be used (or programmed on a computer) to solve the applicable power-system sample problems given in this text.

The algorithm is presented in its simplest form. There are alternative formulations, and these will be indicated when appropriate. If the student has access to a standard LP program, such a standard program may be used to solve any of the problems in this book.

The LP technique presented here is properly called an *upper-bounding dual linear programming algorithm*. The "upper-bounding" part of its name refers to the fact that variable limits are handled implicitly in the algorithm. Dual refers to the theory behind the way in which the algorithm operates. For a complete explanation of the primal and dual algorithms, refer to the references cited at the end of this chapter.

In order to proceed in an orderly fashion to solve a dual upper-bound linear programming problem, we must first add what is called a *slack variable* to each constraint. The slack variable is so named because it equals the difference or slack between a constraint and its limit. By placing a slack variable into an inequality constraint, we can transform it into an equality constraint. For example, suppose we are given the following constraint.

$$2x_1 + 3x_2 \leq 15 \quad (6A.1)$$

We can transform this constraint to an equality constraint by adding a slack variable, x_3 .

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 15 \quad (6A.2)$$

If x_1 and x_2 were to be given values such that the sum of the first two terms in Eq. 6A.2 added to less than 15, we could still satisfy Eq. 6A.2 by setting x_3 to the difference. For example, if $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, then $x_3 = 4$ would satisfy Eq. 6A.2. We can go even further, however, and restrict the values of x_3 so that Eq. 6A.2 still acts as an inequality constraint such as Eq. 6A.1. Note that when the first two terms of Eq. 6A.2 add to exactly 15, x_3 must be set to zero. By restricting x_3 to always be a positive number, we can force Eq. 6A.2 to yield the same effect as Eq. 6A.1. Thus:

$$\left. \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 15 \\ 0 \leq x_3 \leq \infty \end{array} \right\} \text{is equivalent to: } 2x_1 + 3x_2 \leq 15$$

Note that we could change a "less than or equal to" constraint to a "greater than or equal to" constraint by changing the sign on the slack variable. Then

$$\left. \begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 15 \\ 0 \leq x_3 \leq \infty \end{array} \right\} \text{is equivalent to: } 2x_1 + 3x_2 \geq 15$$

Because of the way the dual upper-bounding algorithm is initialized, we will always require slack variables in every constraint. In the case of an equality constraint, we will add a slack variable and then require its upper and lower bounds to both equal zero.

To solve our linear programming algorithm, we must arrange the objective function and constraints in a tabular form as follows.

$$\begin{array}{rcl} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + x_{\text{slack}_1} & = & b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots & + & x_{\text{slack}_2} = b_2 \\ c_1x_1 + c_2x_2 + \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Basis variables}} & - & Z = 0 \end{array} \quad (6A-3)$$

Because we have added slack variables to each constraint, we automatically have arranged the set of equations into what is called *canonical form*. In canonical form, there is at least one variable in each constraint whose coefficient is zero in all the other constraints. These variables are called the *basis variables*. The entire solution procedure for the linear programming algorithm centers on performing "pivot" operations that can exchange a nonbasis variable for a basis variable. A pivot operation may be shown by using our tableau in Eq. 6A.3. Suppose we wished to exchange variable x_1 , a nonbasis variable for x_{slack_2} , a slack variable. This could be accomplished by "pivoting" on column 1 row 2. To carry out the pivoting operation we execute the following steps.

Pivoting on Column 1 Row 2

Step 1 Multiply row 2 by $1/a_{21}$

That is, each a_{2j} , $j = 1 \cdots N$ in row 2 becomes

$$a'_{2j} = \frac{a_{2j}}{a_{21}} \quad j = 1 \cdots N$$

and

$$b_2 \text{ becomes } b'_2 = \frac{b_2}{a_{21}}$$

Step 2 For each row i ($i \neq 2$), multiply row 2 by a_{i1} and subtract from row i . That is, each coefficient a_{ij} in row i ($i \neq 2$) becomes

$$a'_{ij} = a_{ij} - a_{i1}a'_{2j} \quad j = 1 \cdots N$$

and

$$b_i \text{ becomes } b'_i = b_i - a_{i1}b'_2$$

Step 3 Last of all, we also perform the same operations in step 2 on the cost row. That is, each coefficient c_j becomes

$$c'_j = c_j - c_1a'_{2j} \quad j = 1 \cdots N$$

The result of carrying out the pivot operation will look like

$$\begin{aligned} a'_{12}x_2 + \cdots x_{\text{slack}_1} + a'_{1s_j}x_{\text{slack}_2} &= b'_1 \\ x_1 + a'_{22}x_2 + \cdots &+ a'_{2s_j}x_{\text{slack}_2} = b'_2 \\ c'_2x_2 + \cdots &+ c'_{s_j}x_{\text{slack}_2} - Z = Z' \end{aligned}$$

Notice that the new basis for our tableau is formed by variable x_1 and x_{slack_1} . x_{slack_2} no longer has nonzero coefficients in row 1 or the cost row.

The dual upper-bounding algorithm proceeds in simple steps wherein variables that are in the basis are exchanged for variables out of the basis. When an exchange is made, a pivot operation is carried out at the appropriate row and column. The nonbasis variables are held equal to either their upper or their lower value while the basis variables are allowed to take any value without respect to their upper or lower bounds. The solution terminates when all the basis variables are within their respective limits.

In order to use the dual upper-bound LP algorithm, follow these rules.

Start:

1. Each variable that has a nonzero coefficient in the cost row (i.e., the objective function) must be set according to the following rule.

$$\text{If } C_j > 0, \quad \text{set } x_j = x_j^{\min}$$

$$\text{If } C_j < 0, \quad \text{set } x_j = x_j^{\max}$$

2. If $C_j = 0$, x_j may be set to any value, but for convenience set it to its minimum also.
3. Add a slack variable to each constraint. Using the x_j values from steps 1 and 2, set the slack variables to make each constraint equal to its limit.

Variable exchange:

1. Find the basis variable with the greatest violation, this determines the row to be pivot on. Call this row R . If there are no limit violations among the basis variables, we are done. The most violated variable leaves the basis and is set equal to the limit that was violated.
2. Select the variable to enter the basis using one of the following column selection procedures.

Column Selection Procedure P1 (Most violated variable below its minimum)

Given constraint row R , whose basis variable is below its minimum and is the worst violation. Pick column S , so that, $c_S/(-a_{R,S})$ is minimum for all S that meet the following rules.

- a. S is not in the current basis.
- b. $a_{R,S}$ is not equal to zero.
- c. If x_S is at its minimum, then $a_{R,S}$ must be negative and c_S must be positive or zero.
- d. If x_S is at its maximum, then $a_{R,S}$ must be positive and c_S must be negative or zero.

Column Selection Procedure P2 (Most violated variable above its maximum)

Given constraint row R , whose basis variable is above its maximum and is the worst violation. Pick column S , so that, $c_S/a_{R,S}$ is the minimum for all S that meet the following rules:

- a. S is not in the current basis.
 - b. $a_{R,S}$ is not already zero.
 - c. If x_S is at its minimum, then $a_{R,S}$ must be positive and c_S must be positive or zero.
 - d. If x_S is at its maximum, then $a_{R,S}$ must be negative and c_S must be negative or zero.
3. When a column has been selected, pivot at the selected row R (from step 1) and column S (from step 2). The pivot column's variable, S goes into the basis.

If no column fits the column selection criteria, we have an infeasible solution. That is, there are no values for $x_1 \cdots x_N$ that will satisfy all constraints simultaneously. In some problems, the cost coefficient c_S associated with column S will be zero for several different values of S . In such a case, $c_S/a_{R,S}$ will be zero for each such S and none of them will be the minimum. The fact that c_S is zero means that there will be no increase in cost if any of the S 's are pivoted into the basis; therefore the algorithm is indifferent to which one is chosen.

Setting the Variables After Pivoting

1. All nonbasis variables, except x_S remain as they were before pivoting.
2. The most violated variable is set to the limit that was violated.
3. Since all nonbasis variables are determined, we can proceed to set each basis variable to whatever value is required to make the constraints balance. Note that this last step may move all the basis variables to new values, and some may now end up violating their respective limits (including the x_S variable).

Go back to step 1 of the variable exchange procedure.

These steps are shown in flowchart form in Figure 6.10. To help you understand the procedures involved, a sample problem is solved using the dual upper-bounding algorithm. The sample problem, shown in Figure 6.11,

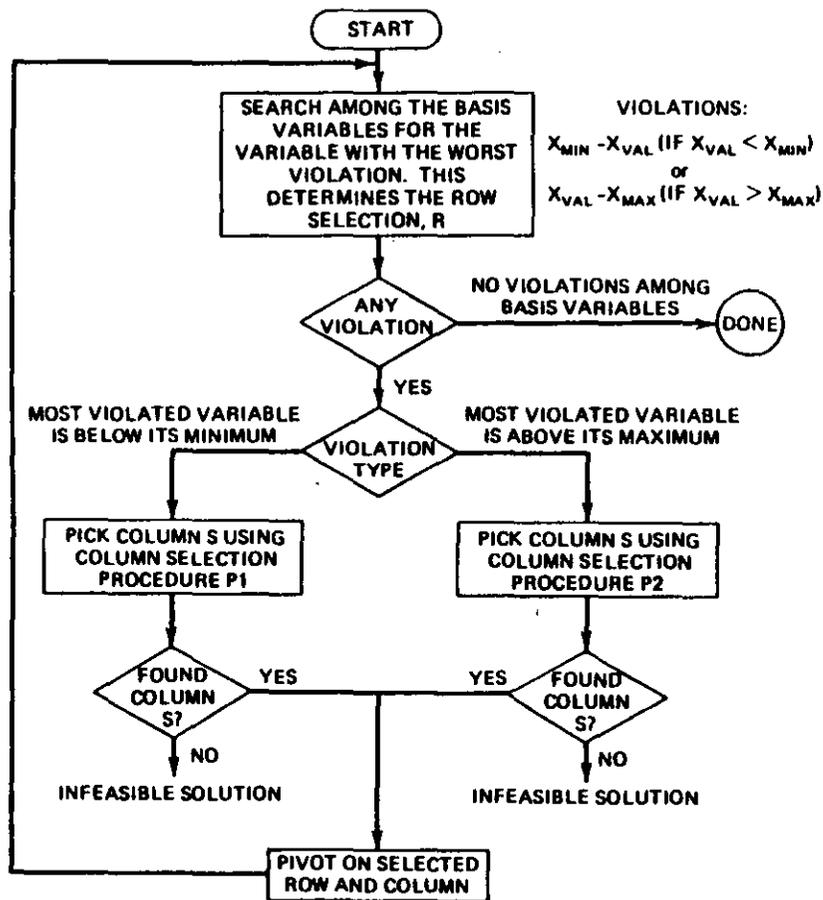
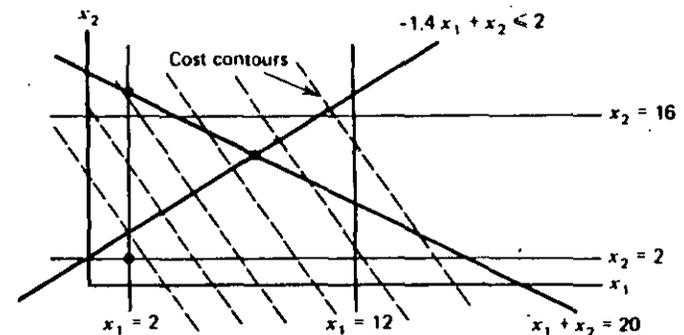


FIG. 6.10 Dual upper-bound linear programming algorithm.

consists of a two-variable objective with one equality constraint and one inequality constraint.

First, we must put the equations into canonical form by adding slack variables x_3 and x_4 . These variables are given limits corresponding to the type of constraint into which they are placed. x_3 is the slack variable in the equality constraint, so its limits are both zero; x_4 is in an inequality constraint so it is restricted to be a positive number. To start the problem, the objective function must be set to the minimum value it can attain, and the algorithm will then seek the minimum constrained solution by increasing the objective just enough to reach the constrained solution. Thus we set x_1 and x_2 both at their minimum values since the cost coefficients are



$$\begin{aligned} \text{Minimize: } & Z = 2x_1 + x_2 \\ \text{Subject to: } & x_1 + x_2 = 20 \quad \text{constraint 1} \\ & -1.4x_1 + x_2 \leq 2 \quad \text{constraint 2} \\ & 2 \leq x_1 \leq 12 \\ & 2 \leq x_2 \leq 16 \end{aligned}$$

FIG. 6.11 Sample LP problem.

both positive. These conditions are shown here

Constraint 1:	$x_1 + x_2$	$+ x_3$		$= 20 - R$
Constraint 2:	$-1.4x_1 + x_2$		$+ x_4$	$= 2$
Cost:	$2x_1 + x_2$			$- Z = 0$
				$0 \leq x_3 \leq 0$
				$0 \leq x_4 \leq \infty$
Minimum:	2	2	0	0
Present value:	2	2	16	2.8 6
Maximum:	12	16	0	∞

Basis variable 1
 ↑
 Most-violated variable

We can see from these conditions that variable x_3 is the worst-violated variable and that it presently exceeds its maximum limit of zero. Thus we must use column procedure P1 on constraint number 1. This is summarized as follows.

Using selection procedure P2 on constraint 1:

$$i = 1 \quad a_1 > 0 \quad x_1 = x_1^{\min} \quad c_1 > 0 \quad \text{then } \frac{c_1}{a_1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$i = 2 \quad a_2 > 0 \quad x_2 = x_2^{\min} \quad c_1 > 0 \quad \text{then } \frac{c_2}{a_2} = \frac{1}{1} = 1$$

$\min c_i/a_i$ is 1 at $i = 2$

Pivot at column 2 row 1

To carry out the required pivot operations on column 2 row 1, we need merely subtract the first constraint from the second constraint and from the objective function. This results in:

Constraint 1:	x_1	$+ x_2 + x_3$		=	20
Constraint 2:	$-2.4 x_1$	$- x_3$	$+ x_4$	=	$-18 \leftarrow R$
Cost:	x_1	$- x_3$		$- Z =$	-20
Minimum:	2	2	0		0
Present value:	2	18	0		$-13.2 \quad 22$
Maximum:	12	16	0		∞
		Basis variable			Basis variable
		1			2
					Most-violated variable

We can see now that the variable with the worst violation is x_4 and that x_4 is below its minimum. Thus we must use selection procedure P1 as follows.

Using selection procedure P1 on constraint 2

$$i = 1 \quad a_1 < 0 \quad x_1 = x_1^{\min} \quad c_1 > 0 \quad \text{then } \frac{c_1}{-a_1} = \frac{1}{-(-2.4)} = 0.4166$$

$$i = 3 \quad a_3 < 0 \quad x_3 = x_3^{\min} = x_3^{\max} \quad c_3 < 0 \quad \text{then } x_3 \text{ is not eligible}$$

Pivot at column 1 row 2

Which after pivoting results in

Constraint 1:		$x_2 + 0.5833 x_3 + 0.4166 x_4$	=	12.5
Constraint 2:	x_1	$+ 0.4166 x_3 - 0.4166 x_4$	=	7.5
Cost:		$- 1.4166 x_3 + 0.4166 x_4$	$- Z =$	-27.5
Minimum:	2	2	0	0
Present value:	7.5	12.5	0	0 -27.5
Maximum:	12	16	0	∞
	Basis variable	Basis variable		
	1	2		

At this point we have no violations among the basis variables, so the algorithm can stop at the optimum.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 7.5 \\ x_2 = 12.5 \end{array} \right\} \text{cost} = 27.5$$

See Figure 6.11 to verify that this is the optimum. The dots in Figure 6.11 show the solution points beginning at the starting point $x_1 = 2, x_2 = 2, \text{cost} = 6.0$ then going to $x_1 = 2, x_2 = 18, \text{cost} = 22.0$ and finally to the optimum $x_1 = 7.5, x_2 = 12.5, \text{cost} = 27.5$

How does this algorithm work? At each step two decisions are made.

1. Select the most-violated variable.
2. Select a variable to enter the basis.

The first decision will allow the procedure to eliminate, one after the other, those constraint violations that exist at the start as well as those that happen during the variable-exchange steps. The second decision (using the column selection procedures) guarantees that the rate of increase in cost to move the violated variable to its limit is minimized. Thus the algorithm starts from a minimum cost, infeasible solution (constraints violated), toward a minimum cost, feasible solution, by minimizing the rate of cost increase at each step.

PROBLEMS

- 6.1 Three units are on-line all 720 h of a 30-day month. Their characteristics are as follows.

$$H_1 = 225 + 8.47 P_1 + 0.0025 P_1^2, 50 \leq P_1 \leq 350$$

$$H_2 = 729 + 6.20 P_2 + 0.0081 P_2^2, 50 \leq P_2 \leq 350$$

$$H_3 = 400 + 7.50 P_3 + 0.0025 P_3^2, 50 \leq P_3 \leq 450$$

In these equations the H_i are in MBtu/h and the P_i are in MW.

Fuel costs for units 2 and 3 are 0.60R/MBtu. Unit 1, however, is operated under a take-or-pay fuel contract where 60,000 tons of coal are to be burned and/or paid for each 30-day period. This coal costs 12R/ton delivered and has an average heat content of 12,500 Btu/lb (1 ton = 2000 lb).

The system monthly load-duration curve may be approximated by three steps as follows.

Load (MW)	Hours duration	Energy (MWh)
800	50	40,000
500	550	275,000
300	120	36,000
Total	720 h	351,000 Mwh

- a. Compute the economic schedule for the month assuming all three units are on-line all the time and that the coal must be consumed. Show the MW loading for each load period, the MWh of each unit, and the value of gamma (the pseudo-fuel cost).
 - b. What would be the schedule if unit 1 was burning the coal at 12 R/ton with no constraint to use 60,000 tons? Assume the coal may be purchased on the spot market for that price and compute all the data asked for in (a). In addition, calculate the amount of coal required for the unit.
- 6.2 Refer to Example 6A, where three generating units are combined into a single composite generating unit. Repeat the example, except develop an equivalent incremental cost characteristic using only the incremental characteristics of the three units. Using this composite incremental characteristic plus the zero-load intercept costs of the three units, develop the total cost characteristic of the composite. (Suggestion: Fit the composite incremental cost data points using a linear approximation and a least-squares fitting algorithm.)
- 6.3 Refer to Problem 3.8, where three generator units have input/output curves specified as a series of straight-line segments. Can you develop a composite input/output curve for the three units? Assume all three units are on-line and that the composite input/output curve has as many linear segments as needed.
- 6.4 Refer to Example 6E. The first problem solved in Example 6E left the end-point restrictions at zero to 200,000 tons for both coal piles at the end of the 3-wk period. Resolve the first problem ($V_1(1) = 70,000$ and $V_2(1) = 70,000$) with the

added restriction that the final volume of coal at plant 2 at the end of the third week be at least 20,000 tons.

- 6.5 Refer to Example 6E. In the second case solved with the LP algorithm (starting volumes equal to 70,000 and 50,000 for plant 1 and plant 2, respectively), we restricted the final volume of the coal pile at plant 2 to be 8000 tons. What is the optimum schedule if this final volume restriction is relaxed (i.e., the final coal pile at plant 2 could go to zero)?

- 6.6 An oil-fired power plant (Figure 6.12) has the following fuel consumption curve.

$$q(\text{bbl/h}) = \begin{cases} 50 + P + 0.005 P^2 & \text{for } 100 \leq P \leq 500 \text{ MW} \\ 0 & \text{for } P = 0 \end{cases}$$

The plant is connected to an oil storage tank with a maximum capacity of 4000 bbl. The tank has an initial volume of oil of 3000 bbl. In addition, there is a pipeline supplying oil to the plant. The pipeline terminates in the same storage tank and must be operated by contract at 500 bbl/h. The oil-fired power plant supplies energy into a system along with other units. The other units have an equivalent cost curve of

$$F_{eq} = 300 + 6 P_{eq} + 0.0025 P_{eq}^2$$

$$50 \leq P_{eq} \leq 700 \text{ MW}$$

The load to be supplied is given as follows.

Period	Load (MW)
1	400
2	900
3	700

Each time period is 2 h in length. Find the oil-fired plant's schedule using dynamic programming such that the operating cost on the equivalent plant is minimized and the final volume in the storage tank is 2000 bbl at the end of the third period. When solving, you may use 2000, 3000, and 4000 bbl as the storage volume states for the tank. The q versus P function values you will need are included in the following table.

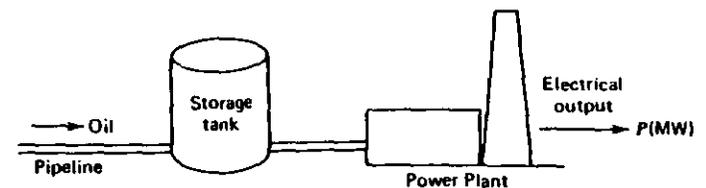


FIG. 6.12 Oil-fired power plant with storage tank for Problem 6.6.

$q(\text{bbl/h})$	$P(\text{MW})$
0	0
200	100.0
250	123.6
500	216.2
750	287.3
1000	347.2
1250	400.0
1500	447.7
1800	500.0

The plant may be shut down for any of the 2-h periods with no start-up or shut-down costs.

FURTHER READING

There has not been a great deal of research work on fuel scheduling as specifically applied to power systems. However, the fuel-scheduling problem for power systems is not really that much different from other "scheduling" problems, and for this type of problem, a great deal of literature exists.

References 1-4 are representative of current efforts in applying scheduling techniques to the power system fuel-scheduling problem. References 5-8 are textbooks on linear programming that the authors have used. There are many more texts that cover LP and its variations. The reader is encouraged to study LP independently of this text if a great deal of use is to be made of LP. Many computing equipment and independent software companies have excellent LP codes that can be used rather than writing one's own code. Reference 8 is the basis for the algorithm in the appendix to this chapter.

1. Trefny, F. J., Lee, K. Y., "Economic Fuel Dispatch," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* Vol. 100, July 1981, 3468-3477.
2. Seymore, G. F., "Fuel Scheduling for Electric Power Systems," In A. M. Erisman, K. W. Noves, M. H. Dwarakanath (eds), *Electric Power Problems: The Mathematical Challenge*, SIAM, Philadelphia, 1980, pp. 378-392.
3. Lamont, J. W., Lesso, W. G., "An Approach to Daily Fossil Fuel Management," In A. M. Erisman, K. W. Noves, M. H. Dwarakanath (eds.), *Electric Power Problems: The Mathematical Challenge*, SIAM, Philadelphia, 1980, pp. 414-425.
4. Lamont, J. W., Lesso, W. G., Rantz, M., "Daily Fossil Fuel Management," 1979 *PICA Conference Proceedings*, IEEE Publication, 79CH1381-3-PWR, pp. 228-235.
5. Lasdon, L. S., *Optimization Theory for Large Systems*, Macmillan, New York, 1970.
6. Hadley, G., *Linear Programming*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1962.
7. Wagner, H. M., *Principle of Operations Research with Application to Managerial Decisions*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1975.
8. Wagner, H. M., "The Dual Simplex Algorithm for Bounded Variables," *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 5, 1958, pp. 257-261.

Hydrothermal Coordination

7.1 INTRODUCTION

The systematic coordination of the operation of a system of hydroelectric generation plants is usually more complex than the scheduling of an all-thermal generation system. The reason is both simple and important. That is, the hydroelectric plants may very well be coupled both electrically (i.e., they all serve the same load) and hydraulically (i.e., the water outflow from one plant may be a very significant portion of the inflow to one or more other, downstream plants).

No two hydroelectric systems in the world are alike. They are all different. The reason for the differences are the natural differences in the watersheds, the differences in the manmade storage and release elements used to control the water flows, and the very many different types of natural and manmade constraints imposed on the operation of hydroelectric systems. River systems may be simple with relatively few tributaries (e.g., the Connecticut River) with dams in series (hydraulically) along the river. River systems may encompass thousands of acres, extend over vast multinational areas, and include many tributaries and complex arrangements of storage reservoirs (e.g., the Columbia River basin in the Pacific Northwest).

Reservoirs may be developed with very large storage capacity with a few high head-plants along the river. Alternatively, the river may have been developed with a larger number of dams and reservoirs, each with smaller storage capacity. Water may be intentionally diverted through long raceways that tunnel through an entire mountain range (e.g., the Snowy Mountain scheme in Australia). In European developments, auxiliary reservoirs, control dams, locks, and even separate systems for pumping water back upstream have been added to rivers.

However, the one single aspect of hydroelectric plants that differentiates the coordination of their operation more than any other is the many, and highly varied, constraints. In many hydro systems the generation of power is an adjunct to the control of flood waters or the regular, scheduled release of water for irrigation. Recreation centers may have developed along the shores of a large reservoir so that only small surface water elevation changes are possible. Water release in a river may well have to be controlled so that the river is navigable at all times. Sudden changes with high-volume releases of water may be prohibited because the release may result in a large wave traveling downstream with potentially damaging effects. Fish ladders may be needed. Water releases may be dictated by international treaty.

TO REPEAT: All hydro systems are different.

7.1.1 Long-range Hydro-scheduling

The coordination of the operation of hydroelectric plants involves, of course, the scheduling of water releases. The *long-range hydro-scheduling problem* involves the long-range forecasting of water availability and the scheduling of reservoir water releases (i.e., "drawdown") for an interval of time that depends on the reservoir capacities.

Typical long-range scheduling goes anywhere from 1 wk to 1 yr or several years. For hydro schemes with a capacity of impounding water over several seasons, the long-range problem involves meteorological and statistical analyses.

Nearer term water inflow forecasts might be based on snow melt expectations and near-term weather forecasts. For the long-term drawdown schedule, a basic policy selection must be made. Should the water be used under the assumption that it will be replaced at a rate based on the statistically expected (i.e., mean value) rate, or should the water be released using a "worst case" prediction. In the first instance, it may well be possible to save a great deal of electric energy production expense by displacing thermal generation with hydro generation. If, on the other hand, a worst case policy was selected, the hydro plants would be run so as to minimize the risk of violating any of the hydrological constraints (e.g., running reservoirs too low, not having enough water to navigate a river). Conceivably, such a schedule would hold back water until it became quite likely that even worst case rainfall (runoff, etc.) would still give ample water to meet the constraints.

Long-range scheduling involves optimizing a policy in the context of unknowns such as load, hydraulic inflows, and unit availabilities (steam and hydro). These

unknowns are treated statistically, and long-range scheduling involves optimization of statistical variables. Useful techniques include

1. Dynamic programming, where the entire long-range operation time period is simulated (e.g., 1 yr) for a given set of conditions.
2. Composite hydraulic models, which can represent several reservoirs.
3. Statistical production cost models.

The problems and techniques of long-range hydro-scheduling are outside the scope of this text, so we will end the discussion at this point and continue with short-range hydro-scheduling.

7.1.2 Short-range Hydro-scheduling

Short-range hydro-scheduling (1 day to 1 wk) involves the hour-by-hour scheduling of all generation on a system to achieve minimum production cost for the given time period. In such a scheduling problem, the load, hydraulic inflows, and unit availabilities are assumed known. A set of starting conditions (e.g., reservoir levels) is given, and the optimal hourly schedule that minimizes a desired objective while meeting hydraulic, steam, and electric system constraints is sought. Part of the hydraulic constraints may involve meeting "end-point" conditions at the end of the scheduling interval in order to conform to a long-range, water release schedule previously established.

7.2 HYDROELECTRIC PLANT MODELS

To understand the requirements for the operation of hydroelectric plants, one must appreciate the limitations imposed on operation of hydro resources by flood control, navigation, fisheries, recreation, water supply, and other demands on the water bodies and streams as well as the characteristics of energy conversion from the potential energy of stored water to electric energy. The amount of energy available in a unit of stored water, say a cubic foot, is equal to the product of the weight of the water stored (in this case, 62.4 lb) times the height (in feet) that the water would fall. One thousand cubic feet of water falling a distance of 42.5 ft has the energy equivalent to 1 kWh. Correspondingly, 42.5 ft³ of water falling 1000 ft also has the energy equivalent to 1 kWh.

Consider the sketch of a reservoir and hydroelectric plant shown in Figure 7.1. Let us consider some overall aspects of the falling water as it travels from the reservoir through the penstock to the inlet gates through the hydraulic turbine down the draft tube and out the tailrace at the plant exit. The power that the water can produce is equal to the rate of water flow in cubic feet per second times a conversion coefficient that takes into account the net head (the distance through which the water falls less the losses in head caused by the flow) times the conversion efficiency of the turbine generator. A flow of 1 ft³/sec falling 100 ft has the power equivalent of

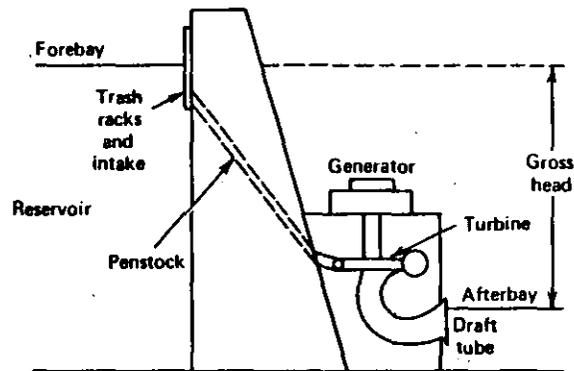


FIG. 7.1 Hydro plant components.

approximately 8.5 kW. If the flow-caused loss in head was 5%, or 5 ft, then the power equivalent for a flow of 1 ft³ of water per second with the net drop of 100 – 5 or 95 ft would have the power equivalent of slightly more than 8 kW (8.5 × 95%). Conversion efficiencies of turbine generators are typically in the range of 85 to 90% at the best efficiency operating point for the turbine generator so 1 ft³/sec falling 100 ft would typically develop about 7 kW at most.

Let us return to our description of the hydroelectric plant as illustrated in Figure 7.1. The hydroelectric project consists of a body of water impounded by a dam, the hydro plant, and the exit channel or lower water body. The energy available for conversion to electrical energy of the water impounded by the dam is a function of the gross head; that is, the elevation of the surface of the reservoir less the elevation of the afterbay, or downstream water level below the hydroelectric plant. The head available to the turbine itself is slightly less than the gross head due to the friction losses in the intake, penstock, and draft tube. This is usually expressed as the *net head* and is equal to the gross head less the flow losses (measured in feet of head). The flow losses can be very significant for low head (10 to 60 ft) plants and for plants with long penstocks (several thousand feet). The water level at the afterbay is influenced by the flow out of the reservoir including plant release and any spilling of water over the top of the dam or through bypass raceways. During flooding conditions such as spring runoff, the rise in afterbay level can have a significant and adverse effect on the energy and capacity or power capability of the hydro plant.

The type of turbine used in a hydroelectric plant depends primarily on the design head for the plant. By far, the largest number of hydroelectric projects use reaction-type turbines. Only two types of reaction turbines are now in common use. For medium heads (that is, in the range from 60 to 1000 ft), the Francis turbine is used exclusively. For the low head plants (that is, for design heads in the range of 10 to 60 ft), the propeller turbine is used. The more modern propeller turbines have adjustable pitch blading (called *Kaplan turbines*) to improve the operating efficiency over a wide range in plant net head. Typical turbine performance results in an efficiency at full gate loading of between 85 to 90%. The Francis turbine and the

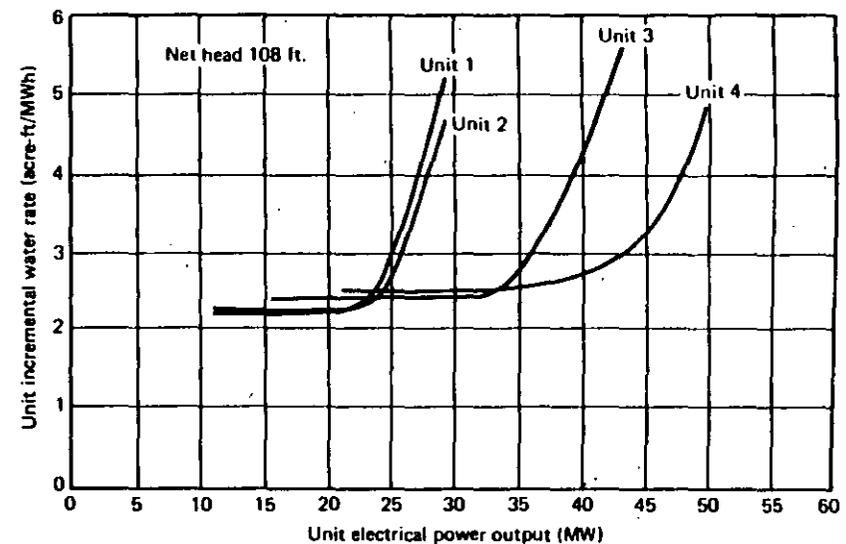


FIG. 7.2 Incremental water rate versus power output.

adjustable propeller turbine may operate at 65 to 125% of rated net head as compared to 90 to 110% for the fixed propeller.

Another factor affecting operating efficiency of hydro units is the MW loading. At light unit loadings, efficiency may drop below 70% (these ranges are often restricted by vibration and cavitation limits) and at full gate may rise to about 87%. If the best use of the hydro resource is to be obtained, operation of the hydro unit near its best efficiency gate position and near the designed head is necessary. This means that unit loading and control of reservoir forebay are necessary to make efficient use of hydro resources. Unit loading should be near best efficiency gate position, and water release schedules must be coordinated with reservoir inflows to maintain as high head on the turbines as the limitations on forebay operations will permit.

Typical plant performance for a medium head, four-unit plant in South America is illustrated in Figure 7.2. The incremental "water rate" is expressed in acre-feet per megawatt hour.* The rise in incremental water rate with increasing unit output results primarily from the increased hydraulic losses with the increased flow. A composite curve for multiple unit operation at the plant would reflect the mutual effects of hydraulic losses and rise in afterbay with plant discharge. Very careful attention must be given to the number of units run for a given required output. One unit run at best efficiency will usually use less water than two units run at half that load.

* An acre-foot is a common unit of water volume. It is the amount of water that will cover 1 acre to a depth of 1 ft (43,560 ft³). It also happens to be nearly equal to half a cubic foot per second flow for a day (43,200). An acre-foot is equal to 1.2335 × 10³ m³.

High head plants (typically over 1000 ft) use impulse or Pelton turbines. In such turbines the water is directed into spoon-shaped buckets on the wheel by means of one or more water jets located around the outside of the wheel.

In the text that follows we will assume a characteristic giving the relationship between water flow through the turbine, q , and power output, P (MW), where q is expressed in ft³/sec or acre-ft/h. Furthermore, we will not be concerned with what type of turbine is being used or the characteristics of the reservoir other than such limits as the reservoir head or volume and various flows.

7.3 SCHEDULING PROBLEMS

7.3.1 Types of Scheduling Problems

In the operation of a hydroelectric power system, three general categories of problems arise. These depend on the balance between the hydroelectric generation, the thermal generation, and the load.

Systems without any thermal generation are fairly rare. The economic scheduling of these systems is really a problem in scheduling water releases to satisfy all the hydraulic constraints and meet the demand for electrical energy. Techniques developed for scheduling hydrothermal systems may be used in some systems by assigning a pseudo-fuel cost to some hydroelectric plant. Then the schedule is developed by minimizing the production "cost" as in a conventional hydrothermal system. In all hydroelectric systems the scheduling could be done by simulating the water system and developing a schedule that leaves the reservoir levels with a maximum amount of stored energy. In geographically extensive hydroelectric systems, these simulations must recognize water travel times between plants.

Hydrothermal systems where the hydroelectric system is by far the largest component may be scheduled by economically scheduling the system to produce the minimum cost for the thermal system. These are basically problems in scheduling energy. A simple example is illustrated in the next section where the hydroelectric system cannot produce sufficient energy to meet the expected load.

The largest category of hydrothermal systems include those where there is a closer balance between the hydroelectric and thermal generation resources and those where the hydroelectric system is a small fraction of the total capacity. In these systems, the schedules are usually developed to minimize thermal-generation production costs recognizing all the diverse hydraulic constraints that may exist. The main portion of this chapter is concerned with systems of this type.

7.3.2 Scheduling Energy

Suppose, as in Figure 7.3, we have two sources of electrical energy to supply a load, one hydro and another steam. The hydro plant can supply the load by itself for a limited time. That is, for any time period j ,

$$P_{Hj}^{\max} > P_{Lj} \quad j = 1 \cdots j_{\max} \quad (7.1)$$

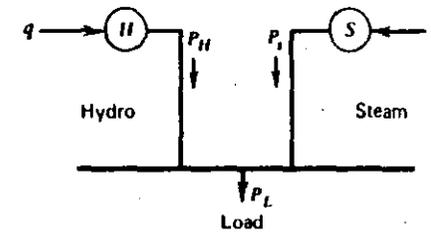


FIG. 7.3 Two-unit hydrothermal system.

However, the energy available from the hydro plant is insufficient to meet the load.

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{Hj} n_j \leq \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{Lj} n_j \quad n_j = \text{number of hours in period } j \quad (7.2)$$

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j = T_{\max} = \text{Total interval}$$

We would like to use up the entire amount of energy from the hydro plant in such a way that the cost of running the steam plant is minimized. The steam-plant energy required is

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{Lj} n_j - \sum_{j=1}^{j_{\max}} P_{Hj} n_j = E \quad (7.3)$$

Load energy Hydro energy Steam energy

We will not require the steam unit to run for the entire interval of T_{\max} hours. Therefore,

$$\sum_{j=1}^{N_s} P_{Sj} n_j = E \quad N_s = \text{number of periods the steam plant is run} \quad (7.4)$$

Then

$$\sum_{j=1}^{N_s} n_j < T_{\max}$$

The scheduling problem becomes

$$\text{Min } F_T = \sum_{j=1}^{N_s} F(P_{Sj}) n_j \quad (7.5)$$

Subject to

$$\sum_{j=1}^{N_s} P_{Sj} n_j - E = 0 \quad (7.6)$$

and the LaGrange function is

$$\mathcal{L}' = \sum_{j=1}^{N_s} F(P_{Sj}) n_j + \alpha \left(E - \sum_{j=1}^{N_s} P_{Sj} n_j \right) \quad (7.7)$$

Then

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{s,j}} = \frac{dF(P_{s,j})}{dP_{s,j}} - \alpha = 0 \quad \text{for } j = 1 \cdots N_s \quad (7.8)$$

or

$$\frac{dF(P_{s,j})}{dP_{s,j}} = \alpha \quad \text{for } j = 1 \cdots N_s$$

This means that the steam plant should be run at constant incremental cost for the entire period it is on. Let this optimum value of steam-generated power be P_s^* , which is the same for all time intervals the steam unit is on. This type of schedule is shown on Figure 7.4.

The total cost over the interval is

$$F_T = \sum_{j=1}^{N_s} F(P_s^*)n_j = F(P_s^*) \sum_{j=1}^{N_s} n_j = F(P_s^*)T_s \quad (7.9)$$

where

$$T_s = \sum_{j=1}^{N_s} n_j = \text{the total run time for the steam plant}$$

Let the steam-plant cost be expressed as

$$F(P_s) = A + BP_s + CP_s^2 \quad (7.10)$$

Then

$$F_T = (A + BP_s^* + CP_s^{*2})T_s \quad (7.11)$$

Also note that

$$\sum_{j=1}^{N_s} P_s n_j = \sum_{j=1}^{N_s} P_s^* n_j = P_s^* T_s = E \quad (7.12)$$

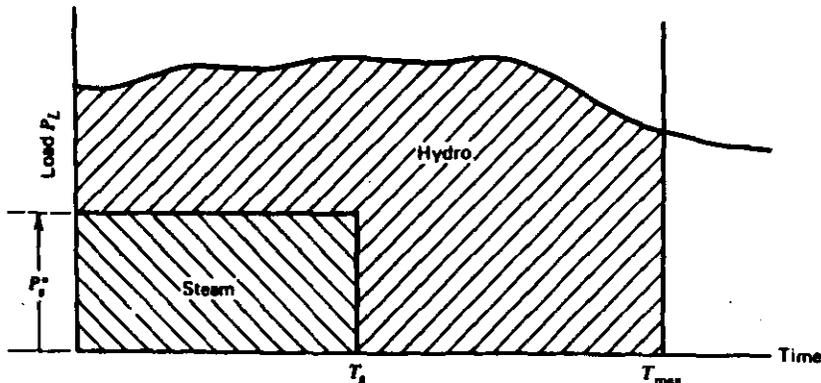


FIG. 7.4 Resulting optimal hydrothermal schedule.

Then

$$T_s = \frac{E}{P_s^*} \quad (7.13)$$

and

$$F_T = (A + BP_s^* + CP_s^{*2}) \left(\frac{E}{P_s^*} \right) \quad (7.14)$$

Now we can establish the value of P_s^* by minimizing F_T .

$$\frac{dF_T}{dP_s^*} = \frac{-AE}{P_s^{*2}} + CE = 0 \quad (7.15)$$

or

$$P_s^* = \sqrt{A/C} \quad (7.16)$$

which means the unit should be operated at its maximum efficiency point long enough to supply the energy needed, E . Note if

$$F(P_s) = A + BP_s + CP_s^2 = f_c \cdot H(P_s) \quad (7.17)$$

where f_c is the fuel cost. Then the heat rate is

$$\frac{H(P_s)}{P_s} = \frac{1}{f_c} \left(\frac{A}{P_s} + B + CP_s \right) \quad (7.18)$$

and the heat rate has a minimum when

$$\frac{d}{dP_s} \left(\frac{H(P_s)}{P_s} \right) = 0 = \frac{-A}{P_s^2} + C \quad (7.19)$$

giving best efficiency at

$$P_s = \sqrt{A/C} = P_s^* \quad (7.20)$$

EXAMPLE 7A

A hydro plant and a steam plant are to supply a constant load of 90 MW for 1 week (168 h). The unit characteristics are

Hydro Plant: $q = 300 + 15 P_H$ acre-ft/h

$$0 \leq P_H \leq 100 \text{ MW}$$

Steam Plant: $H_s = 53.25 + 11.27 P_s + 0.0213 P_s^2$

$$12.5 \leq P_s \leq 50 \text{ MW}$$

Part 1

Let the hydro plant be limited to 10,000 MWh of energy. Solve for T_s^* , the run time of the steam unit. The load is $90 \times 168 = 15,120$ MWh, requiring 5120 MWh to be generated by the steam plant.

The steam plant's maximum efficiency is at $\sqrt{53.25/0.0213} = 50$ MW. Therefore, the steam plant will need to run for $5120/50$ or 102.4 h. The resulting schedule will require the steam plant to run at 50 MW and the hydro plant at 40 MW for the first 102.4 h of the week and the hydro plant at 90 MW for the remainder.

Part 2

Instead of specifying the energy limit on the steam plant, let the limit be on the volume of water that can be drawn from the hydro plants' reservoir in 1 wk. Suppose the maximum drawdown is 250,000 acre-ft, how long should the steam unit run?

To solve this we must account for the plant's q versus P characteristic. A different flow will take place when the hydro plant is operated at 40 MW than when it is operated at 90 MW. In this case,

$$q_1 = [300 + 15(40)] \times T_s \text{ acre-ft}$$

$$q_2 = [300 + 15(90)] \times (168 - T_s) \text{ acre-ft}$$

and

$$q_1 + q_2 = 250,000 \text{ acre-ft}$$

Solving for T_s , we get 36.27 h.

7.4 THE SHORT-TERM HYDROTHERMAL SCHEDULING PROBLEM

A more general and basic short-term hydrothermal scheduling problem requires that a given amount of water be used in such a way as to minimize the cost of running the thermal units. We will use Figure 7.5 in setting up this problem.

The problem we wish to set up is the general, short-term hydrothermal scheduling problem where the thermal system is represented by an equivalent unit, P_s , as was done in Chapter 6. In this case, there is a single hydroelectric plant, P_H . We assume that the hydro plant is not sufficient to supply all the load demands during the period and that there is a maximum total volume of water that may be discharged throughout the period of T_{max} hours.

In setting up this problem and the examples that follow, we assume all spillages, s_j , are zero. The only other hydraulic constraint we will impose initially is that the total volume of water discharged must be exactly as defined. Therefore, the

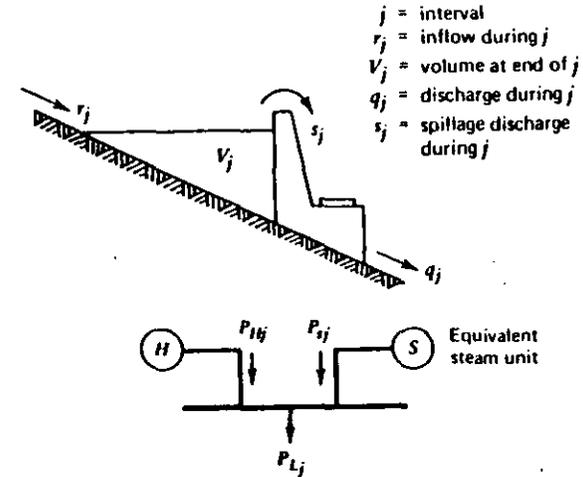


FIG. 7.5 Hydrothermal system with hydraulic constraints.

mathematical scheduling problem may be set up as follows:

$$\text{Problem:} \quad \text{Min } F_T = \sum_{j=1}^{j_{max}} n_j F_j \quad (7.21)$$

$$\text{Subject to:} \quad \sum_{j=1}^{j_{max}} n_j q_j = q_{TOT} \quad \text{Total water discharge}$$

$$P_{Lj} - P_{Hj} - P_{Sj} = 0 \quad \text{Load balance for } j = 1 \cdots j_{max}$$

where: $n_j = \text{length of } j^{\text{th}} \text{ interval}$

$$\sum_{j=1}^{j_{max}} n_j = T_{max}$$

and the loads are constant in each interval. Other constraints could be imposed, such as:

$$V_j|_{j=0} = V_s \quad \text{Starting volume}$$

$$V_j|_{j=j_{max}} = V_E \quad \text{Ending volume}$$

$$q_{min} \leq q_j \leq q_{max} \quad \text{Flow limits for } j = 1 \cdots j_{max}$$

$$q_j = Q_j \quad \text{Fixed discharge for a particular hour}$$

Assume constant head operation and assume a q versus P characteristic is available as shown in Figure 7.6 so that

$$q = q(P_H) \quad (7.22)$$

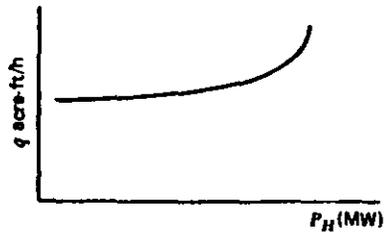


FIG. 7.6 Hydroelectric unit input-output characteristic for constant head.

We now have a similar problem to the take-or-pay fuel problem. The LaGrange function is

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^{j_{\max}} [n_j F(P_{sj}) + \lambda_j (P_{Lj} - P_{Hj} - P_{sj})] + \gamma \left[\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j q_j(P_{Hj}) - q_{TOT} \right] \quad (7.23)$$

and for a specific interval $j = k$,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{sk}} = 0$$

gives

$$n_k \frac{dF_{sk}}{dP_{sk}} = \lambda_k \quad (7.24)$$

and

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Hk}} = 0$$

gives

$$\gamma n_k \frac{dq_k}{dP_{Hk}} = \lambda_k \quad (7.25)$$

This is solved using the same techniques shown in Chapter 6.

Suppose we add the network losses to the problem. Then at each hour,

$$P_{Lj} + P_{lossj} - P_{Hj} - P_{sj} = 0 \quad (7.26)$$

and the LaGrange function becomes

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^{j_{\max}} [n_j F(P_{sj}) + \lambda_j (P_{Lj} + P_{lossj} - P_{Hj} - P_{sj})] + \gamma \left[\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j q_j(P_{Hj}) - q_{TOT} \right] \quad (7.27)$$

with resulting coordination equations (hour k):

$$n_k \frac{dF(P_{sk})}{dP_{sk}} + \lambda_k \frac{\partial P_{lossk}}{\partial P_{sk}} = \lambda_k \quad (7.28)$$

$$\gamma n_k \frac{dq(P_{Hk})}{dP_{Hk}} + \lambda_k \frac{\partial P_{lossk}}{\partial P_{Hk}} = \lambda_k \quad (7.29)$$

This gives rise to a more complex scheduling solution requiring three loops as shown in Figure 7.7. In this solution procedure ϵ_1 and ϵ_2 are the respective tolerances on the load balance and water balance relationships.

Note that this problem ignores volume and hourly discharge rate constraints. As a result, the value of γ will be constant over the entire scheduling period as long as the

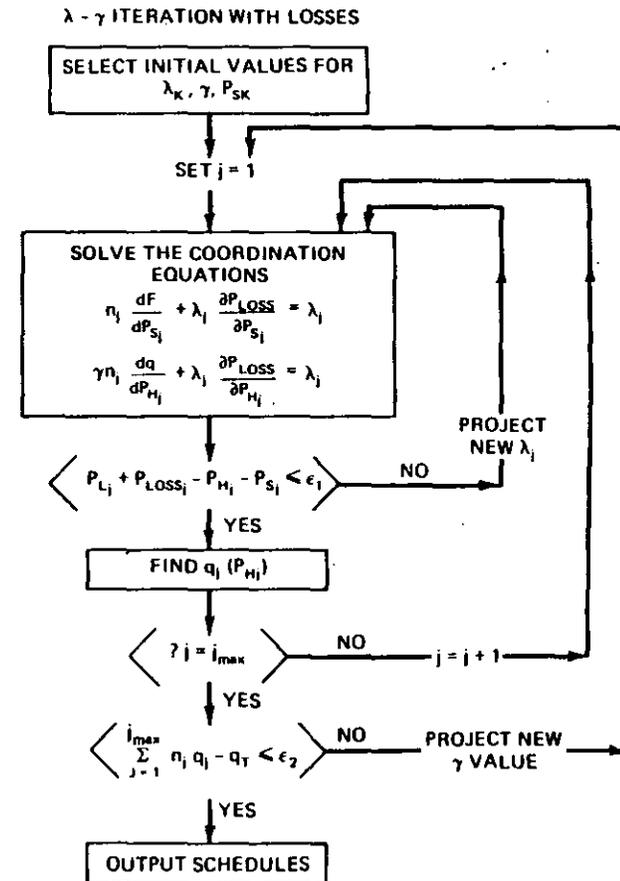


FIG. 7.7 A λ - γ iteration scheme for hydrothermal scheduling.

units remain within their respective scheduling ranges. The value of γ would change if a constraint (i.e., $V_j = V_{\max}$, etc.) were encountered. This would require that the scheduling logic recognize such constraints and take appropriate steps to adjust γ so that the constrained variable does not go beyond its limit. The appendix to this chapter gives a proof that γ is constant when no storage constraints are encountered. As usual, in any gradient method, care must be exercised to allow constrained variables to move off their constraints if the solution so dictates.

EXAMPLE 7B

A load is to be supplied from a hydro plant and a steam system whose characteristics are given here.

Equivalent Steam System: $H = 500 + 8.0 P_s + 0.0016 P_s^2$ (MBtu/h)

Fuel cost = 1.15 R/MBtu

$150 \text{ MW} \leq P_s \leq 1500 \text{ MW}$

Hydro Plant: $q = 330 + 4.97 P_H$ acre-ft/h

$0 \leq P_H \leq 1000 \text{ MW}$

$q = 5300 + 12(P_H - 1000) + 0.05(P_H - 1000)^2$ acre-ft/h

$1000 < P_H < 1100 \text{ MW}$

The hydro plant is located a good distance from the load. The electrical losses are

$P_{\text{loss}} = 0.00008 P_H^2 \text{ MW}$

The load to be supplied is connected at the steam plant and has the following schedule:

12 midnight–12 noon 1200 MW

12 noon –12 midnight 1500 MW

The hydro unit's reservoir is limited to a drawdown of 100,000 acre-ft over the entire 24-h period. Inflow to the reservoir is to be neglected. The optimal schedule for this problem was found using a program written using Figure 7.7. The results are

Time period	P steam	P hydro	Hydro discharge acre-ft/h
12 midnight–12 noon	567.4	668.3	3651.5
12 noon –12 midnight	685.7	875.6	4681.7

The optimal value for γ is 2.028378 R/MW . The storage in the hydro plant's reservoir goes down in time as shown in Figure 7.8. No natural inflows or spillage are assumed to occur.

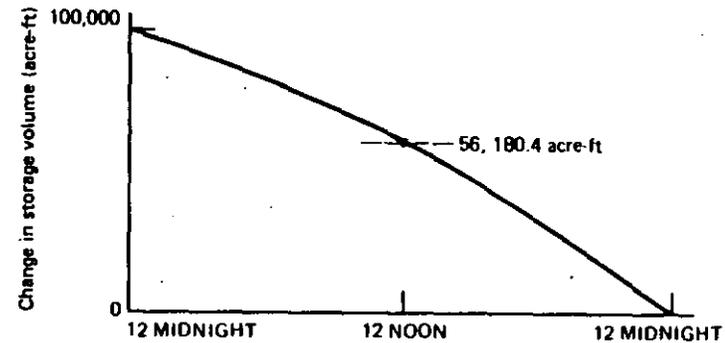


FIG. 7.8 Change in storage volume (= cumulative discharge) versus time for Example 7B.

7.5 SHORT-TERM HYDRO-SCHEDULING: A GRADIENT APPROACH

The following is an outline of a first-order gradient approach, as shown in Figure 6.7a, to the problem of finding the optimum schedule for a hydrothermal power system. We assume a single equivalent thermal unit with a convex input-output curve and a single hydro plant.

- Let:
- j = the interval = 1, 2, 3, ..., j_{\max}
 - V_j = storage volume at the end of interval j
 - q_j = discharge rate during interval j
 - r_j = inflow rate into the storage reservoir during interval j
 - $P_{s,j}$ = steam generation during j^{th} interval.
 - s_j = spillage discharge rate during interval j
 - $P_{\text{loss},j}$ = losses, assumed here to be zero
 - $P_{L,j}$ = received power during the j^{th} interval (load)
 - $P_{H,j}$ = hydro generation during the j^{th} hour

Next, we let the discharge from the hydro plant be a function of the hydro power output only. That is, a constant head characteristic is assumed. Then,

$q_j(P_{H,j}) = q_j$

so that to a first order,*

$\Delta q_j = \frac{dq_j}{dP_{H,j}} \Delta P_{H,j}$

The total cost for fuel over the $j = 1, 2, 3, \dots, j_{\max}$ intervals is

$F_T = \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j F_j(P_{s,j})$

* ΔP_s and ΔF designate changes in the quantities P_s and F .

This may be expanded in a Taylor series to give the change in fuel cost for a change in steam-plant schedule.

$$\Delta F_T = \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j \left(F'_j \Delta P_{sj} + \frac{1}{2} F''_j (\Delta P_{sj})^2 + \dots \right)$$

To the first order this is

$$\Delta F_T = \sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j F'_j \Delta P_{sj}$$

In any given interval, the electrical powers must balance.

$$P_{Lj} - P_{sj} - P_{Hj} = 0$$

so that,

$$\Delta P_{sj} = -\Delta P_{Hj}$$

or

$$\Delta P_{sj} = -\frac{\Delta q_j}{\frac{dP_{Hj}}{dq_j}}$$

Therefore,

$$\Delta F_T = -\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j \left(\frac{dF_j}{\frac{dP_{sj}}{dq_j}} \right) \Delta q_j = -\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j \gamma_j \Delta q_j$$

where

$$\gamma_j = \frac{\frac{dF_j}{dP_{sj}}}{\frac{dP_{Hj}}{dq_j}}$$

The variables γ_j are the incremental water values in the various intervals and give an indication of how to make the "moves" in the application of the first-order technique. That is, the "steepest descent" to reach minimum fuel cost (or the best period to release a unit of water) is the period with the maximum value of gamma. The values of water release, Δq_j , must be chosen to stay within the hydraulic constraints. These may be determined by use of the hydraulic continuity equation.

$$V_j = V_{j-1} + (r_j - q_j - s_j)n_j$$

to compute the reservoir storage each interval. We must also observe the storage limits,

$$V_{\min} \leq V_j \leq V_{\max}$$

We will assume spillage is prohibited so that all $s_j = 0$, even though there may well be circumstances where allowing $s_j > 0$ for some j might reduce the thermal system cost.

The discharge flow may be constrained both in rate and in total. That is,

$$q_{\min} \leq q_j \leq q_{\max}$$

and

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j q_j = q_{TOT}$$

The flowchart in Figure 6.7a illustrates the application of this method. Figure 7.9 illustrates a typical trajectory of storage volume versus time and illustrates the special rules that must be followed when constraints are taken. Whenever a constraint is reached, that is, storage V_j is equal to V_{\min} or V_{\max} , one must choose intervals in a more restricted manner than as shown in Figure 6.7a. This is summarized here.

1. No Constraints Reached

Select the pair of intervals j^- and j^+ anywhere from $j = 1 \dots j_{\max}$.

2. A Constraint is Reached

Option A: Choose the j^- and j^+ within one of the subintervals. That is, choose both j^- and j^+ from periods 1 or 2 or 3 in Figure 7.9. This will guarantee that the constraint is not violated. For example, choosing a time j^+ within period 1 to increase release and choosing j^- also in period 1 to decrease release will mean no net release change at the end of subinterval 1, so the V_{\min} constraint will not be violated.

Option B: Choose j^- and j^+ from different subintervals so that the constraint is no longer reached. For example, choosing j^+ within period 2 and j^- within period 1 will mean the V_{\min} and V_{\max} limits are no longer reached at all.

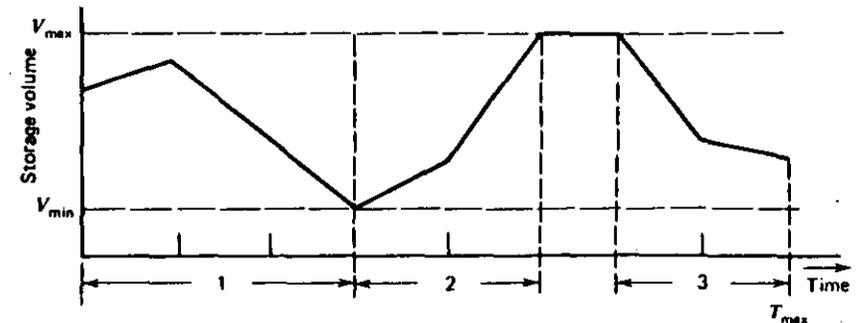


FIG. 7.9 Storage volume trajectory.

Other than these special rules, one can apply the flowchart of Figure 6.7a exactly as shown (while understanding that q is water rather than fuel as in Figure 6.7a).

EXAMPLE 7C

Find an optimal hydro schedule using the gradient technique of Section 7.5. The hydro plant and equivalent steam plant are the same as Example 7B, with the following additions.

Load Pattern:	First day	12 midnight-12 noon	1200 MW
		12 noon -12 midnight	1500 MW
Second day	12 midnight-12 noon	1100 MW	
	12 noon -12 midnight	1800 MW	
Third day	12 midnight-12 noon	950 MW	
	12 noon -12 midnight	1300 MW	

- Hydro Reservoir:
- 100,000 acre-ft at the start.
 - Must have 60,000 acre-ft at the end of schedule.
 - Reservoir volume is limited as follows:

$$60,000 \text{ acre-ft} \leq V \leq 120,000 \text{ acre-ft}$$
 - There is a constant inflow into the reservoir of 2000 acre-ft/h over the entire 3-day period

Initial schedule has constant discharge, thereafter each update or "step" in the gradient calculations was carried out by entering the j^+ , j^- and Δq into a terminal that then recalculated all period γ 's, flows, and so forth. The results of running this program are shown in Figure 7.10. Note that the column **VOLUME** gives the reservoir volume at the end of each 12-h period. Note that at the fifth step the volume schedule reaches its bottom limit at the end of period 4. The subsequent steps require a choice of j^+ and j^- from either {1, 2, 3 and 4} or {5, 6}. (P_s , P_H are MW, gamma is $\$/\text{acre-ft}$, volume is in acre-ft, and q is in acre-ft/h.)

One can see that the "optimum" schedule is undoubtedly located between the last two steps. If we were to release less water in any of the first four intervals and more during 5 or 6, the thermal system cost would increase. We can theoretically reduce our operating costs a few fractions of an $\$$ by leveling the γ values in each of the two subintervals, {1, 2, 3, 4} and {5, 6}, but the effort is probably not worthwhile.

INITIAL SCHEDULE (CONSTANT DISCHARGE)

J	Ps	PH	GAMMA	VOLUME	DISCHARGE
1	752.20	447.80	2.40807	93333.3	2555.555
2	1052.20	447.80	2.63020	86666.7	2555.555
3	652.20	447.80	2.33402	80000.0	2555.555
4	1352.20	447.80	2.85233	73333.4	2555.555
5	502.20	447.80	2.22296	66666.7	2555.555
6	852.20	447.80	2.48211	60000.1	2555.555

TOTAL OPERATING COST FOR ABOVE SCHEDULE = 719725.50 $\$$

ENTER JMAX, JMIN, DELQ
4, 5, 1000

J	Ps	PH	GAMMA	VOLUME	DISCHARGE
1	752.20	447.80	2.40807	93333.3	2555.555
2	1052.20	447.80	2.63020	86666.7	2555.555
3	652.20	447.80	2.33402	80000.0	2555.555
4	1150.99	649.01	2.70335	61333.4	3955.555
5	703.41	246.59	2.37194	66666.7	1555.555
6	852.20	447.80	2.48211	60000.1	2555.555

TOTAL OPERATING COST FOR ABOVE SCHEDULE = 713960.75 $\$$

ENTER JMAX, JMIN, DELQ
4, 3, 400

J	Ps	PH	GAMMA	VOLUME	DISCHARGE
1	752.20	447.80	2.40807	93333.3	2555.555
2	1052.20	447.80	2.63020	86666.7	2555.555
3	732.69	367.31	2.39362	80000.0	2155.555
4	1070.51	729.49	2.64376	61333.4	3955.555
5	703.41	246.59	2.37194	66666.7	1555.555
6	852.20	447.80	2.48211	60000.1	2555.555

TOTAL OPERATING COST FOR ABOVE SCHEDULE = 712474.00 $\$$

ENTER JMAX, JMIN, DELQ
4, 5, 100

J	Ps	PH	GAMMA	VOLUME	DISCHARGE
1	752.20	447.80	2.40807	93333.3	2555.555
2	1052.20	447.80	2.63020	86666.7	2555.555
3	732.69	367.31	2.39362	80000.0	2155.555
4	1050.39	749.61	2.62886	60133.4	4055.555
5	723.53	226.47	2.38684	66666.7	1455.555
6	852.20	447.80	2.48211	60000.1	2555.555

TOTAL OPERATING COST FOR ABOVE SCHEDULE = 712165.75 $\$$

ENTER JMAX, JMIN, DELQ
2, 5, 10

J	Ps	PH	GAMMA	VOLUME	DISCHARGE
1	752.20	447.80	2.40807	93333.3	2555.555
2	1050.19	449.81	2.62871	86546.7	2565.555
3	732.69	367.31	2.39362	80000.0	2155.555
4	1050.39	749.61	2.62886	60013.4	4055.555
5	725.54	224.46	2.38833	66666.7	1445.555
6	852.20	447.80	2.48211	60000.1	2555.555

TOTAL OPERATING COST FOR ABOVE SCHEDULE = 712136.75 $\$$

ENTER JMAX, JMIN, DELQ
4, 5, 1.111

J	Ps	PH	GAMMA	VOLUME	DISCHARGE
1	752.20	447.80	2.40807	93333.3	2555.555
2	1050.19	449.81	2.62871	86546.7	2565.555
3	732.69	367.31	2.39362	80000.0	2155.555
4	1050.17	749.83	2.62870	60000.0	4056.666
5	725.77	224.23	2.38849	66666.7	1444.444
6	852.20	447.80	2.48211	60000.0	2555.555

TOTAL OPERATING COST FOR ABOVE SCHEDULE = 712133.50 $\$$

ENTER JMAX, JMIN, DELQ
2, 3, 800

J	Ps	PH	GAMMA	VOLUME	DISCHARGE
1	752.20	447.80	2.40807	93333.3	2555.555
2	889.22	610.78	2.50953	76946.7	3365.555
3	893.65	206.35	2.51280	94600.0	1355.555
4	1050.17	749.83	2.62070	60000.0	4056.666
5	725.77	224.23	2.38849	66666.7	1444.444
6	852.20	447.80	2.40211	50000.0	2555.555

TOTAL OPERATING COST FOR ABOVE SCHEDULE = 711020.75 R

ENTER JMAX, JMIN, DELQ
4, 1, 750

J	Ps	PH	GAMMA	VOLUME	DISCHARGE
1	903.11	296.89	2.51981	102333.3	1805.555
2	889.22	610.78	2.50953	85946.7	3365.555
3	893.65	206.35	2.51280	93600.0	1355.555
4	899.26	900.74	2.51696	60000.0	4806.665
5	725.77	224.23	2.38849	66666.7	1444.444
6	852.20	447.80	2.40211	60000.1	2555.555

TOTAL OPERATING COST FOR ABOVE SCHEDULE = 710840.75 R

ENTER JMAX, JMIN, DELQ
6, 5, 400

J	Ps	PH	GAMMA	VOLUME	DISCHARGE
1	903.11	296.89	2.51981	102333.3	1805.555
2	889.22	610.78	2.50953	85946.7	3365.555
3	893.65	206.35	2.51280	93600.0	1355.555
4	899.26	900.74	2.51696	60000.0	4806.665
5	806.25	143.75	2.44809	71466.7	1844.444
6	771.72	528.28	2.42252	60000.1	2955.555

TOTAL OPERATING COST FOR ABOVE SCHEDULE = 709877.38 R

FIG. 7.10 Computer printout for Example 7C.

7.6 HYDRO UNITS IN SERIES (HYDRAULICALLY COUPLED)

Consider now a hydraulically coupled system consisting of three reservoirs in series (see Figure 7.11). The discharge from any upstream reservoir is assumed to flow directly into the succeeding downstream plant with no time lag. The hydraulic continuity equations are

$$V_{1j} = V_{1j-1} + (r_{1j} - s_{1j} - q_{1j})n_j$$

$$V_{2j} = V_{2j-1} + (q_{1j} + s_{1j} - s_{2j} - q_{2j})n_j$$

$$V_{3j} = V_{3j-1} + (q_{2j} + s_{2j} - s_{3j} - q_{3j})n_j$$

where r_j = inflow

V_j = reservoir volume

s_j = spill rate over the dam's spillway

q_j = hydro plant discharge

n_j = number of hours in each scheduling period

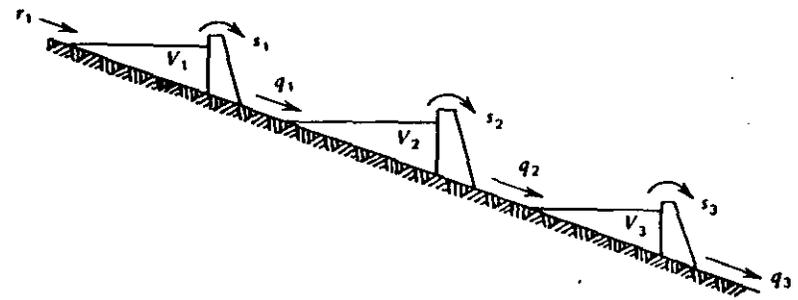


FIG. 7.11 Hydraulically coupled hydroelectric plants.

The object is to minimize

$$\sum_{j=1}^{j_{\max}} n_j F(P_{sj}) = \text{total cost} \quad (7.30)$$

Subject to the following constraints.

$$P_{\text{load } j} - P_{sj} - P_{H1j} - P_{H2j} - P_{H3j} = 0$$

and

$$V_{1j} - V_{1j-1} - (r_{1j} - s_{1j} - q_{1j})n_j = 0 \quad (7.31)$$

$$V_{2j} - V_{2j-1} - (q_{1j} + s_{1j} - s_{2j} - q_{2j})n_j = 0$$

$$V_{3j} - V_{3j-1} - (q_{2j} + s_{2j} - s_{3j} - q_{3j})n_j = 0$$

All equations in set 7.31 must apply for $j = 1 \dots j_{\max}$.

The LaGrange function would then appear as

$$\mathcal{L} = \sum_{j=1}^{j_{\max}} \left\{ [n_j F(P_{sj}) - \lambda_j (P_{\text{load } j} - P_{sj} - P_{H1j} - P_{H2j} - P_{H3j})] \right. \\ \left. + \gamma_{1j} [V_{1j} - V_{1j-1} - (r_{1j} - s_{1j} - q_{1j})n_j] \right. \\ \left. + \gamma_{2j} [V_{2j} - V_{2j-1} - (q_{1j} + s_{1j} - s_{2j} - q_{2j})n_j] \right. \\ \left. + \gamma_{3j} [V_{3j} - V_{3j-1} - (q_{2j} + s_{2j} - s_{3j} - q_{3j})n_j] \right\}$$

Note that we could have included more constraints to take care of reservoir volume limits, end-point volume limits, and so forth, which would have necessitated using the Kuhn-Tucker conditions when limits were reached.

Hydro-scheduling with multiple-coupled plants is a formidable task. Lambda-gamma iteration techniques or gradient techniques can be used: in either case, convergence to the optimal solution can be slow. For these reasons, hydro scheduling for such systems is often done with dynamic programming, which will be covered in Section 7.8.

7.7 PUMPED-STORAGE HYDRO PLANTS

Pumped-storage hydro plants are designed to save fuel costs by serving the peak load (a high fuel-cost load) with hydro energy and then pumping the water back up into the reservoir at light load periods (a lower cost load). These plants may involve separate pumps and turbines or, more recently, reversible pump turbines. Their operation is illustrated by the two graphs in Figure 7.12. The first is the composite thermal system input/output characteristic and the second is the load cycle.

The pumped-storage plant is operated until the added pumping cost exceeds the savings in thermal costs due to the *peak shaving operations*. Figure 7.12 illustrates the operation on a daily cycle. If

$$\left. \begin{array}{l} e_g = \text{generation, MWh} \\ e_p = \text{pumping load, MWh} \end{array} \right\} \text{for the same volume of water}$$

then the cycle efficiency is

$$\eta = \frac{e_g}{e_p} \quad (\eta \text{ is typically about } 0.67)$$

Storage reservoirs have limited storage capability and typically provide 4 to 8 or 10 h of continuous operation as a generator. Pumped-storage plants may be operated on a daily or weekly cycle. When operated on a weekly cycle, pumped-storage plants will start the week (say a Monday morning in the United States) with a full reservoir. The plant will then be scheduled over a weekly period to act as a generator during high load hours and to refill the reservoir partially, or completely, during off-peak periods.

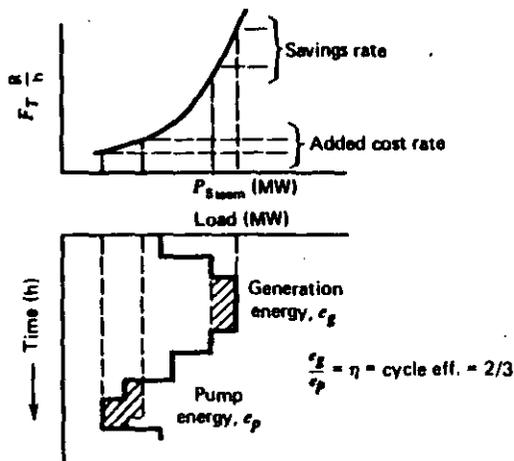


FIG. 7.12 Thermal input-output characteristic and typical daily load cycle.

Frequently, special interconnection arrangements may facilitate pumping operations if arrangements are made to purchase low cost, off-peak energy. In some systems, the system operator will require a complete daily refill of the reservoir when there is any concern over the availability of capacity reserves. In those instances, economy is secondary to reliability.

7.7.1 Pumped Hydro-scheduling with a λ - γ Iter.

Assume

1. Constant head hydro operation.
2. An equivalent steam unit with convex cost.
3. A 24-h operating schedule, each time interval equals Δt .
4. In any one interval, the plant is either pumping or generating or will be considered as just a limiting case of pumping or generating).
5. Beginning and ending storage reservoir volumes are specified.
6. Pumping can be done continuously over the range of pump capability.
7. Pump and generating ratings are the same.
8. There is a constant cycle efficiency, η .

The problem is set up ignoring reservoir volume constraints to show that the same type of equations can result as those that arose in the conventional hydro case. Figure 7.13 shows the water flows and equivalent electrical system. In some interval, j ,

$$r_j = \text{inflow (acre-ft/h)}$$

$$V_j = \text{volume at end of interval (acre-ft)}$$

$$q_j = \text{discharge if generating (acre-ft/h)}$$

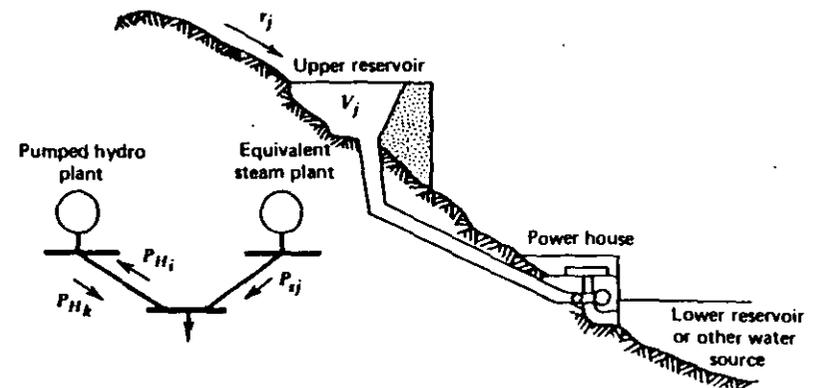


FIG. 7.13 Pumped-storage hydraulic flows and electric system flows.

or

w_j = pumping rate if pumping (acre-ft/h)

Intervals during the day are classified into two sets.

{k} = intervals of generation

{i} = intervals of pumping

The reservoir constraints are to be monitored in the computational procedure. The initial and final volumes are

$$V_0 = V_s$$

$$V_{24} = V_e$$

The problem is to minimize the sum of the hourly costs for steam generation over the day while observing the constraints. This total fuel cost for a day is (note that we have dropped n_j here since $n_j = 1$ h):

$$F_T = \sum_{j=1}^{24} F_j(P_{sj})$$

We consider the two sets of time intervals.

1. {k}: **Generation Intervals:** The electrical and hydraulic constraints are

$$P_{Lk} + P_{\text{loss } k} - P_{sk} - P_{Hk} = 0$$

$$V_k - V_{k-1} - r_k + q_k = 0$$

These give rise to a LaGrange function during a generation hour (interval k) of

$$E_k = F_k + \lambda_k(P_{Lk} + P_{\text{loss } k} - P_{sk} - P_{Hk}) + \gamma_k(V_k - V_{k-1} - r_k + q_k) \quad (7.32)$$

2. {i}: **Pump Intervals:** Similarly for a typical pumping interval, i,

$$P_{Li} + P_{\text{loss } i} - P_{si} + P_{Hi} = 0$$

$$V_i - V_{i-1} - r_i - w_i = 0 \quad (7.33)$$

$$E_i = F_i + \lambda_i(P_{Li} + P_{\text{loss } i} - P_{si} + P_{Hi}) + \gamma_i(V_i - V_{i-1} - r_i - w_i)$$

Therefore, the total LaGrange function is

$$E = \sum_{(k)} E_k + \sum_{(i)} E_i + \epsilon_s(V_0 - V_s) + \epsilon_e(V_{24} - V_e) \quad (7.34)$$

where the end-point constraints on the storage have been added.

In this formulation, the hours in which no pumped hydro takes place may be considered as pump (or generate) intervals with

$$P_{Hi} = P_{Hk} = 0$$

To find the minimum of $F_T = \sum F_j$, we set the first partial derivatives of E to zero.

1. {k}: **Generation Intervals:**

$$\frac{\partial E}{\partial P_{sk}} = 0 = -\lambda_k \left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_{sk}} \right) + \frac{dF_k}{dP_{sk}} \quad (7.35)$$

$$\frac{\partial E}{\partial P_{Hk}} = 0 = -\lambda_k \left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_{Hk}} \right) + \gamma_k \frac{dq_k}{dP_{Hk}}$$

2. {i}: **Pump intervals:**

$$\frac{\partial E}{\partial P_{si}} = 0 = -\lambda_i \left(1 - \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_{si}} \right) + \frac{dF_i}{dP_{si}} \quad (7.36)$$

$$\frac{\partial E}{\partial P_{Hi}} = 0 = +\lambda_i \left(1 + \frac{\partial P_{\text{loss}}}{\partial P_{Hi}} \right) - \gamma_i \frac{dw_i}{dP_{Hi}}$$

For the $\partial E/\partial V$, we can consider any interval of the entire day, for instance, the ℓ th interval, which is not the first or 24th hour.

$$\frac{\partial E}{\partial V_\ell} = 0 = \gamma_\ell - \gamma_{\ell+1}$$

and for $\ell = 0$ and $= 24$

$$\frac{\partial E}{\partial V_0} = 0 = -\gamma_1 + \epsilon_s \quad \text{and} \quad \frac{\partial E}{\partial V_{24}} = 0 = \gamma_{24} + \epsilon_e \quad (7.37)$$

From Eq. 7.37, it may be seen that γ is a constant. Therefore, it is possible to solve the pumped-storage scheduling problem by means of a λ - γ iteration over the time interval chosen. It is necessary to monitor the calculations to prevent a violation of the reservoir constraints or else to incorporate them in the formulation.

It is also possible to set up the problem of scheduling the pumped-storage hydro plant in a form that is very similar to the gradient technique used for scheduling conventional hydro plants.

7.7.2 Pumped-Storage Scheduling by a Gradient Method

The interval designations and equivalent electrical system are the same as those shown previously. This time, losses will be neglected. Take a 24-h period and start the schedule with no pumped-storage hydro activity initially. Assume that the steam system is operated each hour such that

$$\frac{dF_j}{dP_{sj}} = \lambda_j \quad j = 1, 2, 3, \dots, 24$$

That is, the single, equivalent steam-plant source is realized by generating an economic schedule for the load range covered by the daily load cycle.

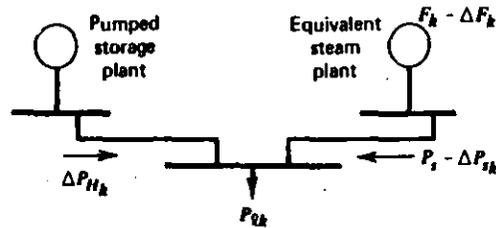


FIG. 7.14 Incremental increase in hydro generation in hour k .

Next, assume the pumped-storage plant generates a small amount of power, ΔP_{Hk} , at the peak period k . These changes are shown in Figure 7.14. The change in steam-plant cost is

$$\Delta F_k = \frac{\partial F_k}{\partial P_{sk}} \cdot \Delta P_{sk} = -\frac{dF_k}{dP_{sk}} \Delta P_{Hk} \quad \text{or} \quad \Delta F_k = -\lambda_k \Delta P_{Hk} \quad (7.38)$$

which is the savings due to generating ΔP_{Hk} .

Next, we assume that the plant will start the day with a given reservoir volume and we wish to end with the same volume. The volume may be measured in terms of the MWh of generation of the plant. The overall operating cycle has an efficiency, η . For instance, if $\eta = 2/3$; 3 MWh of pumping are required to replace 2 MWh of generation water use. Therefore, to replace the water used in generating the ΔP_{Hk} power, we need to pump an amount $(\Delta P_{Hk}/\eta)$.

To do this, search for the lowest cost (= lowest load) interval, i , of the day to do the pumping. This changes the steam system cost by an amount

$$\Delta F_i = \frac{\partial F_i}{\partial P_{si}} \Delta P_{si} = \frac{dF_i}{dP_{si}} \left(\frac{\Delta P_{Hk}}{\eta} \right) = \frac{\lambda_i}{\eta} \Delta P_{Hk} \quad (7.39)$$

The total cost change over the day is then

$$\begin{aligned} \Delta F_T &= \Delta F_k + \Delta F_i \\ &= \Delta P_{Hk} \left(\frac{\lambda_i}{\eta} - \lambda_k \right) \end{aligned} \quad (7.40)$$

Therefore, the decision to generate in k and replace the water in i is economic if ΔF_T is negative (a decrease in cost), this is true if

$$\lambda_k > \frac{\lambda_i}{\eta} \quad (7.41)$$

There are practical considerations to be observed, such as making certain that the generation and pump powers required are less than or equal to the pump or generation capacity in any interval. The whole cycle may be repeated until

1. It is no longer possible to find periods k and i such that $\lambda_k > \lambda_i/\eta$.
2. The maximum or minimum storage constraints have been reached.

When implementing this method, it may be necessary also to do pumping in more than one interval to avoid power requirements greater than the unit rating. This can be done; then the criteria would be

$$\lambda_k > (\lambda_i + \lambda_j)/\eta$$

Figure 7.15 shows the way in which a single pump-generate step could be made. In this figure, the maximum capacity is taken as 1500 MW, where the pumped-storage unit is generating or pumping.

These procedures assume that commitment of units does not change as a result of the operation of the pumped-storage hydro plant. It does not presume that the equivalent steam-plant characteristics are identical in the 2 h because the same techniques can be used when different thermal characteristics are present in different hours.

Longer cycles may also be considered. For instance, you could start a schedule for a week and perhaps find that you were using the water on the weekday peaks and filling the tank on weekends. In the case where a reservoir constraint was reached, you would split the week into two parts and see if you could increase the overall

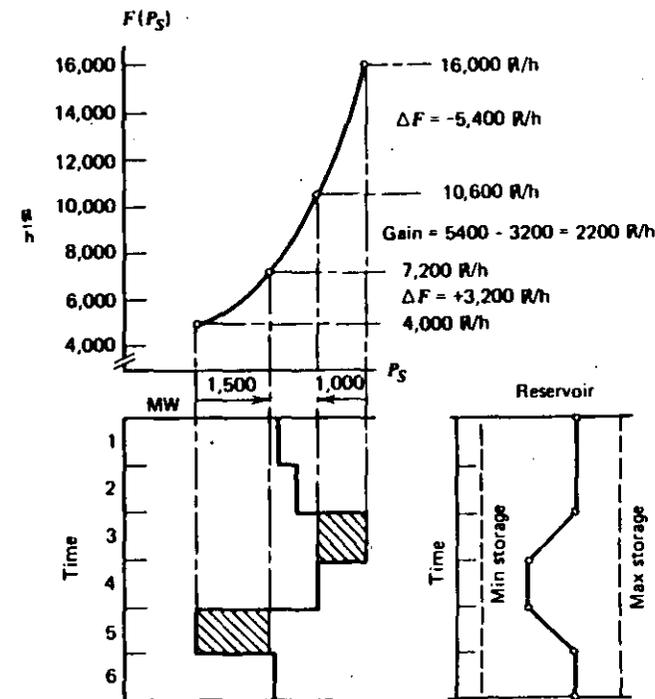


FIG. 7.15 Single step in gradient iteration for a pumped-storage plant. Cycle efficiency is two-thirds. Storage is expressed in equivalent MWh of generation.

savings by increasing the plant use. Another possibility may be to schedule each day of a week on a daily cycle. Multiple, uncoupled pumped-storage plants could also be scheduled in this fashion. The most reasonable looking schedules would be developed by running the plants through the scheduling routines in parallel. (Schedule a little on plant 1, then shift to plant 2, etc.) In this way, the plants will all share in the peak shaving. Hydraulically coupled pumped-storage plants and/or pump-back plants combined with conventional hydro plants may be handled similarly.

EXAMPLE 7D

A pumped-storage plant is to operate so as to minimize the operating cost of the steam units to which it is connected. The pumped-storage plant has the following characteristics.

Generating: q positive when generating, P_H is positive and $0 \leq P_H \leq +300$ MW

$$q(P_H) = 200 + 2 P_H \text{ acre-ft } (P_H \text{ in MW})$$

Pumping: q negative when pumping, P_p is negative and $-300 \text{ MW} \leq P_p \leq 0$

$$q(P_p) = -600 \text{ acre-ft/hr with } P_p = -300 \text{ MW}$$

Operating Restriction: The pumped hydro plant will be allowed to operate only at -300 MW when pumping. Cycle efficiency $\eta = 0.6667$ [the efficiency has already been built into the $q(P_H)$ equations].

The equivalent steam system has the cost curve

$$F(P_s) = 3877.5 + 3.9795 P_s + 0.00204 P_s^2 \text{ R/h } (200 \text{ MW} \leq P_s \leq 2500 \text{ MW})$$

Find the optimum pump-generate schedule using the gradient method for the following load schedule and reservoir constraint.

Load Schedule (each period is 4 h long)

Period	MW Load
1	1600
2	1800
3	1600
4	500
5	500
6	500

The reservoir starts at 8000 acre-ft and must be at 8000 acre-ft at the end of the sixth period.

Initial Schedule

Period	MW load	P_s	λ	Hydro pump/gen. (+ = gen., - = pump)	Reservoir volume at end of period
1	1600	1600	10.5	0	8000
2	1800	1800	11.3	0	8000
3	1600	1600	10.5	0	8000
4	500	500	6.02	0	8000
5	500	500	6.02	0	8000
6	500	500	6.02	0	8000

Starting with $k = 2$ and $i = 4$:

$$\lambda_2 = 11.3 \quad \lambda_4 = 6.02 \quad \lambda_4/\eta = 9.03$$

Therefore, it will pay to generate at as much as possible during the second period as long as the pump can restore the equivalent acre-ft of water during the fourth period. Therefore, the first schedule adjustment will look like the following.

Period	MW load	P_s	λ	Hydro pump/gen.	Reservoir volume at end of period
1	1600	1600	10.5	0	8000
2	1800	1600	10.5	+200	5600
3	1600	1600	10.5	0	5600
4	500	800	7.24	-300	8000
5	500	500	6.02	0	8000
6	500	500	6.02	0	8000

Next, we can choose to generate another 200 MW from the hydro plant during the first period and restore the reservoir during the fifth period.

Period	MW load	P_s	λ	Hydro pump/gen.	Reservoir volume at end of period
1	1600	1400	9.69	+200	5600
2	1800	1600	10.5	+200	3200
3	1600	1600	10.5	0	3200
4	500	800	7.24	-300	5600
5	500	800	7.24	-300	8000
6	500	500	6.02	0	8000

Finally, we can generate in the third period and replace the water in the sixth period.

Period	MW load	P_s	λ	Hydro pump/gen.	Reservoir volume at end of period
1	1600	1400	9.69	+200	5600
2	1800	1600	10.50	+200	3200
3	1600	1400	9.69	+200	800
4	500	800	7.24	-300	3200
5	500	800	7.24	-300	5600
6	500	800	7.24	-300	8000

A further savings can be realized by "flattening" the steam generation for the first three periods. Note that the costs for the first three periods as shown in the preceding table would be:

Period	P_s	Cost $\text{\$}$	λ	Hydro pump/gen.
1	1400	53,788.80	9.69	+ 200
2	1600	61,868.40	10.50	+ 200
3	1400	53,788.80	9.69	+ 200
4, 5, 6	800	100,400.40	7.24	- 300
		269,846.40		

If we run the hydro plant at full output during the peak (period 2) and then reduce the amount generated during periods 1 and 3, we will achieve a savings.

Period	P_s	Cost $\text{\$}$	λ	Hydro pump/gen.
1	1450	55,747.50	9.90	+ 150
2	1500	57,747.00	10.10	+ 300
3	1450	55,747.50	9.90	+ 150
4, 5, 6		100,400.40	7.24	- 300
		269,642.40		

The final reservoir schedule would be:

Period	Reservoir volume
1	6000
2	2800
3	800
4	3200
5	5600
6	8000

7.8 DYNAMIC PROGRAMMING SOLUTION TO THE HYDROTHERMAL SCHEDULING PROBLEM

Dynamic programming may be applied to the solution of the hydrothermal scheduling problem. The multiplant, hydraulically coupled systems offer computational difficulties that make it difficult to use that type of system to illustrate the benefits of applying DP to this problem. Instead we will illustrate the application with the single hydro plant operated in conjunction with a thermal system. Figure 7.16 shows a single, equivalent steam plant, P_s , and a hydro plant with storage, P_H , serving a single series of loads, P_L . Time intervals are denoted by j , where j runs between 1 and j_{max} .

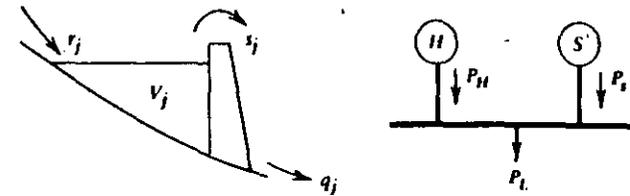


FIG. 7.16 Hydrothermal system model used in dynamic programming illustration.

- Let:
- r_j = net inflow rate during period j
 - V_j = storage volume at the end of period j
 - q_j = flow rate through the turbine during period j
 - P_{Hj} = power output during period j
 - s_j = spillage rate during period j
 - P_{sj} = steam-plant output
 - P_{Lj} = load level
 - F_j = fuel cost rate for period j

Both starting and ending storage volumes, V_0 and $V_{j_{max}}$, are given as are the period loads. The steam plant is assumed to be on for the entire period. Its input-output characteristic is

$$F_j = a + bP_{sj} + cP_{sj}^2 \text{ \$/h} \quad (7.42)$$

The water use rate characteristic of the hydroelectric plant is

$$q_j = d + gP_{Hj} + hP_{Hj}^2 \text{ acre-ft/h for } P_{Hj} > 0 \quad (7.43)$$

and

$$= 0 \quad \text{for } P_{Hj} = 0$$

The coefficients a through h are constants. We will take the units of water flow rate as acre-ft/h. If each interval, j , is n_j hours long, the volume in storage changes as

$$V_j = V_{j-1} + n_j(r_j - q_j - s_j) \quad (7.44)$$

Spilling water will not be permitted (i.e., all $s_j = 0$).

If V_i and V_k denote two different volume states, and

$$V_{j-1} = V_i$$

$$V_j = V_k$$

then the rate of flow through the hydro unit during interval j is

$$q_j = \frac{(V_i - V_k)}{n_j} + r_j$$

where q_j must be nonnegative and is limited to some maximum flow rate, q_{max} , which corresponds to the maximum power output of the hydro unit. The scheduling

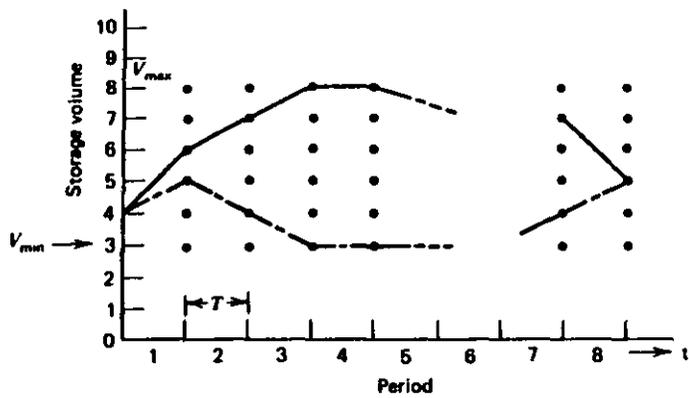


FIG. 7.17 Trajectories for hydro-plant operation.

problem involves finding the minimum cost trajectory (i.e., the volume at each stage). As indicated in Figure 7.17, numerous feasible trajectories may exist.

The DP algorithm is quite simple.

- Let:
- $\{i\}$ = the volume states at the start of the period j
 - $\{k\}$ = the states at the end of j
 - $TC_k(j)$ = the total cost from the start of the scheduling period to the end of period j for the reservoir storage state V_k
 - $PC(i, j - 1, k, j)$ = production cost of the thermal system in period j to go from an initial volume of V_i to an end of period volume V_k .

The forward DP algorithm is then,

$$TC_k(0) = 0$$

and

$$TC_k(j) = \min_{(i)} [TC_i(j - 1) + PC(i, j - 1; k, j)] \quad (7.44)$$

We must be given the loads and natural inflows. The discharge rate through the hydro unit is, of course, fixed by the initial and ending storage levels and this in turn establishes the values of P_H and P_s . The computation of the thermal production cost follows directly.

There may well be volume states in the set V_k that are unreachable from some of the initial volume states V_i because of the operating limits on the hydro plants. There are many variations on the hydraulic constraints that may be incorporated in the DP computation. For example, the discharge rates may be fixed during certain intervals to allow fish ladders to operate or to provide water for irrigation.

Using the volume levels as state variables restricts the number of hydro power output levels that are considered at each stage since the discharge rate fixes the value of power. If a variable head plant is considered, it complicates the calculation of the

power level as an average head must be used to establish the value of P_H . This is relatively easy to handle.

EXAMPLE 7E

It is, perhaps, better to use a simple numerical example than to attempt to discuss the DP application generally. Let us consider the two-plant case just described with the steam-plant characteristics as shown in Figure 7.18 with $F = 700 + 4.8 P_s + P_s^2/2000$, R/h , and $dF/dP_s = 4.8 + P_s/1000$, R/MWh , for P_s in MW and $200 \leq P_s \leq 1200$, MW. The hydro unit is a constant head plant shown in Figure 7.19 with

$$q = 260 + 10 P_H \quad \text{for } P_H > 0, \quad q = 0 \text{ for } P_H = 0$$

where

P_H is in MW

and

$$0 \leq P_H \leq 200 \text{ MW}$$

The discharge rate is in acre-ft/h. There is no spillage, and both initial and final volumes are 10,000 acre-ft. The storage volume limits are 6000 and 18,000 acre-ft. The natural inflow is 1000 acre-ft/h.

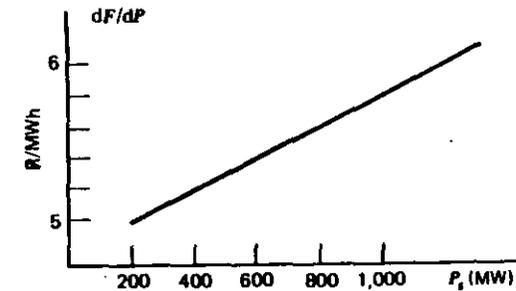


FIG. 7.18 Steam plant incremental cost function.

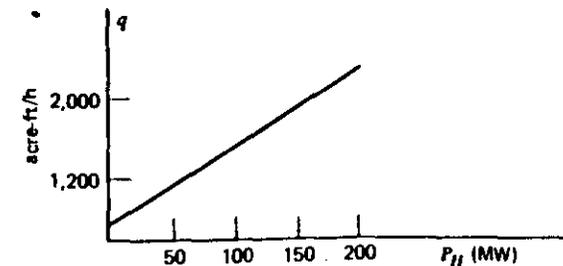


FIG. 7.19 Hydro plant q versus P_H function.

The scheduling problem to be examined is for a 24-h day with individual periods taken as 4 h each. ($n_j = 4.0$ h) The loads and natural inflows into the storage pond are

Period j	Load $P(j)$ (MW)	Inflow rate $r(j)$ (acre-ft/h)
1	600	1000
2	1000	1000
3	900	1000
4	500	1000
5	400	1000
6	300	1000

Procedure

If this were an actual scheduling problem, we might start the search using a coarse grid on both the time interval and the volume states. This would permit the future refinement of the search for the optimal trajectory after a crude search had established the general neighborhood. Finer grid steps bracketing the range of the coarse steps around the initial optimal trajectory could then be used to establish a better path. The method will work well for problems with convex (concave) functions. For this example we will limit our efforts to 4-h time steps and storage volume steps that are 2000 acre-ft apart.

During any period, the discharge rate through the hydro unit is

$$q_j = \frac{(V_{j-1} - V_j)}{4} + 1000 \quad (7.45)$$

The discharge rate must be nonnegative and not greater than 2260 acre-ft/h. For this problem we may use the equation that relates P_H , the plant output, to the discharge rate, q . In a more general case we may have to deal with tables that relate P_H , q , and the net hydraulic head.

The DP procedure may be illustrated for the first two intervals as follows. We take the storage volume steps at 6000, 8000, 10,000, . . . , 18,000 acre-ft. The initial set of volume states is limited to 10,000 acre-ft. (In this example, volumes will be expressed in 1000 acre-ft to save space.) The table here summarizes the calculations for $j = 1$; the graph in Figure 7.20 shows the trajectories. We need not compute the data for greater volume states since it is possible to do no more than shut the unit down and allow the natural inflow to increase the amount of water stored.

$j = 1 \quad P_L(1) = 600 \text{ MW} \quad \{i\} = 10$				
V_k	q	P_H	P_c	$TC_k(j)$
14	0	0	600	115,040
12	500	24	576	14,523
10	1000	74	526	13,453
8	1500	124	476	12,392
6	2000	174	426	11,342

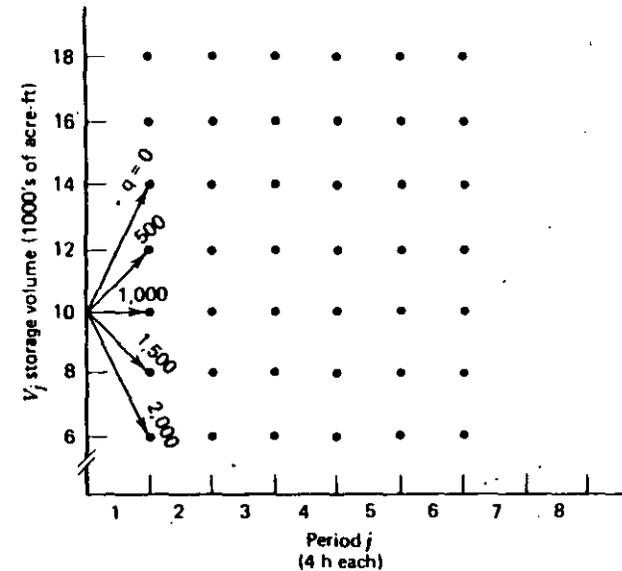


FIG. 7.20 Initial trajectories for DP example.

The tabulation for the second and succeeding intervals is more complex since there are a number of initial volume states to consider. A few are shown in the following table and illustrated in Figure 7.21.

$j = 2 \quad P_L = 1000 \text{ MW} \quad \{i\} = [6, 8, 10, 12, 14]$					
V_k	V_i	q	P_H	P_c	$TC_k(j)$
18	14	0	0	1000	39,040*
16	14	500	24	976	38,484*
16	12	0	0	1000	38,523
14	14	1000	74	926	37,334*
14	12	500	24	976	37,967
14	10	0	0	1000	37,453
12	14	1500	124	876	36,194*
12	12	1000	74	926	36,818
12	10	500	24	976	36,897
12	8	0	0	1000	36,392
6	10	2000	174	826	33,477*
6	8	1500	124	876	33,546
6	6	1000	74	926	33,636

* Denotes the minimum cost path.

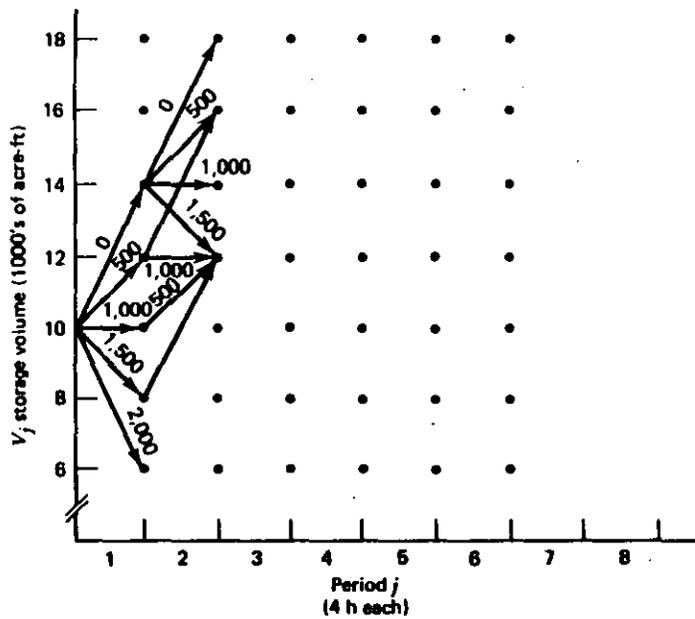


FIG. 7.21 Second-stage trajectories for DP example.

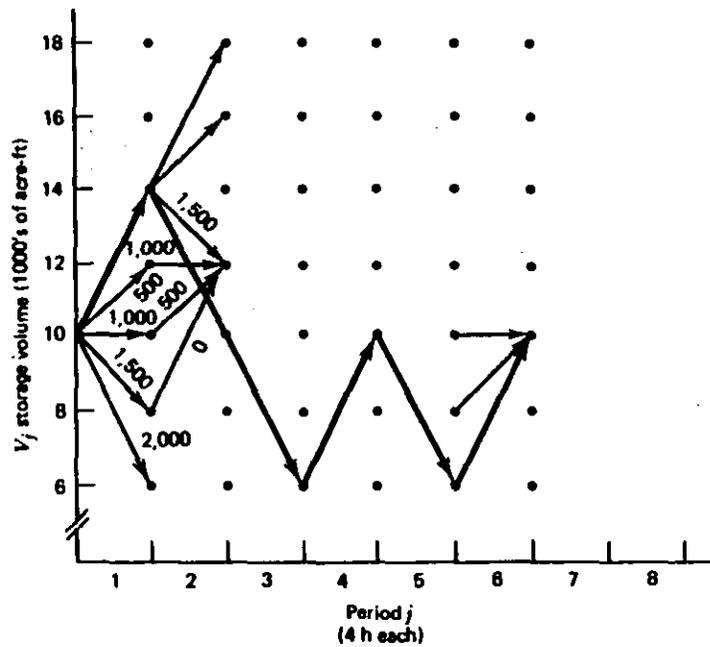


FIG. 7.22 Final trajectory for hydrothermal-scheduling example.

Finally, in the last period,

$j = 6$	$P_L = 300 \text{ MW}$	$\{i\} = [6, 8, 10, 12, 14]$			
V_i	V_i	q	P_H	P_i	$TC_i(j)$
10	10	1000	74	226	82,240.61
10	8	500	24	276	82,260.21
10	6	0	0	300	81,738.46

are the only feasible combinations since the end volume is set at 10 and the minimum loading for the thermal plant is 200 MW.

The final, minimum cost trajectory for the storage volume is plotted in Figure 7.22. This path is determined to a rather coarse grid of 2000 acre-ft by 4-h steps in time and could be easily recomputed with finer increments.

7.8.1 Extension to Other Cases

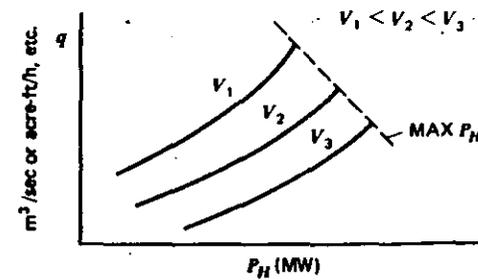
The DP method is amenable to application in more complex situations. Longer time steps make it useful to compute seasonal *rule curves*, the long-term storage plan for a system of reservoirs. Variable-head cases may be treated. A sketch of the type of characteristics encountered in variable-head plants is shown on Figure 7.23. In this case, the variation in maximum plant output may be as important as the variation in water use rate as the net head varies.

7.8.2 Dynamic Programming Solution to Multiple Hydro-plant Problem

Suppose we are given the hydrothermal system shown in Figure 7.24. We have the following hydraulic equations when spilling is constrained to zero.

$$V_{1j} = V_{1j-1} + r_{1j} - q_{1j}$$

$$V_{2j} = V_{2j-1} + q_{1j} + q_{2j}$$



Variable head plant
 $q = q(P_H, \bar{V})$
 \bar{V} = average volume used to represent the effect of the hydraulic head

FIG. 7.23 Input-output characteristic for variable-head hydroelectric plant.

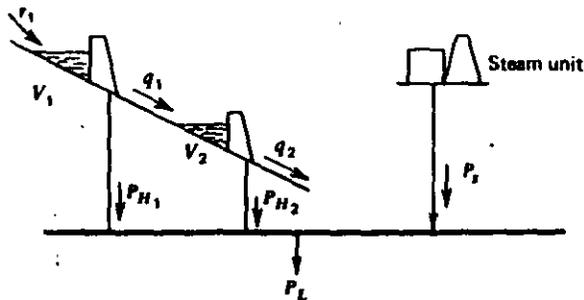


FIG. 7.24 Hydrothermal system with hydraulically coupled hydroelectric plants.

and the electrical equation

$$P_{H1}(q_{1j}) + P_{H2}(q_{2j}) + P_{2j} - P_{Lj} = 0$$

There are a variety of ways to set up the DP solution to this program. Perhaps the most obvious would be to again let the reservoir volumes, V_1 and V_2 , be the state variables and then run over all feasible combinations. That is, let V_1 and V_2 both be divided into N volume steps $S_1 \dots S_N$. Then the DP must consider N^2 steps at each time interval as shown on Figure 7.25.

This procedure might be a reasonable way to solve the multiple hydro-plant scheduling problem if the number volume steps were kept quite small. However, this is not practical when a realistic schedule is desired. Considered for example a reservoir volume that is divided into 10 steps ($N = 10$). If there were only one hydro plant, there would be 10 states at each time period resulting in a possible 100 paths to be investigated at each stage. If there were two reservoirs with 10 volume steps, there

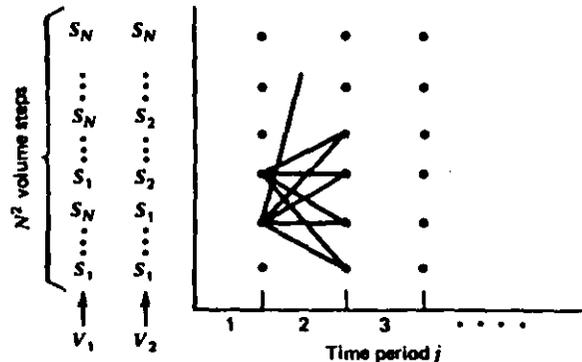


FIG. 7.25 Trajectory combinations for coupled plants.

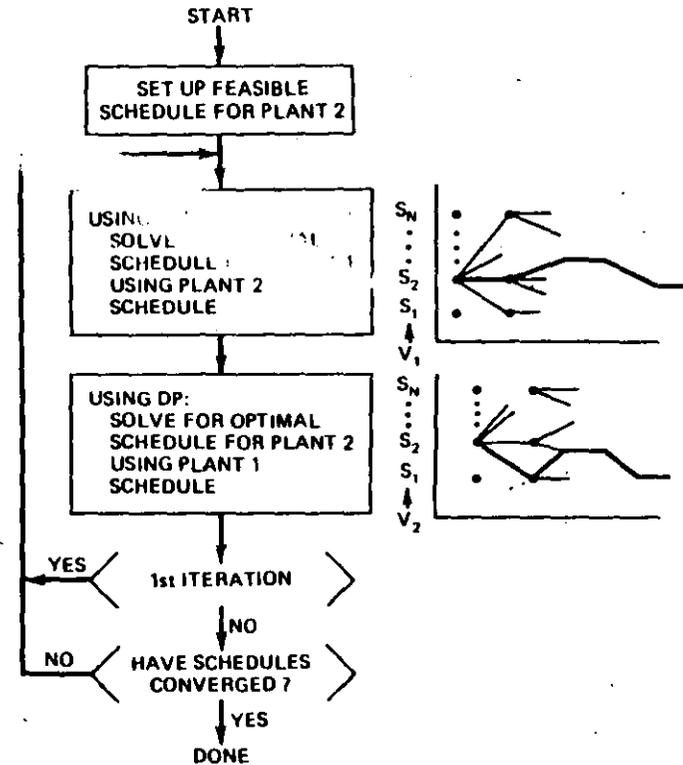


FIG. 7.26 Successive approximation solution.

would be 100 states at each time interval with a possibility of 10,000 paths to investigate at each stage.

This dimensionality problem can be overcome through the use of a procedure known as *successive approximation*. In this procedure, one reservoir is scheduled while keeping the other's schedule fixed, alternating from one reservoir to the other until the schedules converge. The steps taken in a successive approximation method appear in Figure 7.26.

EXAMPLE 7F

Two hydroelectric plants are located on the same river as shown in Figure 7.24. For this example, each hydro plant is identical to the one described in Example 7E. The equivalent fossil unit is also identical to that given in Example 7E. The inflow to plant number 1 is 1000 acre-ft/h and all the outflow from plant 1 flows into the reservoir of plant 2. We will schedule these two hydro plants using successive

approximations. The reservoir conditions placed on the plants are

- Plant 1:** Initial reservoir volume = 6,000 acre-ft
 Final reservoir volume = 16,000 acre-ft
- Plant 2:** Initial reservoir volume = 18,000 acre-ft
 Final reservoir volume = 8,000 acre-ft

The initial schedule on plant 2 is set to

$$q_j = 0 \quad \text{For } j = 1 \dots 6$$

The load for the system is as follows.

Time period	Load (MW)
1	1100
2	1200
3	900
4	1100
5	1000
6	800

Iteration 1 (Plant 1)

The first half of iteration 1 schedules the optimal operation of plant 1 with the plant 2 schedule held as just given. Note that the volume upper limit constraint on plant 2 is ignored in this iteration.

Time period	Load (MW)	Steam P_s (MW)	P_{H1} (MW)	q_1 (acre-ft/h)	V_1^* (acre-ft)	P_{H2} (MW)	q_2 (acre-ft/h)	V_2^* (acre-ft)
1	1100	1100	0	0	10000	0	0	18000
2	1200	1026	174	2000	6000	0	0	26000
3	900	900	0	0	10000	0	0	26000
4	1100	976	124	1500	8000	0	0	32000
5	1000	1000	0	0	16000	0	0	32000
6	800	800	0	0	16000	0	0	32000

* Volumes are for reservoir volume at the end of the time period.

The total cost of supplying the power out of the steam plant is 139,528.8 R.

Iteration 1 (Plant 2)

The second half of iteration 1 schedules the optimal operation of plant 2 with the plant 1 schedule as calculated in the first half of iteration 1.

Time period	Load (MW)	Steam P_s (MW)	P_{H1} (MW)	q_1 (acre-ft/h)	V_1^* (acre-ft)	P_{H2} (MW)	q_2 (acre-ft/h)	V_2^* (acre-ft)
1	1100	901	0	0	10000	199	2250	9000
2	1200	852	174	2000	6000	174	2000	9000
3	900	900	0	0	10000	0	0	9000
4	1100	976	124	1500	8000	0	0	15000
5	1000	1000	0	0	12000	149	1750	8000
6	800	800	0	0	16000	0	0	8000

* Volumes are for reservoir volume at the end of the time period.

The total cost of supplying the power out of the steam plant is now 127,504.9 R.

Iteration 2 (Plant 1)

We now reschedule plant 1 with the new plant 2 schedule as from the second half of iteration 1.

Time period	Load (MW)	Steam P_s (MW)	P_{H1} (MW)	q_1 (acre-ft/h)	V_1 (acre-ft)	P_{H2} (MW)	q_2 (acre-ft/h)	V_2 (acre-ft)
1	1100	901	0	0	10000	199	2250	9000
2	1200	914.5	111.5	1375	8500	174	2000	6500
3	900	900	0	0	12500	0	0	6500
4	1100	913.5	186.5	2125	8000	0	0	15000
5	1000	851	0	0	12000	149	1750	8000
6	800	800	0	0	16000	0	0	8000

Total cost = 127,487.0 R.

Iteration 2 (Plant 2)

Time period	Load (MW)	Steam P_s (MW)	P_{H1} (MW)	q_1 (acre-ft/h)	V_1 (acre-ft)	P_{H2} (MW)	q_2 (acre-ft/h)	V_2 (acre-ft)
1	1100	901	0	0	10000	199	2250	9000
2	1200	902	111.5	1375	8500	186.5	2125	6000
3	900	900	0	0	12500	0	0	6000
4	1100	913.4	186.5	2125	8000	0	0	14500
5	1000	863.5	0	0	12000	136.5	1625	8000
6	800	800	0	0	16000	0	0	8000

Total cost = 127,487.0 R.

As can be seen, each iteration of the successive approximations method yields a lower production cost. Further iterations yield no changes in the schedules.

Another useful technique in applying dynamic programming involves a change in the volume step size or quantization used in the DP process. The DP is started with large steps in volume and then, as the schedule converges, smaller steps are added

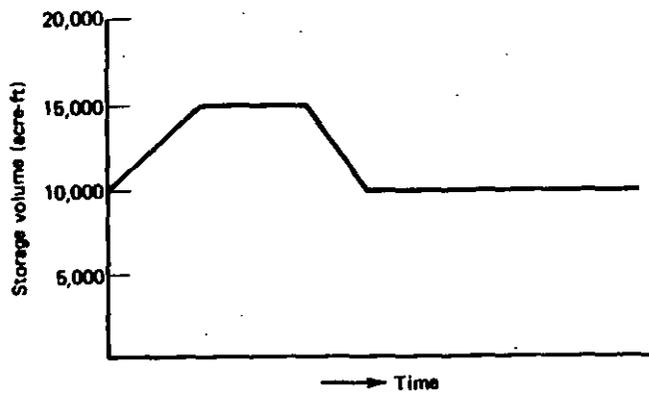


FIG. 7.27 Optimal schedule with 5000-acre-ft steps.

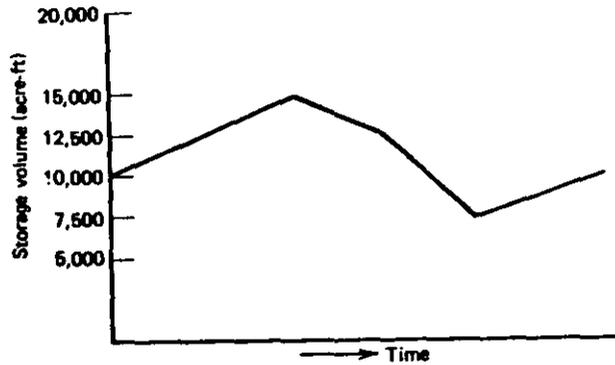


FIG. 7.28 Optimal schedule with steps added at 7500 and 12,500 acre-ft.

around the optimum schedule. For example, the optimal schedule shown in Figure 7.27 might have volume steps added as shown in Figure 7.28.

The advantage of using a variable step-size approach comes from not having to add the small increment steps over the entire range, thus keeping the DP search range reasonably small at each interval.

APPENDIX

Hydro-Scheduling With Storage Limitations

This appendix expands on the Lagrange equation formulation of the fuel-limited dispatch problem in Chapter 6 and the reservoir-limited hydro dispatch problem of Chapter 7. The expansion includes generator and reservoir storage limits and

provides a proof that the "fuel cost" or "water cost" Lagrange multiplier γ will be constant unless reservoir storage limitations are encountered.

To begin, we will assume that we have a hydro unit and an equivalent steam unit supplying load as in Figure 7.5. Assume that the scheduling period is broken down into three equal time intervals with load, generation, reservoir inflow, and such constant within each period. In Chapter 6 (Section 6.2, Eqs. 6.1-6.6) and Chapter 7 (Section 7.4, Eqs. 7.22-7.29) we assumed that the total q was to be fixed at q_{TOT} , that is (see Section 7.4 for definition of variables),

$$q_{TOT} = \sum_{j=1}^{j_{max}} n_j q(P_{Hj}) \quad (7A.1)$$

In the case of a storage reservoir with an initial volume V_0 , this constraint is equivalent to fixing the final volume in the reservoir. That is,

$$V_0 + n_1(r_1 - q(P_{H1})) = V_1 \quad (7A.2)$$

$$V_1 + n_2(r_2 - q(P_{H2})) = V_2 \quad (7A.3)$$

$$V_2 + n_3(r_3 - q(P_{H3})) = V_3 \quad (7A.4)$$

Substituting Eq. 7A.2 into Eq. 7A.3 and then substituting the result into Eq. 7A.4, we get

$$V_1 + \sum_{j=1}^3 n_j r_j - \sum_{j=1}^3 n_j q(P_{Hj}) = V_3 \quad (7A.5)$$

or

$$V_1 + \sum_{j=1}^3 n_j r_j - q_{TOT} = V_3 \quad (7A.6)$$

Therefore, fixing q_{TOT} is equivalent to fixing V_3 , the final reservoir storage. The optimization problem will be expressed as:

Minimize total steam plant cost: $\sum_{j=1}^3 n_j F_j(P_{Sj})$

Subject to equality constraints: $P_{Lj} - P_{Sj} - P_{Hj} = 0 \quad \text{for } j = 1, 2, 3$

$$V_0 + n_1 r_1 - n_1 q(P_{H1}) = V_1$$

$$V_1 + n_2 r_2 - n_2 q(P_{H2}) = V_2$$

$$V_2 + n_3 r_3 - n_3 q(P_{H3}) = V_3$$

And subject to inequality constraints: $V_j > V_j^{\min} \quad V_j < V_j^{\max}$

$$P_{Sj} > P_{Sj}^{\min} \quad P_{Sj} < P_{Sj}^{\max} \quad \text{for } j = 1, 2, 3$$

$$P_{Hj} > P_{Hj}^{\min} \quad P_{Hj} < P_{Hj}^{\max}$$

We can now write a Lagrange equation to solve this problem.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{j=1}^3 n_j F_s(P_{sj}) + \sum_{j=1}^3 \lambda_j (P_{Lj} - P_{sj} - P_{Hj}) \\ & + \gamma_1 (-V_0 - n_1 r_1 + n_1 q(P_{H1}) + V_1) \\ & + \gamma_2 (-V_1 - n_2 r_2 + n_2 q(P_{H2}) + V_2) \\ & + \gamma_3 (-V_2 - n_3 r_3 + n_3 q(P_{H3}) + V_3) \\ & + \sum_{j=1}^3 \alpha_j^- (V^{\min} - V_j) + \sum_{j=1}^3 \alpha_j^+ (V_j - V^{\max}) \\ & + \sum_{j=1}^3 \mu_{sj}^- (P_s^{\min} - P_{sj}) + \sum_{j=1}^3 \mu_{sj}^+ (P_{sj} - P_s^{\max}) \\ & + \sum_{j=1}^3 \mu_{Hj}^- (P_H^{\min} - P_{Hj}) + \sum_{j=1}^3 \mu_{Hj}^+ (P_{Hj} - P_H^{\max}) \end{aligned} \quad (7A.7)$$

where:

n_j , P_{sj} , P_{Hj} , and $q(P_{Hj})$ are as defined in Section 7.4.

λ_j , γ_j , α_j^- , α_j^+ , μ_{sj}^- , μ_{sj}^+ , μ_{Hj}^- , μ_{Hj}^+ are Lagrange multipliers.

V^{\min} and V^{\max} are limits on reservoir storage.

P_s^{\min} , P_s^{\max} , P_H^{\min} , and P_H^{\max} are limits on the generator output at the equivalent system and hydro plants, respectively.

We can set up the conditions for an optimum using the Kuhn-Tucker equations as shown in the Appendix to Chapter 3. The first set of conditions are

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{sj}} = \frac{dF_s}{dP_{sj}} - \lambda_j - \mu_{sj}^- + \mu_{sj}^+ = 0 \quad (7A.8)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{Hj}} = -\lambda_j + \gamma_j n_j \frac{dq(P_{Hj})}{dP_{Hj}} - \mu_{Hj}^- + \mu_{Hj}^+ = 0 \quad (7A.9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial V_j} = \gamma_j - \gamma_{j+1} - \alpha_j^- + \alpha_j^+ = 0 \quad (7A.10)$$

The second and third set of conditions are just the original equality and inequality constraints. The fourth set of conditions are

$$\alpha_j^- (V^{\min} - V_j) = 0 \quad \alpha_j^- \geq 0 \quad (7A.11)$$

$$\alpha_j^+ (V_j - V^{\max}) = 0 \quad \alpha_j^+ \geq 0 \quad (7A.12)$$

$$\mu_{sj}^- (P_s^{\min} - P_{sj}) = 0 \quad \mu_{sj}^- \geq 0 \quad (7A.13)$$

$$\mu_{sj}^+ (P_{sj} - P_s^{\max}) = 0 \quad \mu_{sj}^+ \geq 0 \quad (7A.14)$$

$$\mu_{Hj}^- (P_H^{\min} - P_{Hj}) = 0 \quad \mu_{Hj}^- \geq 0 \quad (7A.15)$$

$$\mu_{Hj}^+ (P_{Hj} - P_H^{\max}) = 0 \quad \mu_{Hj}^+ \geq 0 \quad (7A.16)$$

If we assume that no generation limits are being hit, then μ_{sj}^- , μ_{sj}^+ , μ_{Hj}^- , μ_{Hj}^+ for $j = 1, 2, 3$ are each equal to zero. The solution in Eqs. 7A.8, 7A.9, and 7A.10 is

$$\frac{dF_s}{dP_{sj}} = \lambda_j \quad (7A.17)$$

$$\gamma_j n_j \frac{dq(P_{Hj})}{dP_{Hj}} = \lambda_j \quad (7A.18)$$

$$\gamma_j - \gamma_{j+1} = \alpha_j^- - \alpha_j^+ \quad (7A.19)$$

Now suppose the following volume-limiting solution exists.

$$V_1 > V^{\min} \quad \text{and} \quad V_1 < V^{\max}$$

then by Eq. 7A.11 and Eq. 7A.12

$$\alpha_1^- = 0 \quad \text{and} \quad \alpha_1^+ = 0$$

and

$$V_2 = V^{\min} \quad \text{and} \quad V_2 < V^{\max}$$

then

$$\alpha_2^- > 0 \quad \alpha_2^+ = 0$$

Then clearly from Eq. 7A.19,

$$\gamma_1 - \gamma_2 = \alpha_1^- - \alpha_2^+ = 0$$

so

$$\gamma_1 = \gamma_2$$

and

$$\gamma_2 - \gamma_3 = \alpha_2^- - \alpha_3^+ > 0$$

so

$$\gamma_2 > \gamma_3$$

Thus we see that γ_j will be constant over time unless a storage volume limit is hit. Further note that this is true regardless of whether or not generator limits are hit.

PROBLEMS

7.1 Given the following steam and hydro plant characteristics:

Steam Plant

$$\text{Incremental cost} = 2.0 + 0.002 P_s \text{ \$/MWh and } 100 \leq P_s \leq 500 \text{ MW}$$

Hydro Plant

$$\text{Incremental water rate} = 50 + 0.02 P_H \text{ ft}^3/\text{sec}/\text{MW} \quad 0 \leq P_H \leq 500 \text{ MW}$$

Load

Time Period	Load
12 midnight to 9 AM	350 MW
9 AM - 6 PM	700 MW
6 PM - 12 midnight	350 MW

Assume

- The water input for $P_H = 0$ may also be assumed to be zero, that is

$$q(P_H) = 0 \text{ for } P_H = 0$$

- Neglect losses
- The thermal plant remains on line for the 24-h period.

Find

The optimum schedule of P_s and P_H over the 24-h period that meets the restriction that the total water used in 1250 million ft^3 of water, that is,

$$q_{TOT} = 1.25 \times 10^9 \text{ ft}^3$$

- 7.2 Assume that the incremental water rate in problem 7.1 is constant at 60 $\text{ft}^3/\text{sec}/\text{MW}$ and that the steam unit is not necessarily on all the time. Further assume that the thermal cost is

$$F(P_s) = 250 + 2 P_s + P_s^2/1000$$

Repeat problem 7.1 with the same water constraint.

7.3 Gradient Method for Hydro-Thermal Scheduling

A thermal generation system has a composite fuel cost characteristic that may be approximated by

$$F = 700 + 4.8 P_s + P_s^2/2000, \text{ R/h}$$

for

$$200 \leq P_s \leq 1200 \text{ MW}$$

The system load may also be supplied by a hydro unit with the following characteristics.

$$q(P_H) = 0 \text{ when } P_H = 0$$

$$q(P_H) = 260 + 10 P_H, \text{ acre-ft/h} \\ \text{for } 0 < P_H \leq 200 \text{ MW}$$

$$q(P_H) = 2260 + 10(P_H - 200) + 0.028(P_H - 200)^2, \text{ acre-ft/h} \\ \text{for } 200 < P_H \leq 250 \text{ MW}$$

The system load levels in chronological order are as follows.

Period	P_L , MW
1	600
2	1000
3	900
4	500
5	400
6	500

Each period is 4 h long.

- 7.3.1 Assume the thermal unit is on-line all the time and find the optimum schedule (the values of P_s and P_H for each period) such that the hydro plant uses 23,500 acre-ft of water. There are no other hydraulic constraints or storage limits, and you may turn the hydro unit off when it will help.

- 7.3.2 Now still assuming the thermal unit is on-line each period, use a gradient method to find the optimum schedule given the following conditions on the hydroelectric plant.

- There is a constant inflow into the storage reservoir of 1000 acre-ft/h.
- The storage reservoir limits are

$$V_{\max} = 18,000 \text{ acre-ft}$$

and

$$V_{\min} = 6,000 \text{ acre-ft}$$

- The reservoir starts the day with a level of 10,000 acre-ft, and we wish to end the day with 10,500 acre-ft in storage.

7.4 Hydro-thermal Scheduling Using Dynamic Programming

Repeat Example 7E in the chapter except the hydroelectric unit's water rate characteristic is now one that reflects a variable head. This characteristic also exhibits a maximum capability that is related to the net head. That is,

$$q = 0 \quad \text{for } P_H = 0$$

$$q = 260 + 10 P_H \left(1.1 - \frac{\bar{V}}{100,000} \right), \text{ acre-ft/h}$$

for

$$0 < P_H \leq 200 \left(0.9 + \frac{V}{100,000} \right), \text{ MW}$$

where

$$V = \text{average reservoir volume}$$

For this problem assume constant rates during a period so that

$$V = \frac{1}{2} (V_k + V_i)$$

where V_k = end of period volume
 V_i = start of period volume

The required data are

Fossil Unit: On-line entire time

$$F = 770 + 5.28 P_s + 0.55 \times 10^{-3} P_s^2, \text{ R/h}$$

for

$$200 \leq P_s \leq 1200 \text{ MW}$$

Hydro Storage and Inflow

$$r = 1000 \text{ acre-ft/h inflow}$$

$$6,000 \leq V \leq 18,000 \text{ acre-ft storage limits}$$

$$V = 10,000 \text{ acre-ft initially}$$

and

$$V = 10,000 \text{ acre-ft at end of period}$$

Load for 4-h Periods

J: Period	Load (MW)
1	600
2	1000
3	900
4	500
5	400
6	300

Find the optimal schedule with storage volumes calculated at least to the nearest 500 acre-ft.

7.5 Pumped-Storage Plant Scheduling Problem

A thermal generation system has a composite fuel-cost characteristic as follows.

$$F = 250 + 1.5 P_s + P_s^2/200 \text{ R/h}$$

for

$$200 \leq P_s \leq 1200 \text{ MW}$$

In addition, it has a pumped-storage plant with the following characteristics:

1. Maximum output as a generator = 180 MW (the unit may generate between 0 and 180 MW).
2. Pumping load = 200 MW (the unit may only pump at loads of 100 or 200 MW).
3. The cycle efficiency is 70% (that is, for every 70 MWh generated, 100 MWh of pumping energy are required).
4. The reservoir storage capacity is equivalent to 1600 MWh of generation.

The system load level in chronological order is the same as that in Problem 7.3.

- a. Assume the reservoir is full at the start of the day and must be full at the end of the day. Schedule the pumped-storage plant to minimize the thermal system costs.
- b. Repeat the solution to (a) assuming that the storage capacity of the reservoir is unknown and that it should be at the same level at the end of the day. How large should it be for minimum thermal production cost?

Note: In solving these problems you may assume that the pumped-storage plant may operate for partial time periods. That is, it does not have to stay at a constant output or pumping load for the entire 4-h load period.

FURTHER READING

The literature relating to hydrothermal scheduling is extensive. For the reader desiring a more complete guide to these references, we suggest starting with reference 1, which is a bibliography covering 1959 through 1972, prepared by a working group of the Power Engineering Society of IEEE.

References 2 and 3 contain examples of simulation methods applied to the scheduling of large hydroelectric systems. The five-part series of papers by Bernholz and Graham (4) presents a fairly comprehensive package of techniques for optimization of short-range hydrothermal schedules applied to the Ontario hydro system. Reference 5 is an example of optimal scheduling of the system on the Susquehanna River.

A theoretical development of the hydrothermal scheduling equations is contained in reference 6. This 1963 reference should be reviewed by any reader contemplating undertaking a research project in hydrothermal scheduling methods. It points out clearly the impact of the constraints and their effects on the pseudo, marginal value of the hydroelectric energy.

Reference 7 illustrates an application of gradient-search methods to the coupled plants in the Ontario system. Reference 8 illustrates the application of dynamic-programming

techniques to this type of hydrothermal system in a tutorial fashion. Finally, references 9 and 10 contain examples of methods for scheduling pumped-storage hydroelectric plants in a predominantly thermal system.

This short reference list is only a sample. The reader should be aware that a literature search in hydrothermal-scheduling methods is a major undertaking. We suggest the serious student of this topic start with reference 1 and its predecessors and successors.

1. "Description and Bibliography of Major Economy-Security Functions, Parts I, II, and III," IEEE Working Group Report, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, January 1981, pp. 211-235.
2. Bruderell, R. N., Gilbreath, J. H., "Economic Complementary Operation of Hydro Storage and Steam Power in the Integrated TVA System," *AIEE Transactions*, Vol. 78, June 1959, pp. 136-150.
3. Hildebrand, C. E., "The Analysis of Hydroelectric Power-Peaking and Poundage by Computer," *AIEE Transactions*, Vol. 79, Part III, December 1960, pp. 1023-1029.
4. Bernholz, B., Graham, L. J., "Hydrothermal Economic Scheduling," a five-part series:
 - a. "Part I. Solution by Incremental Dynamic Programming," *AIEE Transactions*, Vol. 79, Part III, December 1960, pp. 921-932.
 - b. "Part II. Extension of Basic Theory," *AIEE Transactions*, Vol. 81, Part III, January 1962, pp. 1089-1096.
 - c. "Part III. Scheduling the Thermal System Using Constrained Steepest Descent," *AIEE Transactions*, Vol. 81, Part III, February 1962, pp. 1096-1105.
 - d. "Part IV. A Continuous Procedure for Maximizing the Weighted Output of a Hydroelectric Generating Station," *AIEE Transactions*, Vol. 81, Part III, February 1962, pp. 1105-1107.
 - e. "Part V. Scheduling a Hydrothermal System with Interconnections," *AIEE Transactions*, Vol. 82, Part III, June 1963, pp. 249-255.
5. Anstine, L. T., Ringlee, R. J., "Susquehanna River Short-Range Hydrothermal Coordination," *AIEE Transactions*, Vol. 82 Part III, April 1963, pp. 185-191.
6. Kirchmayer, L. K., Ringlee, R. J., "Optimal Control of Thermal Hydro-System Operation," *IFAC Proceedings*, 1964, pp. 430/1-430/6.
7. Bainbridge, E. S., McNamee, J. M., Robinson, D. J., Nevison, R. D., "Hydrothermal Dispatch with Pumped Storage," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-85, May 1966, pp. 472-485.
8. Engles, L., Larson, R. E., Peschon, J., Stanton, K. N., "Dynamic Programming Applied to Hydro and Thermal Generation Scheduling," A paper contained in the IEEE Tutorial Course Text, 76CH1107-2-PWR, 1976, IEEE, New York, N.Y.
9. Bernard, P. J., Dopazo, J. F., Stagg, G. W., "A Method for Economic Scheduling of a Combined Pumped Hydro and Steam-Generating System," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-83, January 1964, pp. 23-30.
10. Kennedy, T., Mabuice, E. M., "Dispatch of Pumped Storage on an Interconnected Hydrothermal System," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS 84, June 1965, pp. 446-457.

chapter 8

Energy Production Cost Models for Fuel Budgeting and Planning

8.1 INTRODUCTION

Energy production cost models are computational models, usually implemented on a digital computer, designed to calculate future generation system production costs, requirements for energy imports, availability of energy for sales to other systems, and fuel consumption. They are widely used throughout the electric utility industry as an aid in long-range system planning, in fuel budgeting, and in system operation. The primary function of computing future system energy costs is accomplished by using computer models of expected load patterns and simulating the operation of the generation system to meet these loads.

The digital simulation of the generation system involves representation of:

1. Generating unit efficiency characteristics (input-output curves, etc.).
2. Fuel costs per unit of energy supplied.

3. System operating policies with regard to scheduling of unit operation and the economic dispatching of groups of units that are on-line.
4. Contracts for the purchases and sales of both energy and power capability.

When hydroelectric plants are a part of the power system, the production cost simulation will involve models of the policies used to operate these plants. The first production cost models were deterministic, in that the status of all units and energy resources was assumed known and the load is a single estimate. Stochastic models are currently used where the risk of sudden, random generating unit failures are considered as a part of the process and the future load to be served is considered to be a probability distribution.

This chapter will discuss the deterministic models briefly and go into some detail concerning the central techniques involved in the probabilistic model. It is not possible to delve into all the details involved in a typical modern computer program since these programs may be quite large with thousands of instructions and thousands of items of data. Any such discussion would be almost instantly out of date since new problems keep arising. For example, the original purpose of these production cost programs was primarily computation of future system operating costs. In recent years these models have been used to study such diverse areas as the possible effects of load management, the impact of fuel shortages, and the reliability of future systems.

The "universal" block diagram in Figure 8.1 shows the organization of a "typical" energy production cost program. The computation simulates the system operation on a chronological basis with system data input being altered at the start of each interval. These programs must be able to recognize and take into account in some fashion the need for scheduled maintenance outages. Logic may be incorporated in this type of program to simulate the maintenance outage allocation procedure actually used as well as to process maintenance schedules that are input to the program.

Expansion planning and fuel budgeting production cost programs require load models that cover weeks, months, and/or years. The expected load patterns may be modeled by the use of typical, normalized hourly load curves for the various types of days expected in each subinterval (i.e., month or week) or else by the use of load duration or load distribution curves.

A *load duration curve* expresses the period of time (say number of hours) in a fixed interval (day, week, month, or year) that the load is expected to equal or exceed a given megawatt value. It is usually plotted with the load on the vertical axis and the time period on the horizontal axis.

The scheduling of unit maintenance outages may involve time intervals as short as a day or as long as a month. The requirements for economic data such as unit, plant, and system consumption and fuel costs are usually on a monthly basis. When these time interval requirements conflict, as they often do, the load model must be created in the model for the smallest subinterval involved in the simulation.

Production cost programs may be found in many modern control centers as part of the overall "application program" structure where these production cost

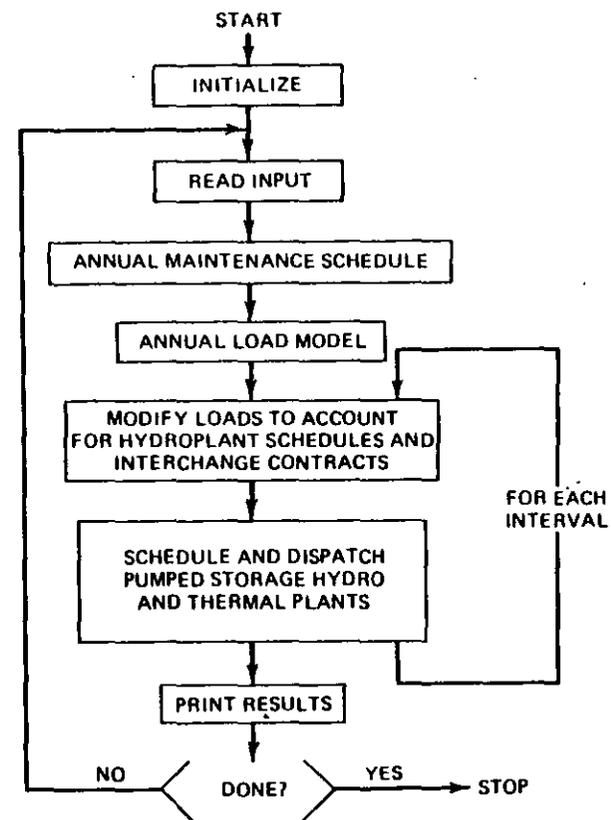


FIG. 8.1 Block diagram for a typical energy production cost program used for planning.

models are usually intended to produce shorter term computations of production costs (i.e., a few hours to the entire week) in order to facilitate negotiations for energy (or power) interchange between systems or else to compute cost savings in order to allocate economic benefits among pooled companies. In either application the production cost simulation is used to evaluate costs under two or more assumptions. For example, in interchange negotiations the system operators can evaluate the cost of producing the energy on the system versus the costs if it were to be purchased.

In U.S. power pools where units owned by several different utilities are dispatched by the control center, it is usually necessary to compute the production cost "savings" due to pooled operation. That is, each seller of energy is paid for the cost of producing the energy sold and may be given one-half the production cost "savings" of the system receiving the energy. One way of determining these savings is to simulate the production costs of each system supplying just its own load. In fact, in at least one U.S. pool this is called "own-load dispatch." These

computed production costs can be compared with actual costs to arrive at the charges for transferring energy.

Production cost computations are also needed in fuel budgeting. This involves making computations to forecast the needs for future fuel supplies at specific plant sites. Arrangements for fuel supplies vary greatly among utilities. In some instances the utility may control the mining of coal or the production and transportation of natural gas; in others it may contract for fuel to be delivered to the plant. In many cases the utility will have made a long-term arrangement with a fuel supplier for the fuel needed for a specific plant. (Examples are mine-mouth coal plants or nuclear units.) In still other cases the utility may have to obtain fuel supplies on the open (i.e., "spot") market at whatever prices are prevailing at that time. In any case it is necessary to make a computation of the expected fuel supply requirements so that proper arrangements can be made sufficiently in advance of the requirements. This requires a forecast of specific quantities (and large quantities) of fuel at given future dates.

The operating center production cost needs may have a 7 day time horizon. The fuel budgeting time span may encompass 1 to 5 yr and might, in the case of the mine-mouth plant studies, extend out to the expected life of the plant. System expansion studies usually encompass a minimum of 10 yr and in many cases extend to 30 yr into the future. It is this difference in time horizon that makes different models and approaches suitable for different problems.

8.2 TYPES OF PRODUCTION COST PROGRAMS

Table 8.1 lists the major features that may vary from program to program and indicates, along the horizontal axis, the four major program uses of

1. Long-range planning.
2. Fuel budgeting.
3. Operations planning.
4. Weekly schedules.

Also indicated are the types of programs that have been found useful, so far, in each application. The type of load model used will determine, in part, the suitability of each program type for a given application.

Production cost models and digital computer program developments have historically followed the sequence in Table 8.1. This chapter will jump from the original model format where loads are represented using load-duration curves and generating units are block-loaded to the more recent, probabilistic production cost models. The types of production cost programs shown in Table 8.1, which utilize chronological load patterns, (i.e., load cycles) and deterministic scheduling methods, are computer implementations of the economic dispatching techniques and unit commitment methods explored in the previous seven chapters. That is, production costs and fuel consumption are computed repetitively assuming that the load cycles

TABLE 8.1 Energy Production Cost Programs

Load model	Interval considered	Economic dispatch procedure for thermal units	Long-range planning	Fuel budgeting	Operations planning	Weekly schedules
Total energy or load duration	Season or year	Block loading*	x			
Load duration or load cycles	Month or week	Incremental loading	x	x	x	
Load duration or load cycles	Month, week or days	Incremental loading with forced outages considered	x	x	x	
Load cycle	Weeks or days	Incremental loading (losses)	x	x	x	x

* The term "block loading" refers to the scheduling of complete units in economic order without regard to incremental cost. The procedure is illustrated in this section.

are known for an extended period into the future and that the availability of every unit can be predicted with 100% certainty for each subinterval of that future period. Any extended discussion of these procedures would be primarily a discussion of computer programming techniques and algorithms.

We will leave the pursuit of this to concentrate instead on the discussion of the probabilistic representation of the future loads and generating unit availabilities. In these computations, the expected values of production costs and fuel consumption are computed without the assumption of a perfectly known future.

The terminology used tends toward jargon and requires some explanation. In representing future loads, sometimes it is satisfactory to specify only the total energy generation for a period. This might be perfectly satisfactory if only total fuel consumption and production costs are of interest and neither capacity limitations nor chronological effects are important.

Where capacity limitations are of more concern, a *load-duration curve* might be used. Figure 8.2 shows an expected load pattern in (a), a histogram of load for a given time period in (b), and the load-duration curve constructed from it in (c). In practical developments, the density and distribution functions may be developed as histograms where each load level, L , denotes a range of loads. These last two curves are expressed in both hours and per unit probability versus the megawatts of load. Figure 8.3 shows the more conventional representation of a load-duration curve where the probability is now expressed in terms of the number of hours (out of the total hours in the period) that the load equals, or exceeds, a given level, L , MW. It is conventional in deterministic production cost analyses to show this curve with the

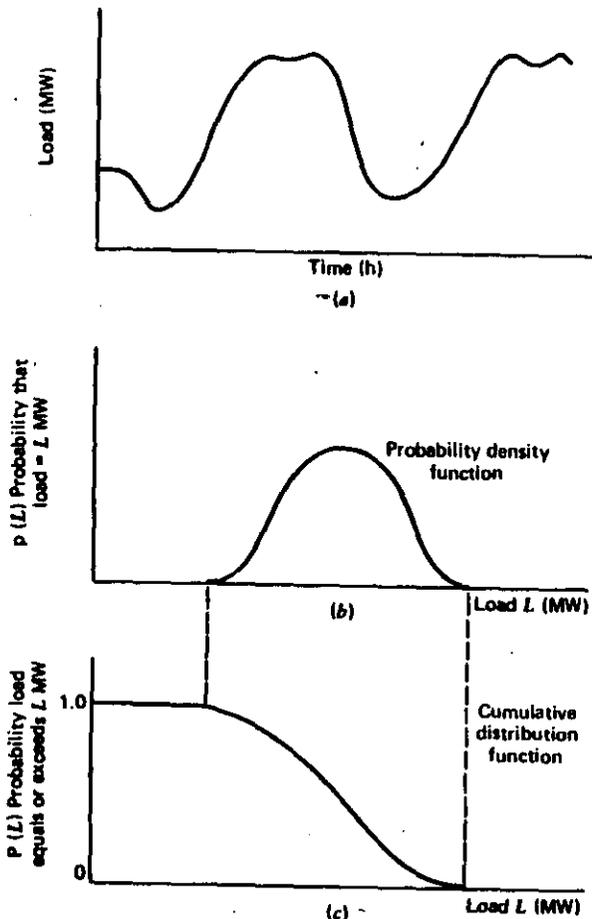


FIG. 8.2 Load probability functions.

load on the vertical axis. In the probabilistic calculations the form shown on Figure 8.2c is used.

In the simulation of the economic dispatch procedures with this type of load model, thermal units may be *block-loaded*. This means the units (or major segments of a unit) on the system are ordered in some fashion (usually cost) and are assumed to be fully loaded, or loaded up to the limitations of the load-duration curve. Figure 8.4 shows this procedure for a system where the internal peak load is 1700 MW. The units are considered to be loaded in a sequence determined by their average cost at full load in $\$/MWh$. The amount of energy generated by each unit is equal to the area under the load-duration curve between the load levels in megawatts supplied by each unit.

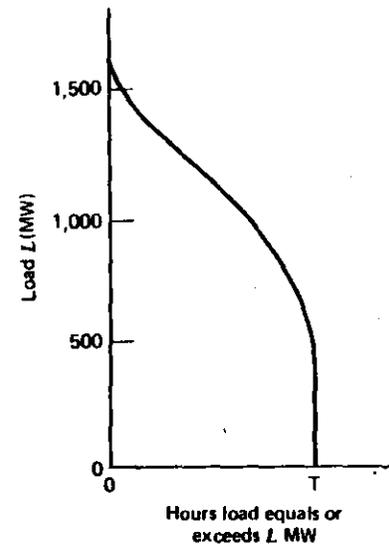


FIG. 8.3 Load-duration curve.

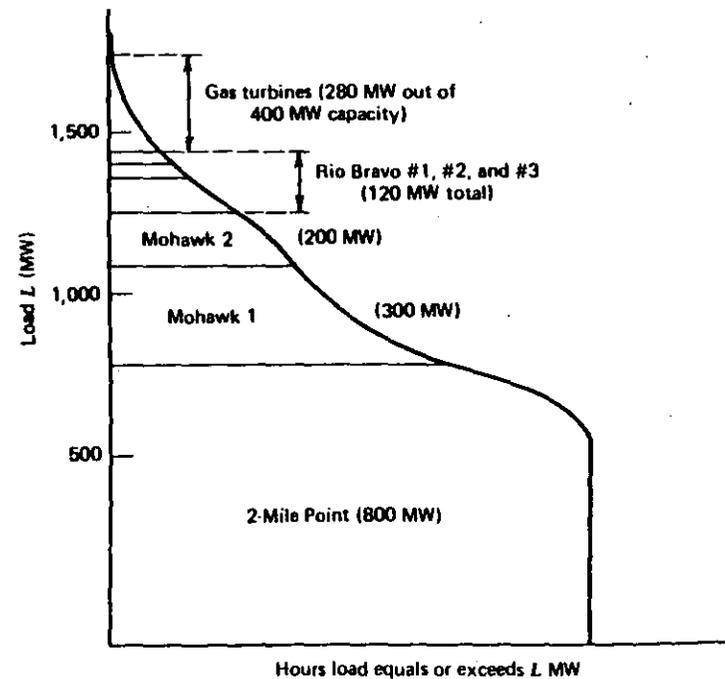


FIG. 8.4 Block-loaded units.

This system consists of three plants plus an array of gas-turbine generating units. These are

Unit	Maximum capability (MW)
2-mile point	800
Mohawk 1	300
Mohawk 2	200
Rio Bravo 1	75
Rio Bravo 2	25
Rio Bravo 3	20
8 gas turbines (each 50 MW)	400
Total	1820 MW

Note that in this system, the gas turbines are not used appreciably since the peak load is only 1700 MW and each unit is assumed to be available all the time during the interval.

Besides representing the thermal-generating plants, the various production cost programs must also simulate the effects of hydroelectric plants with and without water storage, contracts for energy and capacity purchases and sales, and pumped-storage hydroelectric plants. The action of all these results in a modified load to be served finally by the array of thermal units. The action of the thermal plants should be simulated to consider the security practices and policies of the power system as well as to simulate to some appropriate degree the economic dispatch procedures used on the system to control the unit output levels.

More complex production cost programs used to cover shorter time periods may duplicate the logic and procedures used in the control of the units. The most complex involve the procedures discussed in the previous three chapters on unit commitment and hydrothermal scheduling. These programs will usually use hourly forecasts of energy (i.e., the "hourly, integrated load" forecast) and thermal generating unit models that include incremental cost functions, start-up costs, and various other operating constraints.

EXAMPLE 8A

Let us consider the load-duration curve technique for a system of two units. Initially the random forced outages of the generating units will be neglected. Then we will incorporate consideration of these outages in order to show their effects on production costs and the ability of the small sample system to serve the load pattern expected. The load consists of the following.

x-load (MW)	Duration (h)	Energy (MWh)
100	20	2000
80	60	4800
40	20	800
Total = 100 h		7600 MWh

From these data we may construct a load-duration curve in tabular and graphic form. The load-duration curve shows the number of hours that the load equals or exceeds a given value.

x-load (MW)	Exact duration, $T_p(x)$	$T P_n(x)$, hours that load equals or exceeds x
0	0	100
20	0	100
40	20	100
60	0	80
80	60	80
100	20	20
100+		0

The table has been created for uniform load-level steps of 20 MW each. The table also introduces the notation that is useful in regarding the load-duration curve as a form of probability distribution. The load density and distribution functions, $p(x)$ and $P_n(x)$, respectively, are probabilities. Thus $p(20) = 0$, $p(40) = 20/100 = 0.2$, $p(60) = 0$, and so forth, and $P_n(20) = P_n(40) = 1.0$, $P_n(60) = 0.8$, and so forth. The distribution function, $P_n(x)$, and the density, $p(x)$, are related as follows.

$$P_n(x) = 1 - \int_x^{\infty} p(x) dx \quad (8.1)$$

For discrete-density functions (or histograms) in tabular form, it is easiest to construct the distribution by cumulating the probability densities from the highest to the lowest values of the argument (the load levels).

The load-duration curve is shown in Figure 8.5 in a way that is convenient to use for the development of the probabilistic scheduling methods.

The two units of the generating system have the following characteristics.

Unit	Power output (MW)	Fuel input (10^6 Btu/h)	Fuel cost ($\$/10^6$ Btu)	Fuel cost rate ($\$/h$)	Incremental fuel cost ($\$/MWh$)	Unit forced outage rate (per unit)
1	0	160	1	160	—	0.05
	80	800	1	800	8	
2	0	80	2	160	—	0.10
	40	400	2	800	16	

In addition to the usual input-output characteristics, the forced outage rates are given. This rate represents the fraction of time that the unit is not available due to a failure of some sort out of the total time that the unit should be available for service. In computing forced outage rates any periods where a unit is on scheduled outage for maintenance are excluded. The unit forced outage rates are initially neglected, and the two units are assumed to be available 100% of the time.

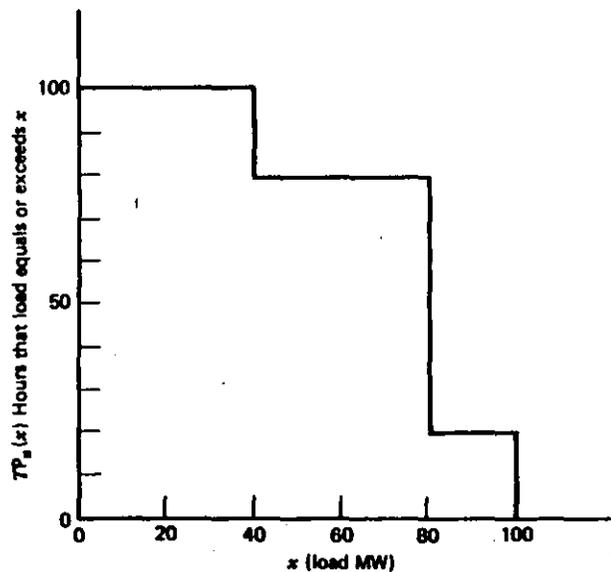


FIG. 8.5 Load-duration curve for Example 8A.

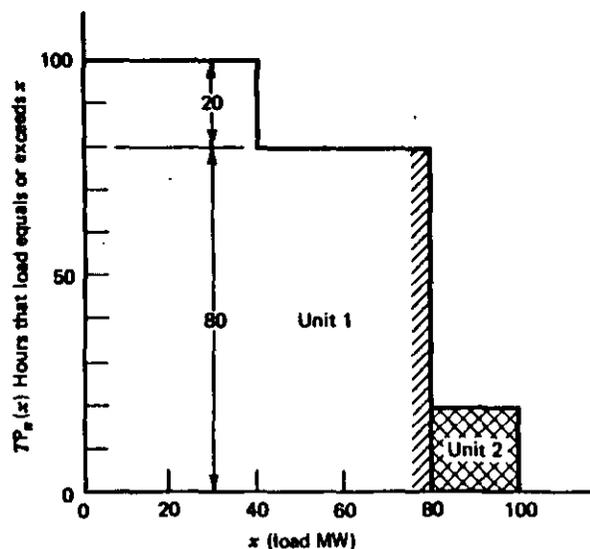


FIG. 8.6 Load-duration curve with block-loaded units.

Units are "block-loaded" with unit 1 being used first because of its lower average cost per MWh. The load-duration curve itself may be used to visualize the unit loadings. Figure 8.6 shows the two units block loaded.

Unit 1 is on-line for 100 h and is generating at an output level of 80 MW for 80 h and 40 MW for 20 h. Therefore, the production costs for unit 1 for this period are

$$\begin{aligned}
 &= \text{hours on line} \times \text{no load fuel cost rate} \\
 &\quad + \text{energy generated} \times \text{incremental fuel cost rate} \\
 &= 100 \text{ h} \times 160 \text{ R/h} + (6400 + 800) \text{ MWh} \times 8 \text{ R/MWh} \\
 &= 16,000 \text{ R} + 57,600 \text{ R} = 73,600 \text{ R}
 \end{aligned}$$

Similarly, unit 2 is required only 20 h in the interval and generates 400 MWh at a constant output level of 20 MW. Therefore its production costs for this period are

$$= 20 \text{ h} \times 160 \text{ R/h} + 400 \text{ MWh} \times 16 \text{ R/MWh} = 9600 \text{ R}$$

These data are summarized as follows.

Unit	Load (MW)	Hours duration	Energy (MWh)	Fuel used (10 ⁶ Btu)	Fuel cost (R)
1	40	20	800	9,600	9,600
	80	80	6,400	64,000	64,000
			7,200	73,600	73,600
2	20	20	400	4,800	9,600
			7,600	78,400	83,200

Note that these two units can easily supply the expected loads. If a third unit were available it would not be used, except as standby reserve.

EXAMPLE 8B

Next let us consider the effects of the random forced outages of these units and compute the expected production costs. This example situation contains relatively few possible events so that the expected operation of each unit may be determined by enumeration of all the possible outcomes. For this procedure it is easiest at this point to utilize the load density rather than the load-distribution function.

Load level by load level the operation and generation of the two units are as follows.

1. Load = 40 MW; duration 20 h

Unit 1	On-line	20 h
	Operates	$0.95 \times 20 = 19 \text{ h}$
	Output	40 MW
	Energy	$19 \times 40 = 760 \text{ MWh}$

Unit 2 On-line 1 h
 Operates $0.9 \times 1 = 0.9$ h
 Output 40 MW
 Energy $0.9 \times 40 = 36$ MWh

Load energy = 800 MWh
 Generation = 796 MWh
 Unserved energy = 4 MWh
 Shortages 40 MW for 0.1 h

2. Load = 80 MW; duration 60 h

Unit 1 On-line 60 h
 Operates $0.95 \times 60 = 57$ h
 Output 80 MW
 Energy $57 \times 80 = 4560$ MWh

Unit 2 On-line 60 h total
 Operates $0.9 \times 3 = 2.7$ h
 Output 40 MW
 Energy $2.7 \times 40 = 108$ MWh

Load energy = 4800 MWh
 Generation = 4668 MWh
 Unserved energy = 132 MWh
 Shortages 80 MW for 0.3 h = 24 MWh
 40 MW for 2.7 h = 108 MWh
 132 MWh

3. Load = 100 MW; duration 20 h

Unit 1 On-line 20 h
 Operates $0.95 \times 20 = 19$ h
 Output 80 MW
 Energy $19 \times 80 = 1520$ MWh

Unit 2 On-line 20 h
 Operates as follows:

- a. Unit 1 on line and operating 19 h
 Unit 2 operates $0.9 \times 19 = 17.1$ h

Output 20 MW
 Energy $17.1 \times 20 = 342$ MWh
 Shortage 20 MW for 1.9 h

- b. Unit 1 supposedly on-line, but not operating 1 h
 Unit 2 operates $0.9 \times 1 = 0.9$ h

Output 40 MW
 Energy $0.9 \times 40 = 36$ MWh
 Shortages 100 MW for 0.1 h
 60 MW for 0.9 h

Load energy = 2000 MWh
 Generation = 1898 MWh
 Unserved energy = 102 MWh
 Shortages 100 MW for 0.1 h = 10 MWh
 60 MW for 0.9 h = 54 MWh
 20 MW for 1.9 h = 38 MWh
 102 MWh

Because this example is so small it has been necessary to make an arbitrary assumption concerning the commitment of the second unit. The assumption made is that the second unit will be on-line for any load level that equals or exceeds the capacity of the first unit. Thus the second unit is on-line for the 60-h duration of the 80 MW load. This assumption agrees with the algorithm developed later in the chapter.

The enumeration of the possible states is not quite complete. We have accounted for the periods when the load is satisfied and the times when there will be a real shortage of capacity. In addition, we need to separate the periods when the load is satisfied into periods where there is excess capability (more generation than load) and periods when the available capacity exactly matches the load (generation equals load). The latter periods are called *zero MW shortage* because there is no reserve capacity in that period. This information is needed in case an additional unit becomes available or emergency capacity needs to be purchased. This additional capacity would need to be operated during the entire period of a zero MW shortage because the occurrence of a real shortage is a random event depending on the failure of an operating generator.

For this example there are two such periods, one during the 40 MW load period and the other during the 80 MW load period. That is, the additional "zero MW shortage" conditions occur during those periods when the load is supplied precisely with no additional available capacity. Therefore, to the shortage events presented previously we add the following.

Load	Duration	Unit 1	Unit 2	Zero reserve expected duration
1. 40 MW	20 h	Out	In	$0.05 \times 0.9 \times 20 = 0.9$
2. 80 MW	60 h	In	Out	$0.95 \times 0.1 \times 60 = 5.7$
				6.6 h

These "0 MW shortage" events are of significance in dispatching any additional supply since their total expected duration determines the number of hours they will be required.

All these events may be presented in an orderly fashion. Since each unit may be either on or off and there are three loads, the total number of possible events is $3 \times 2 \times 2 = 12$. These are summarized along with the consequence of each event in Table 8.2.

Now, having enumerated all the possible operating events, it is possible to compute the expected production costs and shortages. Recall from Example 8A

TABLE 8.2 Summary of All Possible States

Load (MW)	Duration (h)	Event no.	Unit 1		Unit 2		Duration (h)	Combined event
			Status*	Power (MW)	Status*	Power (MW)		
40	20	1	1	40	1	0	17.1	Load satisfied; unit 2 not required
		2	1	40	0	0	1.9	Same as event no. 1
		3	0	0	1	40	0.9	Load satisfied; 0 MW shortage 0.9 h
		4	0	0	0	0	0.1	40 MW shortage 0.1 h
80	60	5	1	80	1	0	51.3	Load satisfied; unit 2 not required
		6	1	80	0	0	5.7	Load satisfied; 0 MW shortage 5.7 h
		7	0	0	1	40	2.7	40 MW shortage 2.7 h
		8	0	0	0	0	0.3	80 MW shortage 0.3 h
100	20	9	1	80	1	20	17.1	Load satisfied
		10	1	80	0	0	1.9	20 MW shortage 1.9 h
		11	0	0	1	40	.9	60 MW shortage 0.9 h
		12	0	0	0	0	.1	100 MW shortage 0.1 h

* Under "Status" a 1 denotes available and a 0 denotes unavailable.

that the operating cost characteristics of the two units are

$$F_1 = 160 + 8 P_1, \text{ R/h}$$

and

$$F_2 = 160 + 16 P_2, \text{ R/h}$$

and the fuel costs are 1 and 2 R/10⁶ Btu, respectively. The calculated operating costs considering forced outages may be summarized as follows.

Unit	Hours on-line	Total expected operating hours	Expected energy generation (MWh)	Expected fuel use (10 ⁶ Btu)	Expected production cost (R)
1	100	95.0	6840	69,920	69,920
2	81	72.9	522	10,008	20,016
Totals			7362	79,928	89,936

The expected production costs for unit 1 are

$$= 95 \text{ h} \times 160 \text{ R/h} + 6840 \text{ MWh} \times 8 \text{ R/MWh}$$

and for unit 2

$$= 72.9 \text{ h} \times 160 \text{ R/h} + 522 \text{ MWh} \times 16 \text{ R/MWh}$$

Note that compared to the results of Example 8A, the fuel consumption has increased 1.95% over that found neglecting random forced outages and the total cost has increased 8.1%. This would be increased even more if the unserved energy, 238 MWh, were to be supplied by some high cost emergency source.

The expected unserved demands and energy may be summarized from the preceding data as shown in Table 8.3.

TABLE 8.3 Unserved Load

Unserved demand (MW)	Duration of shortage (h)	Unserved energy (MWh)	Duration of given shortages or more (h)
0	6.6	0	12.6
20	1.9	38	6.0
40	2.8	112	4.1
60	0.9	54	1.3
80	0.3	24	0.4
100	0.1	10	0.1
Totals	12.6	238	

The last column is the distribution of the need for additional capacity; $TP_n(x)$, referred to previously, computed after the two units have been scheduled. Data such as these are computed in probabilistic production cost programs to provide

probabilistic measures of the generation system adequacy (i.e., reliability). If costs are assigned to the unsupplied demand and energy either to represent replacement costs for emergency purchases of capacity and energy or to represent the economic loss to society as a whole, when the system fails to meet the expected load, then these data will also provide an economic measure of the generation system.

This relatively simple example leads to a lengthy series of computations. The results point out the importance of considering random forced outages of generating units when production costs are being computed for prolonged future periods. The small size of this example tends to magnify the expected unserved demand distribution. In order reliably to supply a peak demand of 100 MW with a small number of units, the total capacity would be somewhere in the neighborhood of 200 MW. On the other hand, the relatively low forced outage rates of the units used in Example 8B tend to minimize the effects of outages on fuel consumption. Large steam turbine generators of 600 MW capacity, or more, frequently exhibit forced outage rates in excess of 10%.

It should also be fairly obvious at this point that the process of enumerating each possible state in order to compute expected operation, energy generation, and unserved demands cannot be carried much further without an organized and efficient scheduling method. For N_L load levels and N units, each of which may be on or off, there are $N_L \times 2^N$ possible events to enumerate. The next section will develop the type of procedure that is found in many probabilistic production cost programs.

8.3 PROBABILISTIC PRODUCTION COST PROGRAMS

Until the 1970s, production cost estimates were usually computed on the basis that the total generating capacity is always available except for scheduled maintenance outages. Operating experience indicates that the forced outage rate of thermal-generating units increases with the unit size. Power system energy production costs are adversely affected by this phenomena because the frequent long-duration outages of the more efficient base-load units require running the less efficient, more expensive plants at higher than expected capacity factors* and the importation of emergency energy. Some utility systems have reported the operation of peaking units for more than 150 h each month when these same units were originally justified under the assumption that they would be run only a few hours per month, if at all.

The period of time when the available generation is less than the expected load and the calculated quantities of power and energy required to be imported because of random failures (i.e., forced outages) are used as measures of system reliability or, more properly, generation system adequacy. The maximum emergency import

* Capacity factor is defined as follows.

$$\frac{\text{MWh generated by the unit}}{(\text{Number of hours in the period of interest})(\text{Unit full-load MW capacity})}$$

Thus a higher value (close to unity) indicates that a unit was run most of the time at full load. A lower value indicates the unit was loaded below full capacity most of the time or was shut down part of the time.

power and total energy imported are different dimensions of the same measure. These quantities and the expected shortage duration are useful as sensitive indicators of the need for additional capacity or interconnection capability.

8.3.1 Probability Methods and Uses in Generation Planning

Prior to developing the probabilistic production cost model procedure, we will digress to review basic probability methods and their application in evaluating generation-system reliability. The major application of probability methods in power systems has been primarily in the area of planning generating capacity requirements. This application, no matter what particular technique is used, assigns a probability to the generating capacity available, describes the load demands in some manner, and provides a numerical measure of the probability of failing to supply the expected power or energy demands. By defining a standard *risk level* (i.e., a standard or maximum probability of failure) and allowing system load demands to grow as a function of time, these probability methods may be utilized to calculate the time when new generating capacity will be required.

Three general categories of probability methods and measures have been developed and applied to the generation planning problem. These are

1. The loss-of-load method.
2. The loss-of-energy method.
3. The frequency and duration method.

The first measures reliability as the probability of meeting peak loads (or its converse, the failure probability). The second uses as a reliability measure the expected loss of energy. The frequency and duration method is based on a somewhat different approach. It calculates the expected frequencies of outages of various amounts of capacity and their corresponding expected durations. These calculated values are then used with appropriate, forecasted loads and reliability standards to establish capacity reserve margins.

The mathematical techniques used are straightforward applications of probability methods. First, to review combined probabilities, let

$P(A)$ = probability that event A occurs

$P(B)$ = probability that event B occurs

$P(A \cap B)$ = joint probability that A and B occur together

$P(A \cup B)$ = probability that either A occurs by itself, or B occurs by itself, or A and B occur together.

Conditional probabilities will be omitted from this discussion. [A *conditional probability* is the probability that A will occur if B already has occurred and may be expressed $P(A/B)$].

A few needed rules from combinatorial probabilities are

1. If A and B are independent events (i.e., whether A occurs or not has no bearing on B), then the joint probability that A and B occur together is, $P(A \cap B) = P(A) P(B)$.
2. If the favorable result of an event is for A or B or both to occur, then the probability of this favorable result is $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
3. If in rule 2, A and B are "mutually exclusive" events (i.e., if one occurs, the other cannot), then $P(A \cap B) = 0$ and $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
4. The number of combinations of n things taken r at a time is given by the formula

$${}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (8.2)$$

5. In general, the probability of exactly r occurrences in n trials of an event that has a constant probability of occurrence p is

$$P_n(r) = {}_nC_r p^r q^{n-r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r q^{n-r} \quad (8.3)$$

where $q = 1 - p$

Rule 5 is a generalized form of the binomial expansion, applying to all terms of the binomial $(p + q)^n$. This distribution has had widespread use in generating-system probability studies. For example, assume that a generation system is composed of four identical units and that each of these units has a probability of being in service at any randomly chosen time of p . The probability of its being out of service is $q = 1 - p$. Assume that each machine's behavior is independent of the others. Then, a table may be constructed showing the probability of having 4, 3, 2, 1, and none in service.

Number in service	Probability of occurrence
4	$P(4) = {}_4C_4 p^4 q^{4-4} = \frac{4!}{4!(4-4)!} p^4 = p^4$
3	$P(3) = {}_4C_3 p^3 q^{4-3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} p^3 q = 4p^3 q$
2	$P(2) = {}_4C_2 p^2 q^{4-2} = \frac{4!}{2!(4-2)!} p^2 q^2 = 6p^2 q^2$
1	$P(1) = {}_4C_1 p^1 q^{4-1} = \frac{4!}{1!(4-1)!} p q^3 = 4p q^3$
0	$P(0) = {}_4C_0 p^0 q^{4-0} = \frac{4!}{0!(4-0)!} q^4 = q^4$

In this table, each of the probabilities is a term of the binomial expansion of the form:

$${}_nC_m p^m q^{4-m}$$

where m is the number of units in service.

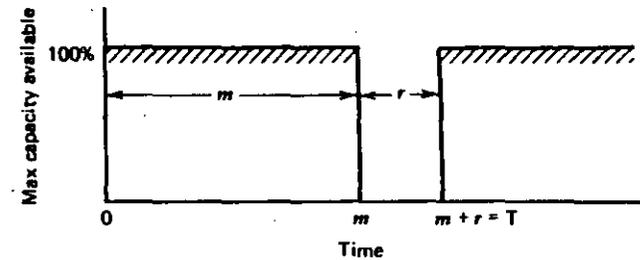


FIG. 8.7 Average availability cycle for a unit with two states.

These relationships assume a long-term average availability cycle as shown in Figure 8.7 for a given unit. In this long-term average cycle,

m = average time available before failures

r = average repair time

$T = m + r$ = mean time between failures

Using these definitions for the generator taken as a binary state device,

$$p = \frac{m}{T} = \text{"innage rate" (per unit)}$$

$$q = 1 - p = \frac{r}{T} = \text{"outage rate" (per unit)}$$

Generating units may also be considered to be multistate devices when each state is characterized by the maximum available capacity and the probability of existence of that particular state. For instance, a large unit may have a forced reduction in output of, say, 20% of its rating when one boiler feed pump is out of service. This may happen 25% of the total time the unit is supposed to be available. In this case each unit state, (j) can be characterized by

$C(j)$ = maximum capacity available in state (j)

$p(j)$ = probability that the unit is in state (j)

where $\sum_{j=1}^n p(j) = 1.0$

$C(1) = 0$ (unit down)

$C(n) = 100\%$ capacity (unit at full capacity)

In the probabilistic production cost calculations that follow we will attach other parameters to a state such as incremental cost for loading the unit between $C(j-1)$ and $C(j)$ MW.

The use of reliability techniques based on probability mathematics for generation planning frequently involves the construction of tables that show capacity on outage and the corresponding probability of that much, or more, capacity being on outage. The binomial probability distribution is cumbersome to use in practical

computations. We will illustrate the simple numerical convolution using recursive techniques that are useful and efficient in handling units of various capacities and outage rates. The model of the generating capacity to be developed in this case is a table such as the following.

k	O_k generating capacity outage	Probability of occurrence of O_k or greater = $P_0(O_k)$
1	0 MW	1.000000
2	15 MW	0.950000
3	25 MW	0.813000
4	35 MW	0.095261
...

On this table

k = index showing the entry number

O_k = generating capacity outage, MW

$P_0(O_k)$ = cumulative probability = probability of the occurrence of an outage of O_k , or larger

This probability is a distribution rather than the density described with the binomial probability. It is a cumulative value rather than an exact probability (i.e., "exact" means probability density function).

Let each machine of the previously discussed hypothetical four-machine system be rated 10 MW, and let $p(k)$ be the exact probability of occurrence of a particular event characterized by a given outage value. The table started previously may be expanded into Table 8.4. The function $P(O_k)$ is monotonic, and it should be obvious that the probability of having a zero or larger capacity outage is 1.0.

Since all generators do not have the same capacity or outage rate, the simple relationship for the binomial distribution in Table 8.4 does not hold in the general case. Beside the unit capability, the only other parameter associated with a generator in this technique is the average outage existence rate, q .

A simple recursive algorithm exists to add a unit to an existing outage probability table. Suppose an outage probability table exists that gives

$P_0(x)$ versus x

TABLE 8.4 Outage Probabilities

k	No. of machines in service	MW outage O_k	$p(k)$ = exact probability of outage O_k	$P(O_k)$ = probability of outage O_k , or larger
1	4	0	p^4	$p^4 + 4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4 \equiv 1.0$
2	3	10	$4p^3q$	$4p^3q + 6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4$
3	2	20	$6p^2q^2$	$6p^2q^2 + 4pq^3 + q^4$
4	1	30	$4pq^3$	$4pq^3 + q^4$
5	0	40	q^4	q^4

Installed capacity = 40 MW.

where $P_0(x)$ = probability of x MW or more on outage
 x = MW outage state

Now suppose you wish to add an "n-state" unit to the table that is described by

$p(j)$ = probability unit is in state j

$C(j)$ = maximum capacity of state j

$C(n)$ = capacity of unit

$O_j = C(n) - C(j)$ = MW outage for state j

Then the new table of outage probabilities may be found by a numerical convolution:

$$P'_0(x) = \sum_{j=1}^n p(j)P_0(x - O_j) \quad (8.4)$$

where $P_0(\leq 0) = 1.0$

This algorithm is an application of the combinational rules for independent, mutually exclusive "events." Each term of the algorithm is made up of (1) the event that the new unit is in state j with an outage O_j MW, and (2) the event that the "old" system has an outage of $(x - O_j)$ MW. The combined event therefore has an outage of x , or more, MW.

EXAMPLE 8C

Assume we have a generating system consisting of the following machines with their associated outage rate.

MW	Outage rate
10	0.02
10	0.02
10	0.02
10	0.02
5	0.02

The exact probability outage table for the first four units could be calculated using the binomial distribution directly and would result in the following table.

MW outage x	Exact probability $p(x)$	Cumulative probability $P_0(x)$
0	0.922368	1.000000
10	0.075295	0.077632
20	0.002305	0.002337
30	0.000032	0.000032
40	0	0

Now, the fifth machine can exist in either of two states: (1) it is in service with a probability of $p = 1 - q = 0.98$ and no additional system capacity is out, or (2) it is out of service with a probability of being in that state of $q = 0.02$ and 5 MW additional capacity is out of service.

The resulting outage-probability table will have additional outages because of the new combinations that have been added. This can be easily overcome by expanding the table developed for four machines to include these new outages. This is shown in Table 8.5 along with an example where the fifth, 5 MW, unit is added to the table.

TABLE 8.5 Adding Fifth Unit

x MW	$P_d(x)$	$0.98 P_d(x)$	$0.02 P_d(x - 5)$	$P_d'(x)$
0	1.000000	0.980000	0.020000	1.000000
5	0.077632	0.076079	0.020000	0.096079
10	0.077632	0.076079	0.001553	0.077632
15	0.002337	0.002290	0.001553	0.003843
20	0.002337	0.002290	0.000047	0.002337
25	0.000032	0.000031	0.000047	0.000078
30	0.000032	0.000031	0	0.000031
35	0	0	0	0
40	0	0	0	0
45	0	0	0	0

The correctness of this approach and resulting table may be seen by calculating the exact state probabilities for all possible combinations. That is,

MW out x	Exact probability p(x)
New machine in service	
0 + 0	$0.922368 \times 0.98 = 0.903921$
10 + 0	$0.075295 \times 0.98 = 0.073789$
20 + 0	$0.002305 \times 0.98 = 0.002258$
30 + 0	$0.000032 \times 0.98 = 0.000031$
40 + 0	$0 \times 0.98 = 0$
New machine out of service	
0 + 5 = 5	$0.922368 \times 0.02 = 0.018447$
10 + 5 = 15	$0.075295 \times 0.02 = 0.001506$
20 + 5 = 25	$0.002305 \times 0.02 = 0.000047$
30 + 5 = 35	$0.000032 \times 0.02 = 0$
40 + 5 = 45	$0 \times 0.02 = 0$

The exact state probabilities are combined by adding the probabilities for the mutually exclusive events that have identical outages, the result is shown in Table 8.6.

TABLE 8.6 Table of Combined Probabilities

MW outage x	Exact probability p(x)	Cumulative probability $P_d'(x)$
0	0.903921	1.000000
5	0.018447	0.096079
10	0.073789	0.077632
15	0.001506	0.003843
20	0.002259	0.002337
25	0.000047	0.000078
30	0.000031	0.000031
35	0	0
40	0	0
45	0	0

Table 8.6 is the Capacity model for the five-unit system and is usually assumed to be fixed until new machines are added or a machine is retired, or the model is altered to reflect scheduled maintenance outage.

This model was constructed using maximum capacities and calculating capacity outage probability distributions. Similar techniques may be used to construct available capacity distributions. A similar convolution is used in the probabilistic production cost computations developed in the next section. The form of the distribution is different because we are dealing with a scheduling problem rather than with the static, long-range planning problem. In the present case we are interested in a distribution of capacity outage probabilities; in the scheduling problem we require a distribution of unserved load probabilities.

8.3.2 Probabilistic Production Cost Computations

Production cost programs that recognize unit forced outages and that compute the statistically expected energy production cost have been developed and used widely. Mathematical methods based on probability methods make use of probabilistic models of both the load to be served and the energy and capacity resources. The models of the generation need to represent the unavailability of basic energy resources (i.e., hydro availability), the random forced outages of units, and the effects of contracts for energy sales and/or purchases. The computation may also include the expected costs of emergency energy over the tie lines sometimes referred to as the *cost of unsupplied energy*.

The basic difficulties that were noted when using deterministic approaches to the calculation of system production costs were

1. The base-load units of a system are loaded in the models nearly 100% of an interval.
2. The midrange, or "cycling," units are loaded for periods that depend on their priority rank and the shape of the load duration curve.

3. For any system with reasonably adequate reserve level, the peaking units have nearly zero capacity factors.

These conditions are, in fact, all violated to a greater or lesser extent whenever random unit forced outages occur on a real system. The remainder of this chapter outlines specific techniques for developing probabilistic production costs.

The unavailability of thermal-generating units due to unexpected, randomly occurring outages is fairly high for large-sized units. Values of 10 to 20% are common for full forced outages. That is, for a full forced outage rate of q , per unit, the particular generating unit is completely unavailable for $100q$ percent of the time it is supposed to be available. Generating units also suffer partial outages where the units must be derated (i.e., run at less than full capacity) for some period of time due to the forced outage of some system component (e.g., a boiler feed pump or a fan motor). These partial forced outages may reach very significant levels. It is not uncommon to see data reflecting a 25% forced reduction in maximum generating unit capability for 20% of the time it is supposed to be available.

Data on unit outage rates were collected and processed in the past in the United States by the Edison Electric Institute, an association of investor-owned utilities. This important function is now done by the National Electric Reliability Council. The collection and processing of these data is an important and difficult task. Performance data of this nature are essential if rational projections of component and system unavailability are to be made.

In the developments that follow it is assumed that data are available describing generating units in the following format.

Maximum power output available (MW)	Probability unit is available to load to this power (per unit)	Cost of generating maximum available ($\$/h$)
$C(1) = 0$	$p(1)$	$F(1) = \text{minimum cost}$
$C(2)$	$p(2)$	$F(2)$
$C(3)$	$p(3)$	$F(3)$
\vdots	\vdots	\vdots
$C(n) = \text{Maximum}$	$p(n)$	$F(n)$

Pictorially the unit characteristics needed are shown in Figure 8.8.

The probabilistic production cost procedure uses thermal unit heat rate characteristics (i.e., heat input rate versus electric power output) that are linear segments. This type of heat rate characteristic is essential to the development of an efficient probabilistic computational algorithm since it results in stepped incremental cost curves. This simplifies the economic scheduling algorithm since any segment is fully loaded before the next is required. These unit input-output characteristics may have any number of segments so that a unit may be represented with as much detail as is desired. Unit thermal data are converted to cost per hour using fuel costs and other operating costs as is the case with any economic dispatching technique.

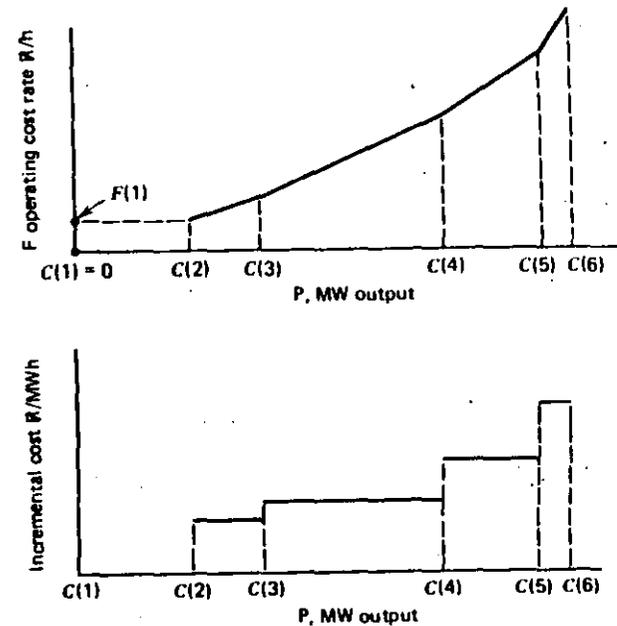


FIG. 8.8 Unit characteristics.

8.3.3. Simulating Economic Scheduling

The probabilistic production cost model simulates economic loading procedures and constraints. Fuel budgeting and planning studies utilize suitable approximations in order to permit the probabilistic computation of expected future costs. For instance, unit commitment will usually be approximated using a priority order. The priority list might be computed on the basis of average cost per megawatt-hour at full load with units grouped in blocks by minimum downtime requirements, taking the longest first. Within each block of units with similar downtimes, units could be ordered economically by average cost per megawatt-hour at full load.

With unit commitment order established, the various available loading segments can be placed in sequence in order of increasing incremental costs. The loading of units in this fashion is identical to using equal incremental cost scheduling where input-output curves are made up of straight-line segments. Finally, emergency sources (i.e., tie lines or pseudo tie lines) are placed last on the loading order list. The essential differences between the results of the probabilistic procedure and the usual economic dispatch computations is that all the units will be required if the forced outages are considered.

"Must-run" units are usually designated in these computations by requiring minimum downtimes equal to or greater than a week (i.e., $7 \times 24 = 168$ h or more). These base-load units are committed first. After the must-run units are committed,

they must supply their minimum power. The next lowest cost block of capacity may be either a subsequent loading segment on a committed unit or a new unit to be committed. (Remember that units must be committed before they are loaded further.) Following this or a similar procedure results in a list of unit loading segments, arranged in economic loading order, which is then convenient and efficient to use in the probabilistic production cost calculations and to modify for each scheduling interval.

Storage hydro units and system sales/purchase contracts for interconnected systems must also be simulated in production cost programs. The exact treatment of each depends on the constraints and costs involved. For example, a monthly load model might be modified to account for storage hydro by *peak shaving*. In the peak-shaving approach the hydro unit production is scheduled to serve the peak load levels ignoring hydraulic constraints (but not the capacity limit) and assuming a single incremental cost curve for the thermal system for the entire scheduling interval. This can be done taking into account both hydro-unit forced outages and hydro-energy availability (i.e., amount of interval energy available versus the probability of its being available). System purchases and sales are often simulated as if they were stored energy systems. Sales (or purchases) from specific units are more difficult to model, and the modeling depends on the details of the contract. For instance, a "pure" unit transaction is made only when the unit is available. Other "less pure" contracts might be made where the transaction might still take place using energy produced by other units under specified conditions.

8.3.4 Scheduling Procedures

In the probabilistic production cost approach the load is modeled as it was in the previously illustrated load-duration curve approach as a probability distribution expressed in terms of hours that the load is expected to equal or exceed the value on the horizontal axis. This is a monotonically decreasing function with increasing load and could be converted to a "pure" probability distribution by dividing by the number of hours in the load interval being modeled. This model is illustrated in Figures 8.2, 8.3, 8.5, and 8.6. Therefore, each load-duration curve is treated either as a cumulative probability distribution,

$$P_n(x) \text{ versus } x$$

where $P_n(x)$ = probability of needing x MW, or more, or when expressed in hours, it is $TP_n(x)$, where T is the duration of the particular time interval. Also,

$$P_n(x) = 1 \quad \text{for } x \leq 0$$

The load distribution is usually expressed in a table, $TP_n(x)$, which may be fairly short. The table needs to be only as long as the maximum load divided by the uniform MW interval size used in constructing the table. In applying this approach to a digital computer, it is both convenient and computationally efficient to think in terms of regular discrete steps and recursive algorithms. Various load-duration curves for the entire interval to be studied are arranged in the sequence to be used in

the scheduling logic. There is no requirement that a single distribution $P_n(x)$ be used for all time periods. In developing the unit commitment schedule it is necessary to verify not only that the maximum load plus spinning reserve is equal to or less than the sum of the capacities of the committed units but also that the sum of the minimum loading levels of the committed units is not greater than the minimum load to be served.

A number of different descriptions in the literature are used to explain this probabilistic procedure of thermal unit scheduling. The one following has been found to be the easiest to grasp by someone unfamiliar with this procedure and is theoretically sound. If there is a segment of capacity with a total of C MW available for scheduling, and if we denote:

$$q = \text{the probability that } C \text{ MW are unavailable} \\ \text{(i.e., its unavailability)}$$

and

$$p = 1 - q \\ = \text{the probability or "availability" of its segment}$$

then after this segment has been scheduled the probability of needing x MW or more is now $P'_n(x)$. Since the occurrence of loads and unexpected unit outages are statistically independent events, the new probability distribution is a combination of mutually exclusive events with the same measure of need for additional capacity. That is,

$$P'_n(x) = q P_n(x) + p P_n(x + C) \quad (8.5)$$

In words, $q P_n(x)$ is the probability new capacity C is unavailable times the probability of needing x , or more, MW, and $p P_n(x + C)$ is the probability C is available times the probability $(x + C)$, or more, is needed. These two terms represent two mutually exclusive events, each representing combined events where x MW, or more, remain to be served by the generation system.

This is a recursive computational algorithm similar to the one used to develop the capacity outage distribution in Section 8.3.1 and will be used in sequence to convolve each unit or loading segment with the distribution of load not served. It should be recognized that the argument of the probability distribution can be negative after load has been supplied and that $P_n(x)$ is zero for x greater than the peak load. Initially, when only the load distribution is used to develop $TP_n(x)$, $P_n(x) = 1$ for all $x \leq 0$.

8.3.5 Scheduling Algorithm for Probabilistic Production Cost Computations

Example 8B provides an introduction to the complexities involved in an enumerative approach to the problem at hand. By extending some of the ideas presented briefly in the previous portions of this chapter, a recursive technique (i.e., algorithm) may be developed to organize the probabilistic production cost calculations.

First we note that the generation requirements for any generating segment are determined by the knowledge of the distribution $TP_n(x)$ that exists prior to the dispatch (i.e., scheduling) of the particular generating segment. That is, the value of $TP_n(0)$ determines the required hours of operation of a new unit and the area under the distribution $TP_n(x)$ for x between zero and the rating of the unit loading segment determines the requirements for energy production. Assuming the particular generation segment being dispatched is not perfectly reliable, it is unavailable for some fraction of the time it is required, and therefore there will be a residual distribution of demands that cannot be served by this particular segment because of its forced outage.

Let us represent the forced outage (i.e., unavailability) rate for a generation segment of C MW, and $TP_n(x)$, the distribution of unserved load prior to scheduling the unit. Assume the unit segment to be scheduled is a complete generating unit with an input-output cost characteristic.

$$F = F_0 + F_1 P, \text{ \$/h}$$

for $0 \leq P \leq C$ MW. The unit will be required $TP_n(0)$ hours, but on the average it will be available only $(1 - q)TP_n(0)$ hours. The energy required by the load distribution that could be served by the unit is

$$E = T \int_{x=0}^{x=C} P_n(x) dx$$

or,

$$= T \sum_{x=0}^{x=C} P_n(x) \Delta x$$

for discrete distributions. The unit can only generate $(1 - q)E$ because of its expected unavailability.

These data are sufficient to compute the expected production costs. These costs for this period are

$$= F_0 \times (1 - q)TP_n(0) + (1 - q)E F_1, \text{ \$/}$$

Having scheduled the unit, there is a residual of unserved demands due to the forced outages of the unit. The recursive algorithm for the distribution of the probabilities of unserved load presented in the previous section may be used to develop the new distribution of unserved load after the unit is scheduled. That is,

$$TP'_n(x) = q TP_n(x) + (1 - q)TP_n(x + C) \quad (8.6)$$

The process may be repeated until all units have been scheduled and a residual distribution remains that gives the final distribution of unserved demand.

Refer to the unit data described in Figure 8.8 and the accompanying text. The minimum load cost, $F(1)$, shown on this figure is associated only with the first loading segment, $C(2)$ to $C(3)$, since the demands on this portion of the unit will determine the maximum hours of operation of the unit.

A general scheduling algorithm may be developed based on these conditions. In this development we temporarily put aside until the next section some of the practical and theoretical problems associated with scheduling units with multiple steps and nonzero minimum load restrictions. The procedure shown in flowchart form on Figure 8.9 is a method for computing the expected production costs for a single time period, T hours in duration.

Besides the terms defined on Figure 8.8 we require the following nomenclature and definitions.

$i = 1, 2, \dots, i_{\max}$ ordered capacity segments to be scheduled

$c(i) = C(i + 1) - C(i)$ capacity of the i^{th} segment, MW

$dF(i) = \frac{[F(i + 1) - F(i)]}{c(i)}$ incremental cost rate for the i^{th} segment, \\$/MWh

$F_0(i)$ minimum load cost rate for i^{th} segment of unit \\$/h

$p(i)$ availability of segment i , per unit

$q(i) = 1 - p(i)$ unavailability of segment i , per unit

$x = 0, 1, 2, \dots, x_{\max}$ equally spaced load levels

MW_{step} uniform interval for representing load distribution, MW

$PRCOST(i)$ production costs for i^{th} segment, \\$/

$E, E', E'' \dots$ remaining unserved load energy

In this algorithm the energy generated by any particular loading segment of a generator is computed as the difference in unserved energy before (E) and after (E') the segment is scheduled. Since the incremental cost [$dF(i)$] of any segment is constant, this is sufficient to determine the added costs due to loading of the unit above its minimum. For initial portions of a unit, $TP_n(0)$ determines the number of hours of operation required of the unit and is used to add the minimum load operating costs. We will illustrate the application of this procedure to the system described in Examples 8A and 8B.

EXAMPLE 8D

The computation of the expected production costs using the method shown in Figure 8.9 and the procedures involved can be illustrated with the data in Example 8A. Initially we will ignore the forced outage of the two units and then follow this with an extension to incorporate the inclusion of forced outages.

With zero forced outage rates the analysis of Example 8A is merely repeated in a different format where the load-duration curve is treated as a probability distribution. Figure 8.10 shows the initial load-duration curve in part *a*; the modified curve after unit 1 is loaded is shown in part *b*, and the final curve after both units are loaded is shown in part *c*.

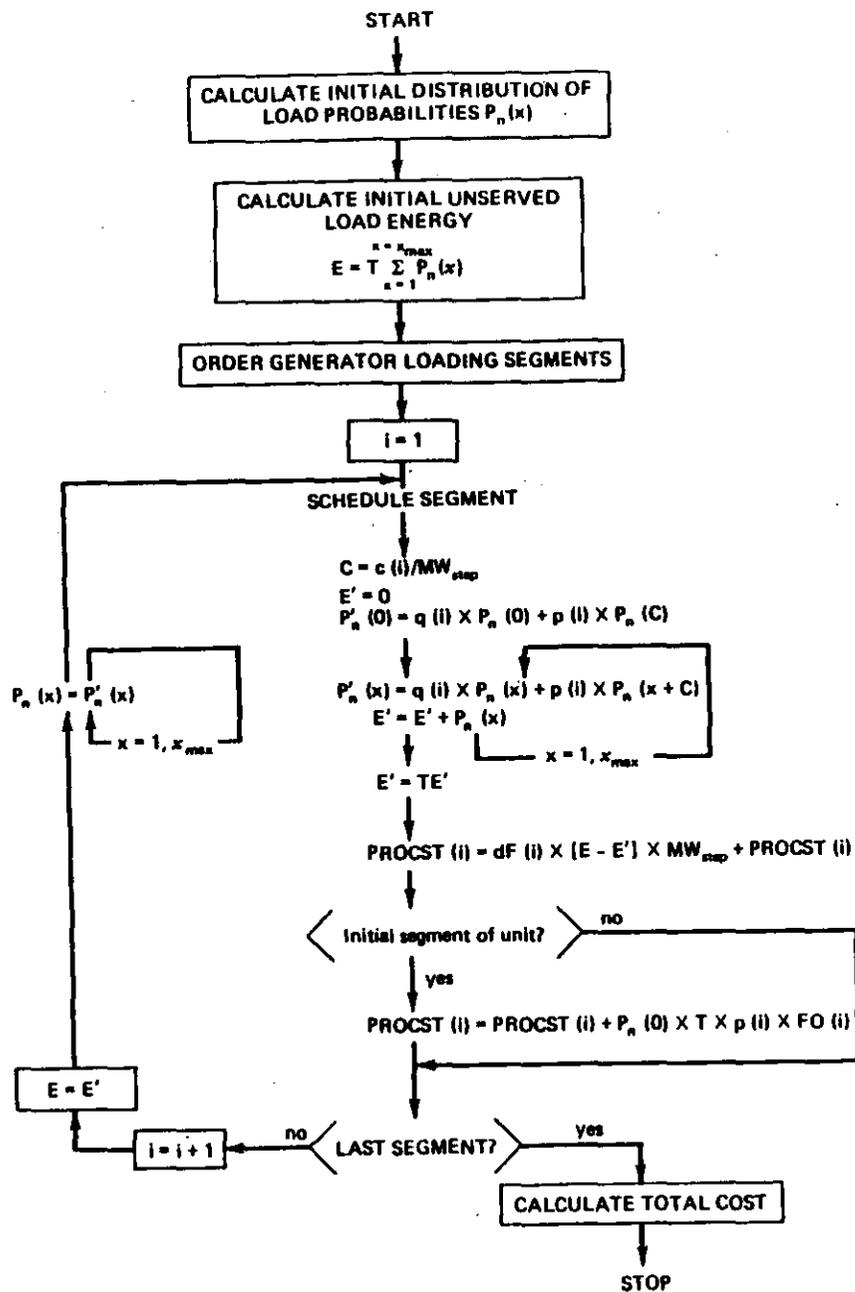


FIG. 8.9 Probabilistic scheduling method.

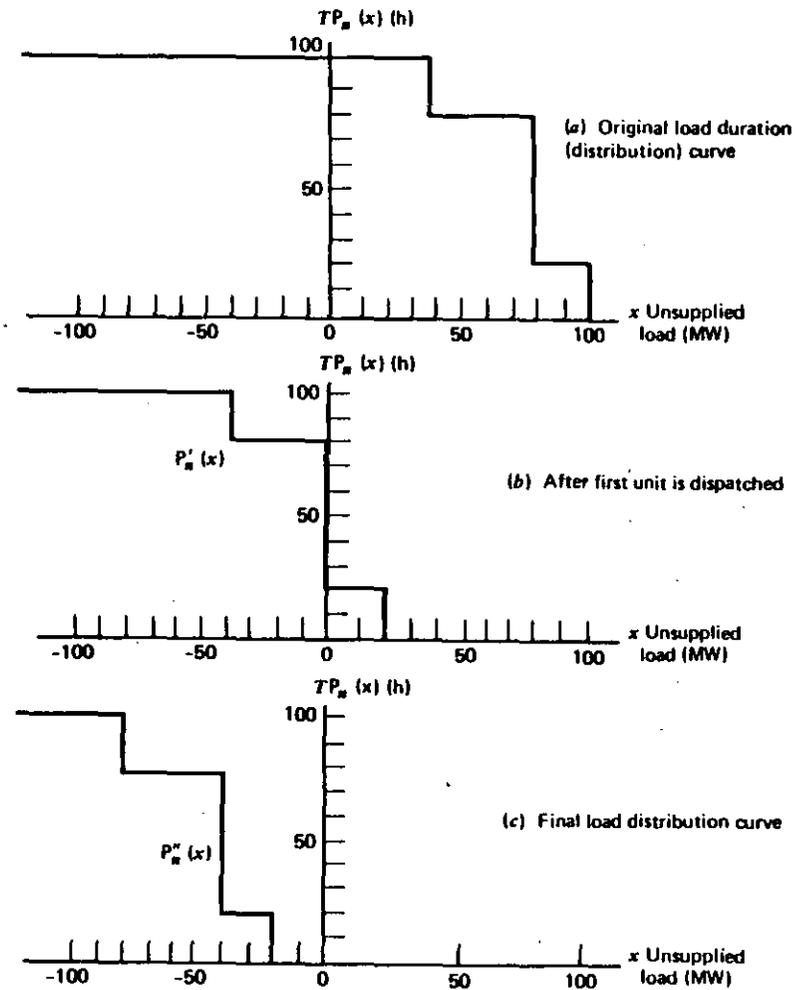


FIG. 8.10 Load-distribution curves redrawn as load probability distributions.

The computations involved in the convolutions may be illustrated in tabular format. In general, in going from the j^{th} distribution to the $(j + 1)^{\text{th}}$,

$$P_n^{j+1}(x) = q P_n^j(x) + p P_n^j(x + c)$$

where $p = 1 - q =$ innage rate of unit or segment being loaded

$x + c, x =$ unsupplied load variables (MW)

$c =$ capacity of unit (MW)

$TP_n^j(x) =$ (total duration of interval) \times (probability of needing to supply x or more MW) at j^{th} stage

TABLE 8.7 Load Probability for Unserved Loads After Scheduling Unit 1

x MW	$TP_u(x)$ (h)	$TP'_u(x) = TP_u(x + 80)$ (h)	$TP''_u(x) = TP_u(x + 40)$ (h)
0	100	80	0
20	100	20	
40	100	0	
60	80		
80	80		
100	20		
100+	0		
Energy on rhs = E		= E'	= E''

Recall that unit 1 was rated at 80 MW and unit 2 at 40 MW and for Example 8A all $q = 0$ and all $p = 1$.

Table 8.7 shows the load probability for unserved loads of 0 to 100 + MW. The range of valid MW values need not extend beyond the maximum load nor be less than zero. If you wish to consider the distribution extended to show the served load, $TP_u(x)$ may be extended to negative values. Only the energy for the positive portion of this distribution (the right-hand side or rhs) represents real load energy. A negative unsupplied energy is, of course, an energy that has been supplied.

The remaining unsupplied energy levels at each step are denoted on the bottom of each column in Table 8.7 and are computed as follows.

$$E = 100 \times 20 + 80(80 - 20) + 40 \times (100 - 80), \text{ MWh}$$

$$= 20h \times (100 + 100 + 80 + 80 + 20) \text{ MW}$$

$$= 7600 \text{ MWh}$$

$$E' = 20 \times (20) = 400 \text{ MWh}$$

$$E'' = 0$$

Unit 1 was on line 100 h and generated $7600 - 400 = 7200$ MWh. Unit 2 was on line 80 h and generated 400 MWh. The unit loadings, loading levels, durations at those levels, fuel consumption, and production costs can easily be determined using these data. The numerical results are the same as shown in Example 8A. You should be able to duplicate those results using the distributions $P_u(x)$, $P'_u(x)$ and $P''_u(x)$.

Next let us consider forced outage rates for each unit. Let

$$q_1 = 0.05 \text{ per unit}$$

and

$$q_2 = 0.10 \text{ per unit}$$

be the forced outage rates of units 1 and 2, respectively. The recursive equation to obtain $P'_u(x)$ from the original load distribution, omitting the common factor T , is now

$$P'_u(x) = 0.05 P_u(x) + 0.95 P_u(x + 80)$$

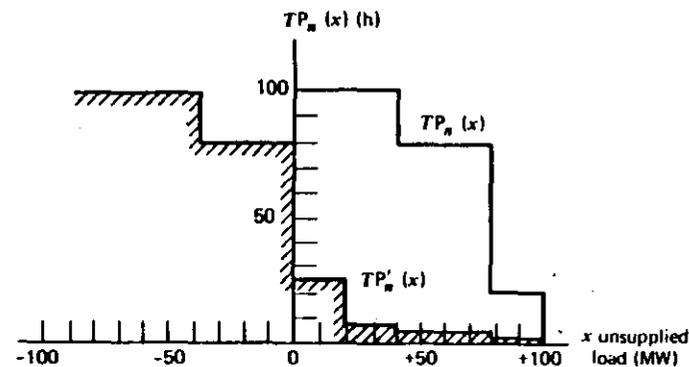


FIG. 8.11 Original and convolved load probability distributions.

The original and resultant unserved load distributions are now as follows. Figure 8.11 shows these distributions.

x (MW)	$TP_u(x)$ (h)	$TP'_u(x)$ (h)
0	100	$76 + 5 = 81$
20	100	$19 + 5 = 24$
40	100	$0 + 5 = 5$
60	80	$0 + 4 = 4$
80	80	$0 + 4 = 4$
100	20	$0 + 1 = 1$
100+	0	0
rhs Energy	7600 MWh	760 MWh

These data may be used to compute the loadings, durations, energy produced, fuel consumption, and production cost for unit 1. Unit 1 may be loaded to 80 MW for 80 h and 40 MW for a maximum of 20 h according to the distribution $TP_u(x)$ shown on Figure 8.11. The unit is available only 95% of the time on the average. The loadings and so forth for unit 1 are as follows and are identical with those from Example 8A.

Unit 1 load (MW)	Duration (h)	Energy (MWh)	Fuel used (10 ⁶ Btu)	Fuel cost (R)
40	$0.95 \times 20 = 19$	760	9,120	9,120
80	$0.95 \times 80 = 76$	6,080	60,800	60,800
		6,840	69,920	69,920

If only production cost and/or fuel consumption are required without detailed loading profiles, the production costs may be computed using the algorithm

developed. That is, the production cost of unit 1 is

$$= 160 \text{ R/h} \times 0.95 \times 100 \text{ h} + 8 \text{ R/MWh} \times (7600 - 760) \text{ MWh}$$

$$= 69,920 \text{ R}$$

The detailed loadings and durations for unit 2 may also be computed using the distribution of unserved energy after the unit has been scheduled, $TP_u^*(x)$. The unit is required 81 h, is required at zero load for $81 - 24 = 57$ h, may generate 40 MW for 5 h and 20 MW for $24 - 5 = 19$ h. The resulting generation and fuel costs are as follows.

Unit 2 load (MW)	Duration (h)	Energy (MWh)	Fuel used (10^6 Btu)	Fuel cost (R)
0	51.3	0	4,104	8,208
20	17.1	342	4,104	8,208
40	4.5	180	1,800	3,600
	<u>72.9</u>	<u>522</u>	<u>10,008</u>	<u>20,016</u>

However, the fuel consumption and production costs may be easily computed using the scheduling algorithm developed. The convolution of the second unit is done in accord with

$$P_u^*(x) = 0.1 P_u'(x) + 0.9 P_u'(x + 40)$$

where the factor T has again been omitted.

The results are shown in Table 8.8.

TABLE 8.8 Load Probability for Unserved Loads After Scheduling Unit 1 and Unit 2

x (MW)	$TP_u^*(x)$ (h)	$TP_u^*(x)$ (h)
0	81	12.6
20	24	6.0
40	5	4.1
60	4	1.3
80	4	0.4
100	1	0.1
100+	0	0
rhs Energy	760 MWh	238 MWh

With these data the production costs for unit 2 are simply

$$= 160 \text{ R/h} \times 0.90 \times 81 \text{ h} + 16 \text{ R/MWh} \times (760 - 238) \text{ MWh}$$

$$= 20,016 \text{ R}$$

The final unserved energy distribution is shown on Figure 8.12. Note that there is still an expected requirement to supply 100 MW. The probability of needing this much capacity is 0.001 per unit (or 0.1%), which is not insignificant.

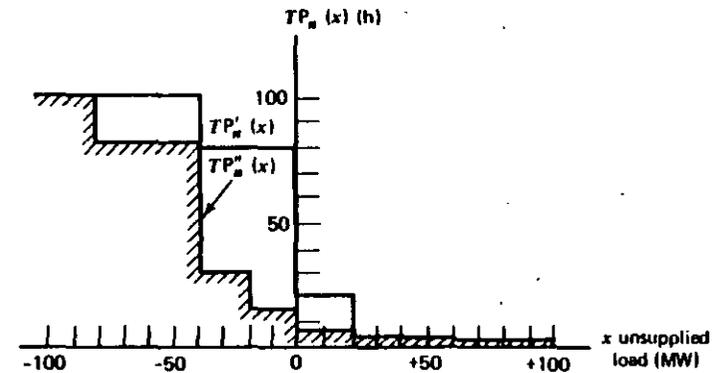


FIG. 8.12 Final distribution of unserved load.

In order to complete the example we may compute the cost of supplying the remaining 238 MWh of unsupplied load energy. This must be based on an estimate of the cost of emergency energy supply or the value of unsupplied energy. For this example let us assume that emergency energy may be purchased (or generated) from a unit with a net heat rate of 12,000 Btu/KWh and a fuel cost of 2 R/MBtu. These are equal to the heat rate and cost associated with unit 2 and are not too far out of line with the costs for energy from the two units previously scheduled. The cost of supplying this 238 MWh is then

$$238 \text{ MWh} \times 12 \text{ MBtu/MWh} \times 2 \text{ R/MBtu} = 5,712 \text{ R}$$

In summary, we may compare the results of Example 8A computed with forced outages neglected with the results from Example 8D where they have been included and an allowance has been made for purchasing emergency energy (see Table 8.9). Therefore, ignoring forced outages results in a 1.95% underestimate of fuel consumption, a complete neglect of the need for and costs of emergency energy supplies, and an 8.1% underestimate of the total production costs.

The final unsupplied energy distribution may also be used to provide indexes for the need for additional transmission and/or generation capacity. That is an entire new area, however, and will not be explored here since the primary concern of this text is the operation, scheduling, and cost for power generation.

TABLE 8.9 Results of Examples 8A and 8D Compared

	Fuel used (10^6 Btu)	Fuel cost (R)	Unsupplied energy (MWh)	Cost of emergency energy (R)	Total cost (R)
Example 8A	78,400	83,200	0	0	83,200
Example 8D	79,928	89,936	238	5,712	95,648
Difference	1,528	6,736	-	-	12,448
% Difference	1.95%	8.1%	-	-	15%

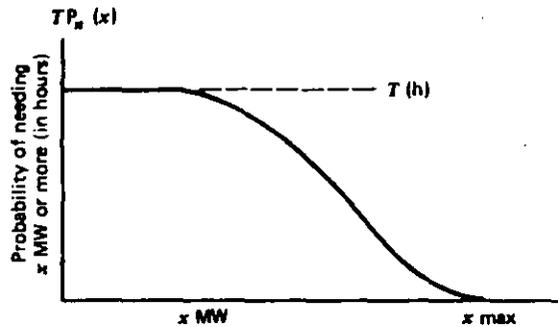


FIG. 8.13 Load probability distribution.

8.3.6 A Discussion of Some Practical Problems

Example 8D illustrated the simplicity of the basic computation of the scheduling technique used in this type of probabilistic production cost program where the load is modeled using a discrete tabular format. There are detailed complications, extensions, exceptions, and such that arise in the practical implementation of any production cost technique. This section will review the procedure used in Example 8D in a general sense and point out some of these considerations. No attempt is made to describe a complete, detailed program. The intent is to point out some of the practical considerations and discuss some of the approaches that may be used.

First, consider Figure 8.13, which shows the *cumulative load distribution* (i.e., a load-duration curve treated as a cumulative probability distribution) for an interval of T hours.

Next, assume an ordered list of loading segments as shown in Table 8.10. Units 3, 1, and 4 are to be committed initially so that the sum of their capacities at full output equals or exceeds the peak load plus capacity required for spinning reserves. If we assume only two segments for each of these three units, this commitment totals 160 MW. Assume such a table includes all the units available that subinterval. The cost data for the first three loading segments are the total costs per hour at the minimum loading levels of 20, 20 and 40 MW, respectively,

TABLE 8.10 Sample Subinterval Loading Data: Segment Data

Unit number (i)	No. (j)	P_{min} MW	P_{max} MW	Cost	Outage rate (q_j) per unit	Innage or availability rate
3	1	0	20	R/h	0.05	0.95
1	1	0	20	R/h	0.02	0.98
4	1	0	40	R/h	0.02	0.98
1	2	20+	60	R/MWh	0.05	0.95
3	2	20+	50	R/MWh	0.05	0.95
4	2	40+	50	R/MWh	0.05	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

and the remaining cost data are the incremental costs in R per MWh for the particular segment. Table 8.10 is the ordered list of loading segments where each segment is loaded, generation and cost are computed, and the cumulative load distribution function is convolved with the segment.

There are two problems presented by these data that have not been discussed previously. First, the minimum loading sections of the initially committed units must be loaded at their minimum load points. For instance, the minimum load for unit 4 is 40 MW, which means it cannot satisfy loads less than 40 MW. Second, each unit has more than one loading segment. The loading of a unit's second loading segment by considering the probability distribution of unserved load after the first segment of a unit has been scheduled would violate the combinatorial probability rules that have been used to develop the scheduling algorithm since the unserved load distribution includes events where the first unit was out of service. That is, the loading of a second or later section is not statistically independent of the availability of the previously scheduled sections of the particular unit. Both these concerns require further exploration in order to avoid the commitment of known errors in the procedure.

The situation with block-loaded units (or a nonzero minimum loading limit) is fairly easily handled. Suppose the unserved load distribution prior to loading such a block-loaded segment is $TP_n(x)$ and the unit data are

$$q = \text{unavailability rate, per unit}$$

$$p = 1 - q$$

$$c = \text{capacity of segment}$$

By *block loading* it is meant that the output of this particular segment is limited to exactly c MW. The nonzero minimum loading limit may be handled in a similar fashion.

The convolution of this segment with $TP_n(x)$ now must be handled in parts. For load demands below the minimum output, c , the unit is completely unavailable. For $x \geq c$, the unit may be loaded to c MW output. The algorithm for combining the mutually exclusive events where x , or more, MW of load remain unserved must now be performed in segments, depending on the load. For load levels, x , such that

$$x \geq c$$

the new unserved load distribution is

$$P'_n(x) = q P_n(x) + p P_n(x + c) \quad (8.7)$$

where the period length, T , has been omitted. For some loads, $x < c$, the unit cannot operate to supply the load. Let $p_n(x)$ denote the probability density of load x . In discrete form,

$$p'_n(x) = P_n(x) - P_n(x + MW_{step}) \quad (8.8)$$

where, MW_{step} = uniform interval in tabulation of $P_n(x)$. For loads equal to or greater than c , the probability of exactly x MW after the unit has been scheduled is

$$p'_n(x) = q p_n(x) + p p_n(x + c) \quad (8.9)$$

For loads less than c (i.e., $0 \leq x < c$)

$$p'_n(x) = p_n(x) + p p_n(x + c) \quad (8.10)$$

For convenience in computation, let

$$p_n(x) = (q + p) p_n(x) \quad (8.11)$$

for $0 \leq x < c$. Then for this same load range,

$$p'_n(x) = q p_n(x) + p p_n(x + c) + p p_n(x) \quad (8.12)$$

Next, the new unserved load energy distribution may be found by integration of the density function from the maximum load to the load in question. For discrete representations and for $x \geq c$,

$$P'_n(x) = q P_n(x) + p P_n(x + c) \quad (8.13)$$

For loads less than c , that is, $0 \leq x \leq c$,

$$P'_n(x) = q P_n(x) + p P_n(x + c) + p [P_n(x) - P_n(c)] \quad (8.14)$$

The last term represents those events for loads between x and c wherein the unit cannot operate. The term $[P_n(x) - P_n(c)]$ is the probability density of those loads taken as a whole. The first term, $q P_n(x)$, resulted from assuming that the unit could supply any load below its maximum.

This format for the block-loaded unit makes it easy to modify the scheduling algorithm presented previously. The effects of restriction to block loading a unit may be illustrated using the data from Example 8D.

EXAMPLE 8E

The two-unit system and load distribution of the previous example will be used with one modification. Instead of allowing the second unit to operate anywhere between 0 and 40 MW output, we will assume its operation is restricted to 40 MW only. The cost of this unit was

$$F_2 = 160 + 16 P_2, \text{ R/h}$$

so that for $P_2 = 40$ MW, $F_2 = 800$ R/h.

Recall (see Table 8.8) that after the first 80 MW unit was scheduled, the unserved load distribution was

x (MW)	$T P'_n(x)$ (h)
0	81
20	24
40	5
60	4
80	4
100	1

with an unserved load energy of 760 MWh. With a restriction to block loading, the unit is on line only 5 h. The energy it generates is therefore $5 \times 40 \times 0.9 = 180$ MWh. The new distribution of unserved load after the unit is scheduled is as follows.

x (MW)	$T P'_n(x)$ (h)	$q T P'_n(x) + p T P'_n(x + c)$	$p T [P'_n(x) - P'_n(c)]$	$T P''_n(x)$ (h)
0	81	12.6	$0.9[81 - 5]$	81.0
20	24	6.0	$0.9[24 - 5]$	23.1
40	5	4.1		4.1
60	4	1.3		1.3
80	4	0.4		0.4
100	1	0.1		0.1

with an unserved load energy of 580 MWh.

The quantitative significance of the precise treatment of block-loaded units has been magnified by the smallness of this example. In studies of practical-sized systems, block-loading restrictions are frequently ignored by removing the restriction on minimum loadings or are treated in some satisfactory, approximate fashion. For long-range studies, these restrictions usually have minor impact on overall production costs.

The analysis of the effects of the statistical dependence of the multiple-loading segments of a unit is somewhat more complicated. In the development that follows the analysis makes use of the fact that the distribution of unserved load probabilities, $T P'_n(x)$, at any point in the scheduling algorithm is independent of the order in which various units are scheduled. Only the generation and hours of operation are dependent on the scheduling order. This may easily be verified by a simple numerical example, or it may be deduced from the recursive relationship presented for $T P'_n(x)$.

Suppose we have a second section to be incrementally loaded for some machine at a point in the computations where the distribution of unserved load is $T P'_n(x)$. The outage of this second incremental loading section is obviously not statistically independent of the outage of the unit as a whole. Therefore the effect of the first section must be removed from $T P'_n(x)$ prior to determining the loading of the second segment. This is known as *deconvolution*.

For this illustration of one method for handling multiple segments we will assume:

1. The capacity of the segment extends from C_1 to C_2 where $C_2 > C_1$.
2. The first segment had a capacity of C_1 .
3. The outage rates of both segments are equal to q per unit.

In the process of arriving at the distribution $T P'_n(x)$ the initial segment of C_1 MW was convolved in the usual fashion. That is,

$$T P'_n(x) = q T P'_n(x) + p T P'_n(x + C_1) \quad (8.15)$$

The distribution $TP_n(x)$ is independent of the order in which segments are convolved. Only the loading of each segment depends on this order.

Therefore, we may consider that $TP'_n(x)$ represents an artificial distribution of load probabilities with the initial segment of the unit removed. This pseudodistribution, $TP'_n(x)$, must be determined in order to evaluate the loading on the segment between C_1 and C_2 . Several techniques may be used to recover $TP_n(x)$ from $TP'_n(x)$. The convolution equation may be solved for either $TP'_n(x)$ or $TP'_n(x+c)$. The deconvolution process is started at the maximum load if the equation is solved for $TP'_n(x)$. That is,

$$TP'_n(x) = \frac{1}{q} TP_n(x) - \frac{p}{q} TP'_n(x+c) \quad (8.16)$$

and

$$TP'_n(x) = 0 \text{ for } x > \text{maximum load}$$

We will use this procedure to illustrate the method because the procedures and algorithms discussed have not preserved the distributions for negative values of unserved load (i.e., already served loads). As a practical computational matter it would be better practice to preserve the entire distribution $TP_n(x)$ and solve the convolution equation for $TP'_n(x+c)$. That is,

$$TP'_n(x+c) = \frac{1}{p} TP_n(x) - \frac{q}{p} TP'_n(x) \quad (8.17)$$

or shifting arguments, by letting $y = x+c$

$$TP'_n(y) = \frac{1}{p} TP_n(y-c) - \frac{q}{p} TP'_n(y-c) \quad (8.18)$$

In this case the deconvolution is started at the point at which

$$-y = \text{sum of dispatched generation}$$

since

$$TP_n(y) = T$$

for all $y < -\text{sum of dispatched generation}$.

Even though we will use the first deconvolution equation for illustration, the second should be used in any computer implementation where repeated deconvolutions are to take place. Since $q \ll p$, the factors $1/q$ and p/q in the first formulation will amplify any numerical errors that occur in computing the successive distributions. We use this potentially, numerically treacherous formulation here only as a convenience in illustration.

To return, we obtain the deconvolved distribution $TP'_n(x)$ by removing the effects of the first loading segment. Then the loading of the second segment from C_1 to C_2 is determined using $TP'_n(x)$, and the new, remaining distribution of unserved load is obtained by adding the total unit of C_2 MW to the distribution so that

$$TP'_n(x) = q TP'_n(x) + p TP'_n(x+C_2) \quad (8.19)$$

EXAMPLE 8F

Assume that in our previous examples the first unit had a total capacity of 100 MW instead of 80. This last segment might have an incremental cost rate of 20 $\$/\text{MWh}$ so that it would not be dispatched until after the second unit had been used. Assume the outage rate of 0.05 per unit applies to the entire unit. Let us determine the loading on this second section and the final distribution of unserved load.

The distribution of unserved load from the previous examples is

x (MW)	$TP'_n(x)$ (h)
0	12.6
20	6.0
40	4.1
60	1.3
80	0.4
100	0.1

The deconvolved distribution may be computed starting at $x = 100$ MW using Eq. 8.16 and working up the table. The table was constructed with $C = 80$ MW for the capacity of this unit. The deconvolved distribution is

$$TP'_n(100) = \frac{0.1}{0.05} = 2$$

$$TP'_n(80) = \frac{0.4}{0.05} = 8$$

⋮

The new distribution, adding the entire 100 MW unit, is determined using $C_2 = 100$ MW and is

$$TP'_n(x) = 0.05 TP'_n(x) + 0.95 TP'_n(x+100)$$

The results are as follows.

x (MW)	$TP_n(x)$ (h)	$TP'_n(x)$ (h)	$TP'_n(x)$ (h)
0	12.6	100	6.9
20	6.0	82	4.1
40	4.1	82	4.1
60	1.3	26	1.3
80	0.4	8	0.4
100	0.1	2	0.1
Energy	238 MWh		200 MWh

Thus, the second section of the first unit generates 38 MWh.

This computation may be verified by examining the detailed results of Example 8B where the various load and outage combination events were enumerated. At a load of 100 MW the second segment of unit 2 would have been loaded to the extent shown by this example. You should be able to identify two periods where the second section would have reduced previous shortages of 0 and 20 MW. This procedure and the example are theoretically correct but computationally tedious. Furthermore, the repeated deconvolution process may lead to numerical round-off errors unless care is taken in any practical implementation.

Frequently there are approximations made in treating sequential loading segments. These are usually based on the assumption that the subsequent loading sections are independent of the previously loaded segments. That is, that they are equivalent to new, independent units with ratings that are equal to the capacity increment of the segment. When these types of approximations are made, they are justified on the basis of numerical tests. They generally perform more than adequately for larger systems but should be avoided for small systems.

The two extensions discussed here are only examples of the many extensions and modifications that may be made. The computations of expected production costs may be made as a function of the load to be served. These characteristics may be used as pseudogenerators in scheduling hydroelectric plants, pumped-storage units, or units with limited fuel supplies.

There have been further extensions in the theoretical development as well. It is quite feasible to represent the distribution of available capacity by the use of suitable orthogonal polynomials. Gram-Charlier series are frequently used to model probabilistic phenomena. They are most useful with a reasonably uniform set of generator capacities and outage rates. By representing the expected load distribution also as an analytic function it is possible to develop analytical expressions for unserved energy distributions and expected production costs. Care must be exercised in using these approximations when one or two very large generators are added to systems previously composed of a uniform array of capacities. We will not delve further into this area in this text. The remainder of the chapter is devoted to a further example and problems.

8.4 SAMPLE COMPUTATION AND EXERCISE

The discussion of the probabilistic techniques is more difficult than their performance. We will illustrate the method further using a three-unit system. The heart of the technique is the convolution of the probability distribution of needing x , or more, MW, $TP_n(x)$, with the various states of the unit and calculating the energy generation and production cost in the process.

The three generating units each may be loaded from 0 MW to their respective ratings. For ease of computation, we assume linear input-output cost curves and only full forced outage rates (that is, the unit is either completely available or completely unavailable). The unit data are as follows.

Unit no.	Maximum rating (MW)	Input-output cost curve (R/h)	Full forced outage rate (per unit)
1	60	$60 + 3 P_1$	0.2
2	50	$70 + 3.5 P_2$	0.1
3	20	$80 + 4 P_3$	0.1

In these cost curves P_i are in MW. In addition, the system is served over a tie line. Emergency energy is available without limit (MW or MWh) at a cost rate of 5 R/MWh.

The load model is a distribution curve for a 4-week interval (a 672-h period). That is, the expected load is as shown in Table 8.11. The total load energy is 43,680 MWh

8.4.1 No Forced Outages

The economic dispatch of these units for each load level is straightforward and simple. The units are listed in economic order whether measured by average cost at full load or by incremental cost. The commitment problem is ignored for this example only.

The sum of the peak load demand (100 MW) and the total capability (130 MW) is 230 MW. Therefore, the probability table of needing capacity will extend eventually from -130 MW to +100 MW. It is convenient in digital computer implementation to work in uniform MW steps. For this example we will use 10 MW.

As each unit is dispatched, the probability distribution of needing x or more MW [i.e., $P_n(x)$] is modified (i.e., convolved) using the following algorithm.

$$TP'_n(x) = TP_n(x + c) \quad (8.20)$$

where $P'_n(x)$ and $P_n(x)$ = new and old distributions, respectively

T = time period, 672 h in this instance

c = capability of unit or segment when it is in state j .

Table 8.12 shows initial distribution in the second column. The load energy to be served is

$$E = 672 \sum_{x=0}^{100} P_n(x) \Delta x = 43,680 \text{ MWh}$$

TABLE 8.11 Load Distribution

Load level (MW)	Hours of existence	Probability	Hours load equals or exceeds	Probability of needing load or more (pu)
30	134.4	0.2	672.0	1.00
50	134.4	0.2	537.6	0.80
70	134.4	0.2	403.2	0.60
80	168.0	0.25	268.8	0.40
100	100.8	0.15	100.8	0.15
	672.0			

TABLE 8.12 Three-Unit Example: Zero Forced Outage Rates

x (MW)	$P_n(x)$ (pu)	$P'_n(x)$ (pu)	$P''_n(x)$ (pu)
-130			
-120			
-110			
-100			
-90			
-80			1.0
-70			0.8
-60			0.8
-50			0.6
-40			0.6
-30		1.0	0.4
-20		0.8	0.15
-10		0.8	0.15
0		0.6	0
10		0.6	
20		0.4	
30	1.0	0.15	
40	0.8	0.15	
50	0.8	0	
60	0.6		
70	0.6		
80	0.4		
90	0.15		
100	0.15		
110	0		
E/672	65	13	0
MWh	43,680	8,736	0

With zero forced outage rate the 60 MW unit loading results in the $P_n(x)$ distribution shown in the third column. The resultant load energy to be served is now:

$$E' = (0.15 \times 20 + 0.4 \times 10 + 0.6 \times 10) \times 672 = 8736 \text{ MWh}$$

which means unit 1 generated

$$43,680 - 8736 = 34,944 \text{ MWh}$$

The unit was on-line 672 h, and the incremental cost rate was 3 R/h. Therefore, the cost for unit 1 is

$$\begin{aligned} \text{Total cost} &= \sum F(P_i) \cdot \Delta t = \sum (60 + 3 P_i) \Delta t = \sum (60 \Delta t + 3 P_i \Delta t) \\ &= 60 T + 3 (\text{MWh generated}), \text{ since } \text{MWh} = \sum P_i \Delta t \\ &= 60 \text{ R/h} \times 672 \text{ h} + 34,944 \text{ MWh} \times 3 \text{ R/MWh} = 145,152 \text{ R} \end{aligned}$$

Unit 2 serves the remaining load distribution (third column) and results in the distribution shown in the fourth column. This unit is only on-line 60% of the interval

TABLE 8.13 Summary of Results: Zero Forced Outage Rates

Unit number	Capacity (MW)	Outage rate (pu)	Hours on-line	Energy generated (MWh)	Cost (R)
1	60	0.000	672.0	34,944.0	145,152.0
2	50	0.000	403.0	8,736.0	58,800.0
3	20	0.000	0	0	0
4	100	0.000	0	0	0
Total	230			43,680.0	203,952.0

Average system cost = 4.6692 R/MWh.

so that its cost is

$$0.6 \times 70 \text{ R/h} \times 672 \text{ h} + 8736 \text{ MWh} \times 3.5 \text{ R/MWh} = 58,800 \text{ R}$$

The total system cost is 203,952 R, and unit 3 is not used at all. These results are summarized in Table 8.13.

8.4.2 Forced Outages Included

When the forced outage is included, the convolution of the probability distribution is accomplished by

$$P'_n(x) = q P_n(x) + p P_n(x + c)$$

where q = forced outage rate (pu)

$$p = 1 - q = \text{"innage" rate}$$

Table 8.14 shows the computations for the first unit in the third and fourth columns.

The first unit is on-line $0.8 \times 672 = 537.6$ h and generates 27,955.2 MWh. (The initial load demand contains 43,680 MWh; the modified distribution in column 4 contains 15,724.8 MWh.) Therefore, the first unit's cost is

$$60 \text{ R/h} \times 537.6 \text{ h} + 3 \text{ R/MWh} \times 27,955.2 \text{ MWh} = 116,121.6 \text{ R}$$

The distribution of needed capacity is shown *partially* in the sixth column of Table 8.14. Sufficient data are shown to compute the load energy remaining. (*Load energy* is the portion of the distribution, $P'_n(x)$, for $x \geq 0$). The unserved load energy after scheduling unit 2 is

$$0.576 \times 10 \times 672 = 3,870.72 \text{ MWh}$$

This means unit 2 generated an energy of $15,724.8 - 3,870.72 = 11,854.08$ MWh at an incremental cost of 3.5 R/MWh; or 41,489.28 R. The unit was on-line 411.264 h at a cost rate of 70 R/h. This brings the total cost to 70,277.76 R for unit 2. Note that the operating time (i.e., the "hours on-line") is $0.9 \times 0.68 \times 672$ h.

The first factor represents the probability that the unit is available, the second the fraction of the time interval that the load requires unit 2 and the 672-h factor is the length of the interval.

TABLE 8.14 Three-Unit Example Including Forced Outage Rates

x (MW)	$P_1(x)$ (pu)	$P_1(x + 60)$ (pu)	$P'_1(x)$ (pu)	$P'_1(x + 50)$ (pu)	$P''_1(x)$ (pu)	$P''_1(x)$ (pu)
-130						
-120						
-110						
-100						
-90						
-80				1.00		
-70				0.84		
-60				0.84		
-50				0.68		
-40				0.68		
-30		1.0	1.0	0.52		
-20		0.8	0.84	0.32		
-10		0.8	0.84	0.28		
0		0.6	0.68	0.16	0.212	
10		0.6	0.68	0.12	0.176	
20		0.4	0.52	0.12	0.160	
30	1.0	0.15	0.32	0.08	0.104	
40	0.8	0.15	0.28	0.03	0.055	
50	0.8	0	0.16	0.03	0.043	
60	0.6		0.12	0	0.012	
70	0.6		0.12		0.012	
80	0.4		0.08		0.008	
90	0.15		0.03		0.003	
100	0.15		0.03		0.003	
110	0		0		0	
E/672	65		23.4		5.76	
MWh	43,680		15,724.8		3,870.72	

8.4.3 Results

Table 8.15 shows a summary of the results for this three-unit plus tie line sample exercise when outage rates are included. The third unit and tie line are utilized a substantial amount compared with ignoring forced outages. The total cost for the 4-wk interval increased by almost 5%.

TABLE 8.15 Results

Unit number	Capacity (MW)	Outage rate (pu)	Hours On-line	Energy generated (MWh)	Cost (R)
1	60	0.200	538.0	27,955.0	116,122.0
2	50	0.100	411.0	11,854.0	70,278.0
3	20	0.100	128.0	2,032.0	18,386.0
4	100	0.000	111.0	1,839.0	9,193.0
Total	230			43,680	213,979.0

Average system cost = 4.8589 R/MWh.

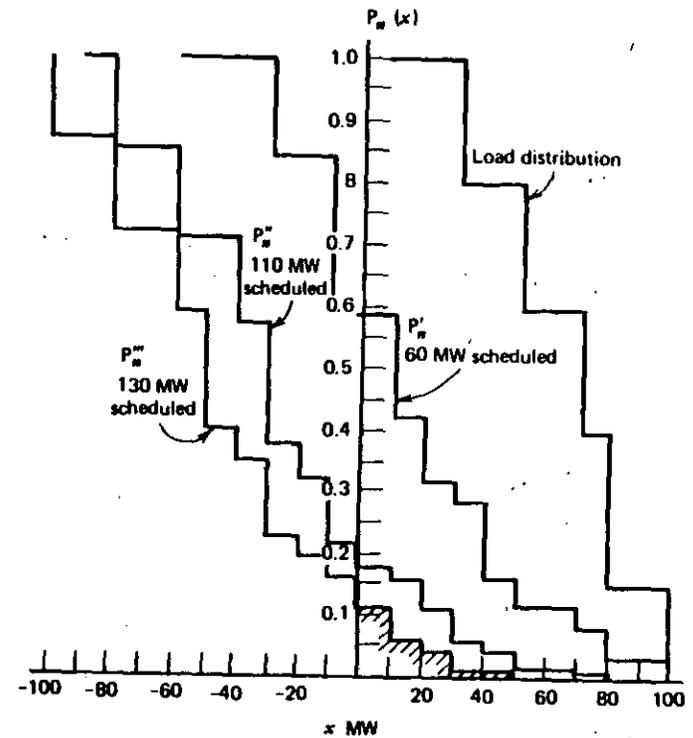


FIG. 8.14 Successive convolutions.

The resulting successive convolutions are shown in Figure 8.14. After the entire 130 MW of generating capacity has been dispatched, the distribution of unserved load is represented by the portion of the lowest curve to the right of the zero MW point (it is shaded).

Table 8.16 shows the distribution of emergency energy delivery over the tie line.

TABLE 8.16 Emergency Energy

Level number	Loading (MW)	Hours
1	100	30.71
2	200	11.02
3	300	22.04
4	400	0.81
5	500	4.50
6	600	3.02
7	700	0.27
8	800	2.15
9	1000	0.20
Total		74.73

This chapter has provided only an introduction to this area. Practical schemes to handle much more complex unit and load models, to incorporate limited and pumped-storage units, and to compute generation reliability indices, are all based on techniques similar to those introduced here.

BLEMS

Add another unit to Example 8C. The new unit should have a capacity of 10 MW and an availability of 90%. That is, its outage rate is 0.10 per unit. Use the recursive algorithm illustrated in the section. How far must the MW outage table be extended?

Find the probability density function of unsupplied load power for a 1-h interval is $P_u(x)$ and the cumulative distribution is

$$P_u(x) = 1 - \int_0^x P_u(y) dy$$

demonstrate using ordinary calculus that the unsupplied energy is

$$\int_0^{x_{\max}} P_u(y) dy$$

where x_{\max} = maximum load in the 1-h interval
 y = dummy variable used to represent the load

Hint: $P_u(x)$ is the probability, or normalized duration, that a load of x MW exists. The energy represented by this load is then $xP_u(x)$. Find the total energy represented by the entire load distribution.

8.3 Complete Table 8.14 for the second unit (i.e., complete the sixth column). Convolve the third unit and determine the data for column 7 [$P_u''(x)$] and the energy generation of the third unit and its total cost. Find the distribution of energy to be served over the tie line. If this energy costs 5 ¢/MWh, what is the cost of this emergency supply and the total cost of production for this 4-wk interval?

8.4 Repeat Example 8D to find the minimum cost dispatch assuming that the fuel for unit 2 has been obtained under a take-or-pay contract and is limited to 4500 MBtu. Emergency energy will be purchased at 50 ¢/MWh. Find the minimum expected system cost including the cost of emergency energy.

8.5 In some applications it would be desirable to compute the expected operating costs and associated probability of having that much generation available both as functions of the power generated. Take the two-machine example of Example 8D and create a table of expected costs and probabilities for 20 MW intervals from 0 to 100 MW generation. Use these data to check the solution in Example

8D. See if you can devise an algorithm to perform these computations in an orderly and efficient manner.

8.6 Repeat the sample computation of section 8.4 except assume the input/output characteristic of unit 2 with its ratings changed to the following.

	Output (MW)	Input/output cost curve (¢/h)	Forced outage rate
Sec. 1	0-50	$70 + 3.5 P_2$	0.1
Sec. 2	50-60	$245 + 4.5(P_2 - 50)$	0.1

Schedule section 2 of unit 2 after unit 3 and before the emergency energy. Use the techniques of Example 8F and deconvolve section 1 of unit 2 prior to determining the loading on section 2. Repeat the analysis ignoring the statistical dependence of section 2 on section 1 (That is, schedule a 10 MW "unit" to represent section 2 without deconvolving section 1.)

FURTHER READING

The literature concerning production cost simulations is profuse. A survey of various types of models is contained in reference 1. References 2-4 describe deterministic models designed for long-range planning. Reference 5 provides an entry into the literature of Monte Carlo simulation methods applied to generation planning and production cost computations.

The two texts referred to in references 6 and 7 provide an introduction to the use of probabilistic models and methods for power-generation planning. Reference 8 illustrates the application to a single area. These methods have been extended to consider the effects of transmission interconnections on generation system reliability in references 9-12.

The original probabilistic production cost technique was presented by E. Jamouille and his associates in a difficult to locate Belgian publication (13). The basic methodology has been discussed and illustrated in a number of IEEE papers. References 14-16 are examples.

In many of these articles the presentation of the probabilistic methodology is couched in a sometimes confusing manner. Where authors such as R. R. Booth and others discuss an "equivalent load distribution" they are referring to the same distribution, $T P_u(x)$, discussed in this chapter. These authors allow the distribution to grow from zero load to some maximum value equal to the sum of the maximum load plus the sum of the capacity on forced outage. We have found this concept difficult to impart and prefer the present presentation. The practical results are identical to those found more commonly in the literature.

The models of approximation using orthogonal expansions to represent capacity distributions have been presented by Stremel and his associates. Reference 17 provides an entry into this literature.

References 15 and 18 lead into the development of the probabilistic production cost method, which is the dual of the method developed in this chapter. In this dual technique, the generator parameters are used to develop probability distributions of capacity and expected cost (or expected incremental cost) curves versus the power available from an array of units. These may then be used as pseudogenerator parameters to compute expected production costs and unserved energy with any deterministic or probabilistic form of load model.

This brief introduction to the literature is by no means complete. There are hundreds of papers, reports, and articles on related subjects.

1. Wood, A. J., "Energy Production Cost Models," Symposium on Modeling and Simulation, University of Pittsburgh, April 1972. Published in the Conference Proceedings.
2. Bailey, E. S., Jr., Galloway, C. D., Hawkins, E. S., Wood, A. J., "Generation Planning Programs for Interconnected Systems: Part II, Production Costing Programs," *AIEE Special Supplement*, 1963, pp. 775-788.
3. Brennan, M. K., Galloway, C. D., Kirchmayer, L. K., "Digital Computer Aids Economic-Probabilistic Study of Generation Systems—I," *AIEE Transactions (Power Apparatus and Systems)*, Vol. 77, August 1958, pp. 564-571.
4. Galloway, C. D., Kirchmayer, L. K., "Digital Computer Aids Economic-Probabilistic Study of Generation Systems—II," *AIEE Transactions (Power Apparatus and Systems)*, Vol. 77, August 1958, pp. 571-577.
5. Dillard, J. K., Sels, H. K., "An Introduction to the Study of System Planning by Operational Gaming Models," *AIEE Transactions (Power Apparatus and Systems)*, Vol. 78, Part III, December 1959, pp. 1284-1290.
6. Billinton, R., *Power System Reliability Evaluation*, Gordon and Breach, New York, 1970.
7. Billinton, R., Ringlee, R. J., Wood, A. J., *Power System Reliability Calculations*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1973.
8. Garver, L. L., "Reserve Planning Using Outage Probabilities and Load Uncertainties," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-89, April 1970, pp. 514-521.
9. Cook, V. M., Galloway, C. D., Steinberg, M. J., Wood, A. J., "Determination of Reserve Requirements of Two Interconnected Systems," *AIEE Transactions*, Part III (Power Apparatus and Systems), Vol. 82, April 1963, pp. 18-33.
10. Bailey, E. S., Jr., Galloway, C. D., Hawkins, E. S., Wood, A. J., "Generation Planning Programs for Interconnected Systems: Part I, Expansion Programs," *AIEE Special Supplement*, 1963, pp. 761-764.
11. Spears, H. T., Hicks, K. L., Lee, S. T., "Probability of Loss of Load for Three Areas," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-89, April 1970, pp. 521-527.
12. Pang, C. K., Wood, A. J., "Multi-Area Generation System Reliability Calculations," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-94, March/April 1975, pp. 508-517.
13. Baleriaux, H., Jamouille, E., Fr. Linard de Guertechin, "Simulation de l'Exploitation d'un Parc de Machines Thermiques de Production d'Electricite Couple a des Station de Pompage," *Review E (Edition SRBE)*, Vol. 5, No. 7, 1967, pp. 3-24.
14. Booth, R. R., "Power System Simulation Model Based on Probability Analysis," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-91, January/February 1972, pp. 62-69.
15. Sager, M. A., Ringlee, R. J., Wood, A. J., "A New Generation Production Cost Program to Recognize Forced Outages," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-91, September/October 1972, pp. 2114-2124.
16. Sager, M. A., Wood, A. J., "Power System Production Cost Calculations—Sample Studies Recognizing Forced Outages," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-92, January/February 1973, pp. 154-158.
17. Stremel, J. P., Jenkins, R. T., Babb, R. A., Bayless, W. D., "Production Costing Using the Cumulant Method of Representing the Equivalent Load Curve," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-98, September/October 1980, pp. 1947-1956.
18. Sidenblad, K. M., Lee, S. T. Y., "A Probabilistic Production Costing Methodology for Systems with Storage," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, June 1981, pp. 3116-3124.

Control of Generation

9.1 INTRODUCTION

So far, this text has concentrated on methods of establishing optimum dispatch and scheduling of generating units. It is important to realize, however, that such optimized dispatching would be useless without a method of control over the generator units. Indeed, the control of generator units was the first problem faced in early power-system design. The methods developed for control of individual generators and eventually control of large interconnections play a vital role in modern energy control centers.

A generator driven by a steam turbine can be represented as a large rotating mass with two opposing torques acting on the rotation. As shown in Figure 9.1, T_{mech} , the mechanical torque, acts to increase rotational speed whereas T_{elec} , the electrical torque, acts to slow it down. When T_{mech} and T_{elec} are equal in magnitude, the rotational speed, ω , will be constant. If the electrical load is increased so that T_{elec} is larger than T_{mech} , the entire rotating system will begin to slow down. Since it would be damaging to let the equipment slow down too far, something must be done to increase the mechanical torque T_{mech} to restore equilibrium, that is, to bring the

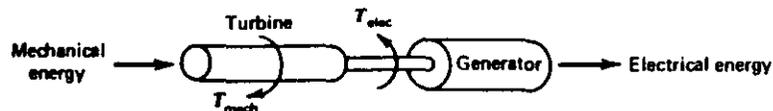


FIG. 9.1 Mechanical and electrical torques in a generating unit.

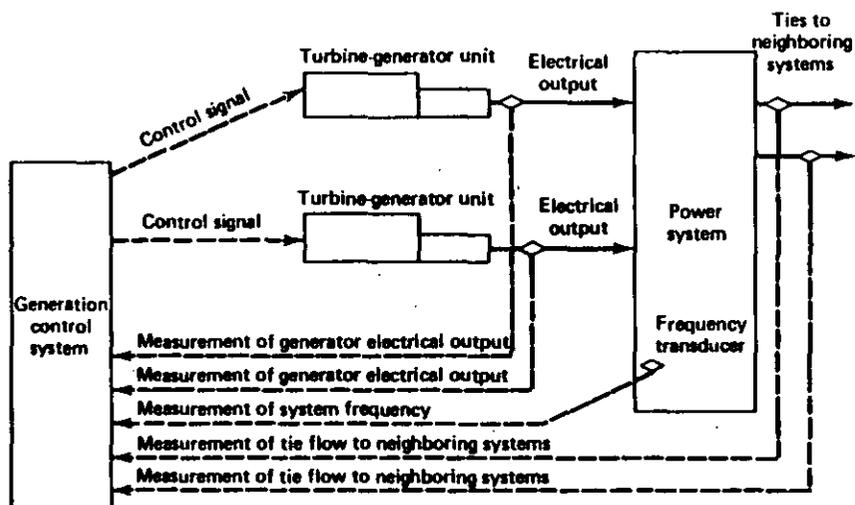


FIG. 9.2 Overview of generation control problem.

rotational speed back to an acceptable value and the torques to equality so that the speed is again held constant.

This process must be repeated constantly on a power system because the loads change constantly. Furthermore, because there are many generators supplying power into the transmission system, some means must be provided to allocate the load changes to the generators. To accomplish this, a series of control systems are connected to the generator units. A governor on each unit maintains its speed while supplementary control, usually originating at a remote control center, acts to allocate generation. Figure 9.2 shows an overview of the generation control problem.

9.2 GENERATOR MODEL

Before starting, it will be useful for us to define our terms.

ω = rotational speed (rad/sec)

α = rotational acceleration

δ = phase angle of a rotating machine

T_{net} = net accelerating torque in a machine

T_{mech} = mechanical torque exerted on the machine by the turbine

T_{elec} = electrical torque exerted on the machine by the generator

P_{net} = net accelerating power

P_{mech} = mechanical power input

P_{elec} = electrical power output

I = moment of inertia for the machine

M = angular momentum of the machine

Where all quantities (except phase angle) will be in per unit on the machine base, or in the case of ω on the standard system frequency base. Thus for example, M is in per unit power/per unit frequency/sec.

In the development to follow, we are interested in deviations of quantities about steady-state values. All steady-state or nominal values will have a "0" subscript (e.g., ω_0 , T_{net0}), and all deviations from nominal will be designated by a " Δ " (e.g., $\Delta\omega$, ΔT_{net}). Some basic relationships are

$$I\alpha = T_{net} \quad (9.1)$$

$$M = \omega I \quad (9.2)$$

$$P_{net} = \omega T_{net} = \omega(I\alpha) = M\alpha \quad (9.3)$$

To start, we will focus our attention on a single rotating machine. Assume that the machine has a steady speed of ω_0 and phase angle δ_0 . Due to various electrical or mechanical disturbances, the machine will be subjected to differences in mechanical and electrical torque causing it to accelerate or decelerate. We are chiefly interested in the deviations of speed, $\Delta\omega$, and deviations in phase angle, $\Delta\delta$, from nominal.

The phase angle deviation, $\Delta\delta$, is equal to the difference in phase angle between the machine as subjected to an acceleration of α and a reference axis rotating at exactly ω_0 . If the speed of the machine under acceleration is

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \quad (9.4)$$

Then

$$\begin{aligned} \Delta\delta &= \underbrace{\int (\omega_0 + \alpha t) dt}_{\text{Machine absolute phase angle}} - \underbrace{\int \omega_0 dt}_{\text{Phase angle of reference axis}} \\ &= \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 - \omega_0 t \\ &= \frac{1}{2} \alpha t^2 \end{aligned} \quad (9.5)$$

The deviation from nominal speed, $\Delta\omega$, may then be expressed as

$$\Delta\omega = \alpha t = \frac{d}{dt}(\Delta\delta) \quad (9.6)$$

The relationship between phase angle deviation, speed deviation, and net accelerating torque is

$$T_{net} = I\alpha = I \frac{d}{dt}(\Delta\omega) = I \frac{d^2}{dt^2}(\Delta\delta) \quad (9.7)$$

Next, we will relate the deviations in mechanical and electrical power to the deviations in rotating speed and mechanical torques. The relationship between net accelerating power and the electrical and mechanical powers is

$$P_{net} = P_{mech} - P_{elec} \quad (9.8)$$

which is written as the sum of the steady-state value and the deviation term,

$$P_{net} = P_{net0} + \Delta P_{net} \quad (9.9)$$

where $P_{net0} = P_{mech0} - P_{elec0}$
 $\Delta P_{net} = \Delta P_{mech} - \Delta P_{elec}$

Then

$$P_{net} = (P_{mech0} - P_{elec0}) + (\Delta P_{mech} - \Delta P_{elec}) \quad (9.10)$$

Similarly for torques,

$$T_{net} = (T_{mech0} - T_{elec0}) + (\Delta T_{mech} - \Delta T_{elec}) \quad (9.11)$$

Using Eq. 9.3, we can see that

$$P_{net} = P_{net0} + \Delta P_{net} = (\omega_0 + \Delta\omega)(T_{net0} + \Delta T_{net}) \quad (9.12)$$

substituting Eqs. 9.10 and 9.11, we obtain

$$(P_{mech0} - P_{elec0}) + (\Delta P_{mech} - \Delta P_{elec}) = (\omega_0 + \Delta\omega)[(T_{mech0} - T_{elec0}) + (\Delta T_{mech} - \Delta T_{elec})] \quad (9.13)$$

Assume that the steady-state quantities can be factored out since

$$P_{mech0} = P_{elec0}$$

and

$$T_{mech0} = T_{elec0}$$

and further assume that the second-order terms involving products of $\Delta\omega$ with ΔT_{mech} and ΔT_{elec} can be neglected. Then

$$\Delta P_{mech} - \Delta P_{elec} = \omega_0(\Delta T_{mech} - \Delta T_{elec}) \quad (9.14)$$

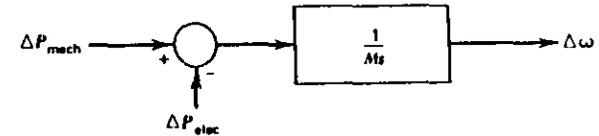


FIG. 9.3 Relationship between mechanical and electrical power and speed change.

As shown in Eq. 9.7, the net torque is related to the speed change as follows.

$$(T_{mech0} - T_{elec0}) + (\Delta T_{mech} - \Delta T_{elec}) = I \frac{d}{dt}(\Delta\omega) \quad (9.15)$$

then since $T_{mech0} = T_{elec0}$, we can combine Eqs. 9.14 and 9.15 to get

$$\begin{aligned} \Delta P_{mech} - \Delta P_{elec} &= \omega_0 I \frac{d}{dt}(\Delta\omega) \\ &= M \frac{d}{dt}(\Delta\omega) \end{aligned} \quad (9.16)$$

This can be expressed in LaPlace transform operator notation as

$$\Delta P_{mech} - \Delta P_{elec} = Ms \Delta\omega \quad (9.17)$$

This is shown in block diagram form in Figure 9.3.

The units for M are watts per radian per second per second. We will always use per unit power over per unit speed per second where the per unit refers to the machine rating as the base (see Example 9A).

9.3 LOAD MODEL

The loads on a power system consist of a variety of electrical devices. Some of them are purely resistive, some are motor loads with variable power-frequency characteristics, and others exhibit quite different characteristics. Since motor loads are a dominant part of the electrical load, there is a need to model the effect of a change in frequency on the net load drawn by the system. The relationship between the change in load due to the change in frequency is given by

$$\Delta P_{L(freq)} = D \Delta\omega \quad \text{or} \quad D = \frac{\Delta P_{L(freq)}}{\Delta\omega}$$

where D is expressed as percent change in load divided by percent change in frequency. For example, if load changed by 1.5% for a 1% change in frequency, then D would equal 1.5. However, the value of D used in solving for system dynamic response must be changed if the system base MVA is different from the nominal value of load. Suppose the D referred to here was for a net connected load of 1200 MVA and the entire dynamics problem were to be set up for 1000 MVA system base. Note that $D = 1.5$ tells us that the load would change by 1.5 pu for a 1 pu change in

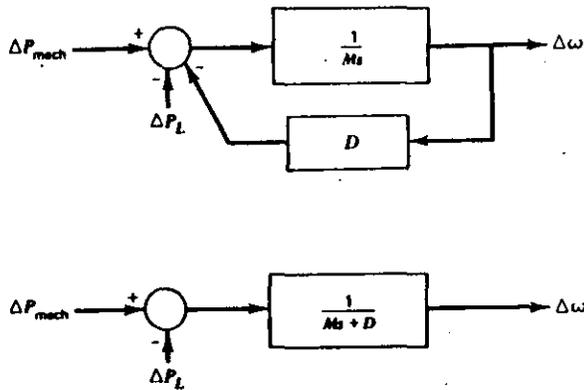


FIG. 9.4 Block diagram of rotating mass and load as seen by prime-mover output.

frequency. That is, the load would change by 1.5×1200 MVA or 1800 MVA for a 1 pu change in frequency. When expressed on a 1000 MVA base, D becomes

$$D_{1000 \text{ MVA Base}} = 1.5 \times \left(\frac{1200}{1000} \right) = 1.8$$

The net change in P_{elec} in Figure 9.3 (Eq. 9.15) is

$$\Delta P_{elec} = \underbrace{\Delta P_L}_{\text{Nonfrequency-sensitive load change}} + \underbrace{D \Delta \omega}_{\text{Frequency-sensitive load change}} \quad (9.18)$$

Including this in the block diagram results in the new block diagram shown in Figure 9.4.

EXAMPLE 9A

We are given an isolated power system with a 600 MVA generating unit having an M of 7.6 pu MW/pu frequency/sec on machine base. The unit is supplying a load of 400 MVA. The load changes by 2% for a 1% change in frequency. First, we will set up the block diagram of the equivalent generator load system. Everything will be referenced to a 1000 MVA base.

$$M = 7.6 \times \frac{600}{1000} = 4.56 \text{ on 1000 MVA base}$$

$$D = 2 \times \frac{400}{1000} = 0.8 \text{ on 1000 MVA base}$$

Then the block diagram is as shown in Figure 9.5.

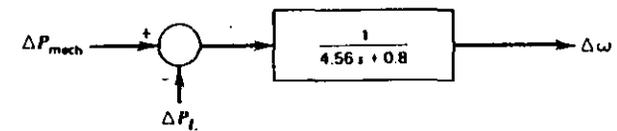


FIG. 9.5 Block diagram for system in Example 9A.

Suppose the load suddenly increases by 10 MVA (or 0.01 pu), that is,

$$\Delta P_L(s) = \frac{0.01}{s}$$

Then

$$\Delta \omega(s) = -\frac{0.01}{s} \left(\frac{1}{4.56s + 0.8} \right)$$

or taking the inverse Laplace transform,

$$\begin{aligned} \Delta \omega(t) &= (0.01/0.8)e^{-0.8/4.56t} - 0.01/0.8 \\ &= 0.0125e^{-0.1754t} - 0.0125 \end{aligned}$$

The final value of $\Delta \omega$ is -0.0125 pu, which is a drop of 0.75 Hz on a 60 Hz system.

When two or more generators are connected to a transmission system network, we must take account of the phase angle difference across the network in analyzing frequency changes. However, for the sake of governing analysis, which we are interested in here, we can assume that frequency will be constant over those parts of the network that are tightly interconnected. When making such an assumption, we can then lump the rotating mass of the turbine generators together into an equivalent that is driven by the sum of the individual turbine mechanical outputs. This is illustrated in Figure 9.6 where all turbine generators were lumped into a single equivalent rotating mass, M_{equiv} . Similarly, all individual system loads were lumped into an equivalent load with damping coefficient, D_{equiv} .

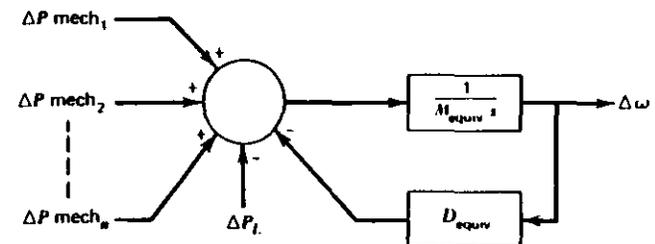


FIG. 9.6 Multi-turbine-generator system equivalent.

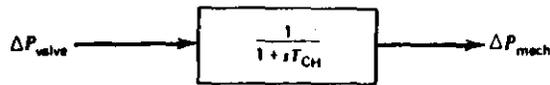


FIG. 9.7 Prime-mover model.

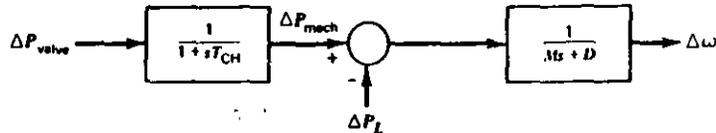


FIG. 9.8 Prime-mover-generator-load model.

9.4 PRIME-MOVER MODEL

The prime mover driving a generator unit may be a steam turbine or a hydro turbine. The models for the prime mover must take account of the steam supply and boiler control system characteristics in the case of a steam turbine, or the penstock characteristics for a hydro turbine. Throughout the remainder of this chapter, only the simplest prime-mover model, the nonreheat turbine, will be used. The models for other more complex prime movers, including hydro turbines, are developed in the references (see Further Readings).

The model for a nonreheat turbine, shown in Figure 9.7, relates the position of the valve that controls emission of steam into the turbine to the power output of the turbine, where

$$T_{CH} = \text{"charging time" time constant}$$

$$\Delta P_{valve} = \text{per unit change in valve position from nominal}$$

The combined prime mover-generator-load model for a single generating unit can be built by combining Figures 9.4 and 9.7, as shown in Figure 9.8.

9.5 GOVERNOR MODEL

Suppose a generating unit is operated with fixed mechanical power output from the turbine. The result of any load change would be a speed change sufficient to cause the frequency sensitive load to exactly compensate for the load change (as in Example 9A). This condition would allow system frequency to drift far outside acceptable limits. This is overcome by adding a governing mechanism that senses the machine speed and adjusts the input valve to change the mechanical power output to compensate for load changes and to restore frequency to nominal value. The earliest such mechanism used rotating "flyballs" to sense speed and to provide mechanical motion in response to speed changes. Modern governors use electronic means to sense speed changes and often use a combination of electronic, mechanical, and hydraulic means to affect the required valve position changes. The simplest

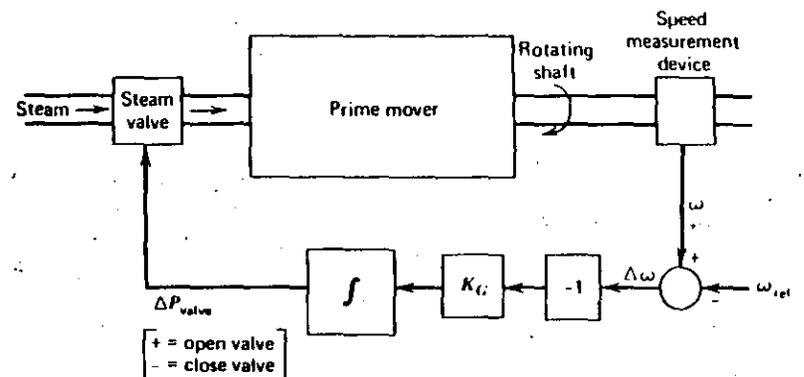


FIG. 9.9 Isochronous governor.

governor, called the *isochronous governor*, adjusts the input valve to a point that brings frequency back to nominal value. If we simply connect the output of the speed-sensing mechanism to the valve through a direct linkage, it would never bring the frequency to nominal. To force the frequency error to zero, one must provide what control engineers call reset action. Reset action is accomplished by integrating the frequency (or speed) error, which is the difference between actual speed and desired or reference speed.

We will illustrate such a speed-governing mechanism with the diagram shown in Figure 9.9. The speed measurement device's output, ω , is compared with a reference, ω_{ref} , to produce an error signal, $\Delta\omega$. The error, $\Delta\omega$, is negated and then amplified by a gain K_G and integrated to produce a control signal, ΔP_{valve} , which causes the main steam supply valve to open (ΔP_{valve} positive) when $\Delta\omega$ is negative. If, for example, the machine is running at reference speed and the electrical load increases, ω will fall below ω_{ref} and $\Delta\omega$ will be negative. The action of the gain and integrator will be to open the steam valve, causing the turbine to increase its mechanical output, thereby increasing the electrical output of the generator and increasing the speed ω . When ω exactly equals ω_{ref} , the steam valve stays at the new position (further opened) to allow the turbine-generator to meet the increased electrical load.

The isochronous (constant speed) governor of Figure 9.9 cannot be used if two or more generators are electrically connected to the same system since each generator would have to have precisely the same speed setting or they would "fight" each other, each trying to pull the system's speed (or frequency) to its own setting. To be able to run two or more generating units in parallel on a generating system, the governors are provided with a feedback signal that causes the speed error to go to zero at different values of generator output.

This can be accomplished by adding a feedback loop around the integrator as shown in Figure 9.10. Note that we have also inserted a new input, called the *load reference*, that we will discuss shortly. The block diagram for this governor is shown in Figure 9.11 where the governor now has a net gain of $1/R$ and a time constant T_G .

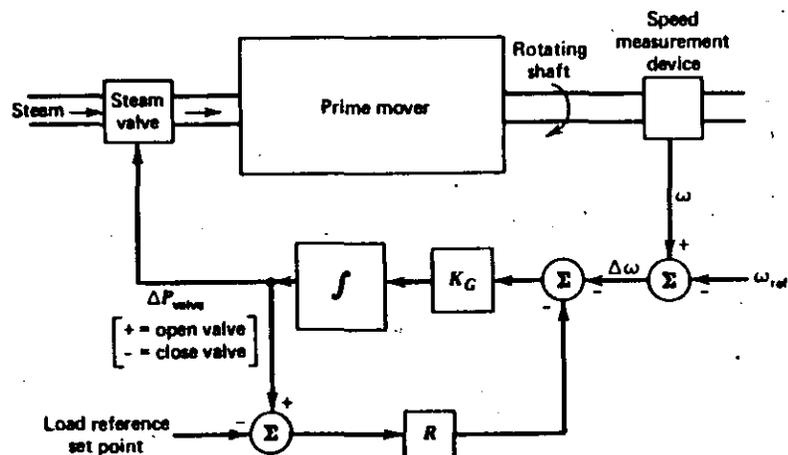


FIG. 9.10 Governor with speed-droop feedback loop.

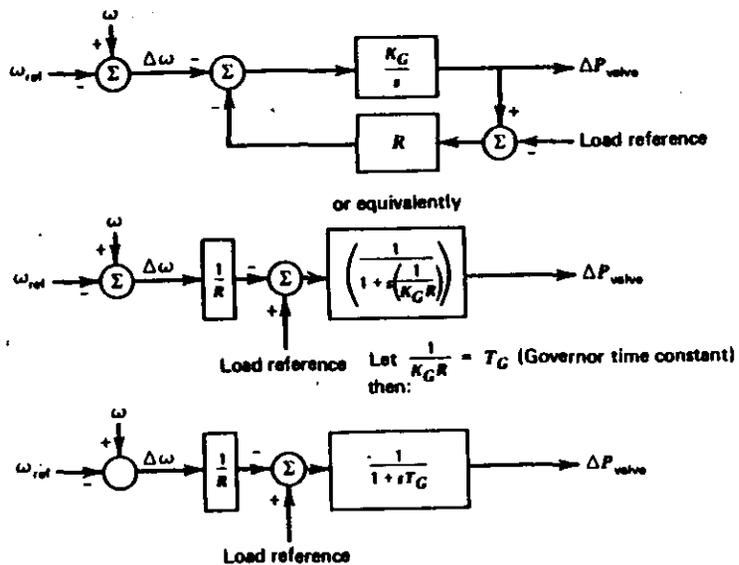


FIG. 9.11 Block diagram of governor with droop.

The result of adding the feedback loop with gain R is a governor characteristic as shown in Figure 9.12. The value of R determines the slope of the characteristic. That is, R determines the change in the unit's output for a given change in frequency. Common practice is to set R on each generating unit so that a change from 0 to 100% (i.e., rated) output will result in the same frequency change for each unit. As a result, a

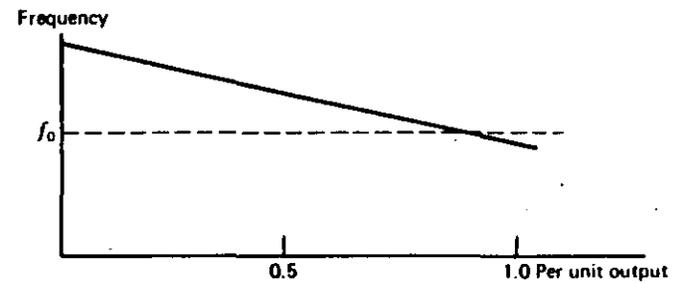


FIG. 9.12 Speed-droop characteristic.

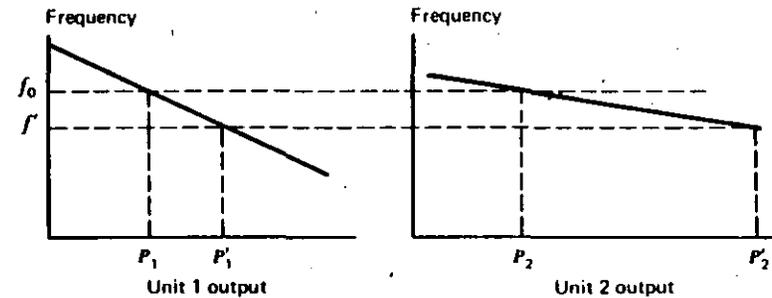


FIG. 9.13 Allocation of unit outputs with governor droop.

change in electrical load on a system will be compensated by generator unit output changes proportional to each unit's rated output.

If two generators with drooping governor characteristics are connected to a power system, there will always be a unique frequency at which they will share a load change between them. This is illustrated in Figure 9.13 showing two units with drooping characteristics connected to a common load.

As shown in Figure 9.13, the two units start at a nominal frequency of f_0 . When a load increase, ΔP_L , causes the units to slow down, the governors increase output until the units seek a new common operating frequency, f' . The amount of load pickup on each unit is proportional to the slope of its droop characteristic. Unit 1 increases its output from P_1 to P'_1 , unit 2 increases its output from P_2 to P'_2 such that the net generation increase, $P'_1 - P_1 + P'_2 - P_2$, is equal to ΔP_L . Note that the actual frequency sought also depends on the load's frequency characteristic as well.

Figure 9.10 shows an input labeled "load reference set point." By changing the load reference, the generator's governor characteristic can be set to give reference frequency at any desired unit output. This is illustrated in Figure 9.14. The basic control input to a generating unit as far as generation control is concerned is the load reference set point. By adjusting this set point on each unit, a desired unit dispatch can be maintained while holding system frequency close to the desired nominal value.

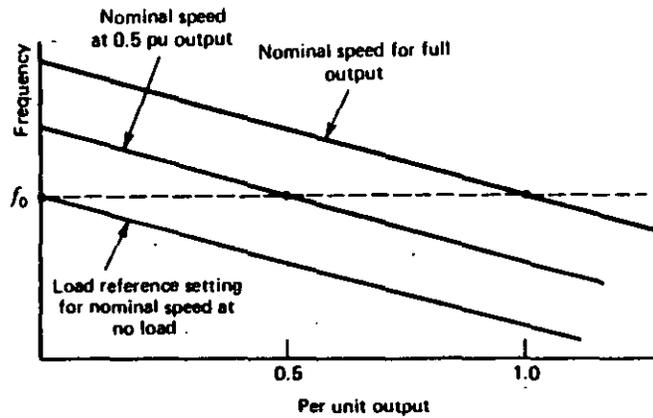


FIG. 9.14 Speed-changer settings.

Note that a steady-state change in ΔP_{valve} of 1.0 pu requires a value of R pu change in frequency, $\Delta\omega$. One often hears unit regulation referred to in percent. For instance, a 3% regulation for a unit would indicate that a 100% (1.0 pu) change in valve position (or equivalently a 100% change in unit output) requires a 3% change in frequency. Therefore, R is equal to pu change in frequency divided by pu change in unit output. That is,

$$-R = \frac{\Delta\omega}{\Delta P} \text{ pu}$$

At this point, we can construct a block diagram of a governor-prime mover-rotating mass/load model as shown in Figure 9.15. Suppose that this generator experiences a step increase in load.

$$\Delta P_L(s) = \frac{\Delta P_L}{s} \quad (9.19)$$

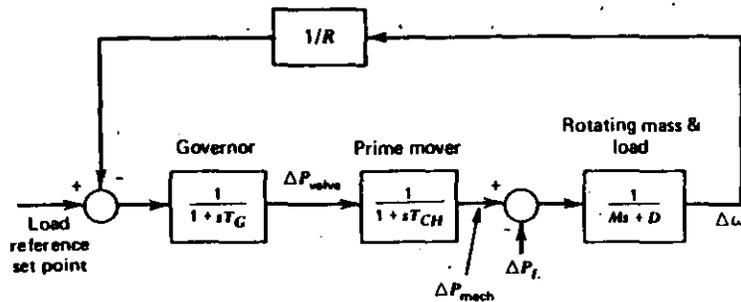


FIG. 9.15 Block diagram of governor, prime mover, rotating mass.

The transfer function relating the load change, ΔP_L , to the frequency change, $\Delta\omega$, is

$$\Delta\omega(s) = \Delta P_L(s) \left[\frac{-\frac{1}{Ms+D}}{1 + \frac{1}{R} \left(\frac{1}{1+sT_G} \right) \left(\frac{1}{1+sT_{CH}} \right) \left(\frac{1}{Ms+D} \right)} \right] \quad (9.20)$$

The steady-state value of $\Delta\omega(s)$ may be found by

$$\begin{aligned} \Delta\omega \text{ steady state} &= \lim_{s \rightarrow 0} [s\Delta\omega(s)] \\ &= \frac{-\Delta P_L \left(\frac{1}{D} \right)}{1 + \left(\frac{1}{R} \right) \left(\frac{1}{D} \right)} = \frac{-\Delta P_L}{\frac{1}{R} + D} \end{aligned} \quad (9.21)$$

Note that if D were zero, the change in speed would simply be

$$\Delta\omega = -R \Delta P_L \quad (9.22)$$

If several generators (each having its own governor and prime mover) were connected to the system, the frequency change would be

$$\Delta\omega = \frac{-\Delta P_L}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} + D} \quad (9.23)$$

9.6 TIE-LINE MODEL

The power flowing across a transmission line can be modeled using the DC load flow method shown in Chapter 4, Eq. 4.23.

$$P_{\text{tie flow}} = \frac{1}{X_{\text{tie}}} (\theta_1 - \theta_2) \quad (9.24)$$

This tie flow is a steady-state quantity. For purposes of analysis here we will perturb Eq. 9.24 to obtain deviations from nominal flow as a function of deviations in phase angle from nominal.

$$\begin{aligned} P_{\text{tie flow}} + \Delta P_{\text{tie flow}} &= \frac{1}{X_{\text{tie}}} [(\theta_1 + \Delta\theta_1) - (\theta_2 + \Delta\theta_2)] \\ &= \frac{1}{X_{\text{tie}}} (\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{X_{\text{tie}}} (\Delta\theta_1 - \Delta\theta_2) \end{aligned} \quad (9.25)$$

Then

$$\Delta P_{\text{tie flow}} = \frac{1}{X_{\text{tie}}} (\Delta\theta_1 - \Delta\theta_2) \quad (9.26)$$

where $\Delta\theta_1$ and $\Delta\theta_2$ are equivalent to $\Delta\delta_1$ and $\Delta\delta_2$ as defined in Eq. 9.6. Then, using the relationship of Eq. 9.6,

$$\Delta P_{\text{tie flow}} = \frac{T}{s} (\Delta\omega_1 - \Delta\omega_2) \quad (9.27)$$

where $T = 377 \times 1/X_{\text{tie}}$ (for a 60 Hz system).

Note that $\Delta\theta$ must be in radians for ΔP_{tie} to be in per unit megawatts, but $\Delta\omega$ is in per unit speed change. Therefore, we must multiply $\Delta\omega$ by 377 rad/sec (the base frequency in rad/sec at 60 Hz). T may be thought of as the "tie-line stiffness" coefficient.

Suppose now that we have an interconnected power system broken into two areas each having one generator. The areas are connected by a single transmission line. The power flow over the transmission line will appear as a positive load to one area and an equal but negative load to the other, or vice versa, depending on the direction of flow. The direction of flow will be dictated by the relative phase angle between the areas, which is determined by the relative speed deviations in the areas. A block diagram representing this interconnection can be drawn as in Figure 9.16. Note that the tie power flow was defined as going from area 1 to area 2, therefore, the flow appears as a load to area 1 and a power source (negative load) to area 2. If one

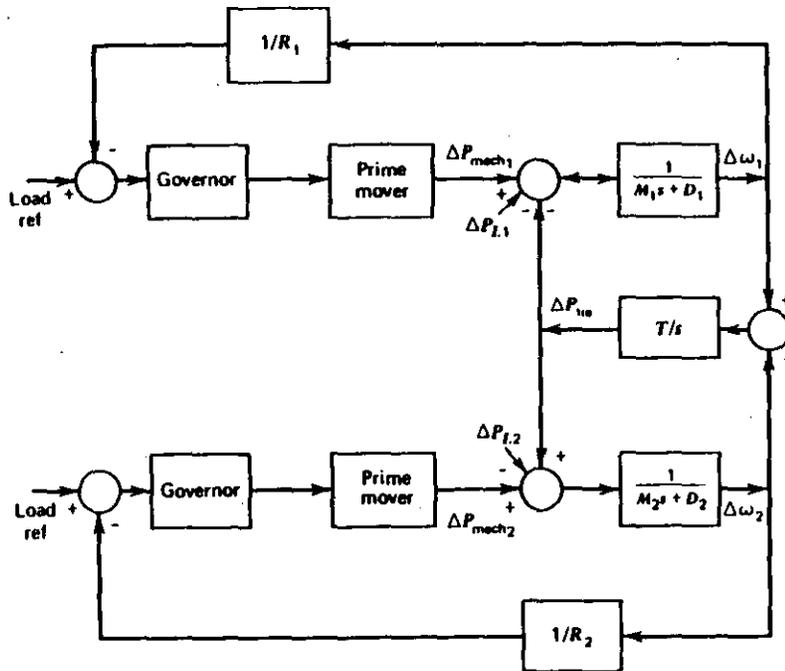


FIG. 9.16 Block diagram of interconnected areas.

assumes that mechanical powers are constant, the rotating masses and tie line exhibit damped oscillatory characteristics known as synchronizing oscillations. (See Problem 3 at the end of this chapter.)

It is quite important to analyze the steady-state frequency deviation, tie-flow deviation, and generator outputs for an interconnected area after a load change occurs. Let there be a load change ΔP_{L1} in area 1. In the steady state, after all synchronizing oscillations have damped out, the frequency will be constant and equal to the same value in both areas. Then

$$\Delta\omega_1 = \Delta\omega_2 = \Delta\omega \quad \text{and} \quad \frac{d(\Delta\omega_1)}{dt} = \frac{d(\Delta\omega_2)}{dt} = 0 \quad (9.28)$$

and

$$\begin{aligned} \Delta P_{\text{mech}_1} - \Delta P_{\text{tie}} - \Delta P_{L1} &= \Delta\omega D_1 \\ \Delta P_{\text{mech}_2} + \Delta P_{\text{tie}} &= \Delta\omega D_2 \\ \Delta P_{\text{mech}_1} &= \frac{-\Delta\omega}{R_1} \\ \Delta P_{\text{mech}_2} &= \frac{-\Delta\omega}{R_2} \end{aligned} \quad (9.29)$$

by making appropriate substitutions in Eq. 9.29,

$$\begin{aligned} -\Delta P_{\text{tie}} - \Delta P_{L1} &= \Delta\omega \left(\frac{1}{R_1} + D_1 \right) \\ +\Delta P_{\text{tie}} &= \Delta\omega \left(\frac{1}{R_2} + D_2 \right) \end{aligned} \quad (9.30)$$

or, finally,

$$\Delta\omega = \frac{-\Delta P_{L1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} \quad (9.31)$$

from which we can derive the change in tie flow:

$$\Delta P_{\text{tie}} = \frac{-\Delta P_{L1} \left(\frac{1}{R_2} + D_2 \right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} \quad (9.32)$$

Note that the conditions described in Eqs. 9.28 through 9.32 are for the new steady-state conditions after the load change. The new tie flow is determined by the net change in load and generation in each area. We do not need to know the tie stiffness to determine this new tie flow, although the tie stiffness will determine how much difference in phase angle across the tie will result from the new tie flow.

EXAMPLE 9B

You are given two system areas connected by a tie line with the following characteristics.

Area 1	Area 2
$R = 0.01$ pu	$R = 0.02$ pu
$D = 0.8$ pu	$D = 1.0$ pu
Base MVA = 500	Base MVA = 500

A load change of 100 MW (0.2 pu) occurs in area 1. What is the new steady-state frequency and what is the change in tie flow? Assume both areas were at nominal frequency (60 Hz) to begin.

$$\Delta\omega = \frac{-\Delta P_{L1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} = \frac{-0.2}{\frac{1}{0.01} + \frac{1}{0.02} + 0.8 + 1} = -0.00131752 \text{ pu}$$

$$f_{\text{new}} = 60 - 0.00132(60) = 59.92 \text{ Hz}$$

$$\Delta P_{\text{tie}} = \Delta\omega \left(\frac{1}{R_2} + D_2 \right) = -0.00131752 \left(\frac{1}{0.02} + 1 \right) = -0.06719368 \text{ pu} \\ = -33.6 \text{ MW}$$

The change in prime mover powers would be

$$\Delta P_{\text{mech}_1} = \frac{-\Delta\omega}{R_1} = -\left(\frac{-0.00131752}{0.01} \right) = 0.13175231 \text{ pu} = 65.876 \text{ MW}$$

$$\Delta P_{\text{mech}_2} = \frac{-\Delta\omega}{R_2} = -\left(\frac{-0.00131752}{0.02} \right) = 0.06587615 \text{ pu} = 32.938 \text{ MW} \\ = 98.814 \text{ MW}$$

The total change in generation is 98.814, which is 1.186 MW short of the 100 MW load change. The change in total area load due to frequency drop would be

$$\text{For Area 1} = \Delta\omega D_1 = -0.0010540 \text{ pu} = -0.527 \text{ MW}$$

$$\text{For Area 2} = \Delta\omega D_2 = -0.00131752 \text{ pu} = -0.6588 \text{ MW}$$

Therefore, the total load change is = 1.186 MW, which accounts for the difference in total generation change and total load change. (See Problem 9.2 for further variations on this problem.)

If we were to analyze the dynamics of the two-area systems, we would find that a step change in load would always result in a frequency error. This is illustrated in Figure 9.17, which shows the frequency response of the system to a step-load change. Note that Figure 9.17 only shows the average frequency (omitting any high-frequency oscillations).

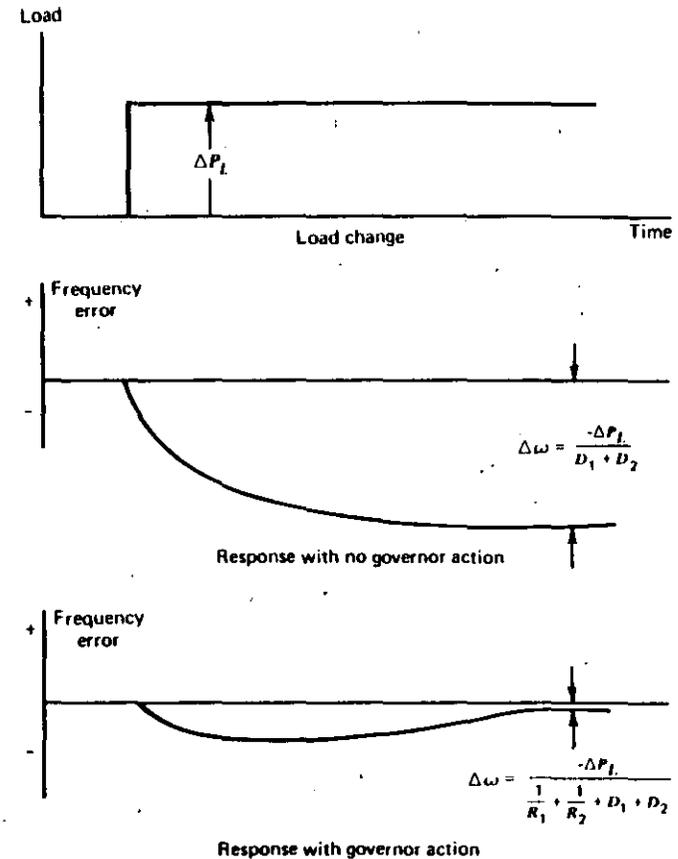


FIG. 9.17 Frequency response to load change.

9.7 GENERATION CONTROL

Automatic generation control (AGC) is the name given to a control system having three major objectives:

1. To hold system frequency at or very close to a specified nominal value (e.g., 60 Hz).
2. To maintain the correct value of interchange power between control areas.
3. To maintain each unit's generation at the most economic value.

9.7.1 Supplementary Control Action

To understand each of the three objectives just listed, we may start out assuming that we are studying a single generating unit supplying load to an isolated power system.

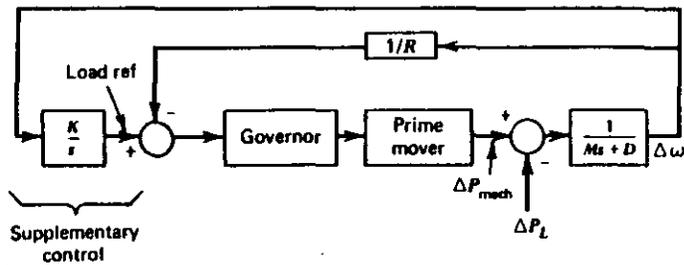


FIG. 9.18 Supplementary control added to generating unit.

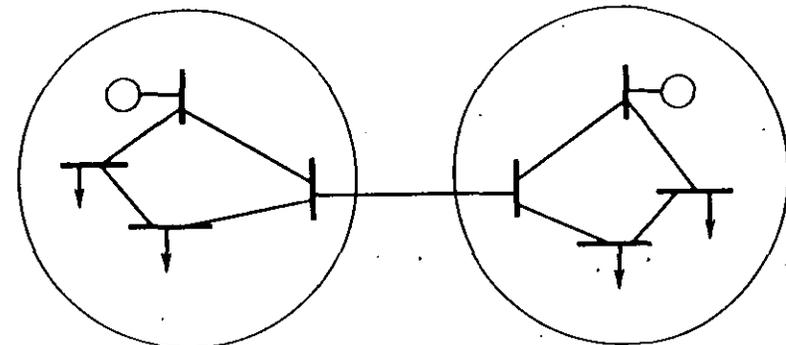
As shown in Section 9.5, a load change will produce a frequency change with a magnitude that depends on the droop characteristics of the governor and the frequency characteristics of the system load. Once a load change has occurred, a supplementary control must act to restore the frequency to nominal value. This can be accomplished by adding a reset (integral) control to the governor as shown in Figure 9.18.

The reset control action of the supplementary control will force the frequency to zero by adjustment of the speed reference set point. For example, the error shown in the bottom diagram of Figure 9.17 would be forced to 0.

9.7.2 Tie-Line Control

When two utilities interconnect their systems, they do so for several reasons. One is to be able to buy and sell power with neighboring systems whose operating costs make such transactions profitable. Further, even if no power is being transmitted over ties to neighboring systems, if one system has a sudden loss of a generating unit, the units throughout all the interconnection will experience a frequency change and can help in restoring frequency.

Interconnections present a very interesting control problem with respect to allocation of generation to meet load. The hypothetical situation in Figure 9.19 will be used to illustrate this problem. Assume both systems in Figure 9.19 have equal generation and load characteristics ($R_1 = R_2$, $D_1 = D_2$) and, further, assume system 1 was sending 100 MW to system 2 under an interchange agreement made between the operators of each system. Now let system 2 experience a sudden load increase of 30 MW. Since both units have equal generation characteristics, they will both experience a 15 MW increase, and the tie line will experience an increase in flow from 100 MW to 115 MW. Thus, the 30 MW load increase in system 2 will have been satisfied by a 15 MW increase in generation in system 2 plus a 15 MW increase in tie flow into system 2. This would be fine except that system 1 contracted to sell only 100 MW, not 115 MW, and its generating costs have just gone up without anyone to bill the extra cost to. What is needed at this point is a control scheme that recognizes the fact that the 30 MW load increase occurred in system 2 and, therefore, would increase generation in system 2 by 30 MW while restoring frequency to nominal



System 1
System 2
FIG. 9.19 Two-area system.

value. It would also restore generation in system 1 to its output before the load increase occurred.

Such a control system must use two pieces of information: the system frequency and the net power flowing in or out over the tie lines.

Such a control scheme would of necessity have to recognize the following.

1. If frequency decreased and net interchange power leaving the system increased, a load increase has occurred outside the system.
2. If frequency decreased and net interchange power leaving the system decreased, a load increase has occurred inside the system.

This can be extended to cases where frequency increases. We will make the following definitions.

$$P_{net\ int} = \text{total actual net interchange} \\ (+ \text{ for power leaving the system; } - \text{ for power entering})$$

$$P_{net\ int\ sched} = \text{scheduled or desired value of interchange} \quad (9.33)$$

$$\Delta P_{net\ int} = P_{net\ int} - P_{net\ int\ sched}$$

Then a summary of the tie line-frequency control scheme can be given as in the table in Figure 9.20.

We define a *control area* to be a part of an interconnected system within which the load and generation will be controlled as per the rules in Figure 9.20. The control area's boundary is simply the tie-line points where power flow is metered. All tie lines crossing the boundary must be metered so that total control area net interchange power can be calculated.

The rules set forth in Figure 9.20 can be implemented by a control mechanism that weighs frequency deviation, $\Delta\omega$, and net interchange power, $\Delta P_{net\ int}$. The frequency response and tie flows resulting from a load change, ΔP_L , in the two area

$\Delta\omega$	$\Delta P_{net\ int}$	Load change	Resulting control action
-	-	ΔP_{L_1} + ΔP_{L_2} 0	Increase P_{gen} in system 1
+	+	ΔP_{L_1} - ΔP_{L_2} 0	Decrease P_{gen} in system 1
-	+	ΔP_{L_1} 0 ΔP_{L_2} +	Increase P_{gen} in system 2
+	-	ΔP_{L_1} 0 ΔP_{L_2} -	Decrease P_{gen} in system 2

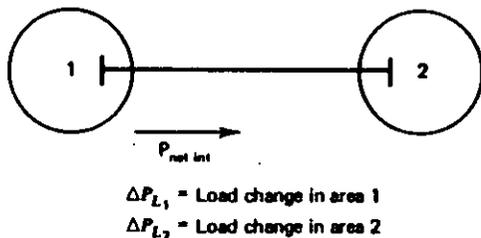


FIG. 9.20 Tie-line frequency control actions for two-area system.

system of Figure 9.16 are derived in Eqs. 9.28 through 9.32. These results are repeated here.

Load change	Frequency change	Change in net interchange
ΔP_{L_1}	$\Delta\omega = \frac{-\Delta P_{L_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2}$	$\Delta P_{net\ int_1} = \frac{-\Delta P_{L_1} \left(\frac{1}{R_2} + D_2 \right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2}$ (9.34)

This corresponds to the first row of the table in Figure 9.20; we would therefore require that

$$\Delta P_{gen_1} = \Delta P_{L_1}$$

$$\Delta P_{gen_2} = 0$$

The required change in generation, historically called the *area control error* or ACE, represents the shift in the area's generation required to restore frequency and net interchange to their desired values. The equation for ACE for each area is

$$ACE_1 = -\Delta P_{net\ int_1} - B_1 \Delta\omega$$

$$ACE_2 = -\Delta P_{net\ int_2} - B_2 \Delta\omega$$

(9.35)

where B_1 and B_2 are called *frequency bias factors*. We can see from Eq. 9.34 that setting bias factors as follows:

$$B_1 = \left(\frac{1}{R_1} + D_1 \right)$$

$$B_2 = \left(\frac{1}{R_2} + D_2 \right)$$

(9.36)

results in

$$ACE_1 = \left(\frac{+\Delta P_{L_1} \left(\frac{1}{R_2} + D_2 \right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} \right) - \left(\frac{1}{R_1} + D_1 \right) \left(\frac{-\Delta P_{L_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} \right) = \Delta P_{L_1}$$

$$ACE_2 = \left(\frac{-\Delta P_{L_1} \left(\frac{1}{R_2} + D_2 \right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} \right) - \left(\frac{1}{R_2} + D_2 \right) \left(\frac{-\Delta P_{L_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + D_1 + D_2} \right) = 0$$

This control can be carried out using the scheme outlined in Figure 9.21. Note that the values of B_1 and B_2 would have to change each time a unit was committed or

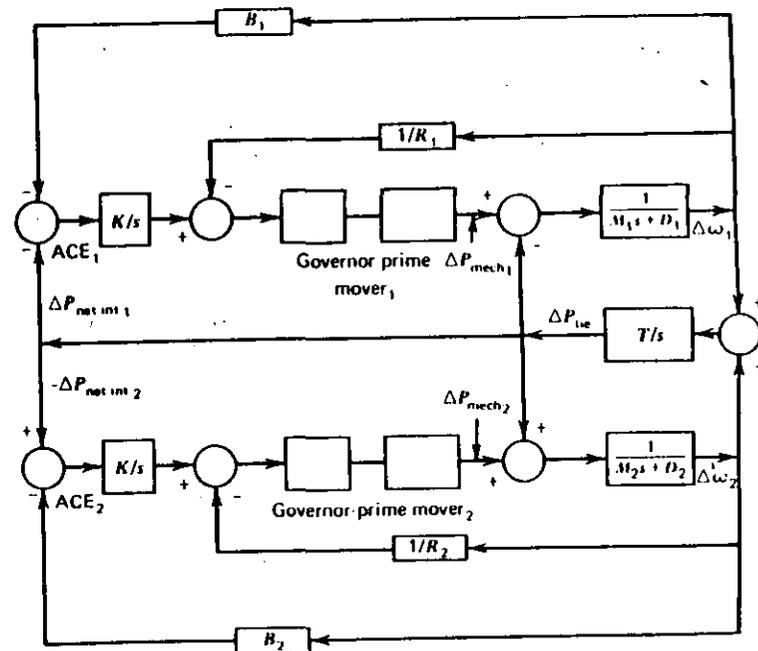


FIG. 9.21 Tie-line bias supplementary control for two areas.

decommitted in order to have the exact values as given in Eq. 9.36. Actually, the integral action of the supplementary controller will guarantee a reset of ACE to zero even when B_1 and B_2 are in error.

9.7.3 Generation Allocation

If each control area in an interconnected system had a single generating unit, the control system of Figure 9.21 would suffice to provide stable frequency and tie-line interchange. However, power systems consist of control areas with many generating units with outputs that must be set according to economics. That is, we must couple an economic dispatch calculation to the control mechanism so it will know how much of each area's total generation is required from each individual unit.

One must remember that a particular total generation value will not usually exist for a very long time since the load on a power system varies continually as people and industries use individual electric loads. Therefore, it is impossible to simply specify a total generation, calculate the economic dispatch for each unit, and then give the control mechanism the values of megawatt output for each unit—unless such a calculation can be made very quickly. Until the widespread use of digital computer based control systems, it was common practice to construct control mechanisms such as we have been describing using analog computers. Although analog computers are not generally proposed for new control-center installations today, there are many in active use. An analog computer can provide the economic dispatch and allocation of generation in an area on an instantaneous basis through the use of function generators set to equal the units' incremental heat rate curves. B matrix loss formulas were also incorporated into analog schemes by setting the matrix coefficients on precision potentiometers.

When using digital computers, it is desirable to be able to carry out the economic-dispatch calculations at intervals of one to several minutes. Either the output of the economic-dispatch calculation is fed to an analog computer (i.e., a "digitally directed analog" control system) or the output is fed to another program in the computer that executes the control functions (i.e., a "direct digital" control system). Whether the control is analog or digital, the allocation of generation must be made instantly when the required area total generation changes. Since the economic-dispatch calculation is to be executed every few minutes, a means must be provided to indicate how the generation is to be allocated for values of total generation other than that used in the economic-dispatch calculation.

The allocation of individual generator output over a range of total generation values is accomplished using base points and participation factors. The economic dispatch calculation is executed with a total generation equal to the sum of the present values of unit generation as measured. The result of this calculation is a set of base-point generations, $P_{i,base}$, which is equal to the most economic output for each generator unit. The rate of change of each unit's output with respect to a change in total generation is called the unit's *participation factor*, pf (see Section 3.6 and Example 3G in Chapter 3). The base point and participation factors are used as

follows

$$P_{i,des} = P_{i,base} + pf_i \cdot \Delta P_{total} \quad (9.37)$$

$$\text{where } \Delta P_{total} = P_{new\ total} - \sum_{\text{all gen}} P_{i,base} \quad (9.38)$$

- and
- $P_{i,des}$ = new desired output from unit i
 - $P_{i,base}$ = base point generation for unit i
 - pf_i = participation factor for unit i
 - ΔP_{total} = change in total generation
 - $P_{new\ total}$ = new total generation

Note that by definition (e.g., see Eq. 3.24) the participation factors must sum to unity. In a direct digital control scheme the generation allocation would be made by running a computer code that was programmed to execute according to Eqs. 9.37 and 9.38.

9.7.4 Automatic Generation Control (AGC) Implementation

Modern implementation of automatic generation control (AGC) schemes usually consist of a central location where information pertaining to the system is telemetered. Control actions are determined in a digital computer and then transmitted to the generation units via the same telemetry channels. To implement an AGC system, one would require the following information at the control center.

1. Unit megawatt output for each committed unit.
2. Megawatt flow over each tie line to neighboring systems.
3. System frequency.

The output of the execution of an AGC program must be transmitted to each of the generating units. Present practice is to transmit raise or lower pulses of varying lengths to the unit. Control equipment then changes the unit's load reference set point up or down in proportion to the pulse length. The "length" of the control pulse may be encoded in the bits of a digital word that is transmitted over a digital telemetry channel. The use of digital telemetry is becoming commonplace in modern systems wherein supervisory control (opening and closing substation breakers), telemetry information (measurements of MW, MVAR, MVA voltage, etc.) and control information (unit raise/lower) is all sent via the same channels.

The basic reset control loop for a unit consists of an integrator with gain K as shown in Figure 9.22. The control loop is implemented as shown in Figure 9.23. The P_{des} control input used in Figures 9.22 and 9.23 is a function of system frequency

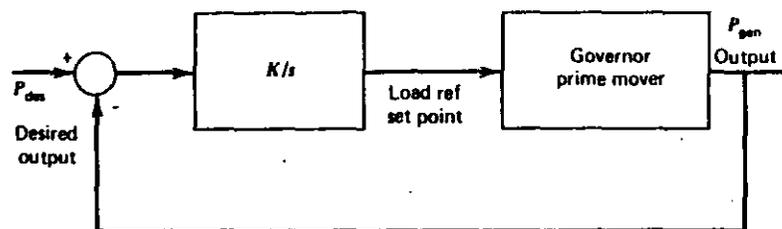


FIG. 9.22 Basic generation control loop.

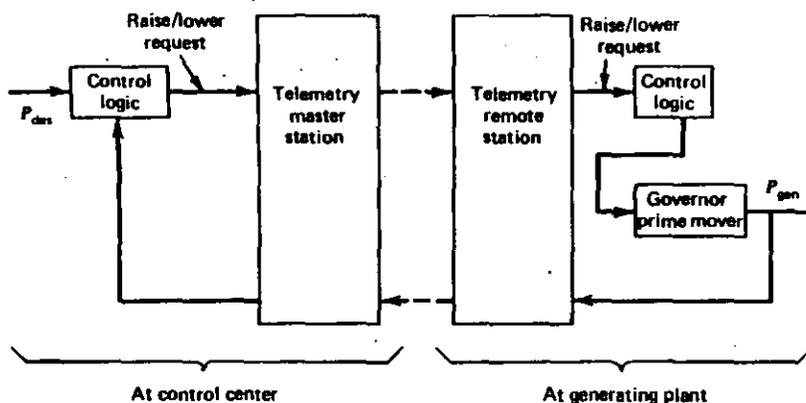


FIG. 9.23 Basic generation control loop via telemetry.

deviation, net interchange error, and each unit's deviation from its scheduled economic output.

The overall control scheme we are going to develop starts with ACE, which is a measure of the error in total generation from total desired generation. ACE is calculated according to Figure 9.24. ACE serves to indicate when total generation must be raised or lowered in a control area. However, ACE is not the only error signal that must "drive" our controller. The individual units may deviate from the economic output as determined by the base point and participation-factor calculation.

The AGC control logic must also be driven by the errors in unit output so as to force the units to obey the economic dispatch. To do this, the sum of the unit output errors is added to ACE to form a composite error signal that drives the entire control system. Such a control system is shown schematically in Figure 9.25 where we have combined the ACE calculation, the generation allocation calculation, and the unit control loop.

Investigation of Figure 9.25 shows an overall control system that will try to drive ACE to zero as well as driving each unit's output to its required economic value. Readers are cautioned that there are many variations to the control execution

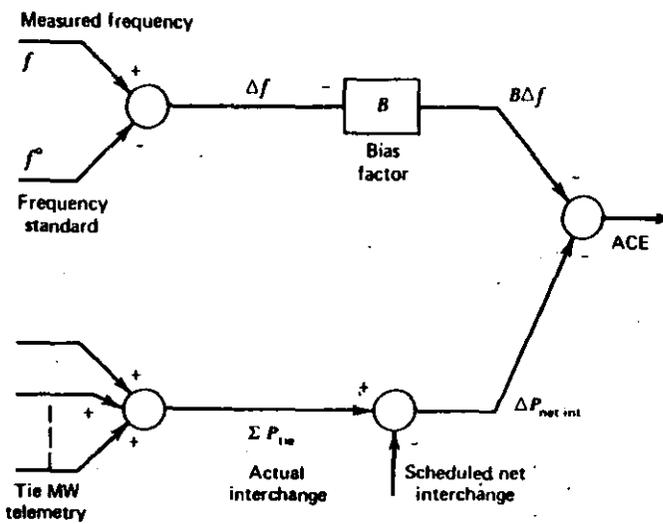


FIG. 9.24 ACE calculation.

shown in Figure 9.25. This is especially true of direct digital implementations of AGC where great sophistication can be programmed into an AGC computer code.

Often the question is asked as to what constitutes "good" AGC design. This is difficult to answer other than in a general way since what is "good" for one system may be different in another. Three general criteria can be given.

1. The ACE signal should ideally be kept from becoming too large. Since ACE is directly influenced by random load variations, this criterion can be treated statistically by saying that the standard deviation of ACE should be small.
2. ACE should not be allowed to "drift." This means that the integral of ACE over an appropriate time should be small. "Drift" in ACE has the effect of creating system time errors or what are termed *inadvertent interchange errors*.
3. The amount of control action called for by the AGC should be kept to a minimum. Many of the errors in ACE, for example, are simply random load changes that need not cause control action. Trying to "chase" these random load variations will only wear out the unit speed changing hardware.

To achieve the objectives of good AGC, many features are added as described briefly in the next section.

9.7.5 AGC Features

This section will serve as a simple catalog of some of the features that can be found on most AGC systems.

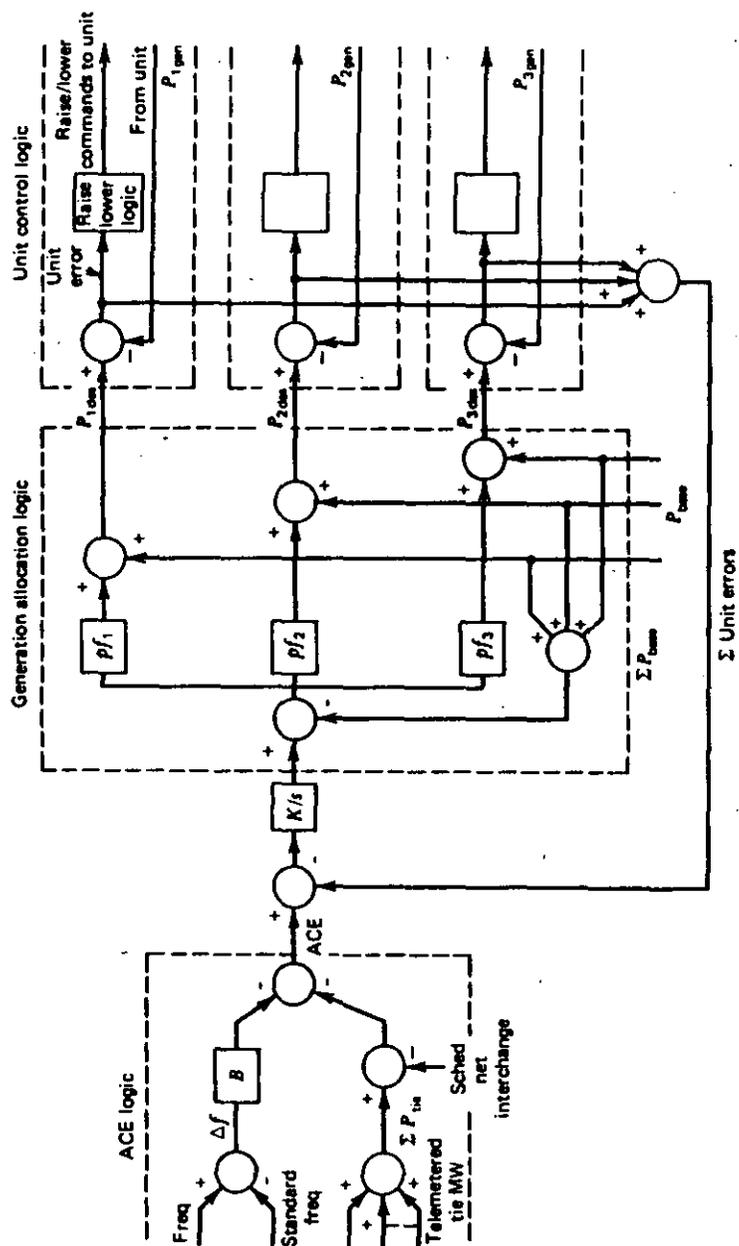


FIG. 9.25 Overview of AGC logic.

Assist Action: Often the incremental heat rate curves for generating units will give trouble to an AGC when an excessive ACE occurs. If one unit's participation factor is dominant, it will take most of the control action and the other units will remain relatively fixed. Although it is the proper thing to do as far as economics are concerned, the one unit that is taking all the action will not be able to change its output fast enough when a large ACE calls for a large change in generation. The assist logic then comes into action by moving more of the units to correct ACE. When the ACE is corrected, the AGC then restores the units back to economic output.

Filtering of ACE: As indicated earlier, much of the change in ACE may be random noise that need not be "chased" by the generating units. Most AGC programs use elaborate, adaptive nonlinear filtering schemes to try to filter out random noise from true ACE deviations that need control action.

Telemetry Failure Logic: Logic must be provided to ensure that the AGC will not take wrong action when a telemetered value it is using fails. The usual design is to suspend all AGC action when this condition happens.

Unit Control Detection: Sometimes a generating unit will not respond to raise/lower pulses. For the sake of overall control the AGC ought to take this into account. Such logic will detect a unit that is not following raise/lower pulses and suspend control to it, thereby causing the AGC to reallocate control action among the other units on control.

Ramp Control: Special logic allows the AGC to ramp a unit from one output to another at a specified rate of change in output. This is most useful in bringing units on-line and up to full output.

Rate Limiting: All AGC designs must account for the fact that units cannot change their output too rapidly. This is especially true of thermal units where mechanical and thermal stresses are limiting. The AGC must limit the rate of change such units will be called on to undergo during fast load changes.

Unit Control Modes: Many units on power systems are not under full AGC control. Various special control modes must be provided such as manual, base load, base load and regulating. For example, base load and regulating units are held at their base load value—but are allowed to move as assist action dictates and are then restored to base load value.

PROBLEMS

9.1 Suppose that you are given a single area with three generating units as shown in Figure 9.26.

Unit	Rating	Speed droop R (per unit on unit base)
1	100 MVA	0.01
2	500 MVA	0.015
3	500 MVA	0.015

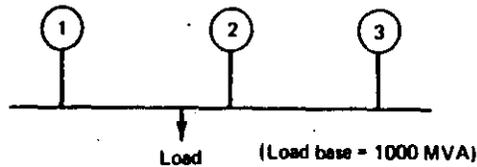


FIG. 9.26 Three-generator system for Problem 9.1.

The units are initially loaded as follows.

$$P_1 = 80 \text{ MW}$$

$$P_2 = 300 \text{ MW}$$

$$P_3 = 400 \text{ MW}$$

Assume $D=0$; what is the new generation on each unit for a 50 MW load increase? Repeat with $D = 1.0$ pu (i.e., 1.0 pu on load base). Be careful to convert all quantities to a common base when solving.

9.2 Using the values of R and D in each area, for Example 9B, resolve for the 100 MW load change in area 1 under the following conditions.

$$\text{Area 1} \quad \text{Base MVA} = 2000 \text{ MVA}$$

$$\text{Area 2} \quad \text{Base MVA} = 500 \text{ MVA}$$

Then solve for a load change of 100 MW occurring in area 2 with R s and D s as in Example 9B and base MVA for each area as before.

9.3 Given the block diagram of two interconnected areas shown in Figure 9.27 (consider the prime-mover output to be constant, i.e., a "blocked" governor):

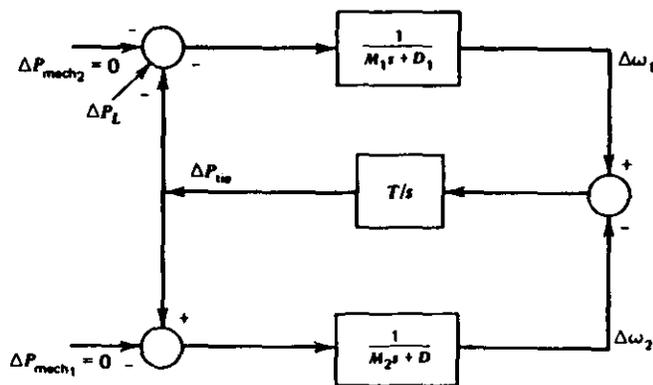


FIG. 9.27 Two-area system for Problem 9.3.

a. Derive the transfer functions that relate $\Delta\omega_1(s)$ and $\Delta\omega_2(s)$ to a load change $\Delta P_L(s)$.

b. For the following data (all quantities refer to a 1000 MVA base),

$$M_1 = 3.5 \text{ pu} \quad D_1 = 1.00$$

$$M_2 = 4.0 \text{ pu} \quad D_2 = 0.75$$

$$T = 377 \times 0.02 \text{ pu} = 7.54 \text{ pu}$$

calculate the final frequency for load-step change in area 1 of 0.2 pu (i.e., 200 MW). Assume frequency was at nominal and tie flow was 0 pu.

c. Derive the transfer function relating tie flow, $\Delta P_{tie}(s)$ to $\Delta P_L(s)$. For the data of part (b) calculate the frequency of oscillation of the tie power flow. What happens to this frequency as tie stiffness increases (i.e. $T \rightarrow \infty$)?

9.4 Given two generating units with data as follows.

Unit 1: Fuel cost: $F_1 = 1.0 \text{ ¢/MBtu}$

$$H_1(P_1) = 500 + 7 P_1 + 0.002 P_1^2 \text{ MBtu/h}$$

$$150 < P_1 < 600 \quad \text{Rate limit} = 2 \text{ MW/min}$$

Unit 2: Fuel cost: $F_2 = 0.98 \text{ ¢/MBtu}$

$$H_2(P_2) = 200 + 8 P_2 + 0.0025 P_2^2 \text{ MBtu/h}$$

$$125 \leq P_2 \leq 500 \text{ MW} \quad \text{Rate limit} = 2 \text{ MW/min}$$

a. Calculate the economic base points and participation factors for these two units supplying 500 MW total. Use Eq. 3.24 to calculate participation factors.

b. Assume a load change of 10 MW occurs and that we wish to clear the ACE to 0 in 5 min. Is this possible if the units are to be allocated by base points and participation factors?

c. Assume the same load change as in part (b), but assume that the rate limit on unit 1 was now 0.5 MW/min.

This problem demonstrates the flaw in using Eq. 3.24 to calculate the participation factors. An alternate procedure would generate participation factors as follows.

Let t be the time in minutes between economic-dispatch calculation executions. Each unit will be assigned a range that must be obeyed in performing the economic dispatch.

$$P_i^{\max} = P_i^0 + t \times \text{rate limit}_i \tag{P4.1}$$

$$P_i^{\min} = P_i^0 - t \times \text{rate limit}_i$$

The range thus defined is simply the maximum and minimum excursion the unit could undergo within t minutes. If one of the limits described is outside the

units' normal economic limits, the economic limit would be used. Participation factors can then be calculated by resolving the economic dispatch at a higher value and enforcing the new limits described previously.

d. Assume $T = 5$ min and that the perturbed economic dispatch is to be resolved for 510 MW. Calculate the new participation factors as

$$pf_i = \frac{P_i^A - P_{i\text{base pt}}}{\Delta P_{\text{total}}}$$

where $P_{i\text{base pt}}$ = base economic solution

$$P_{1\text{base}} + P_{2\text{base}} = 500 \text{ MW}$$

P_i^A = perturbed solution

$$P_1^A + P_2^A = 510 \text{ MW}$$

with limits as calculated in Eq. P4.1.

Assume the initial unit generations P_i^0 were the same as the base points found in part (a). And assume the rate limits were as in part (c) (i.e., unit 1 rate lim = 0.5 MW/min, unit 2 rate lim = 2 MW/min). Now check to see if part (c) gives a different result.

FURTHER READING

A great deal of literature in the past 20 years has dealt with control theory and associated technologies. The reader should be familiar with the basics of control theory before attempting to read many of the references cited here. A good introduction to automatic generation control is the book *Control of Generation and Power Flow on Interconnected Systems*, by Nathan Cohn (cited in Chapter 1). Other sources of introductory material are contained in references 1-3.

Descriptions of how steam turbine generators are modeled are found in references 4 and 5; reference 6 shows how hydro units can be modeled. Reference 7 shows the effects to be expected from various prime-mover and governing systems. References 8, 9, and 10 are representative of advances made in AGC techniques through the late 1960s and early 1970s. Other special interests in AGC design include special purpose optimal filters (see references 10 and 11), direct digital control schemes (see references 12-15), and control of jointly owned generating units (see reference 16).

Research in control theory toward "optimal control" techniques was used in several papers presented in the late 1960s and early 1970s. As far as is known to the authors, optimal control techniques have not, as of the writing of this text, been utilized successfully in a working AGC system. Reference 17 is representative of the papers using optimal control theory.

Recent research has included an approach that takes the short-term load forecast, economic dispatch, and AGC problems and approaches them as one overall control problem. References 18 and 19 illustrate this approach.

1. Friedlander, G. D., "Computer-Controlled Power Systems, Part I—Boiler-Turbine Unit Controls," *IEEE Spectrum*, April 1965, pp. 60-81.

2. Friedlander, G. D., "Computer-Controlled Power Systems, Part II—Area Controls and Load Dispatch," *IEEE Spectrum*, May 1965, pp. 72-91.
3. Ewart, D. N., "Automatic Generation Control—Performance Under Normal Conditions," *Systems Engineering for Power: Status and Prospects*, U.S. government document CONF-750867, 1975, pp. 1-14.
4. Anderson, P. M., *Modeling Thermal Power Plants for Dynamic Stability Studies*, Cyclone Copy Center, Ames, Iowa, 1974.
5. IEEE Committee Report, "Dynamic Models for Steam and Hydro Turbines in Power System Studies," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-92, November/December 1973, pp. 1904-1915.
6. Undrill, J. M., Woodward, J. L., "Nonlinear Hydro Governing Model and Improved Calculation for Determining Temporary Droop," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-86, April 1967, pp. 443-453.
7. Concordia, C., Kirchmayer, L. K., de Mello, F. P., Schulz, R. P., "Effect of Prime-Mover Response and Governing Characteristics on System Dynamic Performance," *Proceedings American Power Conference*, 1966.
8. Cohn, N., "Considerations in the Regulation of Interconnected Areas," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-86, December 1967, pp. 1527-1538.
9. Cohn, N., "Techniques for Improving the Control of Bulk Power Transfers on Interconnected Systems," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-90, November/December 1971, pp. 2409-2419.
10. Cooke, J. L., "Analysis of Power System's Power-Density Spectra," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-83, January 1964, pp. 34-41.
11. Ross, C. W., "Error Adaptive Control Computer for Interconnected Power Systems," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-85, July 1966, pp. 742-749.
12. Ross, C. W., "A Comprehensive Direct Digital Load-Frequency Controller," *IEEE Power Industry Computer Applications Conference Proceedings*, 1967.
13. Ross, C. W., Green, T. A., "Dynamic Performance Evaluation of a Computer-Controlled Electric Power Systems," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-91, May/June 1972, pp. 1158-1165.
14. de Mello, F. P., Mills, R. J., B'Relis, W. F., "Automatic Generation Control—Part I: Process Modeling," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-92, March/April 1973, pp. 710-715.
15. de Mello, F. P., Mills, R. J., B'Relis, W. F., "Automatic Generation Control—Part II: Digital Control Techniques," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-92, March/April 1973, pp. 716-724.
16. Podmore, R., Gibbard, M. J., Ross, D. W., Anderson, K. R., Page, R. G., Argo, K., Coons, K., "Automatic Generation Control of Jointly Owned Generating Unit," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-98, January/February 1979, pp. 207-218.
17. Elgerd, O. I., Fosha, C. E., "The Megawatt-Frequency Control Problem: A New Approach Via Optimal Control Theory," *Proceedings, Power Industry Computer Applications Conference*, 1969.

18. Zaborszky, J., Singh, J., "A Reevaluation of the Normal Operating State Control of the Power Systems Using Computer Control and System Theory: Estimation," *Power Industry Computer Applications Conference Proceedings*, 1979.
19. Mukai, H., Singh, J., Spare, J., Zaborszky, J. "A Reevaluation of the Normal Operating State Control of the Power System Using Computer Control and System Theory--Part II: Dispatch Targeting," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-100, January 1981, pp. 309-317.

chapter 10

Interchange Evaluation and Power Pools

10.1 INTRODUCTION

This chapter discusses some of the reasons why electric utility systems interconnect with neighboring systems. Except where geographical or political barriers prevent it, the interconnection of electric systems is almost universal throughout the world. The reasons are quite simple, and always make sense no matter what system we are dealing with.

Basically, electric power systems interconnect because the interconnected system is more reliable, it is a better system to operate, and it may be operated at less cost than if left as separate parts. We saw in Chapter 9 that interconnected systems have better regulating characteristics since a load change in any of the systems is taken care of by all units in the interconnection, not just the units in the control area where the load change occurred. This fact also makes interconnections more reliable since the loss of a generating unit in one of them can be made up from spinning reserve among units throughout the interconnection. Thus, if a unit is lost in one control area, governing action from units in all connected areas will increase generation outputs to make up the

deficit until standby units can be brought on-line. If a power system were to run isolated and lose a large unit, the chance of the other units in that isolated system being able to make up the deficit are greatly reduced. Extra units would have to be run as spinning reserve, and this would mean less economic operation. Furthermore, a generation system will generally require a smaller installed generation capacity reserve if it is planned as part of an interconnected system.

One of the most important reasons for interconnecting with neighboring systems centers on the better economics of operation that can be attained when interconnected. This opportunity to improve the operating economics arises any time two power systems are operating with different incremental costs. As Example 10A will show, if there is a sufficient difference in the incremental cost between the systems, it will pay both systems to exchange power at an equitable price. To see how this can happen, one need merely reason as follows. Given the following situation:

- Utility A is generating at a lower incremental cost than utility B.
- If utility B were to buy the next megawatt of power for its load from utility A at a price less than if it generated that megawatt from its own generation, it would save money in supplying that increment of load.
- Utility A would benefit economically from selling power to utility B as long as utility B is willing to pay a price that is greater than utility A's cost of generating that block of power.

The key to achieving a mutually beneficial transaction is in establishing a "fair" price for the economy interchange sale.

There are other, longer-term interchange transactions that are economically advantageous to interconnected utilities. One system may have a surplus of power and energy and may wish to sell it to an interconnected company on a long-term, firm supply basis. It may, in other circumstances, wish to arrange to sell this excess only on a "when, and if available" basis. The purchaser would probably agree to pay more for a firm supply (the first case) than for the interruptible supply of the second case.

In all these transactions the question of a "fair and equitable price" enters into the arrangement. In this text, the economy interchange examples that follow are all based on an equal division of the operating costs that are saved by the utilities involved in the interchange. This is not always the case since "fair and equitable" is a very subjective concept; what is fair and equitable to one party may appear as grossly unfair and inequitable to the other. The 50-50 split of savings in the examples in this chapter should not be taken as advocacy of this particular price schedule. It is used since it is quite common in interchange practices in the U.S. economy and in "normal circumstances" appears to be nondiscriminatory. Pricing arrangements for long-term interchange vary widely and may include "take-or-pay" contracts, split savings, or fixed price schedules.

10.2 ECONOMY INTERCHANGE

Before we look at the pricing of interchange power, we will present an example showing the benefit of interchange power.

EXAMPLE 10A

Two utility operating areas are shown in Figure 10.1. Data giving the heat rates and fuel costs for each unit in both areas are given here.

Unit Data: $F_i(P_i) = f_i(a_i + b_i P_i + c_i P_i^2)$
 $P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max}$

Unit number	Fuel cost f_i (R/MBtu)	Cost coefficients			Unit limits	
		a_i	b_i	c_i	P_i^{\min} (MW)	P_i^{\max} (MW)
1	2.0	561.	7.92	0.001562	150.	600.
2	2.0	310.	7.85	0.00194	100.	400.
3	2.0	78.	7.97	0.00482	50.	200.
4	1.9	500.	7.06	0.00139	140.	590.
5	1.9	295.	7.46	0.00184	110.	440.
6	1.9	295.	7.46	0.00184	110.	440.

Area 1: Load = 700 MW

Max total gen = 1200 MW

Min total gen = 300 MW

Area 2: Load = 1100 MW

Max total gen = 1470 MW

Min total gen = 360 MW

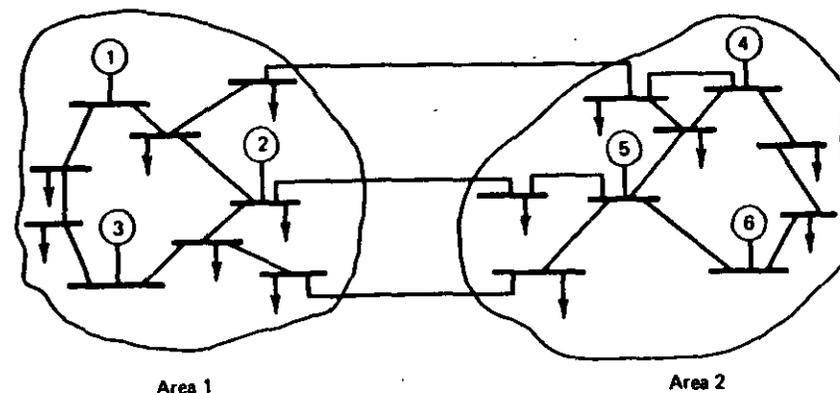


FIG. 10.1 Interconnected areas for Example 10A.

First, we will assume that each area operates independently, that is, each will supply its own load from its own generation. This will necessitate performing a separate economic dispatch calculation for each area. The results of an independent economic dispatch are given here.

$$\begin{array}{l} \text{Area 1:} \\ P_1 = 322.7 \text{ MW} \\ P_2 = 277.9 \text{ MW} \\ P_3 = 99.4 \text{ MW} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{array}} \right\} \text{Total gen} = 700 \text{ MW}$$

$$\lambda = 17.856 \text{ R/MWh}$$

$$\text{Operating cost area 1} = 13,677.21 \text{ R/h}$$

$$\begin{array}{l} \text{Area 2:} \\ P_4 = 524.7 \text{ MW} \\ P_5 = 287.7 \text{ MW} \\ P_6 = 287.7 \text{ MW} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{array}} \right\} \text{Total gen} = 1100 \text{ MW}$$

$$\lambda = 16.185 \text{ R/MWh}$$

$$\text{Operating cost area 2} = 18,569.23 \text{ R/h}$$

$$\begin{aligned} \text{Total operating cost for both areas} &= 13,677.21 + 18,569.23 \\ &= 32,246.44 \text{ R/h} \end{aligned}$$

Now suppose the two areas are interconnected by several transmission circuits such that the two areas may be thought of and operated as one system. If we now dispatch them as one system considering the loads in each area to be the same as just shown, we get a different dispatch for the units.

$$\begin{array}{l} P_1 = 184.0 \text{ MW} \\ P_2 = 166.2 \text{ MW} \\ P_3 = 54.4 \text{ MW} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{array}} \right\} \text{Total gen in area 1} = 404.6 \text{ MW}$$

$$\begin{array}{l} P_4 = 590.0 \text{ MW} \\ P_5 = 402.7 \text{ MW} \\ P_6 = 402.7 \text{ MW} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{array}} \right\} \text{Total gen in area 2} = \underline{1,395.4 \text{ MW}}$$

$$\text{Total generation for entire system} = 1,800.0 \text{ MW}$$

$$\lambda = 16.990 \text{ R/h}$$

$$\text{Operating cost area 1} = 8,530.93 \text{ R/h}$$

$$\text{Operating cost area 2} = 23,453.89 \text{ R/h}$$

$$\text{Total operating cost} = 31,984.82 \text{ R/h}$$

$$\text{Interchange power} = 295.4 \text{ MW from area 2 to area 1}$$

Note that area 1 is now generating less than when it was isolated and area 2 is generating more. If we ignore losses, we can see that the change in generation in each area corresponds to the net power flow over the interconnecting circuits. This is called the *interchange power*. Note also that the overall cost of operating both systems is now less than the sum of the costs to operate the areas when each supplied its own load.

Example 10A has shown that interconnecting two power systems can have a marked economic advantage when power can be interchanged. If we look at the net change in operating cost for each area, we will discover that area 1 had a decrease in operating cost while area 2 had an increase. Obviously, area 1 should pay area 2 for the power transmitted over the interconnection, but how much should be paid? This question can be, and is, approached differently by each party. Assume the systems were operated with the 295.4 MW of interchange power for 1 h.

Area 1: Can argue that area 2 had a net operating cost increase of 4884.66 R and therefore area 1 ought to pay area 2 4884.66 R. Note that if this were agreed to, area 1 would reduce its net operating cost by $13,677.21 - (8530.93 + 4884.66) = 261.62 \text{ R}$ when the cost of the purchase is included.

Area 2: Can argue that area 1 had a net decrease in operating cost of 5146.28 R and therefore area 1 ought to pay area 2 5146.28 R. Note that if this were agreed to, area 2 would have a net decrease in its operating costs when the revenues from the sale are included of $18,569.23 - (23,453.89 + 5146.28) = 261.62 \text{ R}$.

The problem with this approach is, of course, that there is no agreement concerning a mutually acceptable "fair" price. In both cases one party to the transaction gets all the economic benefits while the other gains nothing. A common practice in such cases is to price the sale at the cost of generation plus one-half the savings in operating costs of the purchaser. This splits the savings equally between the two operating areas. This means that area 1 would pay area 2 5015.47 R and that each area would have 130.81 R reduction in operating costs.

Such transactions are usually not carried out if the net savings are very small. In such a case the errors in measuring interchange flows might cause the transaction to be uneconomic. The transaction may also appear to be uneconomic to a potential seller if the utility is concerned with conserving its fuel resources to serve its own customers. This, however, is an institutional problem and not one of engineering economics.

10.3 ECONOMY INTERCHANGE EVALUATION

In Example 10A we saw how two power systems could operate interconnected for less money than if they operated separately. We obtained a dispatch of the interconnected systems by assuming that we had all the information necessary

(input-output curves, fuel costs, unit limits, on-line status, etc.) in one location and could calculate the overall dispatch as if the areas were part of the same system. However, unless the two power systems have formed a power pool or transmit this information to each other or a third party who will arrange the transaction (see Section 10.9), this assumption is incorrect. The most common situation involves system operations personnel located in offices within each of the control areas who can talk to each other by telephone. We can assume that each office has the data and computation equipment needed to perform an economic dispatch calculation for its own power system and that all information about the neighboring system must come over the telephone (or perhaps by teletype). How should the two operations offices coordinate their operations to obtain best economic operation of both systems?

The simplest way to coordinate the operations of the two power systems is to note that if someone were performing an economic dispatch for both systems combined, the most economic way to operate would require the incremental cost to be the same at each generating plant assuming losses are ignored. The two operations offices can achieve the same result by taking the following steps.

1. Assume there is no interchange power being transmitted between the two systems.
2. Each system operations office runs an economic dispatch calculation for its own system.
3. By talking over the telephone, the offices can determine which system has the lower incremental cost. The operations office in the system with lower incremental cost then runs a series of economic dispatch calculations each one having a greater total demand (that is, the total load is increased at each step). Similarly, the operations office in the system having higher incremental cost runs a series of economic dispatch calculations, each having a lower total demand.
4. Each increase in total demand on the system with lower incremental cost will tend to raise its incremental cost, and each decrease in demand on the high incremental cost system will tend to lower its incremental cost. By running the economic dispatch steps and conversing over the telephone, the two operations offices can determine the level of interchange energy that will bring the two systems toward most economic operation.

Under idealized "free market" conditions where both utilities are attempting to minimize their respective operating costs, and assuming no physical limitations on the transfer, their power negotiations (or bartering) will lead to the same economic results as a pool dispatch performed on a single area basis. These assumptions, however, are critical. In many practical situations there are both physical and institutional constraints that prevent interconnected utility systems from achieving optimum economic dispatch.

EXAMPLE 10B

Starting from the "no interchange" conditions of Example 10A, we will find the most economic operation by carrying out the steps outlined earlier. Since area 2 has a lower incremental cost before the transaction, we will run a series of economic dispatch calculations with increasing load steps of 50 MW and an identical series on area 1 with decreasing load steps of 50 MW.

Area 1:

Step	Demand (MW)	Area 1 incremental cost (¢/MWh)	Assumed Interchange from area 2 (MW)
1	700	17.856	0
2	650	17.710	50
3	600	17.563	100
4	550	17.416	150
5	500	17.270	200
6	450	17.123	250
7	400	16.976	300
8	350	16.816	350

Area 2:

Step	Demand (MW)	Area 1 incremental cost (¢/MWh)	Assumed interchange to area 1 (MW)
1	1100	16.185	0
2	1150	16.291	50
3	1200	16.395	100
4	1250	16.501	150
5	1300	16.656	200
6	1350	16.831	250
7	1400	17.006	300
8	1450	17.181	350

Note that at step 6, area 1's incremental cost is just slightly above area 2's incremental cost, but that the relationship then changes at step 7. Thus, for minimum total operating costs, the two systems ought to be interchanging between 250 and 300 MW interchange.

This procedure can be repeated with smaller steps between 250 and 300 MW if desired.

10.4 INTERCHANGE EVALUATION WITH UNIT COMMITMENT

In Examples 10A and 10B there was an implicit assumption that conditions remained constant on the two power systems as the interchange was evaluated. Usually this assumption is a good one if the interchange is to take place for a period of up to 1 h. However, there may be good economic reasons to transmit interchange power for periods extending from several hours to several days. Obviously, when studying such extended periods, we will have to take into account many more factors than just the relative incremental costs of the two systems.

Extended interchange transactions require that a model of the load to be served in each system (i.e., the expected load levels as a function of time) be included as well as the unit commitment schedule for each. The procedure for studying interchange of power over extended periods of time is as follows.

1. Each system must run a base-unit commitment study extending over the length of the period in question. These base-unit commitment studies are run without the interchange, each system serving its own load as given by a load forecast extending over the entire time period.
2. Each system then runs another unit commitment, one system having an increase in load, the other a decrease in load over the time the interchange is to take place.
3. Each system then calculates a total production cost for the base unit commitment and for the unit commitment reflecting the effect of the interchange. The difference in cost for each system represents the cost of the interchange power (a positive change in cost for the selling system and a negative change in cost for the buying system). The price for the interchange can then be negotiated. If the agreed on pricing policy is to "split the savings," the price will be set by splitting the savings of the purchaser and adding the change in the cost for the selling system. If the savings are negative, it obviously would not pay to carry out the interchange contract.

The unit commitment calculation allows the system to adjust for the start-up and shut-down times to take more effective advantage of the interchange power. It may pay for one system to leave an uneconomical unit off-line entirely during a peak in load and buy the necessary interchange power instead.

10.5 MULTIPLE INTERCHANGE CONTRACTS

Most power systems are interconnected with all their immediate neighboring systems. This may mean that one system will have interchange power being bought and sold simultaneously with several neighbors. In this case, the price for the interchange must be set while taking account of the other interchange. For example, if one system were to sell interchange power to two neighboring systems in sequence,

it would probably quote a higher price for the second sale since the first sale would have raised its incremental cost. On the other hand, if the selling utility was a member of a power pool, the sale price might be set by the power and energy pricing portions of the pool agreement to be at a level such that the seller receives the cost of the generation for the sale plus one-half the total savings of all the purchasers. In this case, assuming that a pool control center exists, the sale prices would be computed by this center and would differ from the prices under multiple interchange contracts. As we will see in the next section, the order in which the interchange transaction agreements are made is very important in costing the interchange where there is no central pool dispatching office.

Another phenomenon that can take place with multiple neighbors occurs when a system's transmission system is simply being used to transmit power from one neighbor, through an intermediate system, to a third system. The intermediate system's AGC will keep net interchange to a specified value regardless of the power being passed through it. The power being passed through will change the transmission losses incurred in the intermediate system. When the losses are increased, this can represent an unfair burden on the intermediate system, since if it is not part of the interchange agreement, the increased losses will be supplied by the intermediate system's generation. As a result, systems often assess a "wheeling" charge for such power passed through its transmission network. Three-party transactions are frequently made in the United States by negotiations between pairs of systems. "A" locates power and energy in "C" and makes arrangement with an intervening system "B" for transmission. Then "C" sells to "B" and "B" sells to "A." The price level to "A" may be set as the cost of "C"'s generation plus the wheeling charges of "B" plus one-half "A"'s savings. It may also be set at "B"'s net costs plus one-half "A"'s savings. Price is a matter of negotiation in this type of transaction when prior agreements on pricing policies are absent. This type of multiparty exchange is known as *displacement*.

10.6 AFTER-THE-FACT PRODUCTION COSTING

Often utility companies will enter into interchange agreements that give the amount and schedule of the interchange power but leave the final price out. Instead of agreeing on the price, the contract specifies that the systems will operate with the interchange and then decide on its cost after it has taken place. By doing so, the systems can use the actual load on the systems and the actual unit commitment schedules rather than the predicted load and commitment schedules. Even when the price has been negotiated prior to the interchange, utilities will many times wish to verify the economic gains projected by performing after-the-fact production costs.

As described in Section 10.5, power systems are often interconnected with many neighboring systems and interchange may be carried out with each one. When carrying out the after-the-fact production costs, the operations offices must be careful to duplicate the order of the interchange agreements. This is illustrated in Example 10C.

EXAMPLE 10C

Suppose area 1 of Example 10A was interconnected with a third system here designated area 3 and that interchange agreements were entered into as follows.

Interchange agreement A: Area 1 buys 300 MW from Area 2

Interchange agreement B: Area 1 sells 100 MW to Area 3

Data for area 1 and area 2 will be the same as in Example 10A. For this example, we assume that Area 3 will not reduce its own generation below 450 MW for reasons that might include unit commitment or spinning-reserve requirements. The Area 3 cost characteristics are as follows.

Total demand (MW)	Area 3 incremental cost (R/MWh)	Area 3 total production cost (R/h)
450	18.125	8,220.00
550	18.400	10,042.00

First, let us see what the cost would be under a split-savings pricing policy if the interchange agreements were made with agreement A first then agreement B.

	Area 1 gen (MW)	Area 1 cost (R/h)	Area 2 gen (MW)	Area 2 cost (R/h)	Area 3 gen (MW)	Area 3 cost (R/h)
Start	700	13,677.21	1100	18,569.23	550	10,042.00
After agreement A	400	8,452.27	1400	23,532.25	550	10,042.00
After agreement B	500	10,164.57	1400	23,532.25	450	8,220.00
Agreement A:	Saves area 1 5,224.94 R Costs area 2 4,963.02 R After splitting savings, area 1 pays area 2 5,093.98 R					
Agreement B:	Costs area 1 1,712.30 R Saves area 3 1,822.00 R After splitting savings, area 3 pays area 1 1,767.15 R					
Summary of payments:	Area 1 pays a net 3,326.83 R Area 2 receives 5,093.98 R Area 3 pays 1,767.15 R					

Now let the transactions be costed assuming the same split-savings pricing policy but with the interchange agreements made with agreement B first, then agreement A.

	Area 1 gen (MW)	Area 1 cost (R/h)	Area 2 gen (MW)	Area 2 cost (R/h)	Area 3 gen (MW)	Area 3 cost (R/h)
Start	700	13,677.21	1100	18,569.23	550	10,042.00
After agreement B:	800	15,477.55	1100	18,569.23	450	8,220.00
After agreement A:	500	10,164.57	1400	23,532.25	450	8,220.00
Agreement B:	Costs area 1 1,800.34 R Saves area 3 1,822.00 R After splitting savings, area 3 pays area 1 1,811.17 R					
Agreement A:	Saves area 1 5,312.98 R Costs area 2 4,963.02 R After splitting savings, area 1 pays area 2 5,138.00 R					
Summary of payments:	Area 1 pays a net 3,326.83 R Area 2 receives 5,138.00 R Area 3 pays 1,811.17 R					

Except for area 1, the payments for the interchanged power are different depending on the order in which the agreements were carried out. If agreement A were carried out first, area 2 would be selling power to area 1 at a lower incremental cost than if agreement B were carried out first. Obviously, it would be to a seller's (area 2 in this case) advantage to sell when the buyer's (area 1) incremental cost is high, and, conversely, it is to a buyer's (area 3) advantage to buy from a seller (area 1) whose incremental cost is low.

When several two-party interchange agreements are made, the pricing must follow the proper sequence. In this example, the utility supplying the energy receives more than its incremental production costs no matter which transaction is costed initially. The rate that the other two areas pay per MWh are different and depend on the order of evaluation. These differences may be summarized as follows in terms of R/MWh.

Area	Cost rates (R/MWh)	
	A costed first	B costed first
1 pays	16.634	16.634
2 receives	16.980	17.127
3 pays	17.672	18.112

As we will see in Section 10.9.3, the central dispatch of a pool can avoid this problem by developing a single cost rate for every transaction that takes place in a given interval.

10.7 TRANSMISSION LOSSES IN TRANSACTION EVALUATION

Up to now we have assumed that transmission losses could be neglected in interchange transaction analysis. This may not be true in the operation of an actual power system. It might seem quite profitable to transmit power to a neighboring system if transmission losses are ignored. If, however, some of the transmitted power is lost in transmission losses, it would be necessary to generate extra power to make the actual interchanged power equal to what was agreed with the buyer. The extra power generated would cost something and might wipe out the savings calculated by ignoring losses. For this reason, in systems where losses are of significance, interchanged power is usually thought of as being delivered at the boundary of the system. The price of the power to be interchanged must also therefore be priced assuming delivery at the boundary.

To correctly price the interchange at the boundary of the system, we must perform all economic dispatch calculations using penalty factors calculated using either a loss matrix or load flow. To start, we can assume that each tie line crossing the boundary of a system connects to the system at a unique bus. The interchange of power can then be thought of as power flowing into or out of the network from these buses. When the system is selling power, the "tie buses" appear to have loads on them, and, when buying power, they appear to have generators on them. Let us assume then that there are N generator buses in the system and M tie buses. Then we can construct vectors of interchange quantities as follows.

$$\mathbf{P}_{gen} = \begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \\ \vdots \\ P_{gN} \end{bmatrix} \quad \text{Vector of } N \text{ generator buses} \quad (10.1)$$

$$\mathbf{P}_{tie} = \begin{bmatrix} P_{T1} \\ P_{T2} \\ \vdots \\ P_{TM} \end{bmatrix} \quad \text{Vector of } M \text{ tie buses} \quad (10.2)$$

We can then construct a loss matrix that has rows and columns corresponding to each of the generator buses and to each of the tie buses. The system losses can then be calculated using Eq. 10.3 where the \mathbf{P} vector of Chapter 4 is made up of two sets of quantities as shown.

$$P_{loss} = [\mathbf{P}_{gen}^T \mid \mathbf{P}_{tie}^T][B_{ij}] \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{gen} \\ \mathbf{P}_{tie} \end{bmatrix} + [\mathbf{P}_{gen}^T \mid \mathbf{P}_{tie}^T][B_{i0}] + B_{00} \quad (10.3)$$

If we were able to predict the power flow over the tie lines, the elements in \mathbf{P}_{tie} could be used along with the individual generation MW from the system's generators to calculate an economic dispatch with interchange. However, the value of the tie flows themselves are very difficult to predict. What is known is the net MW

interchange with each neighbor. When the interchange is implemented by offsetting each control area's ACE calculation, the power flow over the ties will be determined by the impedances of both networks and how the generating units were loaded during the interchange.

A useful approximation is to assume that each tie flow is a linear function of all the interchange agreements now taking place. This can be pictured easily if we think of the interchange power from a particular neighbor as always distributing in the same manner over the ties. Mathematically, we can say that each tie flow is equal to a "distribution factor" times the net interchange MW with a particular neighboring utility. The distribution factor will be different for each neighbor.

If we say that interchange is to take place with K neighbors, then the interchange powers can be expressed as a K dimensional vector.

$$\mathbf{P}_{int} = \begin{bmatrix} P_{int1} \\ P_{int2} \\ \vdots \\ P_{intK} \end{bmatrix} \quad \text{Vector of interchanges with } K \text{ neighboring systems} \quad (10.4)$$

The tie flow can then be calculated from the interchange vector using the distribution factors here arranged to form the tie-distribution matrix.

$$\mathbf{P}_{tie} = [TD]\mathbf{P}_{int} \quad (10.5)$$

where $[TD] \doteq K \times M$ tie-distribution matrix

A more useful expression allows us to calculate the combined vector of generator powers and tie powers given the generator powers and the net interchange power with each neighboring utility.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{gen} \\ \mathbf{P}_{tie} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & TD \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{gen} \\ \mathbf{P}_{int} \end{bmatrix} = [TD'] \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{gen} \\ \mathbf{P}_{int} \end{bmatrix} \quad (10.6)$$

$I = \text{identity matrix}$

Finally, the network losses can be expressed as a function of the generator powers and the interchange powers.

$$P_{loss} = [\mathbf{P}_{gen}^T \mid \mathbf{P}_{int}^T][B_{ij}] \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{gen} \\ \mathbf{P}_{int} \end{bmatrix} + [\mathbf{P}_{gen}^T \mid \mathbf{P}_{int}^T][B_{i0}] + B_{00} \quad (10.7)$$

where:

$$[B_{ij}] = [TD']^T[B_{ij}][TD']$$

and

$$[B_{i0}] = [TD']^T[B_{i0}]$$

Any calculations of production cost during interchange agreements should be made with this formula to price the power at the true boundary delivery points correctly. This can be illustrated by a fairly simple procedure as follows. In this illustration let us represent the system generators by P_i . The internal system load at an equivalent

load bus is P_L . The interchange points are considered as previously to be equivalent generators. A representative interchange would therefore be P_{intk} .

In this illustrative development, we will use scalar equations to show how one computes the incremental cost of power at a typical interchange bus. The Lagrangian functions for a real generator at i and a hypothetical interchange generator are

$$F_i - \lambda(P_i + P_{intk} - P_L - P_{loss}) = 0$$

for $i = 1, 2, 3$, etc. and

$$F_{intk} - \lambda(P_i + P_{intk} - P_L - P_{loss}) = 0$$

Therefore,

$$\frac{dF_i}{dP_i} = \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_i} \right) \quad (10.8)$$

and

$$\frac{dF_{intk}}{dP_{intk}} = \lambda \left(1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{intk}} \right) \quad (10.9)$$

The incremental cost of the interchange bus is therefore,

$$\frac{dF_{intk}}{dP_{intk}} = \frac{dF_i}{dP_i} \frac{\left[1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_{intk}} \right]}{\left[1 - \frac{\partial P_{loss}}{\partial P_i} \right]} = \frac{P_{f_i}}{P_{f_{intk}}} \frac{dF_i}{dP_i} \quad (10.10)$$

for each generator in the system.

However, this is an inconvenient format. A better and more practical format involves the following.

1. Solve the coordination equations for the value of λ at the equivalent load bus. From Eq. (10.8),

$$\lambda = P_{f_i} \frac{dF_i}{dP_i} \quad (10.11)$$

2. Use this result in Eq. (10.10) to find the incremental cost of power delivered to (or from) the interchange bus. That is,

$$\frac{dF_{intk}}{dP_{intk}} = \frac{\lambda}{P_{f_{intk}}}$$

For a block of interchange power, ΔP_{intk} , the delivered cost is therefore,

$$\frac{dF_{intk}}{dP_{intk}} \Delta P_{intk} = \frac{\lambda \Delta P_{intk}}{P_{f_{intk}}} \quad (10.12)$$

10.8 OTHER TYPES OF INTERCHANGE

There are other reasons for interchanging power than simply obtaining economic benefits. Arrangements are usually made between power companies to interconnect for a variety of reasons. Ultimately, of course, economics plays the dominant role, as we will see.

10.8.1 Capacity Interchange

Normally, a power system will add generation to make sure that the available capacity of the units it has equals its predicted peak load plus a reserve to cover unit outages. If for some reason this criterion cannot be met, the system may enter into a capacity agreement with a neighboring system provided that neighboring system has surplus capacity beyond what it needs to supply its peak load and maintain its own reserves. In selling capacity, the system that has a surplus agrees to cover the reserve needs of the other system. This may require running an extra unit during certain hours, which represents a cost to the selling system. The advantage of such agreements is to let each system schedule generation additions at longer intervals by buying capacity when it is short and selling capacity when a large unit has just been brought on-line and it has a surplus. Pure capacity reserve interchange agreements do not entitle the purchaser to any energy other than emergency energy requirements.

10.8.2 Diversity Interchange

Daily diversity interchange arrangements may be made between two large systems covering operating areas that span different time zones. Under such circumstance, one system may experience its peak load at a different time of the day than the other system simply because the second system is 1 h behind. If the two systems experience such a phenomenon, they can help each other by interchanging power during the peak. The system that peaked first would buy power from the other and then pay it back when the other system reached its peak load.

This type of interchange can also occur between systems that peak at different seasons of the year. Typically, one system will peak in the summer due to air-conditioning load and the other will peak in winter due to heating load. The winter peaking system would buy power during the winter months from the summer peaking system whose system load is presumably lower at that time of year. Then in the summer, the situation is reversed and the summer peaking system buys power from the winter peaking system.

10.8.3 Energy Banking

Energy-banking agreements usually occur when a predominantly hydro system is interconnected to a predominantly thermal system. During high water runoff periods, the hydro system may have energy to spare and will sell it to the thermal system. Conversely, the hydro system may also need to import energy during

periods of low runoff. The prices for such arrangements are usually set by negotiations between the specific systems involved in the agreement.

Instead of accounting for the interchange and charging each other for the transactions on the basis of hour-by-hour operating costs, it is common practice in some areas for utilities to agree to a banking arrangement whereby one of the systems acts as a bank and the other acts as a depositor. The depositor would "deposit" energy whenever it had a surplus and only the MWh "deposited" would be accounted for. Then whenever the depositor needed energy, it would simply withdraw the energy up to the MWh it had in the account with the other system. Which system is "banker" or "depositor" depends on the exchange contract. It may be that the roles are reversed as a function of the time of year.

10.8.4 Emergency Power Interchange

It is very likely that at some future time a power system will have a series of generation failures that require it to import power or shed load. Under such emergencies it is useful to have agreements with neighboring systems that commit them to supply power so that there will be time to shed load. This may occur at times that are not convenient or economical from an incremental cost point of view. Therefore, such agreements often stipulate that emergency power be priced very high.

10.8.5 Inadvertant Power Exchange

The AGC systems of utilities are not perfect devices with the result that there are regularly occurring instances where the error in controlling interchange results in a significant, accumulated amount of energy. This is known as *inadvertant interchange*. Under normal circumstances, system operators will "pay back" the accumulated inadvertant interchange energy megawatt-hour for megawatt-hour, usually during similar time periods in the next week. Differences in cost rates are ignored.

Occasionally utilities will suffer prolonged shortages of fuel or water, and the inadvertant interchange energy may grow beyond normal practice. If done deliberately, this is known as "leaning on the ties." When this occurs, systems will normally agree to pay back the inadvertant energy at the same time of day that the errors occurred. This tends to equalize the economic transfer. In severe fuel shortage situations, interconnected utilities may agree to compensate each other by paying for the inadvertant interchange at price levels that reflect the real cost of generating the exchange energy.

10.9 POWER POOLS

Interchange of power between systems is economically advantageous, as has been demonstrated previously. However, when a system is interconnected with many neighbors, the process of setting up one transaction at a time with each neighbor can

become very time consuming and will rarely result in the best overall economic interchange. To overcome this burden, several utilities may form a power pool that incorporates a central dispatch office. The power pool is administered from a central location that has responsibility for setting up interchange between members as well as other administrative tasks. The pool members relinquish certain responsibilities to the pool operating office in return for greater economies in operation.

The agreement the pool members sign is usually very complex. The complexity arises because the members of the pool are attempting to gain greater benefits from the pool operation and to allocate these benefits equitably among the members. In addition to maximizing the economic benefits of interchange between the pool members, pools help member companies by coordinating unit commitment and maintenance scheduling, providing a centralized assessment of system security at the pool office, calculating better hydro schedules for member companies, and so forth. Pools provide increased reliability by allowing members to draw energy from the pool transmission grid during emergencies as well as covering each others' reserves when units are down for maintenance or on forced outage.

Some of the difficulties in setting up a power pool involving nonaffiliated companies or systems arise because the member companies are independently owned and for the most part independently operated. Therefore, one cannot just make the assumption that the pool is exactly the same entity as a system under one ownership. If one member's transmission system is heavily loaded with power flows that chiefly benefit that member's neighbors, then that system is entitled to a reimbursement for the use of the transmission facilities. If one member is directed to commit a unit to cover a reserve deficiency in a neighboring system, that system is also likewise entitled to a reimbursement.

These reimbursement arrangements are built into the agreement that the members sign when forming the pool. The more the members try to push for maximum economic operation, the more complicated such agreements become. Nevertheless, the savings obtainable are quite significant and have led many interconnected utility systems throughout the world to form pools when feasible.

A list of operating advantages to power pools ordered by greatest expected economic advantage might look as follows.

1. Minimize operating costs (maximize operating efficiency).
2. Perform a system-wide unit commitment.
3. Minimize the reserves being carried throughout the system.
4. Coordinate maintenance scheduling to minimize costs and maximize reliability by sharing reserves during maintenance periods.
5. Maximize the benefits of emergency procedures.

There are disadvantages that must be weighed against these operating and economic advantages. Although it is generally true that power pools with centralized dispatch offices will reduce overall operating costs, some of the individual utilities may perceive the pool requirements and disciplines as disadvantageous. Factors that have been cited include.

1. The complexity of the pool agreement and the continuing costs of supporting the interutility structure required to manage and administer the pool.
2. The operating and investment costs associated with the central dispatch office and the needed communication and computation facilities.
3. The relinquishing of the right to engage in independent transactions outside of the pool by the individual companies to the pool office and the requirement that any outside transactions be priced on a split-saving basis.
4. The additional complexity that may result in dealing with regulatory agencies if the pool operates in more than one state.
5. The feeling on the part of the management of some utilities that the pool structure is displacing some of the individual system's management responsibilities and restricting some of the freedom of independent action possible to serve the needs of its own customers.

Power pools without central dispatch control centers can be administered through a central office that simply acts as a brokerage house to arrange transactions among members. In the opposite extreme, the pool can have a fully staffed central office with real-time data telemetered to central computers that calculate the best pool-wide economic dispatch and provide control signals to the member companies.

By far the most difficult task of pool operation is to decide who will pay what to whom for all the economic transactions and special reimbursements built into the pool agreement. There are several ways to solve this problem, and some will be illustrated in Section 10.9.3.

10.9.1 The Energy-Broker System

As with sales and purchases of various commodities or financial issues (i.e., stock), it is often advantageous for interconnected power systems to deal through a broker who sets up sales and purchases of energy instead of dealing directly with each other. The advantage of this arrangement is that the broker can observe all the buy and sell offers at one time and achieve better economy of operation. When utilities negotiate exchanges of power and energy in pairs, the "market place" is somewhat haphazard like a bazaar. The introduction of a central broker to accept quotations to sell and quotations to purchase creates an orderly marketplace where supply, demand, and prices are known simultaneously.

In one power broker scheme in use, the companies that are members of the broker system send hourly buy and sell offers for energy to the broker who matches them according to certain rules. Hourly, each member transmits an incremental cost and the number of megawatt-hours it is willing to sell or its decremental cost and the number of megawatt-hours it will buy. The broker sets up the transactions by matching the lowest cost seller with the highest cost buyer, proceeding in this manner until all offers are processed. The matched buyers and sellers will price the transaction on the basis of rules established in setting up the power broker scheme. A common arrangement is to compensate the seller for his incremental generation

costs and split the savings of the buyer equally with the seller. The pricing formula for this arrangement is as follows. Let

F'_s = incremental cost of the selling utility, R/MWh

F'_b = decremental cost of the buying utility, R/MWh

F_c = cost rate of the transaction, R/MWh

Then,

$$F_c = F'_s + \frac{1}{2}(F'_b - F'_s)$$

$$= \frac{1}{2}(F'_s + F'_b)$$

In words, the transaction's cost rate is the average of the seller's incremental cost and the purchaser's decremental cost. In this text decremental cost is the reduction in incremental operating cost when the generation is reduced a small amount. Example 10D illustrates the power brokerage process.

EXAMPLE 10D

In this example four power systems have sent their buy/sell offers to the broker. In the table that follows, these are tabulated and the maximum pool savings possible is calculated.

Utilities selling energy	Incremental cost	MWh for sale	Seller's total increase in cost
A	25 R/MWh	100	2500 R
B	30 R/MWh	100	3000 R
Utilities buying energy	Decremental cost	MWh for purchase	Buyer's total decrease in cost
C	35 R/MWh	50	1750 R
D	45 R/MWh	150	6750 R

$$\text{Net pool savings} = (1750 \text{ R} + 6750 \text{ R}) - (2500 \text{ R} + 3000 \text{ R})$$

$$= 8500 \text{ R} - 5500 \text{ R} = 3000 \text{ R}$$

The broker sets up transactions as shown in the following table.

Transaction	Savings computation	Total transaction savings
1. A sells 100 MWh to D	100 MWh (45 - 25) R/MWh	= 2000 R
2. B sells 50 MWh to D	50 MWh (45 - 30) R/MWh	= 750 R
3. B sells 50 MWh to C	50 MWh (35 - 30) R/MWh	= 250 R
Total		3000 R

The rates and total payments are easily computed under the split savings arrangement. These are

Transaction	Price (R/MWh)	Total cost (R)
1. A sells 100 MWh to D	35.0	3500
2. B sells 50 MWh to D	37.5	1875
3. B sells 50 MWh to C	32.5	1625
Total		7000

A receives 3500 R from D; B receives 3500 R from D and C. Note that each participant benefits: A receives 1000 R above its costs; B receives 500 R above its costs; C saves 125 R; and D saves 1375 R;

The chief advantage of a broker system is its simplicity. All that is required to get a broker system into operation is a telephone circuit to each member's operations office and some means of setting up the transactions. The transactions can be set up manually or, in the case of more modern brokerage arrangements, by a computer program that is given all the buy/sell offers and automatically sets up the transactions. The quoting systems are normally only informed of the "match" suggested by the broker and are free to enter into the transaction or not as each sees fit.

It appears quite feasible and economic to extend power broker schemes to handle long-term economy interchange and to arrange capacity sales. This would enable brokers to assist in minimizing costs for spinning reserves and coordinate unit commitments in interconnected systems.

10.9.2 Centralized Economic Dispatch of a Power Pool

The greatest savings from pool operations come when the members of the pool agree to set up the necessary equipment to effect a centralized economic dispatch. There are several ways to calculate the pool-wide economic dispatch. To some extent the methods historically were dependent on the available technology when first designed.

If the power pool has the ability to set up a real-time model (see Chapter 12 for a definition of "real-time model") of the entire pool transmission network, then penalty factors can be calculated as shown in Chapter 4, Section 4.2.4. Once penalty factors for the entire network are calculated, a conventional economic dispatch using coordination equations can be run and, if necessary, the penalty factors can be recalculated by iterating the economic dispatch with a load flow.

However, this is not the only method of pool dispatch now in use. One could propose that a pool-wide loss formula be developed to calculate the penalty factors. However, this would necessitate making the assumption that loads throughout the pool all conformed with each other (see Chapter 4, Section 4.2.3). This assumption probably would introduce significant errors for a large pool. What is needed is a method wherein each member system's incremental losses are obtained from a loss

formula for that system and a method of coordinating the economic dispatch of the member systems in such a way that the overall dispatch is optimum for the pool as a whole.

To illustrate how this is done, we will show three systems as members of a pool with ties between them and between the members and an external system. Figure 10.2 illustrates the three-area pool and external system.

The following definitions will be made for the areas. Let

P_{gA}, P_{gB}, P_{gC} = generation in areas A, B, C, respectively

$P_{lossA}, P_{lossB}, P_{lossC}$ = transmission losses in areas A, B, C, respectively

$P_{intA}, P_{intB}, P_{intC}$ = net MW interchange for areas A, B, C, respectively

$P_{loadA}, P_{loadB}, P_{loadC}$ = load in areas A, B, C, respectively

$F(P_{gA}), F(P_{gB}), F(P_{gC})$ = total operating cost in areas A, B, C, respectively

P_{intP} = net pool interchange

$P_{tie i}$ = flow on tie i

$\{i_A\}, \{i_B\}, \{i_C\}$ = set of ties connected to areas A, B, C, respectively

For each area, the sum of the load, losses, and interchange out of the area must be equal to the generation within the area. In addition, the sum of the net interchange

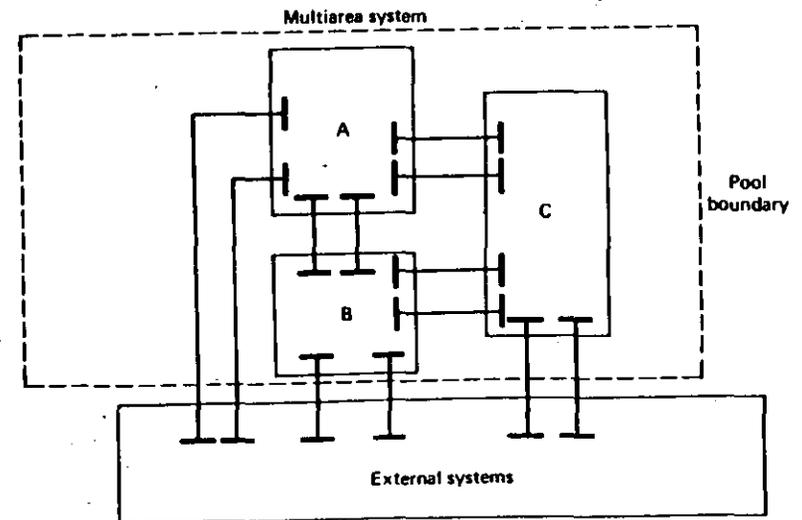


FIG. 10.2 Three-area power pool.

for all the pool members will equal the net pool export. These relationships are set up as equations as follows.

$$P_{load A} + P_{loss A} + P_{int A} - P_{gA} = 0$$

$$P_{load B} + P_{loss B} + P_{int B} - P_{gB} = 0$$

$$P_{load C} + P_{loss C} + P_{int C} - P_{gC} = 0$$

$$P_{int A} + P_{int B} + P_{int C} = P_{int P}$$

In order to calculate the incremental losses for each area, a matrix relating the tie flows to the area generations and interchange must be calculated. This matrix is called the *interarea matrix* and contains sensitivities similar to the matrix set up in Section 10.7.

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{tie 1} \\ \Delta P_{tie 2} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Interarea} \\ \text{matrix} \\ \text{sensitivity} \\ \text{coefficients} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_{gA} \\ \Delta P_{gB} \\ \Delta P_{gC} \\ \Delta P_{int A} \\ \Delta P_{int B} \\ \Delta P_{int C} \end{bmatrix}$$

For small changes in the generation and interconnected powers,

$$\frac{\partial P_{tie i}}{\partial P_{gA}} = \text{term in row } i \text{ of the interarea matrix corresponding to column } P_{gA}$$

$$\frac{\partial P_{tie i}}{\partial P_{int A}} = \text{term in row } i \text{ of the interarea matrix corresponding to column } P_{int A}$$

In solving for the overall economic dispatch, we first set up a Lagrange function that includes each area constraint and the pool export constraint.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & F(P_{gA}) + F(P_{gB}) + F(P_{gC}) \\ & + \lambda_A (P_{load A} + P_{loss A} + P_{int A} - P_{gA}) \\ & + \lambda_B (P_{load B} + P_{loss B} + P_{int B} - P_{gB}) \\ & + \lambda_C (P_{load C} + P_{loss C} + P_{int C} - P_{gC}) \\ & + \lambda_P (-P_{int A} - P_{int B} - P_{int C} + P_{int P}) \end{aligned}$$

First, the Lagrange function is differentiated with respect to each generator in each area.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{gA}} = 0$$

This gives

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(P_{gA})}{\partial P_{gA}} = \lambda_A - \left[\lambda_A \frac{\partial P_{loss A}}{\partial P_{gA}} - \sum_{i \in \{Int\}} \lambda_B \frac{\partial P_{loss B}}{\partial P_{tie i}} \frac{\partial P_{tie i}}{\partial P_{gA}} - \sum_{i \in \{C\}} \lambda_C \frac{\partial P_{loss C}}{\partial P_{tie i}} \frac{\partial P_{tie i}}{\partial P_{gA}} \right] \\ = \lambda_A - [\text{total incremental loss}] \end{aligned}$$

Similar equations exist for $\partial \mathcal{L} / \partial P_{gB}$ and $\partial \mathcal{L} / \partial P_{gC}$. Note that the $\partial P_{tie i} / \partial P_{gA}$ terms come from the interarea matrix.

The terms in brackets are all incremental loss terms. The first incremental loss term gives the change in losses in area A with respect to a shift of power from a generator in area A to the area A load center. The remaining terms give the change in losses in other areas due to the change in tie flows that would occur when the area A generation shift took place. These terms are often neglected. In the flowchart in Figure 10.3, we refer to all the incremental losses as the total incremental loss.

Next, the Lagrange function is differentiated with respect to each area's interchange. The resulting equations are arranged in a matrix expression that relates

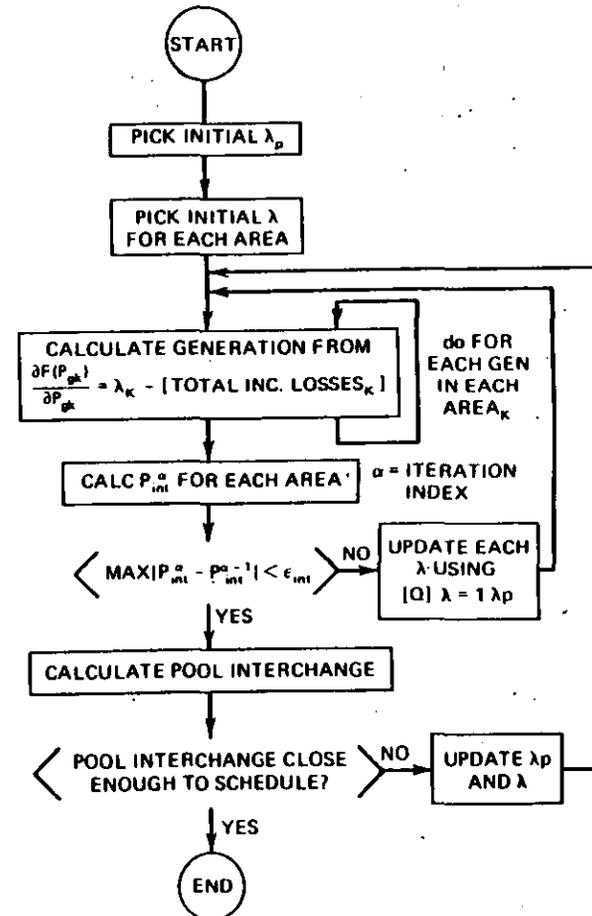


FIG. 10.3 Pool economic dispatch.

each area's lambda to the pool lambda, λ_p :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{int A}} = 0$$

This gives

$$\lambda_A + \sum_{i \in I(A)} \lambda_A \frac{\partial P_{loss A}}{\partial P_{tie i}} \frac{\partial P_{tie i}}{\partial P_{int A}} + \sum_{i \in I(B)} \lambda_B \frac{\partial P_{loss B}}{\partial P_{tie i}} \frac{P_{tie i}}{P_{int A}} + \sum_{i \in I(C)} \lambda_C \frac{\partial P_{loss C}}{\partial P_{tie i}} \frac{\partial P_{tie i}}{\partial P_{int A}} = \lambda_p$$

Similarly for $\partial \mathcal{L} / \partial P_{int B}$ and $\partial \mathcal{L} / \partial P_{int C}$. Note that again the interarea matrix yields the terms $\partial P_{tie i} / \partial P_{int A}$, $\partial P_{tie i} / \partial P_{int B}$ and $\partial P_{tie i} / \partial P_{int C}$. These can be arranged in the following form.

$$[Q] \begin{bmatrix} \lambda_A \\ \lambda_B \\ \lambda_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \lambda_p$$

where

$$Q_{MM} = 1 + \sum_{i \in I(M)} \lambda_M \frac{\partial P_{loss M}}{\partial P_{tie i}} \frac{\partial P_{tie i}}{\partial P_{int M}}$$

$$Q_{MN} = \sum_{i \in I(M)} \lambda_M \frac{\partial P_{loss M}}{\partial P_{tie i}} \frac{\partial P_{tie i}}{\partial P_{int N}}$$

and

$$M = A, B, \text{ or } C$$

$$N = A, B, \text{ or } C$$

The solution of the pool economic dispatch is carried out as shown in the flowchart in Figure 10.3. The solution to the pool economic dispatch shown in Figure 10.3 uses two basic loops, an area lambda loop and a pool lambda loop. For given values of the pool lambda and area lambdas, the generation at each generator bus in each area is calculated. From the generation values obtained, the net interchange in each area is calculated. The net interchange values are compared to the values obtained on the previous iteration. If sufficient change is found, the area lambdas are updated using the "Q" equation. When the area net interchanges converge, the net pool interchange is calculated and compared to the scheduled value for pool interchange. If the pool net interchange is in error, the pool lambda itself is adjusted and the area loop is then reconverged.

Once the central economic dispatch has been calculated, the problem remains to apply this dispatch to the generation units in the member companies. This could be

done by executing the generation control functions from the pool control center and would necessitate telemetry channels from each member's generators to the pool control center. A more likely control system to be found in present usage would require the pool control center to transmit information concerning the pool economic dispatch to the member companies' control centers where each member is then responsible to control its units to match the pool economic dispatch. The information sent to the member's control centers can consist of net interchange values or the area incremental cost that each member must match in executing its own economic dispatch.

10.9.3 Allocating Pool Savings

All methods of allocating the savings achieved by a central pool dispatch are based on the premise that no pool member should have higher generation production expenses than it could achieve by dispatching its own generation to meet its own load.

We saw previously in the pool broker system that one of the ways to allocate pool savings is simply to split them in proportion to each system's net interchange during the interval. In the broker method of matching buyers and sellers, calculations of savings are relatively easy to make since the agreed incremental costs and amounts of energy must be transmitted to the broker at the start. When a central economic dispatch is used, it is easier to act as if the power were sold to the pool by the selling systems and then bought from the pool by the buying systems. In addition, allowances may be made for the fact that one system's transmission system is being used more than others in carrying out the pool transactions.

There are two general types of allocations schemes in use at U.S. pool control centers. One, illustrated in Example 10E, may be performed in a real-time mode with cost and savings allocations made periodically using the incremental and decremental costs of the systems. In this scheme, power is sold to and purchased from the pool and participants' accounts are updated currently. In the other approach, illustrated in Example 10F, the allocation of costs and savings is done after the fact using total production costs. Example 10E shows a scheme using incremental costs similar to one used by an Eastern U.S. pool made up of several member systems.

EXAMPLE 10E

Assume that the same four systems as given in Example 10D were scheduled to transact energy by a central dispatching scheme. Also assume that 10% of the gross system's savings was to be set aside to compensate those systems that provided transmission facilities to the pool. The first table shows the calculation of the net system savings.

Utilities selling energy	Incremental cost	MWh for sale	Seller's total increase in cost
A	25 R/MWh	100	2500 R
B	30 R/MWh	100	3000 R

Utilities buying energy	Decremental cost	MWh for purchase	Buyer's total decrease in cost
C	35 R/MWh	50	1750 R
D	45 R/MWh	150	6750 R
Pool savings			3000 R
Savings withheld for transmission compensation*			300 R
Net savings			2700 R

* 10% savings withheld for transmission compensation.

Next, the weighted average incremental costs for selling and buying power are calculated.

Seller's weighted average incremental cost

$$= \left[\frac{(25\text{R/MWh} \times 100 \text{ MWh}) + (30\text{R/MWh} \times 100 \text{ MWh})}{100 \text{ MWh} + 100 \text{ MWh}} \right] = 27.50 \text{ R/MWh}$$

Buyer's weighted average decremental cost

$$= \left[\frac{(35\text{R/MWh} \times 50 \text{ MWh}) + (45 \text{ R/MWh} \times 150 \text{ MWh})}{50 \text{ MWh} + 150 \text{ MWh}} \right] = 42.50 \text{ R/MWh}$$

Finally, the individual transactions savings are calculated.

1. A sells 100 MWh to pool $100 \text{ MWh} \frac{42.50 - 25 \text{ R/MWh}}{2} \times 0.9$
= 787.50 R
 2. B sells 100 MWh to pool $100 \text{ MWh} \frac{42.50 - 30 \text{ R/MWh}}{2} \times 0.9$
= 562.50 R
 3. C buys 50 MWh from pool $50 \text{ MWh} \frac{35 - 27.50 \text{ R/MWh}}{2} \times 0.9$
= 168.75 R
 4. D buys 150 MWh from pool $150 \text{ MWh} \frac{45 - 27.50 \text{ R/MWh}}{2} \times 0.9$
= 1181.25 R
- Net Savings $\frac{2700.00 \text{ R}}$

The total transfers for this hour are then:

C buys 50 MWh for	$42.5 \times 50 - 168.75 = 1956.25 \text{ R}$
D buys 150 MWh for	$42.5 \times 150 - 1181.25 = 5193.75 \text{ R}$
Total	7150.00 R
A sells 100 MWh for	$27.5 \times 100 + 787.5 = 3537.50 \text{ R}$
B sells 100 MWh for	$27.5 \times 100 + 562.5 = 3312.50 \text{ R}$
Total	6850.00 R
Total Transmission charge	300.00 R
Total	7150.00 R

The 300 R that was set aside for transmission compensation would be split up among the four systems according to some agreed rule reflecting each system's contribution to the pool transmission network.

The second type of savings allocation method is based on after-the-fact computations of individual pool member costs as if each were operating strictly so as to serve their own individual load. In this type of calculation, the unit commitment, hydro schedules, and economic dispatch of each individual pool member are recomputed for an interval after the pool load has been served. This "own load dispatch" is performed with each individual system's generating capacity, including any portions of jointly owned units, to achieve maximum operating economy for the individual system.

The costs for these computed individual production costs are then summed and the total pool savings are computed as the difference between this cost and the actual cost determined by the central pool dispatch.

These savings are then allocated among the members of the pool according to the specific rules established in the pool agreement. One method could be based on rules similar to those illustrated previously. That is, any interval for which savings are being distributed, buyers and sellers will split the savings equally.

Specific computational procedures may vary from pool to pool. Those members of the pool supplying energy in excess of the needs of their own loads will be compensated for their increased production expenses and receive a portion of the overall savings due to a pool-wide dispatch. The process is complicated because of the need to perform individual system production cost calculations. Pool agreements may contain provisions for compensation to members supplying capacity reserves as well as energy to the pool. A logical question that requires resolution by the pool members involves the fairness of comparing an after-the-fact production cost analysis that utilizes a known load pattern with a pool dispatch that was forced to use load forecasts. With the load pattern known with certainty, the internal unit commitment may be optimized to a greater extent that was feasible by the pool control center. Example 10F illustrates this type of procedure for the three systems of Example 10C for 1 period. In this example, only the effects of the economic dispatch are shown since the unit commitment process is not involved.

EXAMPLE 10F

The three areas and load levels are identical to those in Example 10C. (Generation data are in Examples 10A and 10B as well.) In this case the three areas are assumed to be members of a centrally dispatched power pool. The pool's rules for pricing pool interchange are as follows.

1. Each area delivering power and energy to the pool in excess of its own load will receive compensation for its increased production costs.
2. The total pool savings will be computed as the difference between the sum of the production costs of the individual areas (computed on the basis that it supplied its own load) and the pool-wide production cost.
3. These savings will be split equally between the suppliers of pool capacity or energy and the areas receiving pool-supplied capacity or energy.
4. In each interval where savings are allocated (usually a week, but in this example only 1 h), the cost rate for pricing the interchange will be one-half the sum of the total pool savings plus the cost of generating the pool energy divided by the total pool energy. The total pool energy is the sum of the energies in the interval supplied by all areas generating energy in excess of its own load.

The pool production costs are as follows.

Area	Area load (MW or MWh)	Own-load production cost (R/h)
1	700	13,677.21
2	1100	18,569.23
3	550	10,042.00
Total	2350	42,288.44 R/h

Under the pool dispatch, areas 1 and 2 are dispatched at an incremental cost of 17.149 R/MWh to generate a total of 1900 MW. Area 3 is limited to supplying 450 MW of its own load at an incremental cost of 18.125 R/MWh. The generation and costs of the three areas and the pool under pool dispatch are given in the following table.

Area	Area generation (MW or MWh)	Production cost (R/h)	Incremental cost (R/MWh)
1	458.9	9,458.74	17.149
2	1441.1	24,232.66	17.149
3	450.0	8,220.00	18.125
Pool	2350.0	41,911.40	17.149

Therefore, the total savings due to the pool dispatch for this 1 h are

$$42,288.44 \text{ R} - 41,911.40 \text{ R} = 377.04 \text{ R}$$

In this example, area 2 is supplying 341.1 MWh in excess of its own load to the pool. This is the total pool energy. Therefore, the price rate for allocating savings is computed as follows.

$$\begin{aligned} \text{Cost of Pool Energy: Cost of energy supplied to the pool by area 2} \\ &= 24,232.66 \text{ R} - 18,569.23 \text{ R} = 5663.43 \text{ R} \\ &+ 1/2 \text{ pool savings} = \frac{188.52 \text{ R}}{2} \\ \text{Total} &= 5851.95 \text{ R} \end{aligned}$$

$$\text{Interchange price rate} = \frac{5851.95}{341.1} = 17.156 \text{ R/MWh}$$

The final outcome for each area is

Area	Pool energy received (MWh)	Interchange cost (R)	Production cost (R)	Net cost (R)
1	+241.1	4,136.34	9,458.74	13,595.08
2	-341.1	-5,851.95	24,232.66	18,380.71
3	+100	1,715.61	8,220.00	9,935.61
Pool	0	0	41,911.40	41,911.40

Note that each area's net production costs are reduced as compared with what they would have been under isolated dispatch. Furthermore, the ambiguity involved in pricing different transactions in alternative sequences has been avoided.

Example 10F is based on only a single load level so that after-the-fact unit commitment and production costing is not required. It could have been done on a real-time basis in fact. This example also illustrates the complete transaction allocation that must be done for savings allocation schemes.

Complete own-load dispatch computation for cost and savings allocations are usually performed for a weekly period. The implementation may be complex since hourly loads and unit status data are required. An on-line, real-time allocation scheme avoids these complications.

PROBLEMS

10.1 Four areas are interconnected as shown in Figure 10.4. Each area has a total generation capacity of 700 MW currently on-line. The minimum loading of these units is 140 MW in each area. Area loads for a given hour are as shown in Figure 10.4. The transmission lines are each sufficient to transfer any amount of power required.

The composite input-output production cost characteristics of each area are as follows:

$$F_1 = 200 + 2 P_1 + 0.005 P_1^2, \quad \text{R/h}$$

$$F_2 = 325 + 3 P_2 + 0.002143 P_2^2, \quad \text{R/h}$$

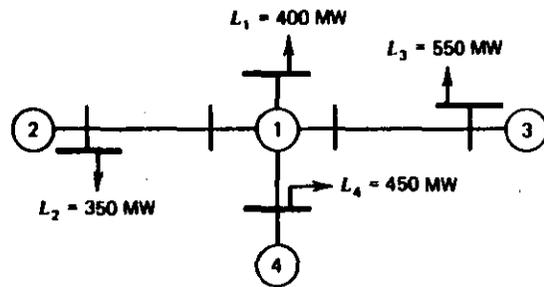


FIG. 10.4 Four-area system for Problem 10.1.

$$F_3 = 275 + 2.6 P_3 + 0.003091 P_3^2, \text{ R/h}$$

$$F_4 = 190 + 3.1 P_4 + 0.00233 P_4^2, \text{ R/h}$$

in all cases, $140 \leq P_i \leq 700$ MW. Find the cost of each area if each independently supplies its own load and the total cost for all four areas.

10.2 Assume that Area 1 of Problem 10.1 engages in two transactions

- a. Area 1 buys 190 MW from area 2.
- b. Area 1 sells 120 MW to area 3.

For each of these transactions, the price is based upon a 50-50 split-savings agreement. Find the price of each transaction, the net generation costs for each area including the sum it pays or receives under the split-savings agreement with the order of the transactions being as follows.

1. a then b
2. b then a

In both instances, find the total cost for the four-area pool.

10.3 Assume that the four areas of Problem 10.1 are centrally dispatched by a pool control center.

- a. Find the generation and production cost in each area.
- b. Assume a split-savings pool agreement such that each area exporting receives its increased costs of production plus its proportionate share of 50% of the pool savings. Find the cost per MWh of transfer energy (i.e., "pool energy") and the net production cost of each area.

10.4 Assume that the four areas of Problem 10.1 are members of a "power broker." Previous to the hour shown in Problem 10.1, each area submits quotations to the broker to sell successive blocks of 25 or 50 MW and bids to purchase blocks of 25 or 50 MW. In furnishing these data to the broker, assume that the prices

quoted are the average incremental costs for the block. The broker matching rules are as follows.

- Rule 1. Quotations to sell and bids to buy are matched only wherever there is a direct connection between the quoting and bidding company.
- Rule 2. Transactions are arranged in a priority order where the lowest remaining incremental cost for the quoting area is matched with the highest decremental cost for the bidding areas. [That is, lowest available incremental cost energy available for sale is matched with the area with the greatest available potential incremental cost savings (= decremental cost).]
- Rule 3. "Matches" may be made for all or part of a block. The remainder of the block must be used, if possible, before the next block is utilized. Matching will cease when the absolute value of the difference between the incremental and decremental cost drops below 0.33 R/MWh.
- Rule 4. No area may be both a buyer and a seller in any given hour.
- Rule 5. The price per MWh for each matched transaction is one-half the sum of the absolute values of the incremental and decremental costs.

For this problem, assume that quotes and bids are supplied to the broker by each area as follows.

Area.	Quotes to sell	Quotes to buy
1	100 MW in 25 MW blocks	100 MW in 25 MW blocks
2	200 MW in 50 MW blocks	None
3	None	200 MW in 50 MW blocks
4	25 MW	25 MW

- a. Set up the power broker matching system and establish the transactions that can take place and the price of each.
- b. Assume that all feasible transactions take place and find the net production cost to each area and the pool.

10.5 Repeat Problem 10.4 with the following assumptions simultaneously taken in place of those in Problem 10.4.

- a. Each area is interconnected with every other area and transfers may take place directly between all pairs of areas.
- b. The matched transactions will proceed until the difference between decremental costs are zero instead of 0.33 R/MWh.

FURTHER READING

References 1-3 provide a good historical look at the techniques that have gone into power pooling. Reference 4 is an excellent summary of the state-of-the-art (1980) of power brokering and pooling and reviews the practices of most major U.S. power pools. References 5-7 provide the theoretical basis for the interarea matrix and its application to pool economic dispatch calculations.

1. Mochon, H. H. Jr. "Practices of the New England Power Exchange," *Proceedings of the American Power Conference*, Vol. 34, 1972, pp. 911-925.
2. Happ, H. H. "Multi-Computer Configurations & Diakoptics: Dispatch of Real Power in Power Pools," *1967 Power Industry Computer Applications Conference Proceedings*, pp. 95-107.
3. Roth, J. E., Ambrose, Z. C., Schappin, L. A., Gassert, J. D., Hunt, D. M., Williams, D. D., Wood, W., Matrin, L. W., "Economic Dispatch of Pennsylvania-New Jersey-Maryland Interconnection System Generation on a Multi-Area Basis," *1967 Power Industry Computer Applications Conference Proceedings*, pp. 109-116.
4. "Power Pooling: Issues and Approaches," DOE/ERA/6385-1, U.S. Department of Energy, 1980.
5. Happ, H. H., "The Interarea Matrix: A Tie Line Flow Model for Power Pools," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-90, (January/February 1971), pp. 36-45.
6. Cameron, D. E., Koehler, J. E., Ringlee, R. J. "A Study Mode Multi-Area Economic Dispatch Program," Presented at the IEEE Power Engineering Society Winter Power Meeting, 1974, Paper C 74 157-4.
7. Happ, H. H. *Piecewise Methods and Applications to Power Systems*, 1980, John Wiley, New York.

chapter III

Power System Security

11.1 INTRODUCTION

Up until now we have been mainly concerned with minimizing the cost of operating a power system. An overriding factor in the operation of a power system is the desire to maintain system security. System security involves practices designed to keep the system operating when components fail. For example, a generating unit may have to be taken off-line because of auxiliary equipment failure. By maintaining proper amounts of spinning reserve, the remaining units on the system can make up the deficit without too low a frequency drop or need to shed any load. Similarly, a transmission line may be damaged by a storm and taken out by automatic relaying. If in committing and dispatching generation proper regard for transmission flows is maintained, the remaining transmission lines can take the increased loading and still remain within limit.

Because the specific times at which initiating events that cause components to fail are unpredictable, the system must be operated at all times in such a way that the system will not be left in dangerous condition should any credible initiating event occur. Since power system equipment is designed to be operated within certain limits, most pieces of equipment are protected by automatic devices that

can cause equipment to be switched out of the system if these limits are violated. If any event occurs on a system that leaves it operating with limits violated, the event may be followed by a series of further actions that switch other equipment out of service. If this process continues, the entire system or large parts of it may completely collapse. This is usually referred to as a *system blackout*.

An example of the type of event sequence that can cause a blackout might start with a single line being opened due to an insulation failure; the remaining transmission circuits in the system will take up the flow that was flowing on the now opened line. If one of the remaining lines is now too heavily loaded, it may open due to relay action, thereby causing even more load on the remaining lines. This type of process is often termed a *cascading outage*. Most power systems are operated such that any single initial failure event will not leave other components overloaded, specifically to avoid cascading failures.

Most large power systems install equipment to allow operations personnel to monitor and operate the system in a reliable manner. This chapter will deal with the techniques and equipment used in these systems. We will lump these under the commonly used title *system security*.

System security can be broken down into three major functions that are carried out in an operations control center.

1. System monitoring.
2. Contingency analysis.
3. Corrective action analysis.

System monitoring provides the operators of the power system with pertinent up-to-date information on the conditions on the power system. Generally speaking, it is the most important function of the three. From the time that utilities went beyond systems of one unit supplying a group of loads, effective operation of the system required that critical quantities be measured and the values of the measurements be transmitted to a central location. Such systems of measurement and data transmission, called *telemetry systems*, have evolved to schemes that can monitor voltages, currents, power flows, and the status of circuit breakers and switches in every substation in a power system transmission network. In addition, other critical information such as frequency, generator unit outputs and transformer tap positions can also be telemetered. With so much information telemetered simultaneously, no human operator could hope to check all of it in a reasonable time frame. For this reason, digital computers are usually installed in operations control centers to gather the telemetered data, process them, and place them in a data base from which operators can display information on large display monitors. More importantly, the computer can check incoming information against prestored limits and alarm the operators in the event of an overload or out-of-limit voltage.

State estimation is often used in such systems to combine telemetered system data with system models to produce the best estimate (in a statistical sense) of the current power system conditions or "state." We will discuss some of the highlights of these techniques in Chapter 12.

Such systems are usually combined with supervisory control systems that allow operators to control circuit breakers and disconnect switches and transformer taps remotely. Together, these systems are often referred to as *SCADA systems*, standing for supervisory control and data acquisition system. The SCADA system allows a few operators to monitor the generation and high voltage transmission systems and to take action to correct overloads or out-of-limit voltages.

The second major security function is contingency analysis. The results of this type of analysis allow systems to be operated defensively. Many of the problems that occur on a power system can cause serious trouble within such a quick time period that the operator could not take action fast enough. This is often the case with cascading failures. Because of this aspect of system operation, modern operations computers are equipped with contingency analysis programs that model possible system troubles before they arise. These programs are based on a model of the power system and are used to study outage events and alarm the operators to any potential overloads or out-of-limit voltages. For example, the simplest form of contingency analysis can be put together with a standard load-flow program such as described in Chapter 4, together with procedures to set up the load-flow data for each outage to be studied by the load-flow program. This permits the system operators to establish defensive operating states where no single contingency event (i.e., a single failure) will cause overloads and/or out-of-limit voltages. This analysis effectively develops operating constraints that may be used in the economic dispatch and unit commitment program. Several variations on this type of contingency analysis scheme involve fast solution methods, automatic contingency event selection, and automatic initializing of the contingency load flows using actual system data and state estimation procedures.

The third major security function, corrective action analysis, allows operating personnel to alter the operation of the power system in the event of an overload or in the event that a contingency analysis program predicts a serious problem should a certain outage occur. A simple type of corrective action involves shifting generation from one generating unit to another. Such shifts can cause power flows to change and thus can alter loading on overloaded lines.

Together, the functions of system monitoring, contingency analysis, and corrective action analysis comprise a very complex set of tools that can aid in the secure operation of a power system. This chapter introduces basic analytical foundations needed in order to understand this topic.

11.2 FACTORS AFFECTING POWER SYSTEM SECURITY

As a consequence of several widespread blackouts in interconnected power systems, the priorities for operation of modern power systems have evolved to the following:

- Operate the system in such a way that power is delivered reliably.
- Within the constraints placed on the system operation by reliability considerations, the system will be operated most economically.

The greater part of this book is devoted to developing methods to operate a power system to gain maximum economy. But what factors affect its operation from a reliability standpoint? We will assume that the engineering groups who have designed the power system's transmission and generation systems have done so with reliability in mind. This means that adequate generation has been installed to meet the load and that adequate transmission has been installed to deliver the generated power to the load. If the operation of the system went on without sudden failures or without experiencing unanticipated operating states, we would probably have no reliability problems. However, any piece of equipment in the system can fail either due to internal causes or due to external causes such as lightning strikes, objects hitting transmission towers, or human errors in setting relays. It is highly uneconomical, if not impossible, to build a power system with so much redundancy (i.e., extra transmission lines, reserve generation, etc.) that failures never cause load to be dropped on a system. Rather, systems are designed so that the probability of dropping load is acceptably small. Thus, most power systems are designed to have sufficient redundancy to withstand all major failure events, but this does not guarantee that the system will be 100% reliable.

Within the design and economic limitations, it is the job of the operators to try to maximize the reliability of the system they have at any given time. Usually a power system is never operated with all equipment "in" (i.e., connected) since failures occur or maintenance may require taking equipment out of service. Thus the operators play a considerable role in seeing that the system is reliable.

In this chapter, we will not be concerned with all the events that can cause trouble on a power system. Instead, we will concentrate on the possible consequence and remedial actions required by two major types of failure events—transmission-line outages and generation-unit failures.

Transmission-line failures cause changes in the flows and voltages on the transmission equipment remaining connected to the system. Therefore, the analysis of transmission failures requires methods to predict these flows and voltages so as to be sure they are within their respective limits. Generation failures can also cause flows and voltages to change in the transmission system with the addition of dynamic problems involving system frequency and generator output.

Whether a given failure causes serious problems is both a function of the configuration of the existing system and how it is operated. Therefore, it will also be useful to ask the question: How should the system be operated so that failures do not cause problems?

11.3 CONTINGENCY ANALYSIS: DETECTION OF NETWORK PROBLEMS

We will briefly illustrate the kind of problems we have been describing by use of the six-bus network used in Chapter 4. The base-case load flow results for Example 4A are shown in Figure 11.1 and indicate a flow of 43.8 MW and 60.7 MVAR on the line from bus 3 to bus 6. The limit on this line can be expressed in MW or in MVA. For

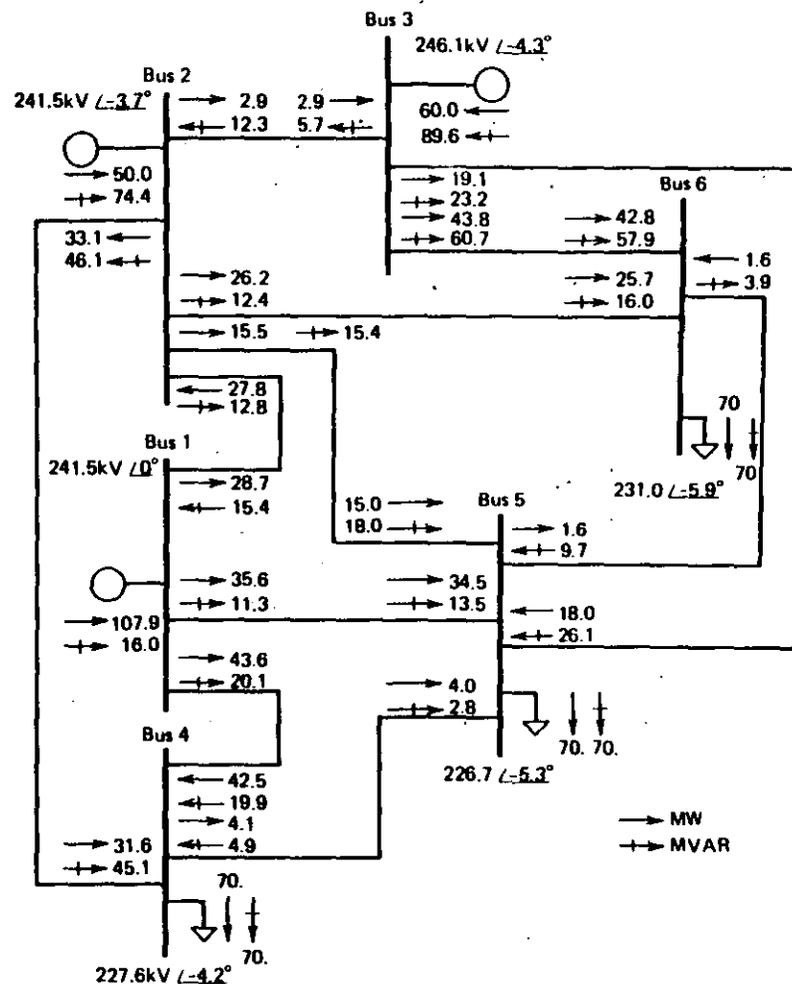


FIG. 11.1 Six-bus network base case AC load flow (see Example 4A).

the purpose of this discussion, assume that we are only interested in the MW loading on the line. Now let us ask what will happen if the transmission line from bus 3 to bus 5 were to open. The resulting flows and voltages are shown in Figure 11.2. Note that the flow on the line from bus 3 to bus 6 has increased to 54.9 MW and that most of the other transmission lines also experienced changes in flow. Note also that the bus voltage magnitudes changed, particularly at bus 5, which is now almost 5% below nominal. Figures 11.3 and 11.4 are examples of generator outages and serve to

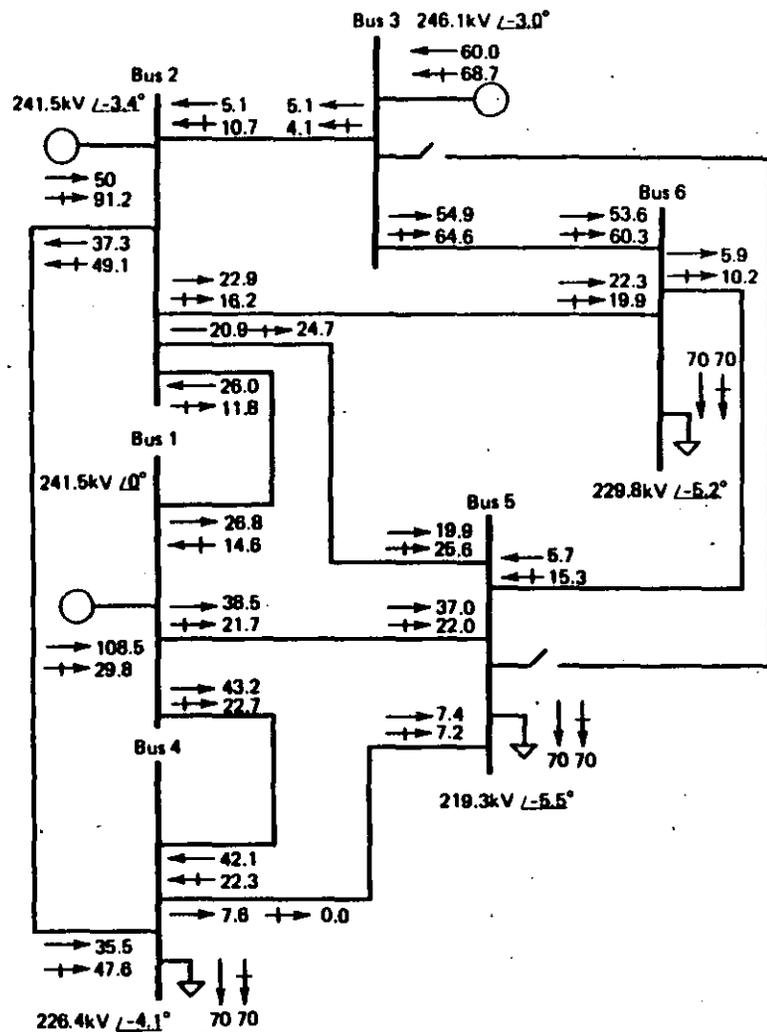


FIG. 11.2 Six-bus network line outage case; line from bus 3 to bus 5 opened.

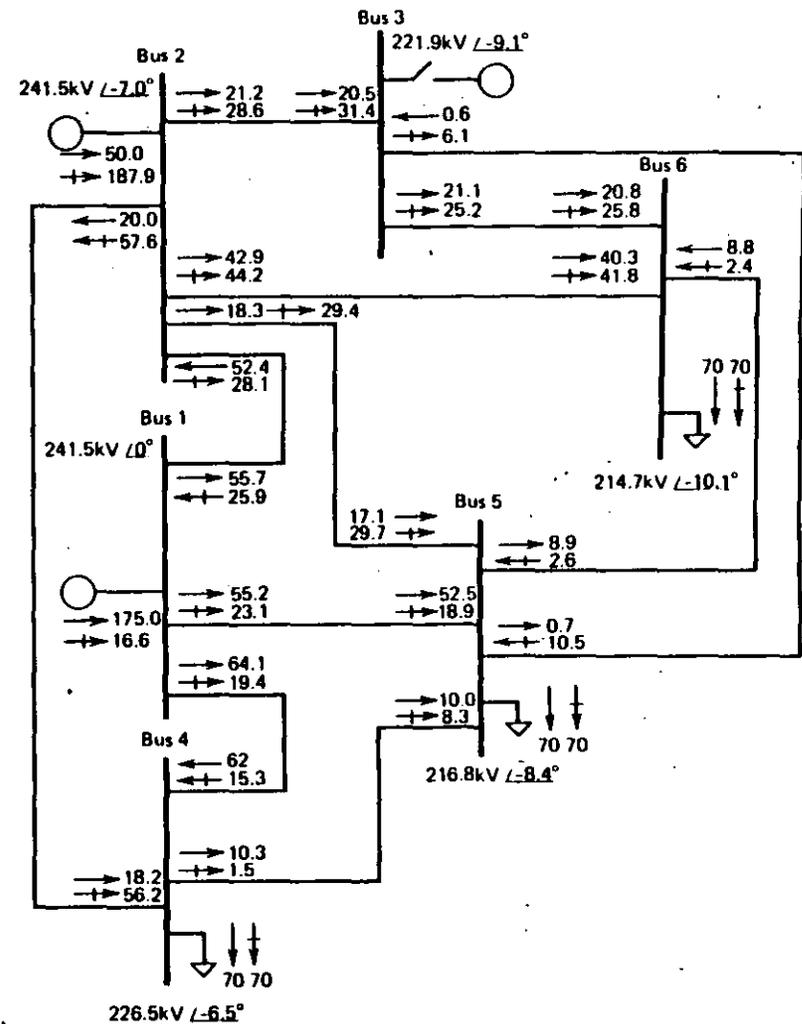


FIG. 11.3 Six-bus network generator outage case. Outage of generator on bus 3; lost generation picked up on generator 1.

illustrate the fact that generation outages can also result in changes in flows and voltages on a transmission network. In the example shown in Figure 11.3 all the generation lost from bus 3 is picked up on the generator at bus 1. Figure 11.4 shows the case when the loss of generation on bus 3 is made up by an increase in generation at buses 1 and 2. Clearly, the difference in flows and voltages shows that how the lost generation is picked up by the remaining units is important.

If the system being modeled is part of a large interconnected network, the lost generation will be picked up by a large number of generating units outside the system's immediate control area. When this happens, the pickup in generation is seen as an increase in flow over the tie lines to the neighboring systems. To model this we can build a network model of our own system plus an equivalent network of our neighbor's system and place the swing bus or reference bus in the equivalent

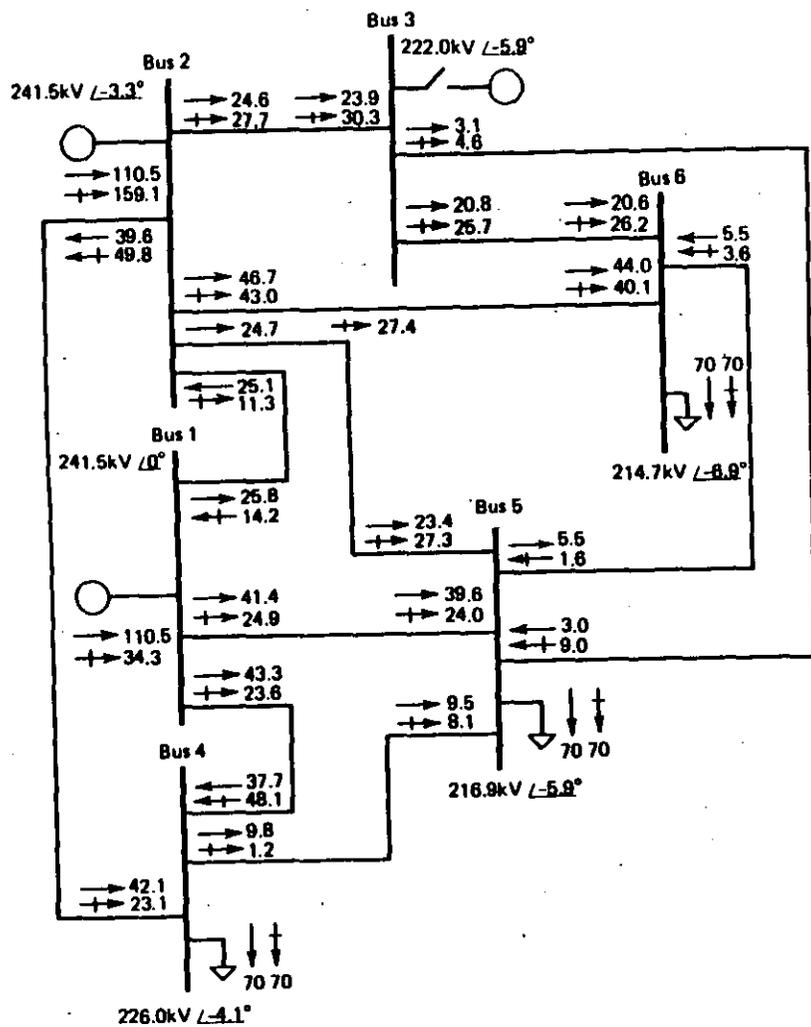


FIG. 11.4 Six-bus network generator outage case. Outage of generator on bus 3; lost generation picked up on generator 1 and generator 2.

system. A generator outage is then modeled so that all lost generation is picked up on the swing bus, which then appears as an increase on the tie flows, thus approximately modeling the generation loss when interconnected. If, however, the system of interest is not interconnected, then the loss of generation must be shown as a pickup in output on the other generation units within the system. An approximate method of doing this is shown in the next section.

Operations personnel must know which line or generation outages will cause flows or voltages to fall outside limits. To predict the effects of outages, contingency analysis techniques are used. Contingency analysis procedures model single failure events (i.e., one line outage or one generator outage) one after another in sequence until "all credible outages" have been studied. For each outage tested, the contingency analysis procedure checks all lines and voltages in the network against their respective limits. The simplest form of such a contingency analysis technique is shown in Figure 11.5.

The most difficult methodological problem to cope with in contingency analysis is the speed of solution of the model used. The most difficult logical problem is the selection of "all credible outages." If each outage case studied were to solve in 1 min and several hundred outages were of concern, it would take hours before all cases could be reported. This would be useful if the system conditions did not change over that period of time. However, power systems are constantly undergoing changes and the operators usually need to know if the present operation of the system is safe without waiting too long for the answer. Contingency analysis execution times of several minutes to a half hour for several hundred outage cases are typical of computer and analytical technology as of 1983.

One way to gain speed of solution in a contingency analysis procedure is to use an approximate model of the power system. For many systems, the use of DC load flow models provides adequate capability. In such systems the voltage magnitudes may not be of great concern and the DC load flow provides sufficient accuracy with respect to the megawatts flows. For other systems voltage is a concern and full AC load flow analysis is required.

11.3.1 Network Sensitivity Methods

Many possible outage conditions could happen to a power system. Thus there is a need to be able to study a large number of them so that operations personnel can be warned ahead of time if one or more outages will cause serious overloads on other equipment.

The problem of studying hundreds of possible outages becomes very difficult to solve if it is desired to present the results quickly so that corrective actions can be taken. One of the easiest ways to provide a quick calculation of possible overloads is to use *network sensitivity factors*. These factors show the approximate change in line flows for changes in generation on the network configuration and are derived from the DC load flow presented in Chapter 4. These factors can be derived in a variety of ways and basically come down to two types.

1. Generation shift factors.
2. Line outage distribution factors.

First, we will describe how these factors are used, and then we will describe how they can be derived from the same network data that were used to calculate the DC load flow.

The generation shift factors are designated a_{li} and have the following definition.

$$a_{li} = \frac{\Delta f_l}{\Delta P_i} \quad (11.1)$$

where l = line index

i = bus index

Δf_l = change in megawatt power flow on line l when a change in generation, ΔP_i , occurs at bus i

ΔP_i = change in generation at bus i

It is assumed in this definition that the change in generation, ΔP_i , is exactly compensated by an opposite change in generation at the reference bus and that all other generators remain fixed. The a_{li} factor then represents the sensitivity of the flow on line l to a change in generation at bus i . Suppose one wanted to study the outage of a large generating unit and it was assumed that all the generation lost would be made up by the reference generation (we will deal with the case where the generation is picked up by many machines shortly). If the generator in question was generating P_i^0 MW and it was lost, we would represent ΔP_i as

$$\Delta P_i = -P_i^0 \quad (11.2)$$

and the new power flow on each line in the network could be calculated using a precalculated set of "a" factors as follows.

$$f_l = f_l^0 + a_{li} \Delta P_i \quad \text{for } l = 1, \dots, L \quad (11.3)$$

where f_l = flow on line l after the generator on bus i fails

f_l^0 = flow before the failure

The "outage flow" f_l on each line can be compared to its limit and those exceeding their limit flagged for alarming. This would tell the operations personnel that the loss of the generator on bus i would result in an overload on line l .

The generation shift sensitivity factors are linear estimates of the change in flow with a change in power at a bus. Therefore, the effects of simultaneous changes on several generating buses can be calculated using superposition. Suppose, for example, that the loss of the generator on bus i were compensated by governor action on machines throughout the interconnected system. One frequently used method assumes that the remaining generators pick up in proportion to their maximum MW rating. Thus, the proportion of generation pickup from unit j ($j \neq i$) would be

$$\gamma_{ji} = \frac{P_j^{\max}}{\sum_{k \neq i} P_k^{\max}} \quad (11.4)$$

where P_k^{\max} = maximum MW rating for generator k

γ_{ji} = proportionality factor for pickup on generating unit j when unit i fails

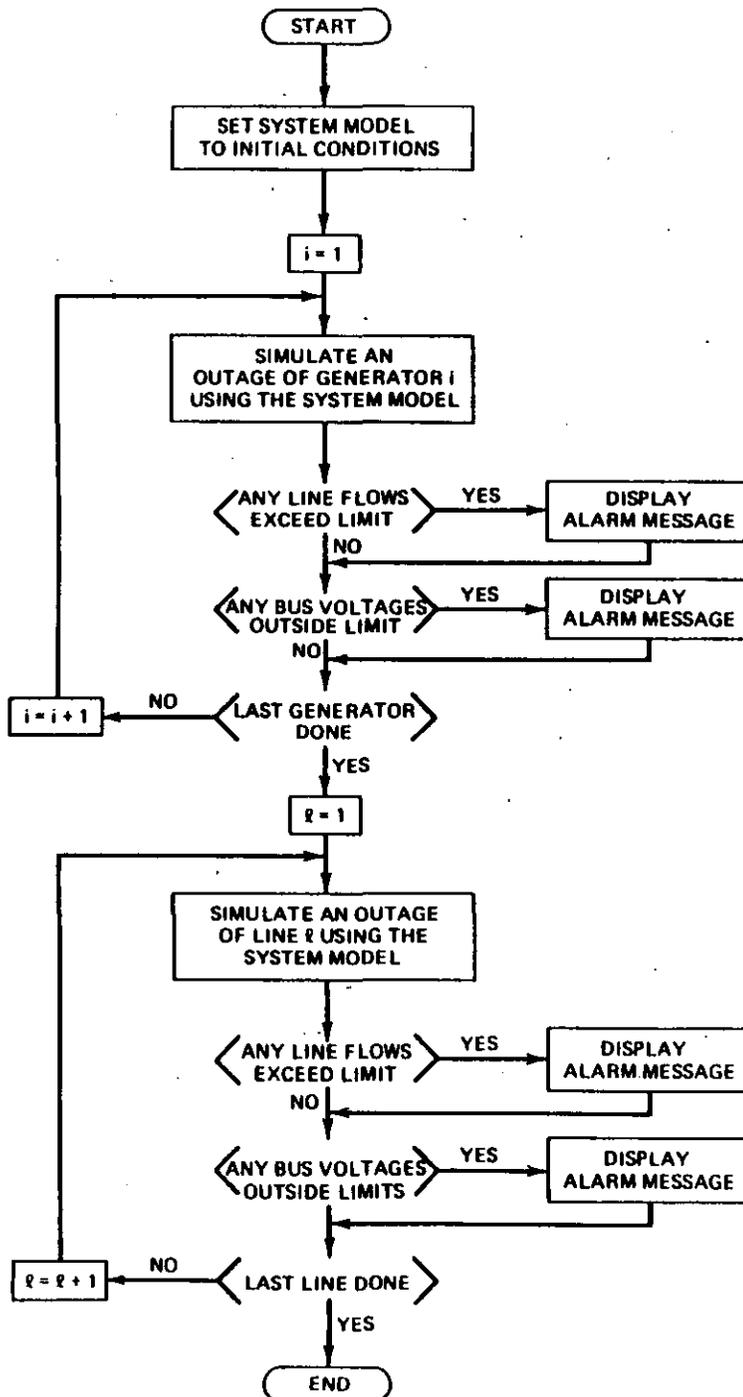


FIG. 11.5 Contingency analysis procedure.

Then, to test for the flow on line l under the assumption that all the generators in the interconnection participate in making up the loss, use the following:

$$f = f_l^0 + \sum_{j \neq l} a_{lj} \gamma_j \Delta P_j \quad (11.5)$$

Note that this assumes that the unit will not actually hit its maximum. If this is apt to be the case, a more detailed generation pickup algorithm that took account of generation limits would be required.

The line outage distribution factors are used in a similar manner, only they apply to the testing for overloads when transmission circuits are lost. By definition, the line outage distribution factor has the following meaning.

$$d_{l,k} = \frac{\Delta f_l}{f_k^0} \quad (11.6)$$

where $d_{l,k}$ = line outage distribution factor when monitoring line l after an outage on line k

Δf_l = change in MW flow on line l

f_k^0 = original flow on line k before it was outaged (opened)

If one knows the power on line l and line k , the flow on line l with line k out can be determined using "d" factors.

$$f_l = f_l^0 + d_{l,k} f_k^0 \quad (11.7)$$

where f_l^0, f_k^0 = precutoutage flows on lines l and k , respectively

f_l = flow on line l with line k out

By precalculating the line outage distribution factors, a very fast procedure can be set up to test all lines in the network for overload for the outage of a particular line. Furthermore, this procedure can be repeated for the outage of each line in turn with overloads reported to the operations personnel in the form of alarm messages.

Using the generator and line outage procedures described earlier, one can program a digital computer to execute a contingency analysis study of the power system as shown in Figure 11.6. Note that a line flow can be positive or negative so that, as shown in Figure 11.6, we must check f against $-f_l^{\text{MAX}}$ as well as f_l^{MAX} . This figure makes several assumptions, first, it assumes that the generator output for each of the generators in the system is available and that the line flow for each transmission line in the network is also available. Second, it assumes that the sensitivity factors have been calculated and stored, and that they are correct. The assumption that the generation and line flow MWs are available can be satisfied with telemetry systems or with state estimation techniques. The assumption that the sensitivity factors are correct is valid as long as the transmission network has not undergone any significant switching operations that would change its structure. For this reason, control systems that use sensitivity factors must have provision for updating the factors when the network is switched. A third assumption is that all generation pickup will be made on the reference bus. If this is not the case, substitute Eq. 11.5 in the generator outage loop.

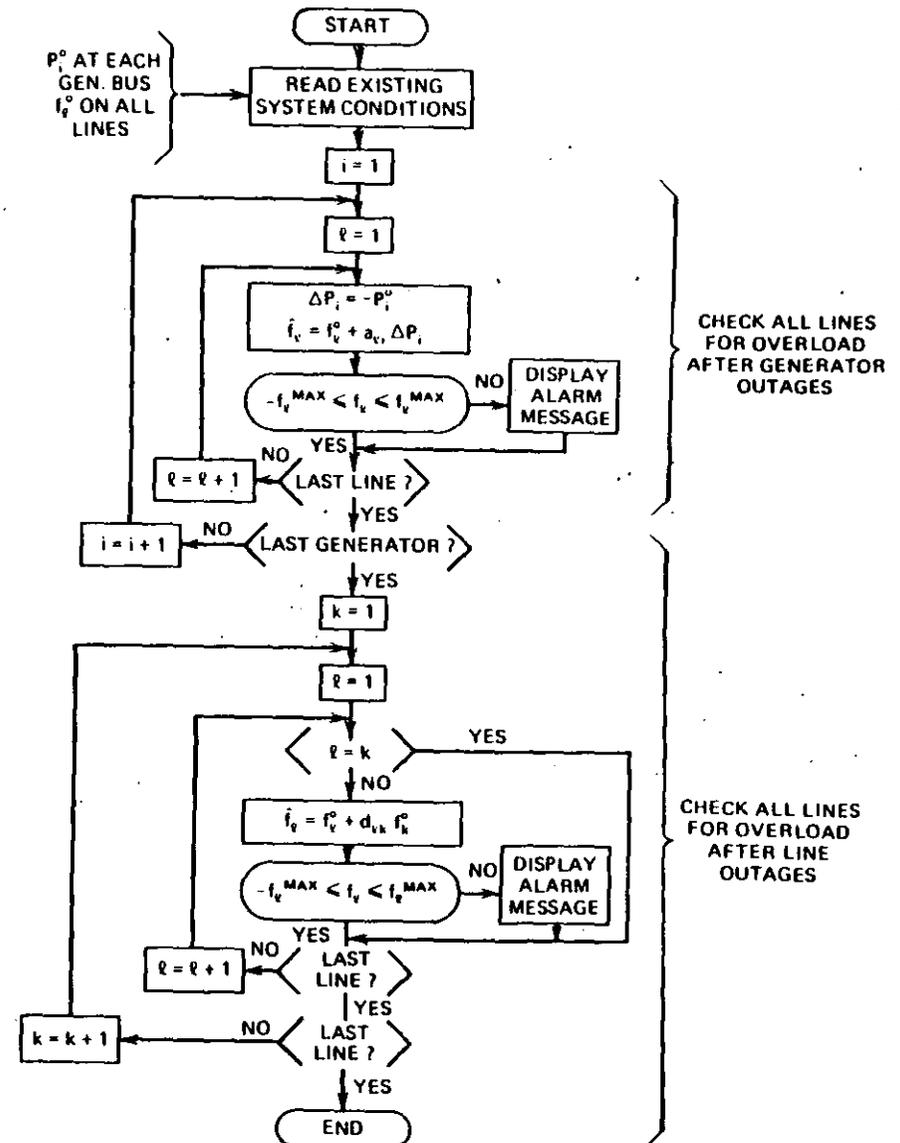


FIG. 11.6 Contingency analysis using sensitivity factors.

11.3.2 Calculation of Network Sensitivity Factors

First, we show how to derive the generation-shift sensitivity factors. To start, repeat Eq. 4.25.

$$\theta = [X]P \quad (11.8)$$

This is the standard matrix calculation for the DC load flow. Since the DC load-flow model is a linear model, we may calculate perturbations about a given set of system conditions by use of the same model. Thus, if we are interested in the changes in bus phase angles, $\Delta\theta$, for a given set of changes in the bus power injections, ΔP , we can use the following calculation.

$$\Delta\theta = [X]\Delta P \quad (11.9)$$

In Eq. 11.8 it is assumed that the power on the swing bus is equal to the sum of the injections of all the other buses. Similarly, the net perturbation of the swing bus in Eq. 11.9 is the sum of the perturbations on all the other buses.

Suppose that we are interested in calculating the generation shift sensitivity factors for the generator on bus i . To do this, we will set the perturbation on bus i to +1 and the perturbation on all the other buses to zero. We can then solve for the change in bus phase angles using the matrix calculation in Eq. 11.10.

$$\Delta\theta = [X] \begin{bmatrix} +1 \\ \text{row } i \\ -1 \\ \text{ref row} \end{bmatrix} \quad (11.10)$$

The vector of bus power injection perturbations in Eq. 11.10 represents the situation when a 1 pu power increase is made at bus i and is compensated by a 1 pu decrease in power at the reference bus. The $\Delta\theta$'s in Eq. 11.10 are thus equal to the derivative of the bus angles with respect to a change in power injection at bus i . Then the required sensitivity factors are

$$\begin{aligned} a_{i1} &= \frac{d\theta_i}{dP_i} = \frac{d}{dP_i} \left(\frac{1}{x_l} (\theta_n - \theta_m) \right) \\ &= \frac{1}{x_l} \left(\frac{d\theta_n}{dP_i} - \frac{d\theta_m}{dP_i} \right) = \frac{1}{x_l} (X_{ni} - X_{mi}) \end{aligned} \quad (11.11)$$

where $X_{ni} = \frac{d\theta_n}{dP_i} = n^{\text{th}}$ element from the $\Delta\theta$ vector in Eq. 11.10

$X_{mi} = \frac{d\theta_m}{dP_i} = m^{\text{th}}$ element from the $\Delta\theta$ vector in Eq. 11.10

$x_l =$ line reactance for line l

A line outage may be modeled by adding two power injections to a system, one at each end of the line to be dropped. The line is actually left in the system and the effects of its being dropped are modeled by injections. Suppose line k from bus n to bus m were opened by circuit breakers as shown in Figure 11.7. Note that when the circuit breakers are opened no current flows through them and the line is completely

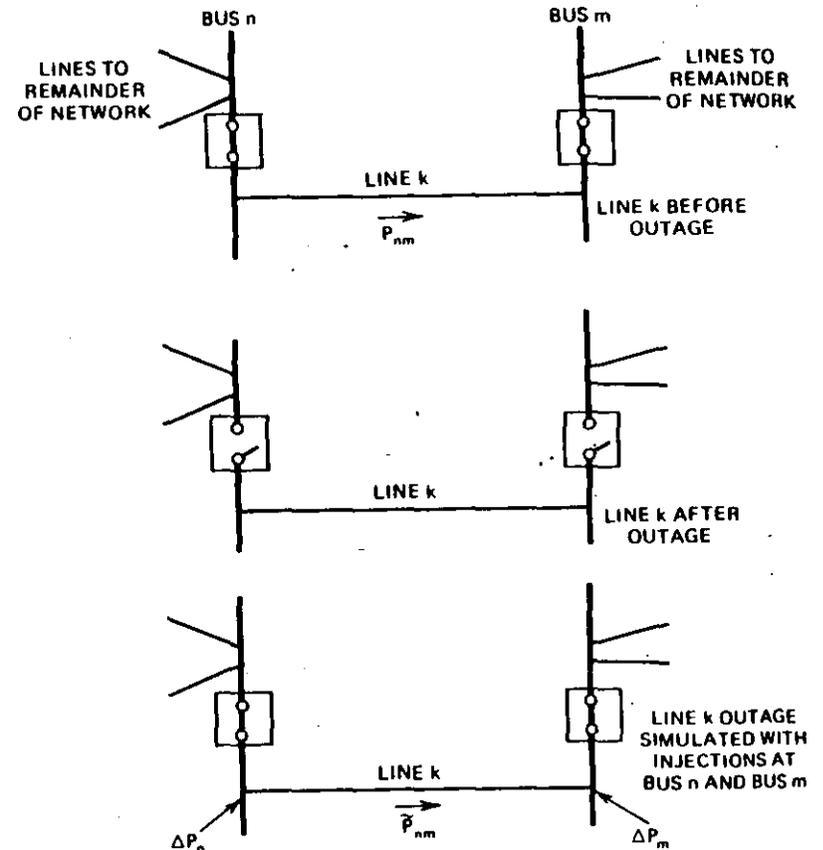


FIG. 11.7 Line outage modeling using injections.

isolated from the remainder of the network. In the bottom part of Figure 11.7 the breakers are still closed but injections ΔP_n and ΔP_m have been added to bus n and bus m , respectively. If $\Delta P_n = \bar{P}_{nm}$, where \bar{P}_{nm} is equal to the power flowing over the line, and $\Delta P_m = -\bar{P}_{nm}$, we will still have no current flowing through the circuit breakers even though they are closed. As far as the remainder of the network is concerned, the line is disconnected.

Using Eq. 11.9 relating to $\Delta\theta$ and ΔP , we have

$$\Delta\theta = [X]\Delta P$$

where

$$\Delta P = \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta P_n \\ \vdots \\ \Delta P_m \\ \vdots \end{bmatrix}$$

so that

$$\begin{aligned}\Delta\theta_n &= X_{nn}\Delta P_n + X_{nm}\Delta P_m \\ \Delta\theta_m &= X_{mn}\Delta P_n + X_{mm}\Delta P_m\end{aligned}\quad (11.14)$$

define

$\theta_n, \theta_m, P_{nm}$ to exist before the outage, where P_{nm} is the flow on line k from bus n to bus m .

$\Delta\theta_n, \Delta\theta_m, \Delta P_{nm}$ to be the incremental changes resulting from the outage.

$\bar{\theta}_n, \bar{\theta}_m, \bar{P}_{nm}$ to exist after the outage.

The outage modeling criteria requires that the incremental injections ΔP_n and ΔP_m equal the power flowing over the outaged line after the injections are imposed. Then, if we let the line reactance be x_k

$$\bar{P}_{nm} = \Delta P_n = -\Delta P_m \quad (11.15)$$

where

$$\bar{P}_{nm} = \frac{1}{x_k}(\bar{\theta}_n - \bar{\theta}_m)$$

then

$$\begin{aligned}\Delta\theta_n &= (X_{nn} - X_{nm})\Delta P_n \\ \Delta\theta_m &= (X_{mn} - X_{mm})\Delta P_m\end{aligned}\quad (11.16)$$

and

$$\begin{aligned}\bar{\theta}_n &= \theta_n + \Delta\theta_n \\ \bar{\theta}_m &= \theta_m + \Delta\theta_m\end{aligned}\quad (11.17)$$

giving

$$\bar{P}_{nm} = \frac{1}{x_k}(\bar{\theta}_n - \bar{\theta}_m) = \frac{1}{x_k}(\theta_n - \theta_m) + \frac{1}{x_k}(\Delta\theta_n - \Delta\theta_m)$$

or

$$\bar{P}_{nm} = P_{nm} + \frac{1}{x_k}(X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})\Delta P_n \quad (11.18)$$

then (using the fact that \bar{P}_{nm} is set to ΔP_n)

$$\Delta P_n = \left[\frac{1}{1 - \frac{1}{x_k}(X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})} \right] P_{nm} \quad (11.19)$$

Define a sensitivity factor δ as the ratio of the change in phase angle θ , anywhere in the system, to the original power P_{nm} flowing over a line nm before it was dropped.

That is,

$$\delta_{i,nm} = \frac{\Delta\theta_i}{P_{nm}} \quad (11.20)$$

If neither n or m is the system reference bus, two injections ΔP_n and ΔP_m , are imposed at buses n and m , respectively. This gives a change in phase angle at bus i equal to

$$\Delta\theta_i = X_{in}\Delta P_n + X_{im}\Delta P_m \quad (11.21)$$

Then using the relationship between ΔP_n and ΔP_m , the resulting δ factor is

$$\delta_{i,nm} = \frac{(X_{in} - X_{im})x_k}{x_k - (X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})} \quad (11.22)$$

If either n or m is the reference bus, only one injection is made. The resulting δ factors are

$$\begin{aligned}\delta_{i,nm} &= \frac{X_{in}x_k}{(X_{nn} - X_{nn})} \quad \text{for } m = \text{ref} \\ &= \frac{-X_{im}x_k}{(X_{mm} - X_{mm})} \quad \text{for } n = \text{ref}\end{aligned}\quad (11.23)$$

If bus i itself is the reference bus, then $\delta_{i,nm} = 0$ since the reference bus angle is constant.

The expression for $d_{\ell,k}$ is

$$\begin{aligned}d_{\ell,k} &= \frac{\Delta f_{\ell}}{f_k^0} = \frac{\frac{1}{x_{\ell}}(\Delta\theta_i - \Delta\theta_j)}{f_k^0} \\ &= \frac{1}{x_{\ell}} \left(\frac{\Delta\theta_i}{P_{nm}} - \frac{\Delta\theta_j}{P_{nm}} \right) \\ &= \frac{1}{x_{\ell}} (\delta_{i,nm} - \delta_{j,nm})\end{aligned}\quad (11.24)$$

if neither i nor j is a reference bus

$$\begin{aligned}d_{\ell,k} &= \frac{1}{x_{\ell}} \left(\frac{(X_{in} - X_{im})x_k - (X_{jn} - X_{jm})x_k}{x_k - (X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})} \right) \\ &= \frac{\frac{x_k}{x_{\ell}}(X_{in} - X_{jn} - X_{im} + X_{jm})}{x_k - (X_{nn} + X_{mm} - 2X_{nm})}\end{aligned}\quad (11.25)$$

EXAMPLE 11A

The $[X]$ matrix for our six-bus sample network is shown in Figure 11.8, together with the generation shift distribution factors and the line outage distribution factors.

X Matrix for Six-Bus Sample System (Reference at Bus 1)

0	0	0	0	0	0
0.09412	0.08051	0.06298	0.06435	0.08129	0.08129
0.08051	0.16590	0.05897	0.09077	0.12895	0.12895
0.06298	0.05897	0.10088	0.05422	0.05920	0.05920
0.06435	0.09077	0.05422	0.12215	0.08927	0.08927
0.08129	0.12895	0.05920	0.08927	0.16328	0.16328

Generation Shift Factors For Six-Bus Sample System

	Bus 1	Bus 2	Bus 3
$f = 1$ (line 1-2)	0	-0.47	-0.40
$f = 2$ (line 1-4)	0	-0.31	-0.29
$f = 3$ (line 1-5)	0	-0.21	-0.30
$f = 4$ (line 2-3)	0	0.05	-0.34
$f = 5$ (line 2-4)	0	0.31	0.22
$f = 6$ (line 2-5)	0	0.10	-0.03
$f = 7$ (line 2-6)	0	0.06	-0.24
$f = 8$ (line 3-5)	0	0.06	0.29
$f = 9$ (line 3-6)	0	-0.01	0.37
$f = 10$ (line 4-5)	0	0	-0.08
$f = 11$ (line 5-6)	0	-0.06	-0.13

Line Outage Distribution Factors for Six-Bus Sample System

	k=1 (Line 1-2)	k=2 (Line 1-4)	k=3 (Line 1-5)	k=4 (Line 2-3)	k=5 (Line 2-4)	k=6 (Line 2-5)	k=7 (Line 2-6)	k=8 (Line 3-5)	k=9 (Line 3-6)	k=10 (Line 4-5)	k=11 (Line 5-6)
$d = 1$ (line 1-2)	0.59	0.64	0.54	-0.11	-0.50	-0.21	-0.12	-0.14	0.01	0.01	0.13
$d = 2$ (line 1-4)	0.41	0.36	0.46	-0.03	0.61	-0.06	-0.04	-0.04	0	-0.33	0.04
$d = 3$ (line 1-5)	0.10	-0.03	0.15	0.15	-0.11	0.27	0.16	0.18	-0.02	0.32	-0.17
$d = 4$ (line 2-3)	-0.10	0.76	0.18	0.16	0.12	0.23	0.47	-0.40	-0.53	0.17	0.13
$d = 5$ (line 2-4)	-0.59	-0.17	-0.17	0.22	0.23	0.30	0.17	0.19	-0.02	-0.67	-0.19
$d = 6$ (line 2-5)	-0.19	0.33	0.33	0.22	0.15	0.27	0.24	0.27	-0.03	0.31	-0.26
$d = 7$ (line 2-6)	-0.12	-0.04	0.21	0.31	0.14	0.27	-0.17	-0.20	0.38	0.20	0.44
$d = 8$ (line 3-5)	-0.12	-0.04	0.20	-0.38	0.14	0.27	0.64	0.60	0.47	0.19	-0.42
$d = 9$ (line 3-6)	0.01	0	-0.03	-0.62	-0.02	-0.03	0.24	0.15	-0.02	-0.02	0.56
$d = 10$ (line 4-5)	0.01	-0.24	0.29	0.13	-0.39	0.24	0.14	0.15	0.42	-0.18	-0.15
$d = 11$ (line 5-6)	0.11	0.03	-0.18	0.12	-0.13	-0.23	0.36	-0.40	0.42	0.42	-0.15

FIG. 11.8 Outage factors for six-bus system.

The generation shift distribution factors that give the fraction of generation shift that is picked up on a transmission line are designated a_{ij} . The a factor is obtained by finding line l along the rows and then finding the generator to be shifted along the columns. For instance, the shift factor for a change in the flow on line 1-4 when making a shift in generation on bus 3 is found in the second row, third column.

The line outage distribution factors are stored such that each row and column corresponds to one line in the network. The distribution factor $d_{l,k}$ is obtained by finding line l along the rows and then finding line k along that row in the appropriate column. For instance, the line outage distribution factor that gives the fraction of flow picked up on line 3-5 for an outage on line 3-6 is found in the eighth row and ninth column. Figure 11.3 shows an outage of the generator on bus 3 with all pickup of lost generation coming on the generator at bus 1. To calculate the flow on line 1-4 after the outage of the generator on bus 3, we need:

$$\text{Base-case flow on line 1-4} = 43.6 \text{ MW}$$

$$\text{Base-case generation on bus 3} = 60 \text{ MW}$$

$$\text{Generation shift distribution factor} = a_{1-4,3} = -0.29$$

Then the flow on line 1-4 after generator outage is = base-case Flow₁₋₄ + $a_{1-4,3} \Delta P_{gen,3} = 43.6 + (-0.29)(-60 \text{ MW}) = 61 \text{ MW}$.

To show how the line outage and generation shift factors are used, calculate some flows for the outages shown in Figures 11.2 and 11.3. Figure 11.2 shows an outage of line 3-5. If we wish to calculate the power flowing on line 3-6 with line 3-5 opened, we would need the following.

$$\text{Base-case flow on line 3-5} = 19.1 \text{ MW}$$

$$\text{Base-case flow on line 3-6} = 43.8 \text{ MW}$$

$$\text{Line outage distribution factor: } d_{3-6,3-5} = 0.60$$

Then the flow on 3-6 after the outage is = base flow₃₋₆ + $d_{3-6,3-5}$ · base flow₃₋₅ = $43.8 + (0.60) \times (19.1) = 55.26$.

In both outage cases, the flows calculated by the sensitivity methods are reasonably close to the values calculated by the full AC load flows as shown in Figures 11.2 and 11.3.

11.3.3 AC Load Flow Methods

The calculations made by network sensitivity methods are faster than those made by AC load flow methods and therefore find wide use in operations control systems. However, there are many power systems where voltage magnitudes are the critical factor in assessing contingencies. In addition, there are some systems where VAR flows predominate on some circuits, such as underground cables, and an analysis of only the MW flows will not be adequate to indicate overloads. When such situations present themselves, the network sensitivity methods may not be adequate

and the operations control system will have to incorporate a full AC load flow for contingency analysis.

When an AC load flow is to be used to study each contingency case, the speed of solution and the number of cases to be studied are critical. To repeat what was said before, if the contingency alarms come too late for operators to act, they are worthless. Most operations control centers that use an AC load flow program for contingency analysis use neither a Newton-Raphson or a method called the *decoupled load flow*. These solution algorithms are used because of their speed of solution and the fact that they are reasonably reliable in convergence when solving difficult cases. The decoupled load flow has the further advantage that a matrix alteration formula can be incorporated into it to simulate the outage of transmission lines without reinverting the system Jacobian matrix at each iteration.

Other techniques that are beginning to be implemented use schemes to limit the number of contingency cases to be run. These "contingency selection" schemes use complex mathematical models of the transmission system to assess the relative severity of one contingency versus another. By ranking the contingencies in relative severity, the algorithms indicate which cases to try first. If after calculating the contingency overloads for several cases it is found that no serious overloads are being encountered, the contingencies that have as yet not been studied can be forgotten since they are ranked lower in severity and will most likely therefore not cause overloads.

11.4 CORRECTING THE GENERATION DISPATCH

Suppose the operators of a power system perform a contingency analysis and discover that if the system experiences a certain transmission line outage there will be some serious overloads on the remaining network. What should the operators do about this situation?

Before answering the question, "What *should* the operators do?" it would be well for us to consider the question, "What *can* the operators do?" Obviously, one option would be simply to do nothing and hope the contingency would never happen. The other options require the operators to take action to prevent the problem should the contingency occur. Note that if the contingency occurs and there is a serious overload the operators then *must* take action or risk damage to equipment or perhaps even worse, a cascading outage resulting in a blackout of the entire system.

The actions that can be taken to relieve power flow overloads are

- Shifting generation to redistribute power flows.
- Adjusting interchanges with neighboring systems.
- Adjusting phase-shift transformers to force power to flow on alternate paths.
- Switching the transmission network.
- Shedding load at selected locations.

Actions that can be taken in the event of voltage problems are

- Adjustment of generator exciters to change the voltage at the generator buses.
- Adjustment of autotransformer taps.
- Switching of reactive sources such as reactors or capacitors.
- Switching the transmission network.

11.4.1 Correcting the Generation Dispatch by Sensitivity Methods

If one has overloads on a transmission network, the following scheme will allow correction of the overloads via generation shifts.

1. For each overloaded line l and each generator i , determine whether to raise or lower generation on bus i from the direction of flow on line l and from the sign of a_{li} .
2. From step 1, separate the generators into a "raise" list and a "lower" list.
3. Remove generators that appear on both lists.
4. For each generator on each list, calculate the maximum correction each generator can make on the worst-overloaded line. The maximum correction is the product of the generation shift sensitivity coefficient for the most-overloaded line and the generator's maximum change. The maximum change is calculated as

For generators on the "raise" list:

$$\text{max change} = P_i^{\text{max}} - P_i^0$$

For generators on the "lower" list:

$$\text{max change} = P_i^{\text{min}} - P_i^0$$

5. Start with the generator having the greatest correction on the overloaded line and adjust it as much as possible until the overload is eliminated or the generator hits its limit. If the overload cannot be eliminated with the first generator tried, go to the next generator, and so on.

EXAMPLE 11B

Suppose we wished to correct the flow on the line from bus 3 to bus 6 in the base case six-bus system shown in Figure 11.1. The base case flow is 43.8 MW. We will correct it to 40 MW using the procedure outlined in this section. Our desired change in flow is

$$43.8 \text{ MW} + \Delta f_{3-6} = 40 \text{ MW}$$

so

$$\Delta f_{3-6} = -3.8 \text{ MW}$$

From Figure 11.8 we find

$$a_{3-6,2} = -0.01$$

$$a_{3-6,3} = 0.37$$

Therefore, if we wish to correct the 3-6 flow downward by 3.8 MW, we must place the generator on bus 2 on the "raise" list and the generator on bus 3 on the "lower" list:

Raise list	Lower list
Gen on bus 2	Gen on bus 3

Next we calculate the maximum change for each generator: the generator min and max generations are taken from Example 4E.

$$50.0 \text{ MW} \leq P_1 \leq 200 \text{ MW}$$

$$37.5 \text{ MW} \leq P_2 \leq 150 \text{ MW}$$

$$45 \text{ MW} \leq P_3 \leq 180 \text{ MW}$$

Then the maximum change in the raise direction for the generator on bus 2 starting at 50 MW (see Figure 11.1) is

$$\text{Max } \Delta P_{g_2} (\text{raise}) = 150 - 50 = +100 \text{ MW}$$

The maximum change in the lower direction for the generator on bus 3 starting at 60 MW is

$$\text{Max } \Delta P_{g_3} (\text{lower}) = 45 - 60 = -15 \text{ MW}$$

Then the maximum corrections to the power flowing on line 3-6 are

$$\text{Max correction for } P_{3-6} = +100 \text{ MW} \times (-0.01) = -1 \text{ MW}$$

$$\text{Max correction for } P_{3-6} = -15 \text{ MW} \times (0.37) = -5.55 \text{ MW}$$

We will therefore choose to lower generation at bus 3. The amount it should be lowered is

$$\Delta P_{g_3} = \frac{\Delta f_{3-6}}{a_{3-6,3}} = \frac{-3.8}{0.37} = -10.27 \text{ MW}$$

11.4.2 Compensated Factors

The fact that the a and d factors are linear models of a power system allow one to use superposition. For example, suppose we wished to know the generation shift sensitivity factor between line l and generator bus i when line k was out. This can be calculated by first assuming that a change in generation on bus i , ΔP_i , has a direct effect on line l and an indirect effect through its influence on the power flowing on

line k that then influences line l when line k is out. Then,

$$\Delta f_l = a_{li} \Delta P_i + d_{l,k} \Delta f_k \quad (11.26)$$

but

$$\Delta f_k = a_{ki} \Delta P_i$$

so

$$\begin{aligned} \Delta f_l &= a_{li} \Delta P_i + d_{l,k} a_{ki} \Delta P_i \\ &= \underbrace{(a_{li} + d_{l,k} a_{ki})}_{\text{Compensated generation shift sensitivity}} \Delta P_i \end{aligned} \quad (11.27)$$

The term in brackets in Eq. 11.27 is the new or compensated generation shift sensitivity factor. By using compensated factors, the same generation correction technique shown earlier in this section and in Example 11B can be applied to contingency overloads. That is, if a contingency analysis (as shown in Figure 11.5) indicates that a certain outage will cause overloads, the same corrections can be calculated using compensated generation shift sensitivities as was run with the uncompensated sensitivities. The result of such corrections will be to shift generation in such a way that should the line outage that was studied actually occur, the resulting flows will already have been properly corrected to relieve the overload. It would be proper then to call such corrections *preventive corrections*.

11.4.3 Correcting the Generation Dispatch Using Linear Programming

Correcting the generation dispatch for overloads using sensitivity methods can be quite difficult when the result of correcting for one overload causes another transmission line to overload. Furthermore, if several overloads are present, finding a generation correction that relieves all the overloads and does not create any new ones is almost impossible unless a well-organized and systematic approach is used. Such an approach is readily available using linear programming. Not only can LP be used to relieve the overloaded transmission lines, but it can be set up to so with a minimum amount of generation shifting.

We will start our development of this technique by developing a linear transmission line flow function. We may express the flow on any transmission line l as a Taylor series expansion about an initial flow f_l^0 where the terms in our Taylor series expansion will be the perturbation in generation, ΔP , at each generator bus with only the linear terms retained. Then

$$f_l = f_l^0 + \sum_{i=1}^N \frac{df_l}{dP_i} \Delta P_i \quad (11.28)$$

but we already know that

$$\frac{df_l}{dP_i} = a_{li}$$

Then

$$f_l = f_l^0 + \sum_{i=1}^N a_{li} \Delta P_i \quad (11.29)$$

Using Eq. 11.29 we can write an inequality constraint equation that expresses the fact that the flow on line l is to be limited to some maximum flow, f_l^{\max}

$$-f_l^{\max} \leq f_l \leq f_l^{\max}$$

or

$$-f_l^{\max} \leq f_l^0 + \sum_{i=1}^N a_{li} \Delta P_i \leq f_l^{\max}$$

This two-sided inequality can be expressed as two one-sided inequalities.

$$\sum_{i=1}^N a_{li} \Delta P_i \leq f_l^{\max} - f_l^0 \quad (11.30a)$$

and

$$\sum_{i=1}^N a_{li} \Delta P_i \geq -f_l^{\max} - f_l^0 \quad (11.30b)$$

Equations 11-30a and 11-30b are exactly in the form we need to incorporate line overloads into an LP. Note that often the user is aware that either the line flow is positive and is exceeding f_l^{\max} or it is negative and exceeding $-f_l^{\max}$ and that a correction by the LP is not computed to swing the line from $>f_l^{\max}$ to $<-f_l^{\max}$ or vice versa. Therefore, often only Eq. 11.30a or Eq. 11.30b will be used, depending on which limit is of interest.

We can state our LP corrective dispatching algorithm as follows.

Minimize: The sum of the generation shifts (11.31)

Subject to: 1. The generation shifts model the system behavior by maintaining a correct total generation versus total load balance.

2. All known overloads are within limit.
Line flows

Here we will assume that the generators are already at an economic dispatch. Since we wish to correct for transmission overloads, we will try to do so with a minimum deviation to the economic dispatch schedule. Therefore an objective that minimizes the sum of the generation shifts will often suffice for such a calculation. Note, however, that by representing the generator input/output functions as piecewise linear functions, we could solve the economic dispatch itself with an LP. If we include line overload constraints in such an LP, we would have a "constrained economic dispatch" that gave the best economic dispatch while meeting line overload constraints. For illustration in this chapter we will just assume that the "minimum sum of generation shifts" objective is satisfactory. Our LP variables will be the P_i values for each generator bus. Note that LP algorithms require that all

variables be positive but that we do not wish to restrict the corrective generation shifts to be only positive. Therefore we will use the following simple identity.

$$\Delta P_i = \Delta P_i^+ - \Delta P_i^- \quad (11.32)$$

where: ΔP_i^+ = the net upward shift on bus i

ΔP_i^- = the net downward shift on bus i

The objective function in Eq. 11.31 for our LP can be expressed as

Minimize:
$$\sum_{i=1}^N K \Delta P_i^+ + K \Delta P_i^-$$

Where the value of K can be chosen as any large number. In this case, all generation shifts, either up or down, will be penalized equally.

The first constraint in our LP is placed there to guarantee that the resulting answer models the power system correctly. To see what this means, we must review what we wish to have happening while we are correcting the generation dispatch.

1. The generators are to remain within their limits.
2. The sum of the generator outputs must equal the load (we will ignore losses).

Point (1) requires that all generators be part of the LP algorithm—including the reference bus. Point (2) requires that generation equal load at all times. If we express P_i as

$$P_i = P_i^0 + \Delta P_i = P_i^0 + \Delta P_i^+ - \Delta P_i^- \quad (11.33)$$

and

$$\sum_{i=1}^N P_i = P_{\text{load}} \quad (11.34)$$

Equation 11.34 must hold for the precorrection conditions as well as after the corrections, then

$$\sum_{i=1}^N P_i^0 = P_{\text{load}} \quad (11.35)$$

Expanding Eq. 11.34 and substituting Eq. 11.35, we get

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N P_i &= \sum_{i=1}^N (P_i^0 + \Delta P_i^+ - \Delta P_i^-) = P_{\text{load}} \\ &= \sum_{i=1}^N P_i^0 + \sum_{i=1}^N (\Delta P_i^+ - \Delta P_i^-) = P_{\text{load}} \end{aligned}$$

or simply

$$\sum_{i=1}^N (\Delta P_i^+ - \Delta P_i^-) = 0 \quad (11.36)$$

Equation 11.36 expresses the fact that the sum of the generation shifts over all generators must be zero if the load is to be met.

To solve the LP, we also need to include the limits on the generators. For each generator,

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max} \quad (11.37)$$

However, we are not dealing with P_i , but rather with ΔP_i^+ and ΔP_i^- as shown in Eqs. 11.32 and 11.33. If the generator is initially generating P_i^0 (as in Eq. 11.33), then we can define limits on ΔP_i^+ and ΔP_i^- as follows.

$$0 \leq \Delta P_i^+ \leq P_i^{\max} - P_i^0$$

and

$$0 \leq \Delta P_i^- \leq P_i^0 - P_i^{\min} \quad (11.38)$$

Now we can write our final expressions for the LP.

Minimize: $\sum_{i=1}^N (K \Delta P_i^+ + K \Delta P_i^-)$ (Objective)

Subject to: $\sum_{i=1}^N (\Delta P_i^+ - \Delta P_i^-) = 0$ (Gen shift equality constraint)

And:
$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^N a_{ij}(\Delta P_i^+ - \Delta P_i^-) \\ \leq f_{ij}^{\max} - f_{ij}^0 \\ \sum_{i=1}^N a_{ij}(\Delta P_i^+ - \Delta P_i^-) \\ \geq -f_{ij}^{\max} - f_{ij}^0 \end{aligned} \right\} \text{(Line flow constraint)}$$

And:
$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \Delta P_i^+ \leq P_i^{\max} - P_i^0 \\ 0 \leq \Delta P_i^- \leq P_i^0 - P_i^{\min} \end{aligned} \right\} \text{(Gen shift limits)} \quad (11.39)$$

For $i = 1 \dots N$

In solving for the corrections using the LP algorithm, we wish to end with all line flows within limit. This can be accomplished by placing a line flow constraint (see Eq. 11.39) into the LP for each overloaded line. After solving the LP, the generation shifts should be made and a new base case load flow run. Some of the flows for the overloaded lines will have been adjusted until they exactly equal their respective limits while others may be below limit. However, other line flows that were well within limit before the correction was made may now be beyond limit. The safest procedure at this point is to re-execute the LP with all the line flow constraints that were in the first LP included as well as line flow constraints corresponding to the "new" overloads. This procedure can be repeated as often as needed and is termed an *iterative constraint search* since the user is essentially searching for a set of constraints that, when included in the LP, will result in a set of corrections that leave the transmission system network with no overloads.

EXAMPLE 11C

Given the DC load flow solution to the six-bus sample system (see Example 4C) as a starting point, use linear programming to achieve the following corrections to the transmission line flows.

Line	Flow before correction (as calculated by the DC load flow)	Flow limit
1-4	41.6	36.0 MW
3-6	44.9	40.0 MW

The limits on generation are the same as shown in Example 11B, and the initial generation values will be those from Example 4C, that is,

Generator unit	Minimum output (MW)	Initial output (MW)	Maximum output (MW)
1	50	100	200
2	37.5	50	150
3	45	60	180

The sensitivity factors are taken from Figure 11.8.

Using the LP expression in Eq. 11.39 we have

Minimize: $100 \Delta P_1^+ + 100 \Delta P_1^- + 100 \Delta P_2^+ + 100 \Delta P_2^- + 100 \Delta P_3^+ + 100 \Delta P_3^-$

Subject to: $\Delta P_1^+ - \Delta P_1^- + \Delta P_2^+ - \Delta P_2^- + \Delta P_3^+ - \Delta P_3^- = 0$

and: (line 1-4) $-0.31 \Delta P_2^+ + 0.31 \Delta P_2^- - 0.29 \Delta P_3^+ + 0.29 \Delta P_3^- \leq 36 - 41.6$

(line 3-6) $-0.01 \Delta P_2^+ + 0.01 \Delta P_2^- + 0.37 \Delta P_3^+ - 0.37 \Delta P_3^- \leq 40 - 44.9$

With variable limits

$$0 \leq \Delta P_1^+ \leq 100$$

$$0 \leq \Delta P_1^- \leq 50$$

$$0 \leq \Delta P_2^+ \leq 100$$

$$0 \leq \Delta P_2^- \leq 12.5$$

$$0 \leq \Delta P_3^+ \leq 120$$

$$0 \leq \Delta P_3^- \leq 15$$

Note that here we are only using the "upper limit" inequality constraints (see Eq. 11.30a) for both line flow corrections.

generation redispatch to protect the system from overloads from the next contingency outage.

The linear programming generation redispatch calculation can be used with either an AC load flow or a DC load flow. In Example 11C, the LP was used to correct the power flows for a network that had been solved initially using a DC load flow. Since the LP and the DC load flow are both linear models, the LP's corrections to the generation dispatch gave the exact flow corrections desired. If we had taken the initial flows, f_i^0 , from an AC load flow, solved the LP for the generation corrections and then resolved the AC load flow with the generation corrections included, the flows would most likely not be at the values we desired. This is because the AC load flow models the nonlinearity of the power system. The corrected power flows will be close to the limit desired—but not precisely at the limit as when using a DC load flow. To force the power flow to its limit, the new solution to the AC load flow can be taken as the initial conditions and the LP resolved with new values for f_i^0 . Usually, within two or three iterations of the AC load flow with the LP the flows can be moved exactly to the desired MW limit.

PROBLEMS

11.1 Figure 11.10 shows a four-bus power system. Also given below are the impedance data for the transmission lines of the system as well as the generation and load values.

Line	Line reactance (pu)
1-2	0.2
1-4	0.25
2-3	0.15
2-4	0.30
3-4	0.40

Bus	Load	Generation
1		150 MW
2		350 MW
3	220 MW	
4	280 MW	

- Calculate the generation shift sensitivity coefficients for a shift in generation from bus 1 to bus 2.
- Calculate the line outage sensitivity factors for outages on lines 1-2, 1-4, and 2-3.

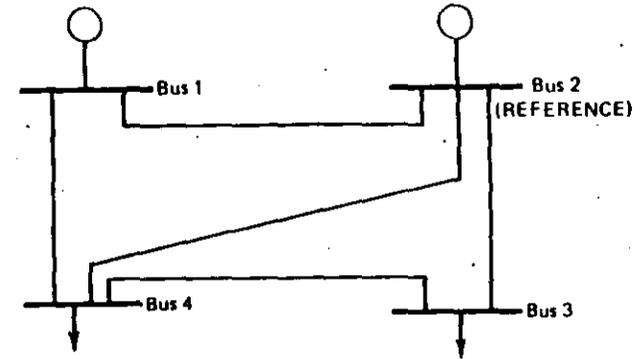


FIG. 11.10 Four-bus network for Problem 11.1.

11.2 In the system shown in Figure 11.11, three generators are serving a load of 1300 MW. The MW flow distribution, bus loads, and generator outputs are as shown. The generators have the following characteristics.

Gen number	P_{min} (MW)	P_{max} (MW)
1	100	600
2	90	400
3	100	500

The circuits have the following limits.

- CKT A 600 MW MAX
- CKT B 600 MW MAX
- CKT C 450 MW MAX
- CKT D 350 MW MAX

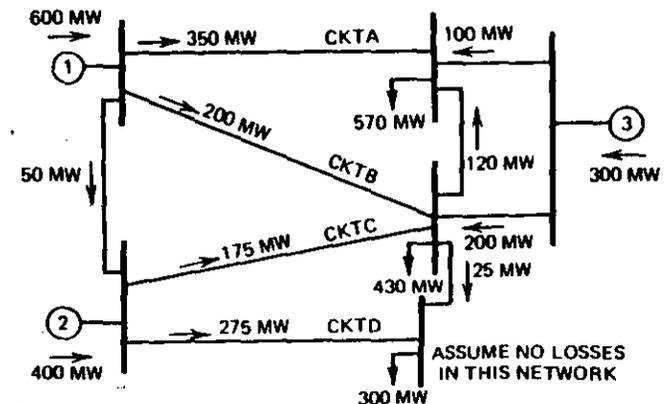


FIG. 11.11 Three-generator system for Problem 11.2.

Throughout this problem we will only be concerned with flows on the circuit labeled A, B, C, and D. The generation shift sensitivity coefficients, $a_{r,i}$, for circuits, A, B, C, and D are

CKT	Shift on gen 1	Shift on gen 2
A	0.7	0.08
B	0.2	0.02
C	0.06	0.54
D	0.04	0.36

Example: $\Delta P_{flow_r} = a_{r,i} \cdot \Delta P_i$

if

$$l = C \text{ and } i = 2$$

$$\Delta P_{flow_r} = (0.54) \Delta P_2$$

Assume a shift on gen 1 or gen 2 will be compensated by an equal (opposite) shift on gen 3. The line outage sensitivity factors $d_{r,k}$ are

l	k			
	A	B	C	D
A	X	0.8	0.21	0.14
B	0.9	X	0.06	0.04
C	0.06	0.12	X	0.82
D	0.04	0.08	0.73	X

As an example, suppose the loss of circuit k will increase the loading on circuit l as follows.

$$P_{flow_r} = P_{flow_r}(\text{before outage}) + d_{r,k} \cdot P_{flow_k}(\text{before outage})$$

if

$$l = A, \quad k = B$$

The new flow on l would be

$$P_{flow_A} = P_{flow_A} + (0.8)P_{flow_B}$$

- Find the contingency (outage) flow distribution on circuits A, B, C, and D for an outage on circuit A. Repeat for an outage on B, then on C, then on D. (Only one circuit is lost at one time.) Are there any overloads?
- Can you shift generation from gen 1 to gen 3 or from gen 2 to gen 3 so that no overloads occur? If so, how much shift?

11.3 Given the three-bus network shown in Figure 11.12 (see Example 4B),

where $x_{12} = 0.2$ pu

$x_{13} = 0.4$ pu

$x_{23} = 0.25$ pu

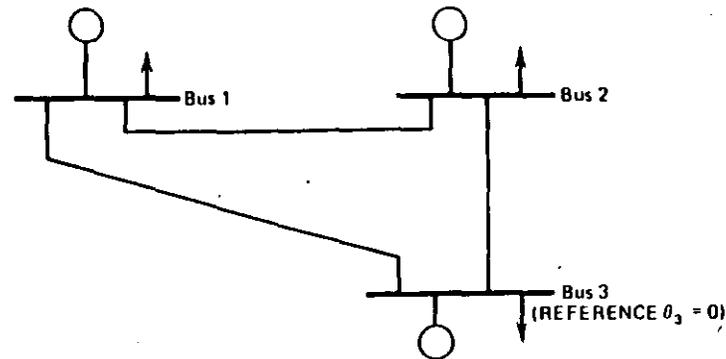


FIG. 11.12 Three-bus system for Problem 11.3.

The [X] matrix is

$$\begin{bmatrix} 0.2118 & 0.1177 & 0 \\ 0.1177 & 0.1765 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Use a 100 MVA base. The base loads and generations are

Bus	Load (MW)	Gen (MW)	Gen min (MW)	Gen max (MW)
1	100	150	50	250
2	300	180	60	250
3	100	170	60	300

- Find base power flows on the transmission lines.
- Calculate the generation shift factors for line 1-2. Calculate the shift in generation on bus 1 and 2 so as to force the flow on line 1-2 to zero MW. Assume for economic reasons that any shift from base conditions are more expensive for shifts at the generator on bus 1 than for shifts on bus 2 and that the generator on bus 3 can be shifted without any penalty.

FURTHER READING

The subject of power system security and especially state estimation has received a great deal of attention in the engineering literature since the middle 1960s. The list of references presented here is therefore large but also quite limited nonetheless.

Reference 1 is a key paper on the topic of system security and energy control system philosophy. References 2 and 3 provide the basic theory for contingency assessment of power systems using impedance [Z] matrix methods. References 4 and 5 cover contingency analysis using DC load flow methods. Reference 6 is a broad overview of security assessment and contains an excellent bibliography covering the literature on security assessment up to 1975.

The use of AC load flows in contingency analysis is possible with any AC load flow algorithm. However, the *fast-decoupled Newton* load flow algorithm is generally recognized

as the best for this purpose since its Jacobian matrix is constant and single-line outages can be modeled using the matrix inversion lemma. Reference 7 covers the fast-decoupled load flow algorithm and its application.

Correcting the generation dispatch by sensitivity methods is covered by reference 8. The use of linear programming to solve power systems problems is covered in references 9–11. Reference 12 is an excellent overview of LP applications to power system rescheduling and contains an extensive bibliography on this subject.

The full "optimal power flow" solution to power system rescheduling differs from the methods covered in this chapter in that the optimization process is carried out on the AC model rather than on the DC model of the network. A great deal of research has gone into this topic and, as of the writing of this text, no one algorithm seems to have clearly emerged as the "best." References 13–18 cover this topic.

1. DyLiacco, T. E., "The Adaptive Reliability Control System," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-86, May 1967, pp. 517–531.
2. El-Abiad, A. H., Stagg, G. W., "Automatic Evaluation of Power System Performance—Effects of Line and Transformer Outages," *AIEE Transactions*, Vol. PAS-81, February 1963, pp. 712–716.
3. Brown, H. E., "Contingencies Evaluated by a Z Matrix Method," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-88, April 1969, pp. 409–412.
4. Limmer, H., "Techniques and Applications of Security Calculations Applied to Dispatching Computers," Papers STY 4, 3rd Power System Computation Conference, Rome, Italy, 1969.
5. Baughman, M., Schweppe, F. C., "Contingency Evaluation: Real Power Flows from a Linear Model," *IEEE Summer Power Meeting*, 1970, Paper CP 689-PWR.
6. Debs, A. S., and Benson, A. R., "Security Assessment of Power Systems," *Systems Engineering For Power: Status and Prospects*, U.S. Government Document CONF-750867, 1967, pp. 1–29.
7. Stott, B., Alsac, O., "Fast Decoupled Load Flow," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-93, May/June 1974, pp. 859–869.
8. Ku, W. S., Van Olinda, P., "Security and Voltage Applications of the Public Service Dispatch Computer," *PICA Conference Proceedings*, 1969, pp. 201–207.
9. Thanikachalam, A., Tudor, J. R., "Optimal Rescheduling of Power for System Reliability," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-90, July/August 1971, pp. 1776–1781.
10. Chan, S. M., Yip, E., "A Solution of the Transmission Limited Dispatch Problem by Sparse Linear Programming," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-98, May/June 1979 pp. 1044–1053.
11. Wollenberg, B. F., Stadlin, W. O., "A Real Time Optimizer for Security Dispatch," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-93, Sept/October 1974, pp. 1640–1644.
12. Stott, B., Marinho, J. L., Alsac, O., "Review of Linear Programming Applied to Power System Rescheduling," *Proceedings 1979 PICA Conference*, IEEE Document No. 79CH1381-3-PWR, pp. 142–154.
13. Dommel, H. W., Tinney, W. F., "Optimal Power Flow Solutions," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-87, October 1968, pp. 1866–1876.
14. Sasson, A. M., "Nonlinear Programming Solutions for Load Flow, Minimum-Loss, and Economic Dispatch Problems," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-88, April 1969, pp. 379–409.
15. Peschon, J., Bree, D. W., Hajdu, L. P., "Optimal Solutions Involving System Security" *Proceedings, Seventh PICA Conference*, Boston, Mass., 1971, pp. 210–218.
16. Carpentier, J. W., "Differential Injections Model, a General Method for Secure and Optimal Load Flows," *1973 PICA Conference Proceedings*, pp. 255–262.
17. Alsac, O., Stott, B., "Optimal Load Flow With Steady-State Security," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-93, May/June, 1974, pp. 745–751.
18. Barcelo, W. R., Lemmon, W. W., Koen, H. R., "Optimization of the Real Time Dispatch with Constraints for Secure Operation of Bulk Power Systems," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-96, May/June, 1977, pp. 741–757.

An Introduction to State Estimation in Power Systems

12.1 INTRODUCTION

State estimation is the process of assigning a value to an unknown system state variable based on measurements from that system according to some criteria. Usually, the process involves imperfect measurements that are redundant and the process of estimating the system states is based on a statistical criteria that estimates the true value of the state variables to minimize or maximize the selected criteria. A commonly used and familiar criteria is that of minimizing the sum of the squares of the differences between the estimated and "true" (i.e., measured) values of a function.

The ideas of least squares estimation have been known and used since the early part of the nineteenth century. The major developments in this area have taken place in the twentieth century in applications in the aerospace field. In these developments the basic problems have involved the location of an aerospace vehicle (i.e., missile, airplane, or space vehicle) and the estimation of its trajectory given redundant and imperfect measurements of its position and velocity vector. In many applications these measurements are based on optical observations and/or radar signals

that may be contaminated with noise and may contain system measurement errors. State estimators may be both static and dynamic. Both types of estimators have been developed for power systems. This chapter will introduce the basic development of a static state estimator.

In a power system the state variables are the voltage magnitudes and relative phase angles at the system nodes. Measurements are required in order to estimate the system performance in real time for both system security control and constraints on economic dispatch. The inputs to an estimator are selected, imperfect power system measurements of voltage magnitudes and power, VAR, or ampere-flow quantities. The estimator is designed to produce the "best estimate" of the system voltage and phase angles recognizing that there are errors in the measured quantities and that there may be redundant measurements. The output data are then used in system control centers in the implementation of the security constrained dispatch and control of the system as discussed in the previous chapter.

12.2 POWER SYSTEM STATE ESTIMATION

As introduced in Chapter 11, the problem of monitoring the power flows and voltages on a transmission system is very important in maintaining system security. By simply checking each measured value against its limit, the power system operators can tell where problems exist in the transmission system—and, it is hoped, they can take corrective actions to relieve overloaded lines or out-of-limit voltages.

Many problems are encountered in monitoring a transmission system. These problems come primarily from the nature of the measurement transducers and from communications problems in transmitting the measured values back to the operations control center.

Transducers from power system measurements, like any measurement device, will be subject to errors. If the errors are small, they may go undetected and can cause misinterpretation by those reading the measured values. In addition, transducers may have gross measurement errors that render their output useless. An example of such a gross error might involve having the transducer connected up backward, thus, giving the negative of the value being measured. Finally, the telemetry equipment often experiences periods when communications channels are completely out, thus depriving the system operator of any information about some part of the power system network.

It is for these reasons that power system state estimation techniques have been developed. A state estimator, as we will see shortly, can "smooth out" small random errors in meter readings, detect and identify gross measurement errors, and "fill in" meter readings that have failed due to communications failures.

To begin, we will use a simple DC load flow example to illustrate the principles of state estimation. Suppose the three-bus DC load flow of Example 4B were operating with the load and generation shown in Figure 12.1. The only information we have about this system is provided by three MW power flow meters located as shown in Figure 12.2.

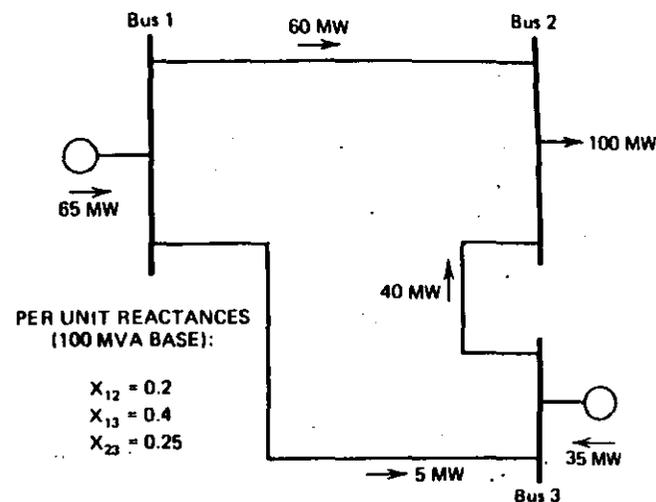


FIG. 12.1 Three-bus system from Example 4B.

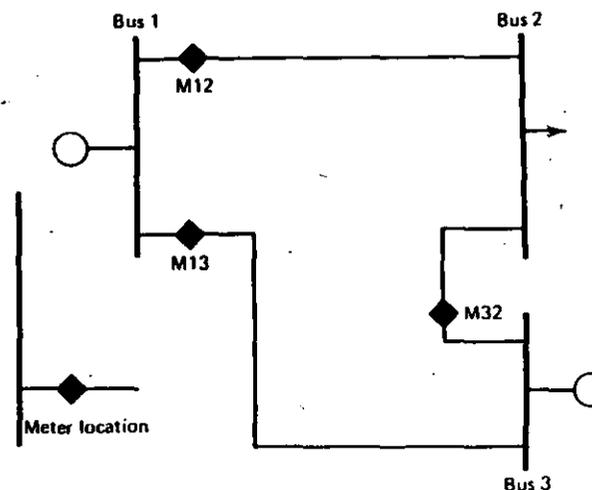


FIG. 12.2 Meter placement.

Only two of these meter readings are required to calculate the bus-phase angles and all load and generation values fully. Suppose we use M_{13} and M_{32} and further suppose that M_{13} and M_{32} give us perfect readings of the flows on their respective transmission lines.

$$M_{13} = 5 \text{ MW} = 0.05 \text{ pu}$$

$$M_{32} = 40 \text{ MW} = 0.40 \text{ pu}$$

Then the flows on lines 1-3 and 3-2 can be set equal to these meter readings.

$$f_{13} = \frac{1}{x_{13}} (\theta_1 - \theta_3) = M_{13} = 0.05 \text{ pu}$$

$$f_{32} = \frac{1}{x_{23}} (\theta_3 - \theta_2) = M_{32} = 0.40 \text{ pu}$$

Since we know that $\theta_3 = 0$ rad, we can solve the f_{13} equation for θ_1 and the f_{32} equation for θ_2 resulting in

$$\theta_1 = 0.02 \text{ rad}$$

$$\theta_2 = -0.10 \text{ rad}$$

We will now investigate the case where all three meter readings have slight errors. Suppose the readings obtained are

$$M_{12} = 62 \text{ MW} = 0.62 \text{ pu}$$

$$M_{13} = 6 \text{ MW} = 0.06 \text{ pu}$$

$$M_{32} = 37 \text{ MW} = 0.37 \text{ pu}$$

If we use only the M_{13} and M_{32} readings as before, we will calculate the phase angles as follows.

$$\theta_1 = 0.024 \text{ rad}$$

$$\theta_2 = -0.0925 \text{ rad}$$

$$\theta_3 = 0 \text{ rad (still assumed to equal zero)}$$

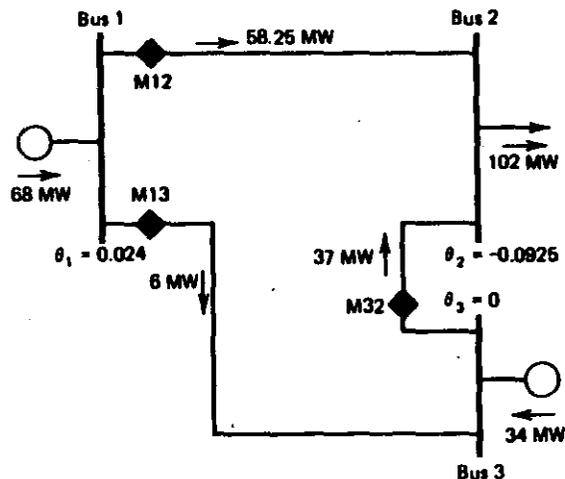


FIG. 12.3 Flows resulting from use of meters M_{13} and M_{32} .

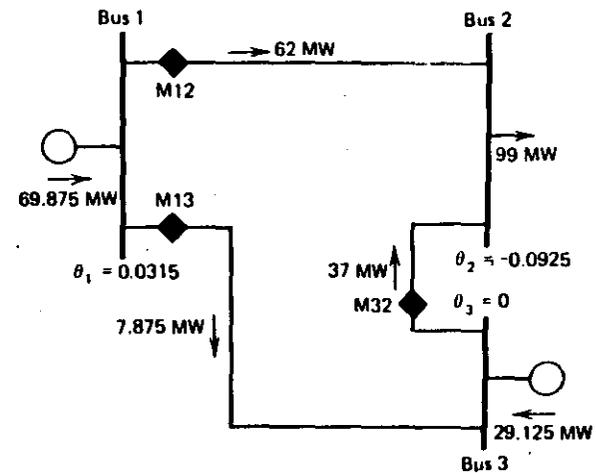


FIG. 12.4 Flows resulting from use of meters M_{12} and M_{32} .

This results in the system flows as shown in Figure 12.3. Note that the predicted flows match at M_{13} and M_{32} , but the flow on line 1-2 does not match the reading of 62 MW from M_{12} . If we were to ignore the reading on M_{13} and use M_{12} and M_{32} , we could obtain the flows shown in Figure 12.4.

All we have accomplished is to match M_{12} but at the expense of no longer watching M_{13} . What we need is a procedure that uses the information available from all three meters to produce the best estimate of the actual angles, line flows, and bus load and generations.

Before proceeding, let's discuss what we have been doing. Since the only thing we know about the power system comes to us from the measurements, we must use the measurements to estimate system conditions. Recall that in each instance the measurements were used to calculate the bus phase angles at bus 1 and 2. Once these phase angles were known, all unmeasured power flows, loads, and generations could be determined. We call θ_1 and θ_2 the *state variables* for the three-bus system since knowing them allows all other quantities to be calculated. In general the state variables for a power system consist of the bus voltage magnitude at all buses and the phase angles at all but one bus. The swing or reference bus phase angle is usually assumed to be zero radians. Note that we could use real and imaginary components of bus voltage if desired. If we can use measurements to estimate the "states" (i.e., voltage magnitudes and phase angles) of the power system, then we can go on to calculate any power flows, generation, loads, and so forth we desire. This presumes that the network configuration (i.e., breaker and disconnect switch statuses) is known and that the impedances in the network are also known. Automatic load tap changing autotransformers or phase angle regulators are often included in a network, and their tap positions may be telemetered to the control center as a measured quantity. Strictly speaking, the transformer taps and phase angle

regulator positions should also be considered as states since they must be known in order to calculate the flows through the transformers and regulators.

To return to the three-bus DC power flow model, we have three meters providing us with a set of redundant readings with which to estimate the two states θ_1 and θ_2 . We say that the readings are redundant since, as we saw earlier, only two readings are necessary to calculate θ_1 and θ_2 , the other reading is always "extra." However, the "extra" reading does carry useful information and ought not to be discarded summarily.

This simple example serves to introduce the subject of *static state estimation*, which is the art of estimating the exact system state given a set of imperfect measurements made on the power system. We will digress at this point to develop the theoretical background for static state estimation. We will return to our three-bus system in Section 12.4.

12.3 MAXIMUM LIKELIHOOD WEIGHTED LEAST-SQUARES ESTIMATION

12.3.1 Introduction

Statistical estimation refers to a procedure where one uses samples to calculate the value of one or more unknown parameters in a system. Since the samples (or measurements) are inexact, the estimate obtained for the unknown parameter is also inexact. This leads to the problem of how to formulate a "best" estimate of the unknown parameters given the available measurements.

The development of the notions of state estimation may proceed along several lines depending on the statistical criterion selected. Of the many criteria that have been examined and used in various applications, three are perhaps the most commonly encountered.

1. *The maximum likelihood criterion*, where the objective is to maximize the probability that the estimate of the state variable \hat{x} , is the true value of the state variable vector, x . (i.e., maximize $P(\hat{x} = x)$).
2. *The weighted least-squares criterion*, where the objective is to minimize the sum of the squares of the weighted deviations of the estimated measurements \hat{z} from the actual measurements z .
3. *The minimum variance criterion*, where the object is to minimize the expected value of the sum of the squares of the deviations of the estimated components of the state variable vector from the corresponding components of the true state variable vector.

When normally distributed, unbiased meter error distributions are assumed, each of these approaches results in identical estimators. This chapter will utilize the maximum likelihood approach because the method introduces the measurement error weighting matrix $[R]$ in a straightforward manner.

The maximum likelihood procedure asks the following questions: "What is the probability (or likelihood) that I will get the measurements I have obtained?" This probability depends on the random error in the measuring device (transducer) as well as the unknown parameters to be estimated. Therefore, a reasonable procedure would be one that simply chose the estimate as the value that maximizes this probability. As we will see shortly, the maximum likelihood estimator assumes that we know the probability density function (PDF) of the random errors in the measurement. Other estimation schemes could also be used. The "least-squares" estimator does not require that we know the probability density function for the sample or measurement errors. However, if we assume that the probability density function of sample or measurement error is a normal (Gaussian) distribution, we will end up with the same estimation formula. We will proceed to develop our estimation formula using the maximum likelihood criterion assuming normal distributions for measurement errors. The result will be a "least-squares" or more precisely a "weighted least-squares" estimation formula even though we will develop the formulation using the maximum likelihood criteria. We will illustrate this method with a simple electrical circuit and show how the maximum likelihood estimate can be made.

First, we introduce the concept of *random measurement error*. Note that we have dropped the term "sample" since the concept of a measurement is much more appropriate to our discussion. The measurements are assumed to be in error: that is, the value obtained from the measurement device is close to the true value of the parameter being measured but differs by an unknown error. Mathematically this can be modeled as follows.

Let z^{meas} be the value of a measurement as received from a measurement device. Let z^{true} be the true value of the quantity being measured. Finally, let η be the random measurement error. We can then represent our measured value as

$$z^{meas} = z^{true} + \eta \quad (12.1)$$

The random number, η , serves to model the uncertainty in the measurements. If the measurement error is unbiased, the probability density function of η is usually chosen as a normal distribution with zero mean. Note that other measurement probability density functions will also work in the maximum likelihood method as well. The probability density function of η is

$$\text{PDF}(\eta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\eta^2/2\sigma^2) \quad (12.2)$$

where σ is called the standard deviation and σ^2 is called the variance of the random number. $\text{PDF}(\eta)$ describes the behavior of η . A plot of $\text{PDF}(\eta)$ is shown in Figure 12.5. Note that σ , the standard deviation, provides a way to model the seriousness of the random measurement error. If σ is large, the measurement is relatively inaccurate (i.e., a poor quality measurement device), whereas a small value of σ

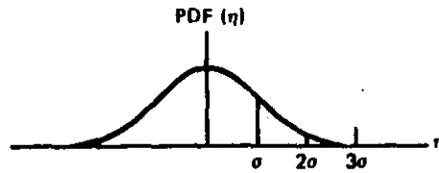


FIG. 12.5 The normal distribution.

denotes a small error spread (i.e., a higher quality measurement device). The normal distribution is commonly used for modeling measurement errors since it is the distribution that will result when many factors contribute to the overall error.

12.3.2 Maximum Likelihood Concepts

The principle of maximum likelihood estimation is illustrated by using a simple DC circuit example as shown in Figure 12.6. In this example, we wish to estimate the value of the voltage source, x^{true} , using an ammeter with an error having a known standard deviation. The ammeter gives a reading of z_1^{meas} , which is equal to the sum of z_1^{true} (the true current flowing in our circuit) and η_1 (the error present in the ammeter). Then we can write

$$z_1^{\text{meas}} = z_1^{\text{true}} + \eta_1 \quad (12.3)$$

Since the mean value of η_1 is zero, we then know that the mean value of z_1^{meas} is equal to z_1^{true} . This allows us to write a probability density function for z_1^{meas} as

$$\text{PDF}(z_1^{\text{meas}}) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(z_1^{\text{meas}} - z_1^{\text{true}})^2}{2\sigma_1^2}\right) \quad (12.4)$$

where σ_1 is the standard deviation for the random error η_1 . If we assume that the value of the resistance, r_1 , in our circuit is known, then we can write

$$\text{PDF}(z_1^{\text{meas}}) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1} x\right)^2}{2\sigma_1^2}\right) \quad (12.5)$$

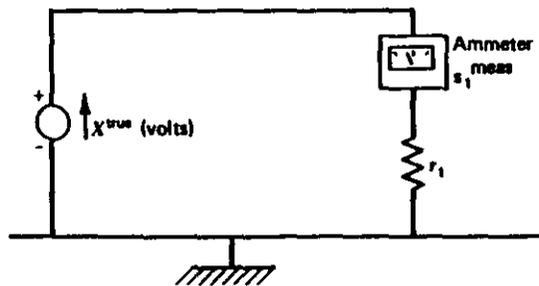


FIG. 12.6 Simple DC circuit with current measurement.

Coming back to our definition of a maximum likelihood estimator, we now wish to find an estimate of x (called x^{est}) that maximizes the probability that the observed measurement z_1^{meas} would occur. Since we have the probability density function of z_1^{meas} , we can write

$$\begin{aligned} \text{prob}(z_1^{\text{meas}}) &= \int_{z_1^{\text{meas}}}^{z_1^{\text{meas}} + dz_1^{\text{meas}}} \text{PDF}(z_1^{\text{meas}}) dz_1^{\text{meas}} \quad \text{as } dz_1^{\text{meas}} \rightarrow 0 \\ &= \text{PDF}(z_1^{\text{meas}}) dz_1^{\text{meas}} \end{aligned} \quad (12.6)$$

The maximum likelihood procedure then requires that we maximize the value of $\text{prob}(z_1^{\text{meas}})$, which is a function of x . That is,

$$\max_x \text{prob}(z_1^{\text{meas}}) = \max_x \text{PDF}(z_1^{\text{meas}}) dz_1^{\text{meas}} \quad (12.7)$$

One convenient transformation that can be used at this point is to maximize the natural logarithm of $\text{PDF}(z_1^{\text{meas}})$ since maximizing the log of $\text{PDF}(z_1^{\text{meas}})$ will also maximize $\text{PDF}(z_1^{\text{meas}})$. Then we wish to find

$$\max_x \text{Ln}[\text{PDF}(z_1^{\text{meas}})]$$

or

$$\max_x \left[-\text{Ln}(\sigma_1 \sqrt{2\pi}) - \frac{\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1} x\right)^2}{2\sigma_1^2} \right]$$

Since the first term is constant, it can be ignored. We can maximize the function in brackets by minimizing the second term since it has a negative coefficient, that is,

$$\max_x \left[-\text{Ln}(\sigma_1 \sqrt{2\pi}) - \frac{\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1} x\right)^2}{2\sigma_1^2} \right]$$

is the same as

$$\min_x \left[\frac{\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1} x\right)^2}{2\sigma_1^2} \right] \quad (12.8)$$

The value of x that minimizes the right-hand term is found by simply taking the first derivative and setting the result to zero.

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1} x\right)^2}{2\sigma_1^2} \right] = \frac{-\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1} x\right)}{r_1 \sigma_1^2} = 0 \quad (12.9)$$

or

$$x^{\text{est}} = r_1 z_1^{\text{meas}}$$

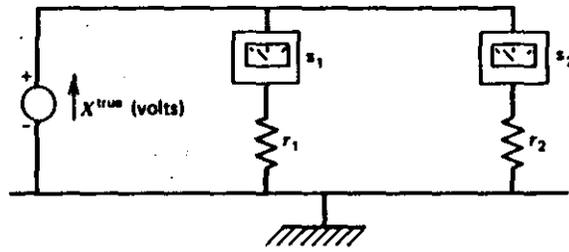


FIG. 12.7 DC circuit with two current measurements.

To most readers this result was obvious from the beginning. All we have accomplished is to declare the maximum likelihood estimate of our voltage as simply the measured current times the known resistance. However, by adding a second measurement circuit, we have an entirely different situation in which the best estimate is not so obvious. Let us now add a second ammeter and resistance as shown in Figure 12.7.

Assume that both r_1 and r_2 are known. As before, model each meter reading as the sum of the true value and a random error.

$$\begin{aligned} z_1^{\text{meas}} &= z_1^{\text{true}} + \eta_1 \\ z_2^{\text{meas}} &= z_2^{\text{true}} + \eta_2 \end{aligned} \quad (12.10)$$

Where the errors will be represented as independent zero mean, normally distributed random variables with probability density functions:

$$\begin{aligned} \text{PDF}(\eta_1) &= \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(\eta_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) \\ \text{PDF}(\eta_2) &= \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(\eta_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) \end{aligned} \quad (12.11)$$

and as before we can write the probability density functions of z_1^{meas} and z_2^{meas} as

$$\begin{aligned} \text{PDF}(z_1^{\text{meas}}) &= \frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1}x\right)^2}{2\sigma_1^2}\right) \\ \text{PDF}(z_2^{\text{meas}}) &= \frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\left(z_2^{\text{meas}} - \frac{1}{r_2}x\right)^2}{2\sigma_2^2}\right) \end{aligned} \quad (12.12)$$

The likelihood function must be the probability of obtaining the measurements z_1^{meas} and z_2^{meas} . Since we are assuming that the random errors η_1 and η_2 are independent random variables, the probability of obtaining z_1^{meas} and z_2^{meas} is simply

the product of the probability of obtaining z_1^{meas} and the probability of obtaining z_2^{meas} .

$$\begin{aligned} \text{prob}(z_1^{\text{meas}} \text{ and } z_2^{\text{meas}}) &= \text{prob}(z_1^{\text{meas}}) \cdot \text{prob}(z_2^{\text{meas}}) \\ &= \text{PDF}(z_1^{\text{meas}}) \text{PDF}(z_2^{\text{meas}}) dz_1^{\text{meas}} dz_2^{\text{meas}} \\ &= \left[\frac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1}x\right)^2}{2\sigma_1^2}\right) \right] \\ &\quad \times \left[\frac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-\left(z_2^{\text{meas}} - \frac{1}{r_2}x\right)^2}{2\sigma_2^2}\right) \right] dz_1^{\text{meas}} dz_2^{\text{meas}} \end{aligned} \quad (12.13)$$

To maximize the function we will again take its natural logarithm.

$$\begin{aligned} \max_x \text{prob}(z_1^{\text{meas}} \text{ and } z_2^{\text{meas}}) &= \max_x \left[-\text{Ln}(\sigma_1\sqrt{2\pi}) - \frac{\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1}x\right)^2}{2\sigma_1^2} - \text{Ln}(\sigma_2\sqrt{2\pi}) - \frac{\left(z_2^{\text{meas}} - \frac{1}{r_2}x\right)^2}{2\sigma_2^2} \right] \\ &= \min_x \left[\frac{\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1}x\right)^2}{2\sigma_1^2} + \frac{\left(z_2^{\text{meas}} - \frac{1}{r_2}x\right)^2}{2\sigma_2^2} \right] \end{aligned} \quad (12.14)$$

The minimum sought is found by

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[\frac{\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1}x\right)^2}{2\sigma_1^2} + \frac{\left(z_2^{\text{meas}} - \frac{1}{r_2}x\right)^2}{2\sigma_2^2} \right] \\ = \frac{-\left(z_1^{\text{meas}} - \frac{1}{r_1}x\right)}{r_1\sigma_1^2} - \frac{\left(z_2^{\text{meas}} - \frac{1}{r_2}x\right)}{r_2\sigma_2^2} = 0 \end{aligned}$$

giving

$$x^{\text{est}} = \frac{\frac{z_1^{\text{meas}}}{r_1\sigma_1^2} + \frac{z_2^{\text{meas}}}{r_2\sigma_2^2}}{\frac{1}{r_1^2\sigma_1^2} + \frac{1}{r_2^2\sigma_2^2}} \quad (12.15)$$

If one of the ammeters is of superior quality, its variance will be much smaller than that of the other meter. For example, if $\sigma_2^2 \ll \sigma_1^2$, then the equation for x^{est}

becomes

$$x^{est} \approx z_2^{meas} \cdot r_2$$

Thus, we see that the maximum likelihood method of estimating our unknown parameter gives us a way to weight the measurements properly according to their quality.

It should be obvious by now that we need not express our estimation problem as a maximum of the product of probability density functions. Instead, we can observe a direct way of writing what is needed by looking at Eqs. 12.8 and 12.14. In these equations we see that the maximum likelihood estimate of our unknown parameter is always expressed as that value of the parameter that gives the minimum of the sum of the squares of the difference between each measured value and the true value being measured (expressed as a function of our unknown parameter) with each squared difference divided or "weighted" by the variance of the meter error. Thus, if we are estimating a single parameter, x , using N_m measurements, we would write the expression

$$\min_x J(x) = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{[z_i^{meas} - f_i(x)]^2}{\sigma_i^2} \quad (12.16)$$

where f_i = function that is used to calculate the value being measured by the i^{th} measurement

σ_i^2 = variance for the i^{th} measurement

$J(x)$ = measurement residual

N_m = number of independent measurements

z_i^{meas} = i^{th} measured quantity

Note that Eq. 12.16 may be expressed in per unit or in physical units such as MW, MVAR, kV.

If we were to try to estimate N_p unknown parameters using N_m measurements, we would write

$$\min_{(x_1, x_2, \dots, x_{N_p})} J(x_1, x_2, \dots, x_{N_p}) = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{[z_i - f_i(x_1, x_2, \dots, x_{N_p})]^2}{\sigma_i^2} \quad (12.17)$$

The estimation calculation shown in Eqs. 12.16 and 12.17 is known as a *weighted least squares* estimator, which, as we have shown earlier, is equivalent to a maximum likelihood estimator if the measurement errors are modeled as random numbers having a normal distribution.

12.3.3 Matrix Formulation

If the functions $f_i(x_1, x_2, \dots, x_{N_p})$ are linear functions, Eq. 12.17 has a closed-form solution. Let us write the function $f_i(x_1, x_2, \dots, x_{N_p})$ as

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_{N_p}) = f_i(x) = h_{i1}x_1 + h_{i2}x_2 + \dots + h_{iN_p}x_{N_p} \quad (12.18)$$

Then, if we place all the f_i functions in a vector, we may write

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_{N_m}(x) \end{bmatrix} = [H]x \quad (12.19)$$

where $[H]$ = an N_m by N_p matrix containing the coefficients of the linear functions $f_i(x)$

N_m = number of measurements

N_p = number of unknown parameters being estimated

Placing the measurements in a vector:

$$z^{meas} = \begin{bmatrix} z_1^{meas} \\ z_2^{meas} \\ \vdots \\ z_{N_m}^{meas} \end{bmatrix} \quad (12.20)$$

We may then write Eq. 12.17 in a very compact form.

$$\min_x J(x) = [z^{meas} - f(x)]^T [R^{-1}] [z^{meas} - f(x)] \quad (12.21)$$

where

$$[R] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_{N_m}^2 \end{bmatrix}$$

$[R]$ is called the *covariance matrix of measurement errors*. To obtain the general expression for the minimum in Eq. 12.21, expand the expression and substitute $[H]x$ for $f(x)$ from Eq. 12.19.

$$\begin{aligned} \min_x J(x) &= \{z^{meas^T} [R^{-1}] z^{meas} - x^T [H]^T [R^{-1}] z^{meas} \\ &\quad - z^{meas^T} [R^{-1}] [H] x \\ &\quad + x^T [H]^T [R^{-1}] [H] x\} \end{aligned} \quad (12.22)$$

Similar to the procedures of Chapter 3, the minimum of $J(x)$ is found when $\partial J(x)/\partial x_i = 0$, for $i = 1, \dots, N_p$; this is identical to the stating that the gradient of $J(x)$, $\nabla J(x)$, is exactly zero.

The gradient of $J(x)$ is (see the appendix to this chapter)

$$\nabla J(x) = -2[H]^T [R^{-1}] z^{meas} + 2[H]^T [R^{-1}] [H] x$$

Then $\nabla J(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ gives

$$\mathbf{x}^{\text{est}} = [[H]^T[R^{-1}][H]]^{-1}[H]^T[R^{-1}]\mathbf{z}^{\text{meas}} \quad (12.23)$$

Note that Eq. 12.23 holds when $N_s < N_m$, that is, when the number of parameters being estimated is less than the number of measurements being made.

When $N_s = N_m$, our estimation problem reduces to

$$\mathbf{x}^{\text{est}} = [H]^{-1}\mathbf{z}^{\text{meas}} \quad (12.24)$$

There is also a closed-form solution to the problem when $N_s > N_m$, although in this case we are not estimating \mathbf{x} to maximize a likelihood function since $N_s > N_m$ usually implies that many different values for \mathbf{x}^{est} can be found that cause $f_i(\mathbf{x}^{\text{est}})$ to equal z_i^{meas} for all $i = 1, \dots, N_m$ exactly. Rather, the objective is to find \mathbf{x}^{est} such that the sum of the squares of x_i^{est} are minimized. That is,

$$\min_{\mathbf{x}} \sum_{i=1}^{N_s} x_i^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{x} \quad (12.25)$$

subject to the condition that $\mathbf{z}^{\text{meas}} = [H]\mathbf{x}$. The closed form solution for this case is

$$\mathbf{x}^{\text{est}} = [H]^T[[H][H]^T]^{-1}\mathbf{z}^{\text{meas}} \quad (12.26)$$

In power system state estimation, underdetermined problems (i.e., where $N_s > N_m$) are not solved as shown in Eq. 12.26. Rather, "pseudomeasurements" are added to the measurement set to give a completely determined or overdetermined problem. We will discuss pseudomeasurements in Section 12.5.3. Table 12.1 summarizes the results for this section.

TABLE 12.1 Estimation Formulas

Case	Description	Solution	Comment
$N_s < N_m$	Overdetermined	$\mathbf{x}^{\text{est}} = [[H]^T[R^{-1}][H]]^{-1}[H]^T[R^{-1}]\mathbf{z}^{\text{meas}}$	\mathbf{x}^{est} is the maximum likelihood estimate of \mathbf{x} given the measurements \mathbf{z}^{meas}
$N_s = N_m$	Completely determined	$\mathbf{x}^{\text{est}} = [H]^{-1}\mathbf{z}^{\text{meas}}$	\mathbf{x}^{est} fits the measured quantities to the measurements \mathbf{z}^{meas} exactly
$N_s > N_m$	Underdetermined	$\mathbf{x}^{\text{est}} = [H]^T[[H][H]^T]^{-1}\mathbf{z}^{\text{meas}}$	\mathbf{x}^{est} is the vector of minimum norm that fits the measured quantities to the measurements exactly. (The norm of a vector is equal to the sum of the squares of its components)

12.3.4 An Example of Weighted Least-Squares State Estimation

We now return to our three-bus example. Recall from Figure 12.2 that we have three measurements to determine θ_1 and θ_2 , the phase angles at buses 1 and 2. From the development in the preceding section we know that the states θ_1 and θ_2 can be estimated by minimizing a residual $J(\theta_1, \theta_2)$ where $J(\theta_1, \theta_2)$ is the sum of the squares of individual measurement residuals divided by the variance for each measurement.

To start, we will assume that all three meters have the following characteristics.

Meter full scale value: 100 MW

Meter accuracy: ± 3 MW

This is interpreted to mean that the meters will give a reading within ± 3 MW of the true value being measured for approximately 99% of the time. Mathematically, we say that the errors are distributed according to a normal probability density function with a standard deviation, σ , as shown in Figure 12.8.

Notice that the probability of an error decreases as the error magnitude increases. By integrating the PDF between -3σ and $+3\sigma$ we come up with a value of approximately 0.99. We will assume that the meter's accuracy (in our case ± 3 MW) is being stated as equal to the 3σ points on the probability density function. Then ± 3 MW corresponds to a metering standard deviation of $\sigma = 1$ MW = 0.01 pu.

The formula developed in the last section for the weighted least-squares estimate is given in Eq. 12.23, which is repeated here.

$$\mathbf{x}^{\text{est}} = [[H]^T[R^{-1}][H]]^{-1}[H]^T[R^{-1}]\mathbf{z}^{\text{meas}}$$

where \mathbf{x}^{est} = vector of estimated state variables

$[H]$ = measurement function coefficient matrix

$[R]$ = measurement covariance matrix

\mathbf{z}^{meas} = vector containing the measured values themselves

For the three-bus problem we have

$$\mathbf{x}^{\text{est}} = \begin{bmatrix} \theta_1^{\text{est}} \\ \theta_2^{\text{est}} \end{bmatrix} \quad (12.27)$$

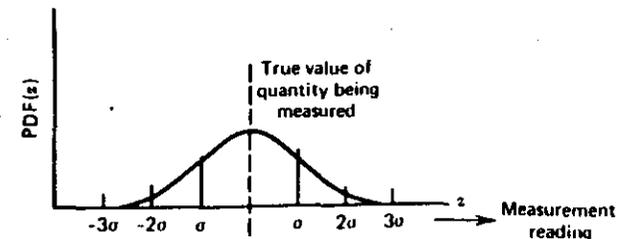


FIG. 12.8 Normal distribution of meter errors.

To derive the $[H]$ matrix we need to write the measurements as a function of the state variables θ_1 and θ_2 . These functions are written in per unit as

$$\begin{aligned} M_{12} = f_{12} &= \frac{1}{0.2} (\theta_1 - \theta_2) = 5\theta_1 - 5\theta_2 \\ M_{13} = f_{13} &= \frac{1}{0.4} (\theta_1 - \theta_3) = 2.5\theta_1 \\ M_{32} = f_{32} &= \frac{1}{0.25} (\theta_3 - \theta_2) = -4\theta_2 \end{aligned} \quad (12.28)$$

The reference-bus phase angle, θ_3 , is still assumed to be zero. Then

$$[H] = \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 2.5 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$$

The covariance matrix for the measurements, $[R]$, is

$$[R] = \begin{bmatrix} \sigma_{M_{12}}^2 & & \\ & \sigma_{M_{13}}^2 & \\ & & \sigma_{M_{32}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0001 & & \\ & 0.0001 & \\ & & 0.0001 \end{bmatrix}$$

Note that since the coefficients of $[H]$ are in per unit we must also write $[R]$ and z^{meas} in per unit.

Our least-squares "best" estimate of θ_1 and θ_2 is then calculated as

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \theta_1^{\text{est}} \\ \theta_2^{\text{est}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 5 & 2.5 & 0 \\ -5 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0001 & & \\ & 0.0001 & \\ & & 0.0001 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 2.5 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}^{-1} \\ &\times \begin{bmatrix} 5 & 2.5 & 0 \\ -5 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.0001 & & \\ & 0.0001 & \\ & & 0.0001 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.62 \\ 0.06 \\ 0.37 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 312500 & -250000 \\ -250000 & 410000 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 32500 \\ -45800 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.028571 \\ -0.094286 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

where

$$z^{\text{meas}} = \begin{bmatrix} 0.62 \\ 0.06 \\ 0.37 \end{bmatrix}$$

From these estimated phase angles we can calculate the power flowing in each transmission line and the net generation or load at each bus. The results are shown in

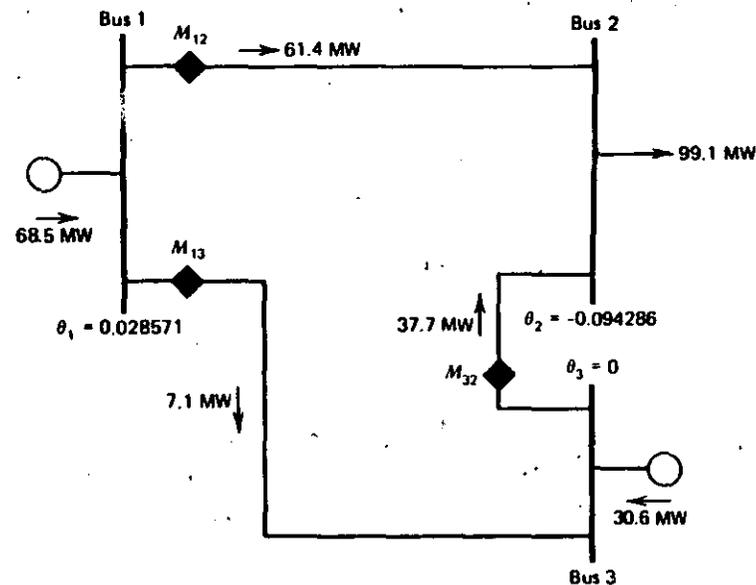


FIG. 12.9 Three-bus example with best estimates of θ_1 and θ_2 .

Figure 12.9. If we calculate the value of $J(\theta_1, \theta_2)$, the residual, we get

$$\begin{aligned} J(\theta_1, \theta_2) &= \frac{(z_{12} - f_{12}(\theta_1, \theta_2))^2}{\sigma_{12}^2} + \frac{(z_{13} - f_{13}(\theta_1, \theta_2))^2}{\sigma_{13}^2} + \frac{(z_{32} - f_{32}(\theta_1, \theta_2))^2}{\sigma_{32}^2} \\ &= \frac{(0.62 - (5\theta_1 - 5\theta_2))^2}{0.0001} + \frac{(0.06 - (2.5\theta_1))^2}{0.0001} + \frac{(0.37 + (4\theta_2))^2}{0.0001} \\ &= 2.14 \end{aligned} \quad (12.29)$$

Suppose the meter on the M_{13} transmission line was superior in quality to those on M_{12} and M_{32} . How will this affect the estimate of the states? Intuitively, we can reason that any measurement reading we get from M_{13} will be much closer to the true power flowing on line 1-3 than can be expected when comparing M_{12} and M_{32} to the flows on lines 1-2 and 3-2, respectively. Therefore, we would expect the results from the state estimator to reflect this if we set up the measurement data to reflect the fact that M_{13} is a superior measurement. To show this, we use the following metering data.

Meters M_{12} and M_{32} : 100 MW full scale
 ± 3 MW accuracy
 $(\sigma = 1 \text{ MW} = 0.01 \text{ pu})$

Meter M_{13} : 100 MW full scale
 ± 0.3 MW accuracy
 $(\sigma = 0.1 \text{ MW} = 0.001 \text{ pu})$

The covariance matrix to be used in the least-squares formula now becomes

$$[R] = \begin{bmatrix} \sigma_{M12}^2 & & \\ & \sigma_{M13}^2 & \\ & & \sigma_{M32}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-4} & & \\ & 1 \times 10^{-6} & \\ & & 1 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

We now solve Eq. 12.23 again with the new $[R]$ matrix.

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2.5 & 0 \\ -5 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-4} & & \\ & 1 \times 10^{-6} & \\ & & 1 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ 2.5 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 2.5 & 0 \\ -5 & 0 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \times 10^{-4} & & \\ & 1 \times 10^{-6} & \\ & & 1 \times 10^{-4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.62 \\ 0.06 \\ 0.37 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6.5 \times 10^6 & -2.5 \times 10^5 \\ -2.5 \times 10^5 & 4.1 \times 10^5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1.81 \times 10^5 \\ -0.458 \times 10^5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.024115 \\ -0.097003 \end{bmatrix}$$

From these estimated phase angles we obtain the network conditions shown in Figure 12.10. Compare the estimated flow on line 1-3 as just calculated to the estimated flow calculated on line 1-3 in the previous least-squares estimate. Setting σ_{M13} to 0.01 MW has brought the estimated flow on line 1-3 much closer to the meter reading of 6.0 MW. Also note that the estimates of flow on lines 1-2 and 3-2 are now further from the M_{12} and M_{32} meter readings respectively, which is what we should have expected.

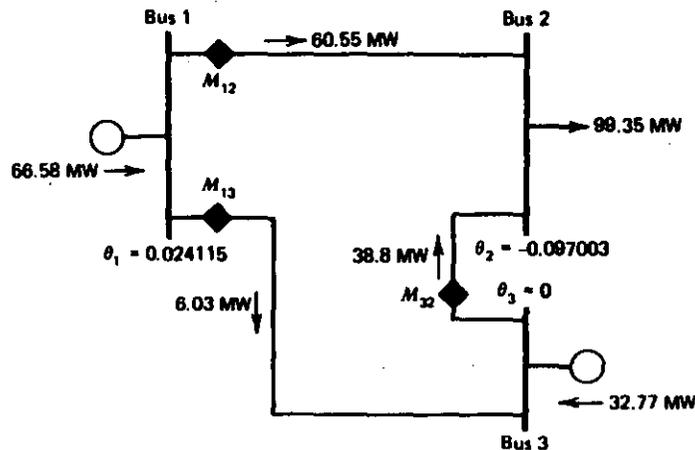


FIG. 12.10 Three-bus example with better meter at M_{13} .

12.4 STATE ESTIMATION OF AN AC NETWORK

12.4.1 Development of Method

We have demonstrated how the maximum likelihood estimation scheme developed in Section 12.3.2 led to a least-squares calculation for measurements from a linear system. In the least-squares calculation we are trying to minimize the sum of measurement residuals.

$$\min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{(z_i - f_i(\mathbf{x}))^2}{\sigma_i} \quad (12.30)$$

In the case of a linear system, the $f_i(\mathbf{x})$ functions are themselves linear and we solve for the minimum of $J(\mathbf{x})$ directly. In an AC network, the measured quantities are MW, MVAR, MVA, amperes, transformer tap position, and voltage magnitude. The state variables are the voltage magnitude at each bus, the phase angles at all but the reference bus, and the transformer taps. The equation for power flowing over a transmission line is given in Eq. 4.21 and is clearly not a linear function of the voltage magnitude and phase angle at each end of the line. Therefore, the $f_i(\mathbf{x})$ functions will be nonlinear functions, except for a voltage magnitude measurement where $f_i(\mathbf{x})$ is simply unity times the particular x_i that corresponds to the voltage magnitude being measured. For MW and MVAR measurements on a transmission line from bus i to bus j we would have the following terms in $J(\mathbf{x})$ (see Eq. 4.21).

$$\frac{[\text{MW}_{ij}^{\text{meas}} - (|E_i|^2 G_{ij}) - |E_i||E_j|(\cos(\theta_i - \theta_j)G_{ij} + \sin(\theta_i - \theta_j)B_{ij})]^2}{\sigma_{\text{MW},ij}^2} \quad (12.31)$$

and

$$\frac{[\text{MVAR}_{ij}^{\text{meas}} - (-|E_i|^2(B_{cap,ij} + B_{ij}) - |E_i||E_j|(\sin(\theta_i - \theta_j)G_{ij} - \cos(\theta_i - \theta_j)B_{ij}))]^2}{\sigma_{\text{MVAR},ij}^2} \quad (12.32)$$

A voltage magnitude measurement would result in the following term in $J(\mathbf{x})$.

$$\frac{(|E_i|^{\text{meas}} - |E_i|)^2}{\sigma_{|E_i|}^2} \quad (12.33)$$

Similar functions can be derived for MVA or ampere measurements.

If we do not have a linear relationship between the states ($|E|$'s and θ 's) and the power flows on a network, we will have to resort to an iterative technique to minimize $J(\mathbf{x})$. A commonly used technique for power system state estimation is to calculate the gradient of $J(\mathbf{x})$ and then force it to zero using Newton's method as was done with the Newton load flow in Chapter 4. We will review how to use Newton's method on multidimensional problems before proceeding to the minimization of $J(\mathbf{x})$.

Given the functions $g_i(x)$, $i = 1, \dots, n$, we wish to find x^{opt} that gives $g_i(x^{opt}) = g_i^{des}$, for $i = 1, \dots, n$. If we arrange the g_i functions in a vector we can write

$$g^{des} - g(x) = 0 \text{ for } x = x^{opt} \quad (12.34)$$

by perturbing x we can write

$$g^{des} - g(x + \Delta x) = g^{des} - g(x) - [g'(x)]\Delta x = 0 \quad (12.35)$$

where we have expanded $g(x + \Delta x)$ in a Taylor's series about x and ignored all higher-order terms. The $[g'(x)]$ term is the Jacobian matrix of first derivatives of $g(x)$. Then

$$\Delta x = [g'(x)]^{-1}(g^{des} - g(x)) \quad (12.36)$$

Note that if g^{des} is identically zero we have

$$\Delta x = [g'(x)]^{-1}[-g(x)] \quad (12.37)$$

To solve for g^{des} we must solve for Δx using Eq. 12.36. Then calculate $x^{opt} = x + \Delta x$ and reapply Eq. 12.36 until either Δx gets very small or $g(x)$ comes close to g^{des} .

Now let us return to the state estimation problem as given in Eq. 12.30.

$$\min_x J(x) = \sum_{i=1}^{N_m} \frac{[z_i - f_i(x)]^2}{\sigma_i^2}$$

We first form the gradient of $J(x)$ as

$$\begin{aligned} \nabla_x J(x) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial J(x)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial J(x)}{\partial x_2} \\ \vdots \end{bmatrix} \\ &= -2 \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \dots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} \\ \frac{1}{\sigma_2^2} \\ \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ z_2 - f_2(x) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (12.38) \end{aligned}$$

If we put the $f_i(x)$ functions in a vector form $f(x)$ and calculate the Jacobian of $f(x)$, we would obtain

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \dots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (12.39)$$

We will call this matrix H . Then,

$$[H] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \dots \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (12.40)$$

And its transpose is

$$[H]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \dots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (12.41)$$

Further, we write

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & \\ & \sigma_2^2 & \\ & & \ddots \end{bmatrix} = [R] \quad (12.42)$$

Equation 12.38 can be written

$$\nabla_x J(x) = \left\{ -2[H]^T[R]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ z_2 - f_2(x) \\ \vdots \end{bmatrix} \right\} \quad (12.43)$$

To make $\nabla_x J(x)$ equal zero, we will apply Newton's method as in Eq. 12.37, then

$$\Delta x = \left[\frac{\partial \nabla_x J(x)}{\partial x} \right]^{-1} [-\nabla_x J(x)] \quad (12.44)$$

The Jacobian of $\nabla_x J(x)$ is calculated by treating $[H]$ as a constant matrix.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \nabla_x J(x)}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -2[H]^T[R]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ z_2 - f_2(x) \\ \vdots \end{bmatrix} \right\} \\ &= -2[H]^T[R]^{-1}[-H] \\ &= 2[H]^T[R]^{-1}[H] \quad (12.45) \end{aligned}$$

Then

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{1}{2} [[H]^{-1}[R]^{-1}[H]]^{-1} \left[2[H]^T[R]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ \vdots \end{bmatrix} \right] \\ &= [[H]^T[R]^{-1}[H]]^{-1} [H]^T[R]^{-1} \begin{bmatrix} z_1 - f_1(x) \\ z_2 - f_2(x) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (12.46) \end{aligned}$$

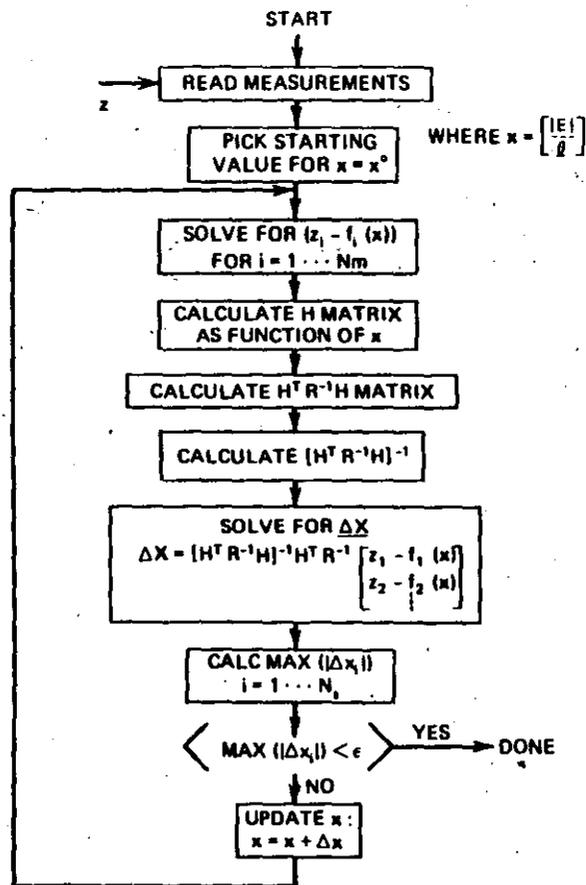


FIG. 12.11 State-estimation solution algorithm.

Equation 12.46 is obviously a close parallel to Eq. 12.23. To solve the AC state estimation problem, apply Eq. 12.46 iteratively as shown in Figure 12.11. Note that this is similar to the iterative process used in the Newton load-flow solution.

12.4.2 Typical Results of State Estimation on an AC Network

Figure 12.12 shows our familiar six-bus system with $P + jQ$ measurements on each end of each transmission line and at each load and generator. Bus voltage is also measured at each system bus.

To demonstrate the use of state estimation on these measurements, the base case conditions shown in Figure 11.1 were used together with a random number

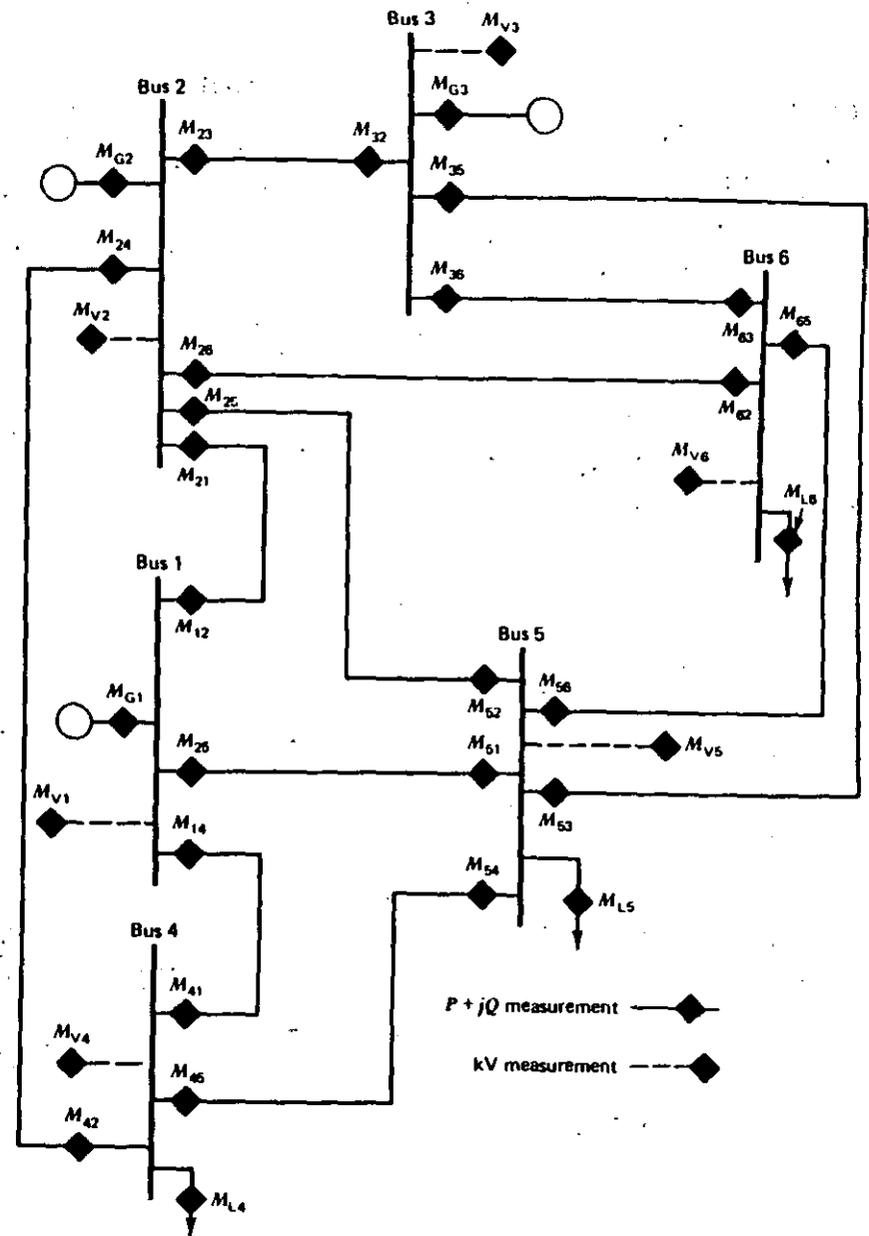


FIG. 12.12 Six-bus system with measurements.

generating algorithm to produce measurements with random errors. The measurements were obtained by adding the random errors to the base-case flows, loads, generations, and bus-voltage magnitudes. The errors were generated so as to be representative of values drawn from a set of numbers having a normal probability density function with zero mean and variance as specified for each measurement type. The measurement variances used were

$P + jQ$ measurements: $\sigma = 5$ MW for the P measurement

$\sigma = 5$ MVAR for the Q measurement

Voltage measurement: $\sigma = 3.83$ kV

The base conditions and the measurements are shown in Table 12.2. The state estimation algorithm shown in Figure 12.11 was run to obtain estimates for the bus-voltage magnitudes and phase angles given the measurements shown in Table 12.2. The procedure took three iterations with x^0 initially being set to 1.0 pu and 0 rad for the voltage magnitude and phase angle at each bus, respectively. At the beginning of each iteration the sum of the measurement residuals, $J(x)$ (see Eq. 12.30), is calculated and displayed. At the end of each iteration, the maximum $\Delta|E|$ and the maximum $\Delta\theta$ are calculated and displayed. The iterative steps for the six-bus system used here produced the results given in Table 12.3.

The value of $J(x)$ at the end of the iterative procedure would be zero if all measurements were without error or if there were no redundancy in the measurements. When there are redundant measurements with errors, the value of $J(x)$ will not normally go to zero. Its value represents a measure of the overall fit of the estimated values to the measurement values. The value of $J(x)$ can in fact be used to detect the presence of bad measurements.

The estimated values from the state estimator are shown in Table 12.4 together with the base-case values and the measured values. Notice that in general the estimated values do a good job of calculating the true (base-case) conditions from which the measurements were made. For example, measurement M23 shows a P flow of 8.6 MW whereas the true flow is 2.9 MW and the estimator predicts a flow of 3.0 MW.

The example shown here started from a base case or "true" state that was shown in Table 12.2. In actual practice we only have the measurements and the resulting estimate of the state, we never know the "true" state exactly and can only compare measurements to estimates. In the presentations to follow, however, we will leave the base case or "true" conditions in our illustrations to aid the reader.

The results in Table 12.4 show one of the advantages of using a state-estimation algorithm in that even with measurement errors, the estimation algorithm calculates quantities that are the "best" possible estimates of the true bus voltages and generator, load, and transmission line MW and MVAR values.

There are, however, other advantages to using a state estimation algorithm. First is the ability of the state estimator to detect and identify bad measurements, and second is the ability to estimate quantities that are not measured and telemetered. These are introduced in the next section.

TABLE 12.2 Base-Case Conditions

Measurement	Base case value			Measured value		
	kV	MW	MVAR	kV	MW	MVAR
M_{V1}	241.5			238.4		
M_{G1}		107.9	16.0		113.1	20.2
M_{12}		28.7	-15.4		31.5	-13.2
M_{14}		43.6	20.1		38.9	21.2
M_{15}		35.6	11.3		35.7	9.4
M_{V2}	241.5			237.8		
M_{G2}		50.0	74.4		48.4	71.9
M_{21}		-27.8	12.8		-34.9	9.7
M_{24}		33.1	46.1		32.8	38.3
M_{25}		15.5	15.4		17.4	22.0
M_{26}		26.2	12.4		22.3	15.0
M_{23}		2.9	-12.3		8.6	-11.9
M_{V3}	246.1			250.7		
M_{G3}		60.0	89.6		55.1	90.6
M_{32}		-2.9	5.7		-2.1	10.2
M_{35}		19.1	23.2		17.7	23.9
M_{36}		43.8	60.7		43.3	58.3
M_{V4}	227.6			225.7		
M_{L4}		70.0	70.0		71.8	71.9
M_{41}		-42.5	-19.9		-40.1	-14.3
M_{42}		-31.6	-45.1		-29.8	-44.3
M_{45}		4.1	-4.9		0.7	-17.4
M_{V5}	226.7			225.2		
M_{L5}		70.0	70.0		72.0	67.7
M_{54}		-4.0	-2.8		-2.1	-1.5
M_{51}		-34.5	-13.5		-36.6	-17.5
M_{52}		-15.0	-18.0		-11.7	-22.2
M_{53}		-18.0	-26.1		-25.1	-29.9
M_{56}		1.6	-9.7		-2.1	-0.8
M_{V6}	231.0			228.9		
M_{L6}		70.0	70.0		72.3	60.9
M_{65}		-1.6	3.9		1.0	2.9
M_{62}		-25.7	-16.0		-19.6	-22.3
M_{63}		-42.8	-57.9		-46.8	-51.1

TABLE 12.3 Iterative Results of State Estimator Solution

Iteration	$J(x)$ at beginning of iteration (pu)	Largest $\Delta E $ at end of iteration (puV)	Largest $\Delta\theta$ at end of iteration (rad)
1	3696.86	0.1123	0.06422
2	43.67	0.004866	0.0017
3	40.53	0.0000146	0.0000227

TABLE 12.4 State Estimation Solution

Measurement	Base case value			Measured value			Estimated value		
	kV	MW	MVAR	kV	MW	MVAR	kV	MW	MVAR
M_{V1}	241.5			238.4			240.6		
M_{G1}		107.9	16.0		113.1	20.2		111.9	18.7
M_{I2}		28.7	-15.4		31.5	-13.2		30.4	-14.4
M_{I4}		43.6	20.1		38.9	21.2		44.8	21.2
M_{I5}		35.6	11.3		35.7	9.4		36.8	11.8
M_{V2}	241.5			237.8			239.9		
M_{G2}		50.0	74.4		48.4	71.9		47.5	70.3
M_{I1}		-27.8	12.8		-34.9	9.7		-29.4	11.9
M_{I4}		33.1	46.1		32.8	38.3		32.4	45.3
M_{I5}		15.5	15.4		17.4	22.0		15.6	14.8
M_{I6}		26.2	12.4		22.3	15.0		25.9	10.8
M_{I3}		2.9	-12.3		8.6	-11.9		3.0	-12.6
M_{V3}	246.1			250.7			244.7		
M_{G3}		60.0	89.6		55.1	90.6		59.5	87.4
M_{I1}		-2.9	5.7		-2.1	10.2		-3.0	6.2
M_{I2}		19.1	23.2		17.7	23.9		19.2	22.9
M_{I6}		43.8	60.7		43.3	58.3		43.3	58.3
M_{V4}	227.6			225.7			226.1		
M_{I4}		70.0	70.0		71.8	71.9		70.2	70.2
M_{G1}		-42.5	-19.9		-40.1	-14.3		-43.6	-20.7
M_{I2}		-31.6	-45.1		-29.8	-44.3		-30.9	-44.4
M_{G5}		4.1	-4.9		0.7	-17.4		4.3	-5.1
M_{V5}	226.7			225.2			225.3		
M_{I5}		70.0	70.0		72.0	67.7		71.8	69.4
M_{I6}		-4.0	-2.8		-2.1	-1.5		-4.2	-2.5
M_{I1}		-34.5	-13.5		-36.6	-17.5		-35.6	-13.6
M_{I2}		-15.0	-18.0		-11.7	-22.2		-15.1	-17.4
M_{I3}		-18.0	-26.1		-25.1	-29.9		-18.1	-25.8
M_{I6}		1.6	-9.7		-2.1	-0.8		1.3	-10.1
M_{V6}	231.0			228.9			230.1		
M_{I6}		70.0	70.0		72.3	60.9		68.9	65.8
M_{G5}		-1.6	3.9		1.0	2.9		-1.2	4.4
M_{G2}		-25.7	-16.0		-19.6	-22.3		-25.4	-14.5
M_{G3}		-42.8	-57.9		-46.8	-51.1		-42.3	-55.7

accurate readings. The statistical theory required to understand and analyze bad measurement detection and identification is straightforward but lengthy. We are going to open the door to this subject in this chapter. The serious student who wishes to pursue this subject should start with the chapter references. For the rest, we present results of these theories and indicate application areas.

To detect the presence of bad measurements, we will rely on the intuitive notion that for a given configuration the residual, $J(x)$, calculated after the state-estimator algorithm converges will be smallest if there are no bad measurements. When $J(x)$ is small, a vector x (i.e., voltages and phase angles) has been found that causes all calculated flows, loads, generations, and so forth to closely match all the measurements. Generally, the presence of a bad measurement value will cause the converged value of $J(x)$ to be larger than expected. We then need to ask

What magnitude of $J(x)$ indicates the presence of bad measurements?

The measurement errors are random numbers so that the value of $J(x)$ is also a random number. If we assume that all the errors are described by their respective normal probability density functions, then we can show that $J(x)$ has a probability density function known as a *chi-squared distribution* which is written as $\chi^2(K)$. The parameter K is called the degrees of freedom of the chi-squared distribution. This parameter is defined as follows.

$$K = N_m - N_s$$

where N_m = number of measurements (note that a $P + jQ$ measurement counts as two measurements)

N_s = number of states = $(2n - 1)$

n = number of buses in the network

It can be shown that

The mean value of $J(x)$ equals K

The standard deviation, $\sigma_{J(x)}$, equals $\sqrt{2K}$

When one or more measurements are bad, their errors are frequently much larger than the assumed $\pm 3\sigma$ error bound for the measurement. However, even under normal circumstances (i.e., all errors within $\pm 3\sigma$), $J(x)$ can get to be large—although the chance of this happening is small. If we simply set up a threshold for $J(x)$, which we will call t_j , we could declare that bad measurements are present when $J(x) > t_j$. This threshold test might be wrong in one of two ways. If we set t_j to a small value, we would get many "false alarms." That is, the test would indicate the presence of bad measurements when in fact there were none. If we set t_j to be a large value, the test would often indicate that "all is well" when in fact bad measurements were present. This can be put on a formal basis by writing the following equation.

12.5 AN INTRODUCTION TO ADVANCED TOPICS IN STATE ESTIMATION

12.5.1 Detection and Identification of Bad Measurements

The ability to detect and identify bad measurements is extremely valuable to a power system's operations department. Transducers may have been wired incorrectly or the transducer itself may be malfunctioning so that it simply no longer gives

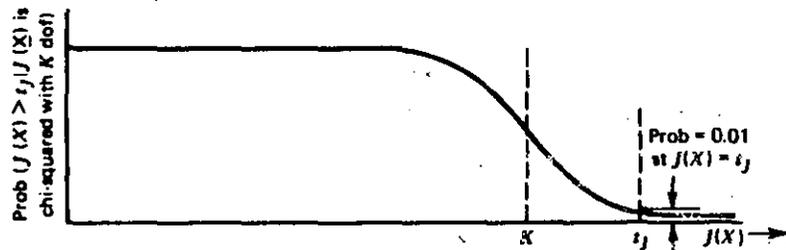


FIG. 12.13 Threshold test probability function.

$$\text{prob}(J(x) > t_j | J(x) \text{ is chi-squared}) = \alpha \quad (12.47)$$

with K degrees of freedom

This equation says that the probability that $J(x)$ is greater than t_j is equal to α , given that the probability density for $J(x)$ is chi-squared with K degrees of freedom.

This type of testing procedure is formally known as *hypothesis testing*, and the parameter α is called the *significance level* of the test. By choosing a value for the significance level α we automatically know what threshold t_j to use in our test. When using a t_j derived in this manner, the probability of a "false alarm" is equal to α . By setting α to a small number, for example $\alpha = 0.01$, we would say that false alarms would occur in only 1% of the tests made. A plot of the probability function in Eq. 12.47 is shown in Figure 12.13.

In Table 12.3 we saw that the minimum value for $J(x)$ was 40.33. Looking at Figure 12.12 and counting all $P + jQ$ measurements as two measurements, we see that N_m is equal to 62. Therefore, the degrees of freedom for the chi-square distribution of $J(x)$ in our six-bus sample system is

$$K = N_m - N_s = N_m - (2n - 1) = 51$$

where $N_m = 62$
 $n = 6$

If we set our significance level for this test to 0.01 (i.e., $\alpha = 0.01$ in Eq. 12.47) we get a t_j of 76.6.* Therefore, with a $J(x) = 40.33$, it seems reasonable to assume that there are no "bad" measurements present.

Now let us assume that one of the measurements is truly bad. To simulate this situation, the state-estimation algorithm was rerun with the M12 measurement reversed. Instead of $P = 31.5$ and $Q = -13.2$, it was set to $P = -31.5$ and $Q = 13.2$. The value of $J(x)$ and the maximum $\Delta|E|$ and $\Delta\theta$ for each iteration for this case are given in Table 12.5. The presence of bad data does not prevent the estimator from converging, but it will increase the value of the residual, $J(x)$.

The calculated flows and voltages for this situation are shown in Table 12.6. Note that the number of degrees of freedom is still 51 but $J(x)$ is now 207.94 at the end of

* Standard tables of $\chi^2(K)$ usually only go up to $K = 30$. For $K > 30$ a very close approximation to $\chi^2(K)$ using the normal distribution can be used. The student should consult any standard reference on probability and statistics to see how this is done.

TABLE 12.5 Iterative Results with Bad Measurement

Iteration	$J(x)$ at beginning of iteration (pu)	Largest $\Delta E $ at end of iteration (pu V)	Largest $\Delta\theta$ at end of iteration (rad)
1	3701.06	0.09851	0.06416
2	211.13	0.004674	0.001481
3	207.94	0.00002598	0.00004848

TABLE 12.6 State Estimation Solution with Measurement M12 Reversed

Measurement	Base case value			Measured value			Estimated value		
	kV	MW	MVAR	kV	MW	MVAR	kV	MW	MVAR
M_{V1}	241.5			238.4			240.6		
M_{G1}		107.9	16.0		113.1	20.2		99.3	21.9
M_{12}		28.7	-15.4		-31.5	+13.2		25.0	-12.2
M_{14}		43.6	20.1		38.9	21.2		40.6	21.9
M_{15}		-35.6	11.3		35.7	9.4		33.7	12.3
M_{V2}	241.5			237.8			239.9		
M_{G2}		50.0	74.4		48.4	71.9		54.4	67.0
M_{21}		-27.8	12.8		-34.9	9.7		-24.4	9.2
M_{24}		33.1	46.1		32.8	38.3		35.0	44.1
M_{25}		15.5	15.4		17.4	22.0		16.3	14.7
M_{26}		26.2	12.4		22.3	15.0		25.1	11.3
M_{23}		2.9	-12.3		8.6	-11.9		2.3	-12.2
M_{V3}	246.1			250.7			244.6		
M_{G3}		60.0	89.6		55.1	90.6		61.4	86.3
M_{32}		-2.9	5.7		-2.1	10.2		-2.3	5.8
M_{35}		19.1	23.2		17.7	23.9		-20.5	22.2
M_{36}		43.8	60.7		43.3	58.3		43.2	58.2
M_{V4}	227.6			225.7			226.1		
M_{14}		70.0	70.0		71.8	71.9		69.0	70.0
M_{41}		-42.5	-19.9		-40.1	-14.3		-39.6	-21.9
M_{42}		-31.6	-45.1		-29.8	-44.3		-33.5	-43.1
M_{45}		4.1	-4.9		0.7	-17.4		4.1	-5.0
M_{V5}	226.7			225.2			225.3		
M_{L5}		70.0	70.0		72.0	67.7		71.8	69.3
M_{54}		-4.0	-2.8		-2.1	-1.5		-4.1	-2.6
M_{51}		-34.5	-13.5		-36.6	-17.5		-32.7	-14.7
M_{52}		-15.0	-18.0		-11.7	-22.2		-15.8	-17.2
M_{53}		-18.0	-26.1		-25.1	-29.9		-19.3	-25.1
M_{56}		1.6	-9.7		-2.1	-0.8		0.1	-9.6
M_{V6}	231.0			228.9			230.0		
M_{16}		70.0	70.0		72.3	60.9		66.9	66.7
M_{65}		-1.6	3.9		-1.0	-2.9		-0.1	3.9
M_{62}		-25.7	-16.0		-19.6	-22.3		-24.6	-15.0
M_{63}		-42.8	-57.9		-46.8	-51.1		-42.3	-55.6

our calculation. Since t_j is 76.6, we would immediately expect bad measurements at our 0.01 significance level. If we had not known ahead of running the estimation algorithm that a bad measurement was present, we would certainly have had good reason to suspect its presence when so large a $J(x)$ resulted.

So far, we can say that by looking at $J(x)$ we can detect the presence of bad measurements. But if bad measurements are present, how can one tell which measurements are bad? Without going into the statistical theory, we give the following explanation of how this is accomplished.

Suppose we are interested in the measurement of megawatt flow on a particular line. Call this measured value z_i . In Figure 12.14(a) we have a plot of the normal probability density function of z_i . Since we assume that the error in z_i is normally distributed with zero mean value, the probability density function is centered on the true value of z_i . Since the errors on all the measurements are assumed normal, we will assume that the estimate, x^{est} are approximately normally distributed and that any quantity that is a function of x^{est} is also an approximately normally distributed quantity. In Figure 12.14(b) we show the probability density function for the calculated megawatt flow, f_i , which is a function of the estimated state, x^{est} . We have drawn the density function of f_i as having a smaller deviation from its mean than the measurement z_i to indicate that due to redundancy in measurements, the estimate is more accurate.

The difference between the estimate, f_i , and the measurement, z_i , is called the *measurement residual* and is designated y_i . The probability density function for y_i is also normal and is shown in Figure 12.14(c) as having a zero mean and a standard deviation of σ_{y_i} . If we divide the difference between the estimate f_i and the measurement z_i by σ_{y_i} , we obtain what is called a *normalized measurement residual*. The normalized measurement residual is designated y_i^{norm} and is shown in Figure 12.14(d) along with its probability density function, which is normal and has a standard deviation of unity. If the absolute value of y_i^{norm} is greater than 3, we have good reason to suspect that z_i is a bad measurement value. The usual procedure in identifying bad measurements is to calculate all f_i values for the N_m measurements once x^{est} is available from the state estimator. Using the z_i 's that were used in the estimator and the f_i 's, a measurement residual y_i can be calculated for each measurement. Also, using information from the state estimator we can calculate σ_{y_i} (see references for details of this calculation). Using y_i and σ_{y_i} , we can calculate a normalized residual for each measurement. Measurements having the largest absolute normalized residual are labeled as prime suspects. These prime suspects are removed from the state-estimator calculation one at a time starting with the measurement having the largest normalized residual. After a measurement has been removed, the state-estimation calculation (see Figure 12.11) is rerun. This results in a different x^{est} and therefore a different $J(x)$. The chi-squared probability density function for $J(x)$ will have to be recalculated assuming that we use the same significance level for our test. If the new $J(x)$ is now less than the new value for t_j , we can say that the measurement that was removed has been identified as bad. If, however, the new $J(x)$ is greater than the new t_j , we must proceed to recalculate $f_i(x^{est})$, σ_{y_i} , and then y_i^{norm} for each of the remaining measurements. The measurement

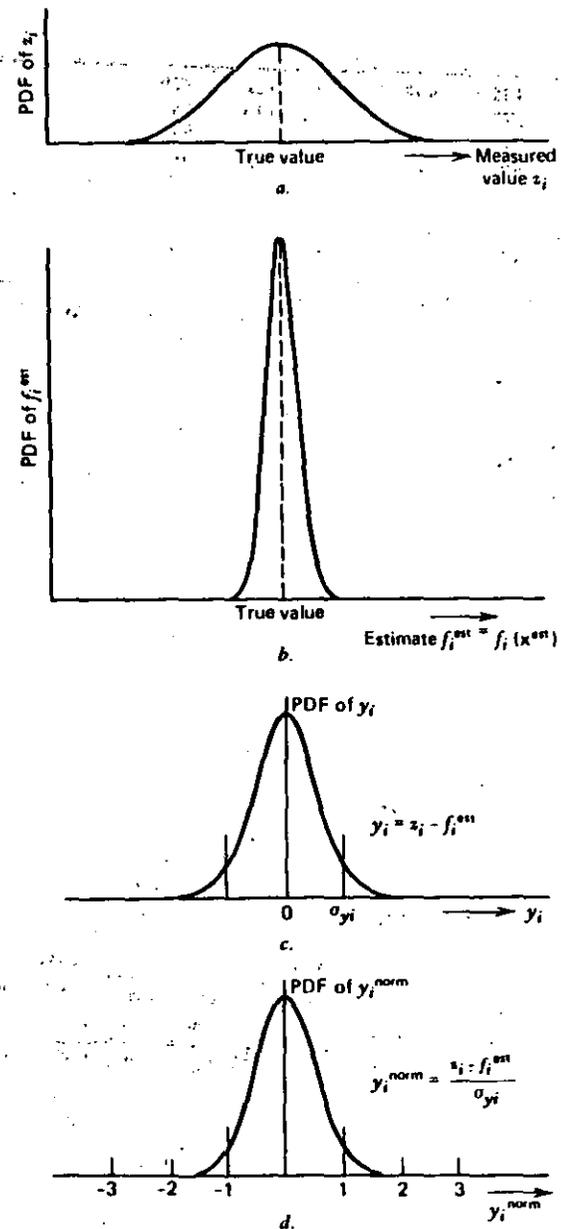


FIG. 12.14 Probability density function of the normalized measurement residual.

with the largest absolute y_i^{norm} is then again removed and the entire procedure repeated successively until $J(x)$ is less than t_f . The references at the end of this chapter discuss a problem that the identification process may encounter wherein several measurements may need to be removed to eliminate one "bad" measurement. That is, the identification procedure often cannot pinpoint a single bad measurement but instead identifies a group of measurements one of which is bad. In such cases the group must be eliminated to eliminate the bad measurement.

The ability to detect (using the chi-squared statistic) and identify (using normalized residuals) are extremely useful features of a state estimator. Without the state-estimator calculation using the system measurement data, those measurements whose values are not obviously wrong have little chance of being detected and identified. With the state estimator, the operations personnel have a greater assurance that quantities being displayed are not grossly in error.

12.5.2 Estimation of Quantities Not Being Measured

The other useful feature of a state-estimator calculation is the ability to calculate (or estimate) quantities not telemetered. This is most useful in cases of failure of communication channels connecting operations centers to remote data gathering equipment or when the remote data gathering equipment fails. Often data from some network substation are simply unavailable because no transducers or data-gathering equipment were ever installed.

An example of this might be the failure of all telemetry from buses 3, 4, 5, and 6 in our six-bus system. Even with the loss of these measurements, we can run the state-estimation algorithm on the remaining measurements at buses 1 and 2, calculate the bus-voltage magnitudes and phase angles at all six buses, and then calculate all network generations, loads, and flows. The results of such a calculation are given in Table 12.7. Notice that the estimate of quantities at the untelemetered buses are not as close to the base case as when using the full set of measurements (i.e., compare Table 12.7 to Table 12.4).

12.5.3 Network Observability and Pseudomeasurements

What happens if we continue to lose telemetry so that fewer and fewer measurements are available? Eventually, the state-estimation procedure breaks down completely. Mathematically, the matrix

$$[[H]^T[R^{-1}][H]]$$

in Eq. 12.46 becomes singular and cannot be inverted. There is also a very interesting engineering interpretation of this phenomena that allows us to alter the situation so that the state-estimation procedure is not completely disabled.

If we take the three-bus example used in the beginning of Section 12.2, we note that when all three measurements are used, we have a redundant set and we can use a least-squares fit to the measurement values. If one of the measurements is lost, we have just enough measurements to calculate the states. If, however, two

TABLE 12.7 State Estimation Solution with Measurement at Bus 1 and 2 Only

Measurement	Base-case value			Measured value			Estimated value		
	kV	MW	MVAR	kV	MW	MVAR	kV	MW	MVAR
M_{V1}	241.5			238.4			238.8		
M_{G1}		107.9	16.0		113.1	20.2		112.4	20.5
M_{12}		28.7	-15.4		31.5	-13.2		30.6	-13.4
M_{14}		43.6	20.1		38.9	21.2		44.7	19.4
M_{15}		35.6	11.3		35.7	9.4		37.1	14.6
M_{V2}	241.5			237.8			237.6		
M_{G2}		50.0	74.4		48.4	71.9		48.2	71.7
M_{21}		-27.8	12.8		-34.9	9.7		-29.6	11.1
M_{24}		33.1	46.1		32.8	38.3		30.5	40.2
M_{25}		15.5	-15.4		17.4	22.0		16.1	16.8
M_{23}		26.2	12.4		22.3	15.0		22.4	15.2
M_{22}		2.9	-12.3		8.6	-11.9		8.8	-11.7
M_{V3}	246.1						241.4		
M_{G3}		60.0	89.6					27.2	94.9
M_{32}		-2.9	5.7					-8.7	-5.5
M_{35}		19.1	23.2					15.1	25.3
M_{36}		43.8	60.7					20.9	64.0
M_{V4}	227.6						225.0		
M_{14}		70.0	70.0					67.6	61.2
M_{41}		-42.5	-19.9					-43.6	-18.9
M_{42}		-31.6	-45.1					-29.3	-39.7
M_{45}		4.1	-4.9					5.3	-2.6
M_{V5}	226.7						221.4		
M_{L3}		70.0	70.0					71.9	76.7
M_{54}		-4.0	-2.8					-5.2	-4.8
M_{51}		-34.5	-13.5					-35.9	-15.9
M_{52}		-15.0	-18.0					-15.5	-19.0
M_{53}		-18.0	-26.1					-14.0	-28.0
M_{56}		1.6	-9.7					-1.4	-9.0
M_{V6}	231.0						226.2		
M_{L6}		70.0	70.0					40.5	77.2
M_{65}		-1.6	3.9					1.4	3.4
M_{62}		-25.7	-16.0					-21.9	-18.8
M_{63}		-42.8	-57.9					-20.0	-61.8

measurements are lost, we are in trouble. For example, suppose M_{13} and M_{32} were lost leaving only M_{12} . If we now apply Eq. 12.23 in a straightforward manner, we get

$$M_{12} = f_{12} = \frac{1}{0.2}(\theta_1 - \theta_2) = 5\theta_1 - 5\theta_2$$

Then

$$[H] = [5 \quad -5]$$

$$[R] = [\sigma_{0,12}^2] = [0.0001]$$

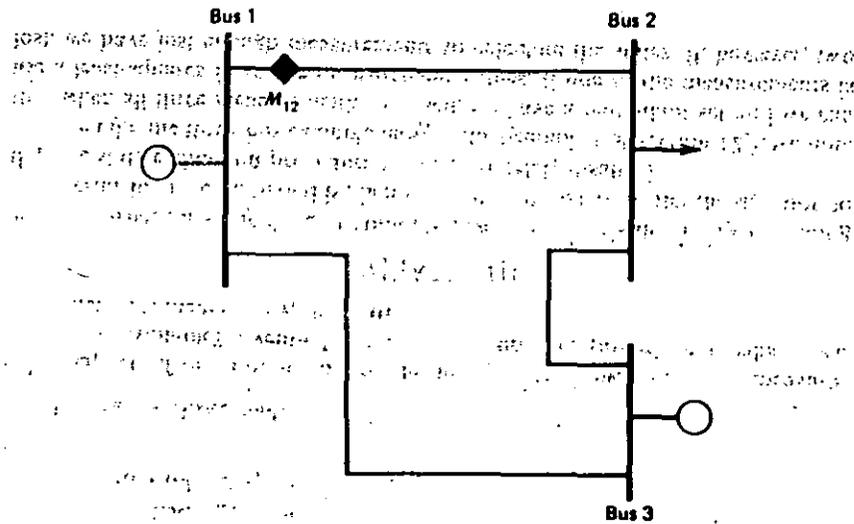


FIG. 12.15 "Unobservable" measurement set.

and

$$\begin{bmatrix} \theta_1^{est} \\ \theta_2^{est} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix} [0.0001]^{-1} [5 \quad -5]^{-1} [5 \quad -5] [0.0001]^{-1} (0.55)$$

$$= \begin{bmatrix} 2500 & -2500 \\ -2500 & 2500 \end{bmatrix}^{-1} [5 \quad -5] [0.0001]^{-1} (0.55) \quad (12.48)$$

The matrix to be inverted in Eq. 12.48 is clearly singular and, therefore, we have no way of solving for θ_1^{est} and θ_2^{est} . Why is this? The reasons become quite obvious when we look at the one-line diagram of this network as shown in Figure 12.15. With only M12 available, all we can say about the network is that the phase angle across line 1-2 must be 0.11 rad, but with no other information available, we cannot tell what relationship θ_1 or θ_2 has to θ_3 , which is assumed to be 0 rad. If we write down the equations for the net injected power at bus 1 and bus 2, we have,

$$P_1 = 7.5\theta_1 - 5\theta_2 \quad (12.49)$$

$$P_2 = -5\theta_1 + 9\theta_2$$

If measurement M12 is reading 55 MW (0.55 pu), we have

$$\theta_1 - \theta_2 = 0.11 \quad (12.50)$$

by substituting Eq. 12.49 into Eq. 12.50 and eliminating θ_1 , we obtain

$$P_2 = 1.6 P_1 - 1.87 \quad (12.51)$$

Furthermore,

$$P_3 = -P_1 - P_2 = -0.6 P_1 + 1.87 \quad (12.52)$$

Equations 12.51 and 12.52 give a relationship between P_1 , P_2 , and P_3 , but we still do not know their correct values. The technical term for this phenomena is to say that the network is *unobservable*, that is, with only M12 available, we cannot observe (calculate) the state of the system.

It is very desirable to be able to circumvent this problem. Often a large power-system network will have missing data that render the network unobservable. Rather than just stop the calculations, a procedure is used that allows the estimator calculation to continue. The procedure involves the use of what are called *pseudomeasurements*. If we look at Eqs. 12.51 and 12.52, it is obvious that θ_1 and θ_2 could be estimated if the value of any one of the bus injections (i.e., P_1 , P_2 , or P_3) could be determined by some means other than direct measurement. This value, the pseudomeasurement, is used in the state estimator just as if it were an actual measured value.

To determine the value of an injection without measuring it we must have some knowledge about the power system beyond the measurements currently being made. For example, it is customary to have access to the generated MW and MVAR values at generating stations through telemetry channels (i.e., the generated MW and MVAR would normally be measurements available to the state estimator). If these channels are out and we must have this measurement for observability, we can probably communicate with the operators in the plant control room by telephone and ask for the MW and MVAR values and enter them into the state-estimator calculation manually. Similarly, if we needed a load-bus MW and MVAR for a pseudomeasurement, we could use historical records that show the relationship between an individual load and the total system load. We can estimate the total system load fairly accurately by knowing the total power being generated and estimating the network losses. Finally, if we have just experienced a telemetry failure, we could use the most recently estimated values from the estimator (assuming that it is run periodically) as pseudomeasurements. Therefore, if needed, we can provide the state estimator with a reasonable value to use as a pseudomeasurement at any bus in the system.

The three-bus sample system in Figure 12.16 requires one pseudomeasurement. Measurement M_{12} allows us to estimate the voltage magnitude and phase angle at

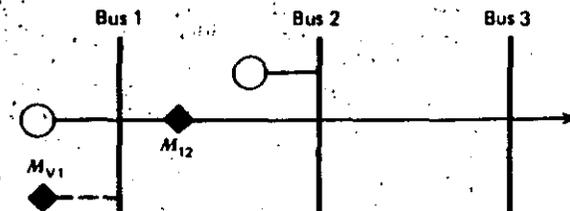


FIG. 12.16 Unobservable system showing importance of location of pseudomeasurements.

bus 2 (bus 1's voltage magnitude is measured and its phase angle is assumed to be zero). But without knowing the generation output at the generator unit on bus 2 or the load on bus 3, we cannot tell what voltage magnitude and phase angle to place on bus 3; hence, the network is unobservable. We can make this three-bus system observable by adding a pseudomeasurement of the net bus injected MW and MVAR at bus 2 or bus 3, but not at bus 1. That is, a pseudomeasurement at bus 1 will do no

good at all because it tells nothing about the relationship of the phase angles between bus 2 and bus 3.

When adding a pseudomeasurement to a network, we simply write the equation for the pseudomeasurement injected power as a function of bus voltage magnitudes and phase angles as if it were actually measured. However, we do not wish to have the estimator treat the pseudomeasurement the same as a legitimate measurement, since it is often quite inaccurate and is little better than a guess. To circumvent this difficulty, we assign a large standard deviation to this measurement. The large standard deviation allows the estimator algorithm to treat the pseudomeasurement as if it were a measurement from a very poor quality metering device.

To demonstrate the use of pseudomeasurements on our six-bus test system, all measurements were removed from buses 2, 3, 4, 5, and 6 so that bus 1 had all remaining measurements. This rendered the network unobservable and required adding pseudomeasurements at buses 2, 3, and 6. In this case, the pseudomeasurements were just taken from our base-case load flow. The results are shown in Table 12.8. Notice that the resulting estimates are quite close to the measured values for bus 1 but that the remaining buses have large measurement residuals. The net injections at buses 2, 3, and 6 do not closely match the pseudomeasurements since the pseudomeasurements were weighted much less than the legitimate measurements.

TABLE 12.8 State-Estimation Solution with Measurements at Bus 1 and Pseudomeasurements at Buses 2, 3, and 6

Measurement	Base-case value			Measured value			Estimated value		
	kV	MW	MVAR	kV	MW	MVAR	kV	MW	MVAR
M_{V1}	241.5			238.4			238.4		
M_{G1}		107.9	16.0		113.1	20.2		111.4	19.5
M_{12}		28.7	-15.4		31.5	-13.2		33.3	-12.5
M_{14}		43.6	20.1		38.9	21.2		40.7	21.9
M_{15}		35.6	11.3		35.7	9.4		37.4	10.1
M_{V2}	241.5						236.2		
M_{G2}		51.0	74.4	Pseudo:	50.0	74.4		37.5	67.7
M_{21}		-27.8	12.8					-32.1	10.5
M_{24}		-33.1	46.1					19.5	44.9
M_{25}		15.5	15.4					14.1	11.5
M_{26}		26.2	12.4					30.0	12.7
M_{23}		2.9	-12.3					6.0	-11.9
M_{V3}	246.1						240.5		
M_{G3}		60.0	89.6	Pseudo:	60.0	89.6		52.6	86.6
M_{32}		-2.9	5.7					-6.0	5.7
M_{35}		19.1	23.2					14.3	19.5
M_{36}		43.8	60.7					44.2	61.4
M_{V4}	227.6						223.8		
M_{14}		70.0	70.0					51.9	73.3
M_{41}		-42.5	-19.9					-39.6	-21.8
M_{42}		-31.6	-45.1					-18.3	-44.6
M_{45}		4.1	-4.9					6.0	-6.9
M_{V5}	226.7						224.0		
M_{15}		70.0	70.0					63.9	55.5
M_{54}		-4.0	-2.8					-5.9	-0.4
M_{51}		-34.5	-13.5					-36.3	-11.8
M_{52}		-15.0	-18.0					-13.7	-14.4
M_{53}		-18.0	-26.1					-13.6	-22.9
M_{56}		1.6	-9.7					5.5	-5.9
M_{V6}	231.0						224.9		
M_{16}		70.0	70.0	Pseudo:	70.0	70.0		77.9	73.4
M_{61}		-1.6	3.9					-5.5	0.3
M_{62}		25.7	16.0					-29.3	-15.6
M_{63}		-42.8	-57.9					-43.2	-58.1

12.6 APPLICATION OF POWER SYSTEMS STATE ESTIMATION

In this last section we will try to present the "big picture" showing how state estimation, contingency analysis, and generator corrective action fit together in a modern operations control center. Figure 12.17 is a schematic diagram showing the information flow between the various functions to be performed in an operations control center computer system. The system gets its information about the power system from remote terminal units that encode measurement transducer outputs and opened/closed status information into digital signals that are transmitted to the operations center over communications circuits. In addition, the control center can transmit control information such as raise/lower commands to generators and open/close commands to circuit breakers and switches. We have broken down the information coming into the control center as breaker/switch status indications and analog measurements. The analog measurements of generator output must be used directly by the AGC program (see Chapter 9) whereas all other data will be processed by the state estimator before being used by other programs.

In order to run the state estimator, we must know how the transmission lines are connected to the load and generation buses. We call this information the *network topology*. Since the breakers and switches in any substation can cause the network topology to change, a program must be provided that reads the telemetered breaker/switch status indications and restructures the electrical model of the system.

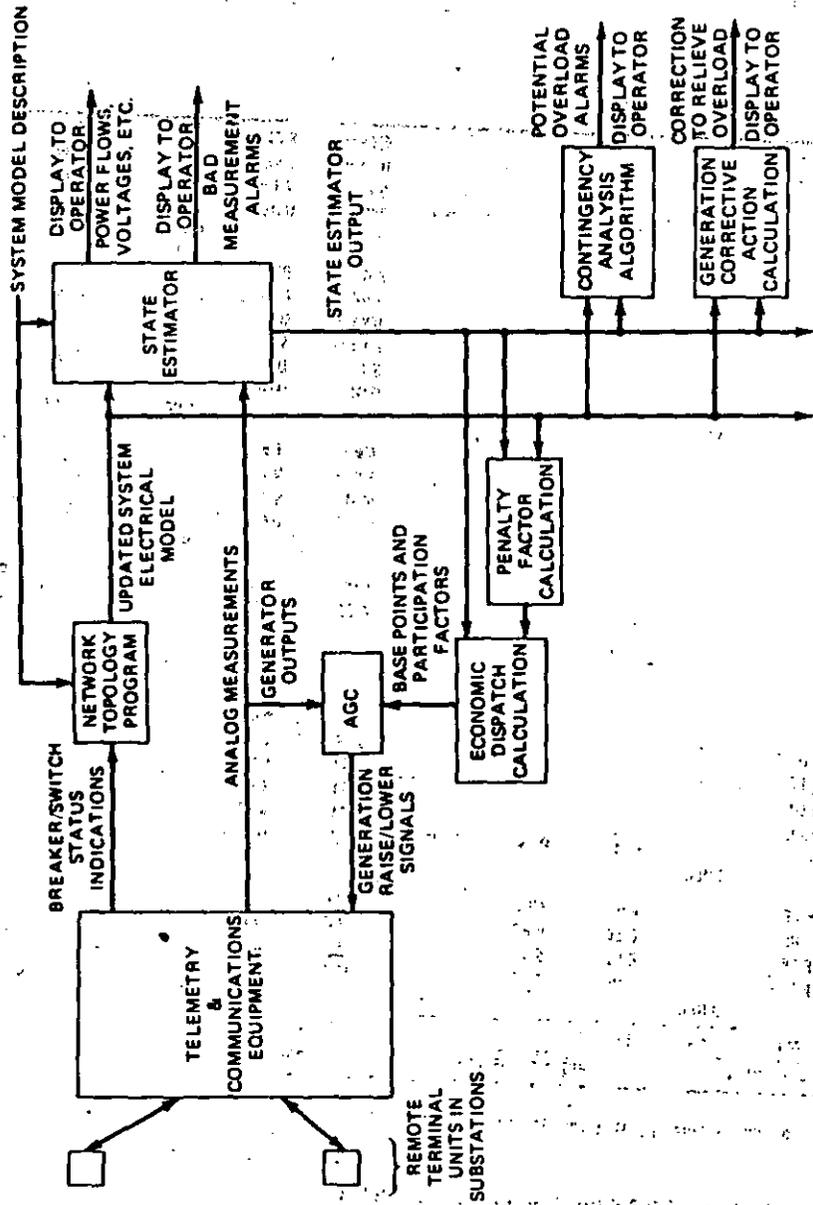


FIG. 12.17 Energy control center system security schematic.

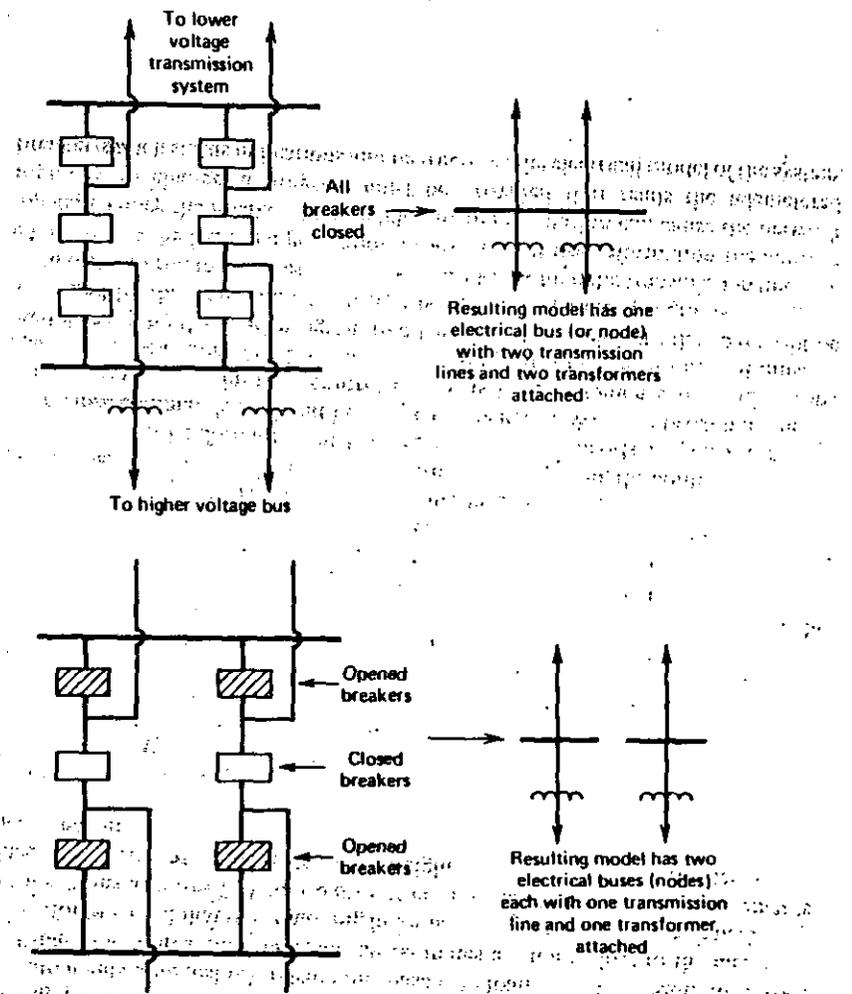


FIG. 12.18 Example of network topology updating.

An example of this is shown in Figure 12.18 where the opening of four breakers requires two electrical buses to represent the substation instead of one electrical bus. We have labeled the program that reconfigures the electrical model the network topology* program. The network topology program must have a complete description of each substation and how the transmission lines are attached to the substation equipment. Bus sections that are connected to other bus sections through

* Alternative names that are often used for this program are "system status processor" and "network configurator."

closed breakers or switches are designated as belonging to the same electrical bus. Thus, the number of electrical buses and the manner in which they are interconnected can be changed in the model to reflect breaker and switch status changes on the power system itself.

As seen in Figure 12.17, the electrical model of the power system's transmission system is sent to the state-estimator program together with the analog measurements. The output of the state estimator consists of all bus voltage magnitudes and phase angles, transmission line MW and MVAR flows calculated from the bus voltage magnitude and phase angles, and bus loads and generations calculated from the line flows. These quantities, together with the electrical model developed by the network topology program provide the basis for the economic dispatch program, contingency analysis program, and generation corrective action program. Note that since the complete electrical model of the transmission system is available, we can directly calculate bus penalty factors as shown in Section 4.2.4.2.

APPENDIX

Derivation of Least-Squares Equations

One is often confronted with problems wherein data have been obtained by making measurements or taking samples on a process. Furthermore, the quantities being measured are themselves functions of other variables that we wish to estimate. These other variables will be called the state variables and designated \mathbf{x} , where the number of state variables is N_s . The measurement values will be called \mathbf{z} . We will assume here that the process we are interested in can be modeled using a linear model. Then we say that each measurement z_i is a linear function of the states x_j , that is,

$$z_i = h_i(\mathbf{x}) = h_{i1}x_1 + h_{i2}x_2 + \dots + h_{iN_s}x_{N_s} \quad (\text{A.1})$$

We can also write this equation as a vector equation if we place the h_{ij} coefficients into a vector \mathbf{h}_i , that is,

$$\mathbf{h}_i = \begin{bmatrix} h_{i1} \\ h_{i2} \\ \vdots \\ h_{iN_s} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Then Eq. A.1 becomes

$$z_i = \mathbf{h}_i^T \mathbf{x} \quad (\text{A.3})$$

where

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N_s} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Finally, we can write all the measurement equations in a compact form

$$\mathbf{z} = [\mathbf{H}]\mathbf{x} \quad (\text{A.4})$$

where $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{N_m} \end{bmatrix}$

$$[\mathbf{H}] = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N_s} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_m 1} & h_{N_m 2} & \dots & h_{N_m N_s} \end{bmatrix}$$

where row i of $[\mathbf{H}]$ is equal to vector \mathbf{h}_i^T (see Eq. A.2).

With N_m measurements we can have three possible cases to solve. That is, N_s , the number of states, is either less than N_m , equal to N_m , or greater than N_m . We will deal with each case separately.

The Overdetermined Case ($N_m > N_s$)

In this case we have more measurements or samples than state variables, therefore, we can write more equations, $h_i(\mathbf{x})$, than we have unknowns x_j . One way to estimate the x_j 's is to minimize the sum of the squares of difference between the measurement values z_i and the estimate of z_i that is in turn a function of the estimates of x_j . That is, we wish to minimize

$$J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_m} [z_i - h_i(\mathbf{x})]^2 \quad (\text{A.5})$$

Equation A.5 can be written as

$$J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_m} (z_i - \mathbf{h}_i^T \mathbf{x})^2 \quad (\text{A.6})$$

and this can be written in a still more compact form as

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{z} - [\mathbf{H}]\mathbf{x})^T (\mathbf{z} - [\mathbf{H}]\mathbf{x}) \quad (\text{A.7})$$

If we wish to find the value of \mathbf{x} that minimizes $J(\mathbf{x})$, we can take the first derivative of $J(\mathbf{x})$ with respect to each x_j ($j = 1, \dots, N_s$) and set these derivatives to zero. That is,

$$\frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_j} = 0 \quad \text{for } j = 1, \dots, N_s \quad (\text{A.8})$$

If we place these derivatives into a vector, we have what is called the gradient of $J(\mathbf{x})$, which is written $\nabla_x J(\mathbf{x})$. Then,

$$\nabla_x J(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_2} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Then the goal of forcing each derivative to zero can be written as

$$\nabla_x J(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (\text{A.10})$$

where $\mathbf{0}$ is a vector of N_x elements each of which is zero. To solve this problem, we will first expand Eq. A.7.

$$J(\mathbf{x}) = (\mathbf{z} - [\mathbf{H}]\mathbf{x})^T(\mathbf{z} - [\mathbf{H}]\mathbf{x}) \\ = \mathbf{z}^T\mathbf{z} - \mathbf{x}^T[\mathbf{H}]^T\mathbf{z} - \mathbf{z}^T[\mathbf{H}]\mathbf{x} + \mathbf{x}^T[\mathbf{H}]^T[\mathbf{H}]\mathbf{x} \quad (\text{A.11})$$

The second and third term in Eq. A.11 are identical so that we can write

$$J(\mathbf{x}) = \mathbf{z}^T\mathbf{z} - 2\mathbf{x}^T[\mathbf{H}]^T\mathbf{z} + \mathbf{x}^T[\mathbf{H}]^T[\mathbf{H}]\mathbf{x} \quad (\text{A.12})$$

Before proceeding, we will derive a few simple relationships.

The gradient is always a vector of first derivatives of a scalar function that is itself a function of a vector. Thus, if we define $F(\mathbf{y})$ to be a scalar function, then its gradient $\nabla_y F$ is:

$$\nabla_y F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial y_1} \\ \frac{\partial F}{\partial y_2} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

Then, if we define F as follows:

$$F = \mathbf{y}^T \mathbf{b} = [y_1 \ y_2 \ \dots] \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

where \mathbf{b} is a vector of constants b_i , $i = 1, \dots, n$, then, F can be expanded as

$$F = y_1 b_1 + y_2 b_2 + y_3 b_3 + \dots \quad (\text{A.15})$$

and the gradient of F is

$$\nabla_y F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial y_1} \\ \frac{\partial F}{\partial y_2} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \mathbf{b} \quad (\text{A.16})$$

It ought to be obvious that writing F with \mathbf{y} and \mathbf{b} reversed makes no difference. That is,

$$F = \mathbf{b}^T \mathbf{y} = \mathbf{y}^T \mathbf{b} \quad (\text{A.17})$$

and therefore: $\nabla_y (\mathbf{b}^T \mathbf{y}) = \mathbf{b}$

Suppose we now write the vector \mathbf{b} as the product of a matrix $[A]$ and a vector \mathbf{u} .

$$\mathbf{b} = [A]\mathbf{u} \quad (\text{A.18})$$

Then if we take F as shown in Eq. A.14,

$$F = \mathbf{y}^T \mathbf{b} = \mathbf{y}^T [A]\mathbf{u} \quad (\text{A.19})$$

we can say that

$$\nabla_y F = [A]\mathbf{u} \quad (\text{A.20})$$

Similarly, we can define

$$\mathbf{b}^T = \mathbf{u}^T [A] \quad (\text{A.21})$$

If we can take F as shown in Eq. A.17,

$$F = \mathbf{b}^T \mathbf{y} = \mathbf{u}^T [A]\mathbf{y}$$

Then

$$\nabla_y F = [A]^T \mathbf{u} \quad (\text{A.22})$$

Finally, we will look at a scalar function F that is quadratic, namely,

$$F = \mathbf{y}^T [A]\mathbf{y} \\ = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n] \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ a_{21} & a_{22} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \\ = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n y_i a_{ij} y_j \quad (\text{A.23})$$

Then

$$\nabla_y F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial y_1} \\ \frac{\partial F}{\partial y_2} \\ \frac{\partial F}{\partial y_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a_{11}y_1 + 2a_{12}y_2 + \dots \\ 2a_{21}y_1 + 2a_{22}y_2 + \dots \\ \dots \end{bmatrix} = 2[A]y \quad (\text{A.24})$$

Then in summary

1. $F = y^T b$	$\nabla_y F = b$
2. $F = b^T y$	$\nabla_y F = b$
3. $F = y^T [A] y$	$\nabla_y F = [A] y$
4. $F = b^T [A] y$	$\nabla_y F = [A]^T b$
5. $F = y^T [A] y$	$\nabla_y F = 2[A] y$

(A.25)

We will now use Eq. A.25 to derive the gradient of $J(x)$, that is $\nabla_x J$, as shown in Eq. A.12. The first term, $z^T z$ is not a function of x , so we can discard it. The second term is of the same form as (4) in Eq. A.25, so that,

$$\nabla_x (-2z^T [H] x) = -2[H]^T z \quad (\text{A.26})$$

The third term is the same as (5) in Eq. A.25 with $[H]^T [H]$ replacing $[A]$, then,

$$\nabla_x (x^T [H]^T [H] x) = 2[H]^T [H] x \quad (\text{A.27})$$

Then from Eqs. A.26 and A.27 we have

$$\nabla_x J = -2[H]^T z + 2[H]^T [H] x \quad (\text{A.28})$$

But, as stated in Eq. A.10, we wish to force $\nabla_x J$ to zero. Then

$$-2[H]^T z + 2[H]^T [H] x = 0$$

or

$$x = [[H]^T [H]]^{-1} [H]^T z \quad (\text{A.29})$$

If we had wanted to put a different weight, w_i , on each measurement, we could have written Eq. A.6 as

$$J(x) = \sum_{i=1}^{N_m} w_i (z_i - h_i^T x)^2 \quad (\text{A.30})$$

which can be written as

$$J(x) = (z - [H]x)^T [W] (z - [H]x)$$

where $[W]$ is a diagonal matrix. Then

$$J(x) = z^T [W] z - x^T [H]^T [W] z - z^T [W] [H] x + x^T [H]^T [W] [H] x$$

If we once again use Eq. A.25, we would obtain

$$\nabla_x J = -2[H]^T [W] z + 2[H]^T [W] [H] x$$

and

$$\nabla_x J = 0$$

gives

$$x = ([H]^T [W] [H])^{-1} [H]^T [W] z \quad (\text{A.31})$$

The Fully-Determined Case ($N_m = N_s$)

In this case the number of measurements is equal to the number of state variables and we can solve for x directly by inverting $[H]$:

$$x = [H]^{-1} z \quad (\text{A.32})$$

Underdetermined Case ($N_m < N_s$)

In this case we have fewer measurements than state variables. In such a case it is possible to solve for many solutions x^{opt} that cause $J(x)$ to equal zero. The usual solution technique is to find x^{opt} that minimizes the sum of the squares of the solution values. That is, we find a solution such that

$$\sum_{j=1}^{N_s} x_j^2 \quad (\text{A.33})$$

is minimized while meeting the condition that the measurements will be solved for exactly. To do this, we treat the problem as a constrained minimization problem and use Lagrange multipliers as shown in the appendix of Chapter 3.

We formulate the problem as

Minimize: $\sum_{j=1}^{N_s} x_j^2$ (A.34)

Subject to: $z_i = \sum_{j=1}^{N_s} h_{ij} x_j$ for $i = 1, \dots, N_m$

This optimization problem can be written in vector-matrix form as

$$\min_x x^T x \quad \text{subject to } z = [H]x \quad (\text{A.35})$$

The Lagrangian for this problem is

$$\mathcal{L} = x^T x + \lambda^T (z - [H]x) \quad (\text{A.36})$$

Following the rules set down in the appendix of Chapter 3, we must find the gradient of \mathcal{L} with respect to x and with respect to λ . Using the identities found

in Eq. A.25 we get

$$\nabla_x \mathcal{L} = 2x - [H]^T \lambda = 0$$

which gives

$$x = \frac{1}{2} [H]^T \lambda$$

and

$$\nabla_x \mathcal{L} = [H]x = 0$$

which gives

$$[H][H]^T \lambda = 0$$

Then

$$\lambda = 0$$

or

$$\lambda = 2[[H][H]^T]^{-1}z$$

and finally,

$$x = [H]^T [[H][H]^T]^{-1} z \quad (A.37)$$

The reader should be aware that the matrix inversion shown in Eqs. A.29, A.32, and A.37 may not be possible. That is, the $[[H]^T[H]]$ matrix in Eq. A.29 may be singular, or $[H]$ may be singular in Eq. A.32, or $[[H][H]^T]$ may be singular in Eq. A.37. In the overdetermined case ($N_m > N_x$) whose solution is Eq. A.29 and the fully determined case ($N_m = N_x$) whose solution is Eq. A.32, the singularity implies what is known as an "unobservable" system. By unobservable we mean that the measurements do not provide sufficient information to allow a determination of the states of the system. In the case of the underdetermined case ($N_m < N_x$) whose solution is Eq. A.37, the singularity simply implies that there is no unique solution to the problem.

PROBLEMS

12.1 Using the three-bus sample system shown in Figure 12.1, assume that the three meters have the following characteristics.

Meter	Full Scale	Accuracy	σ (pu)
M_{12}	100 MW	± 6 MW	0.02
M_{13}	100 MW	± 3 MW	0.01
M_{32}	100 MW	± 0.6 MW	0.002

a. Calculate the best estimate for the phase angles θ_1 and θ_2 given the following measurements.

Meter Measured Value (MW)

M_{12}	68.0
M_{13}	40.0
M_{32}	40.5

b. Calculate the residual $J(x)$. For a significance level, α , of 0.01 does $J(x)$ indicate the presence of bad data? Explain.

12.2 Given a single transmission line with a generator at one end and a load at the other, two measurements are available as shown in Figure 12.19. Assume that we can model this circuit with a DC load flow using the line reactance shown. Also assume that the phase angle at bus 1 is 0 rad. Given the meter characteristics and meter readings telemetered from the meters, calculate the best estimate of the power flowing through the transmission line.

Meter	Full Scale	Meter Standard Deviation (σ) in pu	Meter Reading
M_{12}	200 MW	0.01	62 MW
M_{21}	200 MW	0.05	-52 MW

Note: M_{12} measures power flowing from bus 1 to bus 2. M_{21} measures power flowing from bus 2 to bus 1.

Use 100 MVA as base.

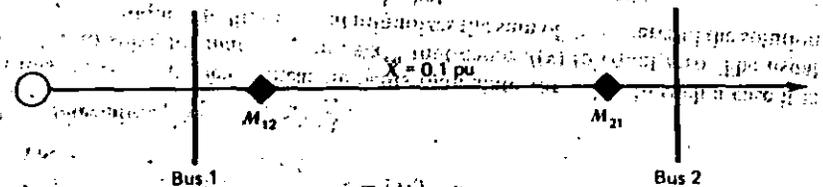


FIG. 12.19 Measurement configuration for Problem 12.2.

12.3 You are given the following network with meters at locations as shown in Figure 12.20.

Branch Impedances (pu)	Bus Conditions
$X_{12} = 0.25$	Load 1 = 50 MW
$X_{13} = 0.50$	Load 2 = 120 MW
$X_{24} = 0.40$	Generation on bus 3 = 90 MW
$X_{34} = 0.10$	Generation on bus 4 = 80 MW

Measurement Values	Measurement Errors
$M_{13} = -70.5$	$\sigma_{13} = 0.01$
$M_{31} = 72.1$	$\sigma_{31} = 0.01$
$M_{12} = 21.2$	$\sigma_{12} = 0.02$

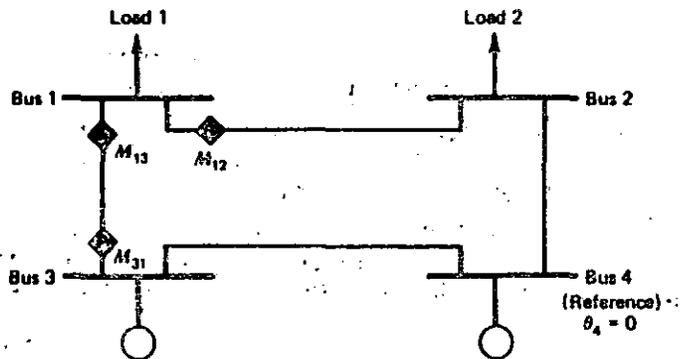


FIG. 12.20 Four-bus system with measurements for Problem 12.3.

- a. Is this network observable? Set up the least-squares equations and try to invert $[H^T R^{-1} H]$.
- b. Suppose we had a measurement of generation output at bus 3 and included it in our measurement set. Let this measurement be the following.

$$M_{3gen} = 92 \text{ MW} \quad \text{with } \sigma = 0.015$$

Repeat part a including this measurement.

FURTHER READING

State estimation originated in the aerospace industry and only came to be of interest to power systems engineers since the late 1960s. Since then, state estimators have been installed on a regular basis in new energy control centers and have proved quite useful. References 1-4 provide a good introduction to this topic. Reference 4 in particular is a carefully written overview with a good bibliography of literature up to 1974. References 5-8 show the variety of algorithms used to solve the state-estimation problem. Reference 8 covers a study undertaken to compare different algorithm types and is quite revealing as to the number of different ways that state estimation algorithms can be written.

The remaining references cover some of the subtopics of state estimation. The use of the state estimator to detect bad measurements and model parameter errors is covered in references 9-12. Network observability determination is covered in references 13 and 14. Finally, methods of automatically updating the network model topology to match switching status are covered in references 15 and 16.

1. Schweppé, F. C., Wildes, J., "Power System Static State Estimation, Part I: Exact Model," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-89, January 1970, pp. 120-125.
2. Larson, R. E., Tinney, W. F., Peschon, J., "State Estimation in Power Systems, Part I: Theory and Feasibility," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-89, March 1970, 345-352.
3. Larson, R. E., Tinney, W. F., Hajdu, L. P., Piercy, P. S., "State Estimation in Power Systems, Part II: Implementation and Applications," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-89, March 1970, pp. 353-359.

4. Schweppé, F. C., Handschin, E., "Static State Estimation in Power Systems," *IEEE Proceedings*, Vol. 62, July 1974.
5. Dopazo, J. F., Klitin, O. A., Stagg, G. W., VanSlyck, L. S., "State Calculation of Power Systems from Line Flow Measurement" *IEEE Transactions*, Vol. PAS-89, September/October, 1970, pp. 1698-1708.
6. Dopazo, J. F., Klitin, O. A., VanSlyck, L. S., "State Calculation of Power Systems from Line Flow Measurements, Part II" *IEEE Transactions*, Vol. PAS-91, January/February 1972, pp. 145-151.
7. Simões-Costa, A., Quintana V. H., "A Robust Numerical Technique for Power System State Estimation," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-100, February/1981, pp. 691-698.
8. Allemong, J. J., Radu, L., Sasson, A. M., "A Fast and Reliable State Estimation Algorithm for AEP's New Control Center," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-101, April 1982, pp. 933-944.
9. Dopazo, J. F., Klitin, O. A., Sasson, A. M., "State Estimation for Power Systems: Detection and Identification of Gross Measurement Errors," *Proceedings 8th PICA Conference*, Minneapolis, June 1973.
10. Merrill, H. D., Schweppé, F. C., "On-Line System Model Error Correction," *IEEE Winter Power Meeting*, 1973, Paper C73-106-2.
11. Debs, A. S., "Estimation of Steady-State Power System Model Parameters," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-93, No. 5, 1974.
12. Handschin, E., Schweppé, F. C., Kohlar, J., Fichtler, A., "Bad Data Analysis for Power System State Estimation," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-94, March/April 1975, pp. 329-337.
13. Clements, K. A., Wollenberg, B. F., "An Algorithm for Observability Determination in Power System State Estimation," *IEEE Summer Power Meeting*, 1975, Paper A75-447-3.
14. Krumpholtz, G. R., Clements, K. A., Davis, P. W., "Power System Observability: A Practical Algorithm Using Network Topology," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* Vol. 99, July/August 1980, pp. 1534-1542.
15. Sasson, A. M., Ehrman, S. T., Lynch, P., VanSlyck, L. S., "Automatic Power System Network Topology Determination," *IEEE Transactions*, Vol. PAS-92, March/April 1973, pp. 610-618.
16. DiLiaccio, T. E., Ramarao, K., Weiner, A., "Network Status Analysis for Real Time Systems," *Proceedings 8th PICA Conference*, Minneapolis, June 1973.

Environmental:
 dispatch, 62
 factors, 3
Expansion planning, 240
Feasible:
 region, 48
 solution, 37, 38
Forced outage rate, 20, 247
Frequency and duration method, 255
Frequency bias factor, 311
Fuel:
 budgeting & planning, 239
 cost, 6, 14
 nuclear, 13
 price, 158
 scheduling by linear programming, 170
Gas turbine:
 heat rates, 20
 maintenance and forced outage data, 20
Gauss-Seidel procedure, 67, 71
Generation:
 allocation, 312
 control, 291
 model, 292
 shift factors, 363
Governor, 292, 298
Gradient:
 first order gradient method, 36
 search, 165
 second order gradient method, 42
Heat rate:
 characteristic, 11, 262
 data, 17
 tests, 7, 8
Hydraulically coupled units, 208
Hydraulic continuity equation, 204
Hydro-electric units, 15, 191
Hydrothermal coordination, 3, 189
 long term, 190
 short term, 191, 198
Hypothesis testing, 410
Inadvertent interchange, see Interchange
Incremental:
 heat rate characteristic, 7, 8, 9, 11
 piecewise, 58
 stepped, 18
 losses, 80
 water rate, 15, 16, 193
Inequality constraints, 25, 51, 178
Input-output characteristics:
 composite, 160
 hydraulic, 15
 straight line segment, 61
 thermal, 5, 6, 9
Integer programming, 47
Interarea matrix, 344
Interchange:
 contracts, multiple, 330
 diversity, 337
 economy, 324
 emergency, 338
 evaluation, 323, 327
 evaluation with unit commitment, 330
 inadvertent, 315
 power, 327
Interconnected system, 308, 323
Inventory, 170
Isochronous governor, 299
Iterative constraint search, 380
Jacobian matrix, 72
Kuhn-Tucker conditions, 23, 51
LeGrange:
 function, 24, 29, 50
 multiplier, 23, 24, 49, 50
Lambda-iteration method, 33
Least squares fitting program, 160
Limited energy supply, 155
Linearly dependent, 50
Linear programming, 177
 upper bounding algorithm, 178
Line outage distribution factors, 363
Load:
 conforming, 89
 distribution curve, 240, 274
 duration curve, 240, 243
 energy, 283
 models, 240, 295
Load center penalty factor, 92
Load flow:
 AC, 69
 in contingency analysis, 372
 DC, 75
 load reference set point, 299
Losses, 65, 79
 in transaction evaluation, 334
Loss matrix, 30, 90
Loss-of-energy method, 255
Loss-of-load method, 255
Maintenance outage, 18
Maximum likelihood criterion, 396

Mean time between failures, 257
Measurement:
 detection of bad measurement, 416
 identification of bad measurement, 416
 random error, 397
 residual, 420
Minimum sum of generation shifts, 378
Minimum variance criterion, 396
Mixed integer-linear programming, 119
Net heat rate characteristic, 7
Net hydraulic head, 14
Network:
 losses, 28, 79
 observability, 422
 sensitivity methods, 363
 topology, 427
Newton-Raphson method, 71
Nuclear:
 generation heat rate data, 20
 reactor units, 13
Objective function, 24, 29, 48
Off-line reserves, 115
Operating:
 cost, 6
 expenses, annual, 2
Optimal:
 load flow, 4, 30
 path, 122
 policy, 139
Optimization with constraints, 23, 47
Optimum step size, 40
Outage, cascading, 356
Own load dispatch, 349
Participation factors, 44, 312
Path, see Optimal path
Peak shaving, 210, 264
Peak-valley, 113
Penalty factors, 80
Pi equivalent circuit, 66
Pivot operation, 179
Power pools, 323, 338
 centralized economic dispatch, 342
 savings allocation, 347
Power system:
 control centers, 66, 291
 security, 355
Prime mover model, 298
Probability:
 conditional, 255
 distribution, 247
 methods, 255
Production cost:
 economic scheduling, 263
 models, stochastic, 240
 deterministic, 240
 probabilistic, 261, 262
 programs, 242
 unit commitment, 263
Pseudo:
 measurements, 422
 price, 158
Pumped storage:
 hydroelectric plants, 4, 16, 210
 scheduling by a gradient method, 213
 scheduling with a μ -iteration, 211
Ramp control, 317
Rate limiting, 317
Reference bus penalty factors:
 definition, 92
 from the ac load flow, 94
 from the dc load flow, 95
Reference frame, 86
Reset action, 299
Restricted search range, 132
Risk level, 255
Rule curves, 225
SCADA system, 313, 357
Scheduled:
 maintenance outage, 240
 reserves, 115
Shadow price, 158
Shut-down rule, 113, 119
Side conditions, 48
Significance level, 418
Slack variable, 57, 168, 178
Sparsity, 75
Spinning reserve, 115
Start up cost, 117, 121
State, 121
State estimation, 391, 409
State variables, 395
Static state estimation, 396
Statistical estimation, 396
Steam:
 admission valves, 9
 turbine generating units, 7, 9
Strategies, 124, 132
Subpolicy, 139
Successive approximation, 227
Supercritical unit, 7, 18
Supervisory control, see SCADA system
Supplementary control action, 307
Suppliers, 170

Synchronizing oscillations, 305

System:

monitoring, 356

security, 335

tie-line, 339

take-or-pay fuel supply contract, 156

telemetry systems, 356

three-party transactions, 331

tie-line:

control, 308

distribution factor, 335

model, 303

stiffness coefficient, 304

topping turbine, 9

transducers, 392

transportation, 170

unavailability of thermal generating units, 262

unit characteristics, 5

unit commitment:

constraints, 115

priority-list scheme, 119

probabilistic production cost computa-

tions, 263

schedule, 4, 60, 111, 114

unit control modes, 317

unobservable network, 425

unserved energy, 250, 283

value points, 149

variable-head effects, 16

weighted least squares:

criterion, 396

estimator, 396, 402

wheeling charge, 331

Y matrix, 69

zero MW shortage, 251

constraints, 115

priority-list scheme, 119

probabilistic production cost computa-

tions, 263

schedule, 4, 60, 111, 114

unit control modes, 317

unobservable network, 425

unserved energy, 250, 283

value points, 149

variable-head effects, 16

weighted least squares:

criterion, 396

estimator, 396, 402

wheeling charge, 331

Y matrix, 69

zero MW shortage, 251

monitoring, 356

security, 335

tie-line, 339

take-or-pay fuel supply contract, 156

telemetry systems, 356

three-party transactions, 331

tie-line:

control, 308

distribution factor, 335

model, 303

stiffness coefficient, 304

topping turbine, 9

transducers, 392

transportation, 170

unavailability of thermal generating units, 262

unit characteristics, 5

unit commitment:

constraints, 115

priority-list scheme, 119

probabilistic production cost computa-

tions, 263

schedule, 4, 60, 111, 114

unit control modes, 317

unobservable network, 425

unserved energy, 250, 283

value points, 149

variable-head effects, 16

weighted least squares:

criterion, 396

estimator, 396, 402

wheeling charge, 331

Y matrix, 69

zero MW shortage, 251

monitoring, 356

security, 335

tie-line, 339

take-or-pay fuel supply contract, 156

telemetry systems, 356

three-party transactions, 331

tie-line:

control, 308

distribution factor, 335

model, 303

stiffness coefficient, 304

topping turbine, 9

transducers, 392

transportation, 170

unavailability of thermal generating units, 262

unit characteristics, 5

unit commitment:

constraints, 115

priority-list scheme, 119

probabilistic production cost computa-

tions, 263

schedule, 4, 60, 111, 114

unit control modes, 317

unobservable network, 425

unserved energy, 250, 283

value points, 149

variable-head effects, 16

weighted least squares:

criterion, 396

estimator, 396, 402

wheeling charge, 331

Y matrix, 69

zero MW shortage, 251