

Vniver4dad Nacional AvFn9ma de Mexico

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA

DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO

EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

## TEORÍA DEL CAMPO DE COMPRESIÓN APLICADA A MAMPOSTERÍA CONFINADA CON ACERO DE REFUERZO

# TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE

# **MAESTRO EN INGENIERÍA**

PRESENTA:

### ADOLFO IVÁN JIMÉNEZ PALACIOS

TUTOR:

DR. JUAN JOSÉ PÉREZ GAVILÁN ESCALANTE

MÉXICO D.F. \_\_\_\_\_ 2015



## JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dr. Oscar Alberto López Bátiz
Secretario:	Dr. Fernando Peña Mondragón
Vocal:	Dr. Marcos Mauricio Chávez Cano
1 er. Suplente:	Dr. José Alberto Escobar Sánchez
<sub>2</sub> d o. Suplente:	Dr. Juan José Pérez Gavilán Escalante

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

# TUTOR DE TESIS:

DR. JUAN JOSÉ PÉREZ GAVILÁN ESCALANTE

FIRMA

Agradecimientos

# Contenido

Agr	adeci	mient	tos	iii	
Res	Resumen1				
1.	1. Introducción				
1	.1	Ante	ecedentes	5	
1	1.2 Objetivos y alcances del estudio				
2.	Teo	ría de	el campo de compresión modificado (TCCM)	9	
2	2.1 Definición del problema11				
2	2.2 Condiciones de compatibilidad13				
2	.3	Con	diciones de equilibrio	15	
2	.4	Rela	iciones constitutivas		
	2.4.	1	Relación constitutiva de la mampostería a compresión		
	2.4.2	2	Relación constitutiva de la mampostería a tensión		
	2.4.3	3	Relación constitutiva para el concreto a compresión	21	
	2.4.4	4	Relación constitutiva para el concreto a tensión		
	2.4.	5	Transferencia de cortante en las grietas		
	2.4.	6	Relaciones constitutivas para el acero		
3.	Mod	delo c	de múltiples elementos verticales		
4. Estrategia de solución					
5 Casos analizados					
6 Resultados					
6.1 Influencia del esfuerzo principal a tensión de la mampostería					
6	6.2 Influencia del esfuerzo principal a compresión de la mampostería63				
6	6.3 Conclusiones de los análisis68				
7	7 Conclusiones				
8 Referencias					
Anexos					
Anexo 1					
Anexo 2					
Anexo 3					
Anexo 4					
Anexo 5					

## Resumen

Se presenta un macromodelo (Vulcano y Bertero, 1987) capaz de predecir la respuesta carga lateral-desplazamiento de elementos estructurales de mampostería confinada con acero de refuerzo sujetos a esfuerzos cortantes y normales. En el modelo se adoptan las hipótesis de la Teoría del Campo de Compresión Modificada desarrollada por Frank J. Vecchio y Michael P. Collins para concreto reforzado, en donde el elemento agrietado se trata como un nuevo material con sus propias características de esfuerzo-deformación. Asimismo las condiciones de equilibrio, compatibilidad y la relación esfuerzo-deformación del material están dados en términos de esfuerzos y deformaciones promedio, es decir, que se tratan zonas y distancias lo suficientemente grandes para que abarquen varias grietas.

Se comprobó la aplicabilidad de la teoría del campo de compresión modificada, mediante la comparación de los resultados obtenidos del modelo analítico contra los resultados de muros confinados con acero de refuerzo ensayados en el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED), donde se tomaron en cuenta materiales y procedimientos estándares utilizados en México (Cruz, 2015).

Las cargas máximas de la respuesta del muro (curva carga lateral-desplazamiento) obtenidas en el modelo analítico, tienen un valor similar al registrado en los ensayos experimentales, con un porcentaje de error aceptable menor al 14%.

# 1. Introducción

La mampostería es ampliamente usada en el mundo, principalmente para la construcción de edificaciones habitacionales de baja y mediana altura, debido a su bajo costo y la facilidad de construcción.

Antiguamente eran habituales los muros utilizados para resistir únicamente las solicitaciones de cargas verticales, y se ignoraban las cargas laterales que por lo general se asocian a cargas sísmicas. Reconociendo estas cargas, se empezó una serie de investigaciones en torno a este tema a fin de implementar cambios en el método de análisis y constructivo a modo de que los muros resistieran simultáneamente las cargas verticales y las cargas horizontales simulando así un comportamiento más realista.

Las limitaciones del uso de suelo, la arquitectura y las condiciones socioeconómicas han forzado que las estructuras a base de muros se conciban optimizando el área transversal de estos. Debido a estas limitantes, los muros de mampostería simple tienen desventajas importantes como la limitación para resistir fuerzas laterales por la poca o nula resistencia a tensión y un comportamiento frágil una vez que llega a la carga de agrietamiento. Para contrarrestar estas desventajas se han desarrollado distintas alternativas de construcción con el objetivo de mejorar la resistencia y la capacidad de deformación de la mampostería simple. Este estudio centra su atención en los muros de mampostería rodeados de elementos de concreto reforzado (confinamiento) y que poseen refuerzo horizontal en las juntas horizontales de las piezas.

Los muros confinados se componen de paneles hechos con piezas de mampostería pegadas con mortero rodeados en el sentido vertical por pequeñas columnas de concreto llamadas castillos y en sentido horizontal por trabes llamadas dalas. Asimismo, la introducción de acero de refuerzo en la mampostería confinada le dio una adecuada resistencia lateral y ductilidad ante cargas laterales.

El deseo de entender y mejorar el comportamiento de la mampostería ha llevado a realizar diferentes investigaciones experimentales alrededor del mundo con el objetivo de conocer diferentes aspectos como: la resistencia a cortante y flexión, la resistencia ante cargas cíclicas, la degradación de rigidez, la ductilidad, la interacción del cortante y la flexión en la deformación de los muros, la influencia de relaciones de aspecto en el comportamiento, la importancia de la cuantía de acero, entre otros.

Con relación a las investigaciones desarrolladas sobre estructuras de mampostería, en especial en el caso de mampostería confinada reforzada interiormente, se destacan los estudios que se han hecho hasta el momento en México (Aguilar y Alcocer,2001), así como en Perú (San Bartolomé, 1994) y Eslovenia (Tomazevic, 1992). En Estados Unidos (Shing, 1990) como en Nueva Zelanda (Voon, 2006) y Japón (Matsumura, 1988) también se han desarrollado muchas investigaciones en torno a muros de mampostería reforzada interiormente, sin embargo, estas centran su atención en la mampostería reforzada hecha con piezas huecas industrializadas de concreto. En donde se incluye refuerzo vertical embebido en mortero dentro de los huecos o celdas de las piezas.

Dentro de las investigaciones para muros de mampostería confinada con acero de refuerzo en las juntas de mortero se pueden mencionar:

- Hernández y Meli (1976) evaluaron las distintas maneras de reforzar muros de mampostería con el objeto de incrementar su resistencia y ductilidad ante cargas laterales alternadas. También se evaluó el comportamiento de muros formados por bloques de concreto colocados con juntas secas, con refuerzo interior y un aplanado de mortero de alta adherencia que está compuesto de cemento, arena fina, aditivos especiales y un refuerzo a base de fibra de vidrio que le da resistencia al muro. El análisis cualitativo del comportamiento de los muros llevo a las siguientes conclusiones y recomendaciones para el detallado de muros de mampostería confinada con acero de refuerzo:
  - a) Se observa un mejor comportamiento en términos de capacidad de absorción de energía, nivel de deterioro y reserva de resistencia después del agrietamiento con la colocación de refuerzo horizontal adicional, en comparación de los muros no reforzados.
  - b) El refuerzo horizontal resulta efectivo si está completamente recto y anclado en los extremos del muro. La adherencia no representa una variable importante en este sentido.
  - c) Se deben de realizar estudios adicionales para determinar un valor más adecuado de la cuantía mínima de acero horizontal.
- Meli (1979) se estudiaron la variabilidad de los materiales que forman a la mampostería para la determinación de las propiedades básicas de estos mediante ensayos de pequeños especímenes y del comportamiento de la mampostería ante cargas reversibles en una sola dirección, en donde concluyó que:
  - a) Los coeficientes de variación para las propiedades de los materiales involucrados para la construcción de muros de mampostería confinada con acero de refuerzo son muy altos.
  - b) El comportamiento fue aproximadamente lineal hasta el primer agrietamiento, que se presenta por flexión o tensión diagonal. En el primer caso la falla es dúctil, y en el segundo depende del tipo y cantidad de refuerzo interior y de las características de los elementos confinantes.
  - c) La reserva de resistencia después del agrietamiento depende del tamaño de los castillos del confinamiento y de la cuantía de refuerzo interior.
  - d) La carga vertical provoca un incremento en la resistencia y en la rigidez, reduciendo la ductilidad del muro.
- Tomazevic y Velchovsky (1992) del Institute of Testing and Research in Materials and Structures es uno de los trabajos más amplios y reconocidos a nivel mundial que ha estudiado el comportamiento de la mampostería ante cargas sísmicas, estudiando el efecto del refuerzo horizontal en la resistencia lateral y la ductilidad de muros de mampostería utilizando en algunos experimentos mortero de alta resistencia para mejorar la adherencia y el anclaje del refuerzo horizontal. A través de su amplia gama de ensayos, los autores pudieron concluir que:
  - a) Se puede esperar una mejora en el comportamiento sísmico de los muros de mampostería si se coloca refuerzo horizontal y vertical
  - b) El refuerzo horizontal tienen una influencia mayor, ya que aumenta la capacidad de corte y la ductilidad, lo que posteriormente conduce a la fluencia del acero vertical y a un desarrollo completo de la capacidad a flexión de la sección.
  - c) La resistencia al corte de los muros de mampostería está regida por los elementos que se encuentran en tensión dentro del muro, por lo que solo depende de las propiedades de las piezas y, en muy poca medida, de la resistencia del mortero.

- d) La eficacia del refuerzo horizontal depende en gran parte de las condiciones de adherencia y anclaje de este. Se incrementa la resistencia del mortero y disminuye con el aumento de la cuantía del refuerzo.
- e) La colocación de una cuantía mínima de refuerzo horizontal, resulta suficiente para observar un aumento en la ductilidad del muro. Cuantías elevadas de refuerzo son antieconómicas ya que la eficacia se reduce.
- Aguilar y Alcocer (2001) presentan los resultados de los ensayes ante cargas laterales de cuatro muros de mampostería confinada con acero de refuerzo horizontal con diferentes cuantías. Se llegó a recomendaciones para el análisis, diseño y construcción para las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería (NTCM) integradas en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF) en relación con la cuantía mínima de refuerzo horizontal. Los autores concluyeron que:
  - a) La presencia de refuerzo horizontal en muros de mampostería de tabique recocido favorece una distribución más uniforme del daño y aumenta significativamente la capacidad de deformación y la resistencia a cargas laterales
  - b) Los valores del cortante de agrietamiento y la distorsión a la que se presentan son similares en todos los casos analizados
  - c) Existe una relación directa entre la cantidad de acero de refuerzo horizontal y la distorsión a la que se registra el cortante máximo
  - d) La rigidez inicial de los modelos no se modifica por la presencia de refuerzo horizontal
- Pineda y Alcocer (2004) presentan los resultados de ensayes de muros cuadrados reforzados con encamisado de malla de alambre electrosoldada y aplanados con mortero sometidos a cargas cíclicas alternadas y con esfuerzo vertical constante en los muros. Se concluyó que el refuerzo horizontal y vertical dado por la malla electrosoldada con mortero, aumenta la resistencia ante cargas laterales y la capacidad de deformación.
- Cruz (2015) presenta muros confinados con castillos exteriores hechos con bloque liso multiperforado de concreto en donde la variable estudiada es la cuantía de refuerzo horizontal colocada entre las juntas de mortero buscando evaluar y en su caso replantear la fórmula de eficiencia para el refuerzo horizontal plasmada en las NTCM para mamposterías consideradas de alta resistencia.

Como se puede ver en el resumen anterior, desde las décadas de 1970 y 1980 ha habido un gran desarrollo tanto experimental como analítico para la predicción del comportamiento tanto del comportamiento lineal como del no lineal de estructuras a base de elementos de mampostería confinada. Las expresiones utilizadas en México derivadas de pruebas experimentales que están plasmadas en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF) se basan en la suposición que el patrón de agrietamiento sucede a 45° y en la analogía de la armadura (Hernández, 1976), en donde la resistencia a cortante es expresada algebraicamente en términos de la resistencia de la mampostería, la carga axial y el cortante del acero de refuerzo. En contraste la teoría del campo de compresión modificado (TCCM), la cual ha sido adoptada para diseñar elementos estructurales de concreto reforzado, ha demostrado que la hipótesis del ángulo de agrietamiento igual a 45° puede ser demasiado conservadora (Vecchio, 1986).

## 1.1 Antecedentes

El mecanismo de fractura de los muros de mampostería depende de distintos factores como: la carga vertical, los castillos, la adherencia entre las piezas y el mortero, los miembros de confinamiento, la resistencia y la cuantía del acero horizontal, entre otras. Los mecanismos se pueden sintetizar en los siguientes modos para la mampostería confinada, sabiendo de antemano que el colapso se puede presentar con una combinación de varias fallas (Aguilar y Alcocer, 2001).

- Falla por flexión: Tiende a presentarse en muros esbeltos cuando se generan tensiones importantes en los castillos, el acero con más solicitación de esfuerzo es el que se encuentra longitudinalmente en la sección que por lo general está ubicado en los castillos. Se produce la fluencia del acero longitudinal y una falla a compresión por flexión en el talón comprimido del muro (Figura 1.1a). El agrietamiento se presenta en forma vertical en las esquinas y en el centro del muro.
- Falla por cortante por adherencia: se produce por un deslizamiento horizontal a lo largo de la junta de mortero, en donde se presenta una falla por adherencia en la junta (Figura 1.1b)
- 3. Carga vertical: Se produce por una carga axial muy elevada con el aplastamiento de la mampostería (Figura 1.1c)
- 4. Contracciones: Se debe a los cambios de temperatura o al fraguado (Figura 1.1d)
- 5. Cortante: Se caracteriza por un agrietamiento inclinado, que pasa a través de las piezas siguiendo las juntas tanto horizontales como verticales (Figura 1.1e)
- 6. Tensión diagonal: Se producen agrietamientos inclinados pero a diferencia de la falla por cortante, las grietas pasan uniformemente por toda la sección (Figura 1.1f). Este tipo de falla puede generar la situación donde se presentan grandes esfuerzos de compresión en las esquinas inferiores del muro, las cuales pueden provocar la falla por aplastamiento cuando las piezas de mampostería son de baja calidad.



Figura 1.1. Modos de Falla

En los casos de los muros de mampostería confinada con acero de refuerzo, además de los modos de falla anteriormente mencionados, se puede presentar una falla de compresión cuando la cuantía del acero es elevada y la mampostería no tiene la capacidad de transmitir los esfuerzos del mismo a la base del muro, esta falla se caracteriza por un mecanismo cortantecompresión en donde se puede observar un aplastamiento de la mampostería en la base de los muros.

En años recientes se han propuesto modelos analíticos que intentan representar el comportamiento de las estructuras de mampostería ante diferentes tipos de solicitaciones, principalmente para reproducir el mecanismo de falla de flexión y cortante (Pérez, 2012). Los modelos se pueden dividir en lineales y no lineales, para los cuales existen dos filosofías, los macromodelos y los micro-modelos. Los micromodelos están basados en la metodología de elementos finitos en donde se representa a la mampostería con modelos detallados que simulan el comportamiento que presentan todos los componentes que conforman a cada muro de mampostería. Es decir que se utilizan varios tipos de elementos, uno para tabique, otro para el mortero, otro para el acero, y los elementos necesarios para modelar la unión entre el mortero y el tabique o entre el acero y el mortero. Estos últimos se modelan con elementos de interfaz los cuales simulan la unión entre los materiales (Lourenco, 1996; Gambarotta y Lagomarsino,1997). Diferentes estudios analíticos han demostrado que los modelos basados en elemento finitos pueden reproducir el comportamiento no lineal de los muros de mampostería confinada con acero de refuerzo con una exactitud aceptable (Ewing, 1988; Lotfi y Shing, 1991).

Debido al gran uso de recursos computacionales, así como la complejidad de implementar los resultados derivados de los análisis con los modelos de elemento finito, se han desarrollado los macromodelos que tratan de predecir el comportamiento de los muros de mampostería de forma global y simplificada, dando resultados razonablemente acertados. Dentro de estos modelos se pueden mencionar los más comunes: columna ancha (Zúñiga y Terán, 2008), diagonal equivalente (Bazán, 1980) y el Modelo de múltiples elementos verticales (MMEV) o mejor referido por sus siglas en ingles MVLEM (multiple-vertical-line-element-model) propuesto por Vulcano en 1988.

Generalmente, la mayoría de los modelos simplificados están basados en el enfoque de idealizar el panel completo de la pared en términos de elementos inelásticos colocados en las regiones en donde se espera la no linealidad y conectados con elementos elásticos que simulan el resto del muro (Figura 1.2). Los modelos comunes de columna ancha que simulan el comportamiento histérico de la mampostería utilizan un elemento viga-columna en el eje centroidal de la pared con un elemento elástico a flexión añadiendo un resorte no lineal en cada extremo para simular la rotación que toma en cuenta el comportamiento inelástico de las secciones críticas. Entre estos modelos se puede mencionar por ejemplo el modelo no lineal de columna ancha de Zúñiga y Terán (2008), el cual se compone de un elemento barra que representa al muro unido a un resorte que exhibe el comportamiento no lineal.



Figura 1.2 Elemento viga-columna (Orakcal, 2004)

La desventaja principal de los modelos comunes de viga-columna es que al estar modeladas las propiedades del muro con una columna equivalente y unido en los extremos por vigas rígidas, las rotaciones de un elemento viga columna ocurren alrededor del eje centroidal de la pared; por lo tanto, la migración del eje neutro de la sección transversal a lo largo de la pared durante la carga y descarga no se toma en cuenta (Figura 1.3).

En el presente estudio se adopta la Teoría del Campo de Compresión Modificado (TCCM), usando un modelo de múltiples elementos verticales (MMEV) ya que equilibra con éxito (Vulcano, 1988) la simplicidad de un modelo macroscópico y los refinamientos de un modelo microscópico. El MMEV captura características de respuesta esencial como el cambio del eje neutro y el efecto de una fuerza axial en la fluctuación de esfuerzos y rigidez, además de que ofrece la flexibilidad para incorporar refinados modelos constitutivos de materiales y las características de respuesta importantes como el confinamiento de los muros y el comportamiento no lineal del mecanismo de cortante. Sin embargo tienen la desventaja de que toma en cuenta de forma desacoplada la respuesta de flexión y cortante que podría ser inconsistente con observaciones experimentales.



Figura 1.3 Desplazamiento del eje neutro

Asimismo debido a la complejidad del comportamiento después del agrietamiento del fenómeno de cortante se han desarrollado distintas teorías para reproducir la respuesta de distintos sistemas estructurales. Sin embargo la teoría del campo de compresión modificado

tiene una simplicidad y exactitud superior a las teorías desarrolladas en el pasado, contando además con una serie de experimentos que la respaldan (Vecchio y Collins, 1986).

En este estudio se implementa la teoría del campo de compresión modificado para evaluar la resistencia de muros de mampostería sujetos a fuerzas laterales a partir de un modelo analítico simple, capaz de reproducir de forma sencilla el comportamiento de los muros de mampostería confinada con acero de refuerzo. En las siguientes secciones se explica la teoría del campo de compresión modificado, desarrollado para elementos de concreto reforzado, asimismo se da a conocer la justificación de la implementación de la teoría para elementos de mampostería confinada con acero de refuerzo.

## 1.2 Objetivos y alcances del estudio

El objetivo de este trabajo es evaluar la teoría del campo de compresión modificado (TCCM) con el desarrollo de un modelo analítico simple que sea capaz de simular con mayor precision el comportamiento de muros de mampostería confinada con acero de refuerzo sujetos a cargas verticales y horizontales.

Los objetivos intermedios son:

- 1. Calibrar el modelo con propiedades de mampostería utilizada comúnmente en México.
- 2. Comprobar la eficacia del modelo con pruebas realizadas en México para muros de mampostería confinada con acero de refuerzo.
- 3. Analizar la importancia de la resistencia a tensión de la mampostería en el comportamiento global de los muros.
- 4. Comprobar la efectividad de la teoría del campo de compresión modificado para estimar el comportamiento ante momento flexionante y cortante de la mampostería.
- 5. Comparar los resultados obtenidos con muros ensayados en el CENAPRED donde tomaron en cuenta materiales y procedimientos de construcción estándar utilizados en México (Cruz, 2015).

La calibración, comprobación y eficacia del modelo seleccionado para implementar las hipótesis de la TCCM, se evaluará con la comparación de la respuesta global carga lateral-desplazamiento (envolvente) obtenida de muros ensayados en el CENAPRED (Cruz, 2015), en donde gracias a los elementos confinantes y el acero de refuerzo, se logró un patrón de agrietamiento uniforme a lo largo de los muros ensayados en cantiléver bajo cargas verticales y laterales.

La adecuación del modelo de múltiples elementos verticales (MMEV), así como la teoría del campo de compresión modificado (TCCM) son adecuadas para reproducir de forma analítica el comportamiento de los muros mencionados. Sin embargo es necesario estudiar otros casos de los que se pueden mencionar: los muros con diferentes relaciones de aspectos (muros alargados y esbeltos), muros con aperturas (como puertas y ventanas) y muros en donde exista diferente distribución de curvatura a lo largo del muro.

# 2. Teoría del campo de compresión modificado (TCCM)

Los muros de mampostería típicamente son diseñados para solicitaciones combinadas (Figura 2.1 a) de fuerzas axiales (*P*), fuerzas laterales (*V*) y momentos flexionantes (*M*). La combinación de estas solicitaciones da como resultado un estado de esfuerzos y deformaciones complejo en el interior del muro, que depende primordialmente de la posición del punto de interés que se quiera evaluar del muro. Para un estado particular de esfuerzos, la falla por esfuerzos cortantes puede ocurrir de una de las siguientes maneras: una grieta inclinada y escalonada que sigue las juntas de mortero, la formación de una sola grieta inclinada que pasa tanto en las piezas de mampostería como en el mortero, la formación de grietas horizontales siguiendo las juntas de mortero, la formación de múltiples grietas diagonales (falla dúctil), (Aguilar,2001), o el aplastamiento de la mampostería en la zona a compresión. La ocurrencia de un estado de falla a cortante, por lo general también se desarrolla en conjunto con el comportamiento inelástico de los materiales tal como la fluencia del acero de refuerzo horizontal, la apertura de las grietas, así como la posibilidad del aplastamiento o astillamiento de la mampostería.

Las expresiones de diseño en Estados Unidos y en México se han desarrollado suponiendo un fallo a tensión diagonal a lo largo de un plano de agrietamiento a 45°. La consecuencia de esta hipótesis es una estimación poco conservadora de resistencia a corte que ofrece el acero y la mampostería cuando el ángulo  $\theta$  es menor a 45° y estimaciones excesivamente conservadoras cuando el ángulo  $\theta$  es mayor a 45° (Bennett, 2014). El ángulo  $\theta$  representa la orientación de las grietas de cortante con relación a un sistema coordenado x y y, que se escoge de tal manera que el eje x sea paralelo a las juntas horizontales de la mampostería y al acero de refuerzo horizontal (Figura 2.1c).

Para el desarrollo de un modelo analítico que prediga con precisión la resistencia de fuerza cortante de muros de mampostería confinada con acero de refuerzo, es necesario tomar en cuenta las propiedades ortotrópicas de la mampostería cuando está sujeta a estados de esfuerzos biaxiales con diferentes orientaciones de carga con respecto a las juntas horizontales de mortero, pues es ampliamente reconocida la formación de planos de debilidad que ocurren entre las piezas de mampostería donde se encuentra el mortero. También es necesario ir más allá de la hipótesis de un ángulo de fisura fija de 45° y aplicar una metodología racional para estimar la separación de grietas y la transferencia de cortante en las grietas, tomando en cuenta las condiciones locales en las grietas de cortante que contribuyen significativamente a la resistencia ante fuerzas laterales de la mampostería confinada con acero de refuerzo. Además el modelo aplicado debe tomar en cuenta tanto el nivel de momento aplicado y la contribución de la fuerza axial.

La teoría del campo de compresión modificado, que se desarrolló para elementos estructurales de concreto reforzado (RC) establece que los elementos estructurales puedan ser visualizados como un ensamble de elementos simples llamados paneles (Figura 2.1b). Teóricamente si se conoce el comportamiento de estos paneles, el comportamiento de la estructura completa se puede estimar de una forma precisa.



Figura 2.1 Comportamiento de la mampostería reforzada sujeta a fuerzas combinadas: a) muro típico de mampostería confinada y reforzada interiormente sujeto a fuerzas axiales y laterales; b) panel representativo c) esfuerzos principales en el panel

Predecir la respuesta de estos paneles después del agrietamiento no es una tarea fácil, debido a que bajo un estado particular de carga, se puede formar nuevas grietas teniendo en cuenta que las grietas preexistentes pueden ser que se propaguen o que se cierren. La teoría del campo de compresión ha sido desarrollada para elementos sujetos a fuerza cortante, en donde el concreto agrietado es tratado como un nuevo material con sus propias características de esfuerzo-deformación. Equilibrio, compatibilidad y las relaciones de esfuerzo-deformación son formulados en términos de deformaciones promedio en donde se consideran áreas y distancias lo suficientemente grandes para abarcar muchas grietas (Figura 2.3).

En el presente trabajo se adoptan las hipótesis y desarrollo de la TCCM para la creación de un modelo analítico simple que describa el comportamiento de cortante y flexión de la mampostería confinada con acero de refuerzo. El uso de la TCCM para la mampostería confinada reforzada, se considera correcta por las similitudes en el comportamiento señalado para estos dos materiales y se justificará más adelante.

En la siguiente sección se presenta la teoría del campo de compresión modificado desarrollada para elementos de concreto reforzado y se plasman las hipótesis fundamentales para la elaboración del presente trabajo.

## 2.1 Definición del problema

El panel mostrado en la Figura 2.2 representa a una porción pequeña de una estructura de concreto reforzado completa en donde los esfuerzos actuando sobre ella, se pueden considerar uniformes. El acero longitudinal y transversal son ortogonales entre sí y paralelos a los ejes x y y, las cargas aplicadas al elemento en cada uno de sus planos son consideradas uniformes y consisten en esfuerzos axiales  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  y un esfuerzo uniforme cortante  $\tau_{xy}$ . Las deformaciones del elemento se asumen de tal manera que los bordes permanecen rectos y paralelos. La configuración deformada está definida por dos deformaciones normales  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  y una deformación a cortante  $\gamma_{xy}$ .



Figura 2.2 Estado de esfuerzos y deformación del panel

El problema en cuestión es determinar la relación que existe entre los tres esfuerzos  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\tau_{xy}$  y las deformaciones  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  y  $\gamma_{xy}$ . Para solucionar el problema se asumen las siguientes hipótesis.

1. Por cada estado de deformaciones, existe solo un estado de esfuerzos correspondiente, las situaciones en las que la historia de carga es significativa (carga cíclica reversible, cambios de temperatura) no se consideran.

- Los esfuerzos y deformaciones son considerados en términos de valores promedios en donde se toman áreas y distancias lo suficientemente grandes para incluir varias grietas (Figura 2.3). Sin embargo se incluye la influencia de los efectos locales en las grietas en los muros donde se espera que las fallas locales gobiernen la resistencia del sistema.
- 3. El concreto y el acero de refuerzo están perfectamente unidos entre sí.
- 4. El refuerzo longitudinal está uniformemente distribuido en todo el elemento.
- 5. El esfuerzo principal a compresión es paralelo a las grietas y coincide con la dirección de la deformación principal a compresión (Figura 2.2).

Los esfuerzos y deformaciones a tensión son tratados como cantidades positivas mientras que los esfuerzos y deformaciones a compresión son tomados como negativos.

La principal suposición de la teoría del campo de compresión modificado es que la dirección del esfuerzo principal a compresión (paralelo a las grietas) coincide con la dirección de la deformación principal a compresión (Figura 2.2).



Figura 2.3 Deformaciones promedio en el elemento agrietado

Las cinco hipótesis anteriormente mencionadas son extrapoladas a mampostería debido a la similitud en el comportamiento y en el patrón de agrietamiento que se puede observar en pruebas experimentales en muros de mampostería confinada con acero de refuerzo horizontal (Pineda y Alcocer ,2004). Sin embargo es de interés presentar las principales diferencias en el comportamiento de elementos de concreto reforzado y los de mampostería confinada con acero de refuerzo de refuerzo de refuerzo.

De acuerdo con la TCCM, las ecuaciones de compatibilidad y equilibrio se han derivado suponiendo que el concreto es un material isotrópico (que presenta propiedades invariables en todas sus direcciones), sin embargo la teoría del campo de compresión se puede aplicar a los elementos de mampostería teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

1. La construcción de elementos de mampostería es ortotrópica. Esto debido a la estructura interna de la unidad en sí, y de los planos de debilidad que se forman en las juntas entre el mortero y los bloques de mampostería y la interacción entre estos.

- 2. Los muros de mampostería están compuestos de muchos materiales (piezas de mampostería, mortero, acero de refuerzo, castillos y dalas). La interacción entre estos materiales cuando se someten a diferentes tipos de condiciones de carga (por ejemplo compresión pura contra cortante puro) provoca un cambio significativo en el comportamiento de muros de mampostería confinada reforzada comparado con muros de concreto reforzado. Como resultado, los paneles de mampostería tienen diferentes relaciones constitutivas que son altamente dependientes del ángulo de los esfuerzos principales en relación con las juntas donde se encuentra ubicado el mortero.
- 3. Los muros de mampostería confinada y reforzada también difieren en los detalles de construcción limitados por la misma composición ortotrópica de la mampostería en comparación de sus contrapartes muros de concreto reforzado. Esta situación provoca varias diferencias en el detallado y prácticas del armado incluyendo la separación y arreglos del acero de refuerzo.

Sin embargo las observaciones de Aguilar y Alcocer (2001), Pineda y Alcocer (2004), han demostrado mediantes pruebas experimentales que el comportamiento de muros de mampostería confinada con acero de refuerzo tienen un comportamiento parecido a los muros de concreto reforzado, siguiendo un patrón de agrietamiento uniforme a lo largo del muro (Figura 2.4).



Figura 2.4 Estado final de los especímenes ensayados por Aguilar y Alcocer (Aguilar, 2001)

### 2.2 Condiciones de compatibilidad

Habiendo asumido que el acero está anclado a la mampostería, por compatibilidad se presume que cualquier deformación experimentada por la mampostería debe ser exactamente igual a la deformación experimentada en el acero. Cualquier cambio en la deformación de la mampostería, será acompañado por una deformación igual en el acero.

Si se conocen los tres componentes de deformación  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  y  $\gamma_{xy}$ , entonces se pueden conocer las deformaciones en cualquier otra dirección usando geometría. El círculo de Mohr de las deformaciones se muestra en la Figura 2.5, posteriormente se resumen algunas relaciones útiles proveniente de la propia geometría del círculo (ecuaciones 2.1 a 2.5) que se utilizarán para determinar los esfuerzos principales a compresión y a tensión ( $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_1$ ) a partir de deformaciones promedias en los ejes coordenados ( $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\gamma_{xy}$ ). El objetivo principal de estas ecuaciones es calcular el ángulo de inclinación de las grietas  $\theta$ , para poder relacionar las deformaciones principales a compresión y tensión con los esfuerzos principales respectivamente.



Figura 2.5 Círculo de Mohr para deformaciones

$$C_e = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2}$$
 2.1

$$R = \sqrt{\left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2 + (C_e - \varepsilon_y)^2}$$
 2.2

$$\varepsilon_1 = C_e + R \tag{2.3}$$

$$\varepsilon_2 = C_e - R \tag{2.4}$$

$$\tan(2\theta) = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_y - \varepsilon_x}$$
 2.5

Donde

R

 $C_e$  = Centro geométrico del círculo de Mohr de deformaciones

 $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\gamma_{xy}$  = Componentes de deformación promedio en el sistema coordenado x-y

 $\varepsilon_1$  = Deformación principal promedio a tensión de la mampostería

 $\varepsilon_2$  = Deformación principal promedio a compresión de la mampostería

 $\theta$  = Ángulo de inclinación del eje de las deformaciones principales con respecto al sistema coordenado x-y

#### 2.3 Condiciones de equilibrio

De acuerdo con la TCCM el panel del muro esta descrito en términos de un material equivalente homogéneo y ortotrópico, cuyas propiedades como la resistencia a compresión y a tensión fueron obtenidas a partir de pruebas experimentales. Una vez que se forman las grietas, el panel del muro puede ser visto como un conjunto de elementos uniaxiales: puntales de compresión y tensión, paralelos y perpendiculares a las grietas respectivamente, que simulan el comportamiento promedio de la mampostería.

Las condiciones de esfuerzo en el panel (Figura 2.6) se consideran uniformes y se especifican en términos de esfuerzos normales  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y esfuerzos cortantes  $\tau_{xy}$ . Estos componentes de esfuerzos están definidos en un sistema de coordenadas x-y que se elige que coincida con la dirección del acero de refuerzo y las juntas de la mampostería. Los elementos de mampostería y acero se formulan por separado y son conectados por requisitos de compatibilidad (Figura 2.6b y Figura 2.6c).

Se plantean condiciones de equilibrio para que las acciones aplicadas sobre el panel de mampostería confinada con acero de refuerzo (Figura 2.6a) se encuentren balanceadas entre las reacciones en la mampostería (Figura 2.6b) y del acero de refuerzo (Figura 2.6c). Se asume que las barras de acero solo pueden resistir esfuerzos axiales y que el campo de esfuerzos en la mampostería se puede definir en términos de esfuerzos normales, las condiciones de equilibrio pueden ser expresadas por las ecuaciones 2.6 a 2.8. Que serán de utilidad para el cálculo de los esfuerzos en el sistema de coordenadas x-y a partir de los esfuerzos principales a compresión y tensión. En el anexo 1 se muestra el procedimiento desarrollado para la obtención de dichas ecuaciones.

$$\sigma_x = \sigma_1 \sin(\theta)^2 + \sigma_2 \cos(\theta)^2 + \rho_x \sigma_{sx}$$
 2.6

$$\sigma_y = \sigma_1 \cos(\theta)^2 + \sigma_2 \sin(\theta)^2 + \rho_y \sigma_{sy}$$
 2.7

$$\tau_{xy} = -(\sigma_1 - \sigma_2)\sin(\theta)\cos(\theta)$$
 2.8

Donde:

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	=	Componentes de esfuerzo promedio en el sistema coordenado x-y
$\sigma_1$	=	Esfuerzo principal promedio a tensión de la mampostería
$\sigma_2$	=	Esfuerzo principal promedio a compresión de la mampostería
$ ho_x$ , $ ho_y$	=	Cuantía de acero en la dirección $x$ y $y$ respectivamente
$\sigma_{sx}$ , $\sigma_{sy}$	=	Esfuerzo axial promedio en el acero en la dirección $x$ y $y$ respectivamente
θ	=	Ángulo de inclinación del eje de los esfuerzos principales con respecto al sistema coordenado $x$ - $y$



Figura 2.6 a) Panel de mampostería, b) Esfuerzos principales, c) Esfuerzos en el acero

Las condiciones que se muestran en la Figura 2.6 (repetidos en la Figura 2.7b) representan los esfuerzos promedios del panel. Sin embargo se puede prever que en la zona de grietas (Figura 2.7c), habrá variaciones de esfuerzos diferentes a los esfuerzos promedios, ya que en los puntos cercanos a la grieta, el acero de refuerzo está sujeto a un esfuerzo más grande que el que esta embebido en la mampostería debido a la reducción de área que contribuye a la resistencia a corte (es decir que las tensiones en las zonas de grietas no son tomadas por la mampostería agrietada). El incremento de esfuerzo en el acero de refuerzo es representado por el esfuerzo local  $\sigma_{sy}_{cr}$  y  $\sigma_{sx_{cr}}$  (Figura 2.7c). Aunque los esfuerzos principales a tensión no pueden ser transferidos por la mampostería, existe la posibilidad de que los esfuerzos de cortante sean transmitidos a través de los agregados del mortero y las piezas de mampostería que existen a lo largo de la grieta. Este esfuerzo cortante local es definido por  $v_{mi}$ , por otra parte se identifica un esfuerzo normal  $\sigma_{mi}$ . Para conservar el equilibrio del elemento, los esfuerzos promedios que se encuentran en la zona no agrietada, deben de ser iguales con los esfuerzos en la zona agrietada, dando como resultado el equilibrio planteado a continuación (ecuación 2.9 a 2.10).En el Anexo 2 se presenta el desarrollo para la obtención de las ecuaciones 2.9 y 2.10

$$\sigma_{sx}\rho_x\sin(\theta) + \sigma_1\sin(\theta) = \sigma_{sx}\rho_x\sin(\theta) - \sigma_{mi}\sin(\theta) - \nu_{mi}\cos(\theta)$$
 2.9

$$\sigma_{sy}\rho_y\cos(\theta) + \sigma_1\cos(\theta) = \sigma_{sy}{}_{cr}\rho_y\cos(\theta) - \sigma_{mi}\cos(\theta) + \nu_{mi}\sin(\theta)$$
 2.10



Figura 2.7 Efectos locales a lo largo de la grieta del panel agrietado

#### 2.4 Relaciones constitutivas

Las relaciones constitutivas que se ocupan en esté trabajo sirven para relacionar los esfuerzos principales con las deformaciones principales. En la siguiente sección se plasman las relaciones constitutivas utilizadas en el presente estudio tanto de mampostería que servirán para modelar la parte interior del muro, como las del concreto que servirán para modelar los castillos de la mampostería confinada.

#### 2.4.1 Relación constitutiva de la mampostería a compresión

En la práctica, los medios típicos para obtener la resistencia a mampostería a compresión (f'm) son con ensayos a compresión axial sobre ensambles de mampostería llamadas pilas (Figura 2.8a). Estas pruebas se someten a esfuerzos perpendiculares a la junta de mortero en compresión pura ( $\theta = 90^{\circ}$ ), en donde  $\theta$  es el ángulo de inclinación medido desde el eje de referencia x, y que concuerda con las juntas horizontales de mortero, y el esfuerzo principal a compresión que es páralo a la dirección de las grietas. El ángulo  $\theta = 90^{\circ}$  representa una relación de esfuerzos principales de  $\sigma_2/\sigma_1 = -1/0$ . Sin embargo diversos estudios (Bazán, 1980 y Lizárraga, 2013) han demostrado que la resistencia de la mampostería a compresión, varia significativamente dependiendo del ángulo de aplicación de la carga con respecto a las juntas horizontales de mortero. Siguiendo esta analogía se hace uso de la ecuación 2.11 propuesta por Lizárraga (2013) para poder relacionar la resistencia de la mampostería a compresión con el ángulo de inclinación  $\theta$  para ángulos comunes mayores a 45° (Figura 2.8b).

$$\frac{f_m(\theta)}{f_m(90^\circ)} = 4.403 * 10^{-4}\theta^2 + (-4.944 * 10^{-2})\theta + 1.88 \, si \,\theta > 45^\circ$$
 2.11



Figura 2.8 a) Prueba estándar de pilas, b) Pilas ensayadas por Lizárraga (2013) variando la inclinación de las juntas de mortero

Adicionalmente a la ecuación 2.11, se ha observado (Tikalsky, 1995) que la resistencia a compresión de la mampostería de una pila (compresión pura) es distinta a la que se puede observar en los paneles que están sujetos a esfuerzos de tensión adicionales a los de compresión. Estos esfuerzos a tensión provocan una reducción de la capacidad a compresión de la mampostería. Por lo que, para considerar el comportamiento complejo de la reducción de resistencia a compresión por la inclinación de la junta de mortero y por los esfuerzos a tensión que rigen al panel, se adopta una ecuación propuesta por Vecchio y Collins (ecuación 2.12), en donde se introduce el parámetro  $\beta$  (ecuación 2.12) que considera la deformación del ángulo  $\theta$  en la resistencia a compresión de la mampostería. La ecuación 2.12 nos da la resistencia máxima alcanzada por la mampostería como un producto del parámetro  $\beta$  y  $f_m(\theta)$ .

$$\sigma_2 = \beta f_m(\theta) \left[ \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_{co}} - \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right]$$
 2.12

Donde

 $\sigma_2$ ,  $\varepsilon_2$  = Esfuerzo y deformación principales a compresión

 $f_m(\theta)$ 

= Resistencia a compresión axial de la mampostería en función del ángulo de inclinación (ecuación 2.11)

- $\beta$  = Parámetro que considera el esfuerzo principal a tensión en el panel (Figura 2.10) cuya expresión (ecuación 2.13) está basada en las pruebas experimentales de Drysdale y Kattab (1995).
- $\varepsilon_{co}$  = Deformación en donde ocurre la carga máxima a compresión. Se obtiene experimentalmente de pilas de mampostería ensayadas a compresión pura y varía según el tipo de pieza de mampostería utilizada (-0.0015, -0.0018, 0.002, -0.003).

$$\beta = \frac{1}{0.8 - 0.34 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{co}}} \le 1$$
 2.13



Figura 2.9 Comportamiento de la mampostería a compresión para distintos valores de  $\beta$ 



Figura 2.10 Parámetro  $\beta$  que toma en cuenta el esfuerzo principal a tensión en la resistencia de la mampostería a compresión

#### 2.4.2 Relación constitutiva de la mampostería a tensión

Para describir la relación entre el esfuerzo y la deformación a tensión de la mampostería (Figura 2.11) se utiliza un modelo exponencial desarrollado por Gupta y Maestrini (1990). En donde se propone una relación lineal hasta la deformación  $\varepsilon_{cr}$  correspondiente al agrietamiento del panel de mampostería, una vez fisurado el panel, la resistencia de la mampostería a tensión es cero en la zona del elemento agrietado. No obstante, incluso después del agrietamiento la mampostería que se encuentra entre las grietas, que continua en su estado natural, es capaz de contribuir en la resistencia a tensión por lo que se toma en cuenta con la rama descendente de la ecuación 2.15.



Figura 2.11 Comportamiento de la mampostería a tensión

$$\sigma_1 = E_m \varepsilon_1 \qquad \qquad 0 \le \varepsilon_1 \le \varepsilon_{cr} \qquad \qquad 2.14$$

$$\sigma_1 = f_t e^{-C(\varepsilon_1 - \varepsilon_{cr})} \qquad \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr} \qquad 2.15$$

#### Donde

 $\sigma_1, \varepsilon_1$  = Esfuerzo y deformación principales a tensión

- $f_t$  = Resistencia al agrietamiento de la mampostería sujeta a tensión axial  $f_t = 0.05 f_m$  (Shing, 1993)
- $\varepsilon_{cr}$  = Deformación al agrietamiento de la mampostería sujeta a tensión axial  $\varepsilon_{cr} = f_t/E_m$
- C = Parámetro de daño que refleja el efecto de la rigidización a tensión C = 150 (Matsumura, 1988)
- $E_m$  = Módulo de elasticidad de la mampostería

#### 2.4.3 Relación constitutiva para el concreto a compresión

Las relaciones expuestas a continuación sirven para simular el comportamiento del concreto utilizado en los castillos y en las dalas de la mampostería confinada con acero de refuerzo y serán utilizadas para relacionar las deformaciones principales con los esfuerzos principales.

La resistencia a compresión del concreto varia significativamente en los paneles sujetos a esfuerzos biaxiales contra las pruebas estándar en cilindros de concreto que se ensayan con esfuerzos puros de compresión, por lo que se adopta la siguiente expresión (ecuación 2.16) propuesta por Vecchio y Collins que introduce el parámetro  $\beta_c$  (ecuación 2.17) que considera el

reblandecimiento del concreto debido a las deformaciones de tensión  $\varepsilon_1$  que son perpendiculares a la dirección principal de compresión.

$$\sigma_2 = \beta_c f_c \left[ \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_{coc}} - \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{coc}} \right)^2 \right]$$
 2.16

Donde

- $\sigma_2, \varepsilon_2$  = Esfuerzo y deformación principales a compresión
  - $f_c$  = Resistencia a compresión axial del concreto obtenida de ensayes comunes de cilindros de concreto.
  - $\beta_c$  = Parámetro que considera el esfuerzo principal a tensión en el panel cuya expresión (ecuación 2.17) está basada en las pruebas experimentales de Vecchio y Collins (1986) en concreto reforzado
- $\varepsilon_{coc}$  = Deformación en donde ocurre la carga máxima a compresión que se obtiene de las pruebas de cilindro estándar (0.003)

$$\beta_c = \frac{1}{0.8 - 0.34 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{coc}}} \le 1$$
2.17

#### 2.4.4 Relación constitutiva para el concreto a tensión

Para la relación entre el esfuerzo y deformación principal a tensión en el concreto (Figura 2.12), se adopta la siguiente expresión (ecuación 2.18 y 2.19). En donde primeramente por efectos del conglomerante con el agregado, el concreto presenta cierta resistencia a la tensión ( $f_{cr}$ ) incluso en ausencia del acero de refuerzo. Al solicitar al elemento de concreto reforzado a tensión, se advierte inicialmente un comportamiento lineal hasta llegar al agrietamiento (ecuación 2.18). Tras el agrietamiento, el concreto reforzado es capaz de seguir resistiendo tensiones por efecto principalmente de la adherencia entre el acero y el concreto (rigidización a tensión). En el momento del agrietamiento se produce una transferencia de esfuerzos al acero de refuerzo, sin embargo, el concreto ubicado entre las grietas que continúa en su estado no agrietado, es capaz de resistir ciertas tensiones. Estas tensiones son tomadas en cuenta por la rama descendente de la Figura 2.12 (ecuación 2.19).

$$\sigma_1 = E_c \varepsilon_1 \qquad \qquad 0 \le \varepsilon_1 \le \varepsilon_{crc}$$

$$\sigma_1 = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{200\varepsilon_1}} \qquad \varepsilon_1 > \varepsilon_{crc} \qquad 2.19$$

#### Donde

 $\sigma_1, \varepsilon_1$  = Esfuerzo y deformación principales a tensión

 $f_{cr}$  = Resistencia al agrietamiento del concreto (0.33 $\sqrt{f'c}$ )

 $\varepsilon_{crc}$  = Deformación al agrietamiento del concreto  $\varepsilon_{crc} = f_{cr}/E_c$ 

 $E_c$  = Módulo de elasticidad del concreto



Figura 2.12 Comportamiento del concreto a tensión

### 2.4.5 Transferencia de cortante en las grietas

Hasta el momento, solo se han tratado esfuerzos y deformaciones promedias tanto en las propiedades constitutivas de la mampostería como del concreto, en esta sección se toman en cuenta la variación de esfuerzos entre las zonas agrietadas con respecto a las zonas no agrietadas.

Tradicionalmente, los ensayos experimentales están enfocados en evaluar la capacidad de la mampostería agrietada no reforzada para transmitir esfuerzos cortantes a través de las juntas de mortero. Antes y durante el inicio del agrietamiento en la interfaz mortero-pieza, la resistencia a cortante se obtiene a través de una fricción interior generada principalmente por la carga axial normal al plano de deslizamiento (Figura 2.13).



Figura 2.13 Transferencia de cortante debido a la trabazón de los agregados

Este fenómeno es dependiente del nivel de esfuerzo normal que actúa contra la apertura de las grietas. Si el ancho de grietas promedio (*w*) supera el tamaño de los agregados que sobresalen a lo largo de la superficie de grieta (causantes de la fricción), se evita el contacto entre los agregados y por lo tanto, no hay fricción. Se hace notar que la contribución total de la trabazón de los agregados del mortero a lo largo de la superficie de grieta que están compuesto por agregados muy finos, será dominada por la contribución de las piezas de mampostería que están compuestos con tamaño de agregados mayores cuando la grieta penetre indiscriminadamente tanto en las piezas de mampostería como en el mortero.

Sin embargo es nula la información experimental que se tiene acerca del cortante transferido en las grietas y la fricción provocada por la trabazón de diferentes tamaños de agregado (bloques de mampostería, mortero). No obstante Veccio y Collins (1986) dentro de la TCCM utilizaron el trabajo experimental de Walraven (1981) para determinar un límite superior  $(v_{crmax})$  para el máximo cortante que puede ser transmitido a través de una grieta abierta de concreto reforzado  $(v_{ci})$  basado en el tamaño máximo de agregado  $(a_g)$ , el ancho de grieta (w)y la resistencia a compresión del concreto (f'c). La expresión dada por la ecuación 2.20 conservadoramente desprecia la contribución del esfuerzo a compresión normal en la grieta  $(f_{mi})$ .

$$\nu_{ci} \le \nu_{c,max} = \frac{0.18\sqrt{f'c}}{0.31 + \frac{24w}{a_a + 16}}$$
2.20

Para adaptar la ecuación 2.20 en la composición natural de los materiales de los muros de mampostería, se debe considerar la interacción que existe entre las piezas de mampostería y las juntas del mortero. Consecuentemente  $a_g$  puede ser tomado como un promedio grueso de los tamaños de los agregados ( $a_{g,mo} = 2.5mm$  para mortero y  $a_{g,bl} = 5.0mm$  para las piezas de mampostería). La contribución de cada tipo de materiales en la resistencia a cortante, varia con

el tipo de pieza de mampostería seleccionada, el tipo de mortero, el ángulo de inclinación de la grieta con respecto a las juntas horizontales y que cantidad de material pasa a lo largo de la grieta. Por simplicidad se hace uso de un volumen representativo de mampostería para calcular un tamaño de agregado promedio  $(a_{g,av})$  dado por la ecuación 2.21

$$a_{g,av} = \frac{V_{mo}a_{g,mo} + V_{bl}a_{g,bl}}{V_{unit}}$$
 2.21

Donde

 $V_{mo}$  = Volumen del mortero a lo largo de las juntas tanto horizontales como verticales

 $a_{g,mo}$  = Tamaño del agregado del mortero

 $V_{bl}$  = Volumen solido de las piezas de mampostería

- $a_{q,bl}$  = Tamaño del agregado de las piezas de mampostería
- *V<sub>unit</sub>* = Volumen grueso representativo de la mampostería

La resistencia a compresión (f'c) usada en la ecuación 2.20 está originalmente basada en la capacidad a compresión de un cilindro de concreto. Sin embargo, la mampostería está compuesta de diferentes materiales que interactúan entre ellos con diferentes propiedades mecánicas que difieren significativamente del ensamble completo, la discrepancia entre la resistencia del elemento de mampostería y la de los materiales individuales recae en gran manera en forma que la compresión uniaxial se aplica en los ensayos de mampostería, ya que esta está resistida por la mampostería como un material compuesto. Por el contrario, las fuerzas de trabazón que existe en la grieta dependerá de la unión entre los agregados y la base cementante que contengan. Por este motivo, se deben reflejar las propiedades individuales de cada material en lugar del elemento entero de mampostería. En este contexto se propuso (Bennett R. Banting, 2014) que el f'c expresado en la ecuación 2.20 es mejor representado por la media ponderada de la resistencia de los materiales ( $f_{av}$ ) dado por la ecuación 2.22. Para el cálculo de la media ponderada se considera un volumen representativo de mampostería confinada ( $V_{unit}$ ) el cual se puede separar en la porción del volumen representativo del mortero ( $V_{mo}$ ) y la del volumen representativo de las piezas de mampostería ( $V_{bl}$ ).

$$f_{av} = \frac{V_{mo}f_{mo} + V_{bl}f_{bl}}{V_{unit}}$$
 2.22

Donde

 $f_{mo}$  = Resistencia del mortero a compresión

 $f_{bl}$  = Resistencia de la pieza de mampostería a compresión

 $V_{mo}$  = Volumen del mortero a lo largo de las juntas tanto horizontales como verticales

 $V_{bl}$  = Volumen solido de las piezas de mampostería

 $V_{unit}$  = Volumen grueso representativo de la mampostería

Remplazando  $a_{g,av}$  y  $f_{av}$  de las ecuaciones 2.21 y 2.22 por  $a_g$  y f'c' de la ecuación 2.20 se puede obtener una ecuación que exprese un límite superior del cortante que se puede transmitir a través de la trabazón de los agregados (ecuación 2.23).

$$\nu_{mi} \le \nu_{m,max} = \frac{0.18\sqrt{f_{av}}}{0.31 + \frac{24w}{a_{g,av} + 16}}$$
2.23

El termino final que se requiere para la determinación del cortante por la trabazón de los agregados es el ancho de grieta ( $w = s_{\theta} * \varepsilon_1$ ). El espacio promedio entre grietas está definido por  $s_{\theta}$  puede ser estimado con la ecuación 2.24 respaldan Vecchio y Collins (1986).

$$s_{\theta} = \frac{1}{\frac{\sin(\theta)}{s_{yc}} + \frac{\cos(\theta)}{s_{xc}}}$$
 2.24

Donde

- $s_{\theta}$  = Espacio promedio entre grietas medidas perpendicularmente al ángulo de inclinación de las grietas
- $s_{yc}$  = Promedio de espaciamiento vertical
- $s_{xc}$  = Promedio de espaciamiento horizontal

#### 2.4.6 Relaciones constitutivas para el acero

El acero es un material que, ensayado de forma aislada, responde de forma muy semejante a tensión y a compresión. Aunque el comportamiento real en ensayo uniaxial es más complejo, para representar el comportamiento del acero de refuerzo, se asume un modelo bilineal común utilizado en las formulaciones de la TCCM (Figura 2.14). Sin embargo, debido a que el acero de refuerzo está orientado de manera paralela al eje coordenado propuesto, la relación del esfuerzo y deformación del comportamiento del acero se relaciona con las deformaciones en x y en y (Figura 2.2).

$$\sigma_{sx} = \varepsilon_x E_{sx} \qquad \qquad \varepsilon_x \le \varepsilon_{sox} \qquad \qquad 2.25$$

$$\sigma_{sx} = F_x \qquad \qquad \varepsilon_x \le \varepsilon_{sox} \le \varepsilon_{sux} \qquad \qquad 2.26$$

$$\sigma_{sy} = \varepsilon_y E_{sy}$$
  $\varepsilon_y \le \varepsilon_{soy}$  2.27

$$\sigma_{sy} = F_y \qquad \qquad \varepsilon_y \le \varepsilon_{soy} \le \varepsilon_{suy} \qquad \qquad 2.28$$

Donde

- $\sigma_{sx}, \sigma_{sy}$  = Esfuerzo en el acero en compresión o tensión en la dirección de estudio (x, y)
- $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  = Deformación en tensión o compresión en la dirección de estudio (x, y)
- $\varepsilon_{sox}$ ,  $\varepsilon_{soy}$  = Deformación de fluencia del acero en la dirección de estudio x, y (0.0021)
- $\varepsilon_{sux}$ ,  $\varepsilon_{suy}$  = Deformación última del acero en la dirección x, y (0.015)

 $E_{SX}, E_{SY}$  = Módulo de elasticidad del acero

 $F_{\chi}, F_{\gamma}$  = Esfuerzo de fluencia del acero



Figura 2.14 Comportamiento del acero tanto en compresión como en tensión axial

# 3. Modelo de múltiples elementos verticales

Las hipótesis de la TCCM, equilibrio, compatibilidad y relaciones constitutivas de la mampostería anteriormente mencionadas se implementan en un modelo macroscópico de elementos verticales y horizontales (Figura 3.1b) que simulan la respuesta general del muro. Para poder definir la relación entre el desplazamiento causado por flexión y por el desplazamiento por cortante se utiliza un modelo llamado MVLEM (multiple-vertical-line-element-model) desarrollado por Vulcano (1988). En donde se puede modelar a los muros como una pila de subelementos MVLEM (*m*) que se colocan uno sobre otro.



Figura 3.1 a) Muro de mampostería b) Modelo del muro usando MVLEM

Cada ensamble genérico de MVLEM (Figura 3.2) está compuesto de una serie de elementos unidimensionales verticales que en conjunto simulan la respuesta a flexión y axial del modelo, estos elementos están conectado a vigas rígidas tanto en la parte superior como en la inferior: los dos elementos axiales que se encuentran en los extremos  $(k_{y1}, k_{yn})$  representan la rigidez axial y a flexión de los castillos que confinan a la mampostería, mientras que los elementos intermedios  $(k_{y2}, ..., k_{yn-1})$  representan la rigidez axial y a flexión de la mampostería, que se encuentra en el panel central. El número de elementos axiales puede ser incrementado para una descripción más detallada de la sección del muro analizada.



Figura 3.2 Modelo de múltiples elementos verticales (MVLEM)

Para considerar la rigidez axial en dirección horizontal, al modelo antes mencionado (Figura 3.2) se le agrega un elemento con rigidez  $K_{xi}$  unido de igual manera a vigas rígidas discretizando el muro como se muestra en la Figura 3.3. Un solo ensamble de MVLEM contiene seis grados de libertad (*GDL*) correspondientes a dos de traslación y uno de rotación. En los casos en donde se modele el muro con un solo ensamble de MVLEM (m = 1) se tendrían tres grados de libertad para considerar las deformaciones axiales verticales (v), las deformaciones axiales horizontales (u) y las rotaciones en la parte superior del elemento ( $\phi$ ). Así mismo si se consideran más ensambles de MVLEM el número de *GDL* del modelo se incrementa, del modo que para muros empotrados en la base con m = 2 existen 6 *GDL*, con m=4 corresponden 12 *GDL*. Para centrar la atención en la aplicabilidad de la TCCM se utiliza solo un ensamble de elementos (m = 1) obteniendo un sistema con 3 *GDL* 



Figura 3.3 Modelo utilizado en el estudio

Cada uno de los elementos verticales es analizado individualmente, aunque las condiciones de compatibilidad y equilibrio se deben de cumplir en el muro completo.

En la formulación del modelo se hicieron las siguientes consideraciones:

- 1. Se asumen que existen condiciones de esfuerzos y deformación uniformes en cada elemento.
- 2. La teoría de campo de compresión modificado (Modified Compression Field Theory, MCFT) rige la compatibilidad y el equilibrio de cada elemento.
- 3. Se cumple la hipótesis de Bernoulli- Navier en donde la distribución de deformaciones longitudinales es lineal a lo largo de la sección transversal del muro.
- Se consideran únicamente las deformaciones causadas por flexión, cortante y la deformación por carga axial (Figura 3.4), despreciando cualquier otra deformación adicional causada por algún otro mecanismo (Figura 1.1).



Figura 3.4 a) Deformación total, b) Deformación por flexión, c) Deformación por cortante

La rotación relativa entre la parte superior y la inferior del muro ocurre alrededor de un punto localizado en el eje centroidal del elemento a una altura c \* h. Las rotaciones y los desplazamientos transversales causados por flexión son calculados con base en la curvatura del muro, derivada del momento flexionante y de las propiedades de los materiales (Figura 3.5). Los desplazamientos causados por cortante no dependen del valor de c.

El valor de c se basa en la distribución de curvatura esperada del muro a lo largo de la altura h. Por ejemplo, en los casos de muros de concreto reforzado, si la curvatura a lo largo de la altura del elemento es constante, el valor de c = 0.5 da una exactitud razonable para el cálculo de desplazamientos laterales tanto en el rango elástico como en el inelástico (Vulcano, 1988). En el caso de distribuciones triangulares de momento flexionante, el valor de c = 0.5 sigue dando buenas aproximaciones en el rango lineal, pero subestima los desplazamientos en el comportamiento no lineal. Este problema puede ser resuelto "apilando" más elementos (*m*) que conlleva a un menor gradiente de momento (Fischinger, 1992) especialmente en las regiones en donde se espera deformaciones no lineales. En el rango inelástico el problema es aún más crítico debido a que incluso pequeños gradientes de momento pueden causar grandes distribuciones de curvatura. Consecuentemente se deben de utilizar valores pequeños de *c* (Vulcano, 1988) para tomar en cuenta la distribución no lineal de curvatura a lo largo de la altura del muro. El aumento del número (*m*) de MVLEM en las zonas en zonas en donde se tenga una distribución de momentos triangular y se esperen deformaciones no lineales (por ejemplo, los muros del primer nivel en estructuras a base de muros) resulta en reducir la variación del momento y la curvatura a lo largo del muro restándole influencia al parámetro *c* en la respuesta del muro.



Figura 3.5 Rotaciones y desplazamientos debidos a la flexión

Geométricamente el centro de rotación es el punto para el que el desplazamiento por flexión transversal del elemento, es equivalente al desplazamiento asociado al desplazamiento del cuerpo rígido resultante de una rotación que el elemento sufre en el centro de rotación. En consecuencia, el centro de la distribución de curvatura se encuentra a una distancia c \* h como se muestra en la Figura 3.6 y se demuestra en las ecuaciones 3.1 a 3.4

$$\Delta \delta_{fl} = \int_0^h \omega x' dx' = -\int_h^0 \omega (h-x) dx = h \int_0^h \omega dx - \int_0^h \omega x dx$$
 3.1

$$\Delta \phi = \int_{0}^{h} \omega dx$$
 3.2

$$ch = \frac{\int \omega x dx}{\int \omega dx} = \frac{h\Delta \phi - \Delta \delta_{fl}}{\Delta \phi} = h - \frac{\Delta \delta_{fl}}{\Delta \phi}$$
3.3

$$\Delta \delta_{fl} = h(1-c)\Delta \phi \tag{3.4}$$

31



Figura 3.6 Centro de rotación

El valor de c está basado en la distribución de curvatura esperada a lo largo de la altura del elemento (h) como se, mencionó con anterioridad. Por ejemplo, para muros en donde el signo de la curvatura no cambia a lo largo de la altura del muro, la siguiente expresión (ecuación 3.1) se puede utilizar para el cálculo del parámetro c (Colotti, 1993).

$$c = \frac{a+2}{3(a+1)}, (0 \le c \le 1)$$
3.1

Donde  $a = \frac{M_b}{M_t}$  con  $M_b$  y  $M_t$ , momento en la base y el momento en la cara superior respectivamente. Para muros con rotación libre en la parte superior, el valor de c derivado de la ecuación 3.1 se toma como límite superior, mientras que el valor de c = 0 puede ser tomado como límite inferior en el caso donde se considera que la articulación plástica ocurre en la base del muro. Al contrario, para muros en donde se tienen restricciones al giro en su parte superior, la ecuación 3.1 no es válida y se recomienda modelar al muro con más elementos (m) apilados uno arriba de otro (Fischinger, 1992) para restarle influencia al parámetro c o para aproximaciones menos precisas se puede considerar c = 1 para despreciar el desplazamiento a flexión Figura 3.7a y que solo el desplazamiento debido a cortante contribuya con el desplazamiento total del muro.

El valor de *c* es de importancia en el rango no lineal en donde se esperan grandes distribuciones de curvatura con pequeños cambios en momento flexionante. En consecuencia valores pequeños de *c* deben ser usados para tomar en cuenta la distribución no lineal de la curvatura a lo largo de la altura del muro.

Para especímenes en donde el momento en la parte superior del muro es cero se usa un valor de c = 1/3 basado en la respuesta de modelos experimentales (Vulcano, 1988).

Asimismo se estima el desplazamiento total del muro ( $\delta$ ) como la suma del desplazamiento provocado por la flexión ( $\delta_{fl}$ ), más el desplazamiento provocado por el cortante ( $\delta_{sh}$ ) derivando en la siguiente relación (ecuación 3.2):
$$\delta = \delta_{fl} + \delta_{sh} = \phi(1 - c)h + \gamma_{xy}h$$
3.2

Donde:

- $\delta$  = Desplazamiento total del muro (Figura 3.7a).
- $\delta_{fl}$  = Componte de desplazamiento provocado por la flexión (Figura 3.7b).
- $\delta_{fl}$  = Componente de desplazamiento provocado por cortante (Figura 3.7c).
- $\gamma_{xy}$  = Distorsión media de cortante
- $\phi$  = Rotación a flexión



Figura 3.7 Mecanismo de deformación del muro

Desde el punto de vista mecánico, cada uno de los subelementos de modelo de múltiples elementos verticales se puede representar como:

- a) Una serie de elementos axiales, cada uno con rigidez axial  $K_{y,i}$  y un resorte horizontal posicionado a una altura c \* h (Figura 3.8), con rigidez  $K_H$ . Los elementos verticales describen globalmente la rigidez axial y a flexión del elemento en la dirección vertical, mientras que el resorte horizontal describe la rigidez a cortante.
- b) Un elemento horizontal, con rigidez  $K_x$ , el cual describe a la rigidez axial del muro en dirección horizontal (Figura 3.8).



Figura 3.8 Componentes de rigidez del muro

En la Figura 3.9 se muestran los componentes de desplazamientos para el muro, dado un desplazamiento total  $\delta$  y estimando los demás componentes de desplazamiento  $u, v, \phi$ . Las deformaciones promedio en cada uno de los elementos verticales y horizontales se pueden evaluar cómo sigue (ecuaciones 3.3 a 3.6):

$$\varepsilon_{y,i} = \frac{1}{h} (\nu - \phi x_i) \tag{3.3}$$

$$\varepsilon_{\chi} = \frac{u}{l}$$
 3.4

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta}{h} - \phi(1 - c)$$
3.5

$$\tan(2\theta) = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_{y,i} - \varepsilon_x}$$
 3.6



Figura 3.9 Componentes de desplazamiento

A partir de las deformaciones promedias de cada uno de los elementos verticales y horizontales, se estiman las deformaciones principales  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  y los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  de acuerdo con las formulaciones descritas anteriormente en la TCCM. Finalmente se evalúan los esfuerzos  $\sigma_{x,i}$  y  $\sigma_{y,i}$  en el sistema coordenado x, y y se comprueba el equilibrio general del muro con las siguientes condiciones de equilibrio (ecuaciones 3.7-3.10):

$$\sum_{i=1}^{n} K_{y,i} * h * \varepsilon_{y,i} = N$$
3.7

$$K_{H} * (h * \gamma_{xy}) * (1 - c) * h - \sum_{i=1}^{n} K_{y,i} * h * \varepsilon_{y,i} * x_{i} = M$$
3.8

$$\sum_{i=1}^{n} K_{x,i} * l * \varepsilon_{x} = 0$$

$$3.9$$

$$K_H * h * \gamma_{xy} = V \tag{3.10}$$

En donde

$$K_H = \frac{\chi \sum_{i=1}^n A_{y,i} * \tau_{xy,i}}{h \gamma_{xy}}$$
3.11

$$K_{x,i} = \frac{1}{l} * \frac{A_{x,i} \sigma_{x_i}}{\varepsilon_x}$$
3.12

$$K_{y,i} = \frac{1}{h} * \frac{A_{y,i} * \sigma_{y,i}}{\varepsilon_{y,i}}$$

$$3.13$$

En donde

N, M, V = Fuerzas aplicadas en la sección

- $A_{x,i}, A_{y,i}$  = Área de la sección transversal de cada elemento *i* en dirección *x* y *y* con relación al eje centroidal del muro
  - *X* = Factor de área efectiva de cortante
  - *n* = Número de elementos verticales

Si se sustituyen las ecuaciones 3.11,3.12,3.13 en las ecuaciones 3.7,3.8,3.9,3.10 se obtiene:

$$\sum_{i=i}^{n} A_{y,i} * \sigma_{y,i} = N$$
3.14

$$\sum_{i=1}^{n} A_{y,i} * \left[ \chi * \tau_{xy,i} * (1-c)h - x_i * \sigma_{y,i} \right] = M$$
3.15

$$\sum_{i=1}^{n} \chi * A_{y,i} * \tau_{xy,i} = V$$
3.16

# 4. Estrategia de solución

Para el análisis de los muros de mampostería confinada con acero de refuerzo se siguieron dos analogías. En la primera se consideraron únicamente esfuerzos y deformaciones promedios (áreas y distancias lo suficientemente grandes para abarcar varias grietas) despreciando los efectos locales que se presentan en las grietas. Este procedimiento fue utilizado para analizar muros que presentaron una falla dominada por el mecanismo de tensión diagonal con un patrón de fallas distribuidas uniformemente (falla deseada). Por otro lado, la segunda analogía se utiliza para poder considerar la reducción en la resistencia de los muros que tienen una cuantía elevada (generalmente mayores al 0.2%), que aunque tienen más acero distribuido horizontalmente en las juntas de las piezas de mampostería, se ha observado que la resistencia máxima alcanzada por los muros con esta característica es menor a los muros que tienen las mismas condiciones de geometría, carga y propiedades mecánicas pero menos cuantía de acero horizontal (Cruz,2015).

Para los dos procedimientos, basándose en la teoría del campo de compresión modificado, los esfuerzos de compresión que son tomados por la mampostería y por los castillos ( $\sigma_2$ ) son determinados por las ecuaciones (2.12 y 2.16).

Para el primer caso en donde se desprecian los efectos locales a lo largo de las superficies de las grietas, el esfuerzo principal a tensión ( $\sigma_1$ ) se calcula con las ecuaciones 2.14 y 2.15, y para el segundo procedimiento se anexaron las siguientes consideraciones que toman en cuenta el cortante y la trabazón de los agregados a lo largo de la superficie de las grietas:

Una vez que empieza el agrietamiento, el efecto de la rigidización a tensión en la mampostería debe ser considerado (parte descendente del comportamiento a tensión). Sin embargo, el esfuerzo principal a tensión ( $\sigma_1$ ) estará limitado por las condiciones de esfuerzo locales en la superficie de las grietas (ecuaciones 2.9, 2.10, 4.1 y 4.3). Las condiciones locales están gobernadas por la "cantidad de resistencia de reserva" en el acero de refuerzo que cruzan a las grietas (es decir, que tan cerca están de su esfuerzo de fluencia). Para el instante en donde el esfuerzo promedio en el acero de refuerzo que está embebido en la mampostería no agrietada todavía está dentro de su rango elástico, se tendrá una resistencia de reserva significativa en la grieta para compensar la reducción brusca del área transversal. La cantidad de esta capacidad de reserva dependerá de un número de factores, como el ángulo de inclinación  $\theta$  y la cantidad de acero de refuerzo, tal que las ecuaciones 2.14 y 2.15 gobernarán el esfuerzo principal a tensión. Sin embargo, cuando el acero incrustado en la mampostería se acerca a su límite de fluencia, la resistencia de reserva puede ser gobernada por un valor limitado de ( $\sigma_1$ ). Para determinar este límite, se asume que  $\sigma_{sx,cr} = F_x$  y  $\sigma_{sy,cr} = F_y$  donde  $F_x$  y  $F_y$  son los esfuerzos de fluencia de los aceros en la dirección x y y respectivamente y se sustituye en las ecuaciones 2.9 y 2.10 (y de forma conservadora se asume que  $\sigma_{mi} = 0$ ) resultando (ecuaciones 4.1 y 4.2):

$$\sigma_1 \le (F_x - \sigma_{sx})\rho_x - \frac{\nu_{mi}}{\tan(\theta)}$$

$$4.1$$

$$\sigma_1 \le (F_y - \sigma_{sy})\rho_y + \nu_{mi}\tan(\theta)$$
4.2

Alternativamente si el ancho de grieta w, es muy pequeño; el valor de  $v_{mi}$  es muy grande pero existe una capacidad de reserva reducida. Si se sustituye la ecuación 4.2 en la ecuación 4.1 también se tiene el límite siguiente (ecuación 4.3):

$$\sigma_1 \le (F_x - \sigma_{sx})\rho_x \sin^2(\theta) + (F_y - \sigma_{sy})\rho_y \cos^2(\theta)$$

$$4.3$$

Finalmente se necesita para la obtención del equilibrio el cortante transferido por la trabazón de los agregados que se puede determinar sustituyendo la ecuación 4.1 en la ecuación 4.2 y resolviendo para  $v_{mi}$  sujeto al límite  $v_{m,max}$  (ecuación 2.23).

$$\nu_{mi} = \frac{\left| (F_x - \sigma_{sx})\rho_x - (F_y - \sigma_{sy})\rho_y \right|}{(\tan(\theta) + \frac{1}{\tan(\theta)})} < \nu_{m,max}$$

$$4.4$$

En conclusión, el esfuerzo principal a tensión  $\sigma_1$  es el valor mínimo de las ecuaciones 2.14,2.15 y 4.1-4.3.

Por otro lado, para poder tomar en cuenta los efectos locales (ecuación 2.23) se necesita el espaciamiento promedio vertical y horizontal de las grietas ( $s_{yc}$ ,  $s_{xc}$ ) del macroelemento, los cuales pueden reflejar de forma anticipada el comportamiento global del muro. No obstante, se tiene que hacer una distinción entre los muros en los que predominan las deformaciones a flexión contra los muros en donde predominan las deformaciones a corte.

En general, las paredes en cantiléver que se espera que se comporten predominantemente a flexión, es decir  $h_{eff}/L > 1.0$  en donde  $h_{eff}$  es la altura efectiva del muro y L la longitud del muro, se le pueden asignar un parámetro de espaciamiento promedio de grieta vertical igual a la separación que existe entre las barras de acero de refuerzo vertical  $s_y = s_{yc}$ , en este tipo de muros, el refuerzo vertical acarrean mayores esfuerzos que el acero horizontal. Por el contrario, los muros en cantiléver cuadrados en donde se anticipa un comportamiento predominante a cortante (es decir  $h/l \le 1.0$ ), así como los muros sujetos a doble curvatura, es de esperarse que el acero de refuerzo horizontal tenga grandes esfuerzos. En estos muros, la orientación de las grietas verticales se espera que se formen en planos de debilidad creados por el espaciamiento del acero de refuerzo vertical ( $s_y$ ) así como las juntas verticales en donde los sobre esfuerzos en el acero horizontal ( $s_{xj}$ ) pueden causar grietas. Para consolidar este efecto el parámetro de espaciamiento de grietas puede ser tomado como el promedio entre la contribución de los dos planos de debilidad ( $s_{vc} = (s_v + s_{xj})/2$ ).

En cuanto al parámetro de separación de grieta horizontal ( $s_{xc}$ ), se hace una distinción similar de acuerdo con el tipo de comportamiento esperado del muro. Los muros en cantiléver que se esperan tengan un comportamiento predominante a flexión (es decir  $h_{eff}/L > 1$ ) se les asigna un parámetro de espaciamiento de grieta horizontal igual a la separación del acero de refuerzo horizontal tal que  $s_{xc} = s_x$ . Del mismo modo en muros en cantiléver cuadrados ( $h_{eff}/L \le 1$ ), así como los muros sujetos a doble curvatura, se les asigna igual un parámetro de espaciamiento horizontal promedio igual a  $s_{xc} = s_x$ . Para efecto del estudio de ambos procedimientos se considera en el modelo únicamente las deformaciones dentro del muro a partir de los 3 grados de libertad  $(u, v, \phi)$ , es decir que solo se considera un ensamble de MVLEM (m = 1) empotrado en su parte inferior (Figura 3.8). Suponiendo que la deformación por esfuerzo cortante es uniforme a lo largo de la sección y que las secciones planas permanecen planas, la deformación axial  $(\varepsilon_y)$  se calcula para cada elemento vertical y la distorsión por cortante se calcula para el muro completo  $(\gamma_{xy})$  basándose en los grados de libertad prescritos en la etapa de análisis actual.

Las ecuaciones descritas anteriormente gobiernan el comportamiento global del muro de mampostería confinada con acero de refuerzo sujeto a cargas externas. La solución de estas ecuaciones nos da como resultado el estado de carga-deformación del muro bajo incrementos monotónicos de carga lateral o desplazamientos. El problema radica en la naturaleza no lineal del sistema de ecuaciones, para el cual se adopta el método iterativo de Newton-Raphson implementado la siguiente estrategia de solución:

- 1. Seleccionar un valor de  $\delta$
- 2. Estimar los desplazamientos  $u, v, \phi$
- 3. Se calculan los valores promedio de deformación  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\gamma_{xy}$  con las ecuaciones 3.3,3.4 y 3.5
- 4. Se calcula en ángulo de inclinación  $\theta$  con la ecuación 3.6
- 5. Se calculan las deformaciones principales a tensión y a compresión  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  con las ecuaciones 2.1-2.4
- 6. Se calcula los esfuerzos en el acero  $\sigma_{sx}$ ,  $\sigma_{sy}$  con las ecuaciones 2.25 o 2.26
- 7. Se calcula el esfuerzo principal a compresión ya sea del concreto de los castillos o de la mampostería  $\sigma_2$  con las ecuaciones 2.12 o 2.16
- 8. Se calcula el esfuerzo principal a tensión ya sea del concreto de los castillos o de la mampostería  $\sigma_1$  con las ecuaciones 2.18-2.19 para los castillos, con las ecuaciones 2.14 y 2.15 para el procedimiento en donde no se consideran las fallas locales o el mínimo valor de las ecuaciones 2.14,2.15 y 4.1-4.3 para donde se deben de considerar los efectos locales en la mampostería.
- 9. Se comprueba el equilibrio con las ecuaciones 3.14-3.16
- 10. Si no se cumple el equilibrio se varían los desplazamientos  $u, v, \phi$  y se regresa al paso 3
- 11. Se calcula el valor de la fuerza cortante resultante V con la ecuación 3.16
- 12. Se selecciona el siguiente valor de  $\delta$  y se repiten los pasos 2-11

Para variar los desplazamientos  $u, v, \phi$  necesarios para el procedimiento, se utiliza el esquema iterativo de Newton-Raphson:

$$s^{j+1} = s^j - W * r^j$$
 4.5

En donde *j* está referido al número de ciclo en donde se encuentra la iteración,  $s = [u, v, \phi]^T$  es el vector de desplazamientos que se varía y el vector *r* es el vector residual de fuerzas que está definido como:

$$r = \binom{r_1}{r_2}_{r_3} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n A_{y,i} \sigma_{y,i} - N \\ \sum_{i=1}^n A_{y,i} [\chi \tau_{xy} (1-c)h - x_i \sigma_{y,i}] - M \\ \sum_{i=1}^n A_{x,i} \sigma_{x,i} \end{bmatrix}$$
4.6

Y W está definido por el Jacobiano del vector r:

$$W = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial u} & \frac{\partial r_1}{\partial v} & \frac{\partial r_1}{\partial \phi} \\ \frac{\partial r_2}{\partial u} & \frac{\partial r_2}{\partial v} & \frac{\partial r_2}{\partial \phi} \\ \frac{\partial r_3}{\partial u} & \frac{\partial r_3}{\partial v} & \frac{\partial r_3}{\partial \phi} \end{bmatrix}$$

$$4.7$$

El proceso iterativo se detiene hasta que el vector de fuerzas residual r sea tan pequeño como una tolerancia especificada  $(1x10^{-4})$ , por lo general, se requieren del orden de dos iteraciones para la convergencia a ceros del vector residual. En la Figura 4.1 se muestra de manera ilustrativa el procedimiento por cada elemento vertical a seguir en ambas analogías para la obtención del equilibrio interno del modelo, en donde se tiene en primera instancia el panel del muro deformado en función de sus componentes  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  y  $\gamma_{xy}$  las cuales se calcularon con las ecuaciones 3.3, 3.4 y 3.5, a partir de estos componentes de deformación, se calculan las deformaciones principales del panel  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  así como el ángulo  $\theta$ , una vez que se obtiene el ángulo de inclinación, se pueden relacionar los componentes de deformaciones principales con los de esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  haciendo uso de las propiedades constitutivas de los materiales, ya que se tienen los esfuerzos principales, se estima el equilibrio del panel en el eje coordenado x, y y se le suman las componentes de esfuerzo del acero por compatibilidad de deformaciones.



Figura 4.1 Procedimiento a seguir para el equilibrio interno del muro en ambas analogías

Se expone a continuación el diagrama de flujo para los muros en donde no se considera la falla local (Figura 4.2) y el diagrama de flujo para los muros en donde si se consideran los efectos locales (Figura 4.3), para la solución numérica a detalle de los muros de mampostería con acero de refuerzo. Dichos diagramas son la base para la programación del algoritmo en cualquier paquete de programación.

En el primer paso de los algoritmos, se escoge un desplazamiento total  $\delta$  con el cual se inicia el proceso iterativo, en todos los muros se parte de un desplazamiento de  $\delta = 0.1 \ mm$  y se va aumentando con una tasa de aumento igual a  $\Delta\delta = 0.005$  hasta llegar al desplazamiento deseado para cada muro. Para la primera estimación de los desplazamientos  $u, v, \phi$  se eligen dos puntos que estén muy cercanos entre si y cercanos a cero (ej.  $s_i = [0.001, -0.1, 1 * 10^{-6}]$ y  $s_k = [0.0009, -0.9, 0.9 * 10^{-6}])$ , luego se sigue el procedimiento plasmado en la sección anterior o en los diagramas de flujo hasta llegar al equilibrio del muro (paso 9), si el equilibrio no se cumple se varia el vector s con ayuda del Jacobiano. Para el cálculo del Jacobiano se debe de calcular las derivadas parciales del vector r (ecuación 4.6) para lo cual se tiene que repetir todo el procedimiento (desde el paso 2) tomando en cuenta cuanto varia el vector r con respecto a los componentes del vector s (es decir  $u, v, \phi$ ), por ejemplo, para la obtención de la variación con respecto a los desplazamientos se tomara como la diferencia que existe entre los dos puntos propuestos ( $\Delta_s = [0.001, -0.1, 1 * 10^{-6}] - [0.0009, -0.09, 0.9 * 10^{-6}]$ ). Si se quiere obtener  $\frac{\partial r_1}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial r_2}{\partial u}$ ,  $\frac{\partial r_3}{\partial u}$  se tendrá que repetir los pasos 3 al 9 con la variación del componente de desplazamiento u con respecto a r ( $\Delta_u = 0.001 - 0.0009$ ) traducido en un incremento del componente u, es decir  $u_2 = u + \Delta_u$  dejando fijos v y  $\phi$  (-0.1,1 \* 10<sup>-6</sup>). De igual manera para los componentes  $\frac{\partial r_1}{\partial v}, \frac{\partial r_2}{\partial v}, \frac{\partial r_3}{\partial v}$  se repiten los pasos 3 al 9 dejando fijos los desplazamientos u y  $\phi$  (0.001,1 \* 10<sup>-6</sup>) y el desplazamiento v tomará el valor de  $v_2 = \Delta_v + v$ donde  $\Delta_v = (-0.1 - (-0.09))$ . Lo mismo sucede con  $\frac{\partial r_1}{\partial \phi}, \frac{\partial r_2}{\partial \phi}, \frac{\partial r_3}{\partial \phi}$  dejando fijo los valores de uy v (0.001, -0.1) y realizando los pasos 3 al 9 sumándole a  $\phi$  el incremento respectivo de  $\Delta_{\phi}$  =  $1 * 10^{-6} - 0.9 * 10^{-6}$ .



Figura 4.2 Diagrama de flujo para la solución numérica sin considerar efectos locales



Figura 4.3 Diagrama de flujo para la solución numérica considerando efectos locales

Una vez que se tiene el Jacobiano, se obtiene el nuevo vector de desplazamientos s utilizando el esquema iterativo de Newton-Raphson  $s^{j+1} = s^j - W * r^j$  y se repite el proceso ahora tomando el vector  $s_j$  al nuevo vector procedente de la ecuación 4.5 y al vector  $s_k$  al antiguo vector  $s_j$ , repitiendo todos los pasos hasta que se cumpla el equilibrio reflejado en el vector r.

En conclusión, para cada iteración se realiza 4 veces el proceso del diagrama de flujo para la obtención de todos los parámetros necesarios para el esquema de iteración como se muestra en la Tabla 4.1.

Caso	Parámetros	Resultado
1	u, v, φ	$r = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}$
2	$u=u+\Delta_u$ , v, $\phi$	$\frac{\partial r}{\partial u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial u} \\ \frac{\partial r_2}{\partial u} \\ \frac{\partial r_3}{\partial u} \end{pmatrix}$
3	$u,v=v+\Delta_v,\phi$	$\frac{\partial r}{\partial v} = \begin{pmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial v} \\ \frac{\partial r_2}{\partial v} \\ \frac{\partial r_3}{\partial v} \end{pmatrix}$
4	$u, v, \phi = \phi + \Delta_{\phi}$	$\frac{\partial r}{\partial \phi} = \begin{pmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial \phi} \\ \frac{\partial r_2}{\partial \phi} \\ \frac{\partial r_3}{\partial \phi} \end{pmatrix}$

Tabla 4.1 Obtención de los parámetros para el esquema iterativo

Cuando se cumpla el equilibrio o que el vector r sea menor a una tolerancia especifica (0.001) para el desplazamiento total elegido ( $\delta$ ), se pasa al siguiente desplazamiento cercano ( $\delta_2$ ) y se repite todo el proceso hasta llegar nuevamente al equilibrio. Este procedimiento se repite hasta llegar al desplazamiento deseado ( $\delta_n$ ).

# 5 Casos analizados

Para ilustrar la aplicabilidad y comprobar la fiabilidad del modelo adoptado para muros de mampostería confinada con acero de refuerzo, se analizaron distintos muros (Cruz, 2015) probados en el Centro Nacional de Prevención de Desastres en el Distrito Federal. El estudio experimental constó de 5 muros de mampostería confinada con piezas industrializadas de block de concreto que fueron probados en el laboratorio de Estructuras Grandes del CENAPRED ante cargas cíclicas laterales, donde la principal variable analizada fue la cuantía de acero de refuerzo horizontal ubicado en las juntas horizontales de los muros y con cuantía vertical nula en la mampostería. El objetivo principal de ese estudio fue conocer el comportamiento del refuerzo horizontal y su eficiencia ante cargas laterales en muros de mampostería confinada.



Figura 5.1 Pieza de block seleccionada

Los muros tienen una relación de aspecto igual a 1 con medidas de  $2.5 \times 2.5$  metros con 12 centímetros de espesor. Para las piezas de mampostería se utilizaron piezas liso multiperforada de concreto con 12 celdas (Figura 5.1) con dimensiones nominales de  $11.9 \times 11.9 \times 24$  centímetros. Las dimensiones de los castillos fueron de  $15 \times 12$  y de la dala  $25 \times 12$  centímetros.

El mortero en las juntas se utilizó una relación cemento: cal: arena de 1:1/4:4 para que sea considerado como un mortero tipo I según el reglamento de construcciones para el Distrito Federal 2004. El concreto que se utilizó en los catillos y la dala tiene una resistencia de diseño a compresión de  $f'c = 350kg/cm^2$ , limitando la aparición del mecanismo de falla debido a la flexión.



Figura 5.2 Dimensiones de los muros analizados

Para el refuerzo de los castillos se utilizaron 4 barras del #6 y como refuerzo transversal, estribos del #2 cada 7 cm en los extremos y a cada 18 en la parte interna de la sección de los castillos con límite de fluencia  $F_y = 4200 \ kg/cm^2$ . El refuerzo horizontal que se ocupó en cada muro se muestra en la Tabla 5.1, y los muros no cuentan con acero en dirección vertical en su interior ( $\rho_y = 0$ ).

Madala	2	o F Varillas		Separación	
Wodelo	$\rho_h$	$p_{h}r_{y}$	Variilas	hiladas	cm
	0.0385%				
MB-1		2.31	1 x 5/32" (0.12 cm)	2	26
	0.1026%				
MB-2		6.15	1/4" (0.32 cm)	2	26
	0.1538%				
MB-3		7.88	2 x 3/16"+ 5/32" (0.48 cm)	2	26
	0.2628%	12.24		2	26
IVIB-5		12.31	2 x 1/4" + 3/16" (0.82 cm)	2	26

Tabla 5.1 Características del refuerzo horizontal de los muros analizados

Los muros fueron ensayados en voladizo, con un esfuerzo constante en la parte superior del muro de 4.7  $kg/cm^2$  que simulaba la carga axial.

La investigación completa (Cruz, 2015) abarca también pruebas de muretes y pilas de mampostería, prueba de piezas aisladas de block, cilindros de concreto y de mortero, así como pruebas de varillas aisladas cargadas axialmente, tanto para al acero embebido en el concreto como para el que va colocado en las juntas de la mampostería. Las propiedades de los materiales que componen los muros de mampostería confinados con acero de refuerzo que nos concierne son: La resistencia a compresión de la mampostería y del concreto ( $f_m(90), f'_c$ ), el módulo de elasticidad de la mampostería y del concreto ( $E_m, E_c$ ), la deformación unitaria al agrietamiento

tanto del concreto como de la mampostería a tensión y a compresión ( $\varepsilon_{cr}$ ,  $\varepsilon_{crc}$ ), la deformación unitaria donde se aprecia la carga máxima en compresión tanto de la mampostería como del concreto ( $\varepsilon_{co}$ ,  $\varepsilon_{coc}$ ), la resistencia promedio de los agregados de la mampostería ( $f_{bl}$ ,  $f_{mo}$ ), así como los detalles de las propiedades del acero de refuerzo que se utiliza en los castillos y la dala como en el interior de la mampostería ( $F_{yy}$ ,  $F_{yx}$ ,  $E_s$ ).

Las propiedades mecánicas y geométricas de la mampostería, del concreto y del acero, necesarias para el trabajo se presentan en la Tabla 5.2 (Cruz, 2015)

Propiedades			
<i>fm</i> (90)	=11.2 <i>MPa</i>		
f´c	=35 MPa		
f <sub>bl</sub>	=25.536 MPa		
f <sub>mo</sub>	=20.496 MPa		
$F_y$ (castillos y dala)	=411 MPa		
$F_x$ (Refuerzo de la mampostería)	=588.42 MPa		
$E_m$	=6700 MPa		
E <sub>c</sub>	=25000 MPa		
Es	=200000 MPa		
ε <sub>co</sub>	=0.002		
E <sub>coc</sub>	=0.003		
$a_g$	=9.525 mm		
a <sub>g'mo</sub>	=2.5 <i>mm</i>		
$a_{g,bl}$	=5 <i>mm</i>		
s <sub>xc</sub>	=240 mm		
s <sub>yc</sub>	=260 mm		
С	=150		
X	=7/8		
С	=1/3		

Tabla 5.2 Propiedades utilizadas (Cruz, 2015)

Los especímenes fueron sometidos ante cargas laterales cíclicas alternadas para conocer la participación del acero de refuerzo horizontal en la resistencia y capacidad de deformación inelástica de los mismos.

Todos los muros eran confinados con castillos exteriores, con la misma pieza, configuración geométrica, relación de aspecto, resistencia en el mortero y concreto de elementos confinantes, refuerzo longitudinal y transversal de los elementos confinantes, cargas verticales e historia de cargas laterales cíclicas reversibles, sólo variando la cuantía de acero de refuerzo horizontal en la mampostería.

Como resultados de los muros probados ante cargas cíclicas reversibles se obtuvieron las siguientes curvas (envolventes). En el eje de las abscisas se encuentra el desplazamiento lateral total del muro en milímetros y en el eje de las ordenadas esta la carga lateral en kilo Newton, en el título de las curvas (Figura 5.3 a Figura 5.9) se pone la cuantía de acero horizontal utilizada en cada muro. En las Figura 5.4, Figura 5.6, Figura 5.8 y Figura 5.10 se ilustra el estado final de los muros de mampostería confinada con acero de refuerzo (Cruz, 2015)



Figura 5.3 Envolvente Muro MB-1



Figura 5.4 Estado final del muro MB-1



Figura 5.5 Envolvente Muro MB-2



Figura 5.6 Estado final del muro MB-2



Figura 5.7 Envolvente Muro 3



Figura 5.8 Estado final del muro MB-3



Figura 5.9 Envolvente Muro 5



Figura 5.10 Estado final del muro MB-5



Figura 5.11 Resumen de envolventes



Figura 5.12 Resumen de envolventes en línea continúa

Los muros varían su cuantía de acero horizontal de menor a mayor siendo el MB-1 el que tiene menor cuantía y el MB-5 el que tiene la mayor cuantía. En la Figura 5.11 se muestra el resumen de todos los muros considerados, en donde se puede observar que la resistencia ante cargas laterales aumenta a medida de que aumenta la cuantía de acero horizontal exceptuando al muro MB-5 que tiene una cuantía notablemente mayor en comparación de los otros tres muros. Este fenómeno está gobernado principalmente a la resistencia a compresión y a tensión de la mampostería, es decir, la capacidad que tiene la mampostería para transferir las cargas (considerada como una falla local), ya que al ir aumentando el acero de refuerzo horizontal, se llegará a un punto en donde la falla del muro se regirá por el aplastamiento de la mampostería en la zona a compresión y no por la resistencia última del acero de refuerzo.

Dentro del trabajo de Cruz (2015) se presentó una evaluación detallada de la evolución del daño de cada uno de los especímenes, resumiendo el comportamiento en tres puntos principales que son: el primer agrietamiento diagonal, la resistencia máxima y la resistencia última.

El punto de agrietamiento diagonal se obtuvo de concertar tres criterios: el primero es el momento en que el acero horizontal comenzó a deformarse, el segundo es el agrietamiento físico en el muro, y donde se ubicó un cambio de pendiente en el ciclo histerético del muro. La resistencia máxima se obtuvo del punto más alto de las curvas histeréticas y la resistencia ultima se interpretó como el ultimo pico del ciclo en el que la prueba todavía era estable (Cruz, 2015).

Los muros probados arrojaron los siguientes valores para sus tres puntos característicos (Tak	la
5.3)	

Muro	р <sub>h</sub> [%]	$p_h f_{yh}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	V <sub>agr</sub> [t]	V <sub>agr</sub> [kN]	V <sub>máx</sub> [t]	V <sub>máx</sub> [kN]	V <sub>falla</sub> (0.8V <sub>máx</sub> ) [t]	<i>V<sub>u</sub></i> [t]	V <sub>máx</sub> V <sub>agr</sub>	V <sub>falla</sub> V <sub>agr</sub>
MB-1	0.0385	2.3	17.6	172.66	32.15	315.39	32.15	32.15	1.83	1.83
MB-2	0.1026	6.2	20.15	197.67	37.7	369.84	30.16	25.8	1.87	1.50
MB-3	0.1538	9.2	24.25	237.89	42.95	421.34	34.36	29.35	1.77	1.42
MB-5	0.2628	15.8	23.7	232.5	39.6	388.48	31.68	23.35	1.67	1.34

Tabla 5.3 valores de cortante de los muros estudiados

Muro	$p_h f_{yh}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Υ <sub>agr</sub> [%]	γ <sub>Vmáx</sub> [%]	γ <sub>falla</sub> [%]	Υ <sub>u</sub> [%]	$rac{\gamma_{Vm \acute{a}x}}{\gamma_{agr}}$	$\frac{\gamma_{falla}}{\gamma_{agr}}$
MB-1	2.3	0.069	0.584	0.584	0.584	8.46	8.46
MB-2	6.2	0.064	0.777	1.39	1.665	12.14	21.72
MB-3	9.2	0.110	0.808	1.48	1.615	7.35	13.45
MB-5	15.8	0.116	1.012	1.55	1.818	8.72	13.36

Tabla 5.4 Valores de distorsión de los muros estudiados

En el trabajo, Cruz pudo concluir lo siguiente acerca del comportamiento de los especímenes:

 Con la cuantía de refuerzo horizontal hay una distribución menos concentrada y más dispersa en el área del muro con grietas de menor espesor y se aumenta la carga de agrietamiento diagonal.

- La carga máxima resistida de los especímenes aumento con el refuerzo horizontal hasta el muro MB-3, en cuantías más elevadas no se logró un aumento en la carga máxima resistida.
- A partir del muro MB-2, los especímenes presentaron una falla en la unión de la losa con la dala, y para distorsiones arriba de 0.8% la dala se dañó severamente en los extremos, indicando que para muros con refuerzo horizontal, es necesario un diseño más elaborado del refuerzo en las dalas y la losa.
- En los muros con elevadas cuantías de refuerzo (MB-5) se presentaron grietas horizontales en los muros, que se deben a efectos de deslizamiento.
- El muro MB-1 presento una falla frágil, al romperse todas las varillas en los puntos que coincidían con las grietas principales. Se observó en algunas varillas dos rupturas, indicando la posibilidad de fuerzas de adherencia entre el mortero y la varilla.
- En el muro MB-3 y en el MB-5 se presentó daño severo en las piezas debido a la concurrencia y movimiento de las grietas por causa de las cargas cíclicas reversibles
- Las curvas histeréticas fueron casi simétricas para ciclos positivos y negativos en los modelos que contaron con refuerzo horizontal con lazos estables en los ciclos de incremento y repetición.

# 6 Resultados

Para el análisis de los muros MB-1, MB-2 y MB-3 se utilizó la primera analogía expuesta en el capítulo 4 en donde se consideran esfuerzos y deformaciones promedio sin tomar en cuenta los efectos locales (Figura 4.2) en las grietas. Para el muro MB-5 se utiliza la segunda analogía considerando los efectos locales en el interfaz de las grietas (Figura 4.3). En el Anexo 4 se presenta el desarrollo a seguir para la obtención del equilibrio del muro para un desplazamiento total dado ( $\delta$ ).

El algoritmo expuesto en el capítulo 4 se implementó en un programa de computo (MATLAB). Los análisis se hicieron considerando únicamente el incremento de desplazamiento monotónicamente y se utilizaron las propiedades y parámetros mencionados anteriormente. En particular se asume que el área efectiva de corte  $\chi = 7/8$  (Matsumura, 1988), C = 150 y n = 8 que corresponde al número de elementos verticales que se adopta en el modelo en donde los elementos verticales 1 y 8 corresponden a los castillos y los elementos 2 y 7 el interior del muro compuesto de mampostería, asimismo, se utilizó en todos los muros solo un ensamble de MVLEM (m = 1). Los códigos de los programas utilizados para las dos analogías empleadas se presentan en el Anexo 4 y Anexo 5.

En esta sección se presentan las comparaciones de las curvas carga lateral-desplazamiento obtenidas con el modelo (Figura 6.1 a Figura 6.4) contra las obtenidas experimentalmente (Cruz, 2015).



Figura 6.1 Resultado analítico contra experimental del muro MB-1



Figura 6.2 Resultado analítico contra experimental del muro MB-2



Figura 6.3 Resultado analítico contra experimental del muro MB-3



Figura 6.4 Resultado analítico contra experimental del muro MB-5

Las cargas máximas obtenidas a partir del modelo propuesto, así como la comparación contra las observadas experimentalmente se muestran en la Tabla 6.1, el porcentaje error se calcula con la ecuación 6.1:

$$\% error = \frac{|CMC - CMO|}{CMO} * 100$$
6.1

Donde:

*CMC* = Carga máxima calculada con el modelo propuesto

CMO = Carga máxima observada en las pruebas experimentales

Muro	Carga máxima del modelo propuesto [ <i>kN</i> ]	Carga máxima observada [ <i>kN</i> ]	% error
MB-1	324.5218	315.3915	2.89
MB-2	401.69	369.837	8.61
MB-3	419.45	421.3395	0.448
MB-5	442.733	388.476	13.96

Tabla 6.1 Valores analíticos contra valores experimentales

En las Figura 6.1 a Figura 6.4 se muestran los resultados experimentales y analíticos en función de la fuerza lateral contra el desplazamiento total que experimentan los muros. Las curvas de color naranja muestran la envolvente de carga-deformación de la respuesta cíclica de cada muro obtenida de las pruebas experimentales (Cruz, 2015) y la línea azul es el resultado del modelo analítico adoptado en este estudio bajo incrementos monotónicos de desplazamientos ( $\delta$ ). De estas figuras y de los resultados mostrados en la Tabla 6.1 se puede observar que la implementación de la TCCM dentro de un modelo de múltiples elementos verticales describe el comportamiento lineal y no lineal de los muros con una precisión aceptable ya que el porcentaje

de error calculado para la carga máxima de cada muro es relativamente bajo si se considera la facilidad de implementación y desarrollo del modelo en comparación los modelos basados en elemento finito. Las diferencias entre las curvas analíticas y las experimentales pueden atribuirse principalmente a los efectos de degradación de rigidez que tienen los muros bajo cargas cíclicas reversibles y a que no se cuenta con una relación establecida de cómo afecta la cuantía de acero a la resistencia a compresión a la mampostería en los casos donde las fallas locales gobiernan el comportamiento de los muros. En el anexo 6 se hace un análisis detallado del MB-3 para comparar las distorsiones y el comportamiento interno del modelo, contra las observaciones experimentales.

## 6.1 Influencia del esfuerzo principal a tensión de la mampostería

En el estudio se observó que aparte de la contribución del acero horizontal en la resistencia de la mampostería, un parámetro influyente en la respuesta del modelo analítico era la contribución del esfuerzo y deformación principal a tensión ( $\sigma_1$ ,  $\varepsilon_1$ ). En la Figura 6.5 se muestra la influencia que tiene el parámetro de degradación C en el esfuerzo principal a tension ( $\sigma_1$ ) en donde se puede observar que debido a la reducción exponencial que tiene la ecuación 2.15, el esfuerzo principal a tensión tiende a valores más pequeños conforme se aumenta el valor de C.



Figura 6.5 Influencia del parámetro C en el esfuerzo principal a tensión

Para mostrar cómo influye el esfuerzo principal a tensión dentro de la curva de respuesta carga lateral- desplazamiento final del muro, se toma como referencia el muro MB-3 que se analizó con la primera analogía (sin considerar los efectos locales en las grietas) y se presenta en la Figura 6.6, en donde se observa diferentes curvas carga lateral-desplazamiento variando el valor del parámetro *C* en la ecuación 2.15, teniendo como mejor aproximación a la curva que resulta con un valor de C = 150 arrojando un error del 0.448% comparado con la carga máxima reportada en el experimento del muro como se muestra en los resultados de carga máxima de la Tabla 6.2.

Valor de C	Carga máxima del modelo propuesto [ <i>kN</i> ]	Carga máxima observada [ <i>kN</i> ]	% error
50	461.27	421.3395	9.47
100	436.91	421.3395	3.69
150	419.448	421.3395	0.448
200	406.173	421.3395	3.56
250	395.652	421.3395	6.1

Tabla 6.2 Valores de cargas máximas con distintos valores de C



Figura 6.6 Influencia del parámetro C en la respuesta del muro

La rigidización a tensión reflejado en la variable C es de gran importancia dentro del modelo y es necesario tomarlo en cuenta para contar con una predicción realista del comportamiento inelástico de los muros de mampostería confinada con acero de refuerzo (Figura 6.6). En todos los muros analizados se observó que con un valor de C = 150 se tenía un resultado relativamente preciso como se muestra en los errores calculados en la Tabla 6.1.

Con respecto al muro MB-5, que se analizó con la segunda analogía (considerando efectos locales), las limitaciones impuestas (4.1, 4.2 y 4.3) en el análisis del esfuerzo principal a tensión ( $\sigma_1$ ) dan como resultado una reducción en la resistencia del muro. En la Figura 6.7 se muestra

una comparación del análisis del muro MB-5 sin considerar la falla local (línea anaranjada) contra el análisis considerando falla local (línea azul), teniendo como carga máxima 497.49[kN] y 442.73[kN] respectivamente, obteniendo un error de 28.06% y de 13.966% con respecto a la carga máxima obtenida en las pruebas experimentales de 388.476 [kN]. Asimismo se muestra en la Figura 6.8 como afectan las limitaciones impuestas al esfuerzo principal a tensión de la mampostería ( $\sigma_1$ ) dentro del modelo analítico.



Figura 6.7 Comparación del muro MB-5



Figura 6.8 Comparación del esfuerzo principal a tensión sin considerar falla local y considerando falla local

Dentro de las limitaciones que se impusieron en el caso del muro MB-5, un parámetro que podría parecer importante es el espaciamiento promedio vertical y horizontal de las grietas  $(s_{yc},s_{xc})$ . Sin embargo, se observó que variando este parámetro se reducía de manera insignificante la carga máxima observada en el análisis. En la Figura 6.9 se muestran distintos análisis del muro MB-5 variando el espaciamiento promedio de las grietas.



Figura 6.9 Muro MB-5 con distintas separaciones promedias  $s_{yc}$ ,  $s_{xc}$ 

### 6.2 Influencia del esfuerzo principal a compresión de la mampostería

Aunque se observó que el parámetro del esfuerzo principal a compresión ( $\sigma_2$ ) tiene una menor influencia sobre la respuesta final del muro que el esfuerzo principal a tensión ( $\sigma_1$ ), es interesante resaltar el esfuerzo principal a compresión máximo tomado por la mampostería, así como la resistencia a compresión máxima considerada para los cálculos internos del programa desarrollado. El esfuerzo principal a compresión, se ve afectado por dos factores que son claves en la respuesta final de los muros de mampostería confinada con acero de refuerzo. Por un lado está la reducción en la resistencia a compresión de la mampostería cuando se toma en cuenta el ángulo de inclinación del esfuerzo principal a compresión que fue considerado por la ecuación 2.11, donde siguiendo las hipótesis planteadas por la teoría del campo de compresión modificado (TCCM), se considera que el esfuerzo principal a compresión es paralelo al ángulo de inclinación de las grietas , por lo que se hace una reducción a la resistencia máxima a compresión de la mampostería que se obtiene de ensayes de pilas ( $f_m(90^\circ)$ ) en función del ángulo de inclinación del esfuerzo principal a compresión con respecto a las juntas horizontales de mortero y el acero horizontal, y por otro lado se reduce por el factor  $\beta$  que toma en cuenta los efectos de la deformación principal a tensión en la resistencia a compresión de la mampostería.

Para ejemplificar estos factores se tomará como base nuevamente el muro MB-3. En la Figura 6.10 se presenta la variación del factor de degradación de la resistencia a compresión de la mampostería con respecto al ángulo de inclinación del esfuerzo principal a compresión ( $\theta$ ), en donde se puede observar que los casos críticos son cuando el ángulo esta entre un rango de 50° y 60°.



Figura 6.10 Factor que toma en cuenta el ángulo heta

En el caso del muro MB-3 se calculó que en la carga lateral máxima correspondiente al valor de 419.448[kN], los ángulos calculados correspondientes a los 8 elementos verticales axiales (Figura 6.11) en los que se dividió el muro fueron los siguientes (Tabla 6.3):

n1	n2		n6	n8

Figura 6.11 División del muro en elementos verticales

Elemento	θ	$fm(\theta)[MPa]$
1	52.11	-5.58
2	52.93	-5.55
3	54.08	-5.52
4	55.20	-5.50
5	56.297	-5.50
6	57.35	-5.50
7	58.378	-5.52
8	59.07	-5.54
Promedio	55.67	-5.53

Tabla 6.3 Ángulos calculados y reducción de resistencia a compresión

Como se puede ver en la Tabla 6.3, la reducción en la resistencia a compresión que se obtiene considerando el ángulo de inclinación  $\theta$  es notable en comparación con la resistencia que se obtiene en ensayes de pilas normales, que en el caso de los muros analizados fue de  $f_m(90^\circ) = -11.2[MPa]$ . Para el caso del muro MB-3 se obtuvo una reducción promedio de la resistencia a compresión de la mampostería del orden del 52% al considerar el ángulo de inclinación  $\theta$  con respecto a la resistencia para  $\theta = 90^\circ$ , la cual se traduce en una reducción de resistencia ante cargas laterales del muro MB-3 sin considerar la reducción de resistencia a compresión, en la curva color azul, el análisis del muro MB-3 sin considerar la reducción de resistencia a compresión, en la curva color naranja al análisis considerando las reducciones mostradas en la Tabla 6.3 y en color gris a los valores reportados en la prueba experimental, dando como resultados las cargas máximas mostradas en la Tabla 6.4 en donde se puede observar que la carga máxima del análisis en donde se toma en cuenta la resistencia a compresión de  $f_m(90^\circ)$  arroja un error del 15.09% muy por arriba del error de 0.448% que se obtiene con el análisis con los valores de  $f_m(\theta)$ .



Figura 6.12 Reducción de resistencia por considerar el ángulo de inclinación

MB-3	Carga máxima del modelo propuesto [ <i>kN</i> ]	Carga máxima observada [ <i>kN</i> ]	% error
$f_m(\theta)$	419.44874	421.3395	0.448
<b>f</b> <sub>m</sub> ( <b>90</b> °)	484.924354	421.3395	15.091

Tabla 6.4 Valores de carga máxima del muro MB-3 considerando la inclinación del ángulo  $\theta$ 

Por otro lado, el esfuerzo principal a compresión de la mampostería se afecta por el factor  $\beta$  que está en función de la variación de la deformación principal a tensión de cada elemento vertical dentro del muro y que simula la reducción en la resistencia de la mampostería por la presencia de esfuerzos biaxiales (a tensión y a compresión). En la Figura 6.13 se presenta la variación que existe del esfuerzo principal a tensión para los ocho elementos verticales que componen al muro MB-3, en donde en el eje horizontal está el desplazamiento total del muro en milímetros ( $\delta$ ) y en el eje vertical el esfuerzo principal a tensión ( $\sigma_1$ ) en mega pascales, observando que la variación es casi lineal con respecto al desplazamiento total del muro. Con los valores de la deformación principal a tensión se obtiene el parámetro  $\beta$  que influye directamente en el cálculo del esfuerzo principal a compresión de la mampostería (Figura 6.14).



Figura 6.13 Variación del esfuerzo principal a tensión por cada elemento vertical



Figura 6.14 Variación de  $\beta$  por cada elemento vertical

En el caso del muro MB-3 la carga máxima del modelo analítico se presentó en un desplazamiento de  $\delta = 15.81mm$ , para la cual se calculó tanto la deformación principal a tensión como el parámetro  $\beta$  mostrado en la Tabla 6.5. El parámetro  $\beta$  se sustituye en las ecuaciones 2.13 y 2.16 para obtener el esfuerzo principal a compresión de la mampostería y del concreto.

El producto de la multiplicación de  $\beta * f_m(\theta)$  para cada elemento, se presenta en la Tabla 6.5, dando un valor promedio de los 6 elementos internos del muro de -3.21966 [MPa], respresentando una reducción del 71.25% con relación a la resistencia  $f_m(90^\circ) = -11.2[MPa]$ . En la Figura 6.15 se muestra la reducción de la curva esfuerzo deformación ( $\varepsilon_2 - \sigma_2$ ) cuando se afecta por las consideraciones mencionadas, la curva azul muestra la variación del esfuerzo principal a compresión considerando la resistencia a compresión obtenida en los ensayes de pilas normales ( $f_m(90^\circ)$ ), la curva anaranjada muestra la variación considerando la resistencia a compresión ( $f_m(\theta)$ ) con el ángulo de inclinación ( $\theta$ ) y la curva gris muestra la variación considerando la resistencia  $f_m(\theta)$  y el parámetro  $\beta$ .

Elemento	<i>ε</i> <sub>1</sub>	β	$f_m(\theta)$ [MPa]	$egin{aligned} eta * f_m(m{ heta}) \ [MPa] \end{aligned}$
1	0.0051	0.567	-	-
2	0.0050	0.571	-5.55	-3.17
3	0.0050	0.575	-5.52	-3.18
4	0.0049	0.580	-5.51	-3.20
5	0.0048	0.585	-5.50	-3.22
6	0.0047	0.589	-5.51	-3.25
7	0.0047	0.593	-5.53	-3.28
8	0.0046	0.596	-	-
Promedio	0.0049	0.582	-5.53	-3.22

Tabla 6.5 Valores de los esfuerzos principales a tensión y del parámetro  $\beta$  para cada elemento vertical, correspondientes a la carga máxima calculada para el muro MB-3



Figura 6.15 Esfuerzo principal a compresión

### 6.3 Conclusiones de los análisis

La aplicabilidad y adaptación de la teoría del campo de compresión modificada (TCCM) dentro del modelo analítico, depende en gran manera del patrón de agrietamiento esperado en los muros, para los muros analizados MB-1, MB-2 y MB-3 se obtuvieron buenas aproximaciones analíticas en el comportamiento global (curva carga lateral-desplazamiento) debido a sus propiedades geométricas y de refuerzo. Estos muros tuvieron una falla predominante a tensión diagonal con un patrón de agrietamiento uniforme a lo largo de su altura. Sin embargo, para el caso particular en donde la resistencia lateral de la mampostería este gobernada por el aplastamiento de la mampostería y por su incompatibilidad de transmitir las cargas como es el caso MB-5, se pudo ajustar con relativa precisión los límites que rigen al esfuerzo principal a tensión, no obstante, debido a la naturaleza del método de solución (Newton-Raphson) no se recomienda el uso de estas limitaciones para todos los muros ya que son deseables las relaciones constitutivas que sean continuas y derivables en todos sus puntos y que no tengan cambios bruscos de pendiente a lo largo de su función. Para estos casos es necesario adaptar relaciones constitutivas basados en principios de adherencia entre acero-mortero-pieza de mampostería y que puedan acoplar el mecanismo de falla local de los muros.
# 7 Conclusiones

Los objetivos del trabajo fueron alcanzados exitosamente ya que se pudo adaptar la TCCM para desarrollar un modelo analítico simple capaz de reproducir con relativa exactitud muros de mampostería confinada con acero de refuerzo para materiales usados comúnmente en México. Asimismo se analizó la importancia del esfuerzo principal a tensión dentro del modelo analítico y la efectividad de las hipótesis y desarrollo de la teoría del campo de compresión modificado.

En este estudio se presentaron las hipótesis y el desarrollo de la teoría del campo de compresión modificado (TCCM), que se adaptaron dentro de un modelo analítico simple de múltiples elementos verticales (MVLEM), capaz de predecir de forma precisa el comportamiento elástico e inelástico de muros de mampostería confinada con acero de refuerzo sujeto a cargas verticales y laterales. El paso clave para desarrollar un modelo con un grado de precisión aceptable, es la obtención de las relaciones constitutivas adecuadas que reflejen el comportamiento promedio de la mampostería, pero a diferencia de las pruebas estándar, es necesario que estas relaciones esfuerzo-deformación ( $\sigma - \varepsilon$ ) se determinen bajo estado de esfuerzo biaxiales, donde actúen simultáneamente los esfuerzos de compresión y tensión.

Con base en los resultados y observaciones obtenidas, se puede concluir lo siguiente:

- Se puede estimar la respuesta elástica e inelástica de manera general de la mampostería confinada con acero de refuerzo con el modelo propuesto (curva desplazamiento-carga lateral), sin embargo si se desea obtener la respuesta inelástica detallada (curvas histeréticas, nivel de daño en castillos y en muro) es necesario conocer los modelos histeréticos no lineales para cada material que conforma a los muros. Dichos modelos histeréticos tienen que tomar en cuenta cuestiones importantes como el comportamiento histeréticos bajo cargas cíclicas de compresión y tensión, degradación progresiva de la rigidez bajo condiciones de carga y descarga, efectos del confinamiento y rigidización a tensión.
- En los casos donde los muros tienen una cuantía de acero elevada como es el caso del muro MB-5, el efecto de la rigidización a tensión de la mampostería es una variable que influye en gran manera en el comportamiento inelástico, es importante profundizar en el estudio de la rigidez a tensión ya que ésta no afecta a toda el área de la sección transversal del muro sino solo a una parte situada en el entorno de la barra de acero y depende fuertemente de la adherencia que existe entre el mortero, pieza de mampostería y acero.
- La principal dificultad de implementación de la teoría del campo de compresión modificado, es la integración del mecanismo de falla local dentro de la propiedad constitutiva de la mampostería a tensión. Esta integración es resultando en el equilibrio entre los esfuerzos promedios y los esfuerzos a nivel grieta. Las ecuaciones del estudio a nivel grieta de la TCCM introducen tantas incógnitas nuevas como ecuaciones en el proceso iterativo haciéndolo ineficaz.
- El ablandamiento a compresión parece tener menor influencia en la respuesta fuerzadesplazamiento de los muros.
- La principal hipótesis de la teoría del campo de compresión modificado es la aceptación de que el ángulo de inclinación de las grietas con respecto a los ejes coordenados x y y es paralelo al esfuerzo principal a compresión y coincide con la deformación principal a compresión.

- Debido a las condiciones ortotrópicas de los muros de mampostería, se debe tomar en cuenta la degradación de la resistencia a compresión con respecto al ángulo de inclinación de aplicación de la carga.
- Los parámetros de entrada del modelo son las propiedades mecánicas de los materiales del muro de mampostería. El comportamiento compuesto de los muros de mampostería sujetos a esfuerzos principales a tensión y a compresión con una inclinación θ con respecto a las juntas horizontales es mejor representado por medio de paneles de mamposterías (elementos macro), en lugar de ensambles a pequeña escala (pilas). Cuando el ángulo de inclinación de la carga en el ensamble de mampostería se desvía de la dirección normal, las características ortotrópicas de la mampostería provocan una reducción en la capacidad a compresión.
- La aplicabilidad de la teoría del campo de compresión modificado (TCCM) depende del patrón de agrietamiento del muro, en casos donde no se tenga un agrietamiento uniforme a lo largo del muro, la teoría queda invalidada.
- La variable  $\sigma_{mi}$  correspondiente al esfuerzo a compresión que se presenta en la grieta, se despreció en el estudio conservadoramente, sin embargo es necesario tomarlo en cuenta para tener una mejor aproximación del comportamiento de los muros con altas cuantías de acero ya que la mampostería al estar confinada por los castillos y las dalas se puede dar el caso en donde este valor sea importante para cumplir el equilibrio interno del muro.
- En los casos de los muros con cuantías elevadas de acero en donde se presente una falla por cortante-compresión, es necesario incluir este tipo de mecanismo de falla en el modelo a través de relaciones constitutivas.

Debido a las limitaciones e hipótesis propuestas, el modelo tiene varios impedimentos importantes que reducen su aplicabilidad, dentro de las que se puede mencionar: el desacoplamiento de la deformación a flexión y la deformación a cortante, que no se toma en cuenta dentro del comportamiento de los muros otros mecanismos de falla (el fallo por cortante por adherencia, el efecto del deslizamiento del acero de refuerzo cuando existe una falla por adherencia, etc.). Por otro lado el modelo supone que los campos de compresión y tensión son uniformes en el muro y una expansión lateral uniforme a lo largo de la altura de la pared, que se ha observado que no se tiene en muros bajo condiciones de carga normales. No obstante, para los casos analizados, estas aproximaciones no parecen ser críticas para la fiabilidad del modelo, aunque se necesitan investigaciones más extensas de análisis antes de sacar conclusiones definitivas sobre los principales supuestos del modelo.

El modelo propuesto, así como la teoría del campo de compresión modificado son apropiados para los casos en donde el comportamiento de los muros de mampostería está gobernado por un número de grietas distribuidas de manera uniforme, como es el caso donde los muros tienen una cuantía de refuerzo adecuada. Para los casos en donde no se obtenga este tipo de comportamiento se recomienda el uso de modelos más detallados que puedan integrar el mecanismo de fallas locales dentro de sus parámetros.

## 8 Referencias

Aguilar, G., y Alcocer, S. M. (2001), "Efecto del refuerzo horizontal en el comportamiento de muros de mampostería confinada ante cargas laterales". Sistema Nacional de Protección Civil, Centro Nacional de Prevención de Desastres.

ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion (1999), "Recent approaches to shear design of structural concrete", Journal of Structural Engineering, Vol.124, No.12.

ACI Committee 446 (1989), "Fracture mechanics of concrete: Concepts, models and determination of material properties." ACI 446.1 R-91, American Concrete Institute, Detroit.

Bazán, E. (1980), "Muros de mamposteria ante cargas laterales, estudios analíticos". Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.

Bennett R. Banting, Wael W. (2014), "Normal Strain-Adjusted Shear Strength Expresssion for Fully Grouted Reinforced Masonry Structural Walls", Journal of Structural Engineering, ASCE, 0733-9445.

Collins, M.P. (1998), "Towards a rational theory for RC members in shear", Journal of the Structural Division, ASCE, 104(4): pp. 649-666.

Collins, M. P., Mitchell, D. Adebar, P.; and Vecchio, F. J. (1996), "A General Shear Design Method," ACI Structural Journal, V. 93, No. 1, pp. 36-45.

Colotti, V. (1993), "Shear Behavior of RC Structural Walls." *J. of Struct. Engrg.*, ASCE, 119(3), pp. 728-746.

Cruz, A. (2015), "Contribucion del refuerzo horizontal a la resistencia de muros de mamposteria confinada", Tesis de maestría, UNAM, México.

Díaz, R.R., y Vázquez del Mercado, R.R. (1995), "Comportamiento de muros de mampostería confinada reforzados horizontalmente", Tesis de Licenciatura, UNAM, México, 215 pp.

Drysdale, R. G., Khattab, M. M. (1995), "In-plane behavior of grouted concrete masonry under biaxial tension-compression." ACI Struct. J., 92(6), 1–13.

Fischinger, M. T. Vidic, P. Fajfar. (1992). "Nonlinear seismic analysis of structural walls using the multiple-vertical-line-element model". Nonlinear Seismic Analysis of RC Buildings. Elsevier Science Publishers Ltd. London and New York. 191–202.

Ewing, R. D., Kariotis, J. C., Englekirk, R. E., Hart, G. G. (1988), "Analytical Modeling for Reinforced Masonry Building and Components - TCCMAR Category 2 Program." Procs. 4th North American Masonry Conf., Vol. II, The MasonrySociety, Los Angeles, CA.

Gambarotta, L y Lagomarsino, S. (1997), "Damage models for seismic response of brick masonry shear walls. Part I: the mortar joint model and its applications". Earthquake Engineering and Structural Dynamics; 26:423-439.

Gupta, A. K., y Maestrini, S. R. (1990), "Tension-Stiffness Model for Reinforced Concrete Bars." J. of Struct. Engrg., ASCE, 116(3), pp. 769-790.

Hernandez, O. y Meli, R. (1976)," Modalidades de refuerzo para mejorar el comportamiento sísmico de muros de mampostería", Instituto de Ingeniería UNAM No. 382. México.

Khattab, M. M. S. (1993). "In-plane behaviour of grouted concrete masonry under biaxial states of stress." Ph.D. thesis, Dept. of Civil Engineering, McMaster Univ., Hamilton, ON, Canada.

Keshavarzian, M., and W. C. Schnobrich (1984), "Computed nonlinear response of reinforced concrete wall-frame structures". Report No. SRS 515. University of Illinois. Urbana, Champaign.

Lotfi, H. R., and Shing, P. B. (1991), "An Appraisal of Smeared Crack Models for Masonry Shear Wall Analysis.", Computer and Structures, 41(3), pp. 413-425.

Lizarraga Pereda, J.F. y Pérez Gavilán Escalante (2013), "Propiedades mecánicas de la mampostería para la modelación no lineal" Instituto de Ingeniería de la UNAM, Ciudad Universitaria.

Lourenco, P.B. (1996), "Computational Strategy for Masonry Structures". Delft University Press, The Nethrerlans.

Matlab. (2001), "The MathWorks". Inc. Natick, Massachusetts.

Matsumura, A. (1988a), "Shear Strength of Reinforced Masonry Walls." Procs. 9th W.C.E.E., Aug. 2-9, Tokio-Kyoto, Japan, Vol. VI, pp. 121-126.

Matsumura, A. (1988b), "Effectiveness of shear reinforcement in fully grouted hollow clay masonry walls." 4th Meeting of the U.S.-Japan Joint Technical Coordinating Committee on Masonry Research, Atkinson-Noland and Associates, Boulder, CO, 1–10.

Meli, R., y Salgado, G. (1969), "Comportamiento de muros de mampostería sujetos a carga lateral". Informe Técnico, 237.

Meli, R. (1979), "Comportamiento sísmico de muros de mampostería". Instituto de Ingeniería, UNAM No.352, México., 2ª. Edición.

Orakcal K., Massone M., Wallace W. (2007),"Analytical Modeling of Reinforced Concrete Walls for Predicting Flexural and Coupled-Shear-Flexural Responses". Department of Civil and Environmental Engineering, University of California, Los Angeles.

Pérez G. J. (editor) (2012), "Guía de análisis de estructuras de mampostería", Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, Comité de Mampostería.

Pineda, J. A., y Alcocer, S. M. (2004), "Comportamiento ante cargas laterales de muros de mampostería confinada reforzados con malla electrosoldada". Reporte de Investigación, Centro Nacional de Prevención de Desastres.

Priestley, M. J. N., y Elder, D. M. (1983), "Stress-Strain Curves for Unconfined and Confined Concrete Masonry." ACI J., 80(3), pp. 192-201.

RCDF(2004), "Reglamento De Construcciones del Distrito Federal". Gobierno del Distrito Federal, México

San Bartolomé, A. (1994), "Construcciones de albaliñeria- comportamiento sísmico y diseño estructural." Fondo editorial de la Pontificia Universidad Católica de Perú.

Sánchez T.A., Flores L., León F., Alcocer S.M. y Meli R. (1994), "Respuesta Sísmica de Muros de Mampostería Confinada con Diferentes Grados de Acoplamiento a Flexión", Cuaderno de Investigación 17: Seguridad Sísmica en la Vivienda Económica, CENAPRED.

Shing, P. B., Noland, J.L., Klamerus, E., and Spaeh, H. (1989), "Inelastic Behavior of Concrete Masonry Shear Walls." J. of Struct. Engrg., ASCE, 115(9), pp. 2204-2225.

Shing, P. B., Schuller, M., y Hoskere, V. S. (1990), "In-Plane Resistance of Reinforced Masonry Shear Walls." J. of Struct. Engrg., ASCE, 116(3), pp. 619-640.

Takayanagi, T., y W. C. Schnobrich. (1976), "Computed behavior of reinforced concrete coupled shear walls". *Report* No. SRS 434. University of Illinois. Urbana, Champaign.

Tikalsky, P. J., Atkinson, R. H., and Hammons, M. I. (1995), "Compressive strength of reinforced masonry under lateral tension." J. Struct. Eng., 10.1061/(ASCE)0733-9445(1995)121:2(283), 283–289.

Tomazevic, M. y Velechovsky, T. (1992), "Some aspects of testing small-scale masonry building models on simple earthquake simulators". Earthquake eng. struct. dyn., 21(11): 945-963

Vecchio, F. J., y Collins, M. P. (1982), "Response of Reinforced Concrete to in-plane Shear and Normal Stresses." Publ. No.82-03, Univ. of Toronto, Toronto, Canada.

Vecchio, F. J., y Collins, M. P. (1986), "The Modified Compression- Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear." ACI J., 83(2), pp. 219-231.

Vecchio, F. J. (1989), "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Membranes." ACI J., 86(1), pp.26-35.

Vecchio, F. J. (1990), "Reinforced Concrete Membrane Element Formulations." J. Struct. Engrg., ASCE, 116(3), pp. 730-750.

Voon, K. C., e Ingham, J. M. (2006), "Experimental in-plane shear strength investigation of reinforced concrete masonry walls". Journal of Structural Engineering, Vol. 132 No. 3, pp. 400-408.

Vulcano, A., Bertero, V. V., y Colotti, V. (1988), "Analytical Modeling of R/C Structural Walls." Procs. 9th W.C.E.E., Aug. 2- 9, Tokio-Kyoto, Japan, Vol. VI, pp. 41-46

Vulcano, A. (1992), "Macroscopic modeling for nonlinear analysis of reinforced concrete structural walls". In H. Krawinkler, and P. Fajfar (eds.): *Nonlinear Seismic Analysis of RC Buildings*. Elsevier Science Publishers Ltd. London and New York. 181–190.

Walraven, J. C. (1981), "Fundamental analysis of aggregate interlock." J. Struct. Div. Am. Soc. Civ. Eng., 107(11), 2245–2270.

Zúñiga, C. O. y Terán, A. (2008), "Evaluación basada en desplazamientos de edificios de mampostería confinada". Revista de Ingeniería Sísmica No. 79 25-48.

### Anexo 1

Las ecuaciones 2.6 a 2.8 se derivan geométricamente del círculo de Mohr correspondiente a los esfuerzos promedios (Figura 1.1). De donde se pueden determinar por geometría las siguientes relaciones:

$$\tau_{xy} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} sen(2\theta)$$
 1.1

$$\sigma_{\rm x} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos(2\theta)$$
 1.2

$$\sigma_{\rm y} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\cos(2\theta)$$
 1.3



Figura 1.1 Circulo de Mohr para esfuerzos

Asimismo se utilizan las identidades trigonométricas del ángulo doble para el coseno y el seno (ecuaciones 1.4 y 1.5)

$$sen(2\theta) = 2 * sen(\theta)cos(\theta)$$
 1.4

$$\cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - sen^2(\theta)$$
 1.5

Se sustituye las ecuaciones 1.4 y 1.5 en las ecuaciones 1.1, 1.2 y 1.3, haciendo las sustituciones y reducciones algebraicas simples correspondientes y se obtienen las ecuaciones 2.6, 2.7 y 2.8

Para la obtención de las ecuaciones 2.9 y 2.10 se parte del elemento deformado y agrietado como se muestra en la Figura 1.1.2, en donde se aprecia el macroelemento de mampostería sujeto a esfuerzos normales ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ) y esfuerzos cortantes ( $\tau_{xy}$ ). En el macroelemento deformado y agrietado, la mampostería se puede subdividir en puntales de compresión idénticos, inclinados según el ángulo de inclinación de las grietas ( $\theta$ ) y separados un espacio promedio de  $s_{\theta}$ .



Figura 1.1.2 Estado de esfuerzos del macroelemento agrietado de mampostería

En la Figura 1.3 se presenta el corte A de la Figura 1.1.2 en donde se observa que los puntales de compresión del macroelemento están sujetos en la zona fuera de la superficie de la grieta a los esfuerzos principales a tensión y a compresión ( $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ ) perpendicular y paralelo respectivamente a la dirección de las grietas.



Figura 1.3 Estado de esfuerzos en un puntal de compresión del macroelemento de mampostería

La condición dada en la Figura 1.3 representa el estado de esfuerzos promedio del macroelemento. Sin embargo las ecuaciones 2.9 y 2.10 representan el estado de esfuerzos que se encuentran en la superficie a lo largo de la grieta, en la Figura 1.4 se muestra el corte B de la Figura 1.1.2. El incremento de esfuerzo en el acero de refuerzo es representado por el esfuerzo local  $\sigma_{sy}_{cr}$  y  $\sigma_{sx_{cr}}$ . Y aunque los esfuerzos principales a tensión no pueden ser transferidos por la mampostería, existe la posibilidad de que los esfuerzos de cortante sean transmitidos a través de los agregados que existen en la mampostería a lo largo de la grieta. Este esfuerzo cortante local es definido por  $v_{mi}$ , además de que se identifica un esfuerzo normal  $\sigma_{mi}$ .



Figura 1.4 Esfuerzos actuando a lo largo de la superficie de la grieta

Los esfuerzos aplicados  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\tau_{xy}$  están fijos, y los esfuerzos mostrados en la Figura 1.3 y Figura 1.4 deben ser estáticamente equivalentes. Se asume un área unitaria tanto en el corte A y como en el corte B para el cálculo de las fuerzas en dirección x y y del elemento resultando el siguiente equilibrio:



Figura 1.5 Asignación de áreas unitarias

$$\sigma_{sx}\rho_{x}\sin(\theta)\csc(\theta)A_{0} + \sigma_{1}\sin(\theta)\csc(\theta)A_{0} = \sigma_{sx}{}_{cr}\rho_{x}\sin(\theta)\csc(\theta)A_{0} - \sigma_{mi}\sin(\theta)\csc(\theta)A_{0}$$

$$= \sigma_{sx}{}_{cr}\rho_{x}\sin(\theta)\csc(\theta)A_{0} - \sigma_{mi}\sin(\theta)\csc(\theta)A_{0}$$

$$= \sigma_{sy}{}_{cr}\rho_{y}\cos(\theta)\csc(\theta)A_{0} - \sigma_{mi}\cos(\theta)\csc(\theta)A_{0}$$

$$= \sigma_{sy}{}_{cr}\rho_{y}\cos(\theta)\csc(\theta)A_{0} - \sigma_{mi}\cos(\theta)\csc(\theta)A_{0}$$

$$1.7$$

$$+ \nu_{mi}\sin(\theta)\csc(\theta)A_{0}$$

Realizando las simplificaciones correspondientes se obtienen las ecuaciones 2.9 y 2.10

Para ejemplificar la metodología utilizada en el presente estudio, se presenta a continuación un ejemplo del procedimiento utilizado para obtener la carga lateral del muro MB-3, tomando como desplazamiento total el valor de  $\delta = 0.1mm$ , no obstante, se escoge como punto de partida al vector  $s = [-2.53406 * 10^{-6}, -0.126843948, 3.236 * 10^{-6}]$  producto del método de iteración utilizando el Jacobiano como se explicó en la sección anterior. El ejemplo numérico se desarrolló en MATHCAD y solo muestra el ciclo en donde el vector r cumple el equilibrio, cabe mencionar que para llegar al vector s con el que se parte en el ejemplo, primeramente se tuvo que hacer una serie de iteraciones tomando como partida los dos puntos mencionados en la sección 5.1.



 $\sigma_n \coloneqq -0.460929 \mathrm{MPa}$ 

$$N_a := \sigma_n \cdot L_{muro} \cdot t_{muro} = -1.427 \times 10^5 \text{ N}$$
  $M_a := 0 \text{ N} \cdot \text{m}$   $V_a := 0 \text{ N}$ 

$$\begin{split} \mathbf{E}_{\mathbf{m}} &\coloneqq 6700 \, \mathbf{MPa} \qquad \mathbf{f}_{\mathbf{m}} &\coloneqq -11.18 \, \mathbf{MPa} \qquad \mathbf{\varepsilon}_{\mathbf{co}} &\coloneqq -0.002 \end{split}$$
 **Propiedades mecanicas de la mampostería a tesnsion**  $\mathbf{f}_{\mathbf{t}} &\coloneqq -0.05 \cdot \mathbf{f}_{\mathbf{m}} = 0.559 \cdot \mathbf{MPa} \qquad \mathbf{\varepsilon}_{\mathbf{cr}} &\coloneqq \frac{\mathbf{f}_{\mathbf{t}}}{\mathbf{E}_{\mathbf{m}}} = 8.343 \times 10^{-5} \end{split}$ 

Propiedades mecanicicas del acero en la mampostería

$$E_s := 202994.713 \text{ MPa}$$
  $F_x := 588.42 \text{ MPa}$   $\varepsilon_{sx} := \frac{F_x}{E_s} = 2.899 \times 10^{-3}$ 

Deformaciones promedio del muro

$$\varepsilon_{y} := \frac{1}{H_{muro}} \cdot (v - \phi \cdot Distancia) = \begin{pmatrix} -48.012 \times 10^{-6} \\ -48.347 \times 10^{-6} \\ -48.828 \times 10^{-6} \\ -49.308 \times 10^{-6} \\ -49.789 \times 10^{-6} \\ -50.269 \times 10^{-6} \\ -50.749 \times 10^{-6} \\ (-51.084 \times 10^{-6}) \end{pmatrix}$$
(1.553)

$$\varepsilon_{\mathbf{x}} := \frac{\mathbf{u}}{\mathbf{L}_{\mathrm{muro}}} = -9.822 \times 10^{-10}$$

$$\gamma_{\mathbf{X}\mathbf{Y}} \coloneqq \frac{\delta_{\mathbf{t}}}{\mathbf{H}_{\mathbf{muro}}} - \phi(1 - \mathbf{c}_{\mathbf{m}}) = 1.749 \times 10^{-6}$$

 $\varepsilon_{\rm coc} := -0.003$ 

Propiedades mecanicas del concretoa compresión

 $\mathbf{f_{cr}} \coloneqq 0.33 \cdot \sqrt{\frac{-\mathbf{f_c}}{1 \mathbf{MPa}}} \cdot \mathbf{1MPa} = 1.952 \cdot \mathbf{MPa} \qquad \qquad \varepsilon_{\mathbf{crc}} \coloneqq \frac{\mathbf{f_{cr}}}{\mathbf{E_c}} = 8.367 \times 10^{-5}$ 

Propiedades mecanicicas del acero en los castillos

 $E_{sc} := 200000 MPa$   $F_{y} := 411.89 MPa$   $\varepsilon_{sy} := \frac{F_{y}}{E_{sc}} = 2.059 \times 10^{-3}$ 

Propiedades mecanicas del concreto a tensión

E<sub>c</sub> := 23333.33333MPa f<sub>c</sub> := -35MPa

 $\theta := \frac{\text{atan2}\left(\varepsilon_y - \varepsilon_x\right), \gamma_{xy}}{2} =$ 

D

1.553 1.553

1.553 1.553 1.553 1.554 (1.554)

$$C_{e} := \frac{\varepsilon_{x} + \varepsilon_{y}}{2} = \frac{-2.407 \times 10^{-5}}{-2.4174 \times 10^{-5}} \\ -2.4174 \times 10^{-5} \\ -2.4895 \times 10^{-5} \\ -2.5135 \times 10^{-5} \\ -2.5135 \times 10^{-5} \\ -2.5135 \times 10^{-5} \\ (-2.5543 \times 10^{-5}) \\ (-2.5543 \times 10^{-$$

$$\varepsilon_{2} := C_{e} - R = \begin{pmatrix} -4.803 \times 10^{-5} \\ -4.836 \times 10^{-5} \\ -4.884 \times 10^{-5} \\ -4.932 \times 10^{-5} \\ -4.98 \times 10^{-5} \\ -5.028 \times 10^{-5} \\ -5.076 \times 10^{-5} \\ (-5.11 \times 10^{-5}) \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{1\text{ castillos}} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{1} \\ \varepsilon_{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.4935 \times 10^{-8} \\ (1.3978 \times 10^{-8} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{2\text{ castillos}} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4.8028 \times 10^{-5} \\ (\varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4.836 \times 10^{-5} \\ (-5.1099 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{2\text{ castillos}} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4.836 \times 10^{-5} \\ (-5.1099 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{2\text{ castillos}} := \begin{pmatrix} \varepsilon_{2} \\ \varepsilon_$$

Esfuerzos en el acero  

$$\sigma_{sx} := \begin{vmatrix} (\varepsilon_x \cdot E_s) & \text{if } \varepsilon_x \le \varepsilon_{sx} \\ F_x & \text{otherwise} \end{vmatrix} \quad \sigma_{sy} := \begin{vmatrix} (\varepsilon_y \cdot E_{sc}) & \text{if } \varepsilon_y \le \varepsilon_{sy} \\ F_y & \text{otherwise} \end{vmatrix} \quad \sigma_{sy} := \begin{vmatrix} (\varepsilon_y \cdot E_{sc}) & \text{if } \varepsilon_y \le \varepsilon_{sy} \\ F_y & \text{otherwise} \end{vmatrix} \quad \sigma_{sy} = \frac{-9.862}{-9.958} \cdot MPa$$

$$-10.054$$

$$-10.15$$

$$(-10.217)$$

## Esfuerzos principales

$$\begin{aligned} \sigma_{14} \coloneqq & \text{for } i \in 1 \dots n_{\text{tot}} & \sigma_{15} \coloneqq & \text{for } i \in 1 \dots n_{\text{tot}} \\ & \left\| \begin{matrix} \sigma_{14_i} \leftarrow E_m \cdot \varepsilon_{1_i} & \text{if } \varepsilon_{1_i} \leq \varepsilon_{\text{cr}} \\ & -C \cdot \varepsilon_{1_i} - \varepsilon_{\text{cr}} \\ & \sigma_{14_i} \leftarrow f_t \cdot e & \text{otherwise} \end{matrix} \right\| \\ & \sigma_{15} & \left\| \begin{matrix} \sigma_{15_i} \leftarrow E_c \cdot \varepsilon_{1_i} & \text{if } \varepsilon_{1_i} \leq \varepsilon_{\text{cr}} \\ & \sigma_{15_i} \leftarrow \frac{f_{\text{cr}}}{1 + \sqrt{200 \cdot \varepsilon_{1_i}}} & \text{otherwise} \end{matrix} \right\| \\ & \sigma_{15} &$$

81

$$\begin{array}{c} \left(\sigma_{15_{1}}\right) & \beta := \frac{1}{0.8 - 0.34} \cdot \frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{co}} \\ \\ \sigma_{14_{3}} & 99.324 & & (1) \\ \sigma_{14_{3}} & 98.282 & & 1 \\ \sigma_{14_{5}} & 96.26 & Pa & & \beta_{1} := \\ \sigma_{14_{5}} & 95.278 & & \beta_{1} := \\ \sigma_{14_{6}} & 94.314 & & \beta_{1} := \\ \sigma_{14_{7}} & (326.154) & & \left(\frac{\sigma_{15_{8}}}{\beta_{1}}\right) & & 1 \\ \left(\frac{\sigma_{15_{8}}}{\beta_{1}}\right) & & \left(\frac{\sigma_{15_{8}}}{\beta_{1}}\right) & & 1 \\ \end{array}$$

$$\beta_{c} := \frac{1}{0.8 - 0.34 \cdot \frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon_{coc}}} \qquad \beta_{2} := \begin{vmatrix} \text{for } i \in 1 \dots n_{tot} & 1 \\ \beta_{2_{i}} \leftarrow 1 & \text{if } \beta_{c_{i}} > 1 \\ \beta_{2_{i}} \leftarrow \beta_{c_{i}} & \text{otherwise} \end{vmatrix} \qquad \beta_{2} = \frac{1}{1} \\ \beta_{2} \leftarrow \beta_{c_{i}} & \text{otherwise} \\ \beta_{2} & 1 \\ \beta_{2} & 1$$

$$\sigma_{21} := \begin{bmatrix} \text{for } i \in 1 \dots n_{\text{tot}} & \left[ \frac{2 \cdot \varepsilon_{2_i}}{\varepsilon_{co}} - \frac{\varepsilon_{2_i}}{\varepsilon_{co}} \right]^2 & -2.828 \times 10^5 \\ -2.842 \times 10^5 & -2.842 \times 10^5 \\ -2.842 \times 10^5 & -2.842 \times 10^5 \\ -2.848 \times 10^5 & -2.848 \times 10^5 \\ -2.848 \times 10^5 & -2.919 \times 10^5 \\ -2.955 \times 10^5 & -2.955 \times 10^5 \\ \sigma_{21} & \left( -2.983 \times 10^5 \right) \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{22} \coloneqq \left[ \begin{array}{cccc} (-1.112 \times 10^6) & & (\sigma_{22_1}) & (-1.117 \times 10^6) \\ -1.119 \times 10^6 & & \sigma_{21_2} & -2.8281 \times 10^5 \\ -1.13 \times 10^6 & & \sigma_{21_3} & -2.8419 \times 10^5 \\ -1.152 \times 10^6 & & \sigma_{21_5} & -2.8419 \times 10^5 \\ \sigma_{22_1} \leftarrow \beta_{2_1} \cdot f_c \cdot \left[ \frac{2 \cdot \varepsilon_{2_1}}{\varepsilon_{coc}} - \left( \frac{\varepsilon_{2_1}}{\varepsilon_{coc}} \right)^2 \right] & & -1.163 \times 10^6 \\ -1.174 \times 10^6 & & \sigma_{21_7} & -2.9187 \times 10^5 \\ \sigma_{22_1} \leftarrow \beta_{2_2} \cdot f_c \cdot \left[ \frac{2 \cdot \varepsilon_{2_1}}{\varepsilon_{coc}} - \left( \frac{\varepsilon_{2_1}}{\varepsilon_{coc}} \right)^2 \right] & & -1.163 \times 10^6 \\ -1.174 \times 10^6 & & \sigma_{21_7} & -2.9551 \times 10^5 \\ \sigma_{21_7} & -2.9551 \times 10^5 \\ \sigma_{22_8} & (-1.1822 \times 10^6) \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{xy} &:= \begin{bmatrix} \text{for } i \in 1 ... n_{\text{for}} \\ \sigma_{x} := \sigma_{x} := \sigma_{x} := \sigma_{1,x} : \sin(\theta_{1})^{2} + \sigma_{2,x} : \cos(\theta_{1})^{2} + \rho_{x} : \sigma_{xx} \\ \sigma_{x} &= \sigma_{1,x} : \sin(\theta_{1})^{2} + \sigma_{2,x} : \cos(\theta_{1})^{2} + \rho_{x} : \sigma_{xx} \\ \sigma_{x} &= \sigma_{1,x} : \sin(\theta_{1})^{2} + \sigma_{2,x} : \sin(\theta_{1})^{2} + \rho_{y,x} : \sigma_{xy} \\ \sigma_{y} := \int_{\sigma_{y}}^{\sigma_{y}} : \cos(\theta_{1})^{2} + \sigma_{2,x} : \sin(\theta_{1})^{2} + \rho_{y,x} : \sigma_{xy} \\ \sigma_{y} := \sigma_{1,x} : \cos(\theta_{1})^{2} + \sigma_{2,x} : \sin(\theta_{1})^{2} + \rho_{y,x} : \sigma_{xy} \\ \sigma_{y} := \sigma_{1,x} : \cos(\theta_{1})^{2} + \sigma_{2,x} : \sin(\theta_{1})^{2} + \rho_{y,x} : \sigma_{xy} \\ \sigma_{y} := \sigma_{1,x} : \cos(\theta_{1,x})^{2} + \sigma_{2,x} : \sin(\theta_{1,x})^{2} + \rho_{y,x} : \sigma_{xy} \\ \sigma_{y} := \sigma_{1,x} : \cos(\theta_{1,x})^{2} + \sigma_{2,x} : \sin(\theta_{1,x})^{2} + \sigma_{2,x} : \cos(\theta_{1,x})^{2} \\ \sigma_{y} := \sigma_{2,284} : \sin(\theta_{1,x})^{2} + \sigma_{2,x} : \sin(\theta_{1,x})^{2} + \sigma_{2,x} : \sin(\theta_{1,x})^{2} + \sigma_{2,x} : \sin(\theta_{1,x})^{2} + \sigma_{2,x} : \cos(\theta_{1,x})^{2} \\ \sigma_{y} := \sigma_{2,284} : \sin(\theta_{1,x})^{2} + \sigma_{2,x} : \sin(\theta_{1,x})^{2} \\ \sigma_{y} := \sigma_{2,284} : \cos(\theta_{1,x})^{2} \\ \sigma_{y} := \sigma_{2,$$

$$\begin{pmatrix} -3.095 \times 10^{4} \\ -1.289 \times 10^{4} \\ -1.289 \times 10^{4} \\ -1.295 \times 10^{4} \\ -1.295 \times 10^{4} \\ -1.305 \times 10^{4} \\ -1.316 \times 10^{4} \\ -1.316 \times 10^{4} \\ -1.331 \times 10^{4} \\ (-3.292 \times 10^{4}) \end{pmatrix}$$

$$r_{1} := \sum r_{11} = -1.427 \times 10^{5} N$$

$$r_{21} = \frac{-2.824 \times 10^{3}}{2.156 \times 10^{3}} \cdot N \cdot m \\ 7.239 \times 10^{3} \\ 1.245 \times 10^{4} \\ (-3.292 \times 10^{4}) \end{pmatrix}$$

$$r_{2} := \sum r_{21} = -0.01 \cdot N \cdot m \\ r_{2} := -0.01 \cdot N \cdot m \\ (-3.292 \times 10^{4}) \\ r_{2} := r_{2} \cdot \left(\frac{1}{N \cdot m}\right) = -0.01$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{13} &:= \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots \mathbf{r}_{tot} \\ \mathbf{r}_{13} \stackrel{\text{c}-A}{} - A \max_{i} \stackrel{\text{c}}{} \stackrel{\text{c}}{$$

%Comportamiento de muros de mamposteria reforzada% %utilizando la Teoria de Campo de compresión% %Adolfo Iván Jiménez Palacios% clear;clc; disp('....COMPORTAMIENTO DE MUROS DE MAMPOSTERIA REFORZADA...'); disp(' \_'); NOMBRE='Datos3bien.xlsx': u=xlsread(NOMBRE, 'A2:A2'); %Se proponen valores para la primera interaccion% v=xlsread(NOMBRE, 'B2:B2'); f=xlsread(NOMBRE, 'C2:C2'); H=xlsread(NOMBRE, 'A5:A5'); L=xlsread(NOMBRE, 'B5:B5'); n=xlsread(NOMBRE, 'C5:C5'); c=xlsread(NOMBRE, 'A8:A8'); dist=xlsread(NOMBRE, 'F:F'); desp=xlsread(NOMBRE, 'I2:I2'); Em=xlsread(NOMBRE, 'A12:A12'); Es=xlsread(NOMBRE, 'A18:A18'); Fy=xlsread(NOMBRE, 'B18:B18'); Fyy=xlsread(NOMBRE, 'D20:D20'); ro=xlsread(NOMBRE, 'C18:C18'); roy=xlsread(NOMBRE, 'D18:D18'); esox=xlsread(NOMBRE, 'A20:A20'); esoy=xlsread(NOMBRE, 'B22:B22'); Fu=xlsread(NOMBRE, 'B20:B20'); eco=xlsread(NOMBRE, 'B12:B12'); ecoi=xlsread(NOMBRE, 'C12:C12'); ecu=xlsread(NOMBRE, 'A14:A14'); fm=xlsread(NOMBRE, 'B14:B14'); esu=xlsread(NOMBRE, 'C20:C20'); ecr=xlsread(NOMBRE, 'A25:A25'); ft=xlsread(NOMBRE, 'B25:B25'); CC=xlsread(NOMBRE, 'C25:C25'); Area=xlsread(NOMBRE, 'G:G'); Areax=xlsread(NOMBRE, 'Q:Q'); chi=xlsread(NOMBRE, 'A30:A30'); Nap=xlsread(NOMBRE, 'K3:K3'); Map=xlsread(NOMBRE, 'L3:L3'); Vap=xlsread(NOMBRE, 'M3:M3'); ecl=xlsread(NOMBRE, 'C14:C14'); pp=xlsread(NOMBRE, 'A22:A22'); %Propiedades de concreto y acero para castillos% fc=xlsread(NOMBRE, 'B40:B40'); ecco=xlsread(NOMBRE, 'B38:B38'); Ec=xlsread(NOMBRE, 'A38:A38'); ncastillos=xlsread(NOMBRE, 'C34:C34'); Lc=xlsread(NOMBRE, 'B34:B34'); Hc=xlsread(NOMBRE, 'A34:A34'); eccoi=xlsread(NOMBRE, 'C38:C38'); eccu=xlsread(NOMBRE, 'A40:A40'); eccl=xlsread(NOMBRE, 'C40:C40'); Esc=xlsread(NOMBRE, 'A44:A44'); Fyc=xlsread(NOMBRE, 'B44:B44'); roxc=xlsread(NOMBRE, 'C44:C44'); royc=xlsread(NOMBRE, 'R:R'); esoxc=xlsread(NOMBRE, 'A46:A46'); Fuc=xlsread(NOMBRE, 'B46:B46'); esuc=xlsread(NOMBRE, 'C46:C46'); Fyyc=xlsread(NOMBRE, 'D46:D46'); ppc=xlsread(NOMBRE, 'A48:A48'); esoyc=xlsread(NOMBRE, 'B48:B48'); eccr=xlsread(NOMBRE, 'A51:A51'); ftc=xlsread(NOMBRE, 'B51:B51'); ccc=xlsread(NOMBRE, 'C51:C51'); fm2=xlsread(NOMBRE, 'S:S'); ft2=xlsread(NOMBRE, 'T:T'); diary('variables3')

```
Aux=[];
u1=0.0009;
u2=-0.9;
u3=-0.0000009;
ui=[u1,u2,u3];
tam=size(dist);
ntot=tam(1,1);
format longg
valorparatolerancia=0.001;
tolerancia=20;
contador3=0;
for desp=0.01:0.05:40
contador2=0;
contador=0;
uj=[u,v,f]
Val=[ui',uj']
tolerancia=10;
Aux=[zeros];
Aux2=[zeros];
while tolerancia>valorparatolerancia
contador2=contador2+1;
Val=[ui',uj'];
deltaS=((uj)-(ui))
deltau=deltaS(1,1);
deltav=deltaS(1,2);
deltaf=deltaS(1,3);
for z=1:4
   if z==2
    u=(u+deltau);
  end
  if z==3
    u=Val(1,2);
    v=v+deltav;
  end
  if z==4
     u=Val(1,2);
     v=Val(2,2);
     f=f+deltaf;
  end
for i=1:ntot
  %deformaciones promedias del muro
  ey(i,z)=(1/H)*(v-f*dist(i,1));
  ex(i,z)=u/L;
  gxy(i,z)=(desp/H)-(f*(1-c));
  alfa(i,z)=(atan2(gxy(i,z),(ey(i,z)-ex(i,z))))/2;
  %circulo de mohr para deformaciones principales
  Ce(i,z)=(ey(i,z)+ex(i,z))/2;
  R(i,z)=((gxy(i,z)/2)^2+(ey(i,z)-Ce(i,z))^2)^{(1/2)};
  e1(i,z)=Ce(i,z)+R(i,z);
  e2(i,z)=Ce(i,z)-R(i,z);
  %esfuerzos en los castillos
  if i==1 | i==ntot
   if abs(ex(i,z))<=esox
    sigs(i,z)=Es*ex(i,z);
  elseif abs(ex(i,z))<=esu
      if ex(i,z)<0
      sigs(i,z)=-Fy;
      else
      sigs(i,z)=Fy;
      end
  else
     sigs(i,z)=0;
```

end if abs(ey(i,z))<=esoyc sigsy(i,z)=Esc\*ey(i,z); elseif abs(ey(i,z))<=esuc if ey(i,z)<0 sigsy(i,z)=-Fyyc; else sigsy(i,z)=Fyyc; end else sigsy(i,z)=0; end rrc=(0.8-0.34\*e1(i,z)/eccoi); betac=1/rrc; if betac>1 betac=1; end if e2(i,z)<0 sigma2(i,z)=betac\*fc\*((2\*e2(i,z)/eccoi)-(e2(i,z)/eccoi)^2); elseif e2(i,z)>0 && e2(i,z)<=eccr sigma2(i,z)=Ec\*e2(i,z); elseif e2(i,z)>eccr sigma2(i,z)= ftc/(1+sqrt(200\*e2(i,z))); end if e1(i,z)<0 sigma1(i,z)=betac\*fc\*((2\*e1(i,z)/eccoi)-(e1(i,z)/eccoi)^2); elseif e1(i,z)>0 && e1(i,z)<=eccr sigma1(i,z)=Ec\*e1(i,z); elseif e1(i,z)>eccr sigma1(i,z)= ftc/(1+sqrt(200\*e1(i,z))); end else %esfuerzo en el acero de la mamposteria if abs(ex(i,z))<=esox sigs(i,z)=Es\*ex(i,z); elseif abs(ex(i,z))<=esu if ex(i,z)<0 sigs(i,z)=-(Fy); else sigs(i,z)=Fy; end else sigs(i,z)=0; end if abs(ey(i,z))<=esoy sigsy(i,z)=Es\*ey(i,z); elseif abs(ey(i,z))<=esu if ey(i,z)<0 sigsy(i,z)=-(Fyy); else sigsy(i,z)=Fyy; end else sigsy(i,z)=0; end ecr=ft2(i,1)/Em;

rr=(0.8-0.34\*e1(i,z)/ecoi); beta=1/rr;

if beta>1 beta=1; end

if e2(i,z)<0

sigma2(i,z)=beta\*fm2(i,1)\*((2\*e2(i,z)/ecoi)-(e2(i,z)/ecoi)^2);

elseif abs(e2(i,z))>abs(ecu) sigma2(i,z)=0;

elseif e2(i,z)>0 && e2(i,z)<=ecr

sigma2(i,z)=Em\*e2(i,z);

elseif e2(i,z)>ecr

st1= ft2(i,1)\*exp(-CC\*(e2(i,z)-ecr));

sigma2(i,z)=st1;

end

if e1(i,z)<0

sigma1(i,z)=beta\*fm2(i,1)\*((2\*e1(i,z)/ecoi)-(e1(i,z)/ecoi)^2);

elseif e1(i,z)>0 && e1(i,z)<=ecr

sigma1(i,z)=Em\*e1(i,z);

elseif e1(i,z)>ecr

st5= ft2(i,1)\*exp(-CC\*(e1(i,z)-ecr)); sigma1(i,z)=st5;

end end

```
sigmax(i,z)=sigma1(i,z)*sin(alfa(i,z))^2+sigma2(i,z)*cos(alfa(i,z))^2+(ro+roxc)*sigs(i,z);
sigmay(i,z)=sigma1(i,z)*cos(alfa(i,z))^2+sigma2(i,z)*sin(alfa(i,z))^2+(roy+royc(i,1))*sigsy(i,z);
taoxy(i,z)=-(sigma1(i,z)-sigma2(i,z))*sin(alfa(i,z))*cos(alfa(i,z));
N(i,z)=Area(i,1)*sigmay(i,z);
M(i,z)=Area(i,1)*(chi*taoxy(i,z)*(1-c)*H-dist(i,1)*sigmay(i,z));
Cer(i,z)=Areax(i,1)*sigmax(i,z);
V(i,z)=chi*Area(i,1)*taoxy(i,z);
```

end NN(1,z)=sum(N(:,z)); MM(1,z)=sum(M(:,z)); CCer(1,z)=sum(Cer(:,z)); FL(1,z)=sum(V(:,z)); end f=Val(3,2);

```
rp=[NN(1,1)-Nap;MM(1,1)-Map;CCer(1,1)];
ru=[NN(1,2)-Nap;MM(1,2)-Map;CCer(1,2)];
rv=[NN(1,3)-Nap;MM(1,3)-Map;CCer(1,3)];
rf=[NN(1,4)-Nap;MM(1,4)-Map;CCer(1,4)];
```

```
\label{eq:ruton=[ru(1,1)/(1000*9.81);ru(2,1)/((10^6)*9.81);ru(3,1)/(1000*9.81)]; rvton=[rv(1,1)/(1000*9.81);rv(2,1)/((10^6)*9.81);rv(3,1)/(1000*9.81)]; rfton=[rf(1,1)/(1000*9.81);rf(2,1)/((10^6)*9.81);rf(3,1)/(1000*9.81)]; rpton=[rp(1,1)/(1000*9.81);rp(2,1)/((10^6)*9.81);rp(3,1)/(1000*9.81)]
```

tolerancia=(sum(abs(rpton))) Aux2(contador2,1)=u; Aux2(contador2,2)=v; Aux2(contador2,3)=f; Aux(contador2,1)=tolerancia deltaru=(ru-rp)/(deltau); deltarv=(rv-rp)/(deltav); deltarf=(rf-rp)/(deltaf); [minimo,indice]=min(Aux) if contador==100 u=Aux2(indice,1); v=Aux2(indice,2); f=Aux2(indice,3); uj=[u v f]; Aux(indice,:)=[]; Aux2(indice,:)=[]; [minimo2,indice2]=min(Aux) ui=[Aux2(indice2,1) Aux2(indice2,2) Aux2(indice2,3)] Val=[ui',uj']; tolerancia=valorparatolerancia; contador3=contador3+1; respuesta(contador3,2)=uj(1,1); respuesta(contador3,3)=uj(1,2); respuesta(contador3,4)=uj(1,3); respuesta(contador3,5)=tolerancia; respuesta(contador3,1)=desp; respuesta(contador3,6)=FL(1,1); Aux3(contador3,:)=e1(:,1)'; Aux4(contador3,:)=e2(:,1)'; Aux5(contador3,:)=sigs(:,1)'; Aux6(contador3,:)=sigsy(:,1)'; Aux7(contador3,:)=sigma2(:,1)'; Aux8(contador3,:)=sigma1(:,1)'; Aux9(contador3,:)=alfa(:,1)'; Aux10(contador3,:)=sigmax(:,1)'; Aux11(contador3,:)=sigmay(:,1)'; Aux12(contador3,:)=taoxy(:,1)'; Aux13(contador3,:)=N(:,1)'; else if tolerancia>valorparatolerancia W=[deltaru,deltarv,deltarf]; sj=uj'-W^-1\*rp ui=uj; ui2=uj; uj=sj'; ul=sj'; u=(uj(1,1)); v=uj(1,2); f=uj(1,3); uj=[u v f] Val=[ui',uj'] else contador3=contador3+1; respuesta(contador3,2)=uj(1,1); respuesta(contador3,3)=uj(1,2); respuesta(contador3,4)=uj(1,3); respuesta(contador3,5)=tolerancia; respuesta(contador3,1)=desp; respuesta(contador3,6)=FL(1,1); Aux3(contador3,:)=e1(:,1)'; Aux4(contador3,:)=e2(:,1)'; Aux5(contador3,:)=sigs(:,1)'; Aux6(contador3,:)=sigsy(:,1)'; Aux7(contador3,:)=sigma2(:,1)'; Aux8(contador3,:)=sigma1(:,1)'; Aux9(contador3,:)=alfa(:,1)'; Aux10(contador3,:)=sigmax(:,1)'; Aux11(contador3,:)=sigmay(:,1)'; Aux12(contador3,:)=taoxy(:,1)'; Aux13(contador3,:)=N(:,1)'; end

end

contador=contador+1;

end

disp('El valor es menor que la tolerancia especificada')

end

[maxcar,renglonv]=max(abs(respuesta(:,6))); tetamax=Aux9(renglonv,:); tetamax=tetamax\*180/pi(); for ij=1:ntot

xlswrite(Texto,fm2,'Hoja17','A2'); xlswrite(Texto,ft2,'Hoja18','A2'); xlswrite(Texto,Aux3,'Hoja2','A2'); xlswrite(Texto,Aux4,'Hoja3','A2'); xlswrite(Texto,Aux5,'Hoja4','A2'); xlswrite(Texto,Aux6,'Hoja5','A2'); xlswrite(Texto,Aux7,'Hoja6','A2'); xlswrite(Texto,Aux10,'Hoja13','A2'); xlswrite(Texto,Aux10,'Hoja13','A2'); xlswrite(Texto,Aux11,'Hoja14','A2'); xlswrite(Texto,Aux12,'Hoja15','A2'); xlswrite(Texto,Aux13,'Hoja16','A2'); xlswrite(Texto,Aux13,'Hoja16','A2'); xlswrite(Texto,Aux9,'Hoja12','A2');

```
if tetamax(1,ij)<=45
fmteta=4.74*10^-4*tetamax(1,ij)^2+(-2.43*10^-2)*tetamax(1,ij)+0.883;
if fmteta>1
fmteta=1;
end
fm2(ij,1)=fm*fmteta;
else
fmteta=4.403*10^-4*tetamax(1,ij)^2+(-4.944*10^-2)*tetamax(1,ij)+1.88;
if fmteta>1
fmteta=1;
end
fm2(ij,1)=fm*fmteta;
end
end
Texto='Muro3';
```

xlswrite(Texto,respuesta,1,'A2'); diary('off')

%Comportamiento de muros de mamposteria reforzada% %utilizando la Teoria de Campo de compresión% %Adolfo Iván Jiménez Palacios% clear:clc: disp('....COMPORTAMIENTO DE MUROS DE MAMPOSTERIA REFORZADA...'); disp(' '); NOMBRE='Datos5.xlsx'; u=xlsread(NOMBRE, 'A2:A2'); %Se proponen valores para la primera interaccion% v=xlsread(NOMBRE, 'B2:B2'); f=xlsread(NOMBRE, 'C2:C2'); H=xlsread(NOMBRE, 'A5:A5'); L=xlsread(NOMBRE, 'B5:B5'); n=xlsread(NOMBRE, 'C5:C5'); c=xlsread(NOMBRE, 'A8:A8'); dist=xlsread(NOMBRE, 'F:F'); desp=xlsread(NOMBRE, 'l2:l2'); Em=xlsread(NOMBRE, 'A12:A12'); Es=xlsread(NOMBRE, 'A18:A18'); Fy=xlsread(NOMBRE, 'B18:B18'); Fyy=xlsread(NOMBRE, 'D20:D20'); ro=xlsread(NOMBRE, 'C18:C18'); roy=xlsread(NOMBRE, 'D18:D18'); esox=xlsread(NOMBRE, 'A20:A20'); esoy=xlsread(NOMBRE, 'B22:B22'); Fu=xlsread(NOMBRE, 'B20:B20'); eco=xlsread(NOMBRE, 'B12:B12'); ecoi=xlsread(NOMBRE, 'C12:C12'); ecu=xlsread(NOMBRE, 'A14:A14'); fm=xlsread(NOMBRE, 'B14:B14'); esu=xlsread(NOMBRE, 'C20:C20'); ecr=xlsread(NOMBRE, 'A25:A25'); ft=xlsread(NOMBRE, 'B25:B25'); CC=xlsread(NOMBRE, 'C25:C25'); Area=xlsread(NOMBRE, 'G:G'); Areax=xlsread(NOMBRE, 'Q:Q'); chi=xlsread(NOMBRE, 'A30:A30'); Nap=xlsread(NOMBRE, 'K3:K3'); Map=xlsread(NOMBRE, 'L3:L3'); Vap=xlsread(NOMBRE, 'M3:M3'); ecl=xlsread(NOMBRE, 'C14:C14'); pp=xlsread(NOMBRE, 'A22:A22'); %Propiedades de concreto y acero para castillos% fc=xlsread(NOMBRE, 'B40:B40'); ecco=xlsread(NOMBRE, 'B38:B38'); Ec=xlsread(NOMBRE, 'A38:A38'); ncastillos=xlsread(NOMBRE, 'C34:C34'); Lc=xlsread(NOMBRE, 'B34:B34'); Hc=xlsread(NOMBRE, 'A34:A34'); eccoi=xlsread(NOMBRE, 'C38:C38'); eccu=xlsread(NOMBRE, 'A40:A40'); eccl=xlsread(NOMBRE, 'C40:C40'); Esc=xlsread(NOMBRE, 'A44:A44'); Fyc=xlsread(NOMBRE, 'B44:B44'); roxc=xlsread(NOMBRE, 'C44:C44'); royc=xlsread(NOMBRE, 'R:R'); esoxc=xlsread(NOMBRE, 'A46:A46'); Fuc=xlsread(NOMBRE, 'B46:B46'); esuc=xlsread(NOMBRE, 'C46:C46'); Fyyc=xlsread(NOMBRE, 'D46:D46'); ppc=xlsread(NOMBRE, 'A48:A48'); esoyc=xlsread(NOMBRE, 'B48:B48'); eccr=xlsread(NOMBRE, 'A51:A51'); ftc=xlsread(NOMBRE, 'B51:B51'); ccc=xlsread(NOMBRE, 'C51:C51'); syc=xlsread(NOMBRE, 'I4:I4'); sxc=xlsread(NOMBRE, 'I5:I5'); fm2=xlsread(NOMBRE, 'S:S'); ft2=xlsread(NOMBRE, 'T:T');

```
diary('variables3')
Aux=[];
u1=0.0009;
u2=-0.9;
u3=-0.0000009;
ui=[u1,u2,u3];
tam=size(dist);
ntot=tam(1,1);
format longg
valorparatolerancia=0.001;
tolerancia=20;
contador3=0;
for desp=0.01:0.05:40
contador2=0;
contador=0;
uj=[u,v,f]
Val=[ui',uj']
tolerancia=10;
Aux=[zeros];
Aux2=[zeros];
while tolerancia>valorparatolerancia
contador2=contador2+1;
Val=[ui',uj'];
deltaS=((uj)-(ui))
deltau=deltaS(1,1);
deltav=deltaS(1,2);
deltaf=deltaS(1,3);
for z=1:4
   if z==2
    u=(u+deltau);
  end
  if z==3
    u=Val(1,2);
    v=v+deltav;
  end
  if z==4
     u=Val(1,2);
     v=Val(2,2);
     f=f+deltaf;
  end
for i=1:ntot
  %deformaciones promedias del muro
  ey(i,z)=(1/H)*(v-f*dist(i,1));
  ex(i,z)=u/L;
  gxy(i,z)=(desp/H)-(f*(1-c));
  alfa(i,z)=(atan2(gxy(i,z),(ey(i,z)-ex(i,z))))/2;
  %circulo de mohr para deformaciones principales
  Ce(i,z)=(ey(i,z)+ex(i,z))/2;
  R(i,z)=((gxy(i,z)/2)^2+(ex(i,z)-Ce(i,z))^2)^{(1/2)};
  e1(i,z)=Ce(i,z)+R(i,z);
  e2(i,z)=Ce(i,z)-R(i,z);
  %esfuerzos en los castillos
  if i==1 | i==ntot
   if abs(ex(i,z))<=esox
    sigs(i,z)=Es*ex(i,z);
  elseif abs(ex(i,z))<=esu
      if ex(i,z)<0
      sigs(i,z)=-Fy;
      else
      sigs(i,z)=Fy;
      end
```

```
else
  sigs(i,z)=0;
 end
if abs(ey(i,z))<=esoyc
  sigsy(i,z)=Esc*ey(i,z);
elseif abs(ey(i,z))<=esuc
   if ey(i,z)<0
    sigsy(i,z)=-Fyyc;
    else
    sigsy(i,z)=Fyyc;
    end
else
  sigsy(i,z)=0;
end
vmi(i,z)=abs((Fy-sigs(i,z))*ro-(Fyyc-sigsy(i,z))*royc(i,1))/(tan(alfa(i,z))+(1/(tan(alfa(i,z)))))
 steta=1/(sin(alfa(i,z))/syc+cos(alfa(i,z))/sxc)
 wi=steta*e1(i,z)
vmmaxc=0.18*sqrt(abs(fc))/(0.31+24*wi/(9.525+16))
rrc=(0.8-0.34*e1(i,z)/eccoi);
betac=1/rrc;
if vmi(i,z)>vmmaxc
  vmi(i,z)=vmmaxc
end
if betac>1
  betac=1;
end
if e2(i,z)<0
  sigma2(i,z)=betac*fc*((2*e2(i,z)/eccoi)-(e2(i,z)/eccoi)^2);
elseif e2(i,z)>0 && e2(i,z)<=eccr
  sigma2(i,z)=Ec*e2(i,z);
elseif e2(i,z)>eccr
  st1= ftc/(1+sqrt(200*e2(i,z)));
  st2=(Fy-sigs(i,z))*ro+vmi(i,z)/tan(alfa(i,z));
  st3=(Fyyc-sigsy(i,z))*royc(i,1)+vmi(i,z)*tan(alfa(i,z));
  st4=(Fy-sigs(i,z))*ro*sin(alfa(i,z))^2+(Fyyc-sigsy(i,z))*royc(i,1)*cos(alfa(i,z))^2;
  stg=[st1 st2 st3 st4]
  sigma2(i,z)=min(abs(stg))
end
if e1(i,z)<0
  sigma1(i,z)=betac*fc*((2*e1(i,z)/eccoi)-(e1(i,z)/eccoi)^2);
elseif e1(i,z)>0 && e1(i,z)<=eccr
  sigma1(i,z)=Ec*e1(i,z);
elseif e1(i,z)>eccr
 st5= ftc/(1+sqrt(200*e1(i,z)))
 st6=(Fy-sigs(i,z))*ro+vmi(i,z)/tan(alfa(i,z))
 st7=(Fyyc-sigsy(i,z))*royc(i,1)+vmi(i,z)*tan(alfa(i,z))
  st8=(Fy-sigs(i,z))*ro*sin(alfa(i,z))^2+(Fyyc-sigsy(i,z))*royc(i,1)*cos(alfa(i,z))^2
 stg2=[st5 st6 st7 st8]
 bb=find(stg2<0)
 stg2(:,bb)=[]
  sigma1(i,z)=min((stg2))
end
else
%esfuerzo en el acero de la mamposteria
if abs(ex(i,z))<=esox
  sigs(i,z)=Es*ex(i,z);
```

```
elseif abs(ex(i,z))<=esu
    if ex(i,z)<0
    sigs(i,z)=-(Fy);
    else
    sigs(i,z)=Fy;
    end
else
   sigs(i,z)=0;
end
if abs(ey(i,z))<=esoy
   sigsy(i,z)=Es*ey(i,z);
elseif abs(ey(i,z))<=esu
    if ey(i,z)<0
    sigsy(i,z)=-(Fyy);
    else
    sigsy(i,z)=Fyy;
    end
else
   sigsy(i,z)=0;
end
ecr=ft2(i,1)/Em;
vmi(i,z)=abs((Fy-sigs(i,z))*ro-(Fyy-sigsy(i,z))*roy)/(tan(alfa(i,z))+(1/(tan(alfa(i,z)))));
steta=1/(sin(alfa(i,z))/syc+cos(alfa(i,z))/sxc);
wi=steta*e1(i,z);
vmmax=0.18*sqrt(18.4)/(0.31+24*wi/(7+16));
if vmi(i,z)>vmmax
  vmi(i,z)=vmmax
end
rr=(0.8-0.34*e1(i,z)/ecoi);
beta=1/rr;
if beta>1
  beta=1;
end
if e2(i,z)<0
   sigma2(i,z)=beta*fm2(i,1)*((2*e2(i,z)/ecoi)-(e2(i,z)/ecoi)^2);
 elseif abs(e2(i,z))>abs(ecu)
   sigma2(i,z)=0;
elseif e2(i,z)>0 && e2(i,z)<=ecr
   sigma2(i,z)=Em*e2(i,z);
elseif e2(i,z)>ecr
    st1= ft2(i,1)*exp(-CC*(e2(i,z)-ecr));
    st2=(Fy-sigs(i,z))*ro+vmi(i,z)/tan(alfa(i,z));
    st3=(Fyy-sigsy(i,z))*roy+vmi(i,z)*tan(alfa(i,z));
    st4=(Fy-sigs(i,z))*ro*sin(alfa(i,z))^2+(Fyy-sigsy(i,z))*roy*cos(alfa(i,z))^2;
    stg=[st1 st2 st3 st4]
    sigma2(i,z)=min(stg);
end
if e1(i,z)<0
   sigma1(i,z)=1.067*beta*fm2(i,1)*((2*e1(i,z)/ecoi)-(e1(i,z)/ecoi)^2);
```

```
elseif e1(i,z)>0 && e1(i,z)<=ecr
```

sigma1(i,z)=Em\*e1(i,z);

elseif e1(i,z)>ecr

```
st5= ft2(i,1)*exp(-CC*(e1(i,z)-ecr));
st6=(Fy-sigs(i,z))*ro+vmi(i,z)/tan(alfa(i,z));
st7=(Fyy-sigsy(i,z))*roy+vmi(i,z)*tan(alfa(i,z));
st8=(Fy-sigs(i,z))*ro*sin(alfa(i,z))^2+(Fyy-sigsy(i,z))*roy*cos(alfa(i,z))^2;
stg2=[st5 st6 st7 st8];
%stg2=[st5 st6 st8];
%stg2=[st5 st6];
sigma1(i,z)=min(stg2)
```

end

end

```
sigmax(i,z)=sigma1(i,z)*sin(alfa(i,z))^2+sigma2(i,z)*cos(alfa(i,z))^2+(ro+roxc)*sigs(i,z);
sigmay(i,z)=sigma1(i,z)*cos(alfa(i,z))^2+sigma2(i,z)*sin(alfa(i,z))^2+(roy+royc(i,1))*sigsy(i,z);
taoxy(i,z)=-(sigma1(i,z)-sigma2(i,z))*sin(alfa(i,z))*cos(alfa(i,z));
N(i,z)=Area(i,1)*sigmay(i,z);
M(i,z)=Area(i,1)*(chi*taoxy(i,z)*(1-c)*H-dist(i,1)*sigmay(i,z));
Cer(i,z)=Areax(i,1)*sigmax(i,z);
V(i,z)=chi*Area(i,1)*taoxy(i,z);
```

end NN(1,z)=sum(N(:,z)); MM(1,z)=sum(M(:,z)); CCer(1,z)=sum(Cer(:,z)); FL(1,z)=sum(V(:,z)); end f=Val(3,2);

```
rp=[NN(1,1)-Nap;MM(1,1)-Map;CCer(1,1)];
ru=[NN(1,2)-Nap;MM(1,2)-Map;CCer(1,2)];
rv=[NN(1,3)-Nap;MM(1,3)-Map;CCer(1,3)];
rf=[NN(1,4)-Nap;MM(1,4)-Map;CCer(1,4)];
```

```
\label{eq:ruton=[ru(1,1)/(1000*9.81);ru(2,1)/((10^6)*9.81);ru(3,1)/(1000*9.81)]; rvton=[rv(1,1)/(1000*9.81);rv(2,1)/((10^6)*9.81);rv(3,1)/(1000*9.81)]; rfton=[rf(1,1)/(1000*9.81);rf(2,1)/((10^6)*9.81);rf(3,1)/(1000*9.81)]; rpton=[rp(1,1)/(1000*9.81);rp(2,1)/((10^6)*9.81);rp(3,1)/(1000*9.81)] \\
```

```
tolerancia=(sum(abs(rpton)))
Aux2(contador2,1)=u;
Aux2(contador2,2)=v;
Aux2(contador2,3)=f;
Aux(contador2,1)=tolerancia
Aux2
```

deltaru=(ru-rp)/(deltau); deltarv=(rv-rp)/(deltav); deltarf=(rf-rp)/(deltaf);

[minimo,indice]=min(Aux)

```
if contador==100
  u=Aux2(indice,1);
  v=Aux2(indice,2);
  f=Aux2(indice,3);
  uj=[u v f];
  Aux(indice,:)=[];
  Aux2(indice,:)=[];
  [minimo2,indice2]=min(Aux)
  ui=[Aux2(indice2,1) Aux2(indice2,2) Aux2(indice2,3)]
  Val=[ui',uj'];
tolerancia=valorparatolerancia;
 contador3=contador3+1;
 respuesta(contador3,2)=uj(1,1);
 respuesta(contador3,3)=uj(1,2);
respuesta(contador3,4)=uj(1,3);
 respuesta(contador3,5)=tolerancia;
```

```
respuesta(contador3,6)=FL(1,1);
 Aux3(contador3,:)=e1(:,1)';
 Aux4(contador3,:)=e2(:,1)';
Aux5(contador3,:)=sigs(:,1)';
Aux6(contador3,:)=sigsy(:,1)';
Aux7(contador3,:)=sigma2(:,1)';
Aux8(contador3,:)=sigma1(:,1)';
Aux9(contador3,:)=alfa(:,1)';
Aux10(contador3,:)=vmi(:,1)';
else
if tolerancia>valorparatolerancia
W=[deltaru,deltarv,deltarf];
sj=uj'-W^-1*rp
ui=uj;
ui2=uj;
uj=sj';
ul=sj';
u=(uj(1,1));
v=uj(1,2);
f=uj(1,3);
uj=[u v f]
Val=[ui',uj']
else
contador3=contador3+1;
respuesta(contador3,2)=uj(1,1);
respuesta(contador3,3)=uj(1,2);
respuesta(contador3,4)=uj(1,3);
respuesta(contador3,5)=tolerancia;
respuesta(contador3,1)=desp;
respuesta(contador3,6)=FL(1,1);
Aux3(contador3,:)=e1(:,1)';
Aux4(contador3,:)=e2(:,1)';
Aux5(contador3,:)=sigs(:,1)';
Aux6(contador3,:)=sigsy(:,1)';
Aux7(contador3,:)=sigma2(:,1)';
Aux8(contador3,:)=sigma1(:,1)';
 Aux9(contador3,:)=alfa(:,1)';
 Aux10(contador3,:)=vmi(:,1)';
end
end
contador=contador+1;
end
disp('Valor menor que la tolerancia')
end
[maxcar,renglonv]=max(abs(respuesta(:,6)));
tetamax=Aux9(renglonv,:);
tetamax=tetamax*180/pi();
for ij=1:ntot
  if tetamax(1,ij)<=45
   fmteta=4.74*10^-4*tetamax(1,ij)^2+(-2.43*10^-2)*tetamax(1,ij)+0.883;
    if fmteta>1
       fmteta=1;
    end
   fm2(ij,1)=fm*fmteta;
  else
    fmteta=4.403*10^-4*tetamax(1,ij)^2+(-4.944*10^-2)*tetamax(1,ij)+1.88;
     if fmteta>1
      fmteta=1:
     end
  fm2(ij,1)=fm*fmteta;
  end
```

respuesta(contador3,1)=desp;

 $\label{eq:cr_-3.93*10^-5*tetamax(1,ij)^2+(3.49*10^-3)*tetamax(1,ij)+0.212; ft2(ij,1)=fcr*sqrt(-fm);$ 

end Texto='Muro5'; xlswrite(Texto,fm2,'Hoja13','A2'); xlswrite(Texto,ft2,'Hoja14','A2'); xlswrite(Texto,Aux10,'Hoja15','A2'); xlswrite(Texto,Aux3,'Hoja2','A2'); xlswrite(Texto,Aux4,'Hoja3','A2'); xlswrite(Texto,Aux5,'Hoja4','A2'); xlswrite(Texto,Aux6,'Hoja5','A2'); xlswrite(Texto,Aux7,'Hoja6','A2'); xlswrite(Texto,Aux8,'Hoja7','A2'); xlswrite(Texto,Aux9,'Hoja12','A2'); xlswrite(Texto,respuesta,1,'A2');

diary('off')

Para comparar las distorsiones de los muros examinados, así como la comparación del comportamiento interno del modelo con lo observado en los ensayes experimentales, se presenta a continuación una evaluación del modelo realizado para el muro MB-3, el cual tenía una cuantía de refuerzo horizontal  $\rho_h = 0.15\%$ . En las pruebas realizadas, se presentó el primer agrietamiento  $V_{agr} = 238kN$  a una distorsión de 0.11% (2.81mm), la carga máxima  $V_{máx}$  que resistió fue de 421kN en el ciclo de incremento positivo a un desplazamiento  $\gamma_{V_{máx}}$  de 0.81% (20.7mm) La carga de falla  $V_{falla}$  que se calculó resultó ser de 337 kN a una distorsión  $\gamma_{falla}$  de 1.48% (37.8mm).



a) Primer agrietamiento inclinado



c) Resistencia máxima



b) Primer agrietamiento diagonal



d) Estado final

Figura 1.6 Fotografías de estados de daño del muro MB-3 en distintas etapas de la prueba (Cruz,2015)

El primer agrietamiento se presentó en la esquina inferior izquierda del muro y la primera grieta diagonal fue de esquina a esquina del panel a través de las piezas del muro, con otras grietas paralelas en la parte inferior sobre las juntas de mortero. Según lo observado, las grietas se presentaron en los ciclos de incremento de desplazamiento, abriéndose hasta 0.8mm en los ciclos de repetición.

El daño se fue presentando con espaciamiento constante entre grietas paralelas que atravesaron las piezas, aunque se concentraba en los extremos inferiores del panel. Para la carga máxima se presentó un espesor de grieta de 3mm en el ciclo positivo y de 10mm en el ciclo

negativo. Al final de la prueba, el muro presentó aplastamiento de piezas en las zonas donde la trayectoria de las grietas coincidía por el mismo lugar.

Tomando en cuanto todas las observaciones presentadas en el trabajo de Cruz (2015), se plantea a continuación una comparación entre los tres puntos principales (primer agrietamiento, cortante máximo y falla ultima) que se observaron en el experimento, contra sus correspondientes puntos en la curva esfuerzo deformación de los resultados del modelo estudiado. Observando internamente que pasa con las curvas  $\varepsilon_1 - \sigma_1$  y  $\varepsilon_2 - \sigma_2$  en cada elemento vertical del modelo analítico en cada uno de los tres puntos mencionados.

Para el trabajo se determinó el punto de agrietamiento siguiendo los siguientes criterios:

- El momento en el cual el acero horizontal comenzó a deformarse
- Agrietamiento físico del muro obtenido de las pruebas fotográficas



• Donde cambio de pendiente el ciclo histerético de carga

Figura 1.7 Tres puntos principales del muro MB-3

En la Figura 1.7 se puede observar que el punto de agrietamiento para el modelo analítico se produce alrededor del desplazamiento  $1.61 \ [mm]$  en comparación del 2.81 [mm] reportado experimentalmente, el valor de 1.61 [mm] corresponde al 0.06% contra el 0.11% reportado. El punto de carga máxima se presentó a un desplazamiento de 15.76 [mm] en el modelo analítico y a 20.7 [mm] para las pruebas experimentales, dando una distorsión de 0.61% y 0.81% respectivamente, el punto de carga último se consideró a una distorsión de 1.54% para el modelo analítico y 1.6% para el modelo experimental con 39.26 [mm] y 40.96 [mm] respectivamente. En la Figura 1.8, Figura 1.9 se muestra las curvas esfuerzo-deformación para las direcciones principales de la mampostería para los puntos de desplazamiento principales, y en la Figura 1.10 el esfuerzo en el acero en los tres puntos estudiados.



Figura 1.8 curva esfuerzo deformación principal a tensión de la mampostería en los tres puntos principales





Figura 1.9 curva esfuerzo deformación principal a compresión de la mampostería en los tres puntos principales



Figura 1.10 Curva esfuerzo desplazamiento del acero de refuerzo horizontal en los 3 puntos principales

Como se puede ver el cambio de pendiente el modelo analítico está gobernado por los cambios de pendientes específicas en las relaciones constitutivas propuestas, por ejemplo, para el primer agrietamiento, se puede observar que el primer cambio de pendiente del modelo analítico, obedece al cambio de pendiente en la relación constitutiva a tensión de la mampostería. Para el caso particular del modelo analítico para el muro MB-3, la carga máxima se puede observar que concuerda con el cambio de pendiente en la relación constitutiva del acero y de la relación constitutiva a compresión de la mampostería, y para la carga ultima existe un aplastamiento en la mampostería que se puede observar en las curvas esfuerzo-deformación de la mampostería de los últimos elementos verticales del modelo analítico, los últimos elementos verticales son los que tienen una mayor solicitud de esfuerzos a compresión.