



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA – CONTROL

ESTABILIZACION DE SISTEMAS HAMILTONIANOS NO AFINES EN EL
CONTROL

MODALIDAD DE GRADUACIÓN: TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
FRANCISCO JAVIER ROSAS PAREDES

TUTOR PRINCIPAL
GERARDO RENE, ESPINOSA, PÉREZ, FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. DICIEMBRE 2015

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. JAIME ALBERTO MORENO PEREZ

Secretario: DR. PAUL ROLANDO MAYA ORTIZ

Vocal: DR. GERARDO RENE ESPINOSA PEREZ

1^{er}. Suplente: DR. HUGO RODRIGUEZ CORTES

2^{do}. Suplente: DR. VICTOR MANUEL CARDENAS GALINDO

Esta tesis se realizó en el laboratorio de control del posgrado de ingeniería

TUTOR DE TESIS:

GERARDO RENE ESPINOSA PEREZ

FIRMA

Índice general

Índice general	v
Índice de figuras	vii
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Antecedentes	2
1.3. Formulación del problema	3
1.4. Organización de la tesis	4
2. Preliminares	5
2.1. Estabilidad en el sentido de Lyapunov	5
2.2. Pasividad	7
2.3. Sistemas Hamiltonianos	9
2.4. Circuitos de Electrónica de Potencia	10
2.5. Convertidores con estructura Hamiltoniana afín en el control	13
2.6. Convertidores con estructura Hamiltoniana no afín en el control	17
3. Controladores para sistemas Hamiltonianos bilineales	23
3.1. Controlador dinámico pasivo	23
3.1.1. Estabilidad	24
3.1.2. Propiedades	25
3.2. Controlador estático pasivo	26
3.2.1. Estabilidad	26
3.2.2. Propiedades	27
3.3. Controlador Propuesto	28
3.3.1. Propiedades	30
4. Casos de estudio	32
4.1. Convertidor tipo Boost en regulación	32
4.1.1. Controlador dinámico pasivo	35
4.1.2. Controlador estático pasivo	35
4.1.3. Controlador propuesto	36

4.1.4. Simulación	37
4.2. Convertidor tipo Boost en seguimiento	40
4.2.1. Simulación	42
5. Conclusiones	46
Bibliografía	48

Índice de figuras

2.1. Conmutacion de la entrada.	12
2.2. Interconexión de sistemas dinámicos.	12
2.3. Convertidor afin en el control.	13
2.4. Interconexión de sistemas pasivos	14
2.5. Convertidor bi-lineal.	18
4.1. Error en regulación de la corriente en el inductor.	38
4.2. Error de regulación de voltaje en el capacitor.	38
4.3. Señales de control para la regulacion del sistema.	39
4.4. Boost conveter AC-AC.	41
4.5. Error de seguimiento de la corriente en el inductor.	43
4.6. Seguimiento de la corriente en el inductor.	43
4.7. Error de seguimiento de voltaje en el capacitor.	44
4.8. Seguimiento de la corriente en el inductor.	44
4.9. Señales de control para el seguimiento del sistema.	45

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

El presente trabajo surge para atender a un problema teórico de gran importancia a nivel práctico. Dentro del marco de la teoría de control, el diseño de controladores basado en pasividad es una de las técnicas más importantes, esto debido a su estructura basada en propiedades energéticas la cual permite una fácil aplicación a diversos sistemas físicos. Dentro de este contexto la representación de sistemas mediante estructuras Hamiltonianas ha mostrado una gran afinidad con el control basado en pasividad, dado que este tipo de representación tiende a destacar propiedades de tipo energético presentes en el sistema y para los casos en los que se presentan sistemas Hamiltonianos afines en el control la tarea resulta aún más simple, pues la función Hamiltoniana puede utilizarse directamente para corroborar la propiedad de pasividad por parte del sistema y desarrollar controladores a partir de esta técnica. En cuanto a los sistemas que presentan una estructura no afín en el control la tarea puede complicarse. Sin embargo, actualmente existen herramientas como el control basado en pasividad por interconexión y asignación de amortiguamiento (por sus siglas en inglés IDA-PBC), la cual busca interconectar al sistema de tal modo que se obtengan estructuras pasivas. Pero a pesar del desarrollo que presentan estas técnicas existen algunas estructuras Hamiltonianas que presentan problemas para el diseño de controladores mediante el control basado en pasividad.

Dentro de estas estructuras, la siguiente configuración es la que se busca atender en el siguiente trabajo.

Sea Σ

$$\dot{q} = [C(u, q) - R(q)]\nabla_q H(q) + E$$

donde $q \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $C(u, q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz que contiene la información de las interconexiones, $R(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz que contiene la información de todos los elementos disipativos del sistema, $\nabla_q H(q) = \frac{\partial H(q)}{\partial q} \in \mathbb{R}^n$ donde $H(q)$ es la función Hamiltoniana, es decir una función escalar que contiene la información de la energía almacenada en el sistema en términos de los elementos almacenadores, $u \in \mathbb{R}^m$ es la señal de control y $E \in \mathbb{R}^n$ es una entrada sobre la que no se tiene control. Además $\forall q, \forall u$

$$C(u, q) = -C(u, q)^T; R(q) = R(q)^T \geq 0; H \in \mathbb{R}, H > 0.$$

Este tipo de estructuras presentan la particularidad de que además de no ser afines en el control, la señal de control se encuentra embebida dentro de la matriz de interconexión $C(u, q)$ la cual como se mencionó es antisimétrica, razón por la que al hacer un análisis típico de pasividad encontramos que dicha propiedad provoca que el término de control no aparezca explícitamente dentro de la derivada respecto al tiempo de la función de energía a lo largo de las trayectorias descritas por la dinámica del sistema, por lo cual la expresión de la prueba de pasividad no presenta el término de estabilización que se busca para el desarrollo de controladores.

La importancia en aplicaciones de este problema teórico, radica en aplicaciones de electrónica de potencia. En este aspecto, los circuitos de electrónica de potencia han tomado una especial importancia para la transmisión de potencia, ya que al desarrollarse múltiples formas para generar energía, las configuraciones que se han obtenido de ésta, también han cambiado de manera importante. Además de esto, dada la introducción cada vez más fuerte de elementos electrónicos, la generación de armónicos que afectan la calidad de la transmisión de la misma se ha visto acentuada, razón por la cual el desarrollo de circuitos que permitan tanto acondicionar señales, como mejorar la calidad de la transmisión de la energía, se ha convertido en una prioridad. Este tipo de circuitos son los que conforman a la electrónica de potencia, dentro de los que destacan los convertidores de potencia, los cuales suelen presentar configuraciones como las que se busca atender en el presente trabajo.

1.2. Antecedentes

Para revisar los antecedentes de esta temática hay que separarla en dos casos. El primero de ellos, es alusivo a los sistemas que se pueden modelar con una estructura Hamiltoniana afín en el control. Para este caso existe un gran trabajo realizado, razón por la cual, solo se hará mención de la resolución general para este tipo de sistemas. El otro caso que se presenta en este tipo de circuitos es cuando se encuentran configuraciones Hamiltonianas no

afines en el control, las cuales devuelven estructuras bi-lineales muy particulares, las cuales se revisarán con especial atención.

De manera general en la literatura reportada, se pueden encontrar algunos trabajos que abordan este tipo de sistemas en un marco de aplicación directa a casos específicos de convertidores de potencia eléctricos, como por ejemplo los desarrollados en [1] en donde se trabaja con los casos específicos de regulación para convertidores de potencia de corriente directa a corriente directa (DC-DC), particularmente el convertidor tipo Boost y el Buck-Boost. De igual modo en [2] y [3] se abordan problemas similares pero con convertidores corriente alterna a corriente directa (AC-DC) con estructura multinivel. En el caso de estos trabajos el desarrollo de los controladores se realiza para seguimiento de trayectorias. En el caso de [4] se muestra otro ejemplo de convertidor AC-DC con la particularidad de que del lado de DC podemos encontrar una fuente de corriente y de igual manera el ejemplo en cuestión aborda el caso de seguimiento.

Ademas de esto se encontrarán trabajos como [6] y [7] donde se describe una metodología para tratar con un tipo particular de sistemas bi-lineales, como los que describen el comportamiento de algunos convertidores de potencia.

1.3. Formulación del problema

Los convertidores de potencia con estructura Hamiltoniana bi-lineal se presentan con gran frecuencia en el desarrollo de aplicaciones y a pesar de que existen trabajos al respecto el diseño de controladores todavía presenta algunas complicaciones. Dentro de la literatura se presentan algunos trabajos sobre el diseño de controladores bi-lineales, pero el presente trabajo pretende ubicar la aplicación de estas técnicas en una estructura muy usual en los sistemas físicos, la estructura Hamiltoniana, en la cual aunque el trabajo sobre dicha estructura es amplio, presenta complicaciones con los sistemas donde el control se encuentra embebido dentro de la matriz de interconexión.

En este trabajo de tesis se plantea que es posible extender los resultados encontrados en la literatura sobre sistemas bi-lineales, a los sistemas Hamiltonianos donde el control se encuentra embebido dentro de la matriz de interconexión. Además de esto se buscará desarrollar una metodología con aplicación directa para este tipo de sistemas.

El presente trabajo pretende realizar un análisis de los sistemas Hamiltonianos donde la entrada de control se encuentra embebida en la matriz de interconexión, el cual permita entender su contexto energético y otras propiedades físicas relacionadas con la estabilidad y estabilización de este tipo de sistemas. Además de esto se busca revisar resultados anteriores obtenidos para este tipo de sistemas, para de este modo buscar generar una metodología que permita desarrollar controladores para los sistemas en cuestión.

Las metas para este trabajo de tesis son:

- Desarrollar un análisis de los sistemas en cuestión que permita entender sus propiedades de estabilidad y estabilización.
- Generar una metodología que permita diseñar controladores para este tipo de sistemas.

Con base en lo anterior las aportaciones presentadas en este trabajo son el diseño de un esquema de control para este tipo de sistemas y la comparativa entre los esquemas de control desarrollados de manera previa, tanto entre ellos mismos como con respecto al propuesto.

1.4. Organización de la tesis

La estructura de este trabajo es la siguiente: el Capítulo 2 ofrece una serie de herramientas y antecedentes útiles para afrontar a este tipo de sistemas, además muestra una configuración pertinente para el sistema que permite rescatar propiedades de pasividad del mismo. En el Capítulo 3 se presentan tres tipos de controladores los cuales pretenden dar solución al control de los sistemas objetivo de esta tesis, además de ello se presenta las cualidades de estabilidad y algunas propiedades que exhiben. El Capítulo 4 busca aplicar el diseño de los controladores propuestos mediante un caso de estudio, el cual se trabaja tanto para el problema de regulación como de seguimiento.

Capítulo 2

Preliminares

En este capítulo se establecen el conjunto de herramientas fundamentales para el desarrollo de este trabajo, así como las configuraciones bases para el desarrollo de los controladores presentados en el capítulo 3.

2.1. Estabilidad en el sentido de Lyapunov

A lo largo del presente trabajo al hablar de problemas de control, el concepto de estabilidad en el sentido de Lyapunov cobra vital importancia. Para una descripción más general de este concepto consultar [5], [6], [7]. Particularmente es de nuestro interés la aplicación de este concepto para sistemas lineales y autónomos, por ende empezaremos con las siguientes definiciones.

Definición 1

Sea un sistema de la forma

$$\dot{x} = f(x, t),$$

este sistema es autónomo, si la función $f \in \mathbb{R}^n$ no muestra dependencia explícita con respecto de la variable t , es decir no presenta dependencia temporal de manera explícita. De otro modo se dice que el sistema es no autónomo.

Definición 2

Sea un sistema de la forma

$$\dot{x} = f(x, t),$$

se dice que el sistema es lineal con respecto a $x \in \mathbb{R}^n$, si y solo si, satisface las propiedades de homogeneidad y aditividad con respecto a esta, es decir

$$f(ax_1 + bx_2, t) = af(x_1, t) + bf(x_2, t) \quad (2.1)$$

para toda $a, b \in R$, $x_1, x_2 \in R^n$, .

Esta propiedad es especialmente importante ya que permite usar el principio de superposición, el cual será fundamental más adelante.

Al hacer referencia a estabilidad en el sentido de Lyapunov se tiene que hablar de puntos de equilibrio, por lo cual la siguiente definición también es importante.

Definición 3

x_0 es un punto de equilibrio para $\dot{x} = f(t, x)$ si $f(t, x_0) = 0/t \geq 0$.

Teorema

Sea el sistema

$$\dot{x} = f(x), x \in \mathbb{R}^n$$

con un punto de equilibrio x_0 y sea $V(x)$ una función escalar de variable vectorial, continuamente diferenciable y definida en un dominio DR^n , $x_0 \in D$, tal que su derivada con respecto del tiempo a lo largo de las trayectorias de $\dot{x} = f(x)$ es

$$\dot{V}(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \dot{x}_i \quad (2.2)$$

con $V(x_0) = 0$ y $V(x) > 0 \quad \forall x \in D$, mientras $\dot{V}(x_0) = 0$ y $\dot{V}(x) \leq 0 \quad \forall x \in D$. Bajo estas condiciones que el punto de equilibrio x_0 es estable en el sentido de Lyapunov.

En general es posible considerar al punto de equilibrio como el origen. En caso contrario, se pueden realizar traslaciones que permitan ubicar al mismo en el origen.

Particularmente para los sistemas lineales la prueba resulta sumamente simple y conocida, ya que la función de Lyapunov que se propone es una forma cuadrática que cumple con ser positiva definida con $x_0 = 0$, es decir

$$V(x) = x^T P x; x \in \mathbb{R}^n, P \in \mathbb{R}^{n \times n} \quad (2.3)$$

con $P = P^T > 0$.

Si se considera la derivada de esta función con respecto al tiempo, arroja la siguiente forma

$$\dot{V}(x) = x^T (PA + A^T P)x = -x^T Q x \quad (2.4)$$

donde se pide que la matriz Q sea positiva semidefinida.

Si el sistema es estable siempre es posible encontrar una P dada una Q , mediante la siguiente expresión.

$$P = \int_0^{\infty} \exp(A^T t) Q \exp(At) dt \quad (2.5)$$

Un caso especial de la prueba de estabilidad de Lyapunov es el caso de la estabilidad Volterra-Lyapunov, la cual se diferencia de la anterior porque se pide que la matriz Q sea definida positiva. A partir de esta prueba se puede garantizar estabilidad asintótica y en el caso de sistemas lineales se muestra que la estabilidad asintótica equivale a estabilidad exponencial.

Ademas de estos conceptos, dada la temática de esta tesis, el concepto de pasividad toma una importancia fundamental al igual que el de sistemas Hamiltonianos, razón por la cual sus definiciones se presentan enseguida.

2.2. Pasividad

La pasividades una propiedad que describen algunos sistemas desde una entrada a una salida, por lo cual para especificar dicha propiedad es necesario indicar la o las salidas y entradas con respecto a la que se da dicha propiedad.

Sea el sistema Σ

$$\dot{x} = f(x, u), x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n,$$

$$y = h(x, u)$$

con $x \in \mathbb{R}^n$, la entrada $u \in \mathbb{R}^m$ y la salida $y \in \mathbb{R}^m$

Definición 4

Disipatividad: Σ es disipativo con respecto al suministro de energía $w(u, y) : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m$ si y solo si existe una función de almacenamiento de energía $V(x)$ positiva definida y continuamente diferenciable con respecto a x :

$$V(x(T)) - V(x_0) \leq \int_0^T w(u(t), y(t)) dt$$

para toda $u \in \mathbb{R}^m$, toda $T \geq 0$ y toda $x_0 \in \mathbb{R}^n$. Esta expresión también se puede plantear en su forma diferencial, de la siguiente manera

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x, u) \leq w(u, y)$$

Definición 5

Pasividad: Σ es pasivo si es disipativo con una razón de suministro $w(u, y) = u^T y$.

Una propiedad que satisfacen este tipo de sistemas, se observa en la configuración de la prueba de pasividad en su forma diferencial.

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x, u) \leq u^T y$$

Si se considera a $V(x)$ como función candidata de Lyapunov y la señal de entrada $u = 0$, la prueba anterior demuestra ,si el punto de equilibrio del sistema lo hacemos coincidir con

el mínimo de la función de energía, que éste es estable en el sentido de Lyapunov. Más aún si se retroalimenta negativamente una función de la salida pasiva $g(y)$, tal que dicha función cumple la condición $g(y)^T y > 0 \forall y \neq 0$ se obtiene la siguiente expresión

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x, u) \leq u^T y = -g(y)^T y \leq 0$$

con lo que el punto de equilibrio es asintóticamente estable si $y \rightarrow 0$, implica que $x \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$

A partir de dicha característica surge la técnica del control basado en pasividad, la cual busca explotar la pasividad de los sistemas para el diseño de controladores y en casos más complejos pasivizar a los sistemas o por medio de herramientas como lo son IDA-PBC (Interconnection and Damping Assignment) lograr generar controladores (para mayor referencia consultar [1]).

2.3. Sistemas Hamiltonianos

Los sistemas Hamiltonianos presentan una especial importancia al hablar del control basado en pasividad, esto sobre todo debido a las propiedades para analizar las interconexiones que presentan, las cuales facilitan el análisis de sistemas complejos al poder verlos como sistemas Hamiltonianos interconectados y poder extender las propiedades encontradas de manera individual a la interconexión de estos.

El Hamiltoniano, es la función que permite expresar la energía almacenada de un sistema en términos de sus variables de estado. Estas variables de estado cambian de un sistema a otro, en sistemas mecánicos por ejemplo tenemos velocidad y fuerza, mientras que en sistemas eléctricos, corrientes y voltajes. Para trabajar de una manera más general esta función se expresa en términos de variables generalizadas, las cuales se dividen en variables de esfuerzo y flujo (e,f). Las primeras atienden a la necesidad de una referencia para especificar su valor, como lo es el caso de los voltajes, las velocidades, presiones y temperaturas, mientras que las segundas no requieren referencia como lo son la corriente eléctrica, la fuerza, los flujos hidráulicos y térmicos. Bajo estas consideraciones el Hamiltoniano obtiene la siguiente expresión

$$H = T(f_a, e_a) + V(e_a)$$

donde $T(f_a, e_a)$ es la función que describe la co-energía del sistema, $V(e_a)$ es la función que describe a la energía, e_a y f_a son las variables generalizadas de esfuerzo y flujo almacenado respectivamente.

Definición 8

Un sistema se dice que es Hamiltoniano si permite representarlo mediante la siguiente expresión

$$\dot{q} = [C(u, q) - R(q)]\nabla_q H(q) + g(q)u$$

$$y = g^T(q)\nabla_q H(q)$$

donde $q \in \mathbb{R}^n$ representa el vector de variables generalizadas tanto de flujo como de esfuerzo, $C(u, q), R(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\nabla_q H(q) = \frac{\partial H(q)}{\partial q} \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$ y $g(q) \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Además

$$C(u, q) = -C(u, q)^T; R = R^T \geq 0; H \in \mathbb{R}, H > 0$$

Este tipo de sistemas tienen la peculiaridad que dada su estructura, regularmente permiten trabajar de manera sencilla el enfoque PBC, ya que la pasividad de ciertas salidas y entradas es demostrable de manera sencilla (para mayor información ver [17]).

2.4. Circuitos de Electrónica de Potencia

El término *Electrónica de potencia* es empleado para definir a la conjunción de elementos eléctricos y electrónicos que tienen por finalidad el transformar y controlar voltajes y corrientes a altos niveles de potencia.

En general la función que juegan los elementos electrónicos en este tipo de circuitos es la de permitir o no la conducción de corriente por el sistema, es decir permitir circuitos abiertos o cerrados, según convenga, esto con la finalidad de acondicionar las señales de voltaje y/o corriente para alimentar a ciertos dispositivos, ya sea para mejorar la calidad de la energía o porque el elemento así lo demanda.

En la actualidad, dada la complejidad de los elementos con los que se trabaja, la electrónica de potencia ha tomado una importancia fundamental, tanto por el tipo de señales que demandan ciertos dispositivos como por la cantidad de armónicos que generan, lo cual provoca problemas con la calidad de la energía y que los costos de suministrar la misma sean mayores.

Este tipo de sistemas en general presentan comportamientos discontinuos, pero para facilitar el trabajo con este tipo de elementos, se supone comportamientos continuos en algunos casos o continuos a intervalos, para lo cual una importante herramienta para este tipo de análisis es la técnica PWM (para mayor referencia de esta técnica consultar [16] y [1]). Otra peculiaridad que presenta este tipo de sistemas es que salvo los elementos electrónicos que se mencionan, el resto de su configuración es a partir de elementos eléctricos pasivos como, resistores, bobinas y condensadores eléctricos, además de fuentes.

Dadas estas configuraciones, estos sistemas en general no presentan dificultad para modelarse mediante estructuras Lagrangianas o Hamiltonianas, ya sean afines en el control o no afines como es posible observar en [1]. En el caso de las configuraciones afines, se presentan cuando los elementos electrónicos permiten la interconexión de un subsistema dinámico y un subsistema estático y/o una fuente. Por otro lado, las configuraciones no afines se presentan cuando los elementos electrónicos interconectan a dos subsistemas dinámicos como se muestra en [6].

En general los circuitos de electrónica de potencia, se dividen en:

- Convertidores de corriente directa a corriente directa (DC-DC).
- Convertidores de corriente alterna a corriente alterna (AC-AC).
- Convertidores de corriente alterna a corriente directa (AC-DC).

- Convertidores de corriente directa a corriente alterna(DC-AC).

Para el caso particular de este trabajo, la segmentación de los convertidores se realizará no en torno a la función que cumplen sino tomando como base el tipo de modelado mediante estructuras Hamiltonianas que admiten, es decir, en aquellos en los que el convertidor nos permite conmutar la señal de entrada y aquellos donde existen dos subsistemas dinámicos interconectados, tal como lo muestran las configuraciones de las Figuras (2.1) y (2.2) respectivamente.

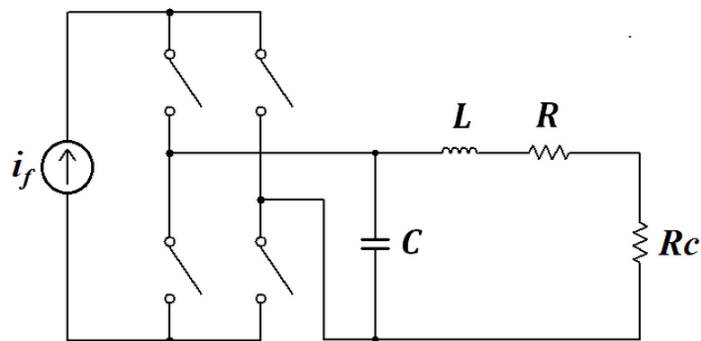


Figura 2.1: Conmutacion de la entrada.

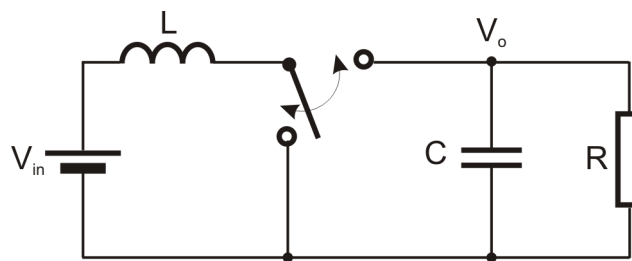


Figura 2.2: Interconexión de sistemas dinámicos.

En donde la primera de las configuraciones se puede modelar a partir de un sistema Hamiltoniano afín en el control, mientras que la segunda se modela a partir de una estructura Hamiltoniana no afín en el control.

2.5. Convertidores con estructura Hamiltoniana afín en el control

Los convertidores con estructuras como la mostrada en la Figura (2.1), se pueden expresar de manera más general como se muestra en la Figura (2.3)

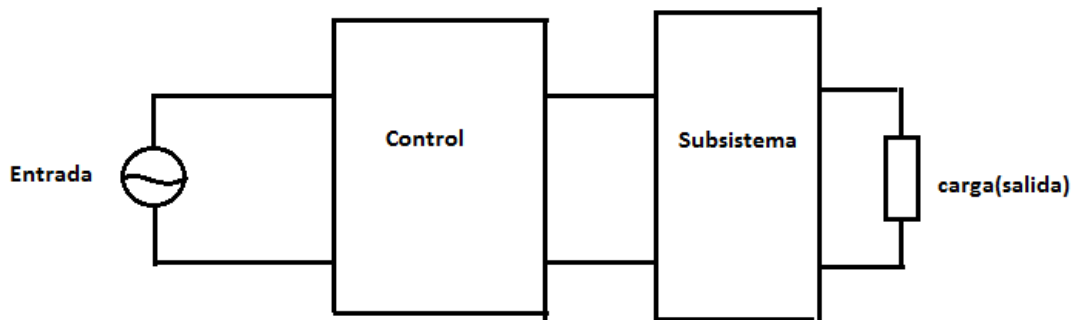


Figura 2.3: Convertidor afín en el control.

En esta figura, tomando como referencia el controlador, de un lado se presenta únicamente la fuente y del otro un subsistema dinámico, el cual contiene únicamente elementos eléctricos pasivos.

Este tipo de sistemas si se considera que las relaciones constitutivas de los elementos pasivos son de carácter lineal, en general admite una representación en variables de estado mediante una estructura Hamiltoniana lineal y afín en el control, como la que se muestra (para mayor información consultar [1])

$$\dot{q} = [C - R]\nabla_q H(q) + Esw \quad (2.6)$$

con $q \in \mathbb{R}^n$ el estado del sistema, $C = -C^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matriz antisimétrica de interconexión, $R = R^T \geq 0$ la matriz de dimension $n \times n$ semidefinida positiva de disipación,

$E \in \mathbb{R}^{n \times m}$ la matriz de entrada, $sw \in \mathbb{R}^m$ el vector de entradas y $H(q)$ la función escalar de energía almacenada.

El vector de señales de control sw en general es un conjunto de señales discontinuas que puede tomar valores 1 y 0. Pese a ello y como se mencionó, se puede realizar un modelado continuo, basado en la modulación por ancho de pulso (PWM). En particular para este caso se ocupó la técnica conocida como promediación en variables de estado (ver en [1]), para escribir al sistema Hamiltoniano de forma continua como se muestra a continuación.

Considere $sw_A(t)$ una de las señales que conforman al vector de señales sw y sw_B el conjunto complementario de señales, donde dicha señal $sw_A(t)$ se puede definir a través de una modulación PWM con un periodo T_{pwm} , como se muestra en la Figura 2.4. Entonces se define de la siguiente forma

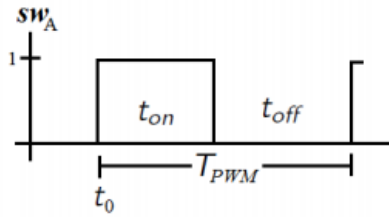


Figura 2.4: Interconexión de sistemas pasivos

$$sw_A(t) = \begin{cases} 1 & t_0 < t < u_A T_{PWM} \\ 0 & u_A T_{PWM} < t < T_{PWM} \end{cases} \quad (2.7)$$

dónde u_A se conoce como el ciclo de trabajo y se define como

$$u_a = \frac{t_{on}}{T_{PWM}}$$

si se escribe al vector sw como

$$sw = sw_A + sw_B \quad (2.8)$$

dónde $sw_A \in \mathbb{R}^m$ es un vector con todos sus valores iguales a cero, salvo el referido a la señal sw_A y el vector $sw_B \in \mathbb{R}^m$ es el vector complemento de sw_A , es posible reescribir al sistema

como

$$\dot{q} = [C - R]\nabla_q H(q) + Esw_B + Esw_A(t) \quad (2.9)$$

A partir de esta expresión se define una integral a lo largo del ciclo T_{PWM} de la siguiente forma

$$q(t_0 + T_{PWM}) - q(t_0) = \int_{t_0}^{t_0 + T_{PWM}} ([C - R]\nabla_q H(q) + Esw_B + Esw_A(t))dt \quad (2.10)$$

Separando a la integral en dos tiempos de integración de acuerdo a los tiempos de operación de sw_A

$$\begin{aligned} q(t_0 + T_{PWM}) - q(t_0) &= \int_{t_0}^{t_0 + T_{u_A} PWM} ([C - R]\nabla_q H(q) + Esw_B + Esw_A(t))dt \\ &+ \int_{t_0 + T_{u_A} PWM}^{t_0 + T_{PWM}} ([C - R]\nabla_q H(q) + Esw_B + Esw_A(t))dt \end{aligned} \quad (2.11)$$

y dados los valores que toma la señal sw_A en dichos intervalos, la ecuación anterior queda expresada como

$$\begin{aligned} q(t_0 + T_{PWM}) - q(t_0) &= \int_{t_0}^{t_0 + T_{u_A} PWM} ([C - R]\nabla_q H(q) + Esw_B + E1)dt \\ &+ \int_{t_0 + T_{u_A} PWM}^{t_0 + T_{PWM}} ([C - R]\nabla_q H(q) + Esw_B)dt \end{aligned} \quad (2.12)$$

de donde reacomodando términos se tiene que

$$q(t_0 + T_{PWM}) - q(t_0) = \int_{t_0}^{t_0 + T_{u_A} PWM} E1 dt + \int_{t_0}^{t_0 + T_{PWM}} ([C - R]\nabla_q H(q) + Esw_B) dt \quad (2.13)$$

Dividiendo entre el periodo T_{PWM}

$$\frac{q(t_0 + T_{PWM}) - q(t_0)}{T_{PWM}} = \frac{1}{T_{PWM}} \int_{t_0}^{t_0 + T_{u_A} PWM} E1 dt + \frac{1}{T_{PWM}} \int_{t_0}^{t_0 + T_{PWM}} ([C - R]\nabla_q H(q) + Esw_B) dt \quad (2.14)$$

y aplicando el limite cuando $T_{PWM} \rightarrow 0$ se obtiene

$$\begin{aligned} \lim_{T_{PWM} \rightarrow 0} \frac{q(t_0 + T_{PWM}) - q(t_0)}{T_{PWM}} &= \lim_{T_{PWM} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{PWM}} \int_{t_0}^{t_0 + T_{u_A} PWM} E1 dt \\ &+ \lim_{T_{PWM} \rightarrow 0} \frac{1}{T_{PWM}} \int_{t_0}^{t_0 + T_{PWM}} ([C - R]\nabla_q H(q) + Esw_B) dt \end{aligned} \quad (2.15)$$

Finalmente es posible escribir al sistema como

$$\dot{q} = Eu_A + [C - R]\nabla_q H(q) + Esw_B \quad (2.16)$$

donde u_A es una función continua en el intervalo $[1,0]$.

Repitiendo el proceso con cada una de las señales que componen a sw , el sistema se puede reescribir como un sistema continuo de la siguiente forma

$$\dot{q} = [C - R]\nabla_q H(q) + Eu \quad (2.17)$$

con u una señal continua $\in \mathbb{R}^m$. Y al llevar al sistema a esta configuración lineal, se procede a realizar una prueba de pasividad del sistema considerando al Hamiltoniano como función

de almacenamiento y se encuentra que

$$H(q) \Rightarrow \dot{H}(q) = \nabla_q^T H(q) \dot{q} \quad (2.18)$$

donde dada la nueva configuración de la dinámica del sistema expresada en (2.18), se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{H}(q) &= \nabla_q^T H(q) ([C - R] \nabla_q H(q) + Eu) = \\ &- \nabla_q^T H(q) R \nabla_q H(q) + \nabla_q^T H(q) Eu \leq \nabla_q^T H(q) Eu \end{aligned} \quad (2.19)$$

con lo que se observa que el sistema es pasivo desde la entrada de control u hasta la salida $E^T \nabla H^T(q)$

Como se mostró en el apartado de pasividad para este tipo de sistemas, el diseño de controladores se puede realizar directamente mediante la técnica de control basado en pasividad, razón por la cual no se entrará en detalle al diseño de controladores para estos, ya que el enfoque principal de esta tesis es analizar a los sistemas Hamiltonianos no afines.

2.6. Convertidores con estructura Hamiltoniana no afín en el control

En el caso de los sistemas con una estructura similar a la mostrada en la figura 2.2, se puede observar que el controlador permite interconectar dos subsistemas dinámicos. Esta configuración a la que se hace alusión, queda expresada de forma mas general como se muestra en la Figura 2.5, donde dada la estructura de este tipo de sistemas y utilizando herramientas como el PWM mostrado en la sección anterior, se puede representar mediante un modelo Hamiltoniano continuo no afín en el control como el que se muestra en seguida

$$\dot{q} = [C(u) - R] \nabla_q H(q) + E \quad (2.20)$$

con $q \in \mathbb{R}^n$ el estado del sistema, $C(u) = -C(u)^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matriz antisimétrica de interconexión, con u una señal de control de dimension m , $R = R^T \geq 0$ la matriz de dimension $n \times n$ semidefinida positiva de disipación, $E \in \mathbb{R}^n$ el vector de entradas no controladas y $H(q)$ la función escalar de energía almacenada.

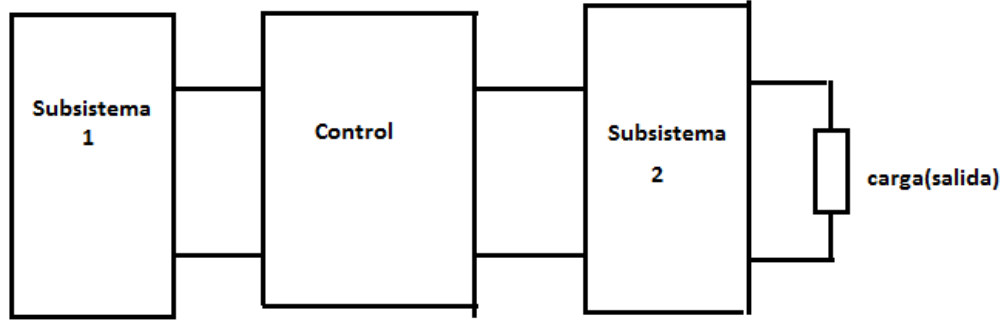


Figura 2.5: Convertidor bi-lineal.

Este tipo de sistemas presentan una complicación importante, ya que al realizar un análisis de pasividad, tomando como punto de equilibrio el origen y utilizando a la función Hamiltoniano como función de almacenamiento de energía se obtiene la siguiente expresión para su derivada

$$\dot{H}(q) = \nabla_q^T H(q) \dot{q} \quad (2.21)$$

Como la derivada del Hamiltoniano se hace a lo largo de las trayectorias que describen la dinámica del sistema, se obtiene la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \dot{H}(q) &= \nabla_q^T H(q) ([C(u) - R] \nabla_q H(q) + E) = \\ &\nabla_q^T H(q) C(u) \nabla_q H(q) - \nabla_q^T H(q) R \nabla_q H(q) + \nabla_q^T H(q) E \end{aligned} \quad (2.22)$$

y dada la configuración antisimétrica de la matriz $C(u)$, la cual se encuentra ante una expresión de tipo cuadrática, este termino resulta igual a 0 por lo cual la expresión anterior queda reducida a

$$\dot{H}(q) = -\nabla_q^T H(q) R \nabla_q H(q) + \nabla_q^T H(q) E \leq \nabla_q^T H(q) E \quad (2.23)$$

con lo cual se observa que el sistema con punto mínimo de energía el origen, es pasivo desde la entrada E hasta la salida $\nabla_q H(q)$, donde al no tener control de la entrada E , no es posible aplicar de manera directa la técnica de control basado en pasividad.

La situación anterior es uno de los principales problemas que presenta el control basado en pasividad para este tipo de sistemas Hamiltonianos. Para atender dicha problemática se toma como base el trabajo de Jayawardana et al en [6], el cual aborda sistemas con características bi-lineales, cuya similitud con este tipo de sistemas queda de manifiesto en la temática sobre la que versa su aplicación, es decir convertidores de potencia. Para hacer posible la aplicación de dicho trabajo a el caso de estudio, se parte de las siguientes suposiciones:

- **S.1** Los elementos pasivos del sistema presentan una relación constitutiva de tipo lineal.
- **S.2** La matriz de interconexión $C(u)$ es lineal con respecto de u .
- **S.3** Para una trayectoria en estado estacionario q_* existe una señal de control en estado estacionario u_* que la genera.

La suposición 3 queda expresada mediante la ecuación siguiente y obedece a un concepto básico presentado en [2], el cual enuncia que para toda trayectoria en estado estacionario admisible por el sistema existe un controlador en estado estacionario que la genera. Este es un elemento fundamental del análisis presentado, así como las suposiciones de linealidad.

$$\dot{q}_* = [C(u_*) - R]\nabla_{q_*} H(q_*) + E \quad (2.24)$$

Dadas estas condiciones se proponen dos nuevas variables con las cuales se buscara representar al sistema a partir de ellas, estas son

$$\tilde{q} = q - q_* \quad (2.25)$$

$$\tilde{u} = u - u_* \quad (2.26)$$

A partir de estas nuevas variable el sistema (2.21) queda definido como

$$\dot{q}_* + \dot{\tilde{q}} = [C(\tilde{u} + u_*) - R]\nabla_{\tilde{q}+q_*}H(\tilde{q} + q_*) + E \quad (2.27)$$

Tomando como base la ecuación (2.25) de las trayectorias admisibles y aprovechando las condiciones de linealidad propuestas para el sistema, este obtiene la siguiente expresión

$$\dot{\tilde{q}} = [C(\tilde{u} + u_*) - R]\nabla_{\tilde{q}}H(\tilde{q}) + C(\tilde{u})\nabla_{q_*}H(q_*) \quad (2.28)$$

donde esta expresión representa la dinámica del error de seguimiento de la trayectoria deseada y al realizar un análisis de pasividad de esta, tomando como función de almacenamiento a la función Hamiltoniano en términos del error, su derivada obtiene la siguiente forma

$$\dot{H}(\tilde{q}) = \nabla_{\tilde{q}}^T H(\tilde{q})\dot{\tilde{q}} \quad (2.29)$$

Sustituyendo la ecuación de la dinámica del error se obtiene

$$\dot{H}(\tilde{q}) = \nabla_{\tilde{q}}^T H(\tilde{q})([C(u) - R]\nabla_{\tilde{q}}H(\tilde{q}) + C(\tilde{u})\nabla_{q_*}H(q_*)) \quad (2.30)$$

donde dada la configuración antisimétrica de la matriz $C(u)$, al estar dentro de una expresión cuadrática, esta expresión es igual 0, mientras tanto el termino $C(\tilde{u})$ aunque sigue siendo antisimétrico, no esta dentro de una configuración cuadrática por lo cual se preserva en el análisis, arrojando la siguiente expresión

$$\dot{H}(\tilde{q}) = -\nabla_{\tilde{q}}^T H(\tilde{q})R\nabla_{\tilde{q}}H(\tilde{q}) + \nabla_{\tilde{q}}^T H(\tilde{q})C(\tilde{u})\nabla_{q_*}H(q_*) \quad (2.31)$$

Dado que el primer término es negativo semidefinido, se puede acotar a la derivada por arriba mediante la siguiente expresión

$$\dot{H}(\tilde{q}) \leq \nabla_{\tilde{q}}^T H(\tilde{q}) C(\tilde{u}) \nabla_{q_*} H(q_*) \quad (2.32)$$

Ahora bien, dada la suposición 2 de linealidad de la matriz $C(u)$, además de poder separarla como $C(u_*) + C(\tilde{u})$, esta suposición permite escribir a $C(u)$ mediante una combinación lineal de la siguiente forma

$$C(u) = \sum_{i=1}^m u_i C_i \quad (2.33)$$

donde el término u_i es el conjunto de señales escalares de control y C_i son un conjunto de matrices antisimétricas. De esta expresión podemos escribir a la ecuación (2.33) como

$$\dot{H}(\tilde{q}) \leq \nabla_{\tilde{q}}^T H(\tilde{q}) \left(\sum_{i=1}^m \tilde{u}_i C_i \right) \nabla_{q_*} H(q_*) = \sum_{i=1}^m \nabla_{\tilde{q}}^T H(\tilde{q}) C_i \nabla_{q_*} H(q_*) \tilde{u}_i \quad (2.34)$$

De esta ecuación se puede ver que es posible, bajo estas coordenadas, ubicar una salida pasiva para el sistema. Esta salida presenta una configuración $y = G(q_*) \nabla_{\tilde{q}} H(\tilde{q})$ con $y \in \mathbb{R}^m$ y $G(q_*) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ con la siguiente estructura para $G(q_*)$

$$G(q_*) = \begin{pmatrix} \nabla_{q_*}^T H(q_*) C_1 \\ \nabla_{q_*}^T H(q_*) C_2 \\ \vdots \\ \nabla_{q_*}^T H(q_*) C_m \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

con lo que podemos reescribir a (2.35) como

$$\dot{H}(\tilde{q}) \leq y^T \tilde{u} \quad (2.36)$$

es decir, el sistema en coordenadas del error exhibe propiedades de pasividad, desde la señal de control \tilde{u} a la salida y propuesta

Capítulo 3

Controladores para sistemas Hamiltonianos bilineales

En este capítulo se abordará la estructura de tres tipos diferentes de controladores para los sistemas Hamiltonianos bi-lineales: el primero de la forma Proporcional Integral(**PI**), el segundo con una estructura proporcional (**P**) y el tercero un controlador propuesto para este tipo de sistemas. Los primeros dos controladores parten de las propiedades de pasividad, por lo cual toman como base la salida pasiva expuesta en la Sección 2.6. La propuesta de controlador aprovecha parte de la estructura desarrollada en esta misma sección, pero no parte de la propiedad de pasividad específicamente. A lo largo de la sección, además se mostrarán las características de estabilidad que presentan estos controladores y se destacarán las propiedades de cada uno de ellos.

3.1. Controlador dinámico pasivo

El primer controlador tomó como base el trabajo de Jayawardana et al en [6].

De la ecuación (2.31) y (2.35) de la sección anterior, se desarrolla la siguiente expresión para la derivada del Hamiltoniano

$$\dot{H}(\tilde{q}) = -\nabla_q^T H(\tilde{q})R \nabla_q H(\tilde{q}) + y^T u \quad (3.1)$$

Dada esta expresión se propone un controlador dinámico **PI** el cual presenta la siguiente configuración

$$\dot{z} = -y \quad (3.2)$$

$$u = -K_p y + K_i z + u_* \quad (3.3)$$

Con $K_p = K_p^T, K_i = K_i^T > 0$ y $\in \mathbb{R}^{m \times m}$

3.1.1. Estabilidad

Se procede a mostrar las características de estabilidad de la trayectoria deseada, al aplicar este controlador, para lo cual se parte de la siguiente función candidata de Lyapunov

$$W(\tilde{q}, z) = H(\tilde{q}) + z^T K_i z \quad (3.4)$$

dónde el primer término es el Hamiltoniano en función del error y el segundo es una forma cuadrática del término integral. Derivando dicha expresión con respecto al tiempo y de las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3) se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{W} = & -\nabla_q^T H(\tilde{q}) R \nabla_q H(\tilde{q}) - y^T K_p y + y K_i z - y K_i z = \\ & -\nabla_q^T H(\tilde{q}) R \nabla_q H(\tilde{q}) - y^T K_p y \end{aligned} \quad (3.5)$$

Dado que $R \geq 0$ y $K_p > 0$, se demuestra así la estabilidad del punto de equilibrio $\tilde{q} = 0$. Más aún, sea

$$y_a = \begin{pmatrix} G(q_*) \\ R^{1/2} \end{pmatrix} \nabla_q H(\tilde{q}) \quad (3.6)$$

Se puede ver de la ecuación (3.5) que dada la forma de y_a que esta pertenece al espacio L_2 y su derivada satisface que $\dot{y}_a \in L_\infty$, por lo tanto

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_a = 0 \quad (3.7)$$

por lo que, si

$$\text{rank}\left(\begin{pmatrix} G(q_*) \\ R^{1/2} \end{pmatrix}\right) = n \quad (3.8)$$

entonces el error de seguimiento de trayectorias \tilde{q} tiende a 0 cuando el tiempo tiende a ∞ , esto debido a que el unico elemento que pertenece a su kernel es $\tilde{q} = 0$, es decir el sistema tiende al punto de equilibrio $\tilde{q} = 0$ de manera asintotica.

3.1.2. Propiedades

Las propiedades a destacar de este controlador son.

- Bajo la condición de rango de (3.8) permite estabilizar asintóticamente la trayectoria deseada.
- Al poseer una configuración tipo **PI**, como el sistema tiene a la trayectoria deseada como estable, no es necesario el calculo de u_* para los casos de regulación, esto se debe a que si no se incluye este término, la parte integral del controlador converge a la señal de control en estado estacionario u_* .
- Como se puede ver en las ecuaciones (3.5) y (3.6), la estabilidad de las trayectorias depende de las características propias del sistema particularmente de las condiciones de R .
- El estado del control integral no aparece en la derivada de la función de Lyapunov, por lo cual se puede suponer que el término integral no mejora las propiedades de estabilidad.

- La configuración de control tipo **PI** puede lidiar con variaciones paramétricas, así como con perturbaciones constantes.

Al poseer una configuración tipo **PI**, como el sistema tiene a la trayectoria deseada como estable, no es necesario el cálculo de u_* , esto se debe a que si no se incluye este término se puede considerar una perturbación de tipo constante igual a $-u_*$, y la parte integral lidia con ella convergiendo a la señal de control deseada.

3.2. Controlador estático pasivo

Este controlador toma como base la propiedad de pasividad del sistema descrita en (2.37).

Tomando como base dicha propiedad, como lo indica la técnica de control basado en pasividad, se hace una retroalimentación de la salida pasiva, arrojando la siguiente expresión para el controlador

$$u = -K_p y + u_* \quad (3.9)$$

con $K_p = K_p^T > 0, \in \mathbb{R}^{m \times m}$. De tal modo que la entrada pasiva tiene la siguiente expresión $\tilde{u} = -k_p y$, con lo cual se cumple con la condición $y^T K_p^T y > 0, \forall y \neq 0$ de la técnica de control basado en pasividad para estabilizar al punto de equilibrio.

3.2.1. Estabilidad

Para este caso la función candidata de Lyapunov propuesta es el Hamiltoniano es decir

$$W(\tilde{q}) = H(\tilde{q}) > 0 \quad (3.10)$$

De la ecuación (3.1), que define la derivada de la función Hamiltoniano, y la expresión del controlador definida en la ecuación (3.9), se obtiene

$$\dot{W}(\tilde{q}) = \dot{H}(\tilde{q}) = -\nabla_q^T H(\tilde{q}) R \nabla_q H(\tilde{q}) - y^T K_p y \quad (3.11)$$

Dado que ambos términos son negativos, se puede comprobar la estabilidad de la trayectoria deseada. Mas aún, esta expresión coincide con la mostrada en la ecuación (3.5), por lo que si la condición de rango expuesta en (3.8) se cumple, se puede garantizar estabilidad asintótica de la trayectoria deseada del mismo modo que con el controlado dinámico.

3.2.2. Propiedades

Este controlador posee propiedades muy similares a su contraparte dinámico y estas se presentan en seguida:

- La estabilidad asintótica de las trayectorias queda restringida bajo las mismas condiciones de rango de (3.8) que en la caso del controlador dinámico
- La derivada de la función de Lyapunov es idéntica a la del caso dinámico pese a que las funciones no son iguales, por lo tanto la estabilidad depende de las mismas condiciones.
- Este controlador presenta la ventaja de ser estático por lo tanto su configuración es mas simple de implementar.
- El diseño del controlador es parecido a la configuración del dinámico ya que la salida y retroalimentada es la misma. Para el desarrollo de este controlador se parte de la técnica de control basado en pasividad. Como se mostró en la Sección 2.6, los sistemas Hamiltonianos como este presentan características de pasividad al hacer un cambio de coordenadas, entonces al demostrarse la pasividad de estos sistemas simplemente se retroalimenta una función $h(y)$ de la salida pasiva, que satisfaga $y^T h(y) < 0 \forall y \neq 0$. En este caso $h(y) = -Ky$, es decir una retroalimentación negativa de la salida pasiva amplificada por una ganancia.

Una cuestión a enfatizar de la relación que existe entre el controlador estático y el dinámico pasivo, es que dadas las funciones de Lyapunov propuestas para ambos y sus consecuentes derivadas expresadas en (3.11) y (3.5) respectivamente, se puede ver que son idénticas y que el término integral parece no afectar la propiedad de estabilidad de la trayectoria deseada, ya que para la condición de estabilidad de tipo asintótica tampoco se muestra el término integral.

3.3. Controlador Propuesto

El controlador que aquí se presenta es una propuesta para estabilizar a los sistemas Hamiltonianos bi-lineales, misma que toma como base la ecuación (2.32) y posee un carácter estático.

De (2.32) y (2.35) se obtiene

$$\dot{H}(\tilde{q}) = -\nabla_q^T H(\tilde{q}) R \nabla_q H(\tilde{q}) + \sum_{i=1}^m \nabla_q^T H(\tilde{q}) C_i \nabla_q H(q_*) \tilde{u}_i \quad (3.12)$$

De esta expresión se propone un controlador que cumpla con la siguiente restricción

$$\sum_{i=1}^m C_i \nabla_q H(q_*) \tilde{u}_i = \sum_{i=1}^m -R_{id} \nabla_q H(\tilde{q}) + \Psi_i \quad (3.13)$$

donde las R_{id} son factores de diseño y las Ψ_i son términos que completan la igualdad, los cuales surgen por la configuración antisimétrica de las matrices C_i , razón por la que están en función de las R_{id} de diseño. Los términos R_{id} buscan la inyección de amortiguamiento, mientras que los Ψ_i son términos de perturbación que como se mencionó surgen debido a la configuración antisimétrica de las matrices C_i y a los términos de diseño R_{id} .

El término de diseño R_{id} es de la forma $R_{id} = R_{id}^T \geq 0$, con lo cual al sustituir este controlador en la ecuación (3.11) se obtiene

$$\dot{H}(\tilde{q}) = -\nabla_q^T H(\tilde{q}) R \nabla_q H(\tilde{q}) + \sum_{i=1}^m -\nabla_q^T H(\tilde{q}) R_{di} \nabla_q H(\tilde{q}) + \nabla_q^T H(\tilde{q}) \Psi_i \quad (3.14)$$

expresión que puede ser escrita como

$$\dot{H}(\tilde{q}) = -\nabla_q^T H(\tilde{q}) [R + \sum_{i=1}^m R_{di}] \nabla_q H(\tilde{q}) + \nabla_q^T H(\tilde{q}) \sum_{i=1}^m \Psi_i \quad (3.15)$$

Debe notarse que el primer término es negativo y el segundo es de signo indeterminado, por lo cual, para garantizar la estabilidad de la trayectoria deseada, el primer termino debe de dominar al segundo, dando origen a una restricción de las R_{di} de diseño.

Para garantizar el resultado deseado, una condicion suficiente es

$$\|\nabla_q^T H(\tilde{q}) [R + \sum_{i=1}^m R_{di}] * \nabla_q H(\tilde{q})\| \geq \|\nabla_q^T H(\tilde{q}) \sum_{i=1}^m \Psi_i\| \quad (3.16)$$

Esta condición limita los valores de las R_{di} , ya que al aumentar la magnitud de estas, de igual forma aumenta la magnitud de las Ψ_i y como se mostrará en la sección siguiente, existe una relación lineal entre ambas. Las perturbaciones Ψ_i son desvanecientes en el origen, por lo cual la condición puede ser satisfecha al menos en una vecindad del origen. El objetivo de esto es dar disipación a los estados que no poseen disipación de manera directa por medio de la interconexión, aunque esto implique perturbar a aquellos que si la poseen. Esto parte de que al manejarnos en un contexto lineal, los estados con disipación asociada de manera directa muestran una convergencia de tipo exponencial a la trayectoria deseada, de tal modo que aprovechando que la exponencial converge mas rápido a términos de error mayores, se busca mejorar el desempeño de todo el sistema.

De igual forma se puede demostrar estabilidad asintótica por parte de la trayectoria deseada, si se satisface, ademas de la restricción planteada en (3.15), la siguiente

$$R + \sum_{i=1}^m R_{di} = R_s > 0 \quad (3.17)$$

con lo cual la expresión en (3.14) se vuelve negativa definida y si se toma a la función Hamiltoniano como función de Lyapunov, se garantiza estabilidad de tipo asintótica por parte

de la trayectoria deseada.

3.3.1. Propiedades

Las propiedades que presenta este controlador son

- Permite estabilizar asintóticamente a la trayectoria deseada bajo la condición mostrada en (3.17).
- La configuración que muestra es de tipo estática.
- Para la demostración de la estabilidad de la trayectoria deseada, como en el caso de los otros dos controladores, está en función de la estructura propia del sistema, particularmente del termino R .
- Presenta restricciones para las R_{di} , para garantizar estabilidad como se muestra en la ecuación (3.16), esta además de ser positiva debe de ser menor que una cota que permita satisfacer dicha condición, ya que las Ψ_i son función de las R_{di} .
- Este controlador busca aprovechar tanto las propiedades de linealidad (convergencia exponencial), como las propiedades de estructura propias del sistema, las cuales se muestran de manera más clara en el modelado mediante estructuras Hamiltonianas. Se sabe que la matriz $C(u)$ contiene la información de las interconexiones del sistema y que en un contexto energético, como el que se da en los análisis de estabilidad y pasividad, no aparece de manera directa, razón por la cual para establecer pasividad como se prestó en la Sección 2.6, se realiza un proceso de cambio de coordenadas. La razón de esto es que en un balance general, la energía que logra disipar en un canal la tiene que suministrar a otro, es decir, el término disipativo por la forma antisimétrica de la matriz genera un término de perturbación, entonces a partir de estas propiedades se busca agregar disipación a los estados que no poseen o poseen poca y perturbar a aquellos que poseen disipación de manera directa, ya que como su convergencia es de tipo exponencial, a mayor error en las trayectoria, la velocidad de disipación aumenta.
- Otra peculiaridad que presenta este controlador, a diferencia de los dos primeros, es el o los estados que hay que medir para retroalimentar al sistema, los cuales en número

son menores que en el caso de los controladores pasivos.

Capítulo 4

Casos de estudio

A lo largo de este capítulo se presentarán los resultados obtenidos con los tres controladores aplicando sobre un sistema dado por un convertidor de potencia tipo Boost. Se presentan dos casos para ver su comportamiento, tanto en regulación como en seguimiento, por lo cual para el primer caso el convertidor trabajará de CD a CD, mientras que en el segundo ejemplo lo hará en una configuración AC-AC.

4.1. Convertidor tipo Boost en regulación

Como primer caso se toma el ejemplo del convertidor tipo Boost de CD-CD, es decir el sistema mostrado en la Figura (2.2).

El modelo dinámico correspondiente a esta estructura está dado por las ecuaciones siguientes, cuyo desarrollo se presenta de manera más detallada en [1]

$$L\dot{x}_1 = -ux_2 + E \tag{4.1}$$

$$C\dot{x}_2 = ux_1 - R^{-1}x_2 \tag{4.2}$$

donde $x_1 \in \mathbb{R}$ es la corriente que circula por el inductor L , $x_2 = V_o \in \mathbb{R}$ el voltaje en terminales del capacitor C , $u \in \mathbb{R}$ es la señal de conmutación, $E = V_{in} \in \mathbb{R}$ es la tensión (constante y positiva) de la fuente y R es la resistencia de carga.

Este modelo se obtiene considerando la aplicación de la técnica PWM, para obtener una representación continua.

Para describir al sistema en su forma Hamiltoniana se define el cambio de variables $z_1 = Lx_1$, $z_2 = Cx_2$ y se considera la función de energía en términos de estas variables dada por

$$H(z) = \frac{1}{2} z^T P z \quad (4.3)$$

donde

$$P = \begin{bmatrix} L^{-1} & 0 \\ 0 & C^{-1} \end{bmatrix} = P^T > 0; \quad z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Con esta configuración el sistema Hamiltoniano queda definido como

$$\dot{z} = [C(u) - R] \nabla_z H(z) + \mathcal{E} \quad (4.5)$$

donde

$$C(u) = \begin{bmatrix} 0 & -u \\ u & 0 \end{bmatrix} = -C(u)^T; \quad R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R^{-1} \end{bmatrix} = R^T \geq 0$$

mientras que

$$\mathcal{E} = \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix}$$

Definido el modelo del convertidor mediante el Hamiltoniano, el problema de control abordado para este sistema se plantea de la siguiente manera:

Considere el modelo (4.5). Suponga que existe un punto de equilibrio admisible $z_* = [z_{1*} \ z_{2*}]^T \in \mathbb{R}^2$ tal que se cumple que

$$[C(u_*) - R] \nabla_{z_*} H(z_*) + \mathcal{E} = 0$$

para una entrada acotada $u_* : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$. Bajo estas condiciones, tomando como base los controladores expuestos en la sección anterior demuestre que para cada controlador

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (z - z_*) = 0$$

garantizando estabilidad interna. Además compare las características que los controladores presentan.

Considerando este objetivo de control y el modelo Hamiltoniano del sistema dinámico, se procede a implementar los tres controladores mostrados en la sección anterior, para exhibir las propiedades de estos.

4.1.1. Controlador dinámico pasivo

Para el caso del controlador tipo **PI** se procede a identificar la salida, la cual parte de la configuración mostrada en (2.36), en su adaptación al modelo dinámico de (4.5) y presenta la siguiente configuración.

$$y = \nabla_{z_*}^T H(z_*) C \nabla_{z_*} H(\tilde{z}) \quad (4.6)$$

o equivalentemente

$$y = \frac{z_{2*} \tilde{z}_1}{CL} - \frac{z_{1*} \tilde{z}_2}{LC} \quad (4.7)$$

Note que en este caso se satisface la condición

$$\text{rank} \begin{pmatrix} -\frac{z_{2*}}{C} & \frac{z_{1*}}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & R^{-1} \end{pmatrix} = 2 = n \quad (4.8)$$

por lo que la trayectoria es asintóticamente estable si y solo si $z_{2*} \neq 0$, pues cumple la propiedad de rango que se requiere en (3.8), con lo cual el controlador se implementa siguiendo las ecuaciones (3.2) y (3.3).

4.1.2. Controlador estático pasivo

Para el caso del controlado estático pasivo, la salida pasiva a retroalimentar es

$$y = \nabla_{z_*}^T H(z_*) C \nabla_{z_*} H(\tilde{z}) \quad (4.9)$$

o equivalentemente

$$y = \frac{z_{2*} \tilde{z}_1}{CL} - \frac{z_{1*} \tilde{z}_2}{LC} \quad (4.10)$$

Se observa que esta salida es idéntica que en el caso dinámico mostrado en (4.7), dado lo cual la condición de estabilidad asintótica se cumple del mismo modo que en (4.8). La

variante que este controlador presenta es que se implementa como lo muestra la ecuación (3.9), es decir sin incluir el termino integral.

4.1.3. Controlador propuesto

Para el caso de este controlador se parte de la expresión (3.12) y se propone una R_d de la forma

$$R_d = \begin{pmatrix} R_s & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

con $R_s > 0$, tal que se obtiene la siguiente configuración del controlador

$$u = \frac{R_s C \tilde{z}_1}{L z_{2*}} \quad (4.12)$$

con lo que para satisfacer la condición de la ecuación (3.12) el termino Ψ queda determinado como

$$\Psi = \frac{RC z_{1*} \tilde{z}_1}{L^2 z_{2*}} \quad (4.13)$$

Aunado a esto, para que se cumpla la condición expresada en (3.15) que permite garantizar la estabilidad de la trayectoria admisible z_* , la R_s debe restringirse de tal forma que se satisfaga que

$$0 < R_s < \frac{4L^2}{C^2 R} * \left(\frac{z_{2*}}{z_{1*}}\right)^2 \quad (4.14)$$

Bajo estas condiciones se puede garantizar estabilidad de la trayectoria siempre que $z_{2*} \neq 0$, pues en este caso la R_d queda limitada a cero, haciendo que el termino de control propio de esta configuración sea cero también. De forma general se observa que bajo la R_d propuesta se cumple también la condición (3.16), dado que

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R^{-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_s & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R^{-1} \end{pmatrix} > 0 \quad (4.15)$$

con lo cual se garantiza estabilidad de tipo asintótica, por parte de la trayectoria deseada.

4.1.4. Simulación

En este apartado se muestra la evaluación numérica de los tres controladores presentados para el sistema descrito por (4.1) y (4.2). Para efectos de simulación los valores nominales de la planta propuestos son $L = 0,05H$, $C = 50\mu F$, $E = 20V$ y $R = 25\Omega$.

El objetivo de control es establecer un voltaje continuo en las terminales del capacitor igual a $40V$. Al definirse este voltaje y dados los valores nominales de la planta, se obtiene que el valor de la corriente en estado estacionario del inductor, toma el valor de $3,2A$ y que el controlador en estado estacionario que genera estos valores es $u_* = 0,5$.

Para efectos comparativos se programaron los tres controladores y se revisó su desempeño para alcanzar los valores de voltaje y corriente. Del mismo modo se revisó el esfuerzo de control demandado por los controladores para cumplir su objetivo de control.

En la gráfica mostrada en la Figura 4.1 se puede observar que los tres controladores alcanzan el objetivo de corriente en el inductor, haciendo que el error de seguimiento converja a cero. En cuestión de desempeño se observa que al aplicar el controlador propuesto, se muestra una convergencia más rápida por parte de las trayectorias que los otros dos, mientras que al aplicar estos la convergen a las trayectorias se da prácticamente a la misma velocidad.

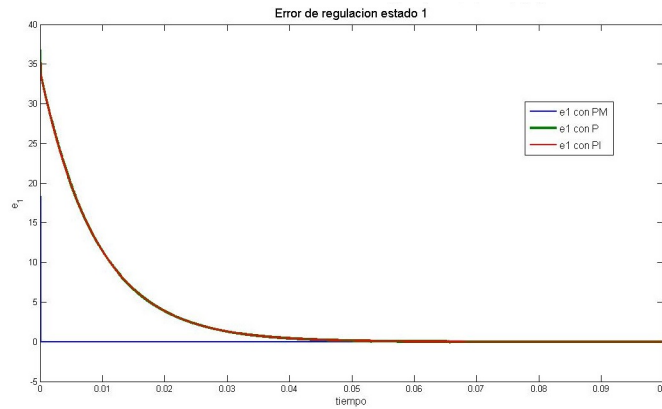


Figura 4.1: Error en regulación de la corriente en el inductor.

En cuanto a el objetivo principal de regulación de voltaje en el capacitor, se puede ver en la Figura 4.2 que también esta condición es alcanzada por los tres controladores y por ello su error de regulación converge a cero. Nuevamente se aprecia en el controlador propuesto presenta una mayor velocidad de convergencia a la condición deseada, pero presenta también un mayor sobre-impulso. Los otros dos controladores continúan mostrando desempeños casi idénticos.

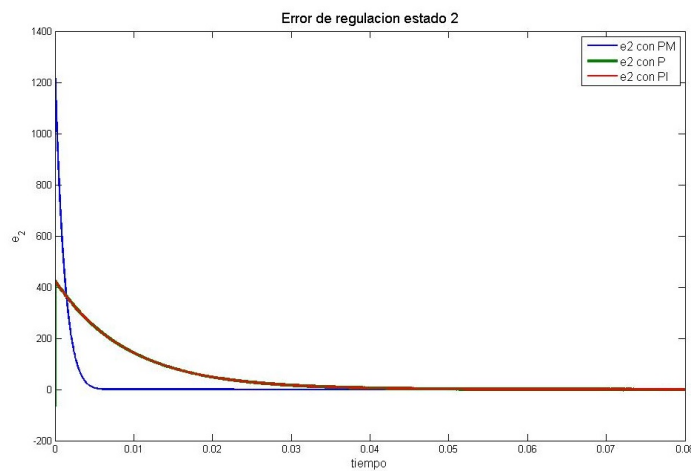


Figura 4.2: Error de regulación de voltaje en el capacitor.

Finalmente, en la Figura 4.3 es posible observar que pese a que el controlador propuesto

presenta una mayor velocidad de convergencia al comportamiento deseado, los esfuerzos de control demandados por este son menores que en los casos de los otros dos controladores, los cuales al igual que en su desempeño para alcanzar el objetivo de control, muestran un comportamiento muy similar.

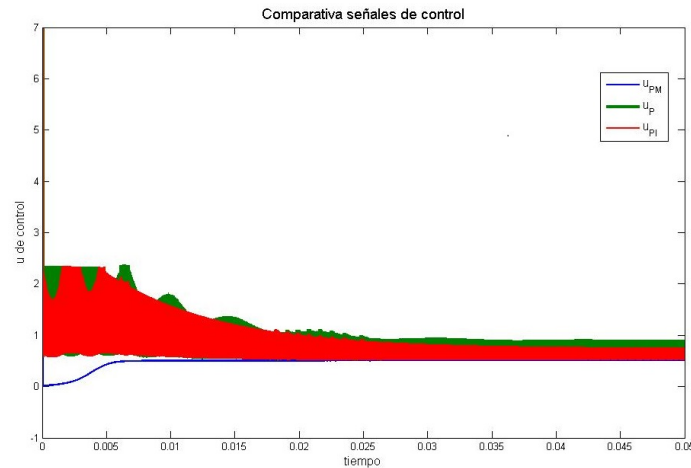


Figura 4.3: Señales de control para la regulacion del sistema.

Considerando los resultados presentados, es posible concluir que la inclusión de la parte integral del controlador dinámico, no mejora la convergencia del sistema a la trayectoria deseada, como se mostró en la Sección 3, tampoco afecta las características de estabilidad. Sin embargo, como se menciona también en la Sección 3 el controlador integral presenta la característica de poder lidiar con perturbaciones de tipo constante y/o variaciones paramétricas y no requerir el calculo explícito de la señal de control u_* .

En la evaluación numérica también queda evidenciado que la convergencia por parte de los controladores pasivos se realiza con un esfuerzo de control más grande en comparación con el controlador propuesto, ya que los esfuerzos de control demandados son menores en el caso del propuesto. De hecho, en la Figura 4.3 se puede ver que los controladores pasivos muestran un esfuerzo de control de alta frecuencia con la ganancia fijada, la cual no permite alcanzar la velocidad de convergencia del controlador propuesto que presenta un esfuerzo de control mucho mas suave.

Para el caso de esta evaluación numérica los tres controladores se programaron incluyendo la señal de control u_* para poder presentar una comparativa en igualdad de condiciones.

Otro punto a remarcar es que, como se muestra en (4.8), los controladores pasivos pierden la propiedad de estabilizar de manera asintótica al sistema si $z_{2*} = 0$, ya que el rango de la matriz de dicha ecuación disminuye. De igual manera en el caso del controlador propuesto, se presentan problemas en los cruces por cero, ya que si $x_{2*} = 0$, como se muestra en la ecuación (4.14) entonces $z_{2*} = 0$ y la única R_s admisible por el sistema es cero. Bajo esta condición como se puede observar en (4.14), la matriz de disipación ya no es positiva definida sino semidefinida positiva, por lo que la estabilidad de la trayectorias deseada ya no es de carácter asintótico.

4.2. Convertidor tipo Boost en seguimiento

Para el caso de seguimiento en el convertidor tipo Boost partiremos de una aplicación AC-AC, es decir se aplicara una señal de entrada de AC y se obtendrá una respuesta en AC, para este caso se busca conservar la misma frecuencia de la fuente original y solo modificar su amplitud y fase, esto se hace con fines meramente ilustrativos, para poder solucionar el punto de trayectorias admisible de manera simple, mediante la técnica de fasores, aunado a esto se agregar una señal de entrada constante, ya que como se muestra en el caso de regulación en las ecuaciones (4.8) y (4.14), existen conflictos en los cruces por cero de las trayectorias deseadas, por lo cual para evitar estos conflictos se añade un termino de directa en la entrada y la salida, para evitar estos cruces, para este desarrollo se parte del principio de superposición de sistemas lineales.

Sea el sistema mostrado en la Figura 4.4

El cual queda descrito nuevamente a partir de las ecuaciones (4.1) y (4.2), cumpliendo las mismas restricciones, pero con E en función del tiempo.

El sistema se puede considerar otra vez como continuo, debido a la aplicación de la técnica PWM y queda representado por la estructura Hamiltoniana de (4.5) bajo las mismas condiciones que en la sección anterior, mientras tanto el objetivo de control se establece como.

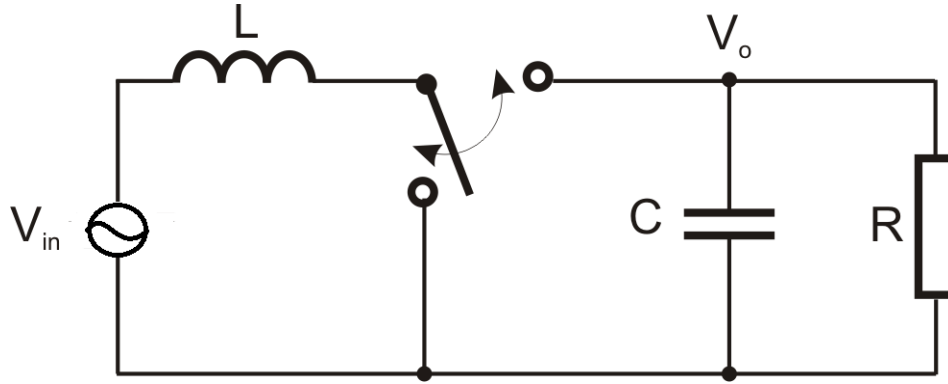


Figura 4.4: Boost conveter AC-AC.

Considere el modelo (4.5). Suponga que existe una trayectoria en estado estacionario admisible $z_{\star} = [z_{1\star} \quad z_{2\star}]^T \in \mathbb{R}^2$ tal que se cumple que

$$\dot{z}_{\star} = [C(u) - R] \nabla_{z_{\star}} H(z_{\star}) + \mathcal{E}$$

para una entrada acotada $u_{\star} : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$. Bajo estas condiciones demuestre que para los tres controladores presentados

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (z - z_{\star}) = 0$$

garantizando estabilidad interna. Además compare las características que los controladores presentan.

Considerando el objetivo de control, la estructura del sistema y su representación Hamiltoniana, se implementan nuevamente los tres controladores mostrados en el capítulo anterior, la prueba y el diseño resulta idéntico que en el caso de regulación, con la única diferencia de que para obtener el resultado de el controlador en estado estable, así como las trayectorias admisibles se utiliza la técnica de análisis fasorial junto con el principio de superposición, debido a que el comportamiento buscado obedece al generado en estado estable y esta es la base de operación del análisis fasorial, por otro lado al hablar de una estructura lineal con respecto a los estados, el principio de superposición es una herramienta que facilita el estudio del sistema, para más información al respecto consultar[15].

Dada la situación enunciada anteriormente, para este ejemplo se pasa directamente a la sección de simulación, esto es debido a que la configuración de los controladores resulta idéntica salvo el caso de u_* , así que el interés principal se encuentra en ubicar las características de su desempeño, además, las características de estabilidad bajo la condición de evitar cruces por cero de z_{2*} se cumplen idénticamente.

4.2.1. Simulación

En este apartado se muestra la evaluación numérica de los tres controladores presentados para el sistema descrito por (4.1) y (4.2). Para efectos de simulación los valores nominales propuestos para la planta son $L = 0,05H$, $C = 50\mu F$, $E = [60\text{sen}(377t) + 25]V$ y $R = 25\Omega$.

El objetivo de control es establecer una trayectoria de voltaje en las terminales del capacitor igual a $[39,405\text{sen}(377t - 1,71002) + 50]V$. Al definirse este voltaje y dados los valores nominales de la planta, se obtiene que el valor de la corriente en estado estacionario del inductor, toma el valor de $[3,4855\text{sen}(377t - 1,2693) + 4]A$ y que el controlador en estado estacionario que genera estos valores es $u_* = 0,5$.

Para efectos comparativos se programaron los tres controladores y se revisó su desempeño para alcanzar los valores de voltaje y corriente. Del mismo modo se revisó el esfuerzo de control demandado por los controladores para cumplir su objetivo de control.

En la gráfica mostrada en la figura 4.5 se puede observar que los tres controladores alcanzan el objetivo de corriente en el inductor, haciendo que el error de seguimiento converja a cero. En cuestión de desempeño se observa que el controlador propuesto, obtiene una convergencia a las trayectorias deseadas, más rápida que los otros dos, mientras que estos muestran convergen a las trayectorias deseadas, prácticamente a la misma velocidad.

donde PM es alusivo a el controlador propuesto, PI al controlador pasivo dinámico y P al controlador pasivo de tipo estático.

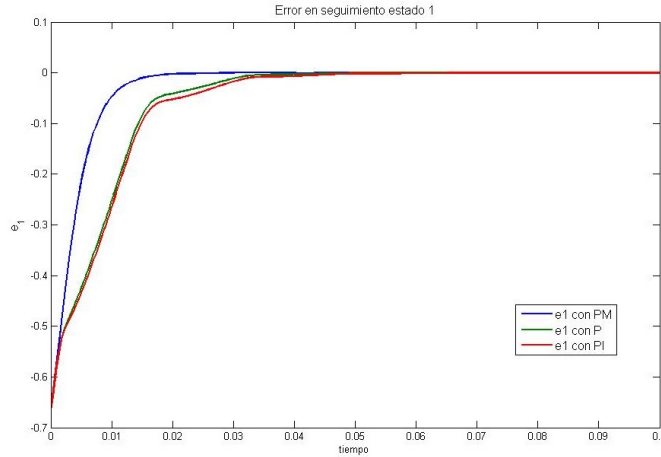


Figura 4.5: Error de seguimiento de la corriente en el inductor.

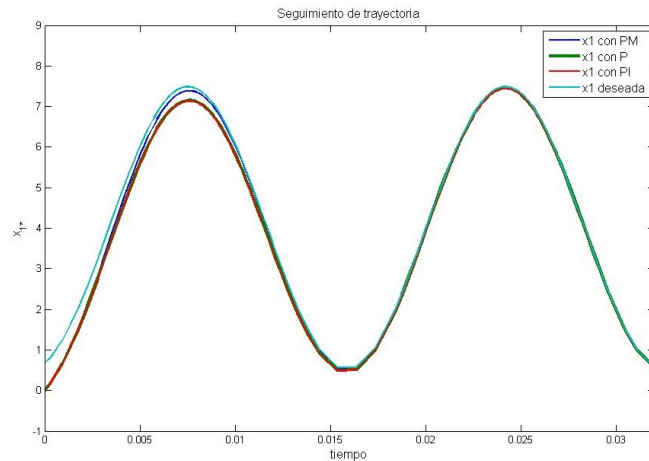


Figura 4.6: Seguimiento de la corriente en el inductor.

En cuanto a el objetivo principal de seguimiento de voltaje en el capacitor, se puede ver en la Figura 4.8 que también esta condición es alcanzada por los tres controladores y por ello su error de regulación converge a cero. Nuevamente se aprecia en el controlador propuesto presenta una mayor velocidad de convergencia a la condición deseada, pero presenta también un mayor sobre-impulso. Esto es debido al termino de perturbación, los otros dos controladores continúan mostrando desempeños casi idénticos.

Finalmente, en la Figura 4.9 es posible observar que pese a que el controlador propuesto presenta una mayor velocidad de convergencia al comportamiento deseado, los esfuerzos de control demandados por este son de la misma magnitud que en los casos de los otros dos controladores, los cuales al igual que en su desempeño para alcanzar el objetivo de control,

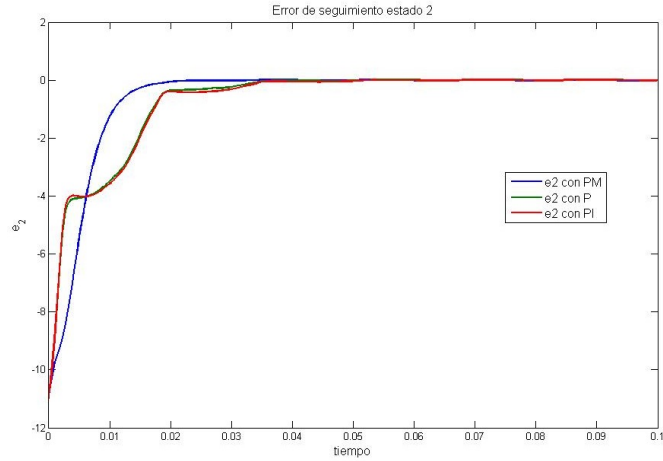


Figura 4.7: Error de seguimiento de voltaje en el capacitor.

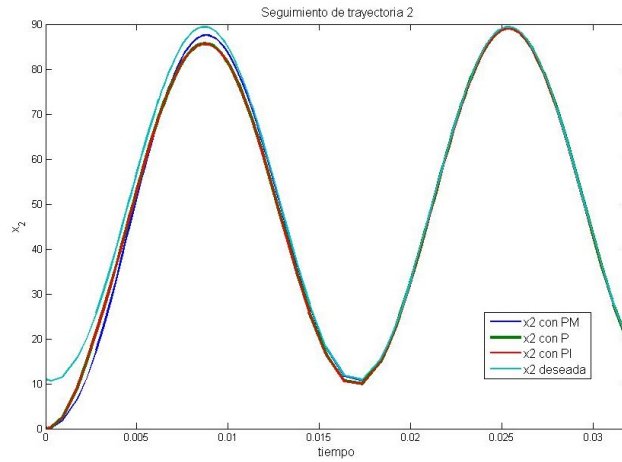


Figura 4.8: Seguimiento de la corriente en el inductor.

muestran un comportamiento muy similar.

Considerando los resultados presentados, nuevamente se aprecia que la inclusión del término integral de la parte dinámica no afecta de manera importante la convergencia del sistema a la trayectoria deseada, ya que tanto el controlador estático pasivo como el dinámico pasivo, muestran una convergencia muy parecida, también como se pudo observar en la Sección 3 las condiciones de estabilidad son idénticas. Sin embargo, las ventajas que presenta la versión dinámica del controlador pasivo son su robustez ante perturbaciones de tipo constante y ante variaciones paramétricas. Por otro lado, el controlador propuesto nuevamente muestra una mejor convergencia a las trayectorias deseadas con un esfuerzo de control bastan-

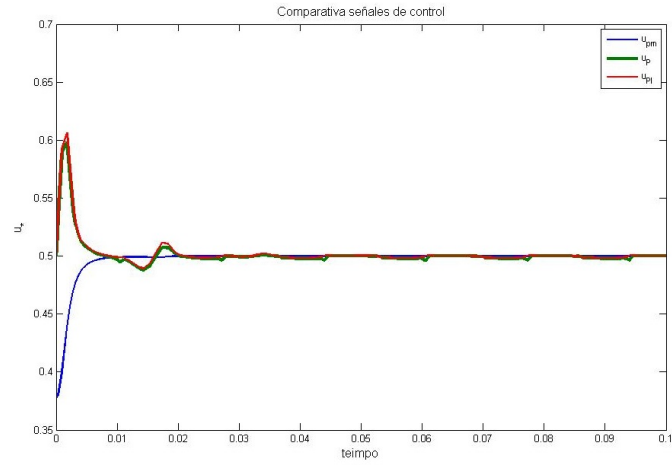


Figura 4.9: Señales de control para el seguimiento del sistema.

te suave, mientras que los dos controladores de tipo pasivo aun mostrando una convergencia mas lenta, presentan esfuerzos de control no tan suaves, ya que su velocidad de convergencia al esfuerzo en estado estacionario también es menor y muestra algunas fluctuaciones.

Capítulo 5

Conclusiones

A lo largo del presente trabajo se presentan tres estrategias de control para los sistemas Hamiltonianos no afines en el control utilizando como base un cambio de coordenadas que permite obtener una representación en la que la señal de control aparece de manera afín. Uno de los controladores presentados es una propuesta original la cual explota tanto el contexto lineal en el que se desenvuelven estos sistemas, como la estructura propia de las configuraciones Hamiltonianas. Dicho controlador presenta restricciones sobre los términos que permiten aumentar la disipación en estos sistemas, pero se observan importantes resultados tanto en la velocidad de convergencia como en el caso de los esfuerzos demandados por el controlador. Uno de los puntos a destacar es que para el caso de los tres controladores la estabilidad es dependiente no solo de la ley de control sino también de las características del sistema, además de que aparecen algunas restricciones para las trayectorias que es capaz de seguir el sistema, lo cual se puede apreciar en la Sección 4, donde aparece una restricción sobre z_{2*} cuyo valor debe de ser distinto de cero.

Además del desarrollo de una estrategia de control propia, a lo largo del presente trabajo se presentaron dos controladores cuyo desarrollo fue basado en la propiedad de pasividad, uno dinámico y el otro estático, esto con el objetivo principal de identificar las ventajas que ofrece cada uno de ellos. En cuestiones de estabilidad se pudo observar bajo las pruebas realizadas en la Sección 3, que el término integral parece no afectar esta característica ya que tanto en la expresión (3.5) como en la (3.6), que permiten garantizar la estabilidad y el carácter asintótico de la misma, no aparece el término correspondiente a el término integral. Este punto se ve reafirmado al analizar la estabilidad al aplicar el control estático donde la ecuación (3.11), que permite examinar la estabilidad del sistema, presenta una configuración idéntica a su parte dinámica. De igual manera, para garantizar el carácter asintótico la expresión (3.6) es válida en ambos casos, por lo cual no es apreciable una mejora en cuanto estas características por parte del controlador dinámico. Por otro lado, en el apartado de simulaciones en la Sección 4, se puede ver que tanto en la velocidad de convergencia a la trayectoria deseada, como en los esfuerzos de control que ofrecen ambos controladores, el desempeño mostrado es prácticamente el mismo. Nuevamente, no se aprecian mejoras en este

aspecto de la versión dinámica a la versión estática. Los aspectos que se encontraron favorables de la versión dinámica con respecto a la estática, radican en configuraciones básicas de los controladores integrales en sistemas lineales, como lo es la robustez ante perturbaciones de tipo constante y los errores en los cálculos de los parámetros, por otro lado el control estático presenta una configuración más simple que el dinámico.

El controlador propuesto presenta una configuración estática la cual no toma directamente la salida pasiva, si no que descompone la matriz antisimétrica en dos partes, una que permita agregar disipación a ciertos estados y otra que perturba a los estados con disipación asociada. La primera parte es el objetivo del control mientras que la segunda es una consecuencia de la configuración antisimétrica de la matriz C y de haber logrado el primer objetivo. El costo por inyectar disipación a los estados puede considerarse alto, pero como las perturbaciones afectan a los estados que ya poseen disipación y el desarrollo de esta técnica se da en el campo lineal, se sabe que la convergencia del sistema es de tipo exponencial y además las perturbaciones son de tipo desvanecientes en el origen, dando origen a la restricción sobre las R_d mostrada en (3.15) y clarificada en (4.12). En cuanto a la estabilidad se obtiene que puede ser de tipo asintótica bajo la condición (3.16) y aunque en este punto no se puede comparar los criterios de estabilidad de este sistema con los pasivos se observa que ambos son dependientes de la configuración de R propia del sistema. Con esto se puede ver que las condiciones de diseño son más restrictivas que en el caso pasivo, sin embargo presentan la mejora de permitir agregar disipación de manera directa a los estados, mientras que en el caso de los controladores pasivos no se aprecia claramente como es que se inyecta la disipación a estos y son requeridos criterios auxiliares similares a los de observabilidad de estado cero como se muestra en (3.7) y (3.8). Además de esto, en la sección de casos de estudio se muestra que los comportamientos de desempeño tanto en seguimiento como en regulación, son mejores por parte del controlador propuesto que por parte de los controladores pasivos, aun cuando los esfuerzos presentados en el primero son más suaves que los mostrados en los pasivos, razón por la cual se considera que el controlador propuesto se presenta como una buena alternativa para atender a los sistemas con esta configuración.

Para trabajo futuro queda pendiente la resolución para sistemas Hamiltonianos no afines en el control donde el control este embebido en la matriz de interconexión y estos no presenten configuraciones bi-lineales, ya que el trabajo aquí presentado depende de estas características. Pese a ello el trabajo realizado presenta un primer avance importante, además de que en el campo de aplicaciones tiene una importante cabida, ya que los convertidores en general permiten aproximar su comportamiento mediante configuraciones bi-lineales.

Bibliografía

- [1] Ortega, R., Loria, A., Nicklasson, P. J., Sira-Ramírez H. Passivity-based control of Euler-Lagrange systems, 1998.
- [2] Sandoval, G., Miranda, H., Espinoza-Perez, G., Cárdenas, V. Passivity-based control of an asymmetric nine-level inverter for harmonic current mitigation. *Power Electronics, IET*, volume 5, 237-247, 2012.
- [3] Sandoval Rodríguez Gonzalo. Compensación de potencia reactiva en sistemas eléctricos de potencia. UNAM, Tesis doctoral, 2010.
- [4] Martínez-Pérez, I., Espinosa-Pérez, G., Sandoval-Rodríguez, G., Doria-Cerezo, A. IDA passivity-based control of single phase back-to-back converters. *Industrial Electronics, ISIE 2008*.
- [5] Ortega, R., Jiang, Z. P., Hill, D. J. Passivity-based control of nonlinear systems: a tutorial. *American Control Conference*, volumen 5, 1997
- [6] Jayawardhana, B., Ortega, R., Garcia-Canseco, F., Castaños, F. Passivity of nonlinear incremental systems: Application to PI stabilization of nonlinear RLC circuits. *Systems Control Letters*, volumen 56, pages 618-622, 2007.
- [7] Castanos, F., Jayawardana, B., Ortega, R., Garcia-Canseco, E. Proportional plus integral control for set-point regulation of a class of nonlinear systems RLC circuits. *Circuits, System and Signal Processing*, volumen 28, pages 609-623, 2009.
- [8] Khalil Hassan (2009). *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 3rd edición.
- [9] Elliot D. *Bilinear control systems: Matrices in action*, Applied mathematics science. Springer, 2009.
- [10] Sanders, S.R., Verghese, G.C. Lyapunov-based control for switched power converters. *Power Electronics, IEEE Transactions on* 7, pages 17-24, 1992.
- [11] Cimini, G., Corradini, M. L., Ippoliti, G., Orlando, G., Pirro, M. Passivity-based PFC for interleaved Boost converter of PMSM drives. *Adaptation and Learning in Control and Signal Processing*, vol. 11, pages 128-133, 2013.

- [12] Mather, B., Maksimovic, D. A simple digital Power-Factor Correction rectifier controller. Power Electronics, IEEE Transactions, 26, pages 9-19, 2011.
- [13] Hernandez-Gomez, M., Ortega, R., Lamnabhi-Lagarrigue, F., Escobar, G. Adaptive PI stabilization of switched power converters. Control Systems Technology, IEEE Transactions, 18, pages 688-698, 2010.
- [14] Cisneros, R., Pirro, M., Berna, G., Ortega, R., Ippoliti, G., Molinas, M.(submitted). Global tracking Passivity- based PI control of bilinear systems and its application to the Boost and Modular Multilevels Converters. Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems, 2015.
- [15] Hayt, W., Kemmerly, J. Análisis de circuitos en ingeniería. McGraw Hill, 5ta edición, 1993.
- [16] Kolar, J. W., Ertl, H., Zach, F. C., Analysis of the Duality of Tree Phase PWM Converters with DC Voltage Link and DC current Link. Industry Applications Society Annual Meeting, 1993.
- [17] Van der Schaft, A., Schaft, A. J., L2 Gain and Passivity in Nonlinear Control. Springer-Verlag New York. Inc., 1999.