

## A P É N D I C E C

### MÉTODO DE OTSU

Método de Propuesto por Otsu.

En el pre-procesamiento de imágenes así como en el reconocimiento de patrones, la parte principal es la selección del umbral; Otsu propone para un histograma de una imagen en escala de grises una selección automática de éste, que se realiza de la siguiente manera [18-17]:

Una imagen es una función bidimensional de la intensidad del nivel de gris, y contiene  $N$  píxeles cuyos niveles de gris se encuentran entre  $1$  y  $L$ . El número de píxeles con nivel de gris  $i$  se denota como  $f_i$ , y la probabilidad de ocurrencia del nivel de gris  $i$  en la imagen está dada por:

$$(1) P_i = \frac{f_i}{N}$$

En el caso de la umbralización en dos niveles de una imagen (a veces llamada binarización), los píxeles son divididos en dos clases:  $C1$ , con niveles de gris  $[1, \dots, t]$ ; y  $C2$ , con niveles de gris  $[t+1, \dots, L]$ . Entonces, la distribución de probabilidad de los niveles de gris para las dos clases es:

$$(2) C_1: \frac{P_1}{\omega_1(t)}, \dots, \frac{P_t}{\omega_1(t)}$$

$$(3) C_2: \frac{P_{t+1}}{\omega_2(t)}, \frac{P_{t+2}}{\omega_2(t)}, \dots, \frac{P_L}{\omega_2(t)}$$

Donde

$$\omega_1(t) = \sum_{i=1}^t P_i \quad \omega_2(t) = \sum_{i=t+1}^L P_i$$

También, la media para la clase  $C1$  y la clase  $C2$  es:

$$\mu_1 = \sum_{i=1}^t \frac{i \cdot P_i}{\omega_1(t)} \quad \mu_2 = \sum_{i=t+1}^L \frac{i \cdot P_i}{\omega_2(t)}$$

Sea  $\mu_T$  la intensidad media de toda la imagen. Es fácil demostrar que

$$\omega_1 \cdot \mu_1 + \omega_2 \cdot \mu_2 = \mu_T \quad \omega_1 + \omega_2 = 1$$

Usemos un ejemplo para tener bien claro lo visto hasta aquí. Supongamos un imagen de  $N=100$  píxeles con cuatro niveles de gris comprendidos en  $[1,4]$  (1 el negro, 4 el blanco) y supongamos también que el número de píxeles con nivel de gris 1 es 10; con nivel de gris 2, 20; con nivel de gris

3, 30; y con nivel de gris 4, 40; es decir,  $f_1=10$ ,  $f_2=20$ ,  $f_3=30$ , y  $f_4=40$ . Luego,  $p_1=f_1/N=0.1$ ,  $p_2=0.2$ ,  $p_3=0.3$ , y  $p_4=0.4$ . Entonces, para una umbralización en dos niveles de esta imagen tomemos  $t=2$  de manera que la clase  $C_1$  consista en los tonos de gris 1 y 2, y la clase  $C_2$  posea los tonos 3 y 4. De esta manera,  $\omega_1(t)=0.1+0.2=0.3$  y  $\omega_2(t)=0.3+0.4=0.7$ , y se comprueba que  $\omega_1(t)+\omega_2(t)=1$ . Por último, la media para la clase  $C_1$  y para la clase  $C_2$  estará dada por:

$$\mu_1 = \sum_{i=1}^t \frac{i \cdot P_i}{\omega_1(t)} = \frac{(1 * 0.1) + (2 * 0.2)}{0.3} \approx 1.667$$

$$\mu_2 = \sum_{i=t+1}^L \frac{i \cdot P_i}{\omega_2(t)} = \frac{(3 * 0.3) + (4 * 0.4)}{0.7} \approx 3.57$$

$$\text{y } \mu_T = \omega_1 \cdot \mu_1 + \omega_2 \cdot \mu_2 = 0.3 * 1.667 + 0.7 * 3.573 \approx 3$$

Sigamos con el método. Usando análisis discriminante, Otsu definió la variancia entre clases de una imagen umbralizada como

$$(4) \sigma_B^2 = \omega_1 \cdot (\mu_1 - \mu_T)^2 + \omega_2 \cdot (\mu_2 - \mu_T)^2$$

Para una umbralización de dos niveles, Otsu verificó que el umbral óptimo  $t^*$  se elige de manera que  $\sigma_B^2$  sea máxima; esto es

$$(5) \boxed{t^* = \max_t \{\sigma_B^2(t)\}} \quad 1 \leq t \leq L$$

Método de Otsu mejorado.

El método de Otsu, aunque es usado en la actualidad, también ha sido modificado para hacerlo más eficiente, a continuación se expondrá la modificación al método de Otsu realizada por Songcan Chen y Daohong Li de la universidad de Nanjing [19].

En este método, el criterio discriminante enfatizará la homogeneidad en la distribución del objeto en escala de grises, mientras que, intencionalmente, no enfatizará la heterogeneidad del fondo tal que una nueva binarización o método de umbral puede sobreponer algunos defectos del famoso método de Otsu.

Para el mundo real, el método de Otsu contempla tanto que el objeto como el fondo tienen una uniformidad y homogeneidad en los niveles de gris, a tal punto que se pueden usar separadamente

medios para representarlos a cada uno. Sin embargo, en algunos casos el fondo y el objeto pueden no estar completamente separados.

De forma intuitiva, los pixeles en el objeto son más uniformes y homogéneos en el objeto que en el fondo, significa que el fondo posee probablemente más heterogeneidad y no-uniformidad en la distribución y por lo tanto produce más diferencias y diversidad en los niveles de grises. Por lo tanto adoptaremos una forma simple de representar el fondo, obteniendo un resultado posible de una estimación del umbral parcial. En suma, el método de Otsu solo toma en cuenta los pixeles en los niveles de grises, pero descuida la distribución espacial y la relación contextual entre los mismos pixeles que pertenezcan tanto al objeto de interés como al fondo al mismo tiempo con una extensión. Aunque el criterio Know, incorpora la distribución espacial o información de los pixeles vecinos coordinantes dados en la imagen, éste descuida la continuidad del objeto de niveles de escala de grises, por lo que se da más énfasis al rol jugado por los números de los pixeles en las dos clases en la imagen sino que también entre los mismos niveles de grises.

Para solucionar los problemas encontrados en Otsu, el método mejorado propone un nuevo criterio discriminativo dado por  $J_{LC}(T)$ ; el aspecto fundamental será la segmentación del objeto dada la imagen y al mismo tiempo, se asumirá que únicamente el objeto tiene homogeneidad en los niveles de grises. Como resultado, el problema de selección del umbral puede ser considerado como un problema en términos del método de Otsu, ejemplo: seleccionamos un óptimo nivel de gris  $T^* \in \{0, 1, 2, \dots, L-1\}$  hecho para continuar con el nuevo criterio  $J_{LC}(T)$ , se minimiza:

$$J_{LC}(T) = \left( \frac{p_1(T)}{p_2(T)} \right) = \frac{\sum_{(x,y) \in O} [\lambda(g(x,y) - m)^2 + (1 - \lambda)(g(x,y) - m)^2]}{\sum_{(x,y) \notin O} [\lambda(g(x,y) - m)^2 + (1 - \lambda)(g(x,y) - m)^2]}$$

Y por consiguiente

$$T^* = \arg \min_{0 \leq T \leq L-1} J_{LC}$$

Donde

$$m = \frac{1}{|O|} \sum_{(x,y) \in O} g(x,y), p_1(T) = \frac{1}{|O|}, p_2(T) = \frac{1}{N-|O|}, O \text{ es el conjunto de pixeles pertenecientes al objeto } g(x,y)$$

Denotando que el nivel de gris del pixel  $(x,y)$ ,  $g(x,y)$  es el promedio local del nivel de gris del pixel y definido como  $g(x,y) = \frac{1}{|\mu|} \sum_{(u,v) \in W} g(u,v)$ , y que :

- "W" es una ventana centrada como  $(x,y)$  y el tamaño es  $|W|$  es usualmente tomado como 3X3 o 5X5.
- "m" es el número de niveles de gris del objeto.
- "N" el total del número de pixeles dados en la imagen.
- "a ( $a \geq 0$ )" es un exponente y ajuste  $(P_1(T)/P_2(T))^a$  para lograr algún cambio.
- " $\lambda$  ( $0 \leq \lambda \leq 1$ )" también es un parámetro ajustable para cambiar la proporción entre niveles de gris de cada pixel y esto es localmente un promedio de niveles.

El numerador en la ecuación (6) únicamente mide la similaridad dentro el objeto-clase. Al despejar su numerador va a reflejarse un espacio local continuo u homogeneidad entre los pixeles del objeto. Esto es llamado "Centrar en el objeto". Y el denominador en (6) significa que el de la clase-fondo es distinto de aquel de la clase objeto. Un valor grande en el denominador significa que dos clases están separadas más uniformemente cuando el fondo es heterogéneo.

Por lo tanto, el criterio propuesto se centra tanto en la similaridad de la clase-objeto con si mismo como en la no similaridad entre el fondo y el objeto, está dirigido a mejorar el problema derivado de la heterogeneidad del fondo. Al mismo tiempo que elimina el ruido.