A P É N D I C E   E

M E T O D O S   A L T E R N A T I V O S   P A R A   R E C O N O C I M I E N T O   D E   P A T R O N E S .

Hidden Markov Models (Modelos Ocultos de Markov).

Definición.

Los HMM se definen como un proceso estocástico doblemente embebido con un proceso aleatorio esencial que no es observable (está oculto), pero que puede ser visto solamente a través de otro conjunto de procesos aleatorios que produzcan la secuencia de observaciones.

Un HMM puede verse como una cadena de cadenas de Markov *q* que en conjunto con un proceso estocástico toma valores de un alfabeto Σ, mismo que depende de *q*.

Los HMMs evolucionan con el tiempo, pasando aleatoriamente de un estado a otro, emitiendo en cada momento algún símbolo de Σ al azar.

Cuando el modelo se encuentra en el estado $q_{t-1} = i$, tiene la probabilidad a_{ij} de moverse al estado $q_t = j$ en el siguiente instante y tienen la probabilidad $b_j(k)$ de emitir el símbolo $o_t = v_k$ en el tiempo *t*.

Elementos de un HMM: Un HMM discreto de 1° orden se define como una quíntupla del tipo

$$\lambda=(\Sigma,Q,A,B,\pi)$$

Donde

1) $\Sigma=\{v_1,v_2,\ldots,v_M\}$ es un alfabeto finito, discreto de *M* símbolos
2) $Q=\{1,2,\ldots,N\}$ es un conjunto finito de *N* estados
3) $A = (a_{ij})_{NXN}$ es una matriz de transición y a_{ij} es la probabilidad de transición desde el estado *i* hasta el *j*, $\forall \quad i, j \in N$

4) $B = (b_j(o_t))_{NXM}$ es una matriz cuyos renglones *j* corresponden al vector de distribución de probabilidad de emisión de símbolos para el estado *j*.

Esto es $b_{j=(}b_{j1}, b_{j2}, \ldots, b_{jM}\}$ es el vector de distribución de la probabilidad de emitir el símbolo v_k del alfabeto encontrándose en el estado *j*.

5) $\pi=\{\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_{\mathbf{N}}\}$ es el vector de probabilidades del estado inicial q_0 en Q

De forma compactada la fórmula λ puede presentarse como

$$\boldsymbol{\lambda=(A,B,\pi)}$$

Aplicación en el Reconocimiento de Patrones.

La creación de los HMM, para el reconocimiento de una firma autógrafa, parte en su mayoría de vectores de características. El escoger el correcto modelo de topología para el HMM es fundamental para obtener satisfactoriamente resultados en el aprendizaje y fase de verificación. Hay varias topologías para los modelos HMM, cada cual adaptado para características particulares. Para modelos discretos, dos factores son predominantes. El primero es el número de estados a ser usados y el segundo es el número de transiciones entre los estados.

El modelo generalmente contemplado para firmas es el de izquierda-derecha sin estados de salto permitidos; esto es dado, porque es perfectamente apto para características dinámicas de las firmas Latinas, en el cual el movimiento de la mano son siempre de izquierda a derecha [4] y [9].

Ejemplo de un diagrama de un HMM de izquierda a derecha
basado en el proyecto desarrollado por Yacoubi [9]

En la práctica es común el uso fijo de un número de estados para el proceso de aprendizaje. Con las firmas esto no es satisfactorio, por la simple razón de que cada escritor tiene diferente tamaño de firma, por lo que requiere diferentes números de estados por cada escritor; es decir se personaliza el modelo.

Mezclas Gaussianas.

Definición.

Los Modelos de Mezclas Gaussianas o GMMs se emplean para modelar la distribución estadística de una señal. El empleo de GMMs se debe a la gran variedad de distribuciones de probabilidad que se pueden aproximar mediante combinación lineal de distribuciones Gaussianas.

El modelo mediante GMMs consiste en aproximar la distribución estadística de aparición de los diferentes parámetros en estudio (de las posiciones x e y de la trayectoria o de las presiones, por ejemplo) mediante la suma ponderada de M distribuciones gaussianas. De esta forma, la probabilidad de que un modelo GMM al que dominaremos λ haya generado un vector de características x_t estará dada por:

$$p(x_i|\lambda) = \sum_{m=1}^{M} p_m . b_m(x_i)$$

donde M es el número de densidades componentes $b_m(x_t)$ es el valor de la m-esima densidad componente del modelo para la observación x_t y p_m es el peso ponderador de dicha componente. Cada densidad componente es una función gaussiana multivariada de dimensión D de la forma:

$$b_m(x_i) = \frac{1}{(2\pi)^{D/2}|\Sigma_m|^{1/2}} . exp\left\{-\frac{1}{2}(x_i - \mu_m)' \sum\nolimits_m^{-1} (x_i - \mu_m)\right\}$$

donde μ_m es el vector de medias de la m-ésima densidad componente y Σ_m su matriz de covarianzas. De esta forma, cada individuo (cada firma) estará representado por un GMM λ={p_m μ_m Σ_m} con m=1,2,…,M.

Aplicación en el Reconocimiento de Patrones.

Las GMMs generalmente se ocupan no tanto como un algoritmo para realizar la labor discutida en este apartado, sino como una herramienta de un algoritmo que mejora a otro [23,24].

Aunque en la teoría se presenta la forma en que las mezclas gaussianas generan desde el vector de características, hasta llegar a la identificación, no se encontró ninguna aplicación de esta teoría, sin embargo a continuación se describe de forma sintetizada dicha argumentación [1]:

El proceso de entrenamiento del GMM, a partir de un conjunto de realizaciones X de la firma a modelar, suele realizarse mediante un algoritmo denominado estimación maximización (EM-Expectation Maximization):

1. Construcción de un modelo inicial λ
2. A partir del modelo inicial λ, se estima un nuevo modelo λ' que cumpla $p(X\backslash\lambda)\geq p(X\backslash\lambda)$.
3. Mientras $p(X\backslash\lambda)-p(X\backslash\lambda)$ > Umbral de convergencia, volvemos al paso 2, pero considerando como modelo inicial el reestimado y reestimando uno nuevo.

Para evaluar la correspondencia entre un modelo y una realización de ka firma, basta con calcular la probabilidad de que dicho modelo haya generado la firma.