



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

**FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS
CIVIL Y GEOMÁTICA**

**INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA EN
ARCILLAS EXPANSIVAS.**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

I N G E N I E R O C I V I L

P R E S E N T A:

CARLOS GUERRERO GARCÍA

DIRECTOR DE TESIS:
M. I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA.



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO. D.F.

ENERO 2008.



FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN
FING/DCTG/SEAC/UTIT/018/07

Señor
CARLOS GUERRERO GARCÍA
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA EN ARCILLAS EXPANSIVAS"

- INTRODUCCIÓN
- I. CARACTERÍSTICAS DE LAS ARCILLAS EXPANSIVAS
 - II. INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA
 - III. EJEMPLO DE APLICACIÓN
 - IV. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria a 15 de marzo de 2007
EL DIRECTOR


Mtro. JOSÉ GONZALO GUERRERO ZEPEDA

GGZ/AJP*crc



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
DIRECCIÓN
FING/DCTG/SEAC/UTIT/018/07

Señor
CARLOS GUERRERO GARCÍA
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA, que aprobó esta Dirección, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA EN ARCILLAS EXPANSIVAS"

- INTRODUCCIÓN
- I. CARACTERÍSTICAS DE LAS ARCILLAS EXPANSIVAS
- II. INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA
- III. EJEMPLO DE APLICACIÓN
- IV. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria 15 de marzo de 2007
EL DIRECTOR

[Handwritten signature]

MTRO. JOSÉ GONZALO GUERRERO ZEPEDA

GGZ/AJP*crs

V.O. Bo.
RICARDO PADILLA V.
10-VIII-07

Vo Bo
10/08/07

A Deméneghi C

D'ac
[Handwritten signature]

14.8.07

OSCAR
Vege
Roldán

Visto Bueno
[Handwritten signature]
JOSÉ LUIS TRIGOS
170807

Bo
[Handwritten signature]

JED A. RODRIGUEZ
1-08-07

*En memoria de Gelacio García,
Emilio Guerrero y Félix Barrón.*

AGRADECIMIENTOS:

A todas aquellas personas que colaboraron en mi formación personal.

Agradezco a todos los profesores que me aportaron sus conocimientos y consejos: Amelia Mariscal, Amelia García, Raúl Martínez, Daniel Torres, Otilio Silva, Pablo García, Alicia Pineda, Alfonso Solar, Agustín Hernández, Pedro Ramírez, Salvador García, Humberto Gardea, Héctor Guzmán, Armando Gallegos, Reginaldo Hernández, Alejandro Sánchez, Abel Jiménez, Oscar Martínez, Arturo Tapia, Luis Candelas, Octavio García, Enrique Barranco, Rodolfo Solís, Francisco Moreno, Javier Gutiérrez, Marco Peña, Nikte Ocampo, Isis Valdez, de manera muy especial a los sinodales por sus aportes y enseñanzas Oscar Vega, Ricardo Padilla, José Luis Trigos, Miguel Ángel Rodríguez, y por supuesto a mi director de tesis Agustín Deméneghi.

Asimismo a todos aquellos que alguna vez fueron personas allegadas y que me brindaron su amistad así como con quienes aún cuento, con cariño a: José Luis Burgos, Rodrigo Sepúlveda, Alejandro Maya, Josué Landa, Mauricio Galindo, José Luis Castillo, Hibrahn Martínez, Arturo Cruz, Esteban Franco, Francisco Velásquez, Jesús Barrientos, Alberto García, Israel Zárate, Jorge Alanis, Argelia Camarillo, Lorena García, Gloria Durán, Ariadna López, Eduardo Soto, Osbaldo Mendoza, Guillermo Miguel, Israel Miguel, Daniel García, Chris Villanueva, rolando Villanueva, Arnulfo Miguel, Luceny Miguel, Macario García, Everardo García, Fernando Escamilla, Luis Escamilla, Elid Guerrero, Félix Barrón (q.e.p.d) Alfredo Escamilla y Lalo García.

De manera muy especial a quienes dedico este trabajo de investigación con toda mi gratitud, amor y cariño: a mi madre Alma Rosa García Martínez y a mi padre Carlos Guerrero Cabrera por ser el soporte emocional y económico y ser los forjadores de mi formación profesional, a mi abuela Carmen Martínez por su amor y cuidados, a mi abuela Concepción Cabrera por sus consejos y enseñanzas, a mis hermanas Jacqueline y Charin Olga por su cariño, a mis abuelos Emilio Guerrero (q.e.p.d) y Gelacio García (q.e.p.d) por ser parte de mi inspiración, a Miguel Díaz por sus consejos y comprensión, a mi amada Yamileth Cuenca por el apoyo y felicidad que me da día con día y a mis fieles compañeros y mascotas Terry, Morris, Zinc, Shaq (q.e.p.d) y Bruno (q.e.p.d).

A todos ellos simplemente muchas gracias.

	Pág.
Introducción.	1
I. Características de las arcillas expansivas.	
I.1 Naturaleza de los suelos expansivos.	3
I.2 Origen de los suelos expansivos.	6
I.3 Identificación de los suelos expansivos.	8
I.3.1 Pruebas de identificación.	8
I.3.1.1 Pruebas ingenieriles para clasificación.	8
I.3.1.2 Identificación mineralógica.	10
I.3.1.3 Cambio Potencial de volumen (CPV).	10
I.3.2 Esquemas de clasificación.	11
I.3.2.1 Clasificación usando propiedades índice.	12
I.3.2.2 Comparación de los esquemas de clasificación.	15
I.4 Propiedades físicas de los suelos expansivos.	15
I.4.1 Contenido de agua.	16
I.4.2 Peso específico seco.	16
I.4.3 Propiedades índice.	16
I.5 Daños causados por los suelos expansivos.	17
I.6 Zonas en que se presentan los suelos expansivos.	19
I.7 Succión y estado del agua en el suelo.	22
I.7.1 Succión o energía potencial del suelo.	22
I.7.2 Estado del agua en el suelo.	23
I.7.2.1 Potencial gravitacional.	23
I.7.2.2 potencial de presión (Succión mátrica).	24
I.7.2.3 Presión capilar en el suelo.	24
I.7.2.4 Ascensión capilar.	26
I.7.2.5 Potencial osmótico (Succión osmótica).	27
I.7.2.6 La humedad en el suelo.	27
I.7.3 Dispositivo experimental para medir la succión en el laboratorio. Odómetro de succión controlada para efectuar ensayos sobre suelos no saturados.	28
I.8 Expansión y compresibilidad de arcillas parcialmente saturadas.	30
I.8.1 Conceptos de cambio de volumen y deformación.	34
I.8.1.1 Requisitos de continuidad.	34
I.8.1.2 Cambio de volumen total.	35
I.8.1.3 Cambios de volumen en el agua y en el aire del suelo.	37
I.8.2 Relaciones constitutivas.	37
I.8.2.1 Forma elástica.	37
I.8.2.2 Forma de compresibilidad.	41
I.8.2.3 Forma volumen – masa (Terminología de Mecánica de suelos).	42
I.8.2.4 Uso de $(\sigma - u_w)$ y $(u_a - u_w)$ para formular relaciones	

constitutivas.	43
I.8.3 Verificación experimental de unicidad de las superficies constitutivas.	44
I.8.4 Estimación de los movimientos de una arcilla.	45
I.8.4.1 Deformación por cambio de volumen.	46
I.8.4.2 Pruebas de laboratorio.	53
I.9 Cimentaciones sobre suelos expansivos.	55
I.9.1 Zapatas aisladas.	55
I.9.2 Zapatas corridas.	55
I.9.3 Losas de cimentación.	55
I.9.4 Pilotes.	56
II. Interacción suelo – estructura.	
II.1 Descripción de análisis de interacción suelo – estructura.	57
II.1.1 Análisis estructural.	61
II.1.2 Cálculo de deformaciones del suelo.	64
II.1.3 Compatibilidad de deformaciones.	67
II.2 Consideraciones del análisis de interacción suelo – estructura en arcillas expansivas.	67
II.3 Descripción del programa para el cálculo de asentamientos y reacciones en una zapata corrida, basado en el análisis de interacción suelo – estructura.	67
III. Ejemplo de aplicación.	
III.1 Análisis de la zapata corrida con un muro de carga apoyado a lo largo de ésta.	74
III.1.1 Cálculo de las deformaciones y reacciones del suelo.	74
III.1.1.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la zapata.	74
III.1.1.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.	76
III.1.2 Elementos mecánicos a lo largo de la zapata, muro de carga apoyado en la zapata.	78
III.1.2.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la zapata.	78
III.1.2.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.	82
III.1.3 Diseño estructural.	86
III.1.3.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la zapata.	86
III.1.3.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.	90
III.2 Análisis de la zapata corrida con cargas puntuales a los extremos y al centro de la zapata.	94
III.2.1 Cálculo de las deformaciones y reacciones del suelo.	94
III.2.1.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la	94

zapata.	
III.2.1.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.	96
III.2.2 Elementos mecánicos a lo largo de la zapata, con cargas puntuales sobre ésta.	98
III.2.2.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la zapata.	98
III.2.2.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.	102
III.2.3 Diseño estructural.	105
III.2.3.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la zapata.	105
III.2.3.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.	109
III.3 Análisis de resultados.	116
III.3.1 Análisis de la zapata corrida con un muro de carga apoyado a lo largo de ésta.	116
III.3.2 Análisis de la zapata corrida con cargas puntuales a los extremos y al centro de la zapata.	117
IV. Conclusiones.	119
Bibliografía y referencias.	121

INTRODUCCIÓN.

El objetivo de este trabajo de tesis es la aplicación del método de interacción suelo - estructura en suelos arcillosos que exhiben un comportamiento expansivo, con la finalidad de diseñar una cimentación cuyo comportamiento sea satisfactorio ante el constante cambio de volumen de los estratos de arcilla.

En el capítulo I se realizó una investigación detallada acerca de las características más importantes de los suelos expansivos, tales como sus propiedades, su comportamiento y los daños que ocasionan a las obras que se apoyan sobre éstos.

Los suelos expansivos son un caso muy particular en la mecánica de suelos, ya que exhiben un constante cambio de volumen ante la variación de humedad en el terreno. Por lo que las ecuaciones de esfuerzo efectivo establecidas por Terzaghi, no son del todo válidas si se aplican a un suelo expansivo, ya que por lo general, el suelo expansivo se presenta en su naturaleza como un suelo no saturado.

El cambio en la humedad del suelo es el origen de los cambios volumétricos este. En presencia de agua, el suelo tiende a expandirse; mientras que cuando el agua que ocupa los poros del suelo comienza a evaporarse, debido a los cambios climáticos, el suelo se contrae.

El capítulo II describe el análisis de interacción suelo estructura, el cual consiste en establecer una compatibilidad de deformaciones entre estructura y terreno. Al aplicarlo a un suelo expansivo solo se ve modificado con la adición de las expansiones en campo libre, las cuales son conocidas al hacer uso de resultados de pruebas de laboratorio.

Las reacciones del suelo, los giros y desplazamientos de la estructura, así como los elementos mecánicos actuantes a lo largo de ésta, que proporciona el análisis de interacción suelo – estructura, serán obtenidos con ayuda un programa.

En el capítulo III se desarrollan dos ejemplos de aplicación, los casos a analizar serán, cuando un muro de carga se apoya a lo largo de la zapata tratando de simular el comportamiento de la cimentación de una casa habitación, y cuando se tienen cargas puntuales colocadas a los extremos y centro de la zapata, tratando de simular el comportamiento de la cimentación de una edificio.

El diseño óptimo de la cimentación será aquel que sea capaz de comportarse adecuadamente ante las solicitaciones que se presentan cuando las expansiones en el terreno de cimentación sean mayores a los extremos de ésta o cuando la expansión sea mayor al centro de la misma.

Por último el capítulo IV muestra las conclusiones del tema desarrollado, haciendo hincapié en algunas recomendaciones que son indispensables para el buen comportamiento de la cimentación a lo largo de su vida útil.

CAPÍTULO I.

CARACTERÍSTICAS DE LAS ARCILLAS EXPANSIVAS.

1.1 Naturaleza de los suelos expansivos.

Se entiende por suelo expansivo como aquel que es susceptible de sufrir cambios volumétricos por cambios de humedad. Puede decirse que los suelos expansivos son un fenómeno que se origina por la presencia de un suelo arcilloso con mineral montmorilonita y un clima semiárido, donde la evapotranspiración media anual es mayor que la precipitación media anual.

Las estructuras no solamente pueden presentar daños por asentamientos, sino también por expansiones del suelo.

La expansión, en cualquier tipo de suelo, se puede presentar por un alivio de esfuerzos, como el que provoca una excavación.

En cuanto a su estructura reticular, los minerales de las arcillas se clasifican en caolinitas, montmorilonitas e ilitas. Las montmorilonitas son las dominantes en el problema de suelos expansivos.

Las montmorilonitas están formadas por una lámina de alumínica entre dos sílicas cuyos enlaces son débiles, pudiendo así presentarse la penetración de las moléculas del agua en su estructura reticular, debido sobre todo a la naturaleza bipolar de dichas moléculas.

En realidad, los suelos arcillosos experimentan variaciones de volumen según el contenido de humedad, correlativas con las variaciones de presión de poro y con los esfuerzos efectivos.

Resulta significativo tomar en consideración que los suelos arcillosos que contienen montmorilonita y que están sujetos a cambios de humedad, presentan a causa de dichas variaciones del contenido de agua, expansiones y contracciones, según se trate del aumento o disminución de la humedad, respectivamente.

Las arcillas expansivas son más bien un fenómeno que se origina en la conjugación de un terreno arcilloso con ciertas condiciones ambientales que provoquen cambios apreciables de humedad.

El mecanismo de expansión en arcillas expansivas es complejo y es influido por un número de factores. La expansión es un resultado de cambios en el agua del suelo, lo que altera el equilibrio interno de esfuerzos. Generalmente, las partículas de arcilla son discos que tienen cargas eléctricas negativas en su superficie y están cargadas positivamente en los bordes. Las cargas negativas son balanceadas por los cationes del agua del suelo, los cuales se hacen parte de los discos debido a las fuerzas eléctricas. La fuerza eléctrica entre partículas es función de la electroquímica del agua del suelo y de las cargas

negativas superficiales. Las fuerzas superficiales de van der Waals y las fuerzas de adsorción entre los cristales de la arcilla y las moléculas de agua también influyen en el campo de fuerzas entre las partículas. El sistema interno de fuerzas electroquímicas debe estar en equilibrio con los esfuerzos externos aplicados y la tensión capilar en el agua del suelo. La tensión capilar es frecuentemente llamada succión mátrica.

Si la química del agua del suelo, la cantidad de agua o la composición química cambia, el campo de fuerzas entre las partículas cambiará. Si el cambio resultante en las fuerzas internas no es balanceado por el cambio correspondiente en el estado de esfuerzos externos aplicados, el espacio de la partícula cambiará para ajustar la fuerza entre las partículas hasta que el equilibrio sea alcanzado. Este cambio en el espacio de la partícula se manifiesta como una contracción o expansión.

Los factores que contribuyen al potencial de contracción – expansión de un suelo pueden ser considerados en tres grupos diferentes, *las características del suelo* que afectan la naturaleza del campo de fuerzas internas, *los factores ambientales* que originan los cambios que puedan ocurrir en el sistema interno de fuerzas, y *el estado de esfuerzos*.

Las propiedades del suelo que determinan la contracción – expansión son:

- Mineralogía de la arcilla. Los minerales de la arcilla que típicamente causan los cambios de volumen son las montmorilonitas, vermiculitas y algunas líneas mixtas de minerales. Iilitas y caolinitas no son frecuentemente expansivas, pero pueden causar cambios de volumen cuando el tamaño de la partícula es extremadamente fino.
- Succión del suelo. La succión del suelo es una variable independiente de esfuerzo efectivo, representada por la presión de poro negativa en suelos no saturados. La succión del suelo se relaciona con la saturación, gravedad, tamaño del poro, tensión superficial, características químicas y eléctricas de las partículas del suelo y del agua.
- Plasticidad. En general, los suelos que exhiben comportamiento plástico con rangos del contenido de humedad muy altos y que poseen límite líquido alto tienen un enorme potencial de contracción – expansión. La plasticidad es un indicador de potencial de expansión.
- Estructura del suelo. Las arcillas floculadas tienden a ser más expansivas que las arcillas dispersas. La estructura es alterada cuando se compactan con altos contenidos de agua.
- Peso específico seco. Altas densidades indican que las partículas están más cerca unas de otras, lo cual puede significar que las fuerzas repulsivas entre las partículas son más grandes y en consecuencia el potencial de expansión es mayor.

Las condiciones ambientales que determinan el potencial de contracción – expansión son:

- Condición inicial de humedad. Un suelo expansivo seco tendrá una mayor afinidad por el agua, o mayor succión que el mismo suelo con un alto contenido de agua, y menor succión.
- Variación de la humedad. Cambios de humedad en la zona activa cercana a la parte superior del perfil presenta principalmente un empuje. En estas líneas es donde la variación de humedad es mayor y ocurrirán cambios de volumen.
 - Clima. La cantidad y variación de la precipitación y evapotranspiración influyen enormemente en la disponibilidad de humedad y en la profundidad de la fluctuación de humedad estacional.
 - Drenaje y almacenamientos de agua. El drenaje superficial es una fuente de agua para la superficie, ya que una tubería rota permite que el agua llegue al suelo a profundidades mayores.
 - Vegetación. Arbustos, plantas y árboles reducen la humedad del suelo mediante la transpiración, lo que ocasiona que el suelo tenga diferente humedad en áreas donde la vegetación varía.
 - Permeabilidad. Los suelos con alta permeabilidad, particularmente debida a fisuras y grietas en la masa de suelo, permiten una migración más rápida del agua y promueven más rápido la expansión.
 - Temperatura. El incremento en la temperatura ocasiona que la humedad se extienda a las áreas más frescas debajo de pavimentos y edificios.
- Condiciones de esfuerzos.
 - Historia de esfuerzos. Un suelo preconsolidado tiene mayor potencial de expansión que el mismo suelo, pero normalmente consolidado. Las presiones de expansión pueden incrementarse con el envejecimiento de las arcillas compactadas, pero la expansión bajo cargas pequeñas no se ve afectada por el envejecimiento en la arcilla.
 - Condiciones *in situ*. El estado de esfuerzos inicial en un suelo debe ser estimado para evaluar las principales consecuencias por cargar la masa de suelo y/o alterar la humedad del terreno. Los esfuerzos efectivos iniciales pueden ser más o menos determinados mediante pruebas en laboratorio o haciendo mediciones y observaciones *in situ*.
 - Carga. La magnitud de la sobrecarga se ve reflejada directamente en el cambio de volumen que ocurrirá a una densidad y contenido de humedad

dados. Una fuerza externamente aplicada actúa para balancear las fuerzas repulsivas entre partículas, lo cual reduce la expansión.

- Perfil del suelo. El espesor y la ubicación de las líneas potencialmente expansivas en el perfil influyen considerablemente en el movimiento. El mayor movimiento ocurrirá en perfiles que tienen arcillas expansivas extendiéndose desde la superficie hasta profundidades por debajo de la zona activa. Habrá menor movimiento si el suelo expansivo se encuentra entre material no expansivo o roca, a poca profundidad.

Los minerales de la arcilla normalmente exhiben diferente potencial de expansión debido a las variaciones en el campo eléctrico asociado a cada mineral. La capacidad de expansión de una masa de suelo depende de la cantidad y tipo de mineral en la arcilla, de la disposición y el área de las partículas de la arcilla y de la química del agua que rodea dichas partículas.

Las características a macroescala son indicadores primarios del comportamiento de la expansión. Las propiedades comúnmente determinadas tales como la plasticidad y la densidad del suelo pueden proporcionar una gran idea respecto al potencial de expansión del suelo.

Los suelos más expansivos pueden existir en condiciones plásticas con contenidos de agua muy altos. Este comportamiento es resultado de la capacidad de los minerales expansivos de la arcilla para contener agua entre las partículas y mantener una estructura coherente a través de las fuerzas eléctricas entre las partículas.

1.2 Origen de los suelos expansivos.

En 1969, Donalson clasificó en dos grupos los materiales que pueden dar origen a los suelos expansivos. El primer grupo comprende las rocas ígneas básicas, como los basaltos y los gabros. En los suelos expansivos los minerales como el feldespato y el piroxeno de las rocas madre, se descomponen para formar la montmorilonita y otros minerales secundarios.

El segundo grupo comprende las rocas sedimentarias que contienen montmorilonita como constituyente, el cual se desintegra mecánicamente para formar suelos expansivos.

Según la clasificación del sistema FAO – UNESCO, 1970, modificada por la Dirección General de Geografía del Territorio Nacional (Secretaría de Programación y Presupuesto, 1981) se utilizan las características morfológicas, físicas y químicas para separar los suelos en unidades que proporcionen información referente a su aplicación práctica con fines diversos, entre los que se encuentran los de la ingeniería civil. De acuerdo con la Edafología, los vertisols son el principal tipo de suelo expansivo.

Por lo general, en los vertisols el contenido de arcilla es uniforme y mayor del 35% y en muchos casos supera el 80%. En estos suelos se desarrollan grietas, lados lisos

intersectantes o agregados estructurales en forma de cuñas o paralelepípedos. Cerca de la superficie la estructura es de cuñas pequeñas, pero con la profundidad las cuñas se vuelven progresivamente de mayor tamaño, con superficies marcadas con lados lisos. Se entiende por lado liso como la superficie pulida que se forma cuando dos prismas (terrones o fragmentos) arcillosos se frotan entre sí por la expansión generada al hidratarse el suelo.

Los vertisols son suelos de color oscuro que tienen una textura uniforme, fina a muy fina y un contenido bajo de materia orgánica su propiedad más importante desde el punto de vista de mecánica de suelos es su característica expansiva a causa de la presencia dominante de montmorilonita, que ocasiona tanto expansiones como contracciones, según se hidrate o se seque, respectivamente. Esto ocurre en forma típica en zonas áridas y semiáridas. Los cambios de volumen pueden ser del 35 al 50%.

El contenido de materia orgánica puede ser de hasta un 5% en la superficie, pero por lo general no es mayor del 2%. La capacidad de intercambio catiónico es elevada. La mayoría de los vertisols contienen carbonato de calcio libre en forma de depósitos pulvulentos o como concreciones, pero muchos de ellos no tienen esa propiedad.

Los dos requerimientos importantes para la formación de estos suelos son: un periodo de saturación completa y una estación seca bien definida. El periodo de saturación completa produce anaerobismo y condiciones reductoras.

Por otra parte, la estación seca bien definida ocasiona que muchos de los cationes básicos permanezcan en el sistema produciendo con ello condiciones favorables a la formación de montmorilonita. En vista de la escasa cantidad de materia orgánica, es difícil determinar el origen del color oscuro de estos suelos.

Gran parte de los vertisols se han desarrollado en depósitos superficiales de textura fina o muy fina, los cuales generalmente son depósitos aluviales o lacustres, sin embargo, en algunos casos no se puede tener seguridad respecto a su origen. Algunos depósitos aparecen como formados por erosión de los suelos, acumulando el material en una depresión de un sitio plano. Otros vertisols se han desarrollado por meteorización progresiva de la roca subyacente, que puede ser roca extrusiva como el basalto, o sedimentaria como la caliza, o ceniza volcánica.

Su desarrollo es estimulado por un contenido elevado de feldespatos plagioclásicos, minerales ferromagnesianos y carbonatos. En ocasiones la carencia de ciertos minerales en el material madre puede ser compensada por infiltraciones.

La mayoría de los vertisols se encuentran en zonas de desiertos tropicales y de latitudes medias y en estepas, en donde la lixiviación es mínima, acumulándose en el suelo cationes básicos que facilitan la formación de montmorilonita. En esas condiciones la precipitación se encuentra entre 250 a 750 mm y hay una estación seca bien definida de 4 a 8 meses de duración. Así, los vertisols se distribuyen principalmente en zonas áridas, semiáridas y tropicales húmedo – secas, pero también se presentan en otras partes,

alcanzando una superficie total de unos 2.6 millones km², que equivalen a la extensión de Europa Occidental.

Los vertisols se desarrollan principalmente en sitios planos o de pendientes suaves, por lo general en planicies y fondo de los valles.

Los vertisols provienen desde el Holoceno al Pleistoceno, se han formado en material transportado de suelo viejo o de otros sedimentos, es posible que su edad sea del Pleistoceno medio o superior.

I.3 Identificación de los suelos expansivos.

Una pronta identificación de suelos expansivos durante el reconocimiento y las etapas preliminares de un proyecto es esencial para permitir un muestreo apropiado, pruebas y diseño en etapas posteriores.

La investigación debe comprender dos partes importantes. La primera es el reconocimiento y la identificación del suelo como un suelo expansivo y la segunda es el muestreo y las medidas de las propiedades del material a ser usadas como la base de las predicciones de diseño.

Se tienen tres métodos diferentes para clasificar el potencial de expansión de los suelos. El primero se refiere a la identificación mineralógica, la cual puede utilizarse en la evaluación del material, pero no es suficiente en sí misma cuando se trata de suelos naturales.

Otro grupo incluye los métodos indirectos, como las propiedades índice, método PVC (Potencial de Cambio Volumétrico) y método de la actividad, los cuales son útiles para evaluar las propiedades de expansión. Ninguno de los métodos indirectos debe ser usado independientemente, pues se puede incurrir en conclusiones erróneas, sin el beneficio de las pruebas directas.

En cuanto tercer método, las pruebas son simples de realizar y no requieren de equipo sofisticado y caro. Sin embargo, debe introducirse una precaución, que las pruebas se realicen sobre un número de muestras conveniente de forma de evitar conclusiones erróneas. La medición de la succión del suelo puede requerir equipos y accesorios de mayor costo.

I.3.1 Pruebas de identificación.

I.3.1.1 Pruebas ingenieriles para clasificación.

Las pruebas de clasificación para propiedades índice del suelo tales como distribución granulométrica, contenido de arcilla, y plasticidad son las que se usan con mayor frecuencia en la práctica para identificar y clasificar suelos expansivos.

Los límites de Atterberg definen los límites de contenido de humedad entre estados de consistencia de suelos granulares finos. La Fig. I.3.1 ilustra el concepto originado por Atterberg, el cual dice que un suelo arcilloso puede existir en cuatro distintos estados de consistencia dependiendo del contenido de agua. El contenido de agua en los límites de cada estado está definido como límite de contracción, límite plástico y límite líquido.

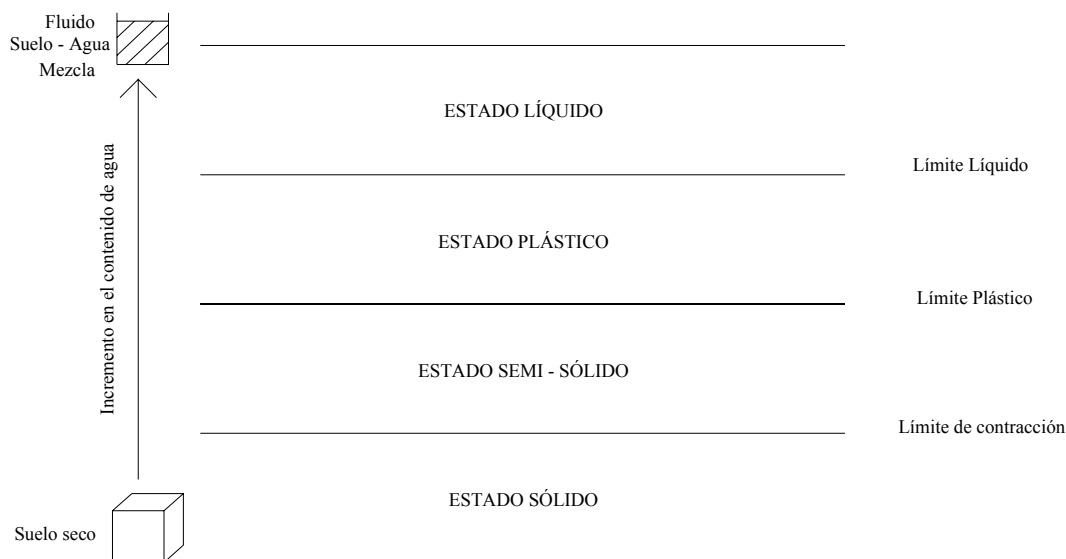


Fig. I.3.1 Estados de consistencia y límites de Atterberg para suelos finos.

Las características de plasticidad y cambio de volumen en los suelos están directamente relacionados a la cantidad de partículas coloidales en el suelo. Para propósitos ingenieriles el término coloide es usado para describir a una partícula cuyo comportamiento es controlado por fuerzas superficiales ó por fuerzas gravitacionales. El tamaño coloidal se considera menor a 0.001 mm. La mayoría de las partículas de la arcilla se consideran coloidales por sus formas irregulares y largas superficies.

Los límites de Atterberg y el contenido de arcilla pueden ser combinados en un simple parámetro llamado *Actividad*. Este término fue definido por Skempton (1953). La *Actividad* se define como:

$$Actividad(A_c) = \frac{Indice\ de\ plasticidad}{\% \ de\ finos\ menor\ que\ 2\ \mu m} \quad (I.3.1.1)$$

Skempton sugirió tres clases de arcillas de acuerdo con la actividad como *inactiva*, para actividades menores que 0.75; *normal*, para actividades entre 0.75 y 1.25; y *activa*, para actividades mayores que 1.25. Las arcillas activas presentan el mayor potencial de expansión. Valores típicos de actividad para diferentes minerales de arcilla se muestran en la tabla I.3.1

Mineral	Actividad
Caolinita	0.33 a 0.46
Illita	0.9
Montmorilonita (Ca)	1.5
Montmorilonita (Na)	7.2

Tabla I.3.1 Valores de Actividad para minerales de arcilla.

I.3.1.2 Identificación mineralógica.

La composición mineral de los suelos expansivos tiene influencia importante sobre el potencial de expansión, debido a la estructura reticular, que esta compuesta por las láminas silíceas y las aluminicas, según el tipo de arcilla. Las cargas eléctricas negativas sobre la superficie de los minerales de arcilla, la firmeza entre las capas ligadas y la capacidad de intercambio catiónico, influyen en el potencial de expansión de la arcilla. Las técnicas que pueden utilizarse son:

- Difracción de rayos X
- Análisis térmico diferencial
- Adsorción de calor
- Análisis químico
- Microscopio electrónico

La identificación de los minerales de la arcilla es importante, pero no es necesario hacerla más que en dos o tres muestras en cada emplazamiento. El procedimiento más conveniente es la difracción de rayos X. El análisis térmico diferencial no parece llegar nunca a definiciones concretas, el microscopio electrónico, especialmente el de barrido no deja, duda alguna en general, respecto a las partículas que contemplamos, pero el campo es tan pequeño que no permite un juicio seguro sobre el conjunto, ya que los suelos tienen casi siempre mezcla de diversas especies.

I.3.1.3 Cambio Potencial de Volumen (CPV).

La prueba consiste en colocar una muestra remoldeada en un anillo consolidómetro con un esfuerzo de compactación de 2600 kJ/m^3 y contenido de agua natural. La muestra se humedece en el aparato y se le permite la expansión contra un anillo. El índice de expansión es reportado como la presión en el anillo y es correlacionado a rangos cualitativos de cambios potenciales de volumen (CPV) usando la gráfica mostrada en la Fig. I.3.2. Las ventajas de esta prueba son la simplicidad y la estandarización. Sin embargo, debido a que la prueba requiere de muestras remoldeadas, el índice de

expansión y los valores de CPV son más útiles para identificación y no deben ser usados como parámetros de diseño.

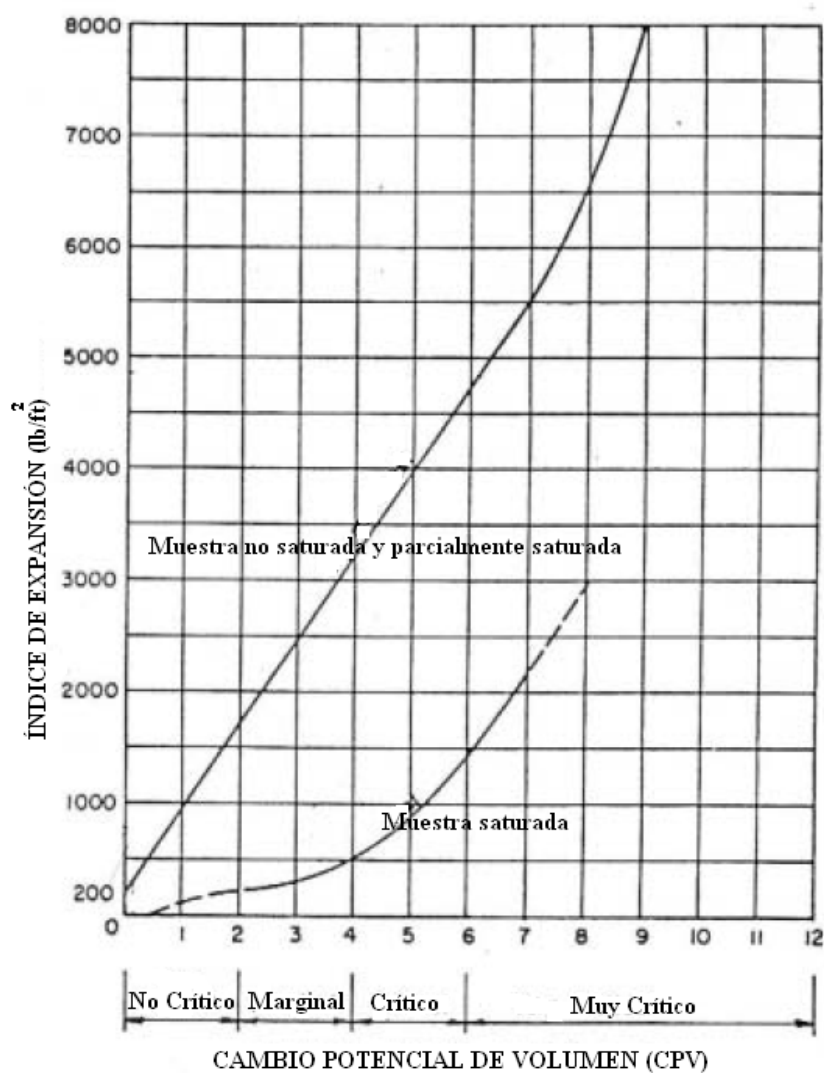


Fig. I.3.2 Índice de expansión vs. CPV.

I.3.2 Esquemas de clasificación.

Los parámetros determinados mediante pruebas de identificación de suelos expansivos han sido combinados en diferentes esquemas de clasificación. Desafortunadamente, aún no ha sido desarrollado un procedimiento de clasificación estandarizado, por lo que un esquema diferente es usado prácticamente en cada lugar.

El aspecto más confuso de la clasificación de suelos expansivos es la falta de una definición estandarizada de potencial de expansión.

Sin embargo, en todos los casos, el término potencial de expansión se refiere a la capacidad de expansión relativa de diferentes suelos.

La expansión que puede ser observada en campo es una función de las condiciones ambientales. Por consiguiente, es importante tomar en cuenta que dos suelos pueden tener el mismo potencial de expansión, de acuerdo a su clasificación, pero exhibir muy diferentes valores de expansión.

Muchos esquemas de clasificación proporcionan una clasificación de expansión para dar un cálculo cualitativo del probable grado de expansión. La clasificación de la expansión puede ser tal como “alta”, “media”, “baja”, ó crítica y “no crítica”.

Los esquemas de clasificación proporcionan una o más de las siguientes clasificaciones:

- Rangos y valores de probables porcentajes de cambio de volumen, ó presiones de expansión probables.
- Una clasificación de expansión cualitativa (bajo, medio, alto y muy alto potencial de expansión).

I.3.2.1 Clasificación usando propiedades índice.

Los límites de Atterberg para predecir el potencial de expansión es definitivamente el planteamiento más usado. Muchos procedimientos incluyen el contenido de arcilla. Holtz y Gibbs(1956) presentaron el criterio mostrado en la tabla I.3.2 basada en muestras de suelo inalteradas.

Datos de pruebas índice				
Contenido coloidal (%menor a 0.0001mm)	Índice de plasticidad	Límite de contracción	Expansión probable (%Cambio de volumen total)	Grado de expansión
>28	>35	<11	>30	Muy alto
20 - 31	25 – 41	7 - 12	20 - 30	Alto
13 - 23	15 – 28	15 -28	10 - 20	Medio
<15	<18	>15	<10	Bajo

Tabla I.3.2 Clasificación de suelos expansivos basada en contenido coloidal, índice plástico y límite de contracción.

Chen (1988) presentó un método sencillo para clasificar suelos expansivos solamente considerando el índice de plasticidad (Tabla I.3.3). Raman (1967) presentó el grado de expansión como función del índice de plasticidad y el índice de contracción como se muestra en la tabla I.3.4.

Potencial de expansión	Índice de plasticidad
Bajo	0 - 15
Medio	10 - 35
Alto	20 - 55
Muy alto	> 35

Tabla I.3.3 Clasificación de suelos expansivos basada en el índice de plasticidad.

Índice de plasticidad (%)	Índice de contracción(%)	Grado de expansión
< 12	< 15	Bajo
12 - 23	15 - 30	Medio
23 - 32	30 - 40	Alto
> 32	> 40	Muy Alto

Tabla I.3.4 Clasificación de suelos expansivos basada en los índices de plasticidad y contracción.

Seed (1962) en un extenso estudio sobre las características expansivas de arcillas compactadas, desarrolló un gráfico basado en la Actividad y el porcentaje de tamaños en la arcilla. El gráfico es mostrado en la Fig. I.3.3.

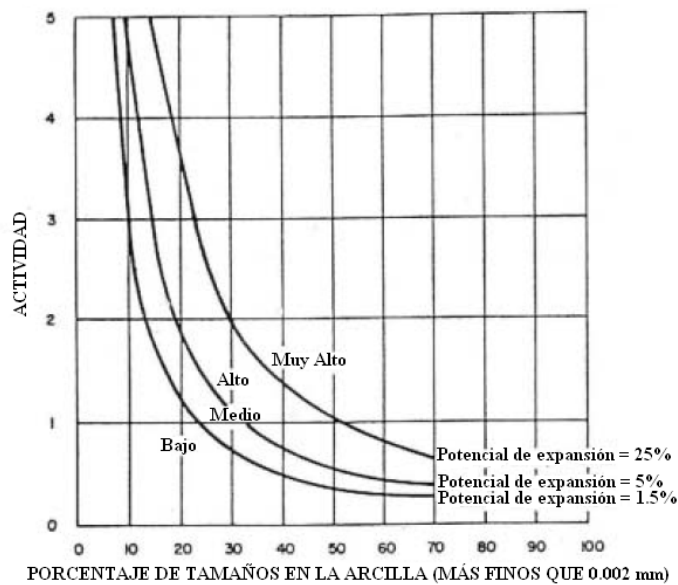


Fig. I.3.3 Gráfico de clasificación para arcillas compactadas basado en la Actividad y el porcentaje de tamaño en la arcilla.

La figura I.3.4 muestra una comparación entre los procedimientos presentados por Holtz y Gibbs, Seed y Chen, para predecir el potencial de expansión como una función del índice de plasticidad. Estas curvas muestran un rango considerable de cambios potenciales de volumen para un índice de plasticidad dado. Para un índice de plasticidad del 15%, los diferentes métodos indican cambios de volumen de 8.5, 1.5, y 1.0%. Aunque el criterio fue similar para los tres procedimientos, los cambios de volumen estimados no pueden ser comparados directamente porque las condiciones de las muestras y los límites de humedad varían considerablemente. El criterio de Holtz y Gibbs se basó en resultados de 38 muestras a las cuales se les permitió la expansión bajo condiciones de secado a saturación. El criterio presentado por Seed se basó en pruebas sobre muestras remoldeadas de suelo. Los resultados presentados por Chen estuvieron basados en muestras no alteradas, lo que permitió la expansión desde el contenido de humedad natural hasta la saturación. La diferencia entre las curvas puede ser atribuida a los diferentes tipos de suelo, diferentes condiciones iniciales en el suelo y diferentes contenidos de humedad natural.

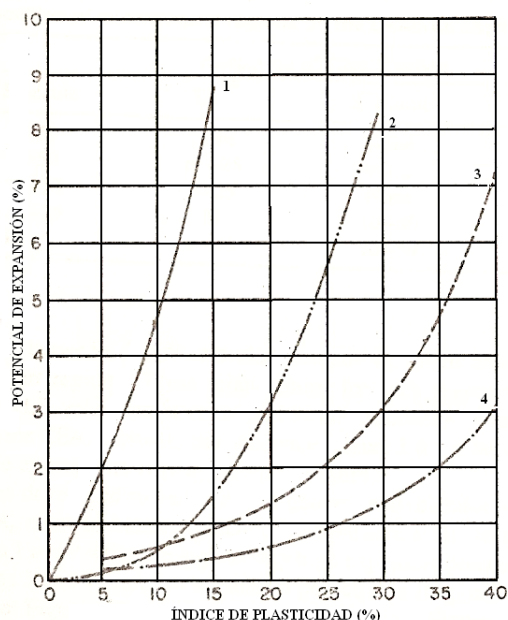


Fig. I.3.4 Comparación de cuatro procedimientos de clasificación. Curva 1, Holtz y Gibbs (Presión de sobrecarga = 1 psi). Curva 2, Seed, Woodward y Lundgren (Presión de sobrecarga = 1 psi). Curva 3, Chen (Presión de sobrecarga = 1 psi). Curva 4, Chen (Presión de sobrecarga = 6.94 psi).

Snethen (1977) evaluó 17 criterios publicados para predecir el potencial de expansión. Los resultados de su evaluación mostraron que el límite líquido y el índice de plasticidad son los mejores indicadores del potencial de expansión junto con las condiciones naturales y ambientales. Un análisis estadístico de laboratorio que correlaciona el potencial de expansión a 31 variables independientes resultó en el sistema de clasificación mostrado en la tabla I.3.5. Este planteamiento considera la succión del suelo *in situ*, la cual es un indicador de las condiciones naturales y ambientales.

Límite líquido (%)	Índice de plasticidad (%)	μ_{nat}	Potencial de expansión (%)	Clasificación de potencial de expansión
> 60	> 35	> 4	> 1.5	Alto
50 - 60	25 - 35	1.5 - 4	0.5 - 1.5	Marginal
< 50	< 25	< 1.5	< 0.5	Bajo

Tabla I.3.5 Clasificación de suelos expansivos basada en el límite líquido, índice de plasticidad y succión *in situ*.

μ_{nat} = succión del suelo a contenido de humedad natural.

I.3.2.2 Comparación de los esquemas de clasificación.

Se hace hincapié en que los métodos discutidos anteriormente son solamente indicadores y que la expansión que ocurra en campo puede variar considerablemente. Las clasificaciones cuantitativas de la expansión, incluyendo valores potenciales o rangos de valores porcentuales de expansión y presiones de expansión, son de poca importancia a menos que quien use estos criterios este familiarizado con el tipo de suelo y los criterios de clasificación antes mostrados. Los sistemas que proporcionan solamente clasificaciones cualitativas, tales como alto, medio, o bajo potencial de expansión, no deberían usarse como alternativa de diseño fuera de la región donde la clasificación fue establecida. Si un esquema de clasificación cuantitativa está disponible para cierta área, podría ser usado con cierto éxito en las decisiones de diseño.

Es desafortunado que los sistemas de clasificación se han empleado frecuentemente como una base para la selección del diseño. Esto ha permitido construcciones demasiado conservadoras en algunos lugares y construcciones inadecuadas en otros. Las pruebas y los análisis de predicción son necesarios para proporcionar información confiable y para ser parte importante en las decisiones de diseño.

I.4 Propiedades físicas de los suelos expansivos.

Es bien sabido que las arcillas montmorilonitas se expanden cuando su contenido de agua aumenta, mientras que las caolinitas suelen relativamente estables en presencia de agua, debido a que la unión entre todas las retículas es lo suficientemente firme para no permitir

la penetración de las moléculas de agua entre ellas. Las ilitas suelen presentar una expansividad menor que las montmorilonitas.

I.4.1 Contenido de agua.

Independientemente de que el potencial de expansión de un suelo sea alto, si la humedad de la arcilla permanece constante, no habrá cambio de volumen y por tanto, una estructura cimentada sobre una arcilla con humedad constante no estará sujeta a movimientos causados por la expansión. Cuando el contenido de agua aumenta en la arcilla, entonces pueden ocurrir expansiones tanto en la dirección vertical como en la horizontal. No es necesaria la saturación por completo para que se presente la expansión, cambios leves de humedad, del 1 ó 2%, pueden ser suficientes para provocar expansiones inconvenientes. Es sabido que las losas de piso cimentadas sobre suelos expansivos se agrietan más severamente cuando el contenido de humedad aumenta ligeramente en forma local.

La humedad inicial del suelo expansivo controla la cantidad de expansión, lo cual es válido para suelos remoldeados o inalterados. Los suelos muy secos, con contenidos de agua naturales menores del 15% generalmente provocan daños. Estas arcillas pueden absorber fácilmente humedades del orden del 35%, con los consiguientes daños a las estructuras, como resultado de la expansión.

I.4.2 Peso específico seco.

El peso específico seco de la arcilla es otro índice de expansión. Los suelos con pesos específicos secos mayores de $17.7 \text{ kN} / \text{m}^3$ (1.76 ton/m^3) generalmente exhiben alto potencial de expansión.

I.4.3 Propiedades índice.

Una propiedad índice es cualitativa y fácil de medir en suelos y rocas tanto en campo como en laboratorio mediante la cual se puede inferir un comportamiento más complejo de un suelo.

Las propiedades índice son el primer acercamiento hacia los suelos y deben servir como una orientación para profundizar el estudio a través de ensayos más elaborados; es decir, su uso debe limitarse a la etapa preliminar y a un estimado del diseño.

1.5 Daños causados por los suelos expansivos.

Una gran parte de movimientos estructurales han sido atribuidos indebidamente a suelos expansivos. Muchas losas de piso en áreas de suelos expansivos se agrietan y a veces se levantan debido al mal diseño del concreto. Es bien conocido el hecho del inadecuado curado del concreto, además de la carencia de juntas de expansión, lo cual origina agrietamientos.

Las ondulaciones de las losas de concreto tienen un fuerte parecido al levantamiento de pisos causado por suelos expansivos.

En áreas de suelos expansivos, los suelos son generalmente firmes, y la posibilidad de que las estructuras ligeras se agrieten, debido a asentamientos por la carga de ellas mismas, es muy remota. No siempre aparecen daños debido al levantamiento de la cimentación, también pueden presentarse por presiones de tierra contra los muros en sótanos, generalmente asociadas con las presiones de filtración. Las grietas diagonales que se desarrollan bajo las ventanas son un fuerte indicador de movimientos de expansión.

Los problemas estructurales en ocasiones son originados por suelos expansivos, posiblemente la mayoría de las grietas y movimientos en estructuras ligeras se deben a este tipo de suelos, sin embargo, no se deben descuidar otros aspectos que pueden provocar movimientos en la cimentación.

La forma más obvia en la cual los suelos expansivos pueden dañar la cimentación es mediante el levantamiento de ésta cuando el suelo se expande y la humedad se incrementa. Los suelos expansivos causan un levantamiento y agrietamiento, causando daños en las losas de piso.

Debido a las diferentes porciones en las cargas de la obra sobre la cimentación, el levantamiento variará en cada área. Como se observa en la figura I.5.1, las esquinas exteriores de una losa rectangular uniformemente cargada, solamente se esforzarán alrededor de una cuarta parte de lo que se esforzará la porción central de la losa. Como resultado, las esquinas tienden a ser levantadas con respecto a la porción central de la losa. Este fenómeno puede ser exacerbado por las diferencias de humedad del suelo en los bordes de la losa. Por lo anterior, los movimientos diferenciales pueden causar esfuerzos en los marcos de la estructura.

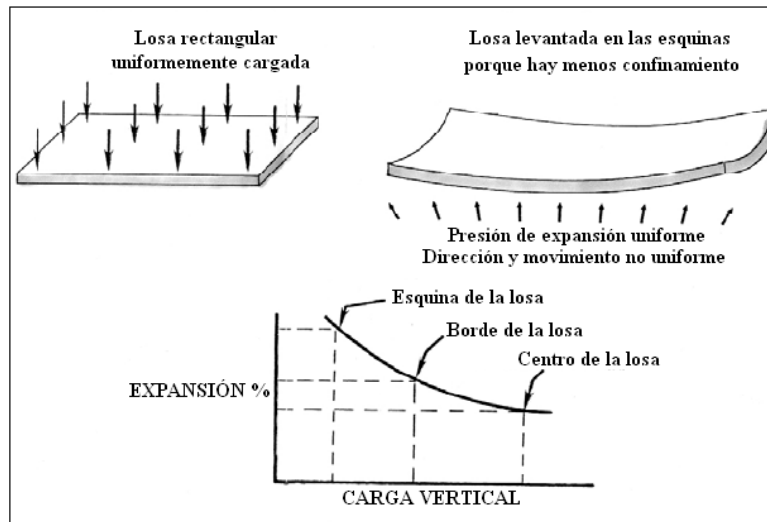


Fig. I.5.1 El problema fundamental con losas apoyadas en suelos expansivos, es la diferencia de expansiones bajo las esquinas, a los lados y bajo el centro de una losa uniformemente cargada.

Se han utilizado cimentaciones con pilotes para reducir los daños causados por suelos expansivos. Esto puede ser contraproducente si los pilotes no se ubican a la profundidad adecuada. Frecuentemente, los pilotes que se encuentran en la esquina de la estructura, son levantados durante la expansión del suelo en la época húmeda, y luego pierden su fricción con el suelo se contrae en la época seca (fig. I.5.2). La capacidad para soportar las cargas del edificio decrece al perder la fricción que el pilote tenía con el suelo.

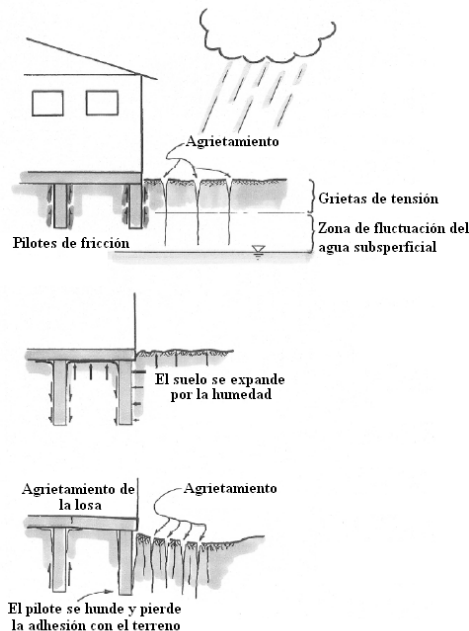


Fig. I.5.2 Daño creado en los pilotes. (1) Al inicio de la temporada de lluvias, los pilotes mantienen su fricción con el suelo; cuando empieza a llover el agua se filtra a través de

las grietas. (2) Después de varias lluvias, el suelo se expande, levantando la obra y los pilotes. (3) En la época seca el suelo se contrae, el agrietamiento crece alrededor del pilote, la fricción del pilote se reduce y los esfuerzos efectivos del suelo se incrementan. Cuando las cargas del edificio exceden la fricción permanente o el esfuerzo efectivo del suelo se incrementa, la adhesión se rompe y el pilote se hunde.

Las tuberías, especialmente las tuberías de plástico, enterradas en una zona donde hay fluctuación de humedad están expuestas a enormes esfuerzos causados por el suelo. Si las tuberías se rompen, la filtración de agua causará la expansión del suelo y dañará estructuras cercanas.

I.6 Zonas en que se presentan los suelos expansivos.

Muchos países padecen el problema de las arcillas expansivas: Canadá, Estados Unidos, Australia, Sudáfrica, India, España, Israel y Venezuela, entre otros. En México, varias regiones en los estados de Querétaro, Guanajuato, Michoacán, Tamaulipas, Morelos, Sonora, Baja California Norte, Veracruz, Chiapas y Campeche presentan formaciones de este tipo de suelo.

La figura I.6.1 indica que los suelos expansivos están confinados potencialmente a las regiones semiáridas de las zonas de clima tropical y templado. Los suelos expansivos se presentan en abundancia donde la evapotranspiración excede a la precipitación. De lo anterior se tiene la teoría de que en las zonas semiáridas la escasa lixiviación ha ayudado en la formación de montmorilonita (Moreno, 1976).

Potencialmente los suelos expansivos pueden obtenerse en casi cualquier lugar del mundo. En los países subdesarrollados, muchos de los problemas de suelos expansivos, no han sido reconocidos. Es de esperarse que se descubran más regiones de suelos expansivos con el aumento de construcciones cada año.

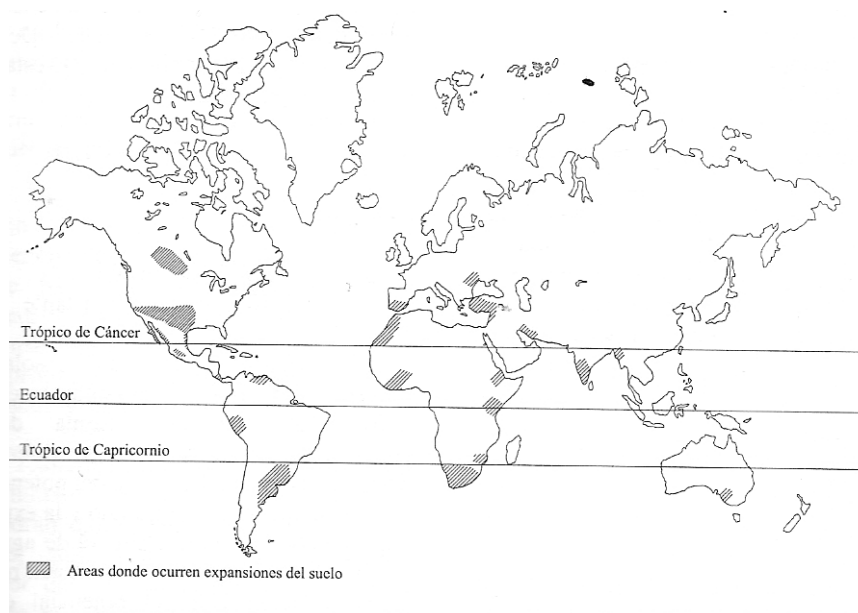


Fig. I.6.1 Distribución de los suelos expansivos (Modificado de G. W. Donaldson, 1969).

Los suelos expansivos se presentan en regiones con depósitos de arcilla donde ocurren variaciones significativas de humedad: en zonas como las monzónicas, con estaciones muy diferentes, y en las zonas semidesérticas en las cuales se alternan extensas temporadas de sequía con pequeños periodos de precipitación. En especial, los suelos expansivos se encuentran en las zonas semiáridas de las regiones con clima templado y tropical. En estos lugares la evapotranspiración anual es mayor que la precipitación anual.

Es posible que en muchos otros lugares del mundo se presenten suelos expansivos. Con el desarrollo y crecimiento de centros urbanos así como de vías de comunicación, es casi seguro que aparecerán más regiones con este tipo de suelo.

En la República Mexicana se ha encontrado que cerca del 25% del territorio presenta en su superficie vertisols como suelo principal o como suelo asociado. En segundo o tercer lugar, sin embargo, se considera que solamente la mitad de este porcentaje, corresponde a condiciones ambientales que favorecen el comportamiento expansivo que tantos perjuicios causa en la construcción.

En las siguientes ciudades de México se ha reportado la presencia de suelos expansivos: Mexicali, Tijuana, Tuxtla Gutiérrez, Ciudad Juárez, Chihuahua, Durango, Celaya, Irapuato, León, Salamanca, Chilpancingo, Tula, Morelia, Guadalajara, Cuernavaca, Querétaro, Culiacán, Los Mochis, Ciudad Obregón, Hermosillo, Navojoa, Ciudad Victoria, Matamoros, Reynosa, Nuevo Laredo y Soto La Marina.

Basándose en la zonificación de los suelos expansivos para la República Mexicana, es de esperarse que muchas otras ciudades de nuestro país y en lugares cercanos a ellas, posiblemente tendrán problemas con este tipo de suelo. Entre tales ciudades se incluyen: Torreón, Colima, Oaxaca, San Juan del Río, Guamúchil, Tampico y Poza Rica.

Tomando como base la distribución del tipo de suelo conocido como vertisol, considerando que los suelos expansivos se presentan en sitios donde la evaporación excede de la precipitación, se elaboraron mapas (fig. I.6.2 y I.6.3) que muestran las zonas potencialmente afectadas por problemas de expansión estacional de suelos.

La Carta Edafológica muestra en primera instancia unidades y subunidades de suelos en términos de tipos de suelos puros o asociados que se encuentran presentes en el terreno.

En el caso de suelos asociados pueden aparecer hasta tres de estos, siempre y cuando cualquiera de ellos ocupe un mínimo del 20% del área de la unidad representada; el orden en que se exponen no significa necesariamente algún predominio, ya que este se interpreta cualitativamente, de acuerdo con las especificaciones.

Por lo anterior, en la elaboración de los mapas se utilizaron dos tipos de unidades de suelo: uno, donde el vertisol es el suelo principal, y otro, en el que el vertisol aparece en segundo o tercer lugar.

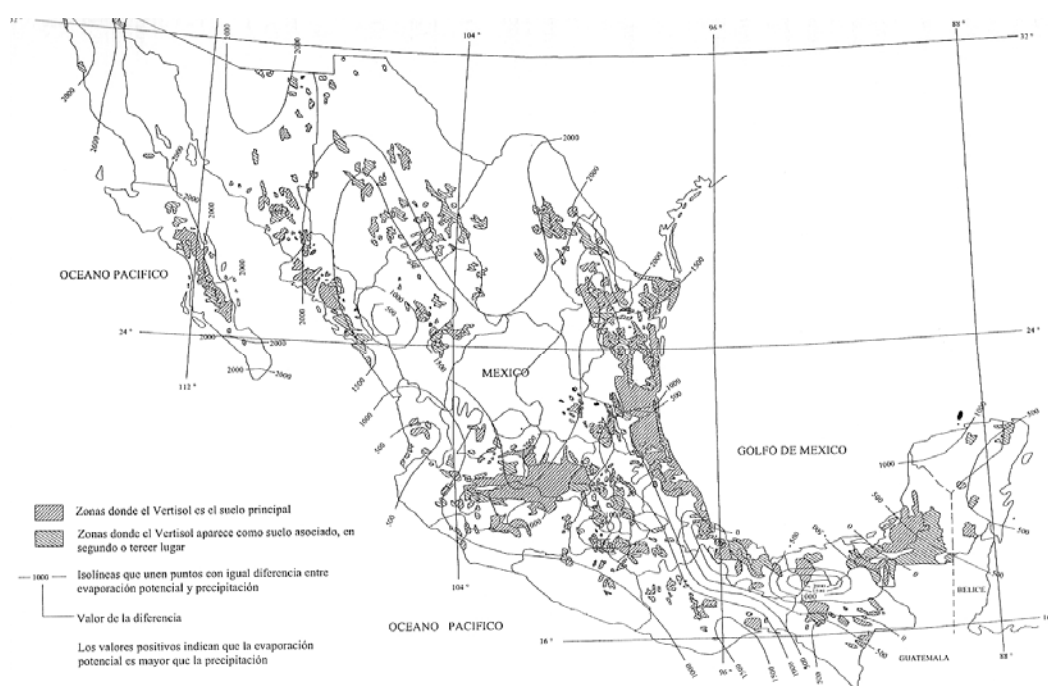


Fig. I.6.2 Distribución de vertisols en la República Mexicana. Diferencia entre evaporación potencial y evapotranspiración, periodo 1941 – 1970 (Zepeda y Castañeda, 1987).

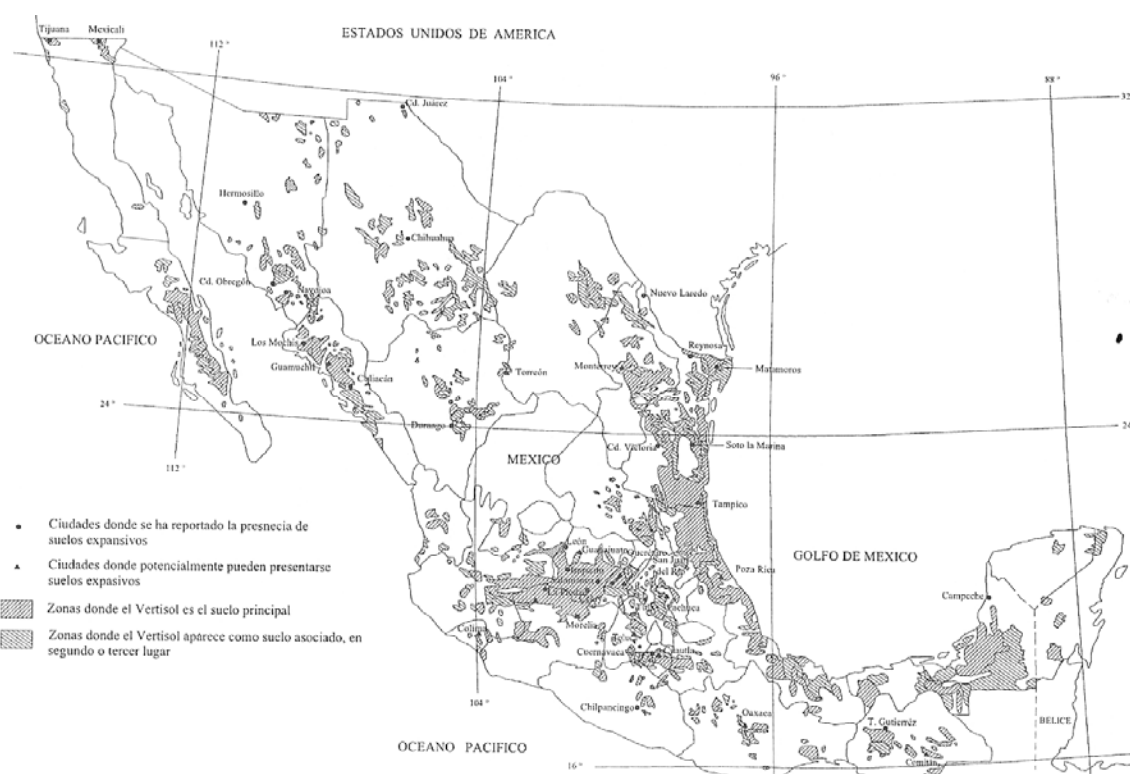


Fig. I.6.3 Zonas potenciales de suelos expansivos en la República Mexicana (Zepeda y Castañeda, 1987).

I.7 Succión y estado del agua en el suelo.

I.7.1 Succión o energía potencial del suelo.

De acuerdo con Lee y Wray (1995), la succión es una cantidad de energía que evalúa la capacidad del suelo para retener agua. Cuando el agua libre se traslada al ambiente del suelo, el agua puede retenerse o absorberse por el suelo. Para perder el agua adsorbida, se requiere energía externa para contrarrestar las fuerzas de retención del agua. La energía aplicada por unidad de volumen de agua viene a ser la que se conoce como succión del suelo. En términos generales, entre más seco esté el suelo, la succión será mayor.

En forma más sencilla y sin rigor, puede decirse que la succión es un estado de presión negativa en el agua del suelo, el cual depende de varios factores.

La succión total en un suelo consiste de dos partes, de la succión osmótica y de la succión mátrica

$$h = H(h_o, h_c) \quad (I.7.1.1)$$

donde h_o = succión osmótica

h_c = succión mátrica

En algunas publicaciones, la función H ha sido representada simplemente como la suma de h_o y h_c . Esto aún no ha sido demostrado por lo que no es rigurosamente válido.

I.7.2 Estado del agua en el suelo.

En el suelo, debido a que el movimiento del agua es muy lento, la energía cinética se considera despreciable, en cambio la energía potencial es de primera importancia y se origina por la posición o condición interna, influyendo en el estado y movimiento del agua dentro del suelo.

La diferencia de energía potencial entre dos puntos provoca la tendencia del agua a fluir dentro del suelo.

La fuerza actuando sobre el agua del suelo, dirigida de una zona de mayor potencial a una de menor es igual al gradiente de potencial negativo $-(d\psi/dx)$, que es el cambio de energía potencial ψ con la distancia x . El signo negativo indica que la fuerza actúa en la dirección en que disminuye el potencial.

Cuando el suelo está saturado y su agua en condiciones hidrostáticas, a presión mayor que la atmosférica, como frecuentemente ocurre bajo el nivel de aguas freáticas, se considerará positivo al potencial del agua del suelo. En el suelo no saturado, el agua está bajo fuerzas capilares y de adsorción, por tanto su energía potencial es generalmente "negativa".

Bajo condiciones normales en el campo, el suelo está generalmente parcialmente saturado y el potencial de su agua es negativo.

I.7.2.1 Potencial gravitacional.

El potencial gravitacional del agua del suelo en cualquier punto se determina por la elevación del punto respecto a un nivel de referencia arbitrario. Por conveniencia, es costumbre colocar el nivel de referencia dentro del suelo bajo el perfil del suelo considerado de modo que el potencial gravitacional sea simplemente positivo o cero.

A la altura Z arriba de la referencia, la energía potencial gravitacional E_g de una masa M de agua, ocupando un volumen V , es

$$E_g = MgZ = \rho_w VgZ \quad (I.7.2.1)$$

donde:

ρ_w = densidad del agua

g = aceleración de la gravedad

Así, el potencial gravitacional, en términos de energía potencial por unidad de masa, es

$$\psi_g = gZ \quad (I.7.2.2)$$

Y en términos de energía potencial por unidad de volumen

$$\psi_g = \rho_w gZ \quad (I.7.2.3)$$

El potencial gravitacional es independiente de las condiciones químicas y de presión del agua del suelo, pues depende únicamente de la elevación relativa.

1.7.2.2 Potencial de Presión (Succión Mátrica).

Cuando el agua del suelo se encuentra bajo presión hidrostática mayor que la atmosférica, se considera que su potencial de presión es positivo. Cuando la presión es menor que la atmosférica el potencial de presión se toma como negativo. Este potencial de presión negativo se denomina “potencial mátrico” o “succión mátrica”, la cual resulta del las fuerzas capilares y de adsorción debido a la matriz del suelo.

La presencia de agua adsorbida y la formación de meniscos cóncavos es muy importante en suelos arcillosos y en altas succiones, lo cual es afectado por la doble capa eléctrica y los cationes intercambiables presentes. La succión mátrica es consecuencia, en general, tanto del fenómeno capilar como de la adsorción. Estos dos mecanismos (Fig. I.7.1), no pueden separarse fácilmente, además uno con el otro se encuentran en equilibrio interno y no puede cambiarse uno sin afectar al otro.

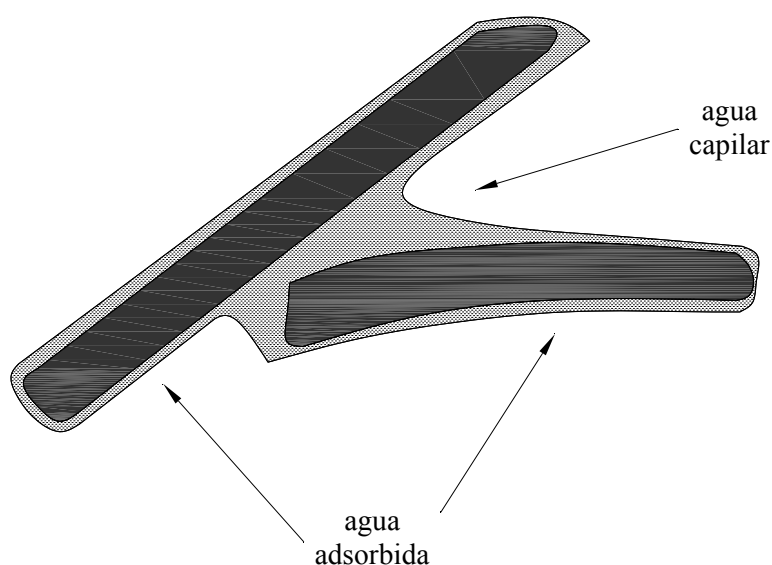


Fig. I.7.1 Agua en un suelo parcialmente saturado, sujeta a la capilaridad y a la adsorción, que en combinación producen la succión mátrica.

1.7.2.3 Presión capilar en el suelo.

El agua que contiene el suelo por encima del NAF está a presión inferior que la atmosférica, lo cual provoca presiones intergranulares que tienden a comprimir al suelo, como sucede especialmente en las arcillas, donde las contracciones volumétricas provocadas por secado toman relevancia. Esto es, debido a las fuerzas capilares, la

contracción máxima a que se puede llegar por esta acción corresponde al límite de contracción. El fenómeno capilar está asociado a la succión mátrica.

Tensión superficial.

La tensión superficial existente en la superficie de un líquido se debe a la atracción de las moléculas, la que el líquido ejerce sobre las moléculas situadas en la superficie y la que se ejerce por parte del aire.

Estas atracciones son diferentes, lo que tiene como consecuencia un estado de tensión en toda la superficie libre del líquido.

Este fenómeno que se produce en la superficie del líquido puede explicarse en función de la tensión aparente producida en una membrana elástica, aunque se tiene conocimiento de que no existe tal membrana en la superficie de los líquidos, de este modo se pueden obtener resultados cuantitativamente exactos.

En la Fig. I.7.2 se presenta una membrana sometida a una diferencia de presiones ΔP , siendo mayor la presión en la cara inferior. En consecuencia se tendrá una tensión T_s en la membrana. Al tenerse en la membrana un espesor constante, la tensión se expresa como fuerza por unidad de longitud. La relación entre ΔP y T_s es:

$$\Delta P = T_s \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (\text{I.7.2.4})$$

Para un radio de curvatura igual en todas direcciones, que es el caso de una forma esférica, la ecuación I.7.2.4 viene a ser:

$$\Delta P = \frac{2T_s}{R} \quad (\text{I.7.2.5})$$

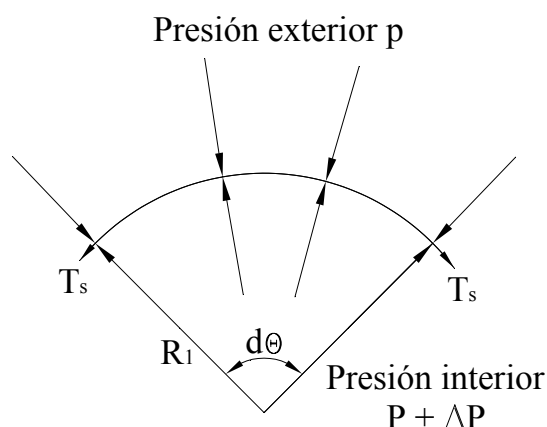


Fig. I.7.2 Corte a través de un plano normal a la membrana. El radio de curvatura de la succión normal a la membrana y al papel es R_2 .

I.7.2.4 Ascensión capilar.

Un experimento que se practica consiste en sumergir en agua la parte inferior de un tubo de vidrio de diámetro muy pequeño, al que se le llama tubo capilar. Al entrar en contacto con el agua, por tenerse una atracción entre el agua y el vidrio mayor a la existente entre las moléculas del agua, el agua asciende dentro del tubo hasta una altura h_c por arriba del nivel del agua libre (Fig. I.7.3). A esta altura h_c se le denomina altura de ascensión capilar. La forma de la superficie del agua en el interior del tubo y en contacto con el aire, es cóncava por arriba y se llama menisco. Esta superficie se une con las paredes del tubo formando con el mismo un ángulo α . El ángulo α depende, en general, de la naturaleza del líquido y del material del tubo.

En los puntos M y N de la Fig. I.7.3, la presión debe ser igual, por estar al mismo nivel, por lo tanto la presión tendrá que ser la atmosférica. En el punto S la presión será, de acuerdo a la Ec. (I.7.2.5):

$$u_s = -\frac{2T_s}{R} \quad (I.7.2.6)$$

Al tenerse las mismas alturas piezométricas en los puntos M y S, tendremos que la presión en S será:

$$u_s = -h_c \gamma_w \quad (I.7.2.7)$$

De las ecuaciones (I.7.2.6) y (I.7.2.7) se obtiene:

$$R = \frac{r}{\cos \alpha} \quad (I.7.2.8)$$

sustituyendo en la Ec. (I.7.2.6), se tiene:

$$h_c = \frac{2T_s \cos \alpha}{r \gamma_w} \quad (I.7.2.9)$$

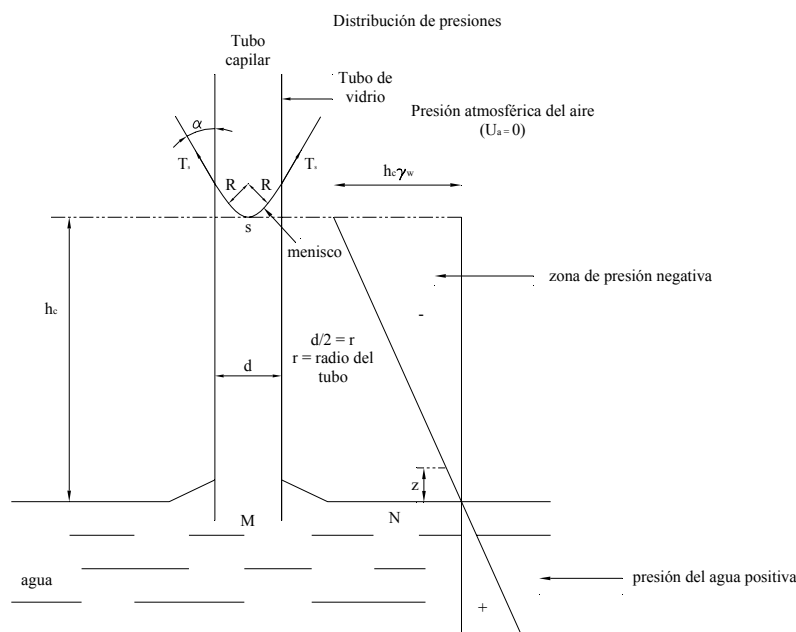


Fig. I.7.3 Ascensión capilar del agua en un tubo capilar y estado de tensión del agua en un tubo capilar.

Al estar en un estado de tensión el agua del interior del tubo desde el nivel del agua libre hasta la altura h_c , el tubo se encuentra sometido a compresión. Si se piensa en las consecuencias del fenómeno capilar en los suelos, puede entenderse la influencia que tiene la tensión del agua de compresión en su estructura sólida.

I.7.2.5 Potencial Osmótico (Succión Osmótica).

La presencia de sales en el agua del suelo afecta sus propiedades termodinámicas y disminuye su energía potencial. En particular las sales bajan la presión de vapor del agua del suelo. Esto no puede afectar el flujo del líquido en forma significativa, lo que lleva a que si se tiene una membrana o barrera de difusión, se transmite más fácilmente agua que sales. El efecto osmótico es importante en la interacción entre las raíces de las plantas y el suelo, así como en el proceso que involucra la difusión de vapor.

I.7.2.6 La Humedad en el suelo.

Cuando un suelo se encuentra saturado y en equilibrio con agua libre a la misma elevación, a presión atmosférica, entonces la presión hidrostática y la succión son nulas.

Si se aplica una pequeña succión, es decir, una presión un poco menor que la atmosférica, no ocurre flujo, sino hasta que la succión aumenta a un valor que sobrepasa un cierto valor crítico para el que los poros más grandes empiezan a desalojar el agua contenida en ellos. Este valor crítico es denominado "succión de entrada de aire". Su valor es pequeño en suelos gruesos, aunque en estos suelos el fenómeno es distinto que en los suelos finos.

En los suelos gruesos los poros son más uniformes, en cuanto a su tamaño, que en los suelos finos. Al aumentar la succión la cantidad de agua que pueden retener los poros relativamente grandes, será menor. El fenómeno ocurre en forma progresiva a los poros más pequeños. En forma semejante, el aumento de la succión se asocia con una disminución de las películas de agua que envuelven la superficie de los granos. Así, el incremento de succión se asocia con la disminución de humedad en el suelo. La cantidad de agua que permanece en equilibrio en el suelo es función del tamaño de los poros y el volumen del agua que los ocupa y por lo tanto de la succión mátrica.

I.7.3. Dispositivo experimental para medir la succión en el laboratorio. Odómetro de succión controlada para efectuar ensayos sobre suelos no saturados.

El odómetro o consolidómetro es un instrumento muy utilizado en el laboratorio de mecánica de suelos para obtener relaciones entre deformaciones verticales (asentamientos), presiones aplicadas y tiempo en probetas de suelo inalterado.

Las condiciones de aplicación de una carga que el suelo no había soportado anteriormente provocan que las capas de suelo se compriman o se asienten. El asentamiento es debido a la deformación de las partículas de suelo, expulsión de agua o de aire de los vacíos del suelo.

En suelos no saturados, donde se tiene en su estructura la fase sólida, la líquida y la gaseosa, el odómetro común y corriente, no puede ser usado correctamente para predecir asentamientos o levantamientos (expansiones).

El odómetro de succión controlada es utilizado para medir la influencia de la succión sobre la deformación del suelo parcialmente saturado. Este odómetro fue diseñado para aplicar la presión vertical mediante agua o presión. La piedra porosa tradicional sobre la cual se colocan las muestras de suelo fue sustituida por una piedra porosa con alto valor de entrada de aire.

Su funcionamiento se basa en la aplicación y control de presiones así como la medición de deformaciones y volúmenes de agua que entran o salen de la muestra ensayada. Las presiones que se requieren aplicar son: la presión de aire (u_a), la presión de agua (u_w) y la presión total (σ). El equipo utilizado y mostrado en las figuras I.7.4 y I.7.5, permite aplicar una presión vertical sobre la muestra mediante la aplicación de una presión de cámara, independientemente de la presión inyectada al suelo. La presión puede ser aplicada con aire o con agua. El fluido en esta cámara no penetra al espécimen dado que existe una membrana delgada de caucho circular que aísla y permite que la presión sea aplicada, primero, a la placa circular, después a la piedra porosa superior y finalmente a la muestra de suelo. La presión de agua (que siempre resulta positiva) de la parte inferior puede ser medida con algún medidor o transductor de presión. Las otras dos presiones de aire: la presión (u_a) inyectada a la muestra y la presión de cámara pueden ser medidas también con transductores. Esta última proporciona el esfuerzo vertical sobre la muestra.

El desplazamiento vertical de la probeta de suelo se mide externamente y corresponde al desplazamiento del pistón. Este movimiento puede ser registrado con un micrómetro que se coloca sobre el pistón o si se requiere, con un transductor de desplazamiento para que

se registre electrónicamente el cambio de volumen del suelo. Teóricamente la succión es cero cuando el suelo está saturado. Al aplicarse la presión de aire al suelo saturado, el agua de los poros se retrae a los pequeños espacios de vacíos del suelo, como ocurre cuando este se somete a un proceso de desecación.

Exteriormente las tres presiones se originan mediante un compresor y se controlan con reguladores de presión constante, midiéndose en manómetros, mientras las variaciones del volumen de agua que entra o sale de la probeta se mide mediante una pipeta graduada. La presión de agua tiene dos funciones: saturar el disco de cerámica e inducir a los poros del suelo la presión, u_w . La presión de aire, u_a , entra directamente en el esqueleto del suelo, y junto con la presión de agua, u_w , generan la llamada succión mátrica. La presión total σ , tiene como función comprimir la probeta del suelo, a través de la placa de carga, que se apoya sobre la piedra porosa, la cual está en contacto con el suelo. La deformación de la probeta se lee directamente en un micrómetro que se apoya en la parte superior del pistón.

Durante el proceso de ensaye la membrana circular de hule tiene una función muy importante, por un lado, debe ser impermeable, para que no se produzcan fugas de presión y por otra parte, debe ser suave y elástica para que la presión total, σ , aplicada a la muestra, sea la misma que se registro anteriormente, en el manómetro correspondiente.

Un elemento que también es importante en el funcionamiento del odómetro, es el pistón, que por un lado debe deslizarse libremente dentro de su guía y a la vez no debe haber fugas en la junta de los dos elementos.

Las muestras se compactan estáticamente dentro del propio anillo del odómetro el cual tiene un diámetro de 50 *mm* y 20 *mm* de altura, con una humedad tal que al quedar elaborada la probeta, su grado de saturación resulte muy cercano a 100%.

Con el disco de cerámica previamente saturado, se monta la probeta y después se aplica la succión programada. En este momento se registra el cambio de volumen de agua en la pipeta. Con la aplicación de la succión se inicia un proceso de desecación de la muestra y el volumen de agua que de ella sale se registra en la pipeta. Cuando el nivel de la pipeta alcanza el equilibrio, se aplican presiones para iniciar el proceso de consolidación bajo los incrementos de carga previamente establecidos.

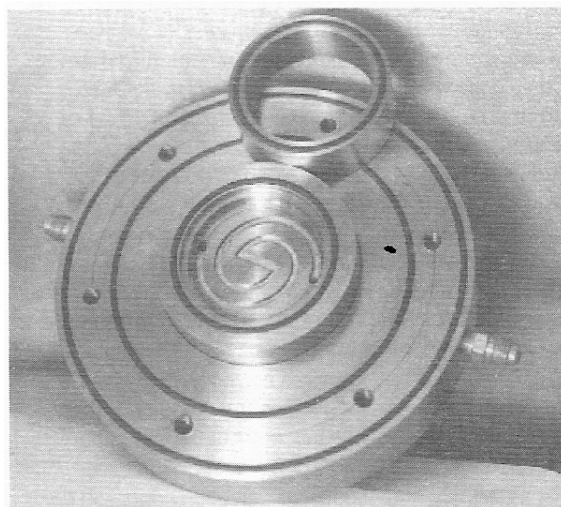


Fig.I.7.4 Vista interna del aparato mostrando el anillo rígido que contiene al suelo y la base con la canalización para facilitar el paso del agua hacia el disco de cerámica.

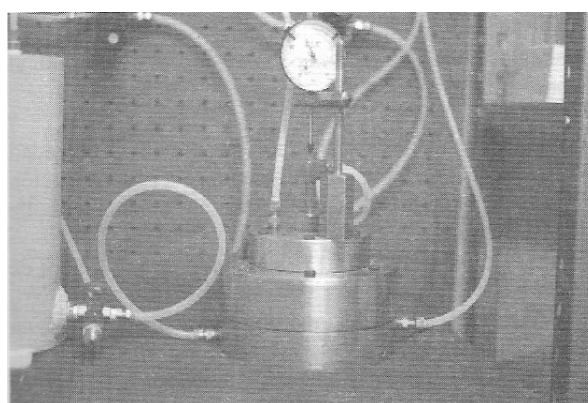


Fig.I.7.5 Odómetro cerrado mostrando la posición del micrómetro sobre el pistón para medir el desplazamiento vertical.

I.8 Expansión y compresibilidad de arcillas parcialmente saturadas.

En 1941, Biot (1941) presentó una teoría de consolidación tridimensional basada en asumir que el suelo era isotrópico y se comportaba de manera elástico – lineal. Se hizo la suposición de que el suelo se encontraba en estado no saturado y que el agua de los poros contenía burbujas de aire. Dos relaciones constitutivas fueron propuestas para describir completamente el estado de deformaciones de un suelo no saturado. Una relación constitutiva fue formulada para la estructura del suelo, y otra relación constitutiva fue para la fase líquida. Dos variables independientes de esfuerzo fueron usadas en las formulaciones. En total, cuatro coeficientes de deformación volumétrica fueron requeridos para asociar los estados de esfuerzo y de deformación.

Los intentos para asociar el comportamiento de la deformación de un suelo no saturado con una ecuación simple de esfuerzo efectivo (Bishop, 1959) ha resultado con éxito limitado (Jennings y Burland, 1962). Las pruebas de odómetro y pruebas de compresión se han llevado a cabo en suelos saturados y no saturados desde arcillas hasta arenas. Los resultados han indicado que no hay una relación única entre el cambio de volumen y el esfuerzo efectivo para la mayoría de los suelos, particularmente por debajo de un grado de saturación crítico. El grado de saturación crítico parece ser aproximadamente del 20% en arenas, y tan alto como 85 – 90% en arcillas.

Coleman (1962) separó las componentes de la ecuación de esfuerzo efectivo de Bishop, y propuso un conjunto de relaciones constitutivas para la estructura de suelo y otro para la fase líquida. Las deformaciones volumétricas de un espécimen de suelo no saturado bajo la prueba de carga triaxial fueron considerados. La relación constitutiva de cambio de volumen propuesta asociada con la estructura con la estructura de suelo fue la siguiente

$$-\frac{dV}{V} = -C_{21}(du_w - du_a) + C_{22}(d\sigma_m - du_a) + C_{23}(d\sigma_1 - d\sigma_3) \quad (I.8.1)$$

donde

dV = cambio de volumen total de un elemento de suelo

V = volumen inicial de un elemento de suelo

u_a = presión del aire de poro

u_w = presión del agua de poro

σ_1 = esfuerzo principal mayor

σ_3 = esfuerzo principal menor

σ_m = promedio de esfuerzos normales totales $(\frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3})$

C_{21}, C_{22}, C_{23} = parámetros del suelo asociados al cambio de volumen de la estructura del suelo

Los parámetros de compresibilidad, C_{21}, C_{22}, C_{23} , dependen únicamente de los valores de $(u_w - u_a)$, $(\sigma_m - u_a)$, $(\sigma_1 - \sigma_3)$ y de la historia de esfuerzos del suelo. La relación constitutiva para el cambio de volumen asociada con la fase líquida fue escrita como

$$-\frac{dV_w}{V} = -C_{11}(du_w - du_a) + C_{12}(d\sigma_m - du_a) + C_{13}(d\sigma_1 - d\sigma_3) \quad (I.8.2)$$

donde

dV_w = cambio en el volumen de agua del elemento de suelo

C_{11}, C_{12}, C_{13} = parámetros del suelo asociado con el cambio en el volumen de agua del elemento de suelo

La formulación de Coleman (1962) supone que un cambio en el esfuerzo desviador también produce cambios de volumen.

Algunas de las dificultades en el uso de una variable sencilla de esfuerzos efectivos para describir el comportamiento de deformación de un suelo no saturado fueron explicadas por Bishop y Blight (1963). Se concluyó que las trayectorias de esfuerzo de ambas componentes de esfuerzo $[(\sigma - u_a)$ y $(u_a - u_w)]$ deben ser tomadas en consideración de manera independiente. Bishop y Blight (1963) propusieron que el volumen puede ser graficado contra las variables de esfuerzo $(\sigma - u_a)$ y $(u_a - u_w)$ en una forma tridimensional. En 1965 Burland resumió que los cambios de volumen en un suelo no saturado deberían ser independientemente relacionados a las variables del estado de esfuerzos $(\sigma - u_a)$ y $(u_a - u_w)$.

Las superficies de estado tridimensionales fueron formadas con la relación de vacíos y el grado de saturación contra los parámetros de estado independientes, $(\sigma - u_a)$ y $(u_a - u_w)$. Estas superficies son, en esencia, superficies constitutivas. Las superficies constitutivas de relación de vacíos y grado de saturación contra las variables de esfuerzo $(\sigma - u_a)$ y $(u_a - u_w)$ fueron definidas usando diferentes trayectorias de esfuerzos para probar su unicidad.

Los resultados de relación de vacíos (Matyas y Radhakrishna, 1968) generaron una superficie alabeada, con la estructura de suelo siempre decreciendo en volumen como la disminución el esfuerzo $(u_a - u_w)$ o el incremento del esfuerzo $(\sigma - u_a)$, como se muestra en la figura I.8.1

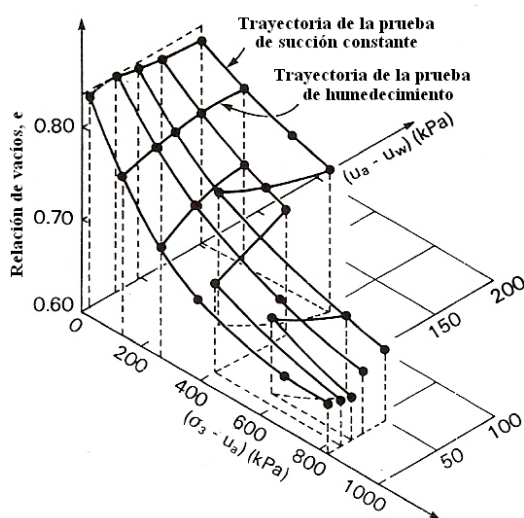


Fig. I.8.1 Superficie constitutiva de relación de vacíos para una mezcla de roca y caolín.

Los resultados indicaron que el suelo tenía una estructura metaestable, el cual colapsó como resultado de una reducción gradual en la succión mátrica $(u_a - u_w)$. Un suelo con una estructura estable se habría expandido cuando la succión mátrica se hubiese reducido. A pesar del fenómeno de colapso, los resultados muestran una superficie constitutiva única para la estructura de suelo (fig. I.8.1), las trayectorias de deformación resultaron en un incremento del grado de saturación. Cuando otras trayectorias fueron seguidas, lo que

involucró el secado y humedecimiento, la relación de vacíos contra la superficie constitutiva de esfuerzos no fue encontrada para ser completamente única. Esta restricción en la trayectoria se introdujo para ser relacionada a la histéresis asociada con el humedecimiento y secado.

La superficie constitutiva para la fase líquida, representada por el grado de saturación no fue encontrada para ser única (fig. I.8.2). Sin embargo, una vez más hubo humedecimiento y secado antes de llevarlo a la saturación.

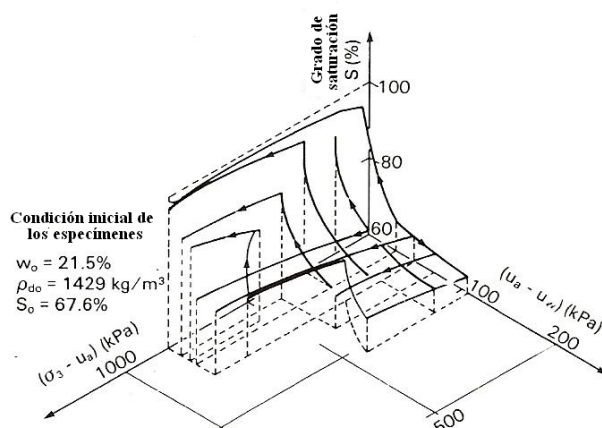


Fig. I.8.2 Superficie constitutiva de grado de saturación para una mezcla de roca y caolín.

El papel de $(\sigma - u_a)$ y $(u_a - u_w)$ como variables del estado de esfuerzos para suelos no saturados fue posteriormente demostrado por Fredlund (1974) y Fredlund y Morgenstern (1977). Un análisis de esfuerzos basado en la mecánica del medio continuo mostró que solo dos de las tres variables independientes $[(\sigma - u_a), (u_a - u_w)$ y $(\sigma - u_w)]$ podían ser usadas para describir el estado de esfuerzos. Por lo tanto, se hizo entendible porque $(\sigma - u_a)$ y $(u_a - u_w)$ habían sido exitosamente usados para describir las características del cambio de volumen en un suelo no saturado.

En 1977, Fredlund y Morgenstern propusieron relaciones constitutivas semiempíricas para suelos no saturados usando las tres variables independientes del estado de esfuerzos.

Las variables del estado de esfuerzos y deformaciones fueron combinadas usando relaciones constitutivas adecuadas para la estructura de suelo, fase gaseosa y fase líquida. Sin embargo, solo dos de las tres relaciones constitutivas son requeridas para la descripción completa de los cambios de volumen.

En la ingeniería práctica, los cambios de volumen asociados con la estructura de suelo y la fase líquida son frecuentemente escritos en términos de la relación de vacíos y del cambio en el contenido de agua. Los cambios de volumen asociados con la fase sólida son calculados como la diferencia entre los cambios de volumen de la estructura de suelo y los cambios de volumen de la fase líquida.

1.8.1 Conceptos de cambio de volumen y deformación.

Los cambios de volumen en un suelo saturado pueden ser expresados en términos de deformaciones o movimientos relativos de las fases del suelo. Es necesario establecer variables del estado de deformación que sean consistentes con los principios de la mecánica del medio continuo. Un cambio en la posición relativa de las partículas en un cuerpo forma la base para establecer las variables del estado de deformación.

Dos conjuntos de variables del estado de deformaciones son requeridas para describir adecuadamente los cambios de volumen asociados con un suelo no saturado. Las variables del estado de deformación asociadas con la estructura del suelo y la fase líquida son comúnmente usadas en un análisis de cambio de volumen.

1.8.1.1 Requisitos de continuidad.

Un suelo no saturado puede ser visto como una mezcla con dos fases que llegan al equilibrio bajo un gradiente de esfuerzo aplicado (partículas de suelo y piel contráctil) y dos fases que fluyen bajo un gradiente de esfuerzo aplicado (aire y agua). Si se considera un elemento de suelo que se deforma bajo un gradiente de esfuerzo aplicado. El cambio de volumen total en el suelo debe ser igual a la suma de los cambios de volumen asociados con cada fase. Si las partículas de suelo se asumen como incompresibles, el requisito de continuidad puede ser establecido como:

$$\frac{\Delta V_v}{V_0} = \frac{\Delta V_w}{V_0} + \frac{\Delta V_a}{V_0} + \frac{\Delta V_c}{V_0} \quad (I.8.1.1)$$

donde

V_0 = volumen inicial de un elemento de suelo no saturado

V_v = volumen de los vacíos del suelo

V_w = Volumen del agua

V_a = volumen del aire

V_c = volumen de la piel contráctil

Asumiendo que el cambio de volumen de la piel contráctil es interna del elemento de suelo, el requisito de continuidad se reduce a

$$\frac{\Delta V_v}{V_0} = \frac{\Delta V_w}{V_0} + \frac{\Delta V_a}{V_0} \quad (I.8.1.2)$$

El requisito de continuidad establecido con la ecuación (I.8.1.2) muestra que los cambios de volumen asociados a dos de las tres variables deben ser medidos, mientras que el tercer cambio del volumen puede ser calculado.

I.8.1.2 Cambio de volumen total.

El cambio de volumen total se refiere al cambio de volumen de la estructura de suelo. Considerando una representación bidimensional de un elemento diferencial de un suelo no saturado, como el mostrado en la Fig. I.8.1.1. El elemento tiene dimensiones infinitesimales de dx , dy , y dz en las direcciones x , y , y z , respectivamente.

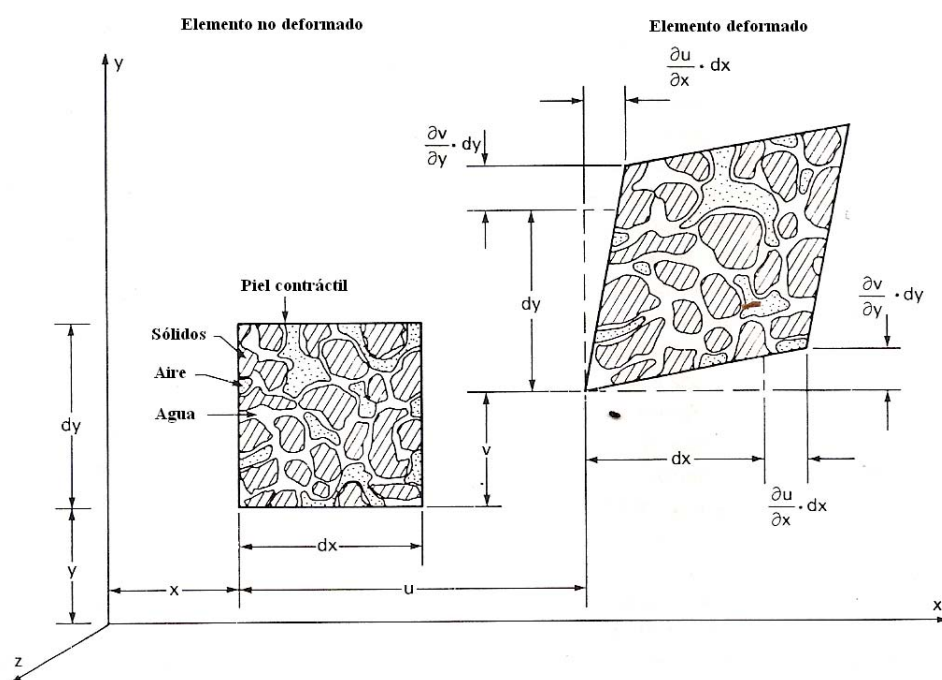


Fig. I.8.1.1 Traslación y deformación de un elemento bidimensional de suelo no saturado.

Se asume que el elemento de suelo experimenta una traslación u , v , y w , desde sus coordenadas originales x , y , y z , respectivamente. La posición final del elemento es $(x + u, y + v, y z + w)$. También se asume que el elemento se deforma en respuesta a un gradiente de esfuerzo aplicado. La deformación consiste en un cambio de longitud y una rotación de una parte del elemento de suelo con respecto de la otra. Los cambios en longitud pueden ser escritos como $(\delta u / \delta x) dx$, $(\delta v / \delta y) dy$, y $(\delta w / \delta z) dz$. Se define como deformación unitaria, ϵ , al cambio en la longitud por unidad de longitud, las deformaciones unitarias de la estructura de suelo se pueden definir como

$$\epsilon_x = \frac{\delta u}{\delta x} \quad (I.8.1.3)$$

$$\epsilon_y = \frac{\delta v}{\delta y} \quad (I.8.1.4)$$

$$\epsilon_z = \frac{\delta w}{\delta z} \quad (I.8.1.5)$$

donde

ε_x = deformación unitaria en dirección x

ε_y = deformación unitaria en dirección y

ε_z = deformación unitaria en dirección z

Las distorsiones angulares causadas por cortante, γ , son definidas como el cambio en el ángulo original entre dos ejes. Las distorsiones angulares, se pueden formular como

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \quad (\text{I.8.1.6})$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} \quad (\text{I.8.1.7})$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta z} \quad (\text{I.8.1.8})$$

donde

γ_{xy} = distorsión angular en el plano xy

γ_{yz} = distorsión angular en el plano yz

γ_{zx} = distorsión angular en el plano zx

Las deformaciones unitarias y las distorsiones angulares de la estructura de suelo pueden ser escritas como un tensor de deformación

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (\text{I.8.1.9})$$

La suma de las deformaciones unitarias es llamada deformación volumétrica

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (\text{I.8.1.10})$$

donde

ε_v = deformación volumétrica

La deformación volumétrica es igual a la diferencia entre el volumen de los vacíos en el elemento antes y después de la deformación, ΔV_v , referida al volumen inicial del elemento, V_0 :

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V_v}{V_0} \quad (\text{I.8.1.11})$$

La deformación volumétrica, ε_v , puede ser usada como variable del estado de deformación de la estructura de suelo. Esto implica que el cambio de volumen en la estructura de suelo es resultado de la deformación.

I.8.1.3 Cambios de volumen en el agua y en el aire del suelo.

Para esta suposición, se considera al suelo como un elemento constituido por las fases líquida y gaseosa. El cambio de volumen del fluido se define como la diferencia entre el volumen del elemento deformado y el volumen del elemento no deformado. El cambio en el fluido por unidad de volumen inicial en el elemento de suelo puede ser usado como variables del estado de deformación para la fase líquida. La variable de deformación puede ser escrita como $(\Delta V_w / V_0)$ para la fase líquida y $(\Delta V_a / V_0)$ para la fase gaseosa.

I.8.2 Relaciones constitutivas.

Las relaciones constitutivas para un suelo no saturado pueden ser formuladas ligando las variables del estado de deformación seleccionadas con las variables del estado de esfuerzo apropiadas. Las variables del estado de deformación deben satisfacer el requisito de continuidad. El ligamiento entre variables de estado de deformación y esfuerzo resulta en la incorporación de coeficientes de deformación volumétrica

I.8.2.1 Forma Elástica.

Las relaciones constitutivas para un suelo no saturado pueden ser formuladas como la extensión de las ecuaciones usadas para un suelo saturado, usando las variables de estado de esfuerzos apropiadas (Fredlund y Morgenstern, 1976). Se hace la suposición que el suelo se comporta como un material isotrópico y elástico. Las siguientes relaciones constitutivas están expresadas en términos de las variables del estado de esfuerzos ($\sigma - u_a$) y $(u_a - u_w)$. Las relaciones constitutivas de la estructura de suelo asociadas con las deformaciones unitarias en las direcciones x , y , y z son las siguientes:

$$\varepsilon_x = \frac{(\sigma_x - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_y + \sigma_z - 2u_a) + \frac{(u_a - u_w)}{H} \quad (I.8.2.1)$$

$$\varepsilon_y = \frac{(\sigma_y - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z - 2u_a) + \frac{(u_a - u_w)}{H} \quad (I.8.2.2)$$

$$\varepsilon_z = \frac{(\sigma_z - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y - 2u_a) + \frac{(u_a - u_w)}{H} \quad (I.8.2.3)$$

donde

H = módulo de elasticidad de la estructura de suelo con respecto al cambio en la succión mátrica $(u_a - u_w)$

Las ecuaciones constitutivas asociadas con la distorsión angular son

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (\text{I.8.2.4})$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad (\text{I.8.2.5})$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad (\text{I.8.2.6})$$

donde

τ_{xy} = distorsión angular en el plano xy

τ_{yz} = distorsión angular en el plano yz

τ_{zx} = distorsión angular en el plano zx

G = módulo de cortante

Las relaciones constitutivas mostradas pueden ser aplicadas donde las curvas esfuerzo contra deformación unitaria son no lineales. La figura I.8.2.1 muestra una curva esfuerzo contra deformación unitaria típica. Un proceso de incrementos usando pequeños incrementos de esfuerzo y deformación puede ser usado para aplicar las ecuaciones elástico – lineales a la curva no lineal esfuerzo contra deformación.

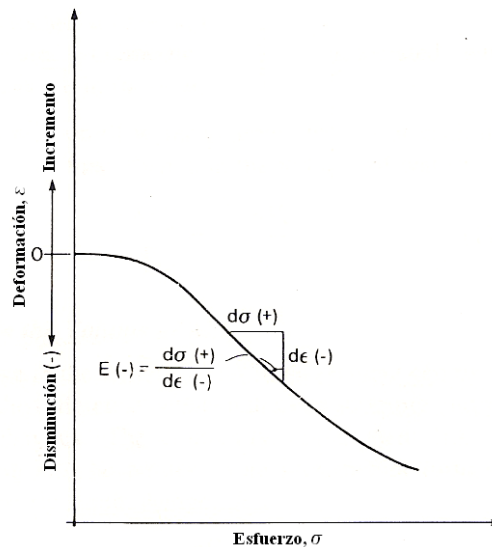


Fig. I.8.2.1 Curva no lineal esfuerzo – deformación.

Los módulos de elasticidad, E y H , tienen signo negativo como se indica en la fig. I.8.2.1 y pueden variar en magnitud de un incremento a otro. Las relaciones constitutivas de la estructura de suelo asociadas con las deformaciones unitarias pueden ser escritas en forma de incrementos como:

$$\varepsilon_x = \frac{d(\sigma_x - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E} d(\sigma_y + \sigma_z - 2u_a) + \frac{d(u_a - u_w)}{H} \quad (\text{I.8.2.7})$$

$$\varepsilon_y = \frac{d(\sigma_y - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E} d(\sigma_x + \sigma_z - 2u_a) + \frac{d(u_a - u_w)}{H} \quad (\text{I.8.2.8})$$

$$\varepsilon_z = \frac{d(\sigma_z - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E} d(\sigma_x + \sigma_y - 2u_a) + \frac{d(u_a - u_w)}{H} \quad (\text{I.8.2.9})$$

El miembro izquierdo de las ecuaciones se refiere al cambio en la variable del estado de deformación, mientras que el miembro izquierdo se refiere al cambio en las variables del estado de esfuerzos. El cambio en la deformación volumétrica del suelo para cada incremento, puede ser obtenido como la suma de las deformaciones unitarias en las direcciones x , y , y z :

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_x + d\varepsilon_y + d\varepsilon_z \quad (\text{I.8.2.10})$$

donde

$d\varepsilon_v$ = cambio en la deformación volumétrica para cada incremento

Sustituyendo las ecuaciones (I.8.2.7), (I.8.2.8) y (I.8.2.9) en la ecuación (I.8.2.10) se obtiene

$$d\varepsilon_v = 3\left(\frac{1-2\mu}{E}\right)d\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} - u_a\right) + \frac{3}{H}d(u_a - u_w) \quad (\text{I.8.2.11})$$

La ecuación (I.8.2.11) puede ser simplificada a la siguiente ecuación:

$$d\varepsilon_v = 3\left(\frac{1-2\mu}{E}\right)d(\sigma_{prom} - u_a) + \frac{3}{H}d(u_a - u_w) \quad (\text{I.8.2.12})$$

donde

σ_{prom} = promedio de esfuerzos normales $(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3$

El cambio en la deformación volumétrica, $d\varepsilon_v$, es igual al cambio de volumen en el elemento de suelo dividido entre el volumen inicial del elemento:

$$d\varepsilon_v = \frac{dV_v}{V_0} \quad (\text{I.8.2.13})$$

El volumen inicial, V_0 , se refiere al volumen del elemento de suelo al inicio del proceso del cambio de volumen. Por lo tanto, V_0 permanece constante para todos los incrementos. La sumatoria de los cambios de deformación volumétrica para cada incremento proporciona la deformación volumétrica final del suelo:

$$\varepsilon_v = \sum d\varepsilon_v \quad (\text{I.8.2.14})$$

Relación constitutiva para la fase sólida.

La relación constitutiva para la fase sólida describe el cambio en el volumen de agua presente en la estructura del elemento de suelo bajo varias condiciones de esfuerzo. El agua se asume como incompresible, y la ecuación toma en cuenta el flujo neto hacia el interior y hacia el exterior del elemento. La relación constitutiva para la fase líquida puede ser formulada en una forma semiempírica basada en la combinación lineal de las variables del estado de esfuerzos. En una forma de incrementos, la ecuación constitutiva puede ser escrita como

$$\frac{dV_w}{V_0} = \frac{3}{E_w} d(\sigma_{prom} - u_a) + \frac{d(u_a - u_w)}{H_w} \quad (I.8.2.15)$$

donde

E_w = módulo volumétrico en el agua asociado con un cambio en $(\sigma - u_a)$

H_w = módulo volumétrico en el agua asociado con un cambio en $(u_a - u_w)$

La sumatoria en el cambio de volumen del agua para cada incremento proporciona el cambio final en el volumen de agua

$$\frac{\Delta V_w}{V_0} = \sum \frac{dV_w}{V_0} \quad (I.8.2.16)$$

Cambio en el volumen de aire.

El cambio en el volumen de aire puede ser calculado como la diferencia entre los cambios de volumen de la estructura del suelo y del agua. El requisito de continuidad puede ser escrito en una forma de incrementos usando el cambio de deformación volumétrica

$$d\varepsilon_v = \frac{dV_w}{V_0} + \frac{dV_a}{V_0} \quad (I.8.2.17)$$

Las relaciones constitutivas para un suelo no saturado pueden ser representadas gráficamente en la forma de superficies constitutivas (fig. I.8.2.2)

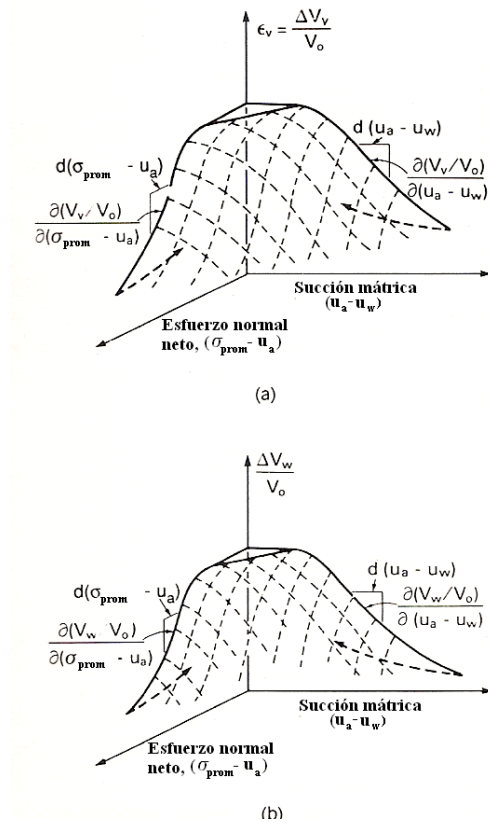


Fig. I.8.2.2 Superficies constitutivas para un suelo no saturado. (a) Superficie constitutiva para la estructura del suelo. (b) Superficie constitutiva de la fase líquida.

Los coeficientes usados en las superficies constitutivas son las pendientes de la superficie constitutiva en un punto. Las pendientes son con respecto a ambos ejes. Los coeficientes de una superficie constitutiva están referidos como coeficientes de deformación volumétrica. Estos coeficientes varían de un estado de esfuerzos a otro para una superficie constitutiva.

I.8.2.2 Forma de Compresibilidad.

Las relaciones constitutivas para un suelo no saturado fueron formuladas usando una forma elástico - lineal. Estas ecuaciones constitutivas pueden ser rescritas en una forma de compresibilidad más común para la mecánica de suelos.

La forma de compresibilidad para la ecuación constitutiva de la estructura de suelo para un suelo no saturado bajo una condición de carga tridimensional, será:

$$d\epsilon_v = m_1^s d(\sigma_{prom} - u_a) + m_2^s d(u_a - u_w) \quad (I.8.2.18)$$

donde

m_1^s = coeficiente de cambio de volumen con respecto al esfuerzo normal neto

m_2^s = coeficiente de cambio de volumen con respecto a la succión mátrica

Los coeficientes de cambio de volumen m_1^s y m_2^s pueden ser llamados compresibilidades desde que son esencialmente una relación entre los cambios en la deformación volumétrica y las variables de esfuerzo.

La forma de compresibilidad de la ecuación constitutiva de la fase líquida para un suelo no saturado bajo una condición de carga tridimensional puede ser escrita como:

$$\frac{dV_w}{V_0} = m_1^w d(\sigma_{prom} - u_a) + m_2^w d(u_a - u_w) \quad (I.8.2.19)$$

donde

m_1^w = coeficiente de cambio en el volumen de agua con respecto al esfuerzo normal neto

m_2^w = coeficiente de cambio en el volumen de agua con respecto a la succión mátrica

I.8.2.3 Forma Volumen – Masa (Terminología de Mecánica de Suelos).

Para un suelo no saturado, la relación de vacíos y el contenido de agua pueden ser usados como variables del estado de deformación para la estructura de suelo y fase líquida, respectivamente. Usando la terminología de mecánica de suelos, el cambio en la relación de vacíos, de , de un suelo no saturado bajo una condición de carga tridimensional puede ser escrita como

$$de = a_t d(\sigma_{prom} - u_a) + a_m d(u_a - u_w) \quad (I.8.2.20)$$

donde

a_t = coeficiente de compresibilidad con respecto a un cambio en el esfuerzo normal neto, $d(\sigma_{prom} - u_a)$

a_m = coeficiente de compresibilidad con respecto a un cambio en la succión mátrica, $d(u_a - u_w)$

La ecuación (1.8.2.20) es equivalente a una relación constitutiva de la estructura de suelo escrita usando la terminología de mecánica de suelos.

La ecuación constitutiva de la fase líquida tiene la siguiente forma

$$dw = b_t d(\sigma_{prom} - u_a) + b_m d(u_a - u_w) \quad (I.8.2.21)$$

donde

b_t = coeficiente de contenido de agua con respecto a un cambio en el esfuerzo normal neto, $d(\sigma_{prom} - u_a)$

b_m = coeficiente de contenido de agua con respecto a un cambio en la succión mátrica, $d(u_a - u_w)$

Los coeficientes a_t , a_m , b_t y b_m son otra forma de representar a los coeficientes de deformación volumétrica. Las ecuaciones constitutivas (I.8.2.20) y (I.8.2.21) pueden ser vistas como superficies constitutivas en un dibujo tridimensional, con cada abscisa representando una de las variables del estado de esfuerzos, y la ordenada representando la propiedad volumen – masa del suelo (fig. I.8.2.3). Estos dibujos pueden ser reducidos a dibujos bidimensionales los cuales muestran gráficamente la relación entre varios coeficientes de deformación volumétrica.

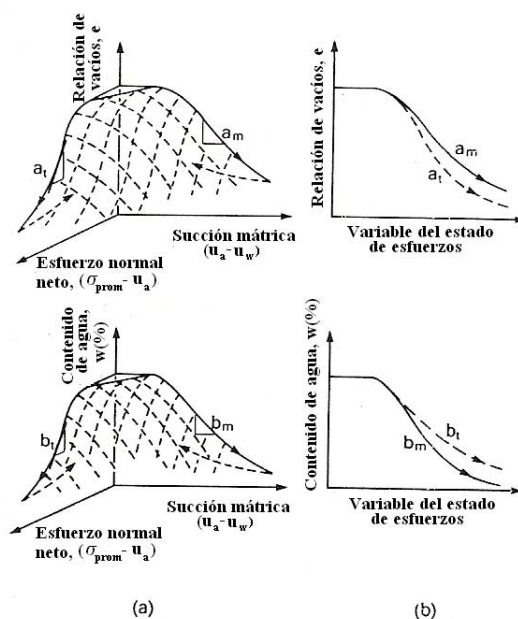


Fig. I.8.2.3 Superficies constitutivas para un suelo no saturado expresadas con la terminología de mecánica de suelos. (a) Superficies constitutivas tridimensionales de relación de vacíos y contenido de agua. (b) Comparación bidimensional mostrando el módulo de deformación volumétrica.

I.8.2.4 Uso de $(\sigma - u_w)$ y $(u_a - u_w)$ para formular relaciones constitutivas.

Las ecuaciones constitutivas para un suelo no saturado han sido formuladas usando las variables del estado de esfuerzos, $(\sigma - u_a)$ y $(u_a - u_w)$. Otras combinaciones, tales como $(\sigma - u_w)$ y $(u_a - u_w)$ pueden también ser usadas. Como un ejemplo, la ecuación (I.8.2.20) puede ser escrita usando las variables del estado de esfuerzos $(\sigma - u_w)$ y $(u_a - u_w)$:

$$de = a_{t2}d(\sigma_{prom} - u_w) + a_{m2}d(u_a - u_w) \quad (I.8.2.22)$$

donde

a_{t2} = coeficiente de compresibilidad con respecto a $(\sigma_{prom} - u_w)$ cuando se usan las variables del estado de esfuerzos $(\sigma - u_w)$ y $(u_a - u_w)$

a_{m2} = coeficiente de compresibilidad con respecto a la succión mátrica cuando se usan las variables del estado de esfuerzos $(\sigma - u_w)$ y $(u_a - u_w)$

La ecuación constitutiva de la fase líquida puede ser escrita en términos de las variables del estado de esfuerzos $(\sigma - u_w)$ y $(u_a - u_w)$:

$$dw = b_{t2}d(\sigma_{prom} - u_w) + b_{m2}d(u_a - u_w) \quad (I.8.2.23)$$

donde

b_{t2} = coeficiente de cambio de contenido de agua con respecto a $(\sigma_{prom} - u_w)$ cuando se usan las variables del estado de esfuerzos $(\sigma - u_w)$ y $(u_a - u_w)$

b_{m2} =coeficiente de cambio de contenido de agua con respecto a la succión mátrica cuando se usan las variables del estado de esfuerzos $(\sigma - u_w)$ y $(u_a - u_w)$.

1.8.3 Verificación experimental de unicidad de las superficies constitutivas.

El término unicidad es usado para indicar que existe una y solo una relación entre las variables del estado de esfuerzo y deformación. La figura I.8.3.1 ilustra el significado del término unicidad de una superficie constitutiva. Considerando tres especímenes idénticos de suelo en el mismo estado inicial. Las variables del estado de esfuerzos de los tres especímenes son variadas a lo largo de diferentes trayectorias. Sin embargo, las variables finales del estado de esfuerzos para los tres especímenes son idénticas. Si la superficie constitutiva es única, la combinación final de las variables del estado de esfuerzos debería de producir el mismo estado de deformación.

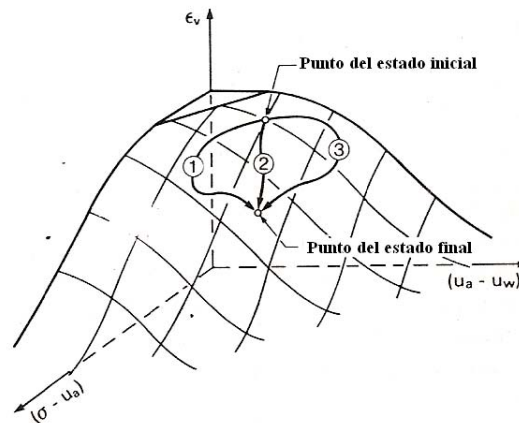


Fig. I.8.3.1 Prueba de la unicidad de una superpie constitutiva para un suelo no saturado.

La histéresis es la principal causa de la no unicidad. La histéresis en asociación con fases que se comportan como un sólido tal como la estructura del suelo y la piel contráctil en un suelo no saturado.

La histéresis asociada con la piel contráctil puede ser inmediatamente visualizada de las curvas de humedecimiento y secado de un material incompresible. En un suelo no saturado, intuitivamente debería haber histéresis asociada con la estructura del suelo y la piel contráctil. Esta aparece en dirección opuesta a la deformación originando diferentes superficies constitutivas.

El término unicidad en mecánica de suelos es generalmente restringido a superficies constitutivas representando deformaciones monótonas.

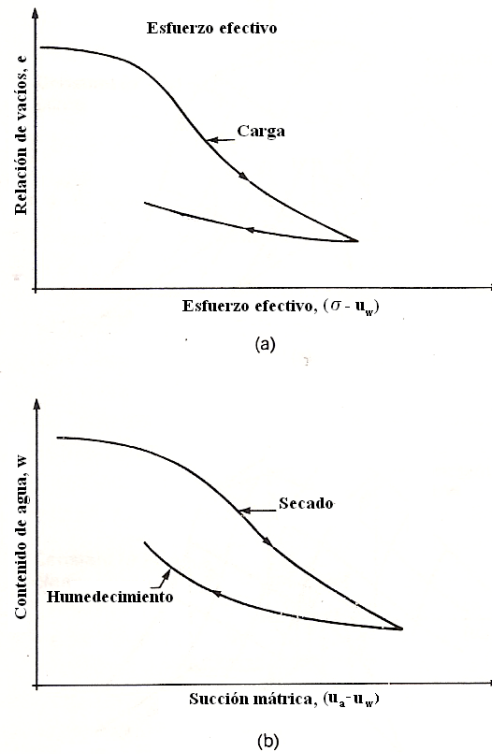


Fig. I.8.3.2 Histéresis asociada con la estructura de suelo y la piel contráctil en un suelo. (a) Curvas de carga y descarga para un suelo saturado. (b) Curvas de humedecimiento y secado.

I.8.4 Estimación de los movimientos de una arcilla.

Es importante destacar que la deformación de la arcilla es la suma algebraica de la deformación por absorción de moléculas de agua más la compresión por el incremento de carga externa.

I.8.4.1 Deformación por cambio de volumen.

Confinamiento inicial.

Consideremos un elemento de suelo sometido al estado de esfuerzos por peso propio mostrado en la figura I.8.4.1. La presión de confinamiento promedio inicial, por peso propio del terreno, vale

$$p_{co} = \frac{(p_{vo} + p_{ho} + p_{ho})}{3} \quad (I.8.4.1)$$

Si:

$$p_{ho} = K_o p_{vo} \quad (I.8.4.2)$$

donde

K_o = Coeficiente de presión en reposo del suelo,

entonces:

$$p_{co} = \frac{(1 + 2K_o)p_{vo}}{3} \quad (I.8.4.3)$$

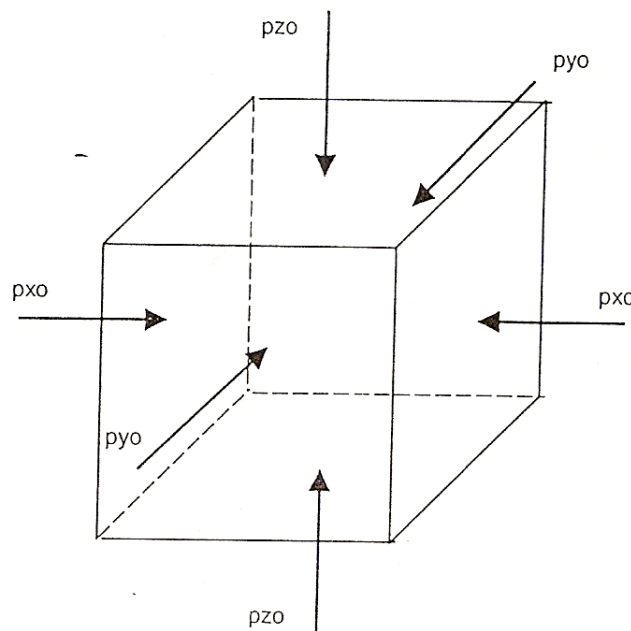


Fig. I.8.4.1 Estado de esfuerzos por peso propio.

Por otra parte, si el suelo tiene una cierta cohesión o cementación, podemos considerar que esta se debe a una “presión de confinamiento interno intrínseca”, la cual se denominará como p_{cie} . Además, si el suelo se encuentra parcialmente saturado, y existe una cierta succión p_{so} , entonces la presión de confinamiento inicial p_{beo} será la suma de

la presión de confinamiento intrínseca p_{cie} , más la presión debida a la succión p_{so} , más la presión externa por peso propio, es decir:

$$p_{beo} = p_{cie} + p_{so} + p_{co} \quad (I.8.4.4)$$

Tensor de incremento de esfuerzo confinante y tensor de incremento de esfuerzo desviador.

Por otra parte, al construir una obra de ingeniería se incrementan los esfuerzos sobre el elemento de suelo en cuestión, quedando en la forma que se indica en la figura I.8.4.2, donde σ_x , σ_y y σ_z son los incrementos de esfuerzo normal ocasionados por la presencia de la obra de ingeniería. El tensor de incrementos de esfuerzo es

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \sigma_z & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_x & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_y \end{bmatrix} \quad (I.8.4.5)$$

El tensor \underline{S} se puede descomponer en el tensor isótropo y el tensor desviador como se indica a continuación:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \sigma_c & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_c & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_z - \sigma_c & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_x - \sigma_c & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_y - \sigma_c \end{bmatrix} \quad (I.8.4.6)$$

donde

$$\sigma_c = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (I.8.4.7)$$

σ_c = incremento de presión de confinamiento, por la presencia de la obra de ingeniería

Sean

$$\underline{S}_c = \begin{bmatrix} \sigma_c & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_c & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_c \end{bmatrix} \quad (I.8.4.8)$$

$$\underline{S}_d = \begin{bmatrix} s_z & 0 & 0 \\ 0 & s_x & 0 \\ 0 & 0 & s_y \end{bmatrix} \quad (I.8.4.9)$$

donde

$$s_z = \sigma_z - \sigma_c \quad (I.8.4.10)$$

$$s_x = \sigma_x - \sigma_c \quad (I.8.4.11)$$

$$s_y = \sigma_y - \sigma_c \quad (\text{I.8.4.12})$$

Por lo tanto

$$\underline{S} = \underline{S}_c + \underline{S}_d \quad (\text{I.8.4.13})$$

donde

\underline{S}_c = tensor de incremento de esfuerzo confinante

\underline{S}_d = tensor de incremento de esfuerzo desviador

La importancia de dividir el tensor de esfuerzo en dos componentes radica en que el tensor de incremento de esfuerzo confinante produce una compresión por cambio de volumen, mientras que el tensor de incremento de esfuerzo desviador ocasiona una compresión por cambio de forma del elemento.

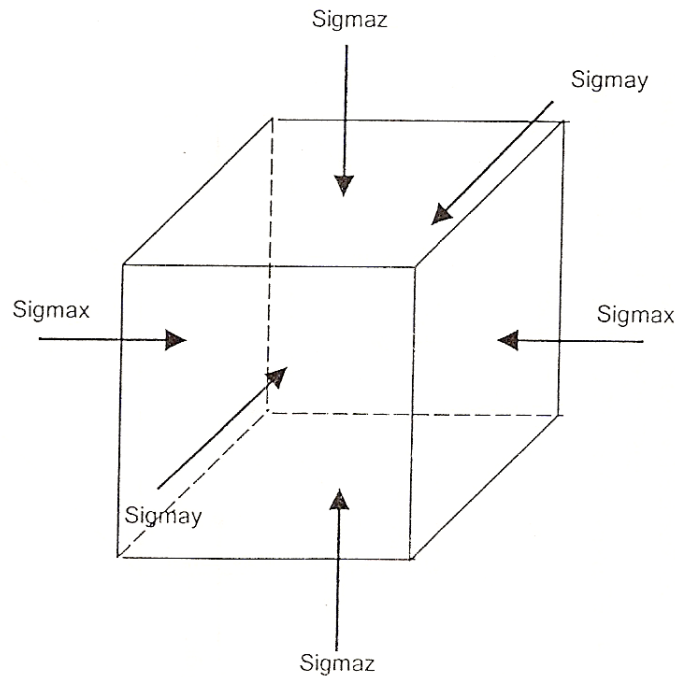


Fig. I.8.4.2 Incrementos de esfuerzo causados por una obra de ingeniería.

Compresión por cambio de volumen.

Juárez Badillo (1965) utiliza la siguiente expresión para el cálculo de la deformación volumétrica de los materiales

$$\frac{dV}{V} = -\gamma \frac{d\sigma}{\sigma} \quad (\text{I.8.4.14})$$

donde

V = volumen del elemento de suelo

σ = esfuerzo isotrópico sobre el elemento de suelo

γ = parámetro que mide la compresibilidad volumétrica del material

Se observa en la ecuación I.8.4.14 que tanto la deformación como el esfuerzo se normalizan.

Consideremos el elemento de suelo sometido a la compresión mostrada en la figura I.8.4.3. La compresión del suelo se debe a una compresión por cambio de volumen y a una compresión por cambio de forma.

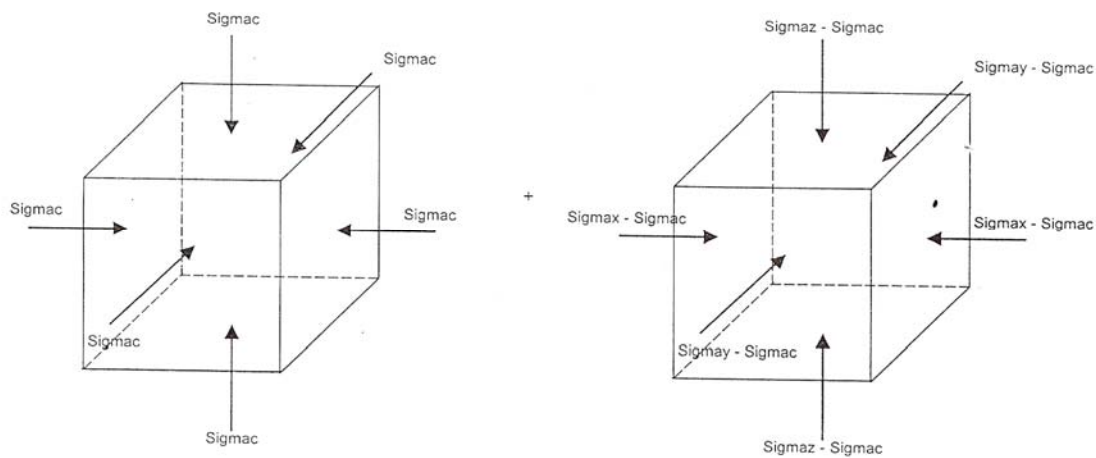


Fig. I.8.4.3 Compresión isotrópica y compresión desviadora. (a) Elemento sometido a un incremento de presión isotrópica, compresión por cambio de volumen. (b) Elemento sometido a incrementos de esfuerzo desviador, compresión por cambio de forma.

Supongamos por un momento que el confinamiento inicial (ec. I.8.4.4) se mantiene constante. Si se da un incremento de esfuerzos σ_z , σ_x y σ_y ; se puede usar entonces una variante de la ley de Hooke para el cálculo de la deformación unitaria:

$$\varepsilon \cong \frac{1}{A} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]^r \quad (I.8.4.15)$$

donde

$(1 / A)$ = coeficiente de proporcionalidad entre el esfuerzo desviador y la deformación unitaria

ν = relación de Poisson

r = exponente que depende de la forma de la curva esfuerzo - deformación unitaria del suelo

Suponiendo que el espesor h_0 del elemento es suficientemente pequeño para que la relación entre el incremento de esfuerzo vertical y el incremento de esfuerzo horizontal sea constante, se tiene que:

$$a_1 = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \quad a_2 = \frac{\sigma_y}{\sigma_z} \quad (\text{I.8.4.16})$$

$$\sigma_x = a_1 \sigma_z \quad \sigma_y = a_2 \sigma_z \quad (\text{I.8.4.17})$$

Sustituyendo las ecuaciones I.8.4.16 y I.8.4.17 en la ecuación I.8.4.15, entonces:

$$\varepsilon \cong \frac{1}{A} \{ \sigma_z [1 - \nu(a_1 + a_2)] \}^r \quad (\text{I.8.4.18})$$

$$\varepsilon \cong \frac{1}{A} (f \sigma_z)^r \quad (\text{I.8.4.19})$$

siendo:

$$f = 1 - \nu(a_1 + a_2) \quad (\text{I.8.4.20})$$

Por otra parte, la de formación es función inversa del esfuerzo de confinamiento. Si se considera un elemento de suelo sometido a una presión de confinamiento inicial p_{beo} ; y se dan incrementos de esfuerzo σ_z , σ_x y σ_y ; estos incrementos de esfuerzo ocasionan que la presión de confinamiento p_{beo} aumente en una cantidad Δp_{be} , dando lugar a un nuevo valor de p_{be} , que vale:

$$p_{be} = p_{beo} + \Delta p_{be} \quad (\text{I.8.4.21})$$

En términos generales, en mecánica de suelos se acepta que Δp_{be} , es igual al incremento de esfuerzo normal en el plano octaédrico, o sea, que es igual al promedio de los incrementos de esfuerzo:

$$\Delta p_{be} = \frac{\sigma_z + \sigma_x + \sigma_y}{3} \quad (\text{I.8.4.22})$$

Para fines prácticos, se sustituye la cantidad (1/3) por coeficientes, es decir:

$$\Delta p_{be} = b_1 \sigma_z + b_2 (\sigma_x + \sigma_y) \quad (\text{I.8.4.23})$$

donde $b_1 = b_2 = 1/3$

Reemplazando las ecuaciones I.8.4.17 en la ecuación I.8.4.22, se obtiene:

$$\Delta p_{be} = c \sigma_z \quad (\text{I.8.4.24})$$

donde

$$c = b_1 + b_2 (a_1 + a_2) \quad (\text{I.8.4.25})$$

Sustituyendo en la ecuación I.8.4.21, resulta:

$$p_{be} = p_{beo} + c \sigma_z \quad (\text{I.8.4.26})$$

Si se dan incrementos diferenciales de esfuerzo al elemento, con los resultados anteriores, se puede plantear una ecuación constitutiva general, en la que la deformación unitaria sea directamente proporcional a la variante de la ley de Hooke dada por la ecuación I.8.4.15, e inversamente proporcional a la presión de confinamiento dada por la ecuación I.8.4.26 (Deméneghi, 1984), es decir:

$$\frac{dh}{h} = - \frac{\left(\frac{f\sigma_z}{p_a}\right)^r d\left(\frac{f\sigma_z}{p_a}\right)}{\left\{\frac{[(p_{beo} + c\sigma_z)]^s}{p_a}\right\}} \quad (I.8.4.27)$$

donde

A = módulo de rigidez del suelo

r y s = exponentes que dependen del tipo de suelo

p_a = presión atmosférica = 101.3 kPa, que se introduce con el fin de que el módulo A sea adimensional

En arcillas parcialmente saturadas $r = 1$ y $s = 1$. Por lo que la ecuación I.8.4.27 queda:

$$\frac{dh}{h} = - \frac{f^2}{Ap_a} \frac{\sigma_z d\sigma_z}{(p_{beo} + c\sigma_z)} \quad (I.8.4.28)$$

Integrando la ecuación I.8.4.28, al aumentar el esfuerzo normal vertical de 0 a σ_z , la altura del elemento se reduce de la altura inicial h_0 a la altura final h_f . Por lo tanto, se integra dicha ecuación de h_0 a h_f en el primer miembro y de 0 a σ_z en el segundo miembro:

$$\int_{h_0}^{h_f} \frac{dh}{h} = \int_0^{\sigma_z} - \frac{f^2}{Ap_a} \frac{\sigma_z d\sigma_z}{(p_{beo} + c\sigma_z)} \quad (I.8.4.29)$$

es decir:

$$\frac{h_f}{h_0} = \left\{ \left(\frac{p_{beo} + c\sigma_z}{p_{beo}} \right)^{\left(\frac{f}{c}\right)^2 \left(\frac{p_{beo}}{Ap_a}\right)} \right\} e^{\left(\frac{f^2\sigma_z}{cAp_a}\right)} \quad (I.8.4.30)$$

La deformación lineal unitaria ε_z es:

$$\varepsilon_z = \frac{h_0 - h_f}{h_0} = 1 - \frac{h_f}{h_0} \quad (I.8.4.31)$$

por lo tanto:

$$\varepsilon_z = 1 - \left\{ \left(\frac{p_{beo} + c\sigma_z}{p_{beo}} \right)^{\left(\frac{f}{c}\right)^2 \left(\frac{p_{beo}}{Ap_a}\right)} \right\} e^{\left(\frac{f^2\sigma_z}{cAp_a}\right)} \quad (\text{I.8.4.32})$$

Pero $\varepsilon_z = \frac{\delta_z}{h_0}$, por lo que:

$$\delta_z = \left[1 - \left\{ \left(\frac{p_{beo} + c\sigma_z}{p_{beo}} \right)^{\left(\frac{f}{c}\right)^2 \left(\frac{p_{beo}}{Ap_a}\right)} \right\} e^{\left(\frac{f^2\sigma_z}{cAp_a}\right)} \right] h_0 \quad (\text{I.8.4.33})$$

La ecuación I.8.4.33 proporciona la deformación vertical de un elemento de suelo sometido a incrementos de esfuerzo normal σ_z , σ_x y σ_y .

Deformación por absorción de agua dentro de las partículas del suelo.

Por otra parte, la plasticidad de los suelos da lugar a que además de la deformación debida a un cambio en el esfuerzo desviador, se presente una deformación adicional producida por la absorción de moléculas de agua dentro de las partículas sólidas del suelo. Dado que esta absorción depende de la cantidad de agua del suelo, y ésta a su vez es función de la propia succión, la deformación volumétrica debida a absorción se puede calcular con la siguiente ecuación constitutiva:

$$\frac{dV}{V} = -\frac{1}{B_a} \frac{d(b_4 p_s)}{p_c + b_4 p_s} \quad (\text{I.8.4.22})$$

donde

V = volumen del elemento de suelo y,

$$p_c = p_{co} + \sigma_c \quad (\text{I.8.4.23})$$

$$\sigma_c = \frac{\sigma_z + \sigma_x + \sigma_y}{3} \quad (\text{I.8.4.24})$$

Al variar la succión de p_{so} a p_{sf} ($p_{so} < p_{sf}$) un elemento de suelo disminuye su volumen de V_0 a V_f . Por lo tanto, se integra la ecuación I.8.4.22 de V_0 a V_f en el primer miembro y de p_{so} a p_{sf} el segundo miembro:

$$\int_{V_0}^{V_f} \frac{dV}{V} = \int_{p_{so}}^{p_{sf}} -\frac{1}{B_a} \frac{d(b_4 p_s)}{p_c + b_4 p_s} \quad (\text{I.8.4.25})$$

Como resultado de la integración se tiene:

$$\frac{V_f}{V_0} = \left(\frac{p_c + b_4 p_{sf}}{p_c + b_4 p_{so}} \right)^{-\frac{1}{B_a}} \quad (\text{I.8.4.26})$$

La deformación volumétrica unitaria ε_{va} se define como:

$$\varepsilon_{va} = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_0 - V_f}{V_0} = 1 - \frac{V_f}{V_0} \quad (\text{I.8.4.27})$$

Por lo tanto:

$$\varepsilon_{va} = 1 - \left(\frac{p_c + b_4 p_{sf}}{p_c + b_4 p_{so}} \right)^{-\frac{1}{B_a}} \quad (\text{I.8.4.28})$$

La ecuación I.8.4.28 proporciona la deformación volumétrica unitaria (contracción o expansión) de un elemento de suelo de volumen inicial V_0 , al variar la succión de p_{so} a p_{sf} . Si ε_{va} es positiva, el elemento se contrae, mientras que si es ε_{va} negativa, el elemento se hincha. En la práctica $b_4 \cong 1$.

1.8.4.2 Pruebas de laboratorio.

Ensaye de volumen constante.

La prueba de volumen constante consiste en agregar agua al espécimen de suelo e impedir, mediante carga externa, la expansión del mismo. El proceso continúa hasta que la arcilla no muestra indicios de expansión, en este momento deja de incrementarse la humedad del espécimen. Enseguida, la prueba se desarrolla dando incrementos de carga (sin agregar agua), hasta que se presenta un cambio apreciable en la compresibilidad del suelo. Finalmente, el espécimen se descarga. Este ensaye permite conocer la magnitud de la succión p_{sI} (presión corregida de expansión) en la muestra de arcilla. A esta prueba se le puede denominar de “volumen constante” y es similar al ensaye de “presión de expansión que se realiza en laboratorios de mecánica de suelos.

Prueba de saturación de carga.

Este ensaye consiste en colocar una muestra de suelo con su humedad natural en el consolidómetro. Se le aplica una presión total vertical p_{va} y se determina su relación de vacíos e_A . Luego se incrementa la humedad de la arcilla hasta que esta se sature totalmente (punto B, fig. I.8.4.4); se obtiene la relación de vacíos del suelo saturado e_B . A continuación se incrementa el esfuerzo vertical hasta que se alcance o supere la relación de vacíos e_A (punto C, fig. I.8.4.4). Con esta prueba se pueden determinar los parámetros B_a , A_v y p_s . En efecto, B_a se despeja de la ecuación I.8.4.28, por lo que se obtiene:

$$B_a = \frac{\ln\left(\frac{Kp_{vA}}{Kp_{vA} + b_4 p_{vC}}\right)}{\ln\left(\frac{1+e_B}{1+e_A}\right)} \quad (\text{I.8.4.29})$$

siendo:

$$K = \frac{1+2K_0}{3} \quad (\text{I.8.4.30})$$

A_v , se obtiene de la ecuación I.8.4.20, como:

$$A_v = \frac{\ln\left(\frac{p_{vC}}{p_{vA}}\right)}{\ln\left(\frac{1+e_A}{1+e_B}\right)} \quad (\text{I.8.4.31})$$

donde

p_s = succión del suelo en estado natural p_{vC} (fig.I.8.4.4)

En la práctica se recomienda que $p_{vA} = 30 \text{ kPa}$.

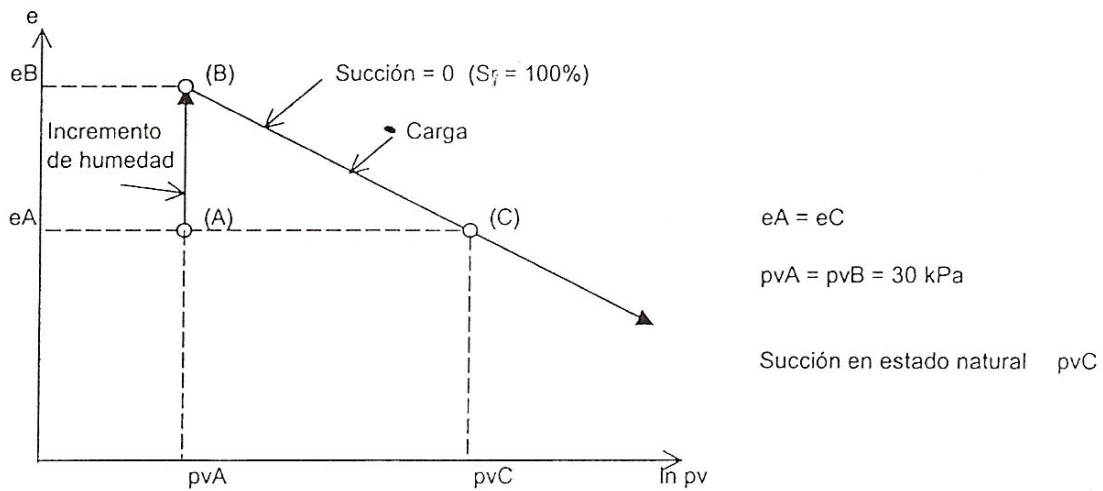


Fig. I.8.4.4 Curva de compresibilidad. Determinación de los módulos A_v y B_a .

1.9 Cimentaciones sobre suelos expansivos.

1.9.1 Zapatas aisladas.

Este tipo de cimentación no se usa comúnmente sobre suelos expansivos, su uso debe restringirse a suelos que tengan menos del 1% de potencial expansivo y presiones de expansión muy bajas.

Donde se usan zapatas aisladas, usualmente se aplican técnicas especiales con el fin de incrementar el esfuerzo de contacto de modo que se minimice la expansión del suelo.

Este tipo de cimentación puede usarse donde las capas superiores de los suelos expansivos son delgadas y además se puede alcanzar un estrato estable de suelo no expansivo, en el cual, se pueden colocar zapatas.

Es evidente que el uso de zapatas aisladas en suelos expansivos deberá ser restringido a suelos:

- Donde la capa rocosa o el estrato resistente es profundo y no puede ser alcanzado económicamente.
- Donde los estratos superficiales de suelo tienen un potencial de expansión moderado, menor de 1%.
- Que presenten presiones de expansión bajas.
- Y además la capacidad e carga de dichos estratos superficiales es relativamente alta.

1.9.2 Zapatas corridas.

El empleo de las zapatas corridas deberá limitarse a suelos con potencial de expansión menor de 1% y una presión de expansión menor a 15 ton/m². Para asegurarse que se ejerce sobre el suelo una presión de carga muerta de cuando menos 5 ton/m², es necesario el empleo de zapatas tan angostas como sea posible. Para esto es recomendable revisar los reglamentos locales para conocer las dimensiones mínimas permisibles.

1.9.3 Losas de cimentación.

Las losas de concreto reforzadas con contratraves entrecruzadas en la parte inferior, han sido usadas exitosamente como cimentaciones sobre suelos expansivos de estructuras relativamente pesadas. Las losas de cimentación son un excelente sistema de cimentación en áreas donde los basamentos son muy profundos o donde las condiciones de los suelos expansivos se extienden a gran profundidad, lo que hace que el empleo de pilotes sea extremadamente costoso. Las losas de cimentación pueden ser reforzadas o post – tensadas.

1.9.4 Pilotes.

Como los suelos expansivos son usualmente firmes y no contienen agua libre, frecuentemente constituyen un excelente medio en el que se hacen perforaciones para desplantar pilotes en profundidades debajo de la zona activa. Se pueden construir pilotes colocados *in situ* en aquellos lugares donde los problemas de expansión sean agudos, fabricándoles campanas en las puntas que funcionan como anclas en estratos de suelo que no están sujetos a movimientos estacionales importantes.

Los pilotes pueden ser de concreto reforzado, con o sin campana. La función principal de los pilotes en suelos expansivos es transmitir la carga estructural al suelo, además de proporcionar el anclaje necesario y la capacidad estructural para resistir la fuerza de expansión. Existen varios tipos de pilotes que se pueden construir cuando se tiene la presencia de suelos expansivos:

- Pilotes de fricción perforados a través de suelos expansivos, anclados por medio de campanas.
- Pilotes que atraviesan estratos de suelo expansivo y acampanados en la parte inferior en un estrato estable para soportar una columna medianamente cargada y para proveer de anclaje.
- Pilotes rectos largos, perforados hasta una zona estable donde no exista afectación alguna por parte de los cambios de humedad en áreas de suelos expansivos.

CAPÍTULO II.

INTERACCIÓN SUELO - ESTRUCTURA.

II.1 Descripción del análisis de interacción suelo – estructura.

La interacción suelo – estructura es aquella parte de la ingeniería que estudia las deformaciones del terreno de cimentación cuando éstas se ven afectadas por la presencia y rigidez de la propia estructura. La influencia de la estructura puede ser en condiciones estáticas, lo cual es tratado por la interacción estática suelo – estructura, o puede ser en condiciones dinámicas, lo cual cae en el campo de la interacción dinámica suelo – estructura.

Se conocen como métodos de interacción suelo – estructura aquellos procedimientos que para el cálculo de las deformaciones del terreno de cimentación toman en cuenta la rigidez de la estructura. Todos estos métodos están basados en el principio de que en el contacto cimiento – terreno, los desplazamientos tanto de la subestructura como los del terreno son iguales, es decir, existe compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo.

En términos generales, el procedimiento de cálculo para la interacción suelo – estructura consiste en tres pasos: (a) se calculan los desplazamientos de la subestructura, (b) se calculan los desplazamientos del terreno de cimentación, y (c) se establece la compatibilidad de deformaciones entre suelo y estructura.

Se pueden distinguir dos clases de situaciones en relación con la interacción: cuando los cimientos están suficientemente separados, de tal forma que la carga sobre un apoyo no ejerce la influencia sobre los desplazamientos de los apoyos vecinos (este fenómeno se presenta usualmente en zapatas aisladas); y cuando se trata de un cimiento continuo donde el desplazamiento de un punto de dicho cimiento está afectado por la carga repartida en toda la subestructura (es el caso de las zapatas corridas o losas de cimentación).

El procedimiento que consiste en las siguientes etapas:

- Análisis estructural.
- Cálculo de deformaciones del suelo.
- Establecimiento de la compatibilidad de las deformaciones de la estructura y del terreno.

Sea un cimiento totalmente flexible con carga uniforme apoyado en un suelo cohesivo totalmente saturado. El asentamiento a largo plazo toma la forma indicada en la fig.II.1.1a, el diagrama de reacción del terreno en este caso es igual al de la carga, es decir, la reacción es uniforme. Si dicho cimiento se apoya sobre un suelo friccionante, el asentamiento se distribuye como se indica en la fig.II.1.1b; por ser el cimiento totalmente flexible, la reacción del suelo también es uniforme.

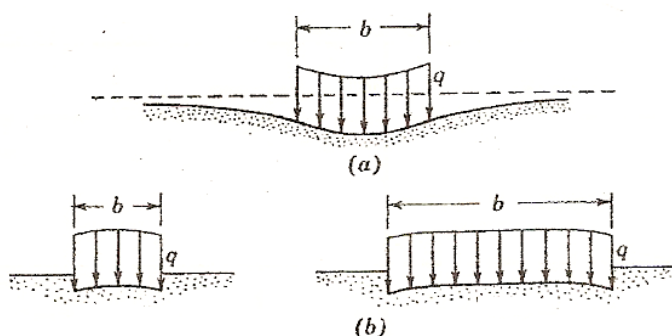


Fig. II.1.1 Perfil del asentamiento ocasionado por una carga uniforme sobre la superficie de una masa de suelo. (a) Material homogéneo isótropo – elástico, tal como una arcilla saturada. (b) Material homogéneo – elástico, que incrementa su rigidez con el confinamiento, tal como una arena o grava.

Sea ahora una placa de rigidez infinita apoyada en una arcilla totalmente saturada (fig. II.1.2a). El hundimiento es uniforme, pero el diagrama de reacción a largo plazo toma la forma indicada en la fig. II.1.2a. Si la placa se apoya sobre un suelo friccionante, el diagrama de reacción toma la forma de la fig. II.1.2b.

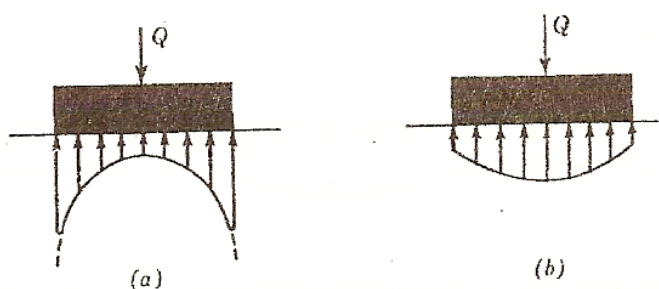


Fig. II.1.2 Presión de contacto en la base de una cimentación rígida sobre la superficie de una masa de suelo. (a) Material homogéneo isótropo – elástico, tal como una arcilla saturada. (b) Material homogéneo – elástico, que incrementa su rigidez con el confinamiento, tal como una arena o grava.

Se observa entonces que los diagramas de asentamientos y de reacciones del terreno dependen de la clase de suelo y de la rigidez de la estructura. Un cimiento real puede quedar entre los dos casos extremos señalados, pues su rigidez no necesariamente es nula o infinita.

Considerando un marco estructural con una cimentación a base de una zapata corrida (fig. II.1.3), en el cual se trata de obtener los diagramas de asentamientos y de reacciones del terreno de cimentación (fig. II.1.4 y fig. II.1.5).

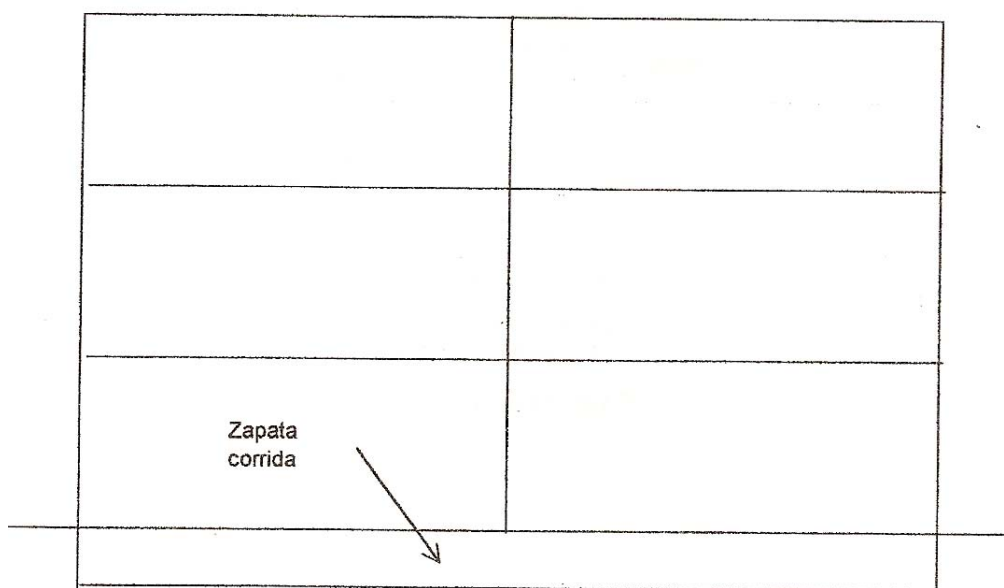


Fig. II.1.3 Marco estructural (Elevación).



Fig. II.1.4 Diagrama de asentamiento.



Fig. II.1.5 Diagrama de reacciones.

En el caso general, la forma del diagrama de reacciones es diferente de una reacción uniforme. Si se sustituye la curva de reacción del terreno por una serie de reacciones r_1, r_2, \dots, r_n (fig. II.1.6); el análisis estructural se lleva a cabo utilizando el método de rigideces, considerando las reacciones r_i como incógnitas.

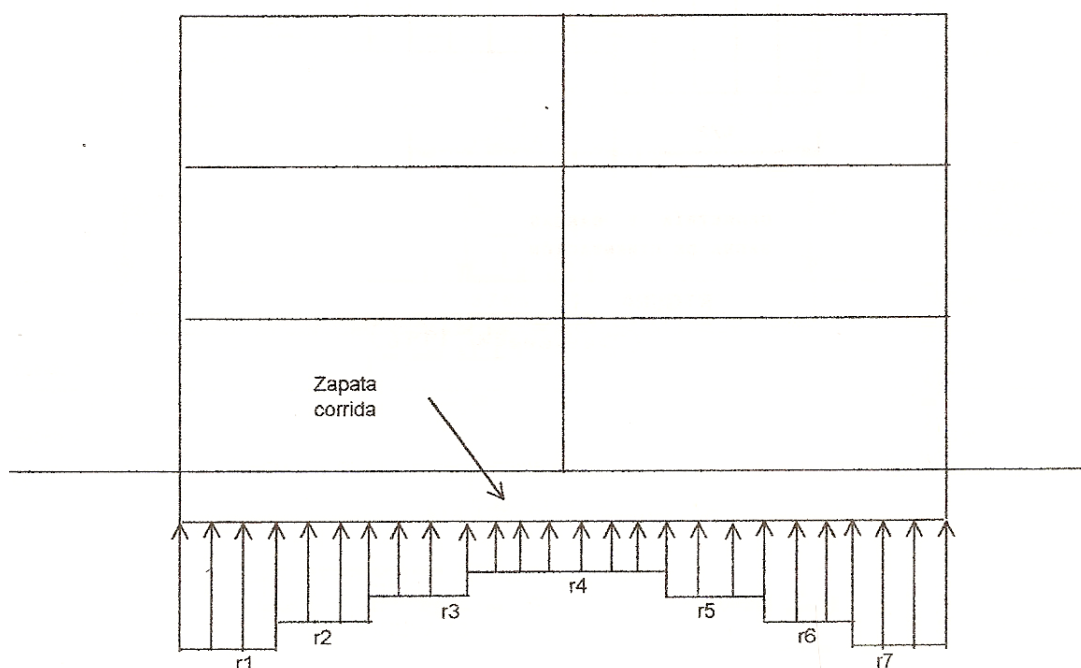


Fig. II.1.6 Reacciones del terreno.

A continuación, aplicando la tercera ley de Newton, se aplican las cargas r_i sobre el terreno (fig. II.1.7), y se obtienen los hundimientos de éste en función de las r_i , empleando el método de Chamecki (1956).

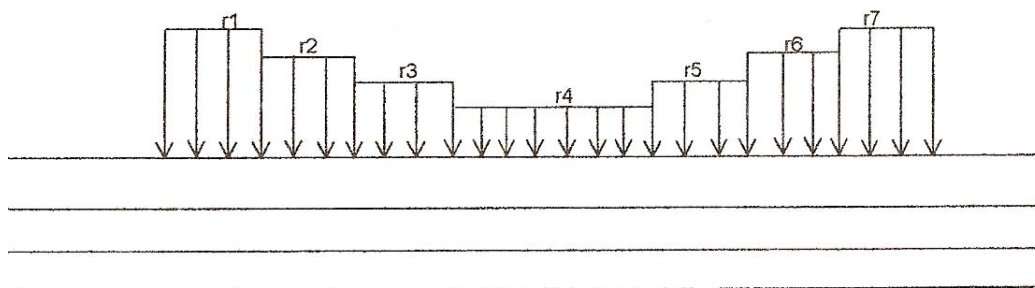


Fig. II.1.7 Cargas sobre el terreno.

El problema de la interacción se resuelve estableciendo la compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo, es decir, si el suelo está en contacto con la estructura de cimentación las deformaciones de ambos medios deben ser iguales.

II.1.1 Análisis estructural.

Para el cálculo de las deformaciones de la estructura, se utiliza el método de rigideces del análisis estructural.

En dicho método se debe cumplir la siguiente ecuación matricial de equilibrio en los nudos de la estructura:

$$\underline{K}\underline{\delta} + \underline{P}^e + \underline{P}^c = 0 \quad (\text{II.1.1.1})$$

donde

\underline{K} = matriz de rigideces de la estructura

$\underline{\delta}$ = vector de desplazamientos

\underline{P}^e = vector de cargas de empotramiento

\underline{P}^c = vector de cargas concentradas

La matriz de rigideces de la estructura se puede obtener mediante la suma de las matrices de rigidez de todas y cada una de las barra que forman la estructura. El vector de cargas de empotramiento de toda la estructura es igual a la suma de los vectores de carga de todas y cada una de las barras de la estructura.

Para obtener la matriz de rigidez en la estructura calcularemos la matriz de rigidez de las barras de dicha estructura. Las barras y los grados de libertad se enumeran como se muestra en la fig. II.1.8.

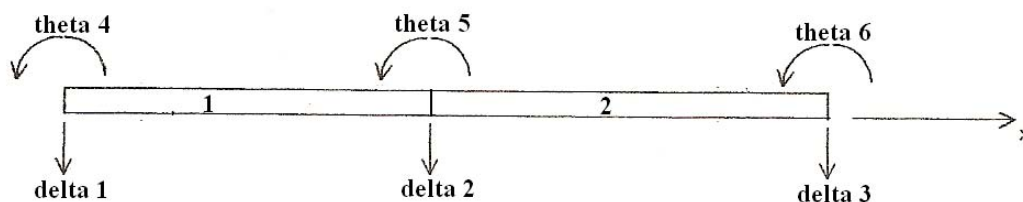


Fig. II.1.8. Numeración de barras y grado de libertad.

Cabe mencionar que la zapata puede dividirse en cuantas barras se desee, para plantear las ecuaciones siguientes se decidió dividirla en dos barras, para simplificar el planteamiento de las ecuaciones.

Se determinará la matriz de rigidez de cada una de las barras, con los grados de libertad mostrados en la fig. II.1.9.

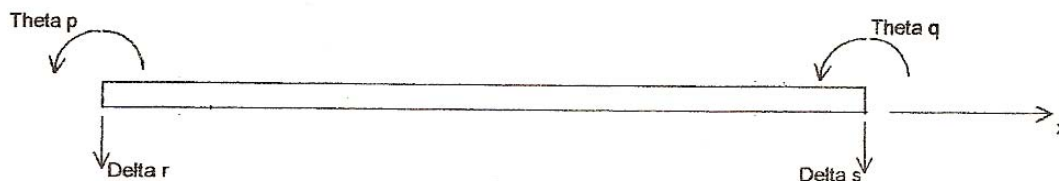


Fig. II.1.9. Grados de libertad de la barra m.

La matriz de rigidez de la barra m será:

$$\underline{K}_m = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{L}{6EI} & \frac{L}{6EI} & \frac{L^2}{12EI} & \frac{L^2}{12EI} \\ -\frac{L^2}{6EI} & -\frac{L^2}{6EI} & \frac{L^3}{12EI} & -\frac{L^3}{12EI} \\ \frac{L^2}{6EI} & \frac{L^2}{6EI} & -\frac{L^3}{12EI} & \frac{L^3}{12EI} \\ \frac{L^2}{L^2} & \frac{L^2}{L^2} & -\frac{L^3}{L^3} & \frac{L^3}{L^3} \end{bmatrix} \quad (\text{II.1.1.2})$$

La matriz de rigidez de la estructura es la suma de las matrices de rigidez de todas y cada una de las barras, es decir:

$$\underline{K} = \underline{K}_1 + \underline{K}_2 \quad (\text{II.1.1.3})$$

En una barra de cimentación como la mostrada en la fig. II.1.10, el vector de cargas de empotramiento vale:

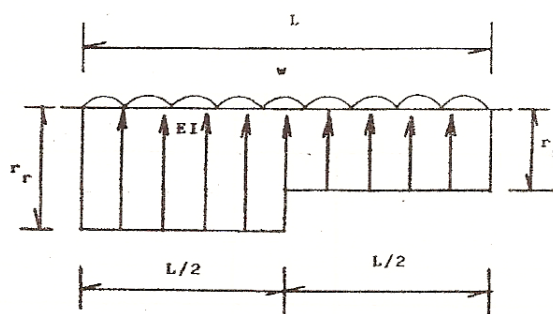


Fig. II.1.10. Geometría y cargas de la barra de cimentación.

$$\underline{P}_m^e = \begin{bmatrix} \frac{\omega L^2}{12} - \frac{11L^2}{152} r_r - \frac{5L^2}{192} r_s \\ -\frac{\omega L^2}{12} + \frac{5L^2}{192} r_r + \frac{11L^2}{192} r_s \\ -\frac{\omega L}{2} + \frac{13L}{32} r_r + \frac{3L}{32} r_s \\ -\frac{\omega L}{2} + \frac{3L}{32} r_r + \frac{13L}{32} r_s \end{bmatrix} \quad (\text{II.1.1.4})$$

Como se mencionó, el vector de cargas de empotramiento es igual a la suma de los vectores de carga de todas y cada una de las barras, por lo que:

$$\underline{P}^e = \sum \underline{P}_m^e \quad (\text{II.1.1.5})$$

Y para las barras de la figura, se tendrá que:

$$\underline{P}^e = \underline{P}_1^e + \underline{P}_2^e \quad (\text{II.1.1.6})$$

El vector de cargas concentradas estará dado por fuerzas externas (fuerzas y/o momentos) aplicadas en los extremos de cada barra, siendo de la forma:

$$\underline{P}_m^c = \begin{Bmatrix} F_r \\ F_s \\ M_r \\ M_s \end{Bmatrix} \quad (\text{II.1.1.7})$$

El vector de cargas concentradas para las barras de la fig. II.1.8 será:

$$\underline{P}^c = \underline{P}_1^c + \underline{P}_2^c \quad (\text{II.1.1.8})$$

Por último, el vector de desplazamientos, según la figura II.1.8, estará dado por:

$$\underline{\delta} = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.1.1.9})$$

Si la zapata a analizar se ha dividido en dos barras, se establece por simetría que:

$$\delta_1 = \delta_3 \quad (\text{II.1.1.10})$$

$$-\theta_4 = \theta_6 \quad (\text{II.1.1.11})$$

$$r_1 = r_3 \quad (\text{II.1.1.12})$$

II.1.2 Cálculo de las deformaciones del suelo.

Las cargas que transmite la estructura al terreno de cimentación son iguales en magnitud y de sentido contrario a las reacciones del suelo sobre la estructura, por la tercera ley de Newton (fig. II.1.11 y fig. II.1.12). Las dos ecuaciones que faltan para completar el sistema compuesto por las dos barras en la cual se dividió la zapata anteriormente mencionada, se obtienen mediante el cálculo de asentamientos de suelo.

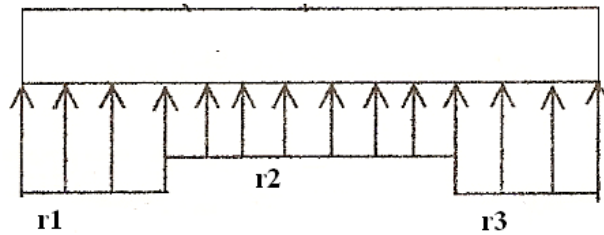


Fig. II.1.11 Reacciones suelo – estructura.

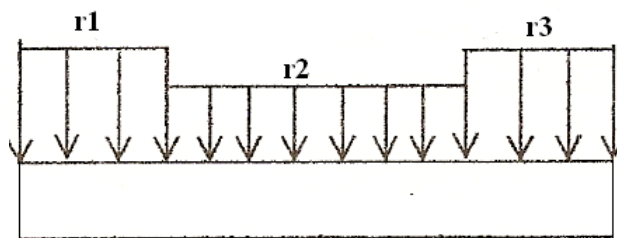


Fig. II.1.12. Reacciones estructura – suelo.

Se hará uso del procedimiento de Chamecki (1956) para calcular los hundimientos en función de las cargas. Dicho procedimiento se describirá con ayuda de la figura II.1.13.

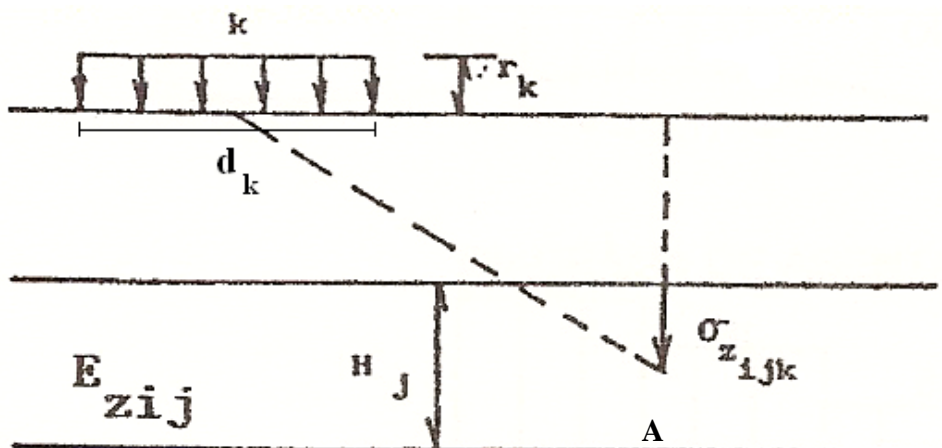


Fig. II.1.13. Cálculo de los hundimientos del terreno.

Se considera que $\sigma_{z_{ijk}}$ está dado por la siguiente expresión:

$$\sigma_{z_{ijk}} = I_{z_{ijk}} \frac{r_k}{a_k} d_k \quad (\text{II.1.2.1})$$

donde

a_k = área en planta en la que actúa r_k

$I_{z_{ijk}}$ = valor de influencia igual al esfuerzo normal vertical actuando en el punto A, ocasionado por una presión vertical unitaria actuando en el área a_k

Procediendo en forma análoga se tiene:

$$\sigma_{x_{ijk}} = I_{x_{ijk}} \frac{r_k}{a_k} d_k \quad (\text{II.1.2.2})$$

$$\sigma_{y_{ijk}} = I_{y_{ijk}} \frac{r_k}{a_k} d_k \quad (\text{II.1.2.3})$$

Si se considera que en la superficie actúan varias cargas r_k , siendo n_r el número de éstas, los esfuerzos en el punto A valen:

$$\sigma_{z_{ij}} = \sum_{k=1}^{n_r} I_{z_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} \quad (\text{II.1.2.4})$$

$$\sigma_{x_{ij}} = \sum_{k=1}^{n_r} I_{x_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} \quad (\text{II.1.2.5})$$

$$\sigma_{y_{ij}} = \sum_{k=1}^{n_r} I_{y_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} \quad (\text{II.1.2.6})$$

La deformación unitaria del estrato j , en el punto A vale:

$$\varepsilon_{z_{ij}} = \frac{1}{E_{s_{ij}}} \left[\sigma_{z_{ij}} - \nu (\sigma_{x_{ij}} + \sigma_{y_{ij}}) \right] \quad (\text{II.1.2.7})$$

Además, se sabe que:

$$\varepsilon_{z_{ij}} = \frac{\delta_{z_{ij}}}{h_j} \quad (\text{II.1.2.8})$$

De donde se obtiene:

$$\delta_{z_{ij}} = h_j \varepsilon_{z_{ij}} \quad (\text{II.1.2.9})$$

Por lo tanto, sustituyendo las ecuaciones II.1.2.4, II.1.2.5, II.1.2.6 en la ecuación II.1.2.7, se tiene:

$$\varepsilon_{z_{ij}} = \frac{1}{E_{s_{ij}}} \left[\sum_{k=1}^{n_r} I_{z_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} - \nu \left(\sum_{k=1}^{n_r} I_{x_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} + \sum_{k=1}^{n_r} I_{y_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} \right) \right] \quad (\text{II.1.2.10})$$

Por último, sustituyendo la ecuación II.1.2.10 en la ecuación II.1.2.9, resulta:

$$\delta_{z_{ij}} = \frac{h_j}{E_{s_{ij}}} \left[\sum_{k=1}^{n_r} I_{z_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} - \nu \left(\sum_{k=1}^{n_r} I_{x_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} + \sum_{k=1}^{n_r} I_{y_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} \right) \right] \quad (\text{II.1.2.11})$$

Simplificando la ecuación II.1.2.11, ésta se puede escribir como:

$$\delta_{z_{ij}} = \frac{h_j}{E_{s_{ij}}} \left[\sum_{k=1}^{n_r} I_{ijk} \frac{r_k d_k}{a_k} \right] \quad (\text{II.1.2.12})$$

Considerando que:

$$I_{ijk} = I_{z_{ijk}} - \nu (I_{x_{ijk}} + I_{y_{ijk}}) \quad (\text{II.1.2.13})$$

Si el subsuelo está formado por varios estratos, siendo n_e el número de éstos, la deformación bajo el punto i vale:

$$\delta_{z_{ij}} = \sum_{j=1}^{n_e} \frac{h_j}{E_{s_{ij}}} \left[\sum_{k=1}^{n_r} I_{ijk} \frac{r_k d_k}{a_k} \right] \quad (\text{II.1.2.14})$$

Los valores de los esfuerzos σ_x , σ_y y σ_z , se obtienen con las fórmulas de Damy, Dashko y Kagan que son:

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{x^2 + z^2} + \frac{1}{y^2 + z^2} \right) \frac{xyz}{A} + \text{ang tan} \frac{xy}{A} \right] \quad (\text{II.1.2.15})$$

$$\sigma_x = \frac{q}{2\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(x^2 + z^2)A} - \text{ang tan} \frac{zA}{xy} + (1 - 2\nu) \left(\text{ang tan} \frac{x}{y} - \text{ang tan} \frac{yA}{xz} \right) \right] \quad (\text{II.1.2.16})$$

$$\sigma_y = \frac{q}{2\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(y^2 + z^2)A} - \text{ang tan} \frac{zA}{xy} + (1 - 2\nu) \left(\text{ang tan} \frac{x}{y} - \text{ang tan} \frac{xA}{yz} \right) \right] \quad (\text{II.1.2.17})$$

$$A = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \quad (\text{II.1.2.18})$$

Siendo x , y y z las coordenadas del punto en el cual se calculan los esfuerzos y q es una carga unitaria aplicada en el área analizada.

II.1.3 Compatibilidad de deformaciones.

En esta etapa se establece la compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo de cimentación, lo que equivale a considerar que tanto los desplazamientos de la estructura como los del terreno son iguales, es decir, que el suelo no se despega de la estructura.

II.2 Consideraciones del análisis de interacción suelo – estructura en arcillas expansivas.

En un suelo plástico parcialmente saturado, además de los asentamientos producidos por las cargas de una estructura, se presentan deformaciones debidas a cambios de humedad en el suelo. Un fenómeno de esta clase lo constituyen las arcillas expansivas, que sufren fuertes cambios volumétricos al variar su humedad natural.

Los cambios volumétricos pueden ser determinados mediante alguna de las pruebas de laboratorio mencionadas en el capítulo anterior. Las pruebas de laboratorio proporcionan el valor de las expansiones de la arcilla, en campo libre.

La ecuación matricial de equilibrio debe satisfacerse, por lo que las expansiones en campo libre, deben ser consideradas en dicha ecuación.

La inclusión de la expansión de la arcilla será un término independiente en las ecuaciones que se hayan determinado para el cálculo de asentamientos, es decir, a las ecuaciones obtenidas mediante la aplicación del método de Chameki, simplemente se les adicionará la expansión en campo libre del estrato correspondiente, lo que se puede representar con la ecuación siguiente:

$$\delta_{z_{ij}} = \delta_{oi} + \sum_{j=1}^{n_e} \frac{h_j}{E_{s_{ij}}} \left[\sum_{k=1}^{n_r} I_{ijk} \frac{r_k d_k}{a_k} \right] \quad (II.2.1)$$

donde

δ_{oi} = expansión en campo libre de la arcilla

II.3 Descripción del programa para el cálculo de asentamientos y reacciones en una zapata corrida, basado en el análisis de interacción suelo – estructura.

El programa que se empleó fue elaborado en BASIC, el cual consta de un listado de instrucciones, basadas en el método de interacción suelo – estructura. El programa toma en cuenta los tres principios en los que se fundamenta la interacción suelo – estructura.

El análisis estructural se lleva acabo aplicando el método de rigideces de la estructura, el cálculo de deformaciones del suelo está basado en el método de Chameki, y por último dicho programa también establece la compatibilidad de deformaciones.

Cabe mencionar que el programa no toma en cuenta momentos torsionantes, debido a que se considera que no hay barras ortogonales a la barra en estudio.

En los ejemplos de aplicación se asume que la zapata se ha dividido en cuatro barras con la misma longitud. El programa permite tomar en cuenta la división de la zapata en un número mayor de barras, no olvidando que se tendrían que incluir más instrucciones en el

programa para permitir el registro de los datos tanto del material como de la geometría de las barras agregadas.

Los datos geométricos que requiere el programa son aquellos que definen la geometría de las barras así como aquellos que delimitan las áreas donde se calcularán los valores de influencia.

El módulo de elasticidad del concreto es la única característica del material que el programa requiere.

Las características del suelo serán incluidas por estrato, entre las cuales se incluye el espesor del estrato, el módulo de deformación del estrato, su relación de Poisson y su peso volumétrico.

También pueden ser incluidos elementos mecánicos que estén actuando en algún punto de las barras, tales como cargas concentradas o momentos flexionantes.

El último dato importante que se debe incluir es aquel que es proporcionado por el laboratorio de mecánica de suelos, es decir, las expansiones en campo libre de la arcilla.

El programa proporciona las reacciones en el suelo a lo largo del área de la barra que fue delimitada para el cálculo de los valores de influencia.

Además proporciona el valor de los asentamientos diferenciales en cada uno de los nudos o extremos de las barras.

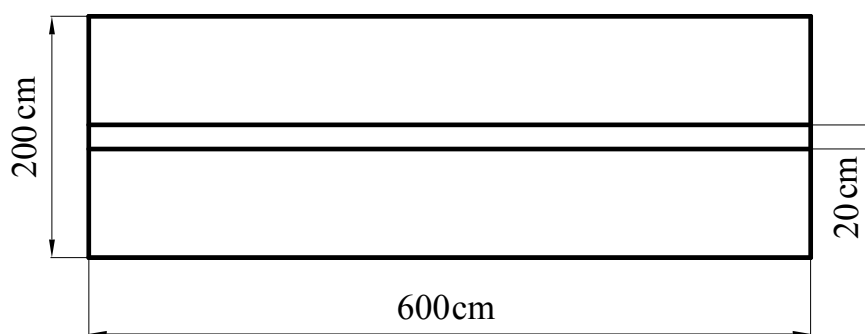
Y por último proporciona los elementos mecánicos, tanto momentos flexionantes como fuerzas cortantes, en cada uno de los nudos o extremos de las barras. Los elementos mecánicos que resultan del programa, son utilizados para realizar el diseño de la losa y de la contratrabe de la zapata.

CAPÍTULO III.

EJEMPLO DE APLICACIÓN.

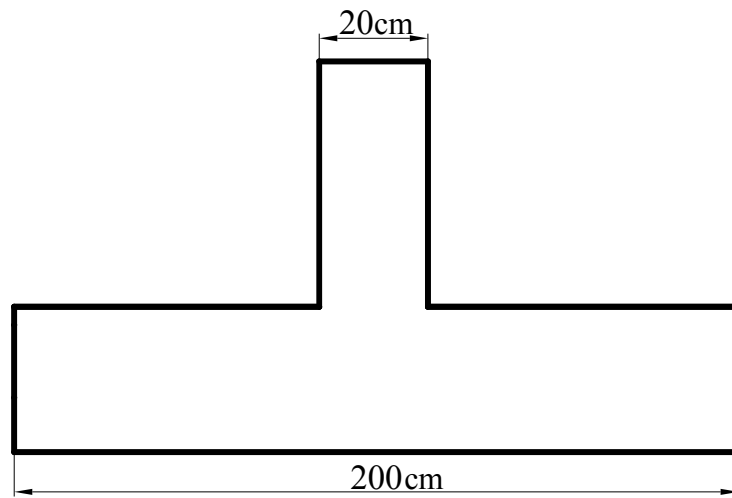
Para las zapatas corridas de concreto reforzado de las figuras III.1 y III.4, determinar los diagramas de asentamientos y reacciones del suelo. Hallar los elementos mecánicos en los nudos de las barras. Hacer el análisis de interacción suelo – estructura para las siguientes condiciones:

- Análisis considerando cuatro barras en la zapata, y un muro de carga apoyado a lo largo de la zapata. Las dimensiones en planta y perfil de la zapata y las propiedades del suelo expansivo se muestran en las figuras III.1, III.2 y III.3.
- Análisis considerando cuatro barras en la zapata, y tres cargas puntuales a los extremos y al centro de la zapata, respectivamente. Las dimensiones en planta y perfil de la zapata y las propiedades del suelo expansivo se muestran en las figuras III.4, III.5 y III.6.



Planta

Fig. III.1 Dimensiones en planta de la zapata corrida, para el caso en el cual se tiene un muro de carga.



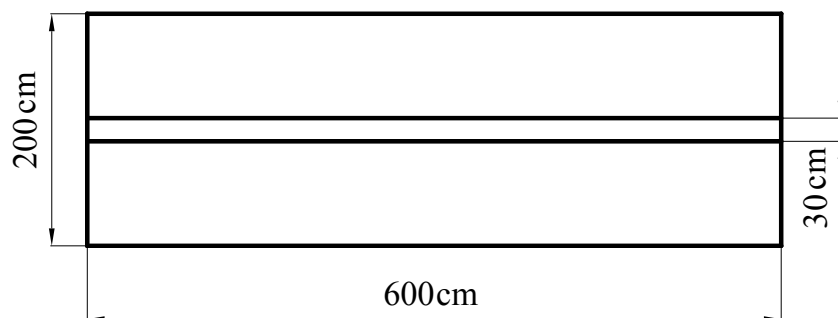
Perfil

Fig. III.2 Dimensiones en perfil de la zapata corrida, para el caso en el cual se tiene un muro de carga.

	ω	Df
Estrato 1	$E_s = 15 \text{ MPa}, \nu = 0.3, \gamma = 18 \text{ kN/m}^3$	80
Estrato 2	$E_s = 15 \text{ MPa}, \nu = 0.3, \gamma = 18 \text{ kN/m}^3$	80
Estrato 3	$E_s = 15 \text{ MPa}, \nu = 0.3, \gamma = 18 \text{ kN/m}^3$	100
Estrato 4	$E_s = 15 \text{ MPa}, \nu = 0.3, \gamma = 18 \text{ kN/m}^3$	100
Estrato 5	$E_s = 15 \text{ MPa}, \nu = 0.3, \gamma = 18 \text{ kN/m}^3$	120

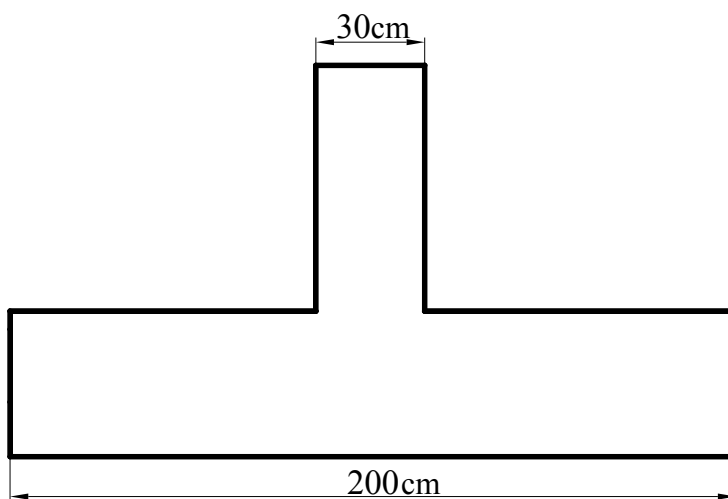
Elevación

Fig. III.3 Estratigrafía y propiedades del suelo expansivo para el caso en el cual se tiene un muro de carga; acotaciones en centímetros.



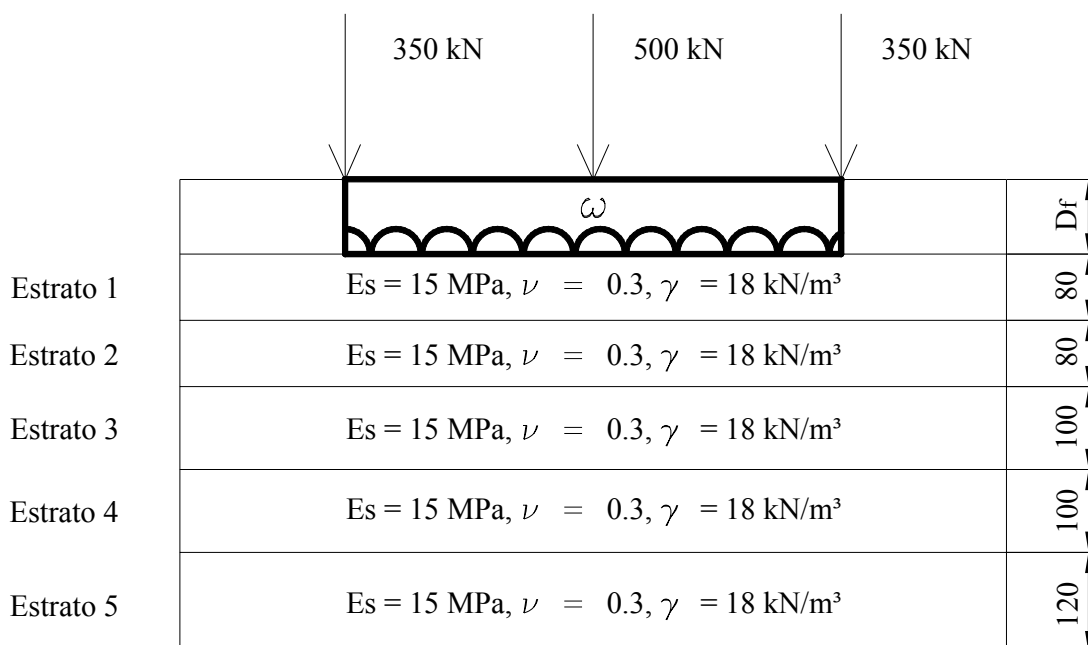
Planta

Fig. III.4 Dimensiones en planta de la zapata corrida, para el caso en el cual se tienen cargas puntuales.



Perfil

Fig. III.5 Dimensiones en perfil de la zapata corrida, para el caso en el cual se tienen cargas puntuales.



Elevación

Fig. III.6 Estratigrafía y propiedades del suelo expansivo para el caso en el cual se tienen cargas puntuales; acotaciones en centímetros.

Los valores de expansión inicial o expansión en campo libre se muestran en las tablas siguientes, según las figuras III.7, y III.8:

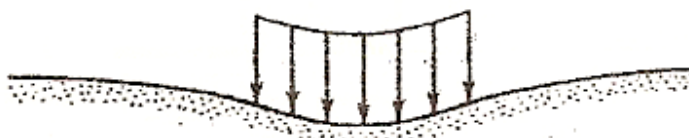


Fig. III.7 Representación de la expansión de la arcilla en campo libre; expansión mayor en los extremos.

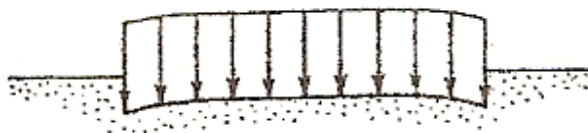


Fig. III.8 Representación de la expansión de la arcilla en campo libre; expansión mayor en el centro.

Los valores de expansión en campo libre de la arcilla son obtenidos mediante pruebas de laboratorio, aplicando ya sea el método mencionado en el capítulo 2 u otros. Los valores de expansión mostrados en las tablas III.1, III.2, III.3. y III.4 están referidos a los puntos indicados en la barras de cimentación de la figura III.9.

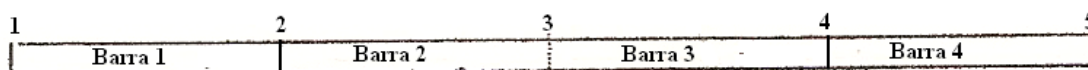


Fig. III.9 Puntos en la barra de cimentación a los cuales están referidas las expansiones en campo libre de la arcilla.

Tabla III.1 CASO 1	
MURO DE CARGA EXPANSIÓN MAYOR AL CENTRO	
PUNTO	δ_{oi} (m)
1	-0.016
2	-0.023
3	-0.032
4	-0.023
5	-0.016

Tabla III.2 CASO 2	
MURO DE CARGA EXPANSIÓN MAYOR EN LOS EXTREMOS	
PUNTO	δ_{oi} (m)
1	-0.023
2	-0.017
3	-0.014
4	-0.017
5	-0.023

Tablas III.1 y III.2 Valores de la expansión en campo libre, para el caso en el cual se tiene un muro de carga sobre la zapata.

Tabla III.3 CASO 3	
CARGAS PUNTUALES EXPANSIÓN MAYOR AL CENTRO	
PUNTO	δ_{oi} (m)
1	-0.010
2	-0.018
3	-0.026
4	-0.018
5	-0.010

Tabla III.4 CASO 4	
CARGAS PUNTUALES EXPANSIÓN MAYOR EN LOS EXTREMOS	
PUNTO	δ_{oi} (m)
1	-0.036
2	-0.018
3	-0.013
4	-0.018
5	-0.036

Tablas III.3 y III.4 Valores de la expansión en campo libre, para el caso en el cual se tienen cargas puntuales sobre la zapata.

En ambos casos realizar el diseño estructural de la zapata corrida.

Para el diseño estructural considerar las siguientes propiedades de concreto y acero:

Concreto clase 1: $f'_c = 25 \text{ MPa} = 250 \text{ kg} / \text{cm}^2$

Acero: $f_y = 420 \text{ MPa} = 4200 \text{ kg} / \text{cm}^2$

III.1 Análisis de la zapata corrida con un muro de carga apoyado a lo largo de ésta.

III.1.1 Cálculo de las deformaciones y reacciones del suelo.

III.1.1.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la zapata.

El cálculo de las deformaciones en el suelo se lleva a cabo con ayuda del programa mencionado en el capítulo anterior, por lo que es indispensable calcular la carga distribuida en la zapata y el momento de inercia de ésta, basados en la figura III.10.

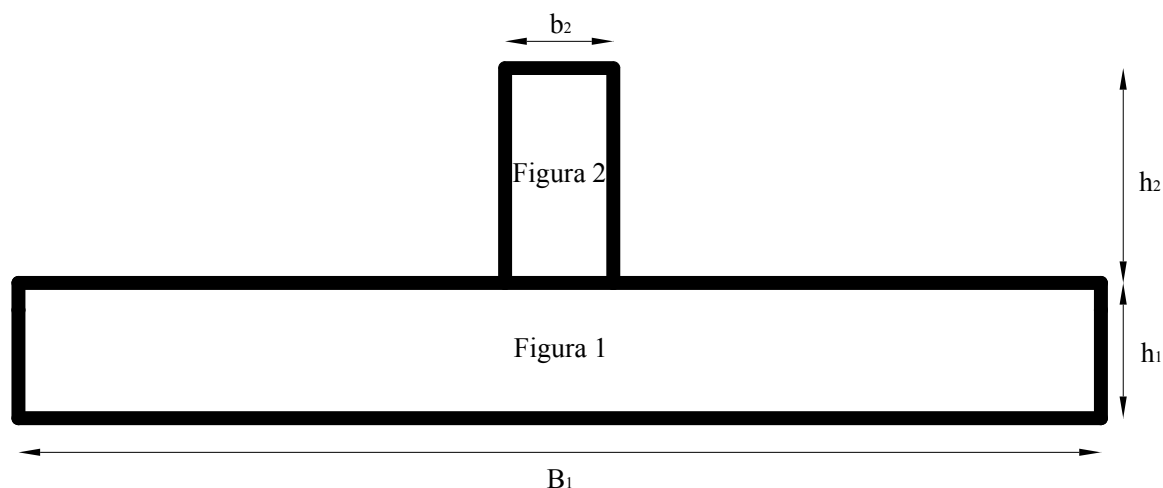


Fig. III.10 Geometría de la zapata.

La tabla III.5 muestra el cálculo tanto del momento de inercia como del la carga distribuida ω , a lo largo de la zapata.

CASO 1									
$\omega_{zapata} = 68,400$									
FIGUR A	b (m)	h (m)	y (m)	A (m ²)	Ay (m ³)	$(y-\bar{y})^2$ (m ²)	$A(y-\bar{y})^2$ (m ⁴)	I (m ⁴)	A+I (m ⁴)
1	2.00	0.150	0.075	0.3000	0.0225	0.00223	0.000671	0.00056	0.00123
	0	0	0			7		4	
2	0.20	0.250	0.325	0.0500	0.0163	0.04108	0.002054	0.00026	0.00231
	0	0	0			9		04	5
				$\Sigma A = 0.3500$	$\Sigma Ay = 0.0388$				$I_T = \Sigma I + \Sigma AI = 0.003548$
				$\bar{y} = \Sigma Ay / \Sigma A = 0.110714$					

Tabla III.5 Cálculo del momento de inercia, y de la carga distribuida ω .

Al obtener el momento de inercia total y el valor de la carga distribuida, es posible obtener las reacciones del suelo, los hundimientos y los elementos mecánicos en los nudos, con ayuda del programa mencionado.

Para el caso 1, se obtuvieron los resultados mostrados en la figura III.11.

```

GRADO DE LIBERTAD, REACCION HASTA N = 5 , GIROS LOS SIGUIENTES
1 3.45183 2 33.33963 3 203.4692 4 33.33966 5
3.451835 6 2.846558E-03 7 2.408148E-03 8
-8.053499E-10 9 -2.408148E-03 10 -2.846555E-03
NUDO, HUNDIMIENTO DEL NUDO
1 -1.517254E-02 2 -1.927295E-02 3
-2.135615E-02 4 -1.927295E-02 5 -1.517254E-02
BARRA, GRADO DE LIBERTAD, MOMENTO O CORTANTE EN EL NUDO
1 6 2.254248E-04 7
-64.66071 1 3.399849E-04 2
-75.00685 11 0 0
2 7 64.66115 8 -168.7639
2 75.00585 3 6.713867E-04
11 0 12 0
3 8 168.7639 9 -64.66114
3 1.16396E-03 4 75.00539 11
0 12 0
4 9 64.66119 10 5.094111E-04
4 -75.00683 5 8.356571E-04
11 0 12 0
N = 5
EQUILIBRIO DE FUERZAS VERTICALES
PESO TOTAL = 410.4
REACCION TOTAL = 410.4005
I, DT(I)
1 -1.517254E-02
2 -1.927295E-02
3 -2.135615E-02
4 -1.927295E-02
5 -1.517254E-02
DELF12 = 2.73361E-03 DELF23 = 1.388801E-03
DELF13 = 2.061205E-03
IECPS31
0k
    
```

Fig. III.11 Reacciones en el suelo, hundimientos y elementos mecánicos en los nudos para el caso 1, proporcionados por el programa.

Los valores de la figura III.11 permiten la elaboración de los diagramas de giros y asentamientos en cada uno de los nudos, así como el diagrama de las reacciones en el suelo, mostrados en las figuras III.12 y III.13 respectivamente. La convención de signos a utilizar, establece que las expansiones tendrán signo negativo, las compresiones signo positivo, los giros en sentido horario serán negativos y los giros en sentido antihorario serán positivos.

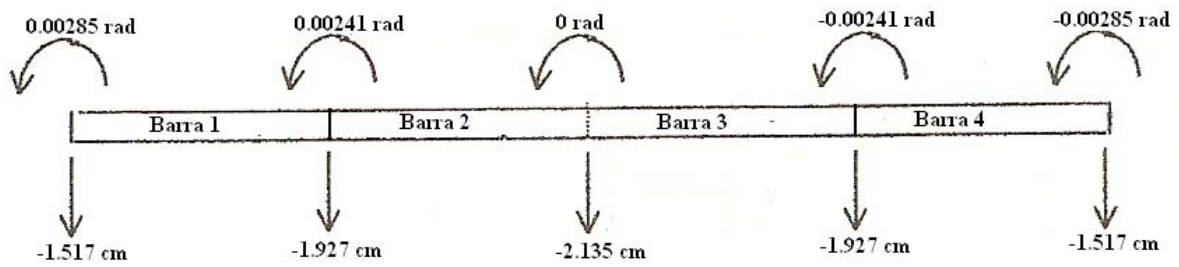


Fig. III.12 Diagrama de giros y asentamientos en los nudos, caso 1.

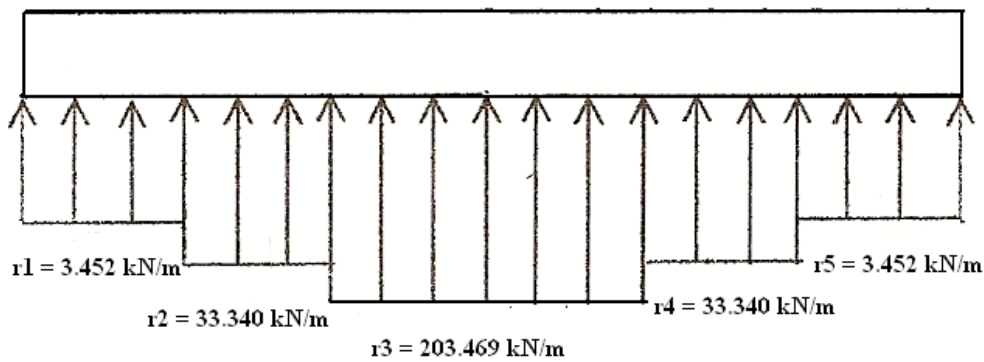


Fig. III.13 Diagrama de reacciones en el suelo a lo largo de la zapata, caso 1.

III.1.1.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.

En base a la figura III.10, se calcula el momento de inercia y la carga distribuida ω a lo largo de la zapata, los resultados se muestran en la tabla III.6.

CASO 2									
$\omega_{zapata} = 68.400$									
FIGUR A	b (m)	h (m)	y (m)	A (m ²)	Ay (m ³)	$(y-\bar{y})^2$ (m ²)	$A(y-\bar{y})^2$ (m ⁴)	I (m ⁴)	A+I (m ⁴)
1	2.00	0.150	0.075	0.3000	0.0225	0.002237	0.000671	0.000564	0.001234
2	0.20	0.250	0.325	0.0500	0.0163	0.041089	0.002054	0.0002604	0.002315
				$\Sigma A = 0.3500$	$\Sigma Ay = 0.0388$			$I_T = \Sigma I + \Sigma AI = 0.003548$	
				$\bar{y} = \Sigma Ay / \Sigma A = 0.110714$					

Tabla III.6 Cálculo del momento de inercia, y de la carga distribuida ω .

Los valores de expansión inicial que el programa requiere para el caso 2, son diferentes, ya que en este caso se toman los valores de expansión inicial mostrados en la tabla III.2. Por lo tanto, los giros, desplazamientos y reacciones en los nudos son diferentes a los mostrados en la figura III.11. Los valores obtenidos se muestran en la figura III.14.

```

GRADO DE LIBERTAD, REACCION HASTA N =      5      , GIROS LOS SIGUIENTES
1      186.2481 2      33.8746 3      19.60291 4      33.87455 5
186.2477 6      -3.056327E-03 7      -2.34871E-03 8
1.443187E-09 9      2.348713E-03 10      3.056331E-03

NUDO, HUNDIMIENTO DEL NUDO
1      -1.186793E-02 4      -1.804689E-02 2      -1.375334E-02 3      -0.180469
BARRA, GRADO DE LIBERTAD, MOMENTO O CORTANTE EN EL NUDO
1      6      2.331734E-04 7      89.72346
11     0      12     62.49192
2      7      -89.72326 8      140.6063
11     0      12     -8.869171E-05
3      8      -140.606 9      89.72325
11     0      12     -62.49191
4      9      -89.72344 10     -7.82013E-05
11     0      12     4.959107E-04

CONT
N = 5
EQUILIBRIO DE FUERZAS VERTICALES
PESO TOTAL = 410.4
REACCION TOTAL = 410.4

I, DT(I)
1      -1.804689E-02
2      -1.375333E-02
3      -1.186793E-02
4      -1.375334E-02
5      -0.180469
DELF12 = 2.862372E-03 DELF23 = 1.256935E-03
DELF13 = 2.059654E-03
IECPS31
ok
    
```

Fig. III.14 Reacciones en el suelo, hundimientos y elementos mecánicos en los nudos para el caso 2, proporcionados por el programa.

De la figura III.14, se da paso a la elaboración tanto el diagrama de giros y desplazamientos (fig. III.15) y el diagrama de reacciones del suelo a lo largo de la zapata (fig. III.16).

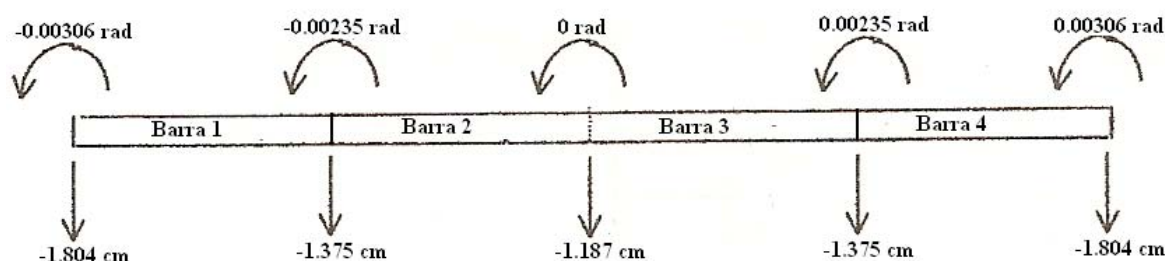


Fig. III.15 Diagrama de giros y asentamientos en los nudos, caso 2.

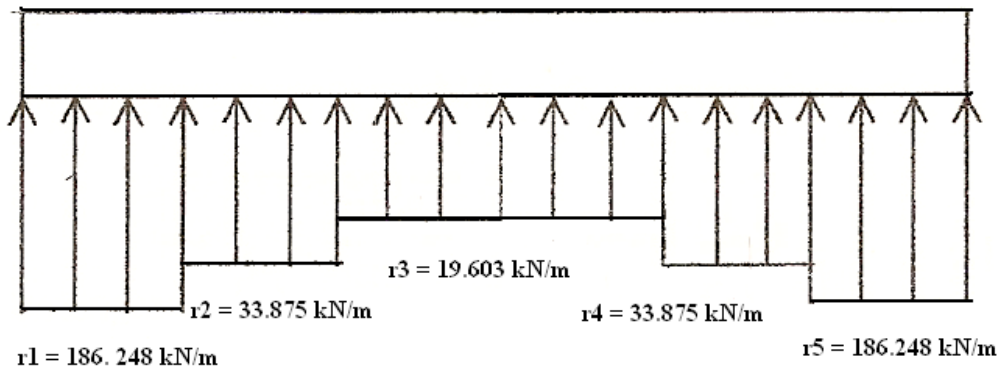


Fig. III.16 Diagrama de reacciones en el suelo a lo largo de la zapata, caso 2.

III.1.2 Elementos mecánicos a lo largo de la zapata, muro de carga apoyado en la zapata.

III.1.2.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la zapata.

El análisis estructural se lleva a cabo mediante la obtención de la variación de la fuerza cortante y del momento flexionante a lo largo de la barra m (fig. III.17).

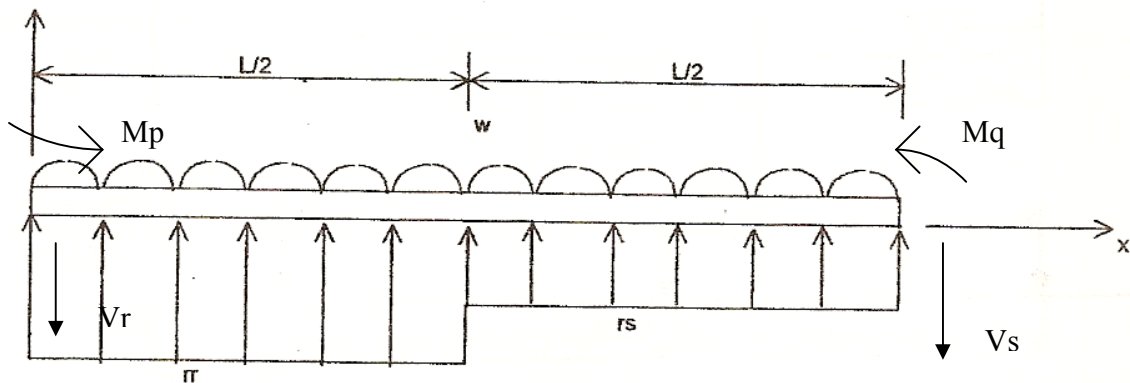


Fig. III.17 Barra de cimentación m , donde se muestran los elementos mecánicos actuantes en dicha barra.

La figura III.17, es el punto de partida para la formulación de las ecuaciones de fuerza cortante y momento flexionante en función de la distancia x , por lo que es posible obtener las ecuaciones siguientes:

Para $x \leq L/2$, se tiene:

$$V(x) = -V_r + (r_r - \omega)x \quad (\text{III.1})$$

$$M(x) = -M_p - V_r x + \frac{(r_r - \omega)x^2}{2} \quad (\text{III.2})$$

Para $x > L/2$, se tiene:

$$V(x) = -V_r + (r_r - \omega)\frac{L}{2} + (r_s - \omega)\left(x - \frac{L}{2}\right) \quad (\text{III.3})$$

$$M(x) = -M_p - V_r x + (r_r - \omega)\left(x - \frac{L}{4}\right)\left(\frac{L}{2}\right) - \frac{(r_s - \omega)\left(x - \frac{L}{2}\right)^2}{2} \quad (\text{III.4})$$

Las ecuaciones III.1, III.2, III.3 y III.4 permiten obtener la variación de la fuerza cortante y el momento flexionante a lo largo de la zapata. Los valores de V_r , M_p , r_r y r_s se obtienen, para el caso de análisis 1, de la figura III.11, según la barra a analizar. El cálculo de los elementos mecánicos, para el caso 1, se muestra en la tabla III.7.

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
1	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	0.00	0.000	0.000
	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	0.15	-9.742	-0.731
	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	0.30	-19.484	-2.923
	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	0.45	-29.227	-6.576
	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	0.60	-38.969	-11.691
	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	0.75	-48.711	-18.267
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M(kN·m)
1	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	0.75	-48.711	-18.267
	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	0.90	-53.970	-25.968
	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	1.05	-59.229	-34.458
	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	1.20	-64.488	-43.737
	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	1.35	-69.747	-53.804
	68.400	0.000	3.452	-75.007	33.340	0.000	1.50	-75.006	-64.661

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
2	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	0.00	-75.006	-64.661
	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	0.15	-80.265	-76.306
	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	0.30	-85.524	-88.741
	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	0.45	-90.783	-101.964
	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	0.60	-96.042	-115.976
	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	0.75	-101.301	-130.776

Tabla III.7 Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
2	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	0.75	-101.301	-130.776
	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	0.90	-81.041	-144.452
	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	1.05	-60.780	-155.088
	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	1.20	-40.520	-162.686
	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	1.35	-20.260	-167.244
	68.400	75.006	33.340	0.000	203.469	64.661	1.50	0.001	-168.764

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
3	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	0.00	0.000	-168.764
	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	0.15	20.260	-167.244
	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	0.30	40.521	-162.686
	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	0.45	60.781	-155.088
	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	0.60	81.041	-144.451
	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	0.75	101.302	-130.776

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M(kN·m)
3	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	0.75	101.302	-130.776
	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	0.90	96.043	-115.975
	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	1.05	90.784	-101.963
	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	1.20	85.525	-88.740
	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	1.35	80.266	-76.306
	68.400	0.000	203.469	75.005	33.340	168.764	1.50	75.006	-64.660

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
4	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	0.00	75.007	-64.661
	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	0.15	69.748	-53.805
	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	0.30	64.489	-43.737
	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	0.45	59.230	-34.458
	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	0.60	53.971	-25.968
	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	0.75	48.712	-18.267

Tabla III.7 (continuación). Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M (kN·m)
4	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	0.75	48.712	-18.266
	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	0.90	38.970	-11.690
	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	1.05	29.228	-6.575
	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	1.20	19.485	-2.922
	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	1.35	9.743	-0.730
	68.400	-75.007	33.340	0.000	3.452	64.661	1.50	0.001	0.001

Tabla III.7 (continuación). Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Los valores mostrados en la tabla III.7, permiten la elaboración de los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante, a lo largo de la zapata. Las figuras III.18 y III.19 muestran el diagrama de fuerza cortante y momento flexionante, respectivamente, para el caso 1.

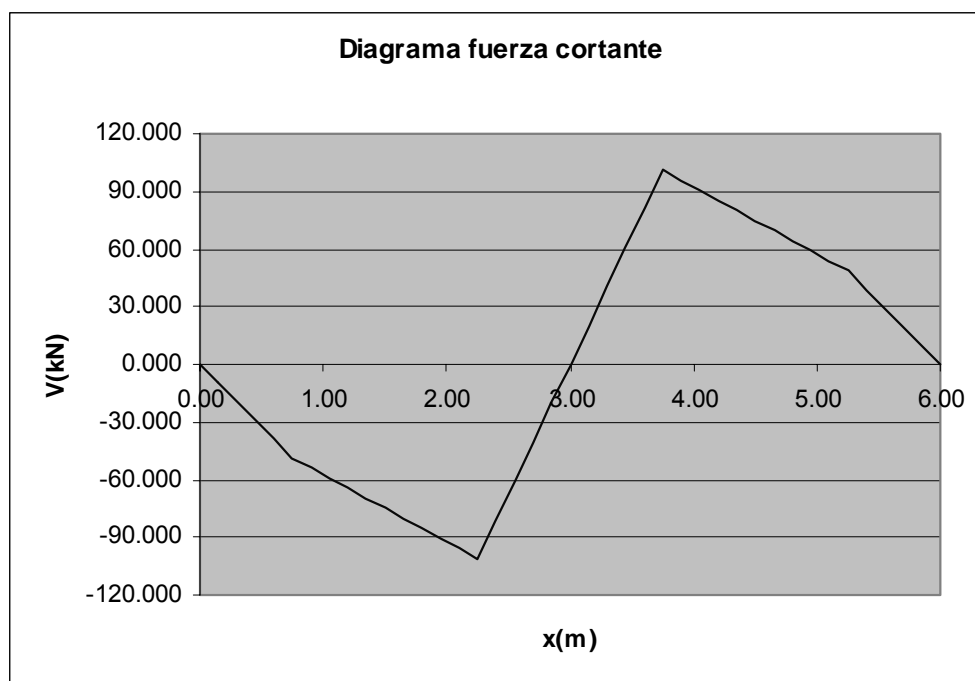


Fig. III.18 Diagrama de fuerza cortante a lo largo de la zapata, caso 1.

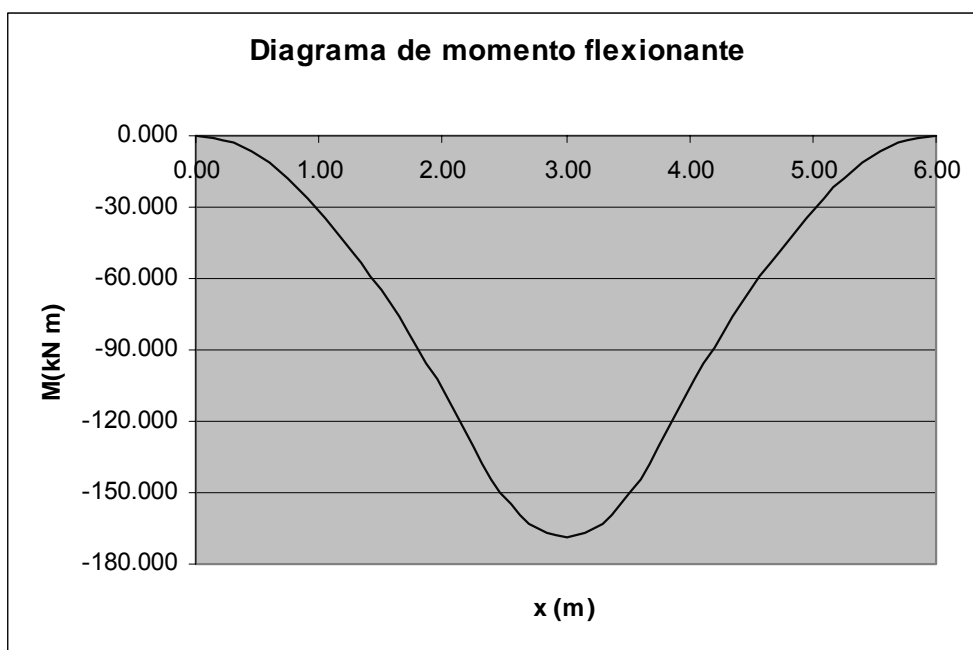


Fig. III.19 Diagrama de momento flexionante a lo largo de la zapata, caso 1.

III.1.2.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.

En base a las ecuaciones III.1, III.2, III.3. y III.4, es posible determinar la variación de la fuerza cortante y del momento flexionante a lo largo de la zapata, tal y como se hizo en el punto III.1.2.1. En la tabla III.8 se muestra el cálculo de los elementos mecánicos para cada una de las barras en las cuales se ha dividido la zapata.

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M (kN·m)
1	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	0.00	0.000	0.000
	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	0.15	17.677	1.326
	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	0.30	35.354	5.303
	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	0.45	53.032	11.932
	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	0.60	70.709	21.213
	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	0.75	88.386	33.145

Tabla III.8 Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M (kN·m)
1	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	0.75	88.386	33.145
	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	0.90	83.207	46.014
	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	1.05	78.028	58.107
	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	1.20	72.849	69.423
	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	1.35	67.670	79.962
	68.400	0.000	186.248	62.492	33.874	0.000	1.50	62.491	89.724

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M (kN·m)
2	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	0.00	62.492	89.723
	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	0.15	57.313	98.709
	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	0.30	52.134	106.917
	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	0.45	46.955	114.349
	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	0.60	41.777	121.004
	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	0.75	36.598	126.882

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M (kN·m)
2	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	0.75	36.598	126.882
	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	0.90	29.278	131.823
	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	1.05	21.959	135.665
	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	1.20	14.639	138.410
	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	1.35	7.320	140.057
	68.400	-62.492	33.875	0.000	19.603	-89.723	1.50	0.000	140.606

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M (kN·m)
3	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	0.00	0.000	140.606
	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	0.15	-7.320	140.057
	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	0.30	-14.639	138.410
	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	0.45	-21.959	135.665
	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	0.60	-29.278	131.823
	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	0.75	-36.598	126.882

Tabla III.8 (continuación). Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M (kN·m)
3	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	0.75	-36.598	126.882
	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	0.90	-41.777	121.004
	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	1.05	-46.955	114.349
	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	1.20	-52.134	106.917
	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	1.35	-57.313	98.709
	68.400	0.000	19.603	-62.492	33.875	-140.606	1.50	-62.492	89.723

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M (kN·m)
4	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	0.00	-62.492	89.723
	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	0.15	-67.670	79.961
	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	0.30	-72.849	69.422
	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	0.45	-78.028	58.107
	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	0.60	-83.207	46.014
	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	0.75	-88.386	33.144

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M (kN·m)
4	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	0.75	-88.386	33.144
	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	0.90	-70.708	21.212
	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	1.05	-53.031	11.932
	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	1.20	-35.354	5.303
	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	1.35	-17.677	1.326
	68.400	62.492	33.875	0.000	186.248	-89.723	1.50	0.000	0.000

Tabla III.8 (continuación). Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Los valores de fuerza cortante y momento flexionante que se muestran en la tabla III.8, permiten la elaboración de los diagramas de dichos elementos mecánicos, a lo largo de la zapata. Las figuras III.20 y III.21 muestran el diagrama de fuerza cortante y momento flexionante, respectivamente, para el caso 2.

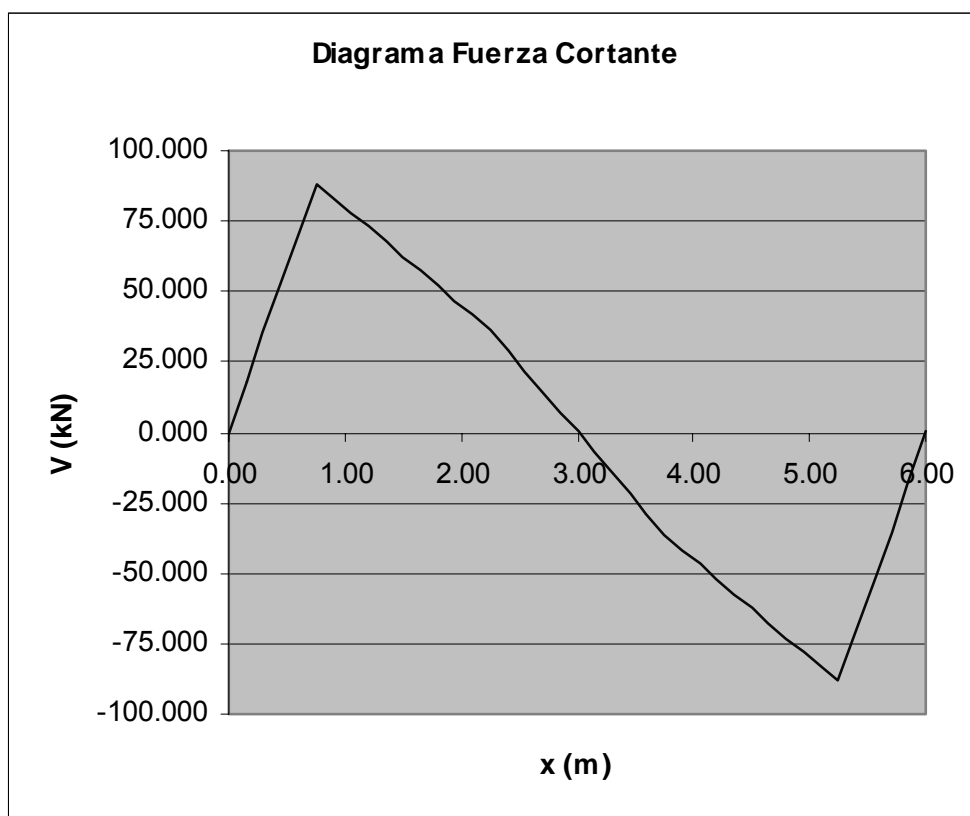


Fig. III.20 Diagrama de fuerza cortante a lo largo de la zapata, caso 2.

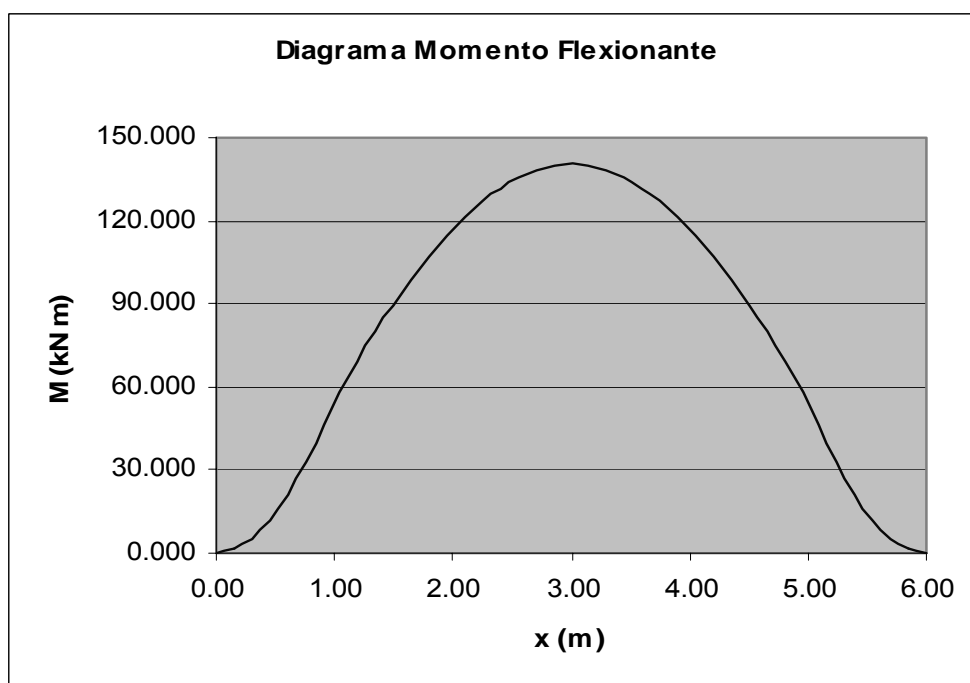


Fig. III.21 Diagrama de momento flexionante a lo largo de la zapata, caso 2.

III.1.3 Diseño estructural.

III.1.3.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la zapata.

En base a los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante (figs. III.18 y III.19) y a las ecuaciones establecidas en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF), se puede realizar el diseño estructural de la contratrabe y de la losa de la zapata.

Para realizar el diseño estructural de la contratrabe de la zapata, se procede a calcular el momento resistente, como se muestra en la tabla III.9.

Cálculo del momento resistente
$M_{\max}(\text{kN}\cdot\text{m}) = 168.764$
$M_R = 1.4 M_{\max} = M_u (\text{kg}\cdot\text{cm}) = 2362696$

Tabla III.9 Cálculo del momento resistente en la contratrabe de la zapata, caso 1.

Es conveniente aumentar el peralte de la contratrabe a 60 cm, debido a que si el cálculo continúa con 40 cm, no es posible calcular el porcentaje de acero p , ya que, al evaluar q , el contenido del radical es un número imaginario. No se requiere realizar el análisis de interacción suelo –estructura nuevamente, ya que los cambios tanto en las reacciones del suelo, como en los giros y desplazamientos de la zapata, no son importantes. La tabla III.10 muestra la cuantía de acero requerida por la contratrabe.

Para $H = 60 \text{ cm}$, Varillas # 8, recubrimiento = 3cm
$f'_c (\text{kg}/\text{cm}^2) = 170$, $f_y (\text{kg}/\text{cm}^2) = 4200$
$d = H - [r + (\phi/2)] = 55.73$
$q = 1 - [1 - (2M_R/F_R b d^2 f'_c)]^{1/2} = 0.2909$
$p = q (f'_c/f_y) = 0.01178$
$A_s (\text{cm}^2) = p b d = 16.41$, Varillas # 8 = 3.2

Tabla III.10 Cálculo del área de acero para la contratrabe, caso 1.

Posteriormente se realiza el cálculo del cortante que resiste el concreto, siguiendo las ecuaciones y condiciones que se muestran en la tabla III.11.

Cálculo del cortante que resiste el concreto
$f'_c = 200 \text{ kg}/\text{cm}^2$, $F_R = 0.8$
$p \leq 0.01$: $V_{cr} = F_R b d (0.2 + 30p)(f'_c)^{1/2}$
$p > 0.01$: $V_{cr} = 0.5 F_R b d (f'_c)^{1/2}$
$V_{cr} (\text{kN}) = 78.814$

Tabla III.11 Cálculo del cortante que resiste el concreto, caso 1.

Enseguida, se realiza el cálculo del cortante último en la sección crítica, la cual se encuentra a una distancia d del paño de la columna, siendo $d = 55.73 \text{ cm}$. La diferencia

entre el cortante último y el cortante que resiste el concreto proporciona el cortante de diseño. El cálculo se muestra en la tabla III.12.

Cálculo del cortante último en la sección crítica a una distancia d del paño del muro
$V \text{ (kN)} = -V_r + (r_r - \omega)x = -19.53894$
$V_u = 1.4 V_d \text{ (kN)} = 27.355$
$V_s \text{ (kN)} = V_u - V_{cr} = -51.460$
$V_s \text{ (kg)} = -5145.96$

Tabla III.12 Cálculo del cortante último y el cortante de diseño, caso 1.

Por último se calcula la separación entre estribos, según la expresión que se muestra en la tabla III.13.

Cálculo de la separación entre estribos
Estribos # 3, $a_s = 0.71 \text{ cm}^2$, 2 barras
$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$, $F_R = 0.8$
$s \text{ (cm)} = A_v f_y d F_R / V_s = -51.67$

Tabla III.13 Cálculo de la separación de estribos, caso 1.

Como se puede ver en la tabla III.13, la separación entre estribos no tiene sentido alguno, esto es debido al valor tan pequeño que tiene el cortante último, por lo que teóricamente no se requieren estribos. Por lo tanto la separación de estribos quedará definida como:

$$s = \frac{d}{2} \quad (\text{III.5})$$

Según la ecuación III.5, la separación de estribos será $s = 55.73 / 2 = 27.86 \text{ cm}$, se usará $s = 30 \text{ cm}$.

Por lo que el diseño de la contratrabe será como se muestra en las figuras III.22 y III.23.

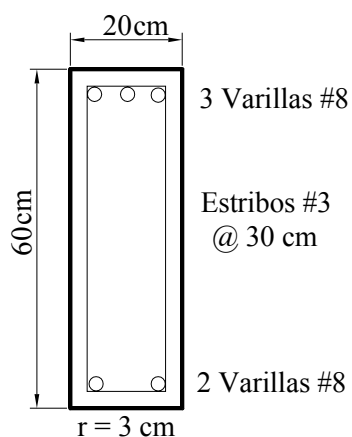


Fig. III.22 Diseño transversal de la contratrabe de la zapata, caso 1.

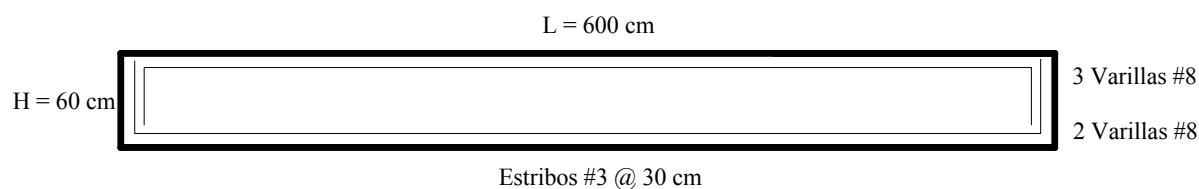


Fig. III.23 Diseño longitudinal de la contratrabe de la zapata, caso 1.

A continuación se llevan a cabo los cálculos de la cuantía de refuerzo necesario y el diseño estructural de la losa de la zapata, según los cálculos mostrados en la tabla III.14. Cabe aclarar que, según el RCDF, se deben cumplir las desigualdades mostradas en la tabla III.14, considerando a la zapata como un elemento ancho.

Diseño de la losa de la zapata con $B = 2.00$ m, $h_1 = 0.25$ m, $h_2 = 0.35$ m
<p>La losa de la zapata se diseñará para F_3 (kPa) = $r_3L/A = 101.735$ Usando varillas del # 4, d (cm) = $h_1 - (r + \phi/2) = 21.37$ La fuerza cortante por ancho unitario vale V (kN) = $(F_3 - h_1\gamma_c - h_2\gamma_s)(L/2 - b_2/2 - d) = 39.025$ V_u (kN) = $1.4 V = 54.635$ El momento vale M (kN·m) = $V(L/2 - b_2/2 - d)/2 = 8.51$</p>
<p>$B \geq 4d$, $4d$ (m) = 0.85 2.00 m > 0.85 m, cumple</p>
<p>$h \leq 60$ cm, cumple</p>
<p>En la sección crítica: $(M / Vd) < 2$, $M / Vd = 1.02$ $1.02 < 2$, cumple</p>
<p>V_{cr} (kN) = $0.5 F_R b d (f'_c)^{1/2} = 120.859$ $V_{cr} > V_u$ 120.859 kN > 54.635 kN</p>
El momento flexionante en la sección crítica por ancho unitario (al paño de la columna) vale:
<p>M (kN·m) = $(r_3 - h_1\gamma_c - h_2\gamma_s)(L/2 - b_2/2)^2(1/2) = 40.384$ $M_R = M_u$ (kg·m) = $1.4 M = 565382.32$ $q = 1 - [1 - (2M_R/F_R b d^2 f'_c)]^{1/2} = 0.085$ $p = q (f'_c/f_y) = 0.0034$, $p_{min} = (0.7/f_y)(f'_c)^{1/2} = 0.00264$ A_s (cm²) = $p b d = 7.31$ s (cm) = $a_s b / A_s = 17.37$</p>

Tabla III.14 Cálculo de la cuantía de refuerzo y de la separación de varillas en la losa de la zapata, caso 1.

Es conveniente colocar acero por temperatura en la parte superior de la losa, debido a que estará en contacto con el terreno y estará sometida a cambios volumétricos. La obtención del acero por temperatura se muestra en la tabla III.15.

Acero por temperatura, $x = h_1/2$, $k = 1.5$, $f_y = 4200$ kg/cm ²
<p>A_s (cm²/m) = $(66000xk)/[f_y(x + 100)] = 2.62$ Usando varillas del # 3, $a_s = 0.71$ cm² s (cm) = $(a_s b) / A_s = 27.11$</p>

Tabla III.15 Cálculo del acero por temperatura, caso 1.

El diseño estructural de la losa y la contratrabe de la zapata queda definido por la figura III.24.

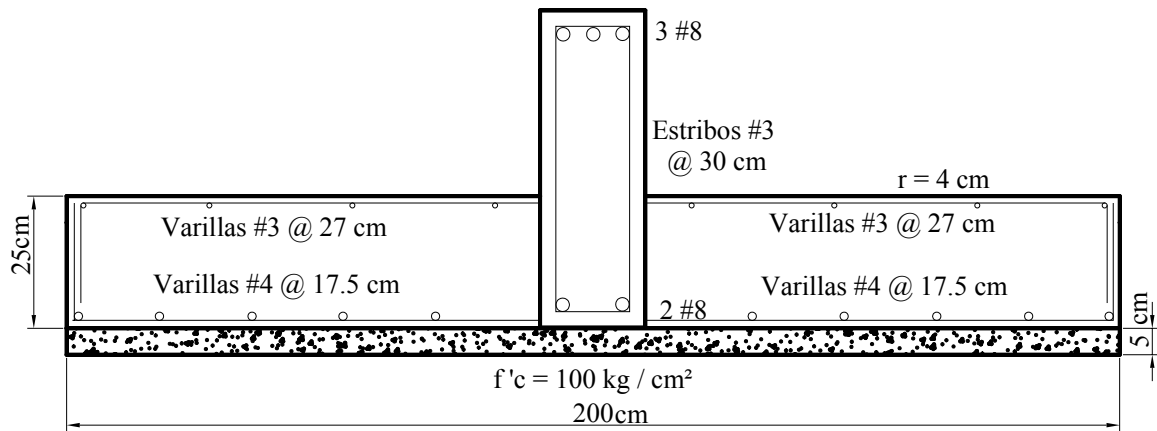


Fig. III.24 Diseño estructural de la losa y contratrabe de la zapata, caso 1.

III.1.3.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.

En base a los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante (figs. III.20 y III.21) y a las ecuaciones establecidas en el RCDF, se puede realizar el diseño estructural de la contratrabe y de la losa de la zapata.

Para realizar el diseño estructural de la contratrabe de la zapata, se calcula el momento resistente, como se muestra en la tabla III.16.

Cálculo del momento resistente
$M_{\max}(\text{kN}\cdot\text{m}) = 140.606$
$M_R = 1.4 M_{\max} = M_u (\text{kg}\cdot\text{cm}) = 1968484$

Tabla III.16 Cálculo del momento resistente en la contratrabe de la zapata, caso 2.

Como ya se mencionó, es conveniente cambiar el peralte de la contratrabe de 40 a 60 cm, por lo que la cuantía de refuerzo y el número de varillas requeridas por la contratrabe, para las características geométricas ya mencionadas, y los elementos mecánicos obtenidos en la tabla III.16, quedan definidos en la tabla III.17.

Para H = 60 cm, Varillas # 8, recubrimiento = 3 cm
f'_c (kg/cm ²) = 170, f_y (kg/cm ²) = 4200
$d = H - [r + (\phi/2)] = 55.73$ $q = 1 - [1 - (2M_R/F_Rbd^2f'_c)]^{1/2} = 0.2347$ $p = q (f'_c/f_y) = 0.00950$ A_s (cm ²) = $pbd = 13.23$, Varillas # 8 = 2.6

Tabla III.17 Cálculo del área de acero para la contratrabe, caso 2.

Se procede realizando el cálculo del cortante que resiste el concreto, siguiendo las ecuaciones y condiciones que se muestran en la tabla III.18.

Cálculo del cortante que resiste el concreto $f'_c = 200$ kg/cm ² , $F_R = 0.8$	
$p \leq 0.01$:	$V_{cr} = F_Rbd (0.2 + 30p)(f'_c)^{1/2}$
$p > 0.01$:	$V_{cr} = 0.5 F_Rbd (f'_c)^{1/2}$
V_{cr} (kN) = 61.152	

Tabla III.18. Cálculo del cortante último y el cortante de diseño, caso 2.

Posteriormente, se realiza el cálculo del cortante último en la sección crítica, la cual se encuentra a una distancia d del paño de la columna, siendo $d = 55.73$ cm. La diferencia entre el cortante último y el cortante que resiste el concreto proporciona el cortante de diseño. El cálculo se muestra en la tabla III.19.

Cálculo del cortante último en la sección crítica a una distancia d del paño del muro	
V_d (kN) = $-V_r + (r_r - \omega)x = 65.67675$	
$V_u = 1.4 V_d$ (kN) = 91.947	
V_s (kN) = $V_u - V_{cr} = 30.795$	
V_s (kg) = 3079.52	

Tabla III.19 Cálculo del cortante último y el cortante de diseño, caso 2.

Por último se calcula la separación entre estribos, según la expresión que se muestra en la tabla III.20.

Cálculo de la separación entre estribos	
Estribos # 3, $a_s = 0.71$ cm ² , 2 barras	
$f_y = 4200$ kg/cm ² , $F_R = 0.8$	
s (cm) = $A_v f_y d F_R / V_s = 86.34$	

Tabla III.20 Cálculo de la separación de estribos, caso 2.

Como se puede ver en la tabla III.20, la separación entre estribos no tiene sentido alguno, ya que teóricamente no se requieren estribos, esto es debido al valor tan pequeño que tiene el cortante último. Por lo tanto la separación de estribos quedará definida, según la ecuación III.5 como:

$$s = \frac{d}{2}$$

Según la ecuación III.5, la separación de estribos será $s = 55.73 / 2 = 27.86 \text{ cm}$, se usará $s = 30 \text{ cm}$.

Por lo tanto, el diseño de la contratrabe será como se muestra en las figuras III.25 y III.26.

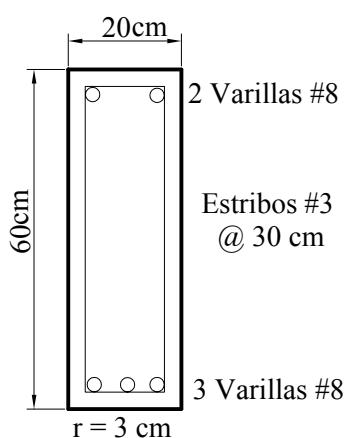


Fig. III.25 Diseño transversal de la contratrabe de la zapata, caso 2.

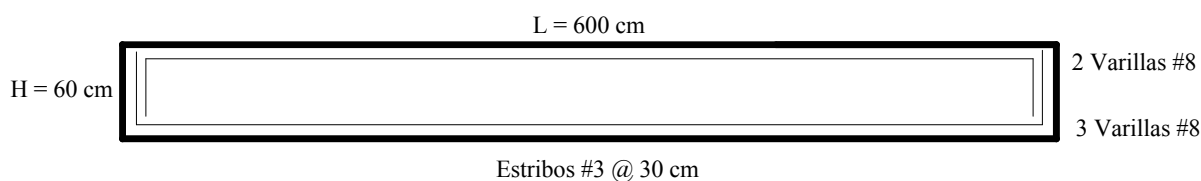


Fig. III.26 Diseño longitudinal de la contratrabe de la zapata, caso 2.

Enseguida se calcula la cuantía de refuerzo necesario y el diseño estructural de la losa de la zapata, según los cálculos mostrados en la tabla III.21.

Cabe aclarar que, según el RCDF, se deben cumplir las desigualdades mostradas en la tabla III.21, considerando a la zapata como un elemento ancho.

Diseño de la losa de la zapata con $B = 2.00$ m, $h_1 = 0.25$ m, $h_2 = 0.35$ m
<p>La losa de la zapata se diseñará para F_3 (kPa) = $r_3L/A = 93.124$ Usando varillas del # 4, d (cm) = $h_1 - (r + \phi/2) = 21.37$ La fuerza cortante por ancho unitario vale V (kN) = $(F_3 - h_1\gamma_c - h_2\gamma_s)(L/2 - b_2/2 - d) = 35.268$ V_u (kN) = $1.4 V = 49.375$ El momento vale M (kN·m) = $V(L/2 - b_2/2 - d)/2 = 7.69$</p>
<p>$B \geq 4d$, $4d$ (m) = 0.85 2.00 m > 0.85 m, cumple</p>
<p>$h \leq 60$ cm, cumple</p>
<p>En la sección crítica: $(M / Vd) < 2$, $M / Vd = 1.02$ $1.02 < 2$, cumple</p>
<p>V_{cr} (kN) = $0.5 F_Rbd (f'_c)^{1/2} = 120.859$ $V_{cr} > V_u$ 120.859 kN > 49.375 kN</p>
El momento flexionante en la sección crítica por ancho unitario (al paño del muro) vale:
<p>M (kN·m) = $(r_3 - h_1\gamma_c - h_2\gamma_s)(L/2 - b_2/2)^2(1/2) = 1.543$ $M_R = M_u$ (kg·m) = $1.4 M = 21598.36$ $q = 1 - [1 - (2M_R/F_Rbd^2f'_c)]^{1/2} = 0.003$ $p = q (f'_c/f_y) = 0.0001$, $p_{min} = (0.7/f_y)(f'_c)^{1/2} = 0.00264$ A_s (cm²) = $p_{min}bd = 5.63$ s (cm) = $a_s b / A_s = 22.56$</p>

Tabla III.21 Cálculo de la cuantía de refuerzo y de la separación de varillas en la losa de la zapata, caso 2.

Como ya se menciona, es conveniente colocar acero por temperatura en la parte superior de la losa. La obtención del acero por temperatura se muestra en la tabla III.22.

Acero por temperatura, $x = h_1/2$, $k = 1.5$, $f_y = 4200$ kg/cm ²
<p>A_s (cm²/m) = $(66000xk)/[f_y(x + 100)] = 2.62$ Usando varillas del # 3, $a_s = 0.71$ cm² s (cm) = $(a_s b) / A_s = 27.11$</p>

Tabla III.22 Cálculo del acero por temperatura, caso 2.

El diseño estructural de la losa y la contratrabe de la zapata queda definido por la figura III.27.

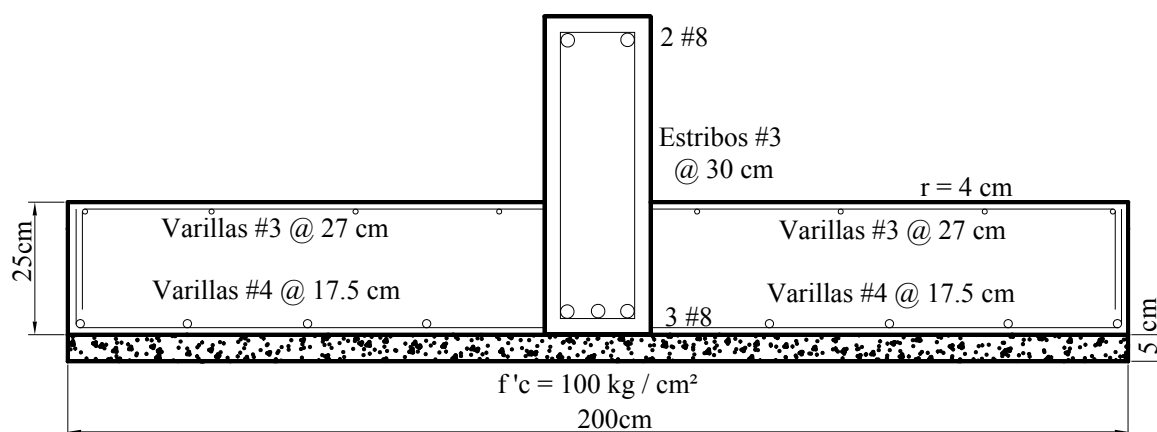


Fig. III.27 Diseño estructural de la losa y contratrabe de la zapata, caso 2.

III.2 Análisis de la zapata corrida con cargas puntuales a los extremos y al centro de la zapata.

III.2.1 Cálculo de las deformaciones y reacciones del suelo.

III.2.1.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la zapata.

Como se mencionó anteriormente, el cálculo de las deformaciones en el suelo se lleva a cabo con ayuda del programa descrito, por lo que se debe calcular nuevamente la carga distribuida en la zapata (la cual se verá disminuida notablemente debida a la ausencia del muro de carga) y el momento de inercia de ésta, basados en la figura III.10.

La tabla III.23 muestra el cálculo tanto del momento de inercia como del la carga distribuida ω , a lo largo de la zapata.

CASO 3									
$\omega_{zapata} = 12.480$									
FIGUR A	b (m)	h (m)	y (m)	A (m ²)	Ay (m ³)	(y- \bar{y}) ² (m ²)	A(y- \bar{y}) ² (m ⁴)	I (m ⁴)	A+I (m ⁴)
1	2.00	0.200	0.075	0.4000	0.0300	0.00223	0.000895	0.0013	0.00222
	0	0	0			7			
2	0.30	0.400	0.325	0.1200	0.0390	0.04108	0.004931	0.0016	1
	0	0	0			9			
				$\Sigma A = 0.5200$	$\Sigma Ay = 0.0690$				
				$\bar{y} = \Sigma Ay / \Sigma A = 0.132692$					
						$I_T = \Sigma I + \Sigma AI = 0.008759$			

Tabla III.23 Cálculo del momento de inercia, y de la carga distribuida ω .

Al obtener el momento de inercia total y el valor de la carga distribuida, es posible obtener las reacciones del suelo, los hundimientos y los elementos mecánicos en los nudos, con ayuda del programa mencionado.

Para el caso 3, se obtuvieron los resultados mostrados en la figura III.28.

```

GRADO DE LIBERTAD, REACCION HASTA N =      5      , GIROS LOS SIGUIENTES
1      262.4687  2      140.1188  3      307.2143  4      140.1188  5
262.4689  6      3.458538E-03  7      2.10863E-03  8
1.657295E-10  9      -2.108631E-03  10
NUDO, HUNDIMIENTO DEL NUDO
1      -1.524839E-03  2      -5.960902E-03  3
-7.466298E-03  4      -5.960901E-03  5      -1.524833E-03
BARRA, GRADO DE LIBERTAD, MOMENTO O CORTANTE EN EL NUDO
1      6      -4.844666E-04  7
-278.1721  1      349.9996  2      -66.77891
11      0      12      0
2      7      278.1716  8      -187.7542
2      66.78125  3      249.9989  11
0      12      0
3      8      187.7545  9      -278.1716
3      249.9984  4      66.78148  11
0      12      0
4      9      278.173  10      4.463196E-04
4      -66.77952  5      350.0003  11
0      12      0
N =      5
EQUILIBRIO DE FUERZAS VERTICALES
PESO TOTAL =      1274.88
REACCION TOTAL =      1274.881

I, DT(I)
1      -1.524839E-03
2      -5.960902E-03
3      -7.466298E-03
4      -5.960901E-03
5      -1.524833E-03
DELF12 =      2.957375E-03      DELF23 =      1.003598E-03
DELF13 =      1.980486E-03
IECPS31
Ok
    
```

Fig. III.28 Reacciones en el suelo, hundimientos y elementos mecánicos en los nudos para el caso 3, proporcionados por el programa.

Los valores mostrados figura III.28 permiten la elaboración de los diagramas de giros y asentamientos en cada uno de los nudos, así como el diagrama de las reacciones en el suelo, mostrados en las figuras III.29 y III.30 respectivamente.

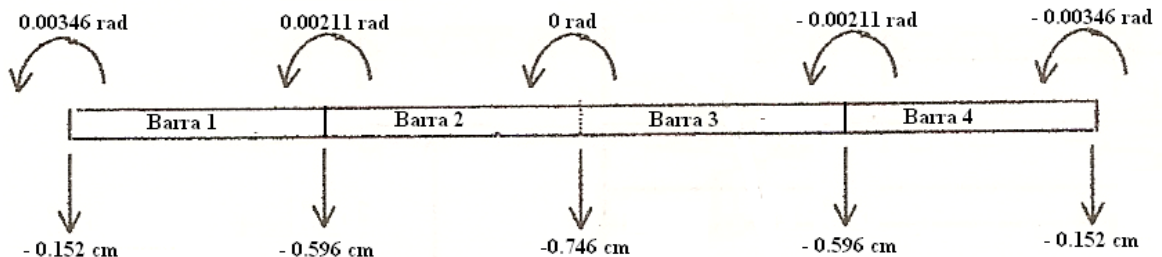


Fig. III.29 Diagrama de giros y asentamientos en los nudos, caso 3.

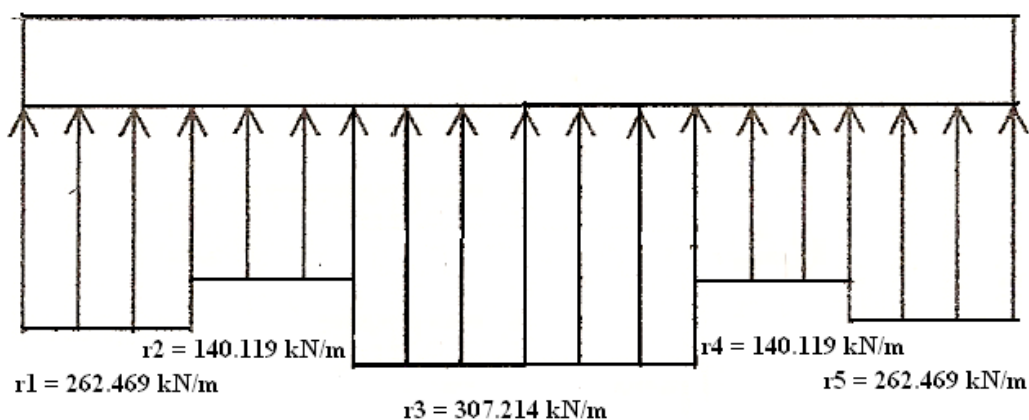


Fig. III.30 Diagrama de reacciones en el suelo a lo largo de la zapata, caso 3.

III.2.1.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.

En base a la figura III.10, se calcula el momento de inercia y la carga distribuida ω a lo largo de la zapata, los resultados se muestran en la tabla III.24.

CASO 4									
$\omega_{zapata} = 12.480$									
FIGUR A	b (m)	h (m)	y (m)	A (m ²)	Ay (m ³)	$(y-\bar{y})^2$ (m ²)	$A(y-\bar{y})^2$ (m ⁴)	I (m ⁴)	A+I (m ⁴)
1	2.00	0.200	0.075	0.4000	0.0300	0.00223	0.000895	0.0013	0.00222
	0	0	0			7			
2	0.30	0.400	0.325	0.1200	0.0390	0.04108	0.004931	0.0016	0.00653
	0	0	0			9			
				$\Sigma A =$ 0.5200	$\Sigma Ay =$ 0.0690				$I_T = \Sigma I + \Sigma AI =$ 0.008759
				$\bar{y} = \Sigma Ay / \Sigma A = 0.132692$					

Tabla III.24 Cálculo del momento de inercia, y de la carga distribuida ω .

Debido que los valores de expansión inicial que el programa requiere, serán los valores mostrados en la tabla III.4, implica que los giros, desplazamientos y reacciones en los nudos no serán los mismos que los mostrados en la figura III.28. Los valores obtenidos para el caso 4 se muestran en la figura III.31.


```

GRADO DE LIBERTAD, REACCION HASTA N =      5      , GIROS LOS SIGUIENTES
1      817.7214 2      3.299394 3      25.60088 4      3.299404 5
817.721 6      -2.59955E-03 7      -2.589568E-03 8
0 9      2.589571E-03 10      2.599556E-03
NUDO, HUNDIMIENTO DEL NUDO
1      -1.585458E-02 2      -1.176053E-02 3
-9.465432E-03 4      -1.176053E-02 5      -1.585459E-02
BARRA, GRADO DE LIBERTAD, MOMENTO O CORTANTE EN EL NUDO
1      6      -1.154691E-03 7
151.8406 1      349.9988 2      247.0461
11 0 12 0
2 7 -151.8404 8 518.3513
2 -247.0451 3 250.0001 11
0 12 0
3 8 -518.3513 9 151.8404
3 250.0001 4 -247.0451 11
0 12 0
4 9 -151.8406 10 2.090454E-03
4 247.0456 5 350.001 11
0 12 0
N = 5
EQUILIBRIO DE FUERZAS VERTICALES
PESO TOTAL = 1274.88
REACCION TOTAL = 1274.881
I, DT(I)
1 -1.585458E-02
2 -1.176053E-02
3 -9.465432E-03
4 -1.176053E-02
5 -1.585459E-02
DELF12 = 2.729369E-03 DELF23 = 1.530062E-03
DELF13 = 2.129716E-03
IECPS31
Ok
    
```

Fig. III.31 Reacciones en el suelo, hundimientos y elementos mecánicos en los nudos para el caso 4, proporcionados por el programa.

De la figura III.31, es posible elaborar tanto el diagrama de giros y desplazamientos (fig. III.32) y el diagrama de reacciones del suelo a lo largo de la zapata (fig. III.33).

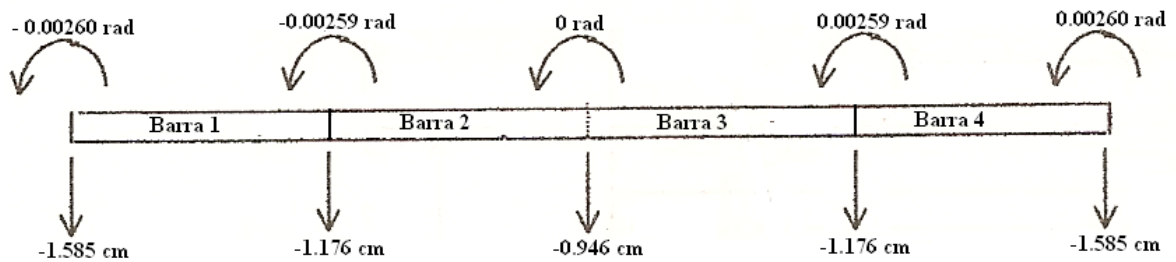


Fig. III.32 Diagrama de giros y asentamientos en los nudos, caso 4.

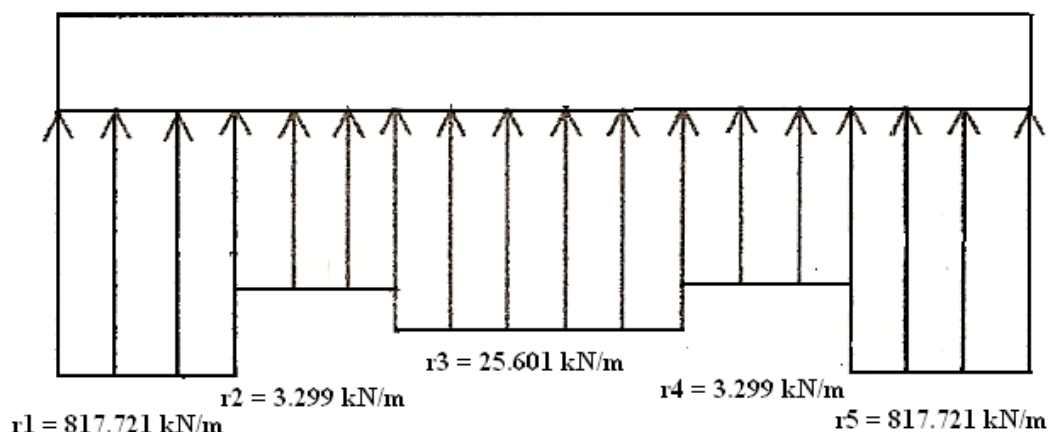


Fig. III.33 Diagrama de reacciones en el suelo a lo largo de la zapata, caso 4.

III.2.2 Elementos mecánicos a lo largo de la zapata, con cargas puntuales sobre ésta.

III.2.2.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la zapata.

El análisis estructural, como se vio anteriormente, se lleva a cabo mediante la obtención de la variación de la fuerza cortante y del momento flexionante a lo largo de la barra m , según la figura III.17.

Las ecuaciones III.1, III.2, III.3 y III.4, ya obtenidas, permiten obtener la variación de la fuerza cortante y el momento flexionante a lo largo de la zapata. Los valores de V_r , M_p , r_r y r_s se obtienen, según el caso de análisis. Para el caso 3, los elementos mecánicos necesarios para el desarrollo del análisis estructural se obtienen de la figura III.28. El cálculo de los elementos mecánicos, para el caso 3, se muestra en la tabla III.25

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x (m)	V (kN)	M (kN·m)
1	12.480	350.000	262.469	0.000	0.000	0.000	0.00	-350.000	0.000
	12.480	350.000	262.469	0.000	0.000	0.000	0.15	-312.502	-49.688
	12.480	350.000	262.469	0.000	0.000	0.000	0.30	-275.003	-93.751
	12.480	350.000	262.469	0.000	0.000	0.000	0.45	-237.505	-132.189
	12.480	350.000	262.469	0.000	0.000	0.000	0.60	-200.007	-165.002
	12.480	350.000	262.469	0.000	0.000	0.000	0.75	-162.508	-192.191

Tabla III.25 Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
1	12.480	350.000	262.469	-66.779	140.119	0.000	0.75	-162.508	-192.191
	12.480	350.000	262.469	-66.779	140.119	0.000	0.90	-143.363	-215.131
	12.480	350.000	262.469	-66.779	140.119	0.000	1.05	-124.217	-235.199
	12.480	350.000	262.469	-66.779	140.119	0.000	1.20	-105.071	-252.396
	12.480	350.000	262.469	-66.779	140.119	0.000	1.35	-85.925	-266.721
	12.480	350.000	262.469	-66.779	140.119	0.000	1.50	-66.779	-278.174

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
2	12.480	66.781	140.119	0.000	307.214	278.172	0.00	-66.781	-278.172
	12.480	66.781	140.119	0.000	307.214	278.172	0.15	-47.635	-286.753
	12.480	66.781	140.119	0.000	307.214	278.172	0.30	-28.490	-292.462
	12.480	66.781	140.119	0.000	307.214	278.172	0.45	-9.344	-295.300
	12.480	66.781	140.119	0.000	307.214	278.172	0.60	9.802	-295.265
	12.480	66.781	140.119	0.000	307.214	278.172	0.75	28.948	-292.359

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
2	12.480	66.781	140.119	250.000	307.214	278.172	0.75	28.948	-292.359
	12.480	66.781	140.119	250.000	307.214	278.172	0.90	73.158	-284.701
	12.480	66.781	140.119	250.000	307.214	278.172	1.05	117.368	-270.412
	12.480	66.781	140.119	250.000	307.214	278.172	1.20	161.578	-249.491
	12.480	66.781	140.119	250.000	307.214	278.172	1.35	205.788	-221.938
	12.480	66.781	140.119	250.000	307.214	278.172	1.50	249.999	-187.754

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
3	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	0.00	-250.000	-187.755
	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	0.15	-205.790	-221.939
	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	0.30	-161.580	-249.491
	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	0.45	-117.370	-270.413
	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	0.60	-73.160	-284.702
	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	0.75	-28.950	-292.361

Tabla III.25 (continuación). Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
3	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	0.75	-28.950	-292.361
	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	0.90	-9.804	-295.267
	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	1.05	9.342	-295.302
	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	1.20	28.488	-292.464
	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	1.35	47.634	-286.755
	12.480	250.000	307.214	66.784	140.119	187.755	1.50	66.780	-278.174

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
4	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	0.00	66.780	-278.173
	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	0.15	85.925	-266.720
	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	0.30	105.071	-252.395
	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	0.45	124.217	-235.199
	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	0.60	143.363	-215.130
	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	0.75	162.509	-192.190

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
4	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	0.75	162.509	-192.190
	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	0.90	200.007	-165.001
	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	1.05	237.505	-132.188
	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	1.20	275.004	-93.750
	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	1.35	312.502	-49.687
	12.480	-66.780	140.119	350.000	262.469	278.173	1.50	350.000	0.001

Tabla III.25 (continuación). Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Los valores mostrados en la tabla III.25, permiten el trazo de los diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante, a lo largo de la zapata. Las figuras III.34 y III.35 muestran el diagrama de fuerza cortante y momento flexionante, respectivamente, para el caso 1.

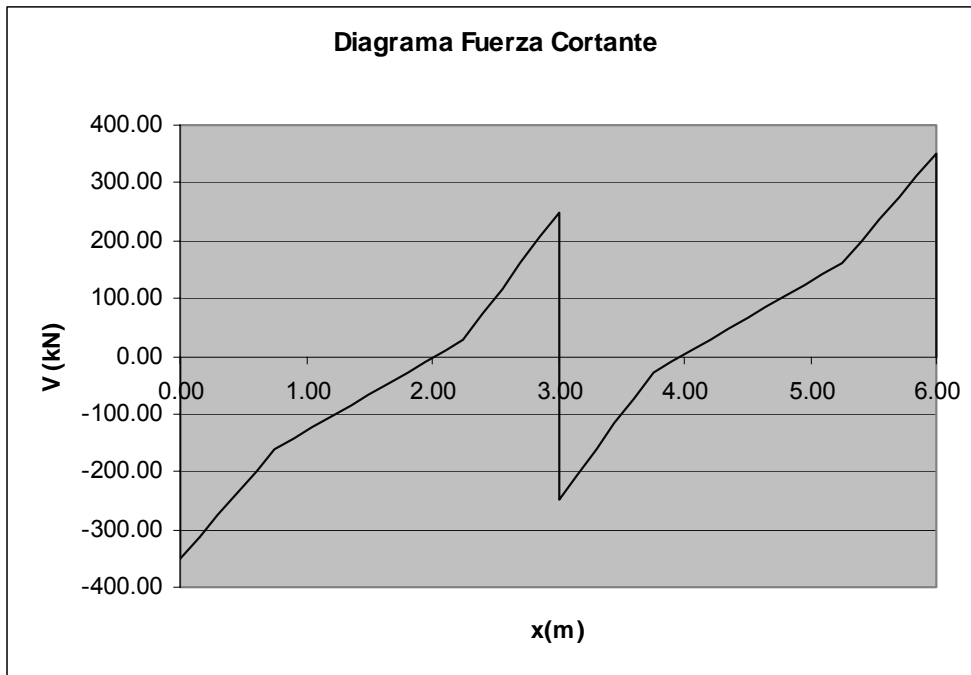


Fig. III.34 Diagrama de fuerza cortante a lo largo de la zapata, caso 3.

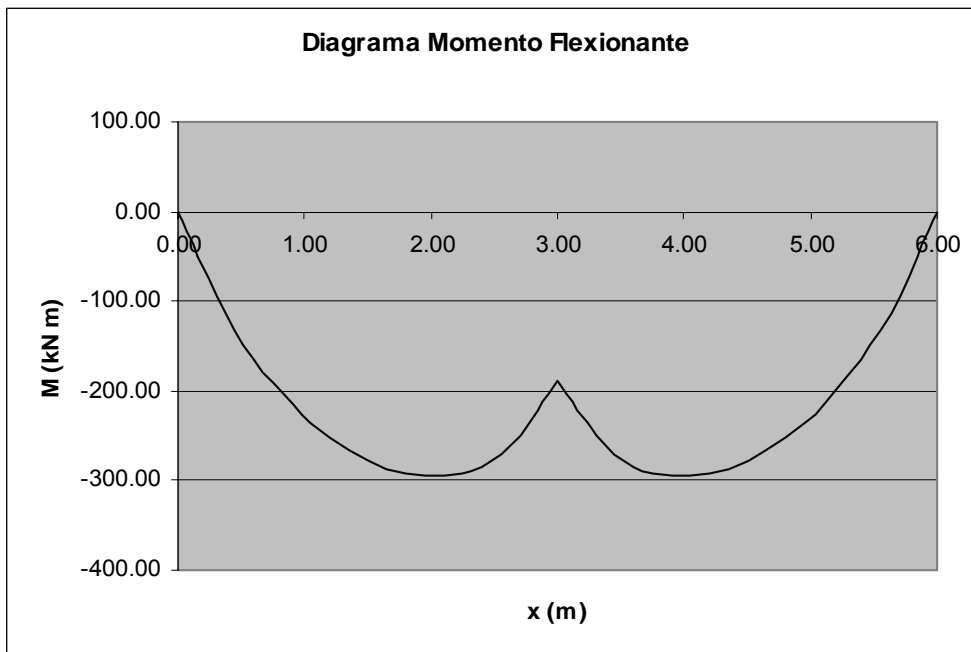


Fig. III.35 Diagrama de momento flexionante a lo largo de la zapata, caso 3.

III.1.2.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.

En base a las ecuaciones III.1, III.2, III.3. y III.4, es posible determinar la variación de la fuerza cortante y del momento flexionante a lo largo de la zapata, tal y como se ha hecho en los casos 1, 2 y 3. En la tabla III.26 se muestra el cálculo de los elementos mecánicos para el caso 4, en cada barra en que se ha dividido la zapata.

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
1	12.480	350.000	817.721	0.000	0.000	0.000	0.00	-350.000	0.000
	12.480	350.000	817.721	0.000	0.000	0.000	0.15	-229.214	-43.441
	12.480	350.000	817.721	0.000	0.000	0.000	0.30	-108.428	-68.764
	12.480	350.000	817.721	0.000	0.000	0.000	0.45	12.359	-75.969
	12.480	350.000	817.721	0.000	0.000	0.000	0.60	133.145	-65.057
	12.480	350.000	817.721	0.000	0.000	0.000	0.75	253.931	-36.026
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
1	12.480	350.000	817.721	247.046	3.299	0.000	0.75	253.931	-36.026
	12.480	350.000	817.721	247.046	3.299	0.000	0.90	252.554	1.961
	12.480	350.000	817.721	247.046	3.299	0.000	1.05	251.177	39.740
	12.480	350.000	817.721	247.046	3.299	0.000	1.20	249.800	77.314
	12.480	350.000	817.721	247.046	3.299	0.000	1.35	248.423	114.680
	12.480	350.000	817.721	247.046	3.299	0.000	1.50	247.046	151.840
Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
2	12.480	-247.045	3.299	0.000	0.000	-151.840	0.00	247.045	151.840
	12.480	-247.045	3.299	0.000	0.000	-151.840	0.15	245.668	188.794
	12.480	-247.045	3.299	0.000	0.000	-151.840	0.30	244.291	225.541
	12.480	-247.045	3.299	0.000	0.000	-151.840	0.45	242.914	262.081
	12.480	-247.045	3.299	0.000	0.000	-151.840	0.60	241.537	298.415
	12.480	-247.045	3.299	0.000	0.000	-151.840	0.75	240.159	334.542

Tabla III.26 Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
2	12.480	-247.045	3.299	250.000	25.601	-151.840	0.75	240.159	334.542
	12.480	-247.045	3.299	250.000	25.601	-151.840	0.90	242.127	370.713
	12.480	-247.045	3.299	250.000	25.601	-151.840	1.05	244.096	407.180
	12.480	-247.045	3.299	250.000	25.601	-151.840	1.20	246.064	443.942
	12.480	-247.045	3.299	250.000	25.601	-151.840	1.35	248.032	480.999
	12.480	-247.045	3.299	250.000	25.601	-151.840	1.50	250.000	518.351

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
3	12.480	250.000	25.601	0.000	0.000	-518.351	0.00	-250.000	518.351
	12.480	250.000	25.601	0.000	0.000	-518.351	0.15	-248.032	480.999
	12.480	250.000	25.601	0.000	0.000	-518.351	0.30	-246.064	443.942
	12.480	250.000	25.601	0.000	0.000	-518.351	0.45	-244.096	407.180
	12.480	250.000	25.601	0.000	0.000	-518.351	0.60	-242.127	370.713
	12.480	250.000	25.601	0.000	0.000	-518.351	0.75	-240.159	334.542

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
3	12.480	250.000	25.601	-247.045	3.299	-518.351	0.75	-240.159	334.541
	12.480	250.000	25.601	-247.045	3.299	-518.351	0.90	-241.536	298.414
	12.480	250.000	25.601	-247.045	3.299	-518.351	1.05	-242.914	262.080
	12.480	250.000	25.601	-247.045	3.299	-518.351	1.20	-244.291	225.540
	12.480	250.000	25.601	-247.045	3.299	-518.351	1.35	-245.668	188.793
	12.480	250.000	25.601	-247.045	3.299	-518.351	1.50	-247.045	151.840

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
4	12.480	247.046	3.299	0.000	0.000	-151.841	0.00	-247.046	151.841
	12.480	247.046	3.299	0.000	0.000	-151.841	0.15	-248.423	114.680
	12.480	247.046	3.299	0.000	0.000	-151.841	0.30	-249.800	77.314
	12.480	247.046	3.299	0.000	0.000	-151.841	0.45	-251.177	39.741
	12.480	247.046	3.299	0.000	0.000	-151.841	0.60	-252.554	1.961
	12.480	247.046	3.299	0.000	0.000	-151.841	0.75	-253.931	-36.026

Tabla III.26 (continuación). Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	ω (kN/m)	V_r (kN)	r_r (kN/m)	V_s (kN)	r_s (kN/m)	M_p (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
4	12.480	247.046	3.299	350.000	817.721	-151.841	0.75	-253.932	-36.026
	12.480	247.046	3.299	350.000	817.721	-151.841	0.90	-133.146	-65.056
	12.480	247.046	3.299	350.000	817.721	-151.841	1.05	-12.359	-75.969
	12.480	247.046	3.299	350.000	817.721	-151.841	1.20	108.427	-68.764
	12.480	247.046	3.299	350.000	817.721	-151.841	1.35	229.213	-43.441
	12.480	247.046	3.299	350.000	817.721	-151.841	1.50	349.999	0.000

Tabla III.26 (continuación). Cálculo de la fuerza cortante y momento flexionante a lo largo de la zapata.

Los valores de fuerza cortante y momento flexionante que se muestran en la tabla III.26, dan paso la elaboración de los diagramas de dichos elementos mecánicos, a lo largo de la zapata. Las figuras III.36 y III.37 muestran el diagrama de fuerza cortante y momento flexionante, respectivamente, para el caso 4.

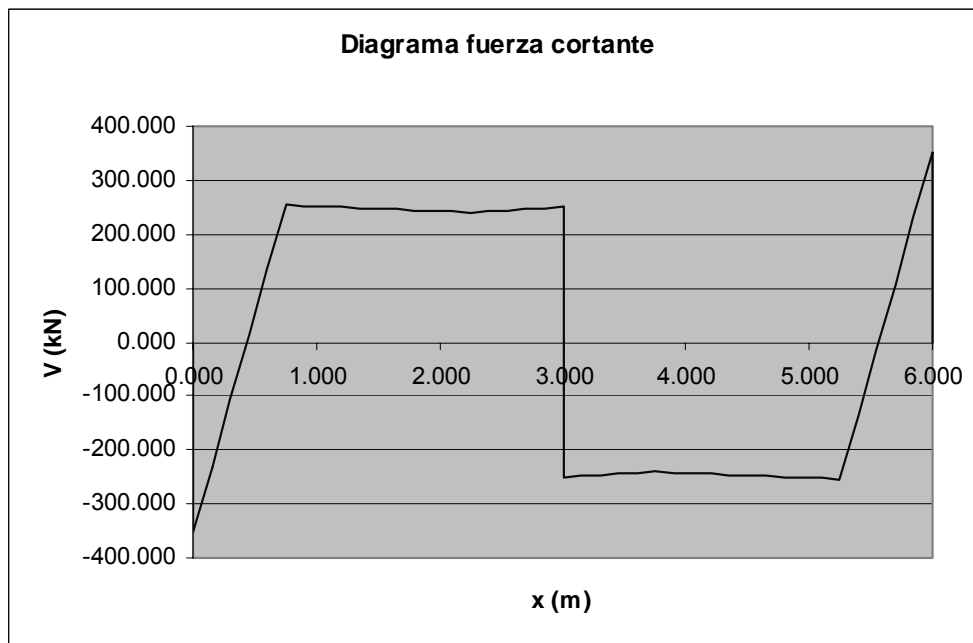


Fig. III.36 Diagrama de fuerza cortante a lo largo de la zapata, caso 4.

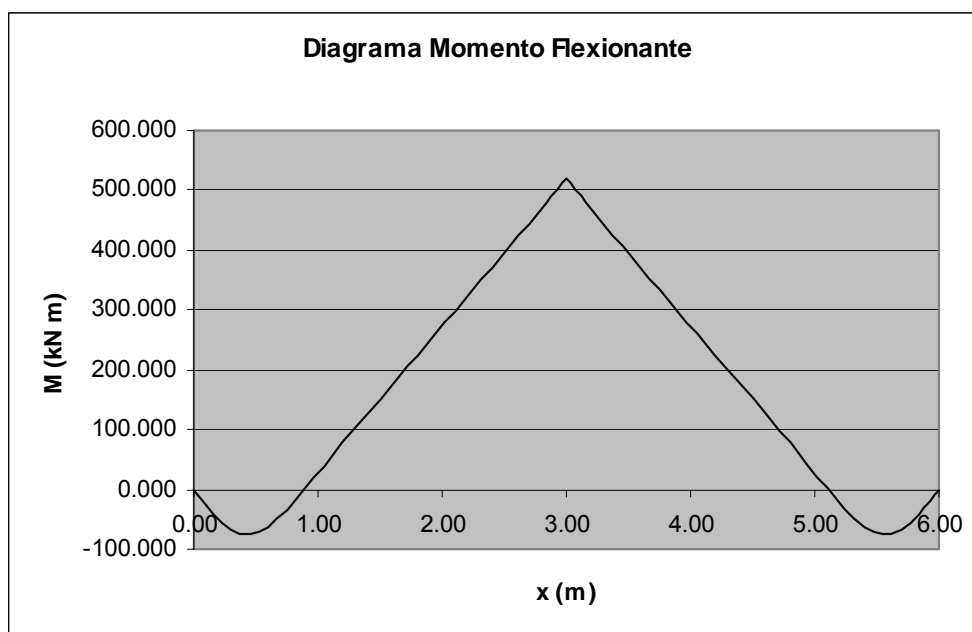


Fig. III.37 Diagrama de momento flexionante a lo largo de la zapata, caso 4.

III.2.3 Diseño estructural.

III.2.3.1 Expansión libre de la arcilla mayor al centro de la zapata.

En base a los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante (figuras III.34 y III.35) y a las ecuaciones establecidas en el RCDF, se puede realizar el diseño estructural de la contratrabe y de la losa de la zapata.

La distancia a la cual se encuentra en momento máximo se calcula según las siguientes ecuaciones:

$x \leq L/2$, se tiene:

$$x = \frac{V_r}{r_r - \omega} \quad (\text{III.6})$$

$x > L/2$, se tiene:

$$x = \left[V_r + (\omega - r_r) \frac{L}{2} \right] \frac{1}{(r_s - \omega)} + \frac{L}{2} \quad (\text{III.7})$$

Para realizar el diseño estructural de la contratrabe de la zapata, se procede a calcular la distancia a la cual se encuentra el momento máximo así como el valor de dicho momento, según la tabla III.27, en base a las ecuaciones III.6 y III.7, y posteriormente se calcula el momento resistente, como se muestra en la tabla III.28.

El momento máximo negativo se presenta en la barra 2 a una distancia x:
$x \text{ (m)} = V_r / (r_r - \omega) = 0.52$
$M \text{ (kN}\cdot\text{m)} = -M_p - V_r x + (r_r - \omega)x^2/2 = -295.642$

Tabla III.27 Cálculo de la distancia a la cual se encuentra el momento máximo, caso 3.

Cálculo del momento resistente negativo
$M_{\max} \text{ (kN}\cdot\text{m)} = 295.642$
$M_R = 1.4 M_{\max} = M_u \text{ (kg}\cdot\text{cm)} = 4138984$

Tabla III.28 Cálculo del momento resistente en la contratrabe de la zapata, caso 3.

Es conveniente aumentar el peralte de la contratrabe a 100 cm, debido a que si el cálculo continúa con 60 cm, no es posible calcular el porcentaje de acero p , ya que, al evaluar q , el contenido del radical es un número imaginario. No se requiere realizar el método de interacción suelo – estructura nuevamente, ya que los cambios tanto en las reacciones del suelo, como en los giros y desplazamientos de la zapata, no son importantes. La tabla III.29 muestra la cuantía de acero requerida por la contratrabe.

Para $H = 100 \text{ cm}$, Varillas # 8
$f'_c \text{ (kg/cm}^2\text{)} = 170$, $f_y \text{ (kg/cm}^2\text{)} = 4200$
$d = H - [r + (\phi/2)] = 95.73$
$q = 1 - [1 - (2M_R/F_R b d^2 f'_c)]^{1/2} = 0.1038$
$p = q (f'_c/f_y) = 0.00420$
$A_s \text{ (cm}^2\text{)} = p b d = 12.06$, Varillas # 8 = 2.38

Tabla III.29 Cálculo del área de acero para la contratrabe, caso 3.

Posteriormente se realiza el cálculo del cortante que resiste el concreto, siguiendo las ecuaciones y condiciones que se muestran en la tabla III.30.

Cálculo del cortante que resiste el concreto	
$f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$, $F_R = 0.8$	
$p \leq 0.01$:	$V_{cr} = F_R b d (0.2 + 30p)(f'_c)^{1/2}$
$p > 0.01$:	$V_{cr} = 0.5 F_R b d (f'_c)^{1/2}$
$V_{cr} \text{ (kN)} = 162.459$	

Tabla III.30 Cálculo del cortante que resiste el concreto, caso 3.

Enseguida, se realiza el cálculo del cortante último en la sección crítica, la cual se encuentra a una distancia d del paño de la columna, siendo $d = 95.73 \text{ cm}$. La diferencia entre el cortante último y el cortante que resiste el concreto proporciona el cortante de diseño. El cálculo se muestra en la tabla III.31.

Cálculo del cortante último en la sección crítica a una distancia d del paño de la columna
$V \text{ (kN)} = -V_r + (r_r - \omega)x = -110.686$
$V_u = 1.4 V_{\max} \text{ (kN)} = 154.960$
$V_s \text{ (kN)} = V_u - V_{cr} = -7.499$
$V_s \text{ (kg)} = -749.91$

Tabla III.31 Cálculo del cortante último y el cortante de diseño, caso 3.

Por último se calcula la separación entre estribos, según la expresión que se muestra en la tabla III.32.

Cálculo de la separación entre estribos
Estribos # 3, $a_s = 0.71 \text{ cm}^2$, 2 barras
$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$, $F_R = 0.8$
$s \text{ (cm)} = A_v f_y d F_R / V_s = -609.07$

Tabla III.32 Cálculo de la separación de estribos, caso 3.

Como se puede ver en la tabla III.32, la separación entre estribos no tiene sentido alguno, esto es debido al valor tan pequeño que tiene el cortante último. Por lo tanto la separación de estribos quedará definida, según la ecuación III.5 como:

$$s = \frac{d}{2}$$

La separación de estribos será $s = 95.73 / 2 = 47.86 \text{ cm}$, se usará $s = 50 \text{ cm}$.

Por lo que el diseño de la contratrabe será como se muestra en las figuras III.38 y III.39.

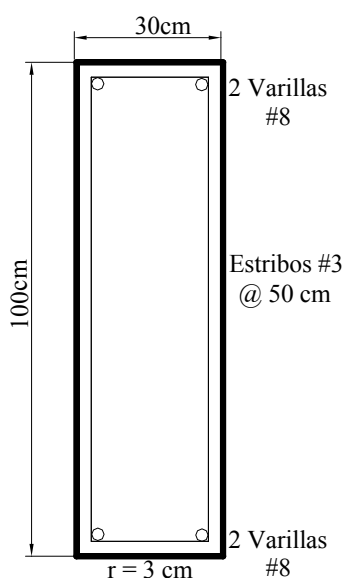


Fig. III.38 Diseño transversal de la contratrabe de la zapata, caso 3.

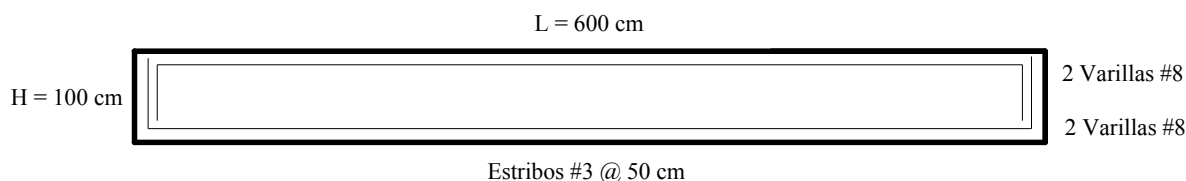


Fig. III.39 Diseño longitudinal de la contratrabe de la zapata, caso 3.

A continuación se llevan a cabo los cálculos de la cuantía de refuerzo necesario y el diseño estructural de la losa de la zapata, según los cálculos mostrados en la tabla III.33. Cabe aclarar que, según el RCDF, se deben cumplir las desigualdades mostradas en la tabla III.33, considerando a la zapata como un elemento ancho.

Diseño de la losa de la zapata con $B = 2.00$ m, $h_1 = 0.40$ m, $h_2 = 0.60$ m
La losa de la zapata se diseñará para F_3 (kPa) = $r_3L/A = 153.607$ Usando varillas del # 4, d (cm) = $h_1 - (r + \phi/2) = 36.37$ La fuerza cortante por ancho unitario vale V (kN) = $(F_3 - h_1\gamma_c - h_2\gamma_s)(L/2 - b_2/2 - d) = 31.484$ V_u (kN) = $1.4 V = 44.077$ El momento vale M (kN·m) = $V(L/2 - b_2/2 - d)/2 = 3.72$
$B \geq 4d$, $4d$ (m) = 1.455 2.00 m > 1.455 m, cumple
$h_1 \leq 60$ cm, cumple
En la sección crítica: $(M / Vd) < 2$, $M / Vd = 0.32$ $0.32 < 2$, cumple
V_{cr} (kN) = $0.5 F_Rbd (f'_c)^{1/2} = 205.712$ $V_{cr} > V_u$ 120.859 kN > 76.432 kN
El momento flexionante en la sección crítica por ancho unitario (al paño de la columna) vale:
M (kN·m) = $(r_3 - h_1\gamma_c - h_2\gamma_s)(L/2 - b_2/2)^2(1/2) = 51.627$ $M_R = M_u$ (kg·m) = $1.4 M = 722772.04$ $q = 1 - [1 - (2M_R/F_Rbd^2f'_c)]^{1/2} = 0.036$ $\rho = q (f'_c/f_y) = 0.0015$, $\rho_{min} = (0.7/f_y)(f'_c)^{1/2} = 0.00264$ A_s (cm ²) = $\rho_{min}bd = 9.58$ s (cm) = $a_s b / A_s = 13.25$

Tabla III.33 Cálculo de la cuantía de refuerzo y de la separación de varillas en la losa de la zapata, caso 3.

Es conveniente colocar acero por temperatura en la parte superior de la losa, debido a que estará en contacto con el terreno y estará sometida a cambios volumétricos. La obtención del acero por temperatura se muestra en la tabla III.34.

<p>Acero por temperatura, $x = h_1/2$, $k = 1.5$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$</p>
<p>$A_s \text{ (cm}^2\text{/m)} = (66000xk)/[f_y(x + 100)] = 3.93$</p>
<p>Usando varillas del # 3, $a_s = 0.71 \text{ cm}^2$</p>
<p>$s \text{ (cm)} = (a_s b) / A_s = 18.07$</p>

Tabla III.34 Cálculo del acero por temperatura, caso 3.

El diseño estructural de la losa y la contratrabe de la zapata queda definido por la figura III.40.

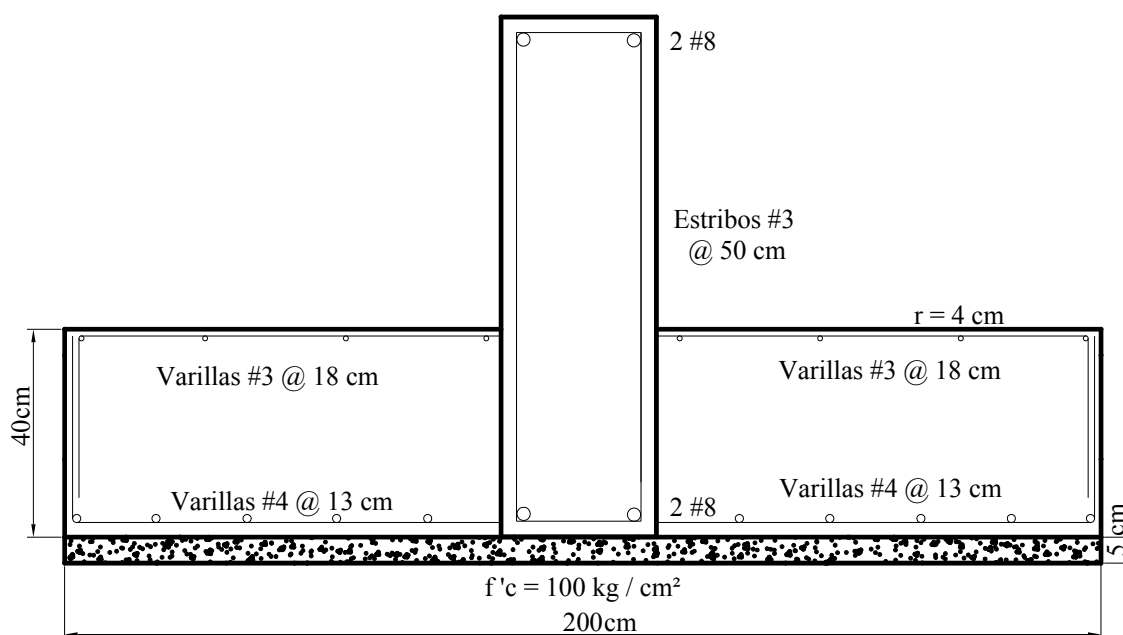


Fig. III.40 Diseño estructural de la losa y contratrabe de la zapata, caso 3.

III.2.3.2 Expansión libre de la arcilla mayor a los extremos de la zapata.

En base a los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante (figuras III.36 y III.37) y a las ecuaciones establecidas en el RCDF, se puede realizar el diseño estructural de la contratrabe y de la losa de la zapata.

Para realizar el diseño estructural de la contratrabe de la zapata, se procede a calcular la distancia a la cual se encuentra el momento máximo negativo y el valor de éste, y posteriormente se calcula el momento resistente, como se muestra en la tablas III.35 y III.36.

El momento máximo negativo se presenta en la barra 1 a una distancia x:
$x \text{ (m)} = \{[V_r + (\omega - r_r)L/2] / (r_s - \omega)\} + L/2 = 0.43$
$M \text{ (kN}\cdot\text{m)} = -M_p - V_r x + (r_r - \omega)(L/2)(x - L/4) + (1/2)(r_s - \omega)(x - L/2)^2 = -76.064$

Tabla III.35 Cálculo de la distancia a la cual se encuentra el momento máximo negativo, caso 4.

Cálculo del momento resistente negativo
$M_{\max} \text{ (kN}\cdot\text{m)} = 76.064$
$M_R = 1.4 M_{\max} = M_u \text{ (kg}\cdot\text{cm)} = 1064898$

Tabla III.36 Cálculo del momento resistente negativo en la contratrabe de la zapata, caso 4.

Como ya se menciona, es conveniente cambiar el peralte de la contratrabe de 60 a 100 cm, por lo que la cuantía de refuerzo y el número de varillas requeridas por la contratrabe, para las características geométricas ya mencionadas, y los elementos mecánicos obtenidos en la tabla III.36, quedan definidos en la tabla III.37.

Para H = 100 cm, Varillas # 8
$f'_c \text{ (kg/cm}^2\text{)} = 170, \quad f_y \text{ (kg/cm}^2\text{)} = 4200$
$d = H - [r + (\phi/2)] = 95.73$
$q = 1 - [1 - (2M_R/F_R b d^2 f'_c)]^{1/2} = 0.0256$
$p = q (f'_c/f_y) = 0.00104, \quad p_{\min} = (0.7/f_y) * (f'_c)^{1/2} = 0.00264$
$A_s \text{ (cm}^2\text{)} = p b d = 7.57, \quad \text{Varillas \# 8} = 1.49$

Tabla III.37 Cálculo del área de acero para la contratrabe, cuando se presenta el momento negativo, caso 4.

Se procede realizando el cálculo del cortante que resiste el concreto, siguiendo las ecuaciones y condiciones que se muestran en la tabla III.38.

Cálculo del cortante que resiste el concreto $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2, F_R = 0.8$
$p \leq 0.01: \quad V_{cr} = F_R b d (0.2 + 30p)(f'_c)^{1/2}$
$p > 0.01: \quad V_{cr} = 0.5 F_R b d (f'_c)^{1/2}$
$V_{cr} \text{ (kN)} = 45.335$

Tabla III.38 Cálculo del cortante último y el cortante de diseño, cuando se presenta el momento negativo, caso 4.

Posteriormente, se realiza el cálculo del cortante último en la sección crítica, la cual se encuentra a una distancia d del paño de la columna, siendo $d = 95.73 \text{ cm}$. La diferencia entre el cortante último y el cortante que resiste el concreto proporciona el cortante de diseño. El cálculo se muestra en la tabla III.39.

Cálculo del cortante último en la sección crítica a una distancia d del paño de la columna
$V \text{ (kN)} = -V_r + (r_r - \omega)x = 420.858$ $V_u = 1.4 V_{\max} \text{ (kN)} = 589.201$ $V_s \text{ (kN)} = V_u - V_{cr} = 543.865$ $V_s \text{ (kg)} = 54386.53$

Tabla III.39 Cálculo del cortante último y el cortante de diseño, cuando se presenta el momento negativo, caso 4.

Por último se calcula la separación entre estribos, según la expresión que se muestra en la tabla III.40.

Cálculo de la separación entre estribos
Estribos # 3, $a_s = 0.71 \text{ cm}^2$, 2 barras $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$, $F_R = 0.8$
$s \text{ (cm)} = A_v f_y d F_R / V_s = 8.40$

Tabla III.40 Cálculo de la separación de estribos, cuando se presenta el momento negativo, caso 4.

Los separación entre estribos quedará establecida como $s = 10 \text{ cm}$.

De la misma forma, se procede a calcular la cuantía de acero y la separación de estribos que requiere la contratrabe de la zapata, cuando se presenta el momento máximo positivo, al centro de la zapata. El cálculo del momento resistente se obtiene según la tabla III.41.

Cálculo del momento resistente positivo
$M_{\max} \text{ (kN m)} = 518.351$
$M_R = 1.4 M_{\max} = M_u \text{ (kg cm)} = 7256914$

Tabla III.41 Cálculo del momento resistente positivo en la contratrabe de la zapata, caso 4.

Por lo que, para el momento positivo, al centro de la zapata, el área de acero que se requiere, así como el número de varillas se establece en la tabla III.42

Para $H = 100 \text{ cm}$, Varillas # 8
$f'_c \text{ (kg/cm}^2\text{)} = 170$, $f_y \text{ (kg/cm}^2\text{)} = 4200$
$d = H - [r + (\phi/2)] = 95.73$
$q = 1 - [1 - (2M_R / F_R b d^2 f'_c)]^{1/2} = 0.1907$
$p = q (f'_c / f_y) = 0.00772$
$A_s \text{ (cm}^2\text{)} = p b d = 22.17$, Varillas # 8 = 4.37

Tabla III.42 Cálculo del área de acero para la contratrabe cuando se presenta el momento positivo, caso 4.

Posteriormente se realiza el cálculo del cortante que resiste el concreto, siguiendo las ecuaciones y condiciones que se muestran en la tabla III.43.

Cálculo del cortante que resiste el concreto $f_c^* = 200 \text{ kg/cm}^2, F_R = 0.8$	
$p \leq 0.01:$	$V_{cr} = F_R b d (0.2 + 30p)(f_c^*)^{1/2}$
$p > 0.01:$	$V_{cr} = 0.5 F_R b d (f_c^*)^{1/2}$
$V_{cr} \text{ (kN)} = 162.459$	

Tabla III.43 Cálculo del cortante último y el cortante de diseño, cuando se presenta el momento positivo, caso 4.

Enseguida, se realiza el cálculo del cortante último en la sección crítica, la cual se encuentra a una distancia d del paño de la columna, siendo $d = 95.73 \text{ cm}$. La diferencia entre el cortante último y el cortante que resiste el concreto proporciona el cortante de diseño. El cálculo se muestra en la tabla III.44.

Cálculo del cortante último en la sección crítica a una distancia d del paño de la columna	
$V \text{ (kN)} = -V_r + (r_r - \omega)x = -237.439$	
$V_u = 1.4 V_d \text{ (kN)} = 332.415$	
$V_s \text{ (kN)} = V_u - V_{cr} = 169.956$	
$V_s \text{ (kg)} = 16995.59$	

Tabla III.44 Cálculo del cortante último y el cortante de diseño, cuando se presenta el momento positivo, caso 4.

Por último se calcula la separación entre estribos, según la expresión que se muestra en la tabla III.45.

Cálculo de la separación entre estribos	
Estribos # 3, $a_s = 0.71 \text{ cm}^2$, 2 barras	
$f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2, F_R = 0.8$	
$s \text{ (cm)} = A_v f_y d F_R / V_s = 26.87$	

Tabla III.45 Cálculo de la separación de estribos, cuando se presenta el momento positivo, caso 4.

Los separación entre estribos quedará establecida como $s = 25 \text{ cm}$.
 Por lo tanto, el diseño de la contratrabe será como se muestra en las figuras III.41, III.42 y III.43.

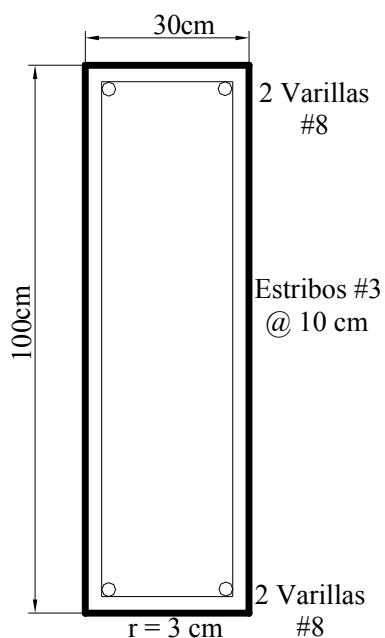


Fig. III.41 Diseño transversal de la contratrabe de la zapata, cuando se presenta el momento negativo caso 4.

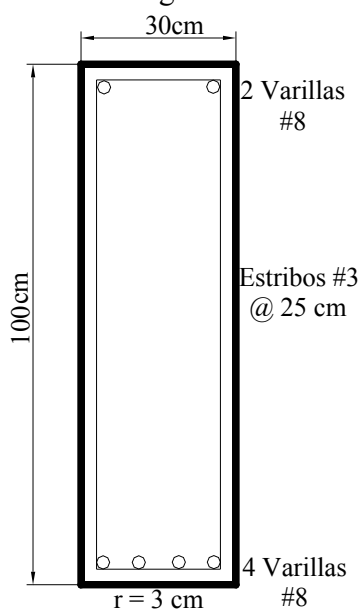


Fig. III.42 Diseño transversal de la contratrabe de la zapata, cuando se presenta el momento positivo, caso 4.

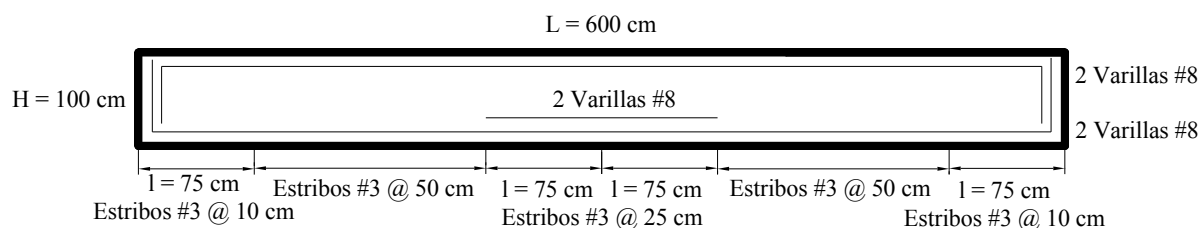


Fig. III.43 Diseño longitudinal de la contratrabe de la zapata, caso 4.

A continuación se llevan a cabo los cálculos de la cuantía de refuerzo necesario y el diseño estructural de la losa de la zapata, según los cálculos mostrados en la tabla III.46.

Cabe aclarar que, según el RCDF, se deben cumplir las desigualdades mostradas en la tabla III.46, considerando a la zapata como un elemento ancho.

Diseño de la losa de la zapata con $B = 2.00 \text{ m}$, $h_1 = 0.40 \text{ m}$, $h_2 = 0.60 \text{ m}$
<p>La losa de la zapata se diseñará para $F_3 \text{ (kPa)} = r_3 L/A = 12.800$ Usando varillas del # 4, $d \text{ (cm)} = h_1 - (r + \phi/2) = 36.37$ La fuerza cortante por ancho unitario vale $V \text{ (kN)} = (F_3 - h_1 \gamma_c - h_2 \gamma_s)(L/2 - b_2/2 - d) = 1.796$ $V_u \text{ (kN)} = 1.4 V = 2.515$ El momento vale $M \text{ (kN}\cdot\text{m)} = V(L/2 - b_2/2 - d)/2 = 0.21$</p>
<p>$B \geq 4d$, $4d \text{ (m)} = 1.45$ $2.00 \text{ m} > 1.45 \text{ m}$, cumple</p>
<p>$h_1 \leq 60 \text{ cm}$, cumple</p>
<p>En la sección crítica: $(M / Vd) < 2$, $M / Vd = 0.32$ $0.90 < 2$, cumple</p>
<p>$V_{cr} \text{ (kN)} = 0.5 F_R b d (f'_c)^{1/2} = 205.712$ $V_{cr} > V_u$ $120.859 \text{ kN} > 2.082 \text{ kN}$</p>
El momento flexionante en la sección crítica por ancho unitario (al paño de la columna) vale:
<p>$M \text{ (kN}\cdot\text{m)} = (r_3 - h_1 \gamma_c - h_2 \gamma_s)(L/2 - b_2/2)^2(1/2) = 0.936$ $M_R = M_u \text{ (kg}\cdot\text{m)} = 1.4 M = 13106.22$ $q = 1 - [1 - (2M_R / F_R b d^2 f'_c)]^{1/2} = 0.001$ $p = q (f'_c / f_y) = 0.0000$, $p_{min} = (0.7 / f_y) * (f'_c)^{1/2} = 0.00264$ $A_s \text{ (cm}^2) = p_{min} b d = 9.58$ $s \text{ (cm)} = a_s b / A_s = 13.25$</p>

Tabla III.46 Cálculo de la cuantía de refuerzo y de la separación de varillas en la losa de la zapata, caso 4.

Es conveniente colocar acero por temperatura en la parte superior de la losa, debido a que estará en contacto con el terreno y estará sometida a cambios volumétricos. La obtención del acero por temperatura se muestra en la tabla III.47.

<p>Acero por temperatura, $x = h_1/2$, $k = 1.5$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$</p>
<p>$A_s (\text{cm}^2/\text{m}) = (66000xk)/[f_y(x + 100)] = 3.93$</p>
<p>Usando varillas del # 3, $a_s = 0.71 \text{ cm}^2$</p>
<p>$s (\text{cm}) = (a_s b) / A_s = 18.07$</p>

Tabla III.47 Cálculo del acero por temperatura, caso 4.

El diseño estructural de la losa y la contratrabe de la zapata queda definido por la figura III.44.

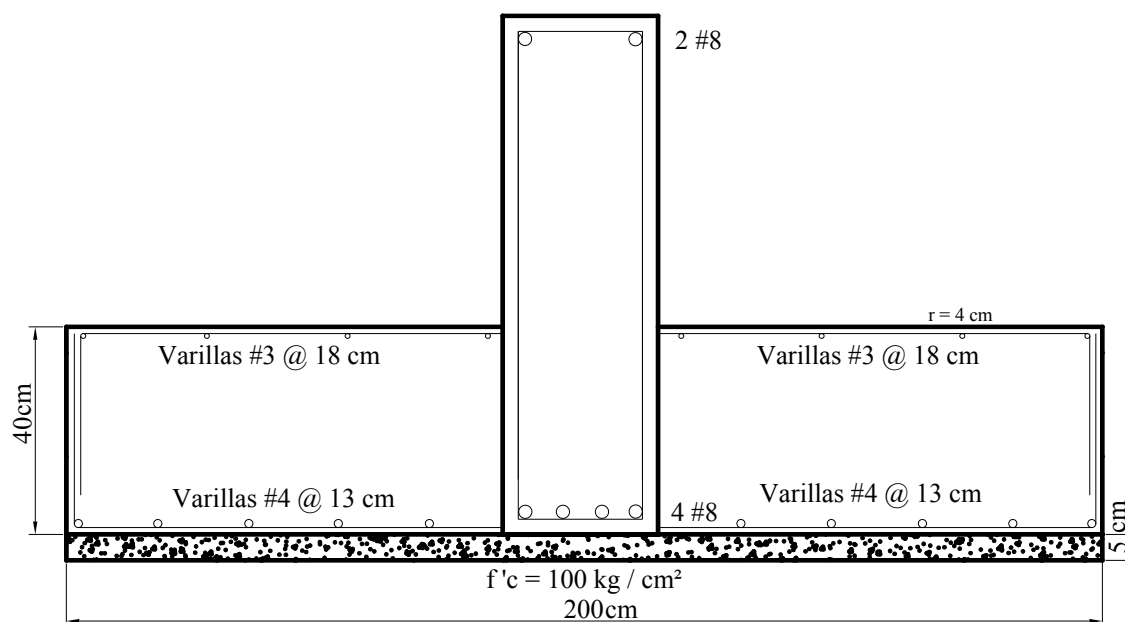


Fig. III.44 Diseño estructural de la losa y contratrabe de la zapata, caso 4

III.3 Análisis de resultados.

III.3.1 Análisis de la zapata corrida con un muro de carga apoyado a lo largo de ésta.

El diseño óptimo de la zapata será aquel que se comporte satisfactoriamente ante las condiciones externas, sean fuerzas actuantes y cambios de humedad en el terreno. El diseño óptimo es la combinación de los dos diseños realizados, por lo que la zapata se comportará satisfactoriamente sin importar que tipo de concavidad se presente en el diagrama de asentamientos del terreno. Por lo tanto el diseño óptimo queda establecido por las figuras III.45, III.46 y III.47.

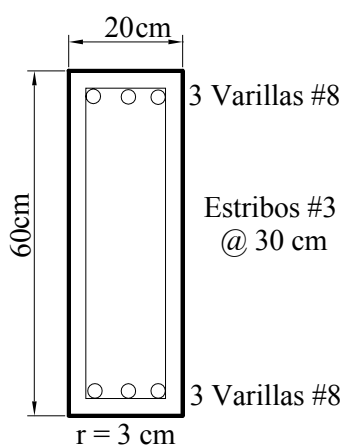


Fig. III.45 Diseño transversal de la contratrabe de la zapata; muro de carga apoyado a lo largo de la zapata.

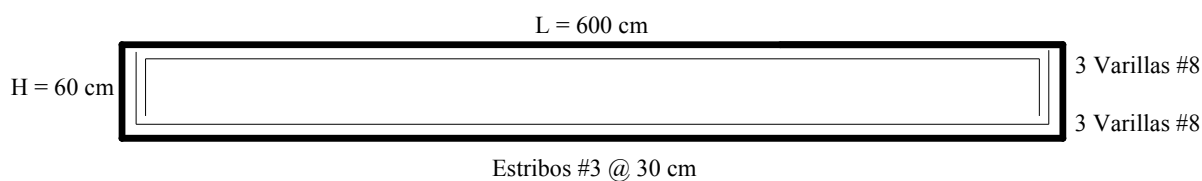


Fig. III.46 Diseño longitudinal de la contratrabe de la zapata; muro de carga apoyado a lo largo de la zapata.

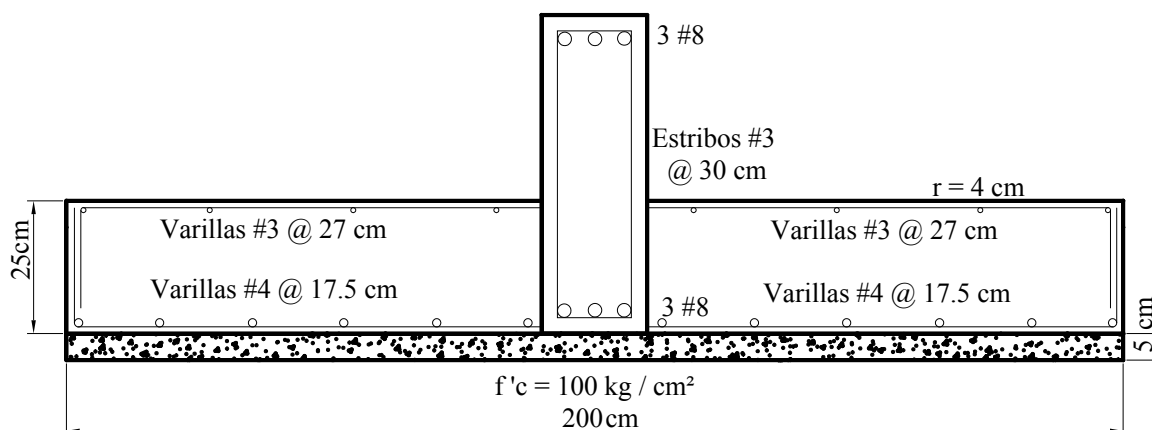


Fig. III.47 Diseño estructural de la losa y contratrabe de la zapata; muro de carga apoyado a lo largo de la zapata.

III.3.2 Análisis de la zapata corrida con cargas puntuales a los extremos y al centro de la zapata.

Así como para la zapata corrida con el muro de carga; el diseño óptimo de la zapata con las cargas puntuales a los extremos y centro de esta, será aquel que se comporte satisfactoriamente ante las condiciones externas bajo las cuales estará sometida. El diseño óptimo es la combinación de los dos diseños realizados, por lo que la zapata se comportará satisfactoriamente no importando que se presente una u otra concavidad en el diagrama de asentamientos del terreno, siendo el diseño óptimo el establecido por las figuras III.48, III.49 y III.50.

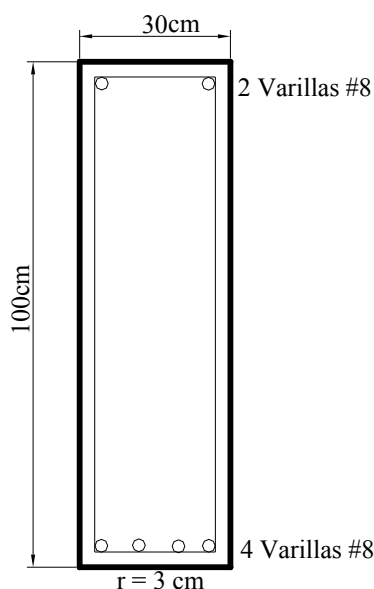


Fig. III.48 Diseño transversal de la contratrabe de la zapata; cargas puntuales a los extremos y al centro de la zapata.

CAPÍTULO IV.

CONCLUSIONES.

El análisis de interacción suelo estructura permite el cálculo de las reacciones del suelo cuando sobre éste se tiene una obra de ingeniería, así como los giros y desplazamientos en la cimentación, debido a que en el análisis se ven involucradas tanto las características geométricas y del material de la cimentación como las propiedades del suelo, las cuales se ven conjuntadas al establecer la compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo.

La aplicación del análisis también proporciona los elementos mecánicos actuantes a lo largo de la cimentación, los cuales son fundamentales para realizar el diseño estructural de la zapata.

Por lo anterior, los resultados que se obtienen al aplicar el análisis interacción suelo - estructura, se apegan al comportamiento deseado de la estructura en conjunto, es decir, que tanto la obra de ingeniería como el terreno en el cual se apoya, se muevan como uno solo cuando se presenten las expansiones o asentamientos en el terreno, por lo que cada punto que constituye a la cimentación deberá experimentar el mismo asentamiento o levantamiento, según sea el caso.

Para evitar que haya agrietamiento en los muros, se debe cuidar que la diferencia en los asentamientos de un punto a otro dividida entre la longitud que separa dichos puntos, no sea mayor a 0.003 (DELF12 en las figuras III.11, III.14, III.28 y III.31). Con esto existe una alta probabilidad de que no habrá agrietamiento en los muros.

Además, debe cuidarse que no haya entrada de agua en la cimentación, ya que, aunque se realice un diseño adecuado de la cimentación, los cambios volumétricos en el estrato arcilloso seguirán presentes y pueden originar un cambio notorio en los diferenciales (DELF) de un punto a otro, por lo que podrían dar origen al agrietamiento en los muros de la estructura.

Para evitar la entrada de agua bajo la cimentación es conveniente tomar medidas para reducir o por lo menos uniformar los movimientos del terreno, lo cual puede lograrse con la colocación de membranas verticales impermeables alrededor de la obra de ingeniería. También debe construirse un eficiente sistema de drenaje para captar y alejar el agua de la edificación.

Los elementos mecánicos obtenidos mediante la aplicación del análisis de interacción, dan paso al diseño estructural de una cimentación capaz de comportarse satisfactoriamente ante las acciones que se verá sometida, principalmente al cambio en el volumen de los estratos de arcilla, originado por el cambio de humedad en el suelo.

Cabe mencionar que las zapatas diseñadas deben tener un comportamiento adecuado, no importando la forma que describan las expansiones en el terreno, ya que el diseño considera la situación en la cual las expansiones del terreno describen una forma cóncava o convexa.

Si después de la construcción del inmueble, el suelo comienza a exhibir señales de expansión, se debe verificar que el sistema de drenaje no permita la variación de humedad del suelo en los alrededores de la estructura.

Si el diseño de la cimentación es determinado correctamente y se siguen las recomendaciones de drenaje mencionadas anteriormente, existe una probabilidad alta de un comportamiento adecuado de la estructura a lo largo de su vida útil.

BIBLIOGRAFÍA.

Arnal, L. y Betancourt, M., 2005 “Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal”. Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones. Trillas.

Deméneghi, A., Puebla, E. y Sanginés, H., 1989. “Apuntes de Comportamiento de Suelos”. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Deméneghi, A., Puebla, E. y Sanginés, H., 2003. “Apuntes de Análisis y Diseño de Cimentaciones”. Tomo 1. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Fredlund. D.G. y Rahardjo, H., 1993. “Soil Mechanics for Unsaturated Soils”. John Wiley & Sons, Inc.

Juárez, B. E. y Rico, R. A., 1976. “Mecánica de Suelos”. Tomo 1. Limusa.

Nelson, J. D. y Miller, D. J., 1992. “Expansive Soils Problems and Practice in Foundation and Pavement Engineering”. John Wiley & Sons, Inc.

Zepeda, J.A., 2004. “Mecánica de Suelos No Saturados”. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Universidad Autónoma de Querétaro.

REFERENCIAS.

Biot, M. A.(1941). “General Theory of Three-Dimensional Consolidation”, J. Appl. Phys., vol. 12, no. 2.

Bishop, A. W. (1959). “The principal of effective stress”. Technisk Ukeflad, No. 39.

Bishop, A. W., and Blight, G. E. (1963). “Some aspects of effective stress in saturated and unsaturated Soils”. Geotechnique 13:177-197.

Chamecki, S., (1956). "Structural rigidity in calculating settlements". Jour. Soil Mech. Found. Div. Proc. ASCE, Vol. 88, No. SM1.

Chen, F. H. (1988). "Foundations on Expansive Soils". American Elsevier Science Publ., New York.

Coleman, J. D. (1962). "Stress/strain relations for partly saturated soils". Correspondence. Geotechnique 12(4):348-350.

Deméneghi, A., (1984). "Análisis de deformaciones en suelos granulares". Rev. Ingeniería, Vol. LIV, No. 3:34-38, 1984.

Deméneghi, A., (2004). "Cimentaciones en arcillas expansivas", XXII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Tomo 2, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Guadalajara, Jal.

Donaldson, G. W., (1969). "The Occurrence of Problems of Heave and the Factors Affecting its Nature". Second International Research and Engineering Conference on Expansive Clay Soils. Texas A&M Press.

Fredlund D. G., (1974). "Engineering Approach to Soil Continua". In Proc. 2nd Symp. Application of Solid Mech., Hamilton, Ont., Canada.

Fredlund, D. G., and Morgenstern, N. R. (1976). "Constitutive relation for volume change in unsaturated soils". Can. Geotech. Jnl. (CGJ). 13(3):261-276.

Fredlund, D. G., and Morgenstern, N. R. (1977). "Stress state variable for unsaturated soils". J. Geotech. Eng. Div., ASCE 103 (GT5):447-466.

Holtz, W. G., and Gibbs, H. J. (1956). "Engineering properties of expansive clays". Transact. ASCE 121:641-677.

Jennings, J. E. B., and Burland, J. B. (1962). "Limitations to the use of effective stress in partly saturated soils". Geotechnique 12 (2):125-144.

Juárez, E. (1965). "Compressibility of soils", Sym. Civil Hydr. Eng. Dep. Indian Inst. Science, Bangalore.

Lee, H. C. and Wray, W. K., (1995). "Techniques to Evaluate Soil Suction—A Vital Unsaturated Soil Water Variable". Proceedings of the first International Conference on Unsaturated Soils. Published by A. A Balkema/Presses de l' Ecole Nationale des Ponts et Chaussés. Paris, France.

Matyas, E. L., and Radhakrishna, H. S. (1968). "Volume change characteristics of partially saturated soils". *Geotechnique* 18(4):432-448.

Moreno, P. G. (1976). "Algunos Comentarios en Relación con Suelos Expansivos". VIII Reunión de Mecánica de Suelos. Guanajuato, México.

Raman, V. (1967). "Identification of expansive soils from de plasticity index and the shrinkage index data". *Indian Eng.*, Calcuta 11 (1):17-22.

Seed, H. B., Mitchell, J. K., and Chan, C. K. (1962a). "Studies of swell and swell pressure characteristics of compacted clays". *Highway Res. Board Bull.* 313:12–39.

Seed, H. B., Woodward, R. J., Jr., and Lundgren, R. (1962b). "Prediction of swelling potential for compacted clays". *J. Soil Mech. Found. Div., Am. Soc. Civil Eng.* 88(SM3):53-87.

Skempton, A. W. (1953). "The colloidal activity of clays". *Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Switzerland.* V. 1: 57 – 61.

Snethen, D. R., Johnson, L. D., and Patrick, D. M. (1977). "An evaluation of expedient methodology for identification of potentially expansive soils". Soils and Pavements Lab., U.S. Army Eng. Waterway Exp. Sta., Vicksburg, MS, Rep. No. FHWA-RE-77-94, NTIS PB-289-164.

Zepeda, G. J. A. y Catañeda, A. H. (1987). "Distribución de Suelos Expansivos en la República Mexicana". *Revista de Investigación* No. 21-22. Universidad Autónoma de Querétaro, México. Octubre – Diciembre.