



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE  
MOTORES DE RELUCTANCIA

T E S I S

Que para obtener el título de  
INGENIERO ELÉCTRICO ELÉCTRONICO

**PRESENTA**

MIGUEL ANGEL ESCOBAR TUFÍÑO

**DIRECTOR DE TESIS**

DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ

Ciudad Universitaria, CDMX, 2021





*A la Facultad de Ingeniería y a la Universidad, por la formación que me han dado.*

*A mi familia que en todo momento me han apoyado a lo largo de mi vida.*

*Al Dr. Gerardo quien es una persona admirable, no hubiera sido posible este trabajo sin sus aportaciones.*

*A Michael, tu ayuda fue incondicional.*

*Es gracias a ustedes que es posible el presente trabajo.*

*En verdad, gracias.*

*Yo.*



# Reconocimientos

---

También quisiera reconocer al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) por el apoyo económico otorgado a través del proyecto IN118019 para realizar este trabajo dentro del laboratorio de control de la Facultad de Ingeniería, UNAM.



# Índice general

---





## Índice de figuras

---



# Índice de tablas

---



# Introducción

---

## 1.1. Motivación

Es un hecho reconocido que los motores eléctricos han sido primordiales tanto en la evolución industrial como en los ámbitos cotidianos de la vida del ser humano. Éstos son usados como dispositivos de accionamiento, su función principal es la de transformar energía eléctrica en energía mecánica mediante el uso de campos magnéticos [?].

En el ámbito industrial, la presencia del motor eléctrico es imprescindible debido a que su enorme versatilidad y economía de operación hacen que éste no pueda ser igualado por ninguna otra forma de generación de movimiento. Sus aplicaciones desempeñan un papel importante proporcionando potencia para distintos tipos de aplicaciones: domésticas, comerciales e industriales [?].

En el sector doméstico compañías a nivel mundial buscan ofrecer altos desempeños en los accionamientos de electrodomésticos, así como en el sector industrial en aplicaciones de control y automatización de procesos. En el sector comercial diversos centros de investigación de las principales firmas de automóviles, entre ellas TESLA Inc., están trabajando en obtener mejores desempeños en motores eléctricos, buscando aumentar autonomía en rangos de operación a grandes velocidades en vehículos eléctricos, convirtiendo a los motores eléctricos en el combustible de la innovación de las máquinas modernas [?].

En este contexto los dos tipos más utilizados de motores eléctricos son:

1. Motores de corriente directa (CD) o corriente continua (CC). Se utilizan en casos en los que es importante regular continuamente la velocidad del motor y también en los que es imprescindible utilizar corriente directa; es decir, tienen aplicaciones muy específicas.
2. Motores de corriente alterna (CA). Son los tipos de motores más usados en la industria, ya que tienen una aplicación más generalizada gracias a su facilidad de uso, moderado mantenimiento y bajo costo de fabricación.

## 1. INTRODUCCIÓN

---

Debido al importante papel que tienen las máquinas eléctricas en el progreso del ser humano, se estima que los motores eléctricos se emplean en un 60 por ciento de las aplicaciones industriales, considerando las distintas variantes y aplicaciones que existen [?]. En la actualidad, los motores eléctricos son considerados elementos convertidores de energía por lo que se visualiza un futuro de mayor utilización a medida que se desarrollan los dispositivos electrónicos de control [?].

Lo anterior ha dado pie al desarrollo de temas de investigación académicos orientados al control y desempeño de sistemas con motores eléctricos. Ésto ha motivado a la comunidad de la teoría de control a abordar el problema de control de máquinas eléctricas mediante el desarrollo y aplicación de diversos esquemas de control no lineales.

En este trabajo se aborda el problema de control de un tipo de máquina eléctrica utilizando la técnica de control basado en pasividad (CBP), la cual ha demostrado su utilidad para resolver problemas de control para una gran clase de sistemas [?]. La característica principal de este enfoque radica en el hecho de que el diseño del controlador incluye, en un nivel fundamental, las propiedades estructurales del sistema.

### 1.2. Antecedentes

Aunque en la actualidad una gran porcentaje de aplicaciones industriales y domésticas son resueltas de manera adecuada utilizando máquinas eléctricas y técnicas de control convencionales, resalta la importancia de identificar y evaluar oportunidades en aquellas aplicaciones en las que no ha sido posible encontrar una solución satisfactoria, ni con las máquinas eléctricas convencionales, ni con las técnicas de control convencionales. Por ello, en este trabajo de tesis el interés se centrará en evaluar en un contexto práctico algunas técnicas de control propuestas por la comunidad académica dedicada a la investigación en este tema, cuyas propiedades solamente están reportadas a nivel teórico.

En relación a la estructura y construcción del MRC se sabe que el primer motor de este tipo está documentado en 1838 y fue construido por Robert Davidson. Sin embargo, no es hasta finales de la década de los 70, como consecuencia de los trabajos de investigación sobre vehículos eléctricos realizados en las universidades de Leeds y Nottingham, cuando inicia la era moderna del MRC.

Este dispositivo posee características importantes como son su estructura simple, su bajo costo, la ausencia de imanes permanentes en el rotor y su habilidad para producir gran par a bajas velocidades. Dichas características hacen del MRC un gran candidato para propósitos de regulación de velocidad, ocupando una posición equidistante entre los motores de CA y de CD debido a que en el MRC el par no se produce por interacción entre un flujo y una corriente sino por la tendencia del rotor a alinearse en la posición de mínima reluctancia<sup>1</sup> [?].

Las características anteriores han despertado gran interés tanto en el ámbito académico como industrial al estudio de este dispositivo. Una de las principales desventajas del MRC radica

---

<sup>1</sup>La reluctancia de un circuito magnético es análoga a la resistencia de un circuito eléctrico, y es inversamente proporcional a su permeabilidad

en el hecho que tiene un comportamiento electromecánico altamente no lineal, además que presenta incertidumbre paramétrica [?].

Lo anterior, ha dado pie al desarrollo de diferentes diseños en cuanto a la construcción de los MRC, a la vez que ha motivado a la comunidad de la teoría de control a afrontar el problema de control de estos dispositivos mediante la aplicación de diversos controladores no lineales. Entre ellos, el diseñado por medio del CBP reportado por G. Espinosa Pérez y P. Maya Ortiz, [?] establece una contribución novedosa, ya que resuelve el problema de seguimiento par / velocidad / posición, explotando las propiedades de pasividad del MRC y teniendo en cuenta en el diseño los efectos de saturación en bobinados del estator.

En Aguado Rojas et al. [?], se realiza la identificación en línea de los parámetros eléctricos y mecánicos de un MRC, considerando la presencia del par de carga como una perturbación desconocida, para un modelo en tiempo continuo frecuentemente encontrado en la literatura en el contexto de diseño de algoritmos de control.

En Ortega et al. [?], se presenta el análisis de cuatro modelos matemáticos del MRC, donde se muestra que es posible explotar propiedades de las no linealidades para diseñar observadores de flujo. La posición del rotor se reconstruye con un observador no lineal adaptable que estima el par de carga desconocido, mientras que la velocidad admite un observador de Luenberger clásico, lineal.

Entre estas técnicas existen reportados esquemas de CBP, observación de estados, y esquemas de identificación de parámetros, cuyos resultados encontrados exhiben propiedades que pudieran ser útiles en aplicaciones orientadas a una evaluación práctica sobre el motor de reluctancia conmutada (MRC), debido a que este motor presenta bondades y características atractivas. Por ello, en este trabajo se aborda la necesidad de comprobar de manera práctica las capacidades y expectativas de esquemas de control desarrollados para aplicaciones del MRC. A continuación se mencionan algunos trabajos que presentan resultados importantes respecto a la operación del MRC.

En Mir et al. [?] se estiman los coeficientes de Fourier de la inductancia de fase usando un algoritmo recursivo de mínimos cuadrados. Esta propuesta supone que las fases son idénticas, por lo que utiliza sólo una para la rutina de identificación. Supone conocidos y constantes la resistencia de fase y el eslabonamiento de flujo saturado, además se basa en la reconstrucción de los eslabonamientos de flujo a partir de mediciones de voltaje y corriente en las terminales de la máquina, enfoque que a su vez se basa en la integración numérica de las variables mencionadas.

En Siadatan et al. [?] se presenta el diseño, la simulación y el desarrollo de controladores sin sensores mecánicos de bajo costo, precisos y pequeños para un MRC. En el algoritmo, la relación no lineal de la posición de flujo, corriente y rotor se linealizan para lograr un modelo modificado, donde los parámetros requeridos para el proceso de diseño se obtienen utilizando un método de elementos finitos.

Los resultados mencionados en los párrafos anteriores constituyen el tema de estudio de este trabajo de tesis.

### 1.3. Planteamiento de la tesis

El objetivo del trabajo de tesis que se presenta es el de evaluar algunos de los resultados reportados en la literatura relacionados con el control del MRC utilizando un modelo no lineal para su representación matemática. Adicionalmente, se parte del hecho de que no es posible conocer de manera exacta el valor de los parámetros de este modelo y que tampoco se tiene acceso a la medición de todos sus estados.

Para realizar una evaluación práctica, en este trabajo se considera una integración del CBP, junto con un esquema de estimación de parámetros y un esquema de observación de estados en los cuales se reportan resultados teóricos referidos al MRC. Primeramente, se propone un perfil de velocidad como señal de referencia permitiendo definir un comportamiento de operación en el MRC, ante esto, el desempeño obtenido por los esquemas de control permitirá evaluar que, ante un comportamiento usual del MRC, la integración de los esquemas presentados en este trabajo de tesis resuelven de manera adecuada un problema de aplicación sobre la operación práctica del MRC. Posteriormente, resulta conveniente establecer un escenario de evaluación que produzca una operación estable, confiable y eficaz .

Bajo las condiciones planteadas, el objetivo de esta tesis es mostrar que el esquema de control para el MRC integrado por el CBP reportado en [?], el estimador de parámetros reportado en [?] y los observadores de estados reportados en [?], presenta una operación estable que resuelve el problema de control de velocidad con alto desempeño, es decir, exhibiendo respuestas rápidas y precisas, bajo condiciones de operación que reflejan un escenario práctico.

### 1.4. Metodología

A partir del planteamiento anterior se definen las siguientes etapas para alcanzar el objetivo planteado:

- Mostrar que el modelo matemático del MRC junto con el CBP reportado en [?] son adecuados al momento de realizar una evaluación que recupera características de operación que usualmente se encuentran en la práctica.
- Tomar de manera informativa los datos obtenidos en la identificación de parámetros del MRC realizada en [?], donde se obtiene la inductancia, la resistencia de fase, inercia y los coeficientes de la aproximación del flujo, con ello corroborar los datos adecuados para simulación y análisis.
- Poner en funcionamiento los esquemas de observación presentados en [?], buscando un comportamiento adecuado ante la operación práctica definida para este trabajo de tesis.
- Realizar un esquema de evaluación práctica de simulación donde se presente el CBP, considerando la identificación de parámetros físicos y la observación de estados, y con ello, poder evaluar el funcionamiento en conjunto, interpretar y concluir la eficiencia de los esquemas de simulación.



## 1.5. Contribuciones

A pesar de que no se tiene una prueba matemática formal del funcionamiento en conjunto de los esquemas de control utilizados en este trabajo, en este trabajo de tesis se comprobó que efectivamente el esquema de CBP, en conjunto con el observador de estados e identificación de parámetros, conformado por [?], [?],[?] respectivamente, sí funciona adecuadamente ya que en condiciones prácticas muestra buenos desempeños de operación para un MRC de 3 fases.

Para ilustrar esto se consideró el problema de control de velocidad y se propuso un perfil de esta variable, la cual presenta un cambio fuerte de referencia y un cambio de signo. Bajo estas condiciones, se ilustró por medio de simulaciones que efectivamente el esquema propuesto en este trabajo funciona de manera correcta presentando buenos desempeños, y respuestas considerablemente rápidas.

Durante esta evaluación se observó que la variable de posición presenta un transitorio al inicio de la operación debido a un posible error matemático en base al tiempo de resolución numérico de esta variable, además, se observa que al obtener la variable de par de carga, ésta no tiene una convergencia completa a su valor deseado, aún considerando que el valor obtenido es cercano a lo esperado, por lo que, bajo estas condiciones el esquema muestra un bajo desempeño.

## 1.6. Estructura de la tesis

El resto de este trabajo está organizado de la siguiente manera:

En el Capítulo 2 se presenta el principio de funcionamiento del motor así como la relación entre la inductancia de fase con la posición de rotor. Posteriormente, se desarrolla el modelo matemático del MRC y se discute la validez de las suposiciones a partir de las cuales este es desarrollado.

En el Capítulo 3 se describe el esquema de identificación de parámetros desarrollado en [?]. Se presenta el modelo paramétrico desarrollado y se hace una breve explicación del algoritmo de identificación utilizado, así como de sus propiedades de estabilidad.

En el Capítulo 4 se presenta la estructura y los resultados de evaluación del desempeño del controlador basado en pasividad reportado en [?] para un MRC 12/8 de 3 fases, considerando los parámetros nominales y estimados del Capítulo 3.

En el Capítulo 5 se describe de manera específica los esquemas de observación donde se obtiene posición, velocidad, flujo y par de carga, presentado los resultados de simulación numérica verificando la validez de cada uno de los esquemas considerando los parámetros nominales y estimados del Capítulo 3.

En el Capítulo 6 se presenta la evaluación global del esquema de control donde se integra lo obtenido en los capítulos anteriores, siendo este capítulo una muestra formal e importante de implementación, considerando los parámetros nominales y estimados del Capítulo 3. Se discute

## 1. INTRODUCCIÓN

---

cada resultado obtenido en las simulaciones.

En el Capítulo 7 se presentan las conclusiones obtenidas a partir de este trabajo y se discuten posibles extensiones del mismo.

Finalmente, se anexan apéndices que se consideran pertinentes.

# Modelado del MRC

---

En este capítulo se presenta el principio de operación del MRC, así como sus características físicas, de las cuales se deriva el modelo matemático que describe el funcionamiento de esta máquina eléctrica.

## 2.1. Operación del MRC

El motor de reluctancia conmutada se ubica dentro de la categoría de máquinas de reluctancia variable en la cual el par es generado por la tendencia del circuito magnético a desplazarse a una posición de reluctancia mínima, siendo la reluctancia la resistencia que presenta un elemento al paso de un flujo magnético.

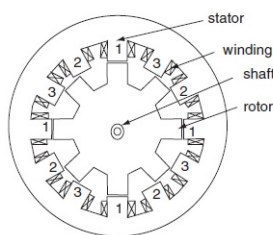
La Figura ?? muestra la estructura básica de un MRC rotatorio regular, donde el rotor es una estructura de polos salientes sin devanados o imanes permanentes, compuesta por un grupo de láminas de hierro de alta permeabilidad que forman una flecha. El estator también es una estructura de polos salientes formada por láminas, con la diferencia de que este tiene devanados de fase, cada uno de los cuales se compone de pares de bobinas arrolladas alrededor de polos diametralmente opuestos y conectadas de tal forma que sus flujos sean aditivos. Dichas características hacen del MRC una de las máquinas eléctricas más simples, en lo que respecta a la construcción.



**Figura 2.1:** Estructura básica de un MRC 12/8 de tres fases

## 2. MODELADO DEL MRC

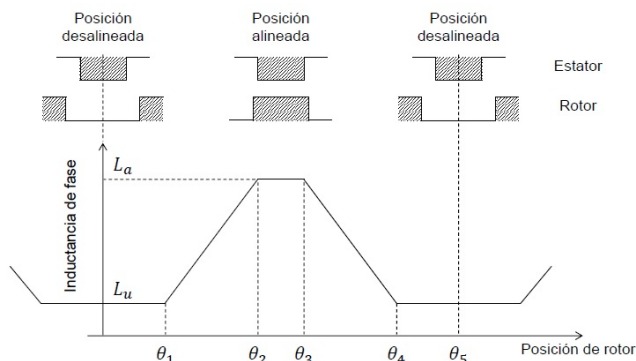
En su construcción los polos salientes se diseñan en múltiplos de dos, y en máquinas simétricas siempre son más en el estator que en el rotor, para evitar posiciones de rotor que generen par nulo. En él se aplica una secuencia de pulsos de tensión eléctrica a cada fase, así, un convertidor electrónico de potencia apropiado recibe acciones que constantemente se actualizan de acuerdo con la posición angular del rotor, de modo que la energía de cada fase se retira de la fase activa antes de que los polos del rotor y del estator queden totalmente alineados, activándose entonces la próxima fase.



**Figura 2.2:** Sección transversal del MRC 12/8

Existen diversas topologías según el número de polos de estator  $N_s$  y el número de polos de rotor  $N_r$ , y se identifica cada caso según la relación  $N_s/N_r$ , detallando también el número de fases del motor. La Figura ?? muestra la sección transversal de un MRC 12/8 de 3 fases. Adicionalmente, se tiene que la producción del par del MRC depende de la magnitud de la corriente del estator, independiente de la dirección, por lo tanto, el flujo unidireccional resultante produce menores pérdidas en el núcleo.

En los MRC, la inductancia de fase es función de la posición de rotor y de la corriente de estator. La Figura ?? muestra la variación de la inductancia de una fase respecto a la posición de rotor para una corriente constante. Los cambios significativos en el perfil de inductancia están determinados por el arco polar del estator  $\beta_s$ , el arco polar del rotor  $\beta_r$ , y el número de polos de rotor. Se supone —y usualmente es el caso— que  $\beta_r > \beta_s$ . El perfil es idealizado en el sentido de que no considera saturación ni efectos marginales, condiciones bajo las cuales puede describirse como una función lineal a tramos, en la que se distinguen cuatro «regiones» de inductancia:



**Figura 2.3:** Variación de la inductancia respecto a la posición

- $0 - \theta_1$  y  $\theta_4 - \theta_5$ : En esta región no existe un traslape entre los polos de estator y rotor, y la inductancia de fase es mínima y constante (inductancia desalineada no saturada  $L_u$ ). El cero de las abscisas corresponde a la posición desalineada, definida como aquella en la que el eje interpolar del rotor está alineado con los polos de estator de la fase en cuestión. Como resultado del gran entrehierro entre estator y rotor, la trayectoria del flujo está predominantemente formada por aire, y la reluctancia magnética de la misma es máxima. Esta región no contribuye a la generación de par.
- $\theta_1 - \theta_2$ : En esta región hay un incremento en el área de traslape de los polos y la inductancia adquiere una pendiente positiva. Al existir un traslape parcial de los polos, la trayectoria del flujo es principalmente a través de los laminados del estator y el rotor, y la inductancia aumenta conforme se incrementa la posición del rotor. Esta región contribuye a la producción de par positivo (i.e. par motor) y termina cuando se completa el traslape de los polos.
- $\theta_2 - \theta_3$ : En esta región los polos de estator se traslapan completamente con los de rotor, y la inductancia de fase es máxima y constante (inductancia alineada no saturada  $L_a$ ). Durante este intervalo, el movimiento del rotor no altera el traslape completo de los polos, por lo que no cambia la trayectoria dominante del flujo. Como resultado del pequeño entrehierro entre estator y rotor, la reluctancia magnética de la trayectoria del flujo es mínima, y el circuito magnético es susceptible a la saturación. Esta región no contribuye a la generación de par, y su punto medio corresponde a la posición alineada, definida como aquella en la que el eje polar del rotor está alineado con los polos de estator de la fase en cuestión.
- $\theta_3 - \theta_4$ : En esta región hay un decremento en el área de traslape de los polos y la inductancia adquiere una pendiente negativa. Similar a la región  $\theta_1 - \theta_2$ , en ésta existe un traslape parcial de los polos, con la diferencia de que la inductancia disminuye conforme se incrementa la posición del rotor. Esta región contribuye a la producción de par negativo (i.e. par generador o par de frenado) y termina cuando se acaba el traslape de los polos.

Para su operación el MRC necesita de un convertidor electrónico de potencia, el cual requiere de un controlador para realizar adecuadamente la activación de energía necesaria en el motor. Dentro del área de control automático existen técnicas especializadas para este propósito. En algunas de ellas, al utilizar controladores lineales basados en modelos matemáticos que desprecian la naturaleza no lineal de estas máquinas, se presenta un accionamiento con notable rizo en el par, consecuencia de su naturaleza pulsante. Por este motivo para el control del MRC es necesario considerar técnicas de control basadas en su modelo matemático donde se analicen características no lineales en la dinámica del sistema [?].

## 2.2. Modelo Matemático

Basado en el concepto de balance de energía y para una representación de modelado completa, se introduce el siguiente desarrollo donde es necesario, antes de comenzar, considerar los parámetros y variables definidas en la Tabla ??.

Nombre Parámetro/Variable	Símbolo
Enlace de flujo	$\dot{\lambda}$
Resistencia de fase	$R$
Voltaje en el devanado	$u$
Corriente de fase	$i$
Inercia total del rotor	$J$
Posición angular del rotor	$\theta$
Torque eléctrico de origen mecánico	$T_e$
Par de carga	$T_L$

**Tabla 2.1:** Parámetros del sistema

Para el modelo matemático del MRC es necesario considerar las siguientes suposiciones:

- La inductancia mutua entre las fases del estator es despreciada.
- Las fases del estator se consideran idénticas.
- El entrehierro del estator y el rotor no tienen saturación magnética.
- La inductancia en el devanado varía sinusoidalmente respecto a la posición.

Bajo tales consideraciones, un modelo dinámico general del MRC está dado por

$$\dot{\lambda}_j = -Ri_j + u_j \quad (2.1)$$

$$J\ddot{\theta} = T_e - T_L \quad (2.2)$$

$$\dot{\theta} = \omega \quad (2.3)$$

donde en la ecuación (2.1) corresponde a la ley de voltajes en cada fase del MRC, mientras que la ecuación (2.2) es la ecuación de equilibrio del sistema mecánico.

Para estudiar la estructura de este modelo, primero, se considera el subsistema de la dinámica eléctrica en donde el voltaje aplicado a una fase es igual a la suma de la caída de tensión resistiva y a la tasa de cambio de los flujos de encadenamiento, lo cual verifica la ley de Faraday

dado que

$$\dot{\lambda}_j + Ri_j = u_j \quad (2.4)$$

donde  $j=1,2,3$  representa el número de fase.

El subsistema de la dinámica mecánica del modelo está dado por la segunda ley de Newton en la forma

$$J\ddot{\theta} = T_e - T_L \quad (2.5)$$

donde se obtiene el par producido por una inercia rotacional  $J$ , que es igual a la diferencia del par  $T_e$  y  $T_L$ .

El par mecánico de origen eléctrico representado en la dinámica mecánica del motor es

$$T_e(\theta, i) = \sum_{j=1}^m T_j(\theta, i_j) \quad (2.6)$$

donde, según el principio de conversión de energía electromecánica,  $T_e$  por fase es igual a la derivada parcial de la co-energía magnética respecto a la posición angular, es decir

$$T_L(\theta, i_j) = \frac{\partial W'_j(\theta, i_j)}{\partial \theta} \quad (2.7)$$

con la co-energía magnética de cada devanado dada por

$$W'_j(\theta, i_j) = \int_0^{i_j} \lambda_j(\theta, i_j) di_j \quad (2.8)$$

Desde una perspectiva de control, es conveniente considerar algunas simplificaciones en las características magnéticas de la máquina. Por ejemplo, se asume que no hay acoplamiento mutuo entre las fases del MRC. En este caso, se tiene una relación afín entre flujos y corrientes dada por la siguiente ecuación

$$\lambda_j = f_j(\theta) i_j \quad (2.9)$$

donde  $f_j(\theta)$  es una aproximación en serie de Fourier del perfil ideal de la inductancia de fase y está dada por

$$f_j(\theta) = a + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (b_n \sin \left( N_r \theta - (j-1) \frac{2\pi}{m} \right)) + c_n \cos \left[ \left( N_r \theta - (j-1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \right\} \quad (2.10)$$

con los mismos coeficientes de Fourier  $a$ ,  $b_n$  y  $c_n$  para todas las fases y  $m$  siendo el número de fases del MRC. Debido a que  $f_j(\theta)$  es periódica,  $\lambda(\theta, i_j)$  también es periódico respecto a  $\theta$  con periodo  $2\pi/N_r$  y ángulo de fase  $\varphi_j = (j-1)2\pi/m$ . Considerando la expresión (??), ésta puede

ser truncada en  $n = 1$  obteniendo

$$\lambda_j(\theta, i_j) = L_j(\theta)i_j \quad (2.11)$$

donde  $L_j(\theta)$  es el truncamiento de  $f_j(\theta)$  dado por la ecuación

$$L_j(\theta) = a + b \cos \left[ N_r \theta - (j - 1) \frac{2\pi}{m} \right] \quad (2.12)$$

la cual es la aproximación del primer armónico de la inductancia de fase, donde  $N_r$  es el número de polos del rotor. Note que considerando  $a > b$  con  $a, b$  siendo constantes se garantiza que esta expresión siempre es estrictamente positiva.

Bajo esta simplificación, la función de co-energía magnética queda de la forma

$$W'_j(\theta, i_j) = \frac{1}{2} L_j(\theta) i_j^2$$

y el par generado por cada fase queda dado por

$$T_j(\theta, i_j) = \frac{1}{2} \frac{\partial L_j(\theta)}{\partial(\theta)} i_j^2 \quad (2.13)$$

De esta expresión del par mecánico de origen eléctrico pueden hacerse algunas observaciones:

- El par generado es una función no lineal de las corrientes de estator, aún si el circuito magnético es considerado lineal.
- El par es proporcional al cuadrado de la corriente y no depende de la dirección de esta. Por tanto, no se requiere de corrientes bidireccionales para la operación de la máquina y la dirección de rotación puede revertirse fácilmente mediante un cambio en la secuencia de excitación del estator. Este requerimiento de corriente unipolar tiene la ventaja de que solamente necesita un interruptor de potencia para controlar la corriente en una fase, lo que hace más económico al convertidor.
- El signo del par está determinado únicamente por la variación de la inductancia de fase respecto a la posición angular, propiedad que concuerda con el principio de operación de la máquina. Evidentemente, si la corriente de fase es diferente de cero, solo se genera par en las regiones donde la inductancia varía.
- Debido a los anteriores puntos, esta máquina es apta para la operación en cuatro cuadrantes con un convertidor de potencia apropiado.

Finalmente, considerando que la resistencia de los devanados es la misma en cada fase, la sustitución de las ecuaciones (??), (??) y (??) en el modelo general representado por la ecuación (??) resulta en

$$L_j(\theta) \frac{di_j}{dt} = u_j - K_j(\theta)\omega i_j - Ri_j \quad (2.14)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} K_j(\theta) i_j^2 - T_L(\theta, \omega) \quad (2.15)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (2.16)$$



donde

$$K_j(\theta) = \frac{\partial L_j(\theta)}{\partial t} = bN_r \cos \left[ N_r \theta - (j-1) \frac{2\pi}{m} \right] \quad (2.17)$$

es la variación de la inductancia de fase respecto a la posición del rotor.

En [?] se hace uso de esta representación de las inductancias y se menciona que se ha comprobado que existe un error de menos del 10% al compararlas con resultados experimentales.

El modelo matemático derivado de la naturaleza física del MRC permite reconocer las variables que resultan difíciles de obtener, tales como los parámetros que en este modelo son los coeficientes de Fourier de la inductancia de fase  $a$  y  $b$ , la resistencia del devanado  $r$ , la inercia total del rotor  $J$ , y el par de carga  $T_L$ . Físicamente, es poco probable obtener una medición real de estos parámetros, ya que influyen factores operativos y económicos, mediante el uso de sensores en ocasiones es posible lograrlo sacrificando confiabilidad en el sistema.

Es por ello, que para delimitar estas complicaciones, tomando como base de estudio el modelo matemático del MRC se abordara, el problema con los esquemas de identificación de parámetros y observación de estados del sistema presentados en los siguientes capítulos.



# Identificación de parámetros

---

Una posibilidad para realizar una identificación de parámetros es que al establecer la estructura del modelo del sistema dinámico a analizar, los parámetros del mismo puedan ser medidos o calculados utilizando leyes físicas. Ésto no es posible, cuando los parámetros varían con el tiempo debido a cambios en las condiciones de operación, éstos pueden determinarse mediante técnicas de estimación de parámetros que consisten en inferir los valores de los mismos a partir de mediciones de la entrada y salida del sistema.

La estimación puede realizarse en línea o fuera de línea y, cuando se trata de un modelo en tiempo continuo, puede hacerse de forma directa o indirecta. El enfoque directo identifica de forma inmediata los parámetros del modelo en tiempo continuo, mientras que el enfoque indirecto identifica primero un modelo en tiempo discreto con una parametrización diferente, que luego convierte a un equivalente en tiempo continuo [?].

Respecto a la estimación de parámetros en línea, la idea esencial detrás de esta herramienta consiste en comparar la respuesta medida del sistema con la salida estimada de un modelo parametrizado, cuya estructura es la misma que la del modelo del sistema, donde se ajusta continuamente el vector de parámetros estimados de tal forma que la salida estimada tienda a la salida medida conforme pasa el tiempo, con lo que se puede concluir que los parámetros estimados tienden a los reales.

El procedimiento de identificación de parámetros implica un proceso metodológico que consta principalmente de tres etapas:

- **Selección de un modelo paramétrico**

En función del modelo matemático se agrupan los parámetros desconocidos en un vector, tomando algunas de las estructuras paramétricas encontradas en la literatura de teoría de control. En particular, y con fines de presentar el desarrollo matemático de [?] se tiene interés por el modelo paramétrico estático (**SPM**, por sus siglas en inglés) el cual puede representar un sistema dinámico, estático, lineal o no lineal. Esta clase de parametrización es de la forma

$$z = \theta^{*T} \phi \tag{3.1}$$

### 3. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

---

donde  $\theta^* \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de todos los parámetros desconocidos,  $z \in \mathfrak{R}^n$  y  $\phi \in \mathfrak{R}^n$  son señales medibles.

- **Algoritmo de identificación de parámetros**

El siguiente paso implica el desarrollo de un modelo de estimación o algoritmo de estimación, además de que se debe considerar un error de estimación para definir la ley adaptable que genera las estimaciones de los parámetros. Este algoritmo dinámico es de la forma

$$\dot{\theta} = H(t)\xi$$

donde  $\xi \in \mathfrak{R}^n$  es el error de estimación, y  $H(t) \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de ganancias.

- **Estabilidad y convergencia de parámetros**

Este paso implica el diseño de la entrada de la planta, la cual tiene ciertas propiedades que garantizan que las señales medidas que controlan la ley adaptable transportan información suficiente sobre los parámetros desconocidos, proporcionando pruebas de estabilidad en la dinámica del MRC.

## 3.1. Modelo Paramétrico Lineal

El desarrollo mostrado a continuación tiene gran importancia en el contexto de esta tesis, por su aporte informativo del modelo matemático del MRC mostrado en el Capítulo 2.

El trabajo presentado en [?] realiza la identificación en línea de los parámetros eléctricos y mecánicos de un MRC 12/8, y en el que se considera la presencia del par de carga como una perturbación desconocida para un modelo en tiempo continuo frecuentemente encontrado en la literatura en el contexto de diseño de algoritmos de control.

Para este caso se consideran  $\varphi = (j - 1)2\pi/m$  y se sustituyen las ecuaciones (2.16) y (2.17) en el modelo matemático, obteniendo

$$u_j = [a + b \cos(N_r\theta - \varphi_j)] \frac{di_j}{dt} + [bN_r \sin(N_r\theta - \varphi_j)] \omega i_j + Ri_j \quad (3.2)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2} b N_r \sum_{j=1}^m \sin(N_r\theta - \varphi_j) i_j^2 - T_L(\theta, w) \quad (3.3)$$

Se considera que el par de carga puede ser parametrizado linealmente como

$$T_L = \phi_L^T(t)\theta_L \quad (3.4)$$

donde  $\theta_L$  es un vector constante desconocido y  $\phi_L$  contiene señales medibles. Así se considera un par de carga de la forma

$$T_L = (C + Dw)sgn(w) + Bw \quad (3.5)$$

donde  $B$  es el coeficiente de fricción viscosa,  $C$  es el coeficiente de fricción de Coulomb, y  $D$  representa el coeficiente de arrastre.

Al recomodar los términos se observa que la ecuación (??), si bien es lineal en los parámetros desconocidos, contiene el término  $\frac{di_j}{dt}$  que no puede medirse, y que no puede aproximarse directamente mediante el método de filtros de variables de estado. Para lidiar con este problema, se considera que

$$\left[ \cos(N_r\theta - \varphi_j) \frac{di_j}{dt} - N_r \sin(N_r\theta - \varphi_j) \omega i_j \right] = \frac{d}{dt} [\cos(N_r\theta - (j-1)) i_j] \quad (3.6)$$

por lo que el subsistema eléctrico queda dado por

$$u_j = Ri_j + a \frac{di_j}{dt} - b \frac{d}{dt} [\cos(N_r\theta - \varphi_j) i_j] \quad (3.7)$$

La sustitución de la ecuación (??) en la ecuación (??) para el subsistema mecánico resulta en la expresión

$$bN_r \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \sin(N_r\theta - \varphi_j) i_j^2 = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega + C \operatorname{sgn}(\omega) + D\omega^2 \operatorname{sgn}(\omega) \quad (3.8)$$

que es lineal en los parámetros desconocidos y captura los fenómenos de fricción del motor y la carga.

El modelo del MRC conformado por la ecuación (??) y la ecuación (??) se puede representar en la forma compacta dada por

$$\begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i & \frac{di}{dt} & \frac{-d}{dt} [C(\theta)i] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-N_r}{2} i^T S(\theta) i & \frac{d\omega}{dt} & \omega & \operatorname{sgn}(\omega) & \omega^2 \operatorname{sgn}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ a \\ b \\ J \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

donde

$$\begin{aligned} u &= [u, \dots, u_m]^T \\ i &= [i, \dots, i_m]^T \\ C(\theta) &= \operatorname{diag}\{\cos(N_r\theta - \varphi_j)\} \\ S(\theta) &= \operatorname{diag}\{\sin(N_r\theta - \varphi_j)\} \end{aligned}$$

Con el fin de obtener una versión implementable del esquema, en [?] se consideran filtros estables  $F(p) = \frac{\lambda}{p + \lambda}$  y  $G(p) = \frac{u}{p + u}$ , donde  $\lambda$  y  $u$  son constantes positivas y  $p$  denota el operador diferencial. Con la inclusión de estos filtros en la ecuación (??) el modelo paramétrico puede escribirse de la siguiente manera

$$z = \phi\theta \quad (3.10)$$

### 3. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

---

con  $z$  en su forma implementable dada por

$$z = \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{p + \lambda} u \\ 0 \end{bmatrix}$$

mientras que

$$\phi = \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{p + \lambda} i^T & \frac{\lambda p}{p + \lambda} i^T & -\frac{\lambda p}{p + \lambda} [i^T C(\theta)] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{N_r}{2} \frac{u}{p + u} i^T S(q) i & \frac{u p}{p + u} \omega & \frac{u}{p + u} \omega & \frac{u}{p + u} \text{sgn}(\omega) & \frac{u}{p + u} \omega^2 \text{sgn}(\omega) \end{bmatrix}$$

y

$$\theta = \begin{bmatrix} R \\ a \\ b \\ J \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix}$$

### 3.2. Algoritmo de estimación

El algoritmo de estimación reportado en [?] consiste en dividir la tarea de identificación en el sistema eléctrico y mecánico. Esta división ofrece varias ventajas, ya que reduce los cálculos, facilita el análisis en una manera intuitiva y, en cierta medida, restringe la influencia de alguna dinámica no modelada en los resultados de la estimación.

El algoritmo de identificación aplicado al subsistema eléctrico, para estimar los parámetros  $R$ ,  $a$  y  $b$ , considera que

$$\frac{\lambda}{p + \lambda} u = \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{p + \lambda} i & \frac{\lambda p}{p + \lambda} i & -\frac{\lambda p}{p + \lambda} [C(\theta) i] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ a \\ b \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

mientras que, para el algoritmo de identificación del subsistema mecánico la expresión que se utiliza es

$$b \frac{N_r}{2} \frac{u}{p + u} i^T S(\theta) i = \begin{bmatrix} \frac{u p}{p + u} \omega & \frac{u}{p + u} \omega & \frac{u}{p + u} \text{sgn}(\omega) & \frac{u}{p + u} \omega^2 \text{sgn}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

El algoritmo considerado es el estimador en línea más simple y uno de los más utilizados. Su uso involucra el desarrollo de una ecuación algebraica de error de estimación y la selección

de una función de costo apropiada  $H(\theta)$  que, para todo tiempo  $t$ , sea convexa sobre el espacio de  $\theta(t)$ , el estimado de  $\theta$  en el instante  $t$ . que es convexa para todo  $H(\theta)$  en la dirección de máximo decremento.

El esquema de estimación propuesto en [?] se implementó experimentalmente en ese trabajo utilizando un MRC trifásico de 12/8 fabricado por Emerson Electric Company, cuyas características se enumeran en la Tabla ??.

Numero de fases(m)	3
Numero polos en estator ( $N_s$ )	12
Numero de polos en rotor ( $N_r$ )	8
Voltaje nominal	120 [V]
Corriente máxima	4 [A]
Resistencia de fase( $R_j$ )	2.5 [ <i>Omega</i> ]
Inductancia alineada	52 [mH]
Indutancia desalineada	9.5 [mH]
Corriente de fase ( $i_j$ )	4 [A]

**Tabla 3.1:** Características del MRC 12/8 de Emerson Electric Company

En la Tabla ?? se muestran los resultados de estimación de los parámetros eléctricos y mecánicos.

Parametro	Unidad	Valor nominal	Valor estimado
R	$\Omega$	2.5	2.4842
a	H	0.03075	0.02022
b	H	0.02125	0.01138
J	$kg.m^2$	0.001	0.00115954
B	$kg.m^2/s$	n/a	0.00059109
C	$kg.m^2/s^2$	n/a	0.05956063
D	$kg.m^2$	n/a	0.00000452

**Tabla 3.2:** Resultados experimentales de estimación

En el contexto de la evaluación realizada en este trabajo de tesis, la importancia de los resultados obtenidos del proceso de identificación radica en el hecho de que estos se utilizarán para la evaluación del desempeño del esquema de control bajo incertidumbre paramétrica, como se presenta en los siguientes capítulos.





Existen diversos tipos de control reportados para el estudio de máquinas eléctricas dentro de la literatura de teoría de control. La utilización de un controlador debe ser seleccionado según su propósito y alcance. En este trabajo de tesis, en particular, se considera la técnica de CBP la cual proporciona soluciones eficientes y altos desempeños, aprovechando propiedades energéticas de los sistemas las cuales exhiben de manera natural propiedades de estabilidad.

La técnica de CBP presentada en este capítulo se basa en el modelo matemático del MRC desarrollado en el Capítulo 2 partiendo de la suposición de que tanto los parámetros de la máquina como el par de carga son conocidos.

## 4.1. Control basado en pasividad

El CBP es una técnica inspirada en modelos matemáticos dinámicos no lineales, denominados como sistemas pasivos. Éstos establecen una clase de sistemas dinámicos cuyo tratamiento matemático puede llevarse a cabo con una comprensión física clara en términos de intercambio de energía, ya que no pueden generar energía interna, condición que genera pruebas de estabilidad formales.

Comparado con otras técnicas de control, el CBP es relativamente simple debido a su estructura. Analizándolo desde el punto de vista ingenieril, el CBP puede resolver problemas de control para sistemas complejos utilizando la menor cantidad de energía posible ofreciendo altos desempeños dinámicos en respuestas rápidas y precisas.

Con el fin de motivar la estructura de control considerado, a continuación se introduce la definición formal del concepto de pasividad.

**Definición [Pasividad].** Considere el sistema mostrado en la Figura ??.

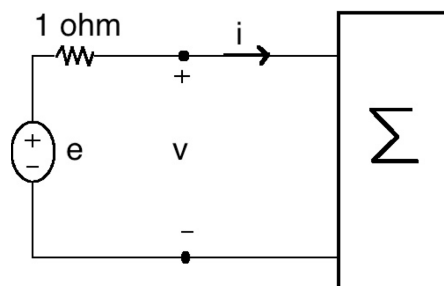


Figura 4.1: Sistema pasivo

Si la potencia entregada en el puerto de interconexión está dada por  $P(t) = v(t)i(t)$  y la energía almacenada de  $\Sigma$  en el momento  $t_0$  es  $\varepsilon(t_0)$  entonces

$$\varepsilon(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} v(t)i(t)dt \geq 0 \quad (4.1)$$

si el sistema  $\Sigma$  no genera energía interna. Esta situación describe lo que en la literatura se refiere a un sistema que sólo puede almacenar o disipar energía y a este tipo de sistemas se les define como sistemas pasivos

La definición anterior puede plantearse de manera equivalente si se considera la representación en el espacio de estados para el sistema dada por

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & u \in U \\ y = h(x, u), & y \in Y \end{cases}$$

donde  $x = (x_1, \dots, x_n) \in X \subset \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^m$  y  $y \in \mathbb{R}^m$

El sistema dinámico  $\Sigma : u \in U \rightarrow y \in Y$  es pasivo si existe una función escalar  $H : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^+$  tal

$$H[x(t_f)] - H[x(t_0)] \leq \int_0^{t_f} u^T y dt \quad (4.2)$$

para todo  $u$  en  $t_f \geq 0$  y  $x(0) \in \mathbb{R}^n$

Desde una perspectiva física, la importancia de esta definición radica en el hecho de que, si  $H(x)$  se identifica como la energía almacenada en el sistema  $\Sigma$ , establece que para los sistemas pasivos el aumento de la energía almacenada durante el intervalo  $(0, t_f)$  de tiempo no es mayor que la energía suministrada al sistema.

Para identificar algunas propiedades de la definición de pasividad que son útiles desde la perspectiva de estabilidad es conveniente presentar la versión diferencial de la ecuación (??)

dada por

$$\dot{H} \leq u^T y \quad (4.3)$$

la cual nos indica que la tasa de variación de la energía almacenada no puede cambiar más rápido que la potencia que se inyecta al sistema.

A partir de la ecuación (??), considerando una entrada cero, es decir si  $u = 0$ , se obtiene que  $\dot{H}(x) \leq 0$ . Se observa que existe una importante propiedad de estabilidad que indica que, si se tiene una entrada nula, el sistema no generará energía, y en un tiempo  $t$  está energía decrecerá hasta un valor mínimo.

Idénticamente, si la salida se considera nula, es decir,  $y = 0$ , entonces  $\dot{H} \leq 0$  indica que el sistema seguirá evolucionando tal que la energía alcanza un valor mínimo. Visto de otra manera, el sistema es estable respecto a una salida pasiva.

Estas propiedades se vuelven más relevantes si se considera que la interconexión de retroalimentación negativa de dos sistemas pasivos también es pasiva. Es decir, si se considera el sistema

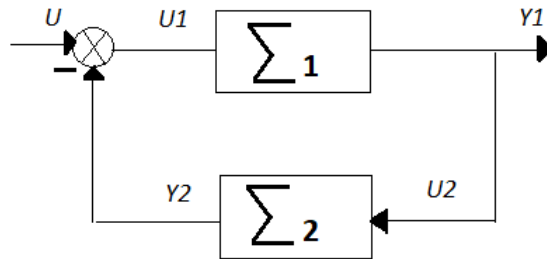


Figura 4.2: Sistema retroalimentado pasivo

y se cumple que  $\Sigma_1 : U1 \rightarrow Y1$  es pasivo mientras que  $\Sigma_2 : U2 \rightarrow Y2$  es también pasivo, entonces el sistema  $\Sigma : U \rightarrow Y1$  también será pasivo.

## 4.2. Ley de control

La definición del CBP, será aplicada al modelo matemático del MRC considerando la características de ser un sistema pasivo. En [?] se considera que el modelo completo del MRC de 3 fases puede ser descompuesto en la interconexión en realimentación negativa de dos sistemas pasivos dado por

$$\Sigma_e : \begin{bmatrix} u \\ -\dot{\theta} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} i \\ T_e(\theta, i) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\Sigma_m : T_L(\theta, \dot{\theta}) - T_e(\theta, i) \rightarrow -\dot{\theta} \quad (4.5)$$

#### 4. CONTROL

---

donde  $u = [u_1, u_2, u_3]^T$  y  $i = [i_1, i_2, i_3]^T$

Bajo esta descomposición el procedimiento del diseño del CBP sobre el MRC para obtener un control de par/velocidad/posición se resuelve entonces en tres pasos:

1. Control del subsistema eléctrico. En el lazo de control interno, con retroalimentación de las corrientes del estator, desarrollado para hacer seguimiento de corrientes.
2. Elección del comportamiento prescrito para las corrientes para garantizar el seguimiento de par. Una vez que ha sido resuelto el problema de control de corrientes, el siguiente paso es identificar una corriente deseada  $i_d$  que genere una referencia para el par generado.
3. Control del subsistema mecánico. Se define la estructura del par deseado  $T_d$  que logre el control de las variables mecánicas. Esta definición implica la retroalimentación de las variables posición o velocidad, según el objetivo de control.

Considerando las etapas mencionadas, en [?] se presenta la ley de control dada por

$$u_j = L_j(\theta) \frac{di_{dj}}{dt} + K_j(\theta) \omega i_{dj} + R i_{dj} - K_v \tilde{i}_j \quad (4.6)$$

donde  $\tilde{i}_j$  es el error de corriente de cada fase,  $K_v$  es la matriz de ganancias,  $i_{dj}$  son las corrientes deseadas y están dadas por la ecuación

$$i_{dj} \begin{cases} \sqrt{2m_j(\theta)T_dK_j^{-1}(\theta)} & \text{si } K_j(\theta) \neq 0 \\ \text{en otro caso } 0 & \end{cases} \quad (4.7)$$

con  $T_d$  el par deseado y  $m_j$  las funciones de par compartido.

El par deseado se relaciona con el error de velocidad mediante la ecuación

$$T_d = J\dot{\omega} - \zeta + T_L(\theta, \omega) \quad (4.8)$$

con el estado de control

$$\dot{\zeta} = -a\zeta + b\tilde{\omega} \quad (4.9)$$

Una observación interesante es que el control presentado es similar al control en cascada: Dada una velocidad deseada  $\omega_d$ , se define el error de velocidad  $\tilde{\omega} = \omega - \omega_d$ , y el par deseado es generado por medio de la ecuación (4.8) con el controlador de estado dado por la ecuación (4.9) con  $a$  y  $b$  constantes positivas. Bajo la condición  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\omega} = 0$  se asegura el seguimiento de velocidad asintótico. En complemento, las corrientes deseadas  $i_d$  se determinan a partir del par deseado con la ecuación (4.7) donde se sigue un enfoque de par compartido, con el objetivo de construir funciones denominadas de par compartido  $m_j$ , diseñadas para lograr una conmutación suave de las corrientes de fase, buscando que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{i}_j = 0$

### 4.3. Resultados de simulación con parámetros nominales

Con el fin de ilustrar las propiedades teóricas del control descrito en la sección anterior, se presenta a continuación su evaluación numérica considerando que todas las variables y todos los parámetros son conocidos.

Todas las pruebas mostradas en esta sección fueron implementadas en el ambiente MATLAB/Simulink con el método numérico de Runge-Kutta y un paso de integración fijo de 0.1 [ms]. El controlador es sintonizado en función de las características de la Tabla 3.1, y se consideran los parámetros nominales de la Tabla 3.2 para el MRC 12/8 de tres fases de Emerson Electric Company, obteniendo los siguientes parámetros de diseño

$$\begin{aligned}a &= 250 \\b &= 30 \\kv &= 38\end{aligned}$$

En la Figura ??, se muestra en color rojo una señal de referencia de velocidad deseada  $w_d$  la cual fue elegida por ser una señal que presenta cambios bruscos, la cual parte del reposo en  $t=0$  segundos, alcanza una velocidad de 50 [rad/s] equivalente a 478 [RPM] en  $t = 0.3$  segundos y permanece constante hasta el instante  $t=1.7$  [s] donde cambia el sentido de referencia a -50 [rad/s] permaneciendo constante en este valor. Adicionalmente, la línea azul de la Figura ?? muestra el comportamiento de la velocidad real  $w$  la cual describe el desempeño del controlador, en donde está señal tiende a seguir el comportamiento de la referencia prescrita por la velocidad deseada.

El desempeño del controlador de velocidad resalta en la Figura ?? siendo la señal en color azul el error de velocidad  $\tilde{w}$  correspondiente. Está tiende a cero en  $t \approx 1.2$  segundos después del cambio de referencia en la velocidad deseada. Tomando en cuenta el tiempo que toma en hacerse cero el error de velocidad después de un cambio de referencia, se considera que el controlador es eficiente respecto al funcionamiento del motor.

En la Figura ?? se muestra la señal de control  $u$  de una fase del MRC donde se observa que toma valores pico no mayores a 100[V]. Si el valor nominal del motor es de 120[V], entonces se hace referencia a que la sintonización del controlador es aceptable debido a que garantiza que los valores de la señal  $u$  se encuentren dentro de los valores operacionales del motor.

Los valores de corriente obtenidos bajo el perfil de la Figura ?? se muestran en la Figura ???. Se observa que tanto la señal de corriente deseada  $i_d$  como la real  $i$ , se encuentran dentro de los valores operables del motor donde los picos de corriente ocurren cuando en la velocidad ocurre un cambio brusco. En la Figura ?? se presenta el error de corriente  $\tilde{i}$  obtenido, presentando dos picos con valor de 3, posteriormente, este error disminuye 90 % cuando la velocidad permanece en estado estacionario tomando valores pico de 1.

En la Figura ??, se observa el par deseado  $T_d$  en color rojo y el par generado  $T$  en color azul. Ambas muestran un comportamiento similar numéricamente el cual está determinado por el cambio en la señal de velocidad de referencia. En la Figura ?? se observa que la señal de error de par en  $t \approx 0.8$  segundos tiende a cero rápidamente y el valor pico que toma esta señal a lo largo de la gráfica tiene valores pico menores a 1.

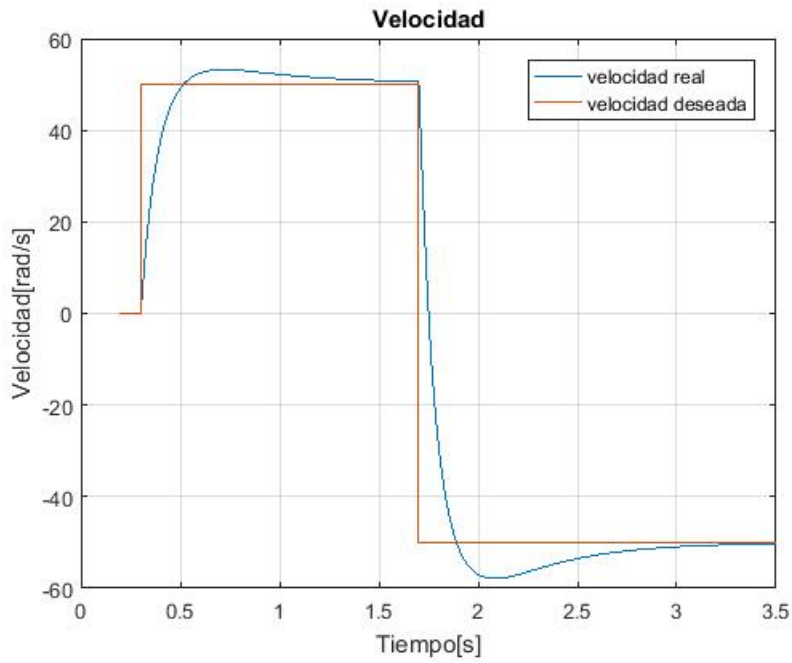


Figura 4.3: Referencia: Velocidad deseada y real.

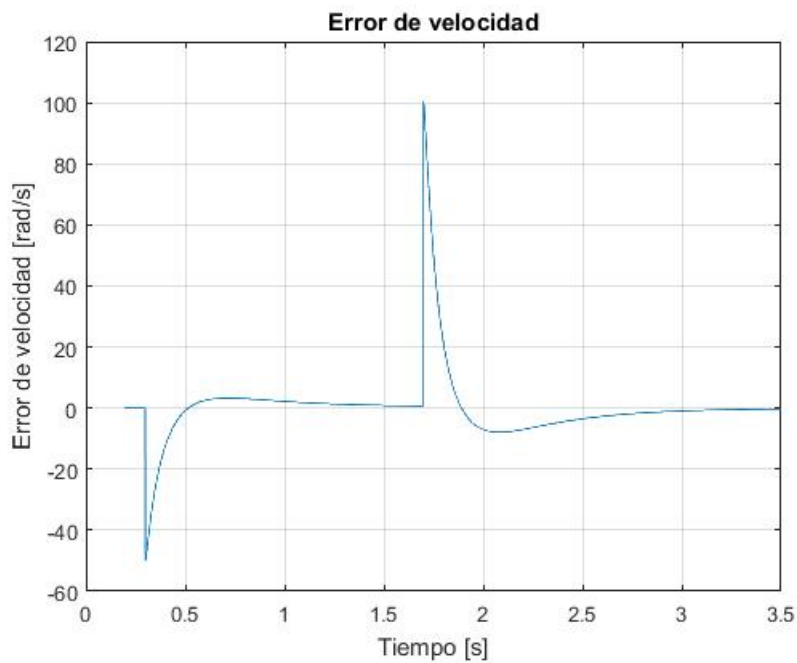


Figura 4.4: Referencia: Error de velocidad.

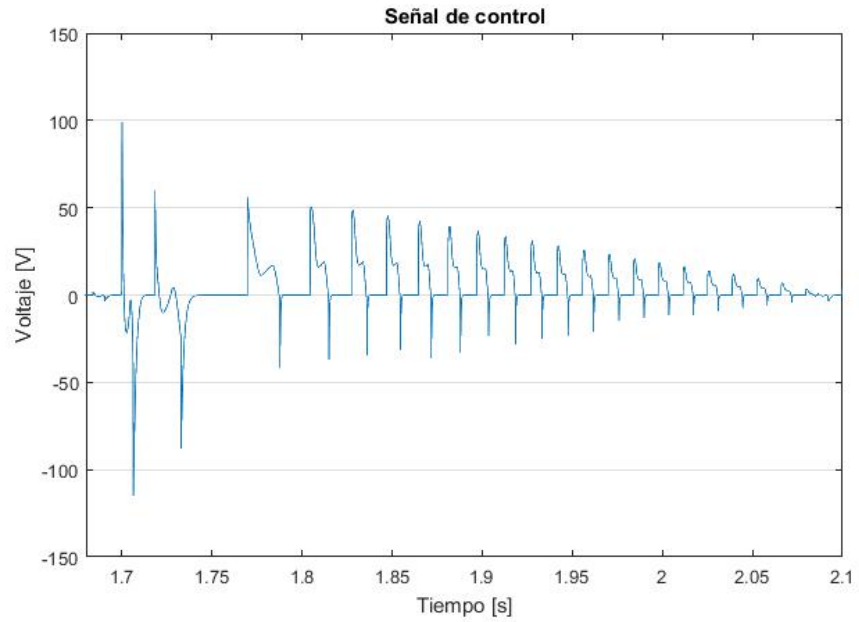


Figura 4.5: Resultados de simulación: Señal de control.

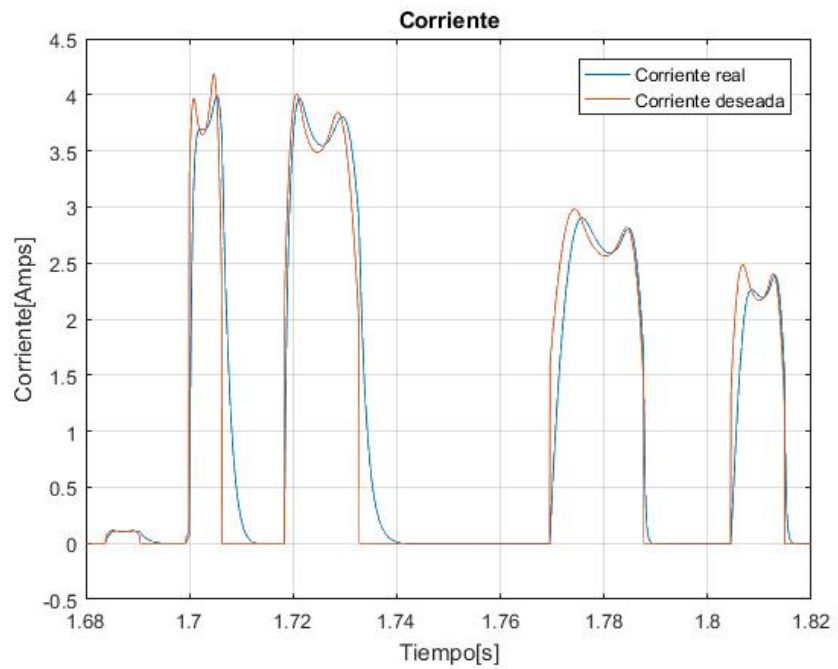


Figura 4.6: Resultados de simulación: Corriente de estator.

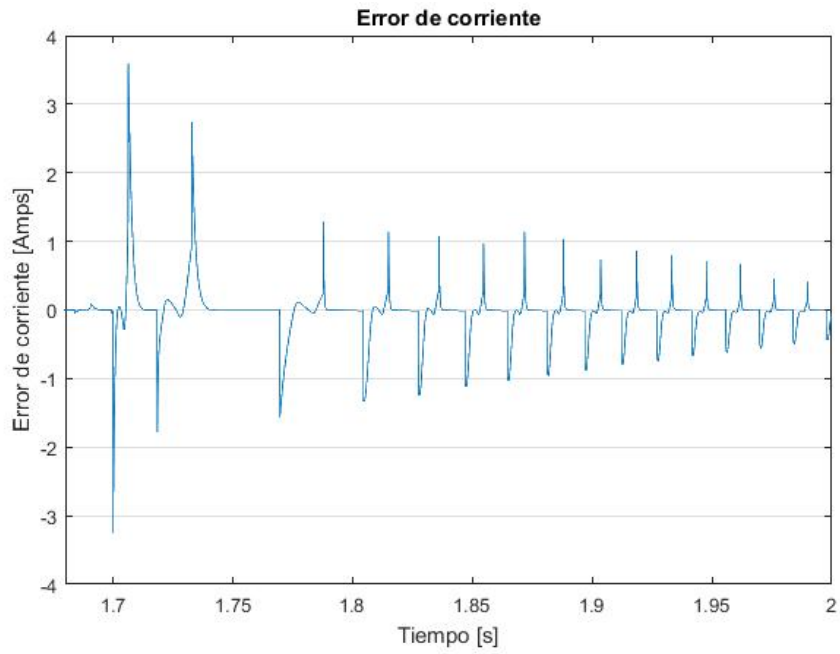


Figura 4.7: Resultados de simulación: Error de corriente de estator.

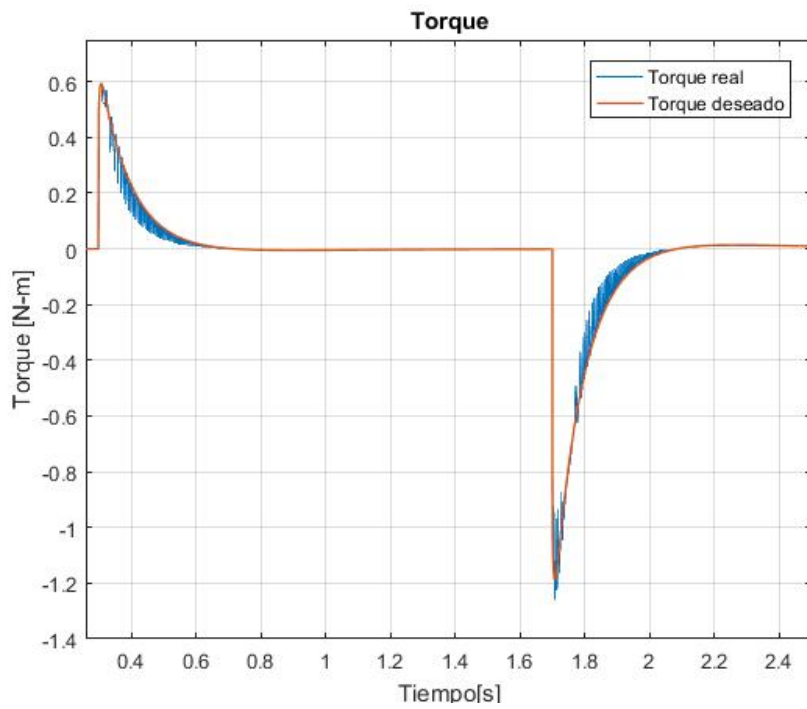
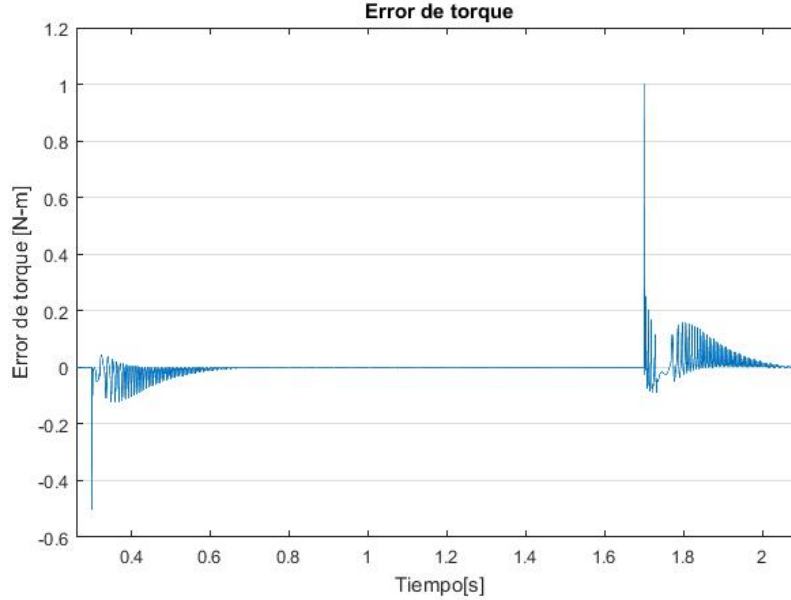


Figura 4.8: Resultados de simulación: Torque.





**Figura 4.9:** Resultados de simulación: Error de torque.

#### 4.4. Resultados de simulación con parámetros estimados

En esta sección se muestran los resultados obtenidos considerando los parámetros estimados del trabajo de [?], bajo el ambiente MATLAB/Simulink con el método numérico de Runge-Kutta y un paso de integración fijo de 0.1 [ms]. Esta evaluación se realiza para el MRC 12/8 de tres fases de Emerson Electric Company y se consideran los mismos parámetros de diseño para el controlador que en la sección anterior.

Para mostrar posteriormente una comparación entre la utilización de parámetros estimados y parámetros nominales, en esta sección se utiliza en la Figura ?? la misma referencia de velocidad deseada  $w_d$  que en la Figura ?. En la Figura ?? la línea en color azul muestra el comportamiento de la velocidad real  $w$  utilizando parámetros estimados de la Tabla 3.2. Esta señal de velocidad describe el comportamiento del controlador presentando un sobrepaso ligeramente en  $t=0.3$  y  $t=1.7$  segundos. A pesar de ello el desempeño del controlador es bueno ya que está señal tiende a seguir el comportamiento de la velocidad deseada. En la Figura ?? se observa el error de velocidad  $\tilde{w}$ , el cual tiende a cero en  $t \approx 1.25$  segundos después de haber ocurrido un cambio de referencia en la velocidad deseada.

En la Figura ?? se muestra la señal de control  $u$  de una fase del MRC la cual tiene un solo valor pico mayor a 100[V] y menor a 120[V] en  $t=0.3$  segundos, posteriormente  $u$  decremente paulatinamente hasta  $t=0.65$  segundos, lo cual asegura que  $u$  garantiza el cumplimiento del objetivo de control.

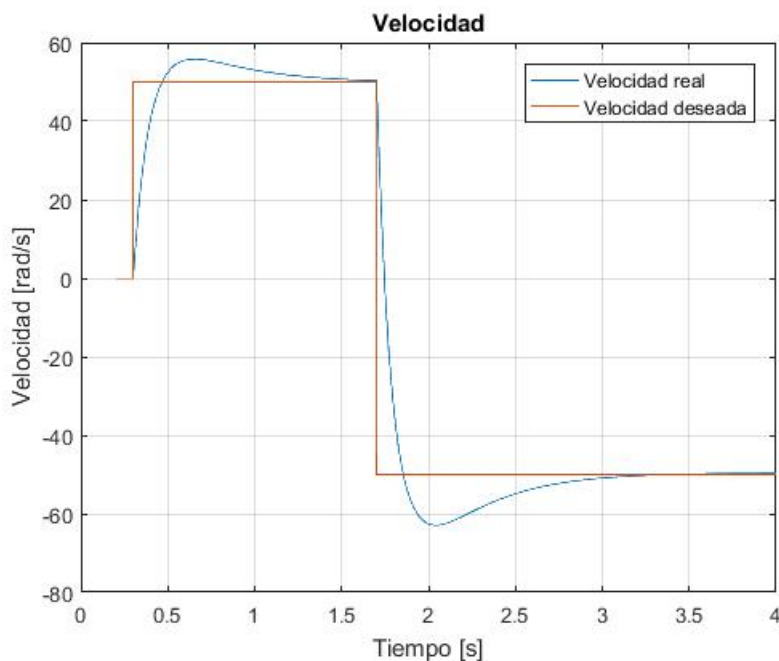
Los valores de corriente de una fase se muestran en la Figura ?. Se observa que tanto la señal de corriente deseada  $i_d$  como la real  $i$  se encuentran dentro de los valores operables del

#### 4. CONTROL

---

motor a excepción del instante  $t=0.32$  [s], cuyo valor pico sobrepasa los 4[A], posterior a este instante los valores de corriente demandado al MRC disminuyen cerca de 92%. En la Figura ?? se observa el error de corriente  $\tilde{i}$  con valores picos no mayores a 2.5, posteriormente este error decrementa a cero cuando la velocidad permanece en estado estacionario tomando valores cercanos a 1.

En la Figura ?? se observa que el torque generado  $T$ , en color azul, tiende a seguir al torque deseado  $T_d$  presentando una notable oscilación, la cual se relaciona con el cambio de referencia en la velocidad deseada, la diferencia de comportamiento entre estas señales presenta un error mostrado en la Figura ?? el cual después de haberse presentado un cambio en la referencia en  $t \approx 0.5$  segundos la señal de error presenta una tendencia a cero. Adicionalmente, se observan valores pico en esta señal mayores a 1.



**Figura 4.10:** Referencia: Velocidad deseada y real.

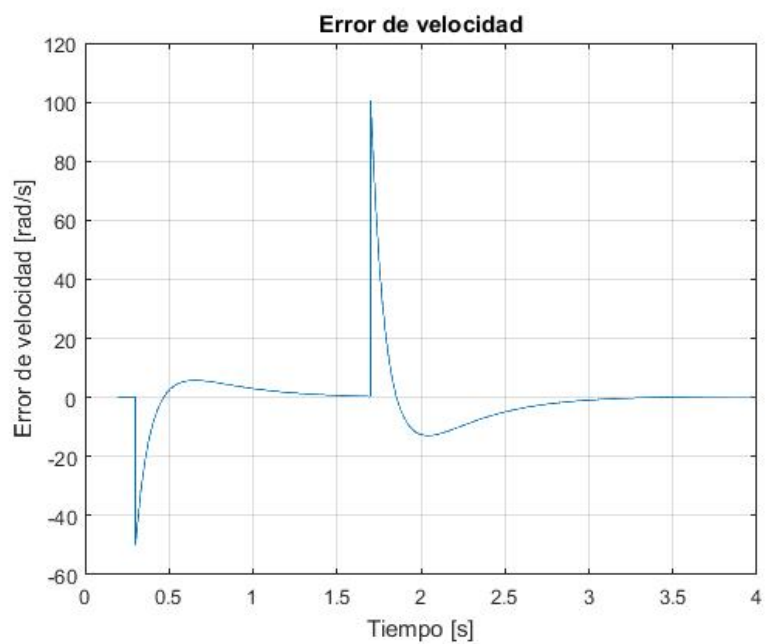


Figura 4.11: Referencia: Error de velocidad.

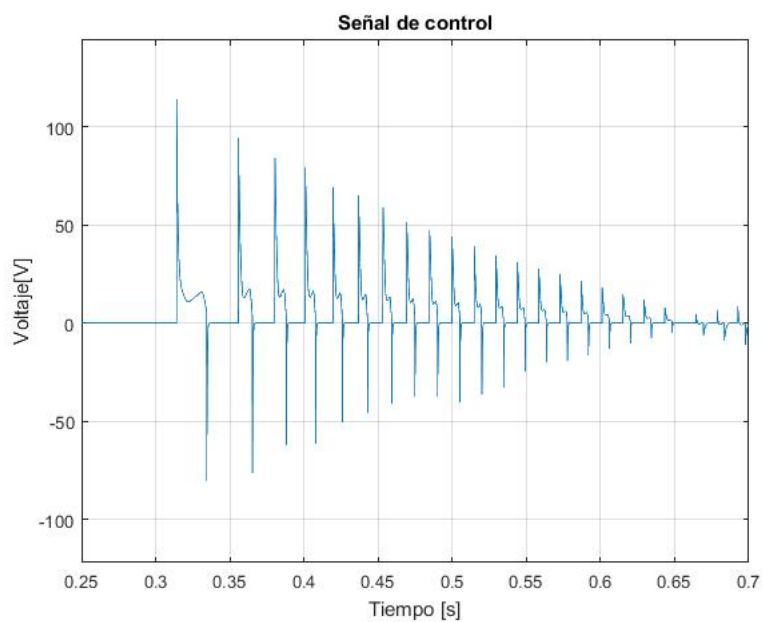


Figura 4.12: Resultados de simulación: Señal de control.

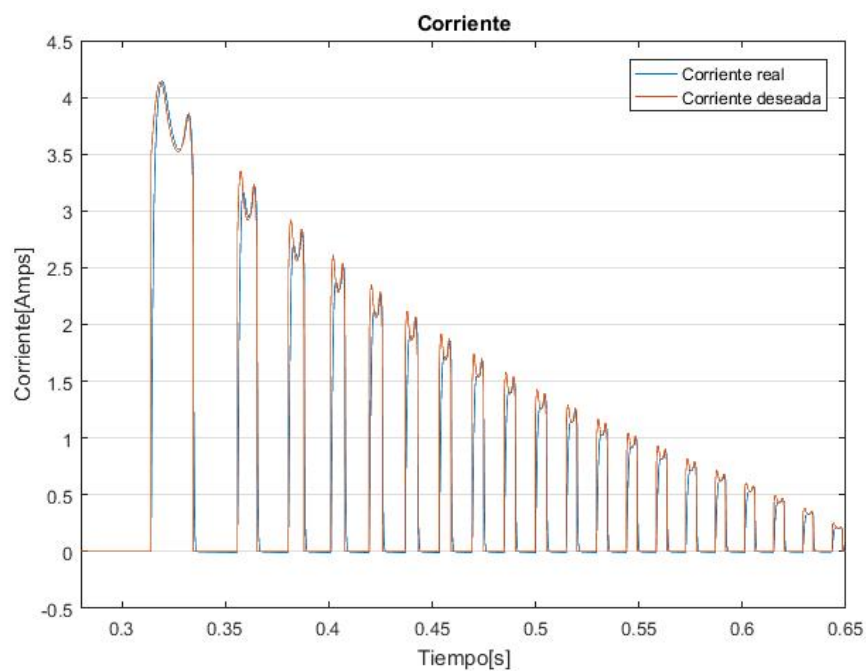


Figura 4.13: Resultados de simulación: Corriente de estator.

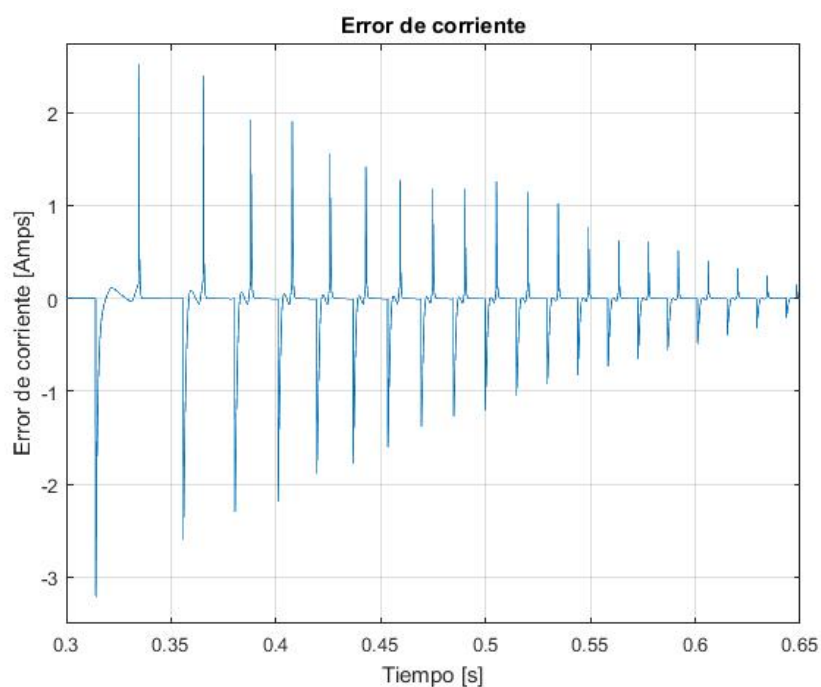


Figura 4.14: Resultados de simulación: Error de corriente de estator.

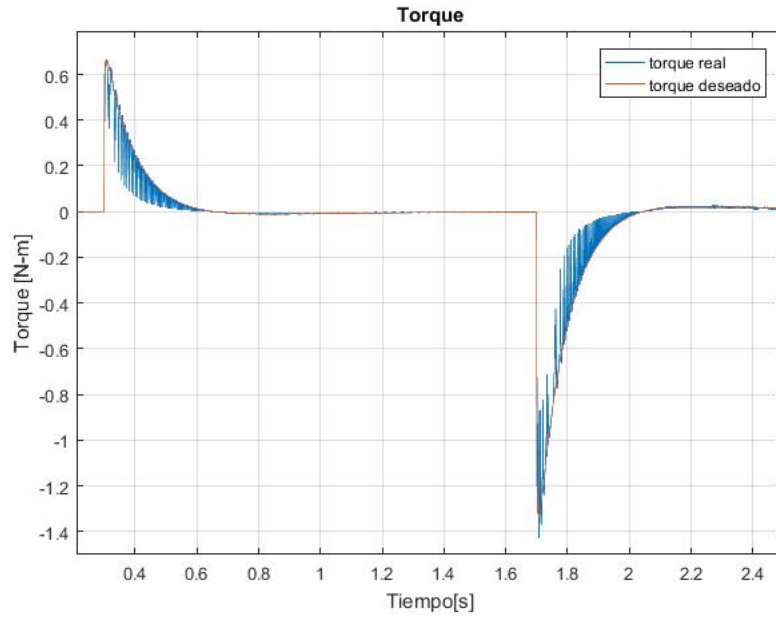


Figura 4.15: Resultados de simulación: Torque.

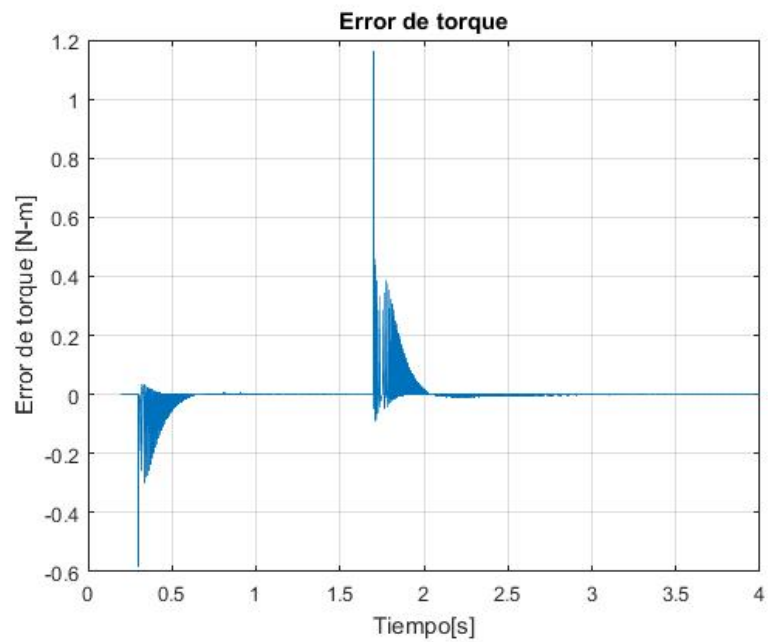


Figura 4.16: Resultados de simulación: Error de torque.

Comparando la Figura ?? y la Figura ??, destaca que al utilizar los parámetros nominales de la Tabla 3.2 la señal de velocidad real de la Figura ?? presenta un comportamiento con un sobrepaso menor cercano al 25 % que al utilizar parámetros estimados. Sin embargo, en ambas figuras se observa que  $w$  tiende al comportamiento de la velocidad deseada  $w_d$ .

La diferencia en el tiempo en que se estabiliza  $w$  se observa en la Figura ?? y la Figura ??, de donde se concluye que al utilizar los parámetros nominales se necesitan  $t=0.2$  segundos para que la señal se estabilice, mientras que al usar parámetros estimados se necesitan  $t=0.25$  segundos debido a que al usar parámetros estimados  $w$  presenta un sobrepaso respecto a  $w_d$ .

Respecto a la señal de control otorgada por el controlador en cada simulación se puede decir que en la Figura ?? y la Figura ?? se cumple el objetivo de control, con la diferencia que en la Figura ?? se presenta un pico de voltaje menor a 100[V] y posteriormente los valores de la señal de control son menores a 50[V], mientras que en la Figura ?? se presenta un pico de voltaje mayor a 100[V] y los valores posteriores son mayores a 50[V] a lo largo de 0.1 segundos, notando que al utilizar parámetros estimados la señal  $u$  requiere de mayores valores de voltaje en su operación.

En referencia a los valores de corriente obtenidos en cada simulación, se observa en la Figura ?? que al utilizar parámetros estimados el comportamiento de  $i$  es similar respecto a  $i_d$ , mientras que al usar parámetros nominales la señal  $i$  presenta una variación respecto al seguimiento de  $i_d$  tal y como se observa en la Figura ???. Asimismo, al observar el error de corriente en la Figura ?? se observa valores pico mayores a 3, posteriormente disminuye a valores pico menores a 1, mientras que en ?? se presenta el error pero con valores pico menores a 3.

Respecto a la Figura ?? y la Figura ?? se observa que en ambas el comportamiento de  $T$  sigue la referencia de  $T_d$ , con la diferencia en que al utilizar parámetros nominales  $T$  presenta menos oscilación respecto a  $T_d$ . Analizando la Figura ?? y la Figura ?? lo anterior queda mas claro, ya que en la simulación con parámetros estimados los valores de error de torque son mayores en un 15 % que al utilizar parámetros estimados, destacando que en ambos casos a pesar de la diferencia de valores el objetivo de control se cumple.

En conclusión para esta sección, se puede afirmar que el control considerado para el MRC es robusto ante incertidumbre paramétrica cuando es posible medir todo el estado del sistema. En la siguiente sección se presenta una alternativa para relajar esta condición de operación.

# Observación de estados

---

En este capítulo se presenta una de las técnicas de gran interés dentro de la comunidad de teoría de control debido a que su aplicación permite resolver problemas de observación de estados. La técnica de observación presentada se basa en el modelo matemático del MRC desarrollado en el Capítulo 2 asimismo considera el esquema de control basado en pasividad presentado en el Capítulo 4.

Posteriormente se desarrolla la implementación necesaria para demostrar la validez del esquema de observación presentado en [?] utilizando como datos de simulación tanto parámetros nominales como parámetros estimados del MRC.

## 5.1. Observador de estados

En el control del MRC, se requiere medir la posición del rotor ya que el polo del estator se debe energizar en una posición del rotor donde se pueda generar un par positivo para rotar el rotor. Básicamente, se sugieren dos estrategias principales para detectar la posición del rotor: directa (con sensor de posición) e indirecta (sin sensor). En métodos directos, se pueden usar diferentes sensores de posición, para detectar la ubicación del rotor. Aunque su método es muy preciso, el uso de sensores de posición en la estructura del motor tiene algunos inconvenientes, tales como aumentar los costos, reducir el rendimiento y la confiabilidad debido a un aumento en la complejidad del cableado del sensor.

Existe una variedad de técnicas que se han sugerido dentro de la literatura de la comunidad de control para resolver el problema de control sin sensores en especial para motores eléctricos, donde se clasifican según el rango de velocidad del motor en el que tienen el mayor rendimiento. Dentro de estas técnicas se encuentran los observadores de estados.

En determinadas circunstancias resulta necesario estimar el valor de ciertas variables de estado que no son medidas en un sistema. La estimación de este tipo de variables se determina observación, siendo éste un dispositivo o programa que estima u observa las variables de **estado** y que se denomina como **observador de estados** o simplemente observador.

## 5. OBSERVACIÓN DE ESTADOS

---

Para precisar qué es un observador de estado, es posible encontrar múltiples definiciones. Según Ogata [?]

*“Un observador de estados estima las variables de estado con base en las mediciones de las variables de salida y de control.”*

Para Pouliezos y Stavrakakis [?] los observadores son:

*“Sistemas dinámicos cuyo propósito es reconstruir el estado  $x$  de un modelo en espacio de estados basándose en las entradas medidas  $u$  y en las salidas  $y$ .”*

Más recientemente la definición citada por Kinnaert [?] :

*“Un observador de estados es un filtro que recibe como entradas las señales de entrada,  $u(t)$ , y de salida,  $y(t)$ , de un sistema y genera una estimación sobre el estado  $x(t)$ ”.*

Para establecer una clasificación de los tipos de observadores, es necesario considerar variables que son observadas. De esta manera se propone una clasificación de observadores en tres tipos [?] :

- **Orden completo:** el observador capta todas las variables del sistema, sin importar si algunas están disponibles para una medición directa.
- **Orden reducido:** el observador estima menos de  $n$  variables de estado, en donde  $n$  es la dimensión del vector de estado.
- **Orden mínimo:** es un observador de orden reducido con el mínimo orden posible, es decir, si  $n$  es la dimensión del vector de estado y  $m$  es la dimensión del vector de salidas, el observador de orden mínimo observa  $n - m$  variables.

Dentro de cada una de estas clasificaciones podemos tener, a su vez, otras subdivisiones, es decir, podemos tener observadores para sistemas lineales y observadores para sistemas no lineales.

En este trabajo de tesis se aborda el problema de observación de estados considerando el esquema presentado por Ortega y Sarr [?] donde las señales disponibles para medición son  $\dot{i}$ ,  $u$  y todos los parámetros son conocidos excepto  $T_L$ . Además presenta observadores de flujo, posición, velocidad y carga. Se eligió este esquema ya que se basa en el modelo matemático del MRC mostrado en el Capítulo 2. Asimismo se considera el esquema de control presentado en el Capítulo 4.

Para la presentación de este esquema se definen los vectores

$$\chi := \begin{bmatrix} \lambda \\ \theta \\ \omega \\ T_L \end{bmatrix}; \hat{\chi} := \begin{bmatrix} \hat{\lambda} \\ \hat{\theta} \\ \hat{\omega} \\ \hat{T}_L \end{bmatrix}; \tilde{\chi} := \begin{bmatrix} \tilde{\lambda} \\ \tilde{\theta} \\ \tilde{\omega} \\ \tilde{T}_L \end{bmatrix} = \hat{\chi} - \chi$$



## 5.2. Observador de flujo

Para el desarrollo del observador de flujo se considera la dinámica eléctrica del modelo matemático del MRC, obteniendo que el observador de flujo está definido como

$$\dot{\hat{\lambda}} = -Ri + u + \Gamma\Phi(i)\Phi^T(i)(D(i) - \hat{\lambda}) \quad (5.1)$$

con

$$\Phi(i) = \begin{bmatrix} i_2 i_3 \\ i_1 i_3 \\ i_1 i_2 \end{bmatrix}$$

mientras que  $D(i) = ai$ ,  $\Gamma$ : es una matriz positiva definida y  $a > 0$  es una constante positiva. El error obtenido para el observador del flujo está dado por

$$\dot{\tilde{\lambda}} = \begin{bmatrix} -\Gamma\Phi\Phi^T\tilde{\lambda} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

y es posible demostrar que  $\tilde{\lambda}$  tiende a cero cuando  $t \rightarrow \infty$

## 5.3. Observador de posición

Para obtener el observador de posición es necesario definir

$$G(i, \Phi) = [X_k^T(i)X_k(i)]^{-1}X_k^T(i)(\Phi - ai) = \begin{bmatrix} G_1(i, \Phi) \\ G_2(i, \Phi) \end{bmatrix}$$

donde

$$X_k(i) = \begin{bmatrix} i_1 & 0 \\ -\frac{1}{2}i_2 & \frac{\sqrt{3}}{2}i_2 \\ -\frac{1}{2}i_3 & -\frac{\sqrt{3}}{2}i_3 \end{bmatrix}$$

Al obtener la representación de  $X_k$ , la cual es aplicable a cualquier MRC de tres fases, esto permite desarrollar de manera general una representación que permite obtener la posición dada por

$$\theta = \frac{1}{Nr} \arctan \left[ \frac{G_2(i, \Phi)}{G_1(i, \Phi)} \right]$$

De esta manera, la posición estimada se define como

$$\hat{\theta} = \frac{1}{Nr} \arctan \left[ \frac{G_2(i, \hat{\Phi})}{G_1(i, \hat{\Phi})} \right] \quad (5.3)$$

y se demuestra que esta variable tiende a  $\theta$  cuando  $t \rightarrow \infty$ .

### 5.4. Estimador de $T_L$

En el esquema presentado en [?] se define un filtro lineal invariante en el tiempo representado por

$$G(p) := \frac{1}{(Tp + 1)^2}$$

y se considera la dinámica mecánica del modelo del MRC para obtener la señal

$$Y := G(p)T_E(i, \theta) - Jp^2G(p)\theta$$

donde

$$Y = \tau_L + \epsilon_t G(p) := \frac{1}{(Tp + 1)^2}$$

De esta forma se define

$$\hat{\tau}_L = G(p)T_E(i, \hat{\theta}) - Jp^2G(p)\hat{\theta}.$$

de donde

$$JG(p)p^2\theta = G(p)(i, \theta) - G(p)\tau_L$$

$$JG(p)p^2\theta = G(p)(i, \theta) - \tau_L + \epsilon_t$$

### 5.5. Observador de velocidad

En este caso, el observador de velocidad para el MRC de 3 fases se representa como un observador clásico de Luenberger con salida  $x_1$  representado como

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 - \ell_1(\hat{x}_1 - \theta) + \epsilon_t \\ \dot{\hat{x}}_2 &= -\ell_2(\hat{x}_1 - \theta) + \frac{1}{J}[\tau_E - \tau_L] + \epsilon_t\end{aligned}$$

La dinámica de error del observador de velocidad, considerando  $\tilde{x} = \hat{x} - x$ , está representada por

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} -\ell_1 & 1 \\ -\ell_2 & 0 \end{bmatrix} \tilde{x}$$

y es posible demostrar que  $\tilde{x}$  tiende a cero cuando  $t \rightarrow \infty$ .

## 5.6. Resultados de simulación con parámetros nominales

En esta sección se muestran los resultados de simulación obtenidos donde se consideró un MRC de tres fases con los valores de parámetros nominales de la Tabla 3.2 y el par de carga  $T_L = 0$  los cuales fueron elegidos con el objetivo de verificar numéricamente el desempeño de los esquemas de observación propuestos en [?]. Para ello se implementó en el ambiente MATLAB/Simulink con el método de solución de paso variable Dorman-Prince.

En la Figura ??, se muestra en color azul la velocidad real, la cual parte del reposo y en  $t=0.25$  segundos alcanza un valor de  $100$  [rad/s] equivalente a  $956$  [RPM]. Adicionalmente, se observa el comportamiento del observador de velocidad en color rojo donde este alcanza el valor de  $100$ [rad/s] en el instante  $t=0.25$  [s]. Se aprecia que esta señal tarda alrededor de  $0.27$  segundos en alcanzar los  $100$ [rad/s], posteriormente esta señal se estabiliza cumpliendo el objetivo de control.

El error entre las señales de velocidad real y observada respecto al tiempo se observa en la Figura ?? donde destaca que en el instante  $t=0.25$  [s] se presenta un pico debido al cambio en la velocidad real con valor de  $100$ [rad/s]. Posteriormente este error disminuye asintóticamente de  $100$  a cero en  $0.25$  [s], mostrando que efectivamente el error tiende a cero después de haber ocurrido un cambio de referencia brusco. Adicional a ello el tiempo que tarda en estabilizarse es menor a  $0.3$ [s] por ello se considera eficiente la respuesta del observador de velocidad.

En la Figura ??, la primera gráfica representa el valor del flujo real el cual toma valores máximos de  $0.25$  [Wb]. Posteriormente, la segunda gráfica representa el comportamiento del observador de flujo obteniendo un comportamiento similar al flujo real, cuya diferencia se muestra en la última gráfica siendo esta señal el error de flujo el cual es pequeño ya que toma valores escalados a  $10^{-6}$ , lo cual comprueba la convergencia del observador de flujo.

El comportamiento del observador de posición se aprecia en la Figura ??, siendo la señal roja la posición observada y la señal azul la posición real. Ambas señales muestran la misma tendencia creciente con una diferencia notable, esta diferencia se refleja en el error de posición visto en la Figura ??, donde el error toma un valor constante de  $0.393$  después de presentarse el efecto transitorio en la señal de posición.

Finalmente, en la Figura ?? se muestra en color rojo el par de carga estimado, el cual tiene un comportamiento oscilante a lo largo de  $0.8$  segundos con valores escalados a  $10^{-17}$  debido a que pudo ocurrir un error numérico al graficar el comportamiento. En este se espera obtener un par de carga con valor cero como lo es la señal de color azul, sin embargo, en este caso la obtención del par de carga observado se considera adecuado por ser una señal que toma valores cercanos a cero.

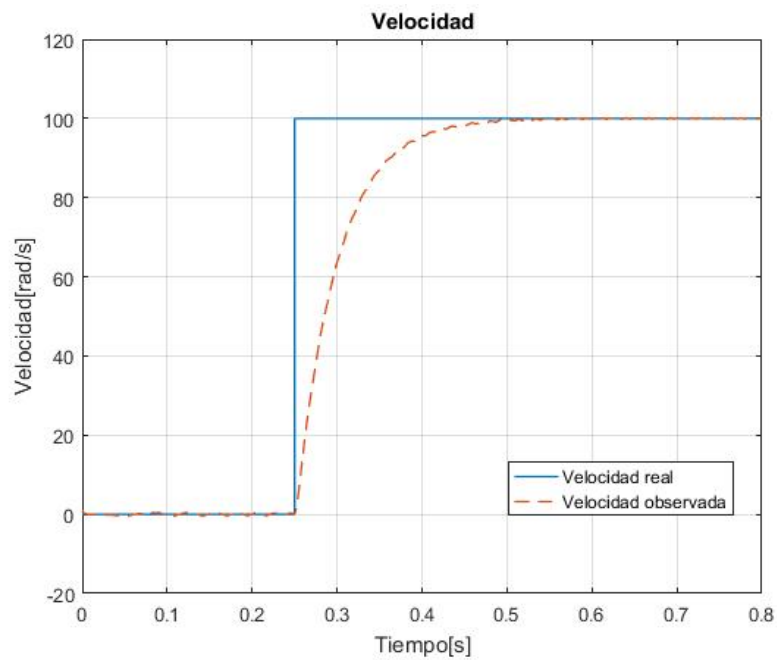


Figura 5.1: Resultados de simulación: Velocidad

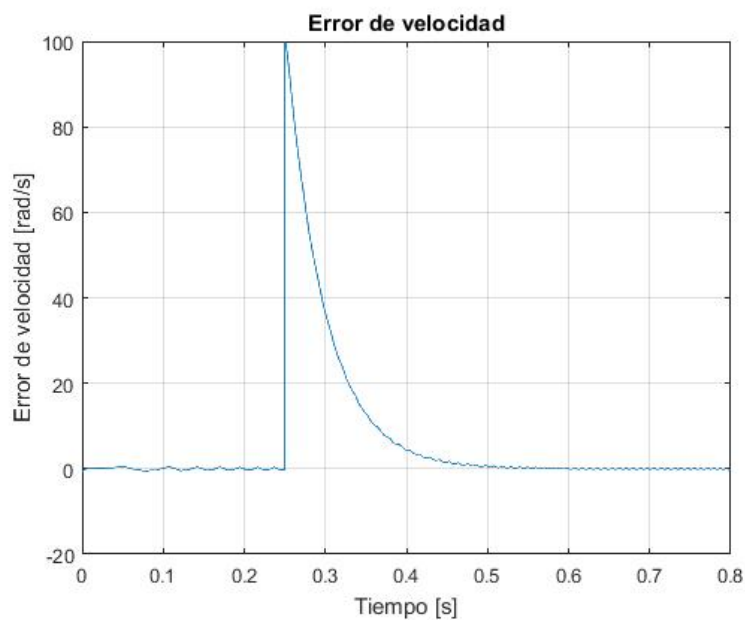


Figura 5.2: Resultados de simulación: Error de velocidad

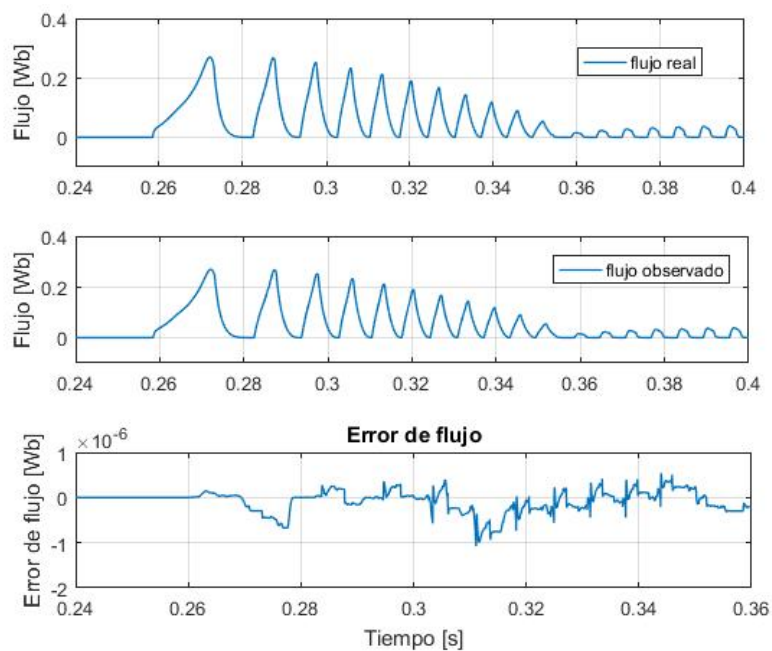


Figura 5.3: Resultados de simulación: Flujo y error de flujo

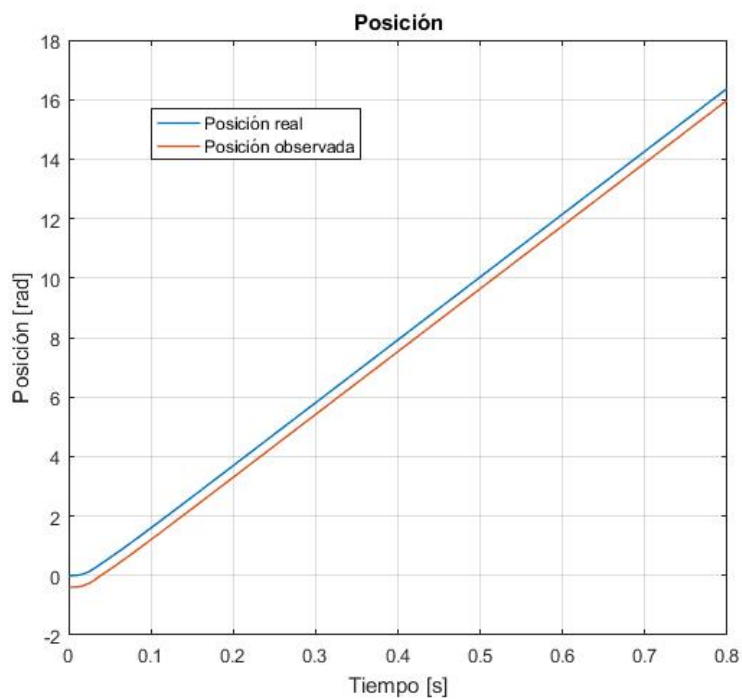
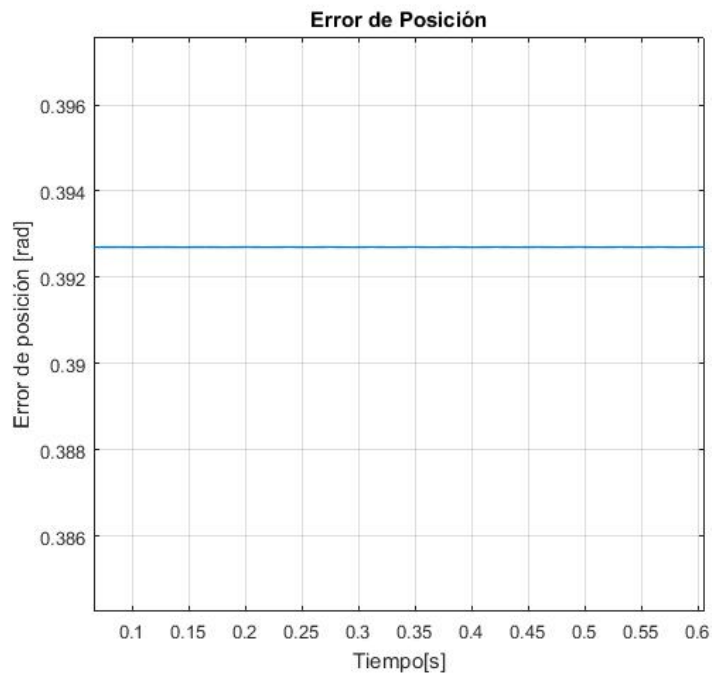


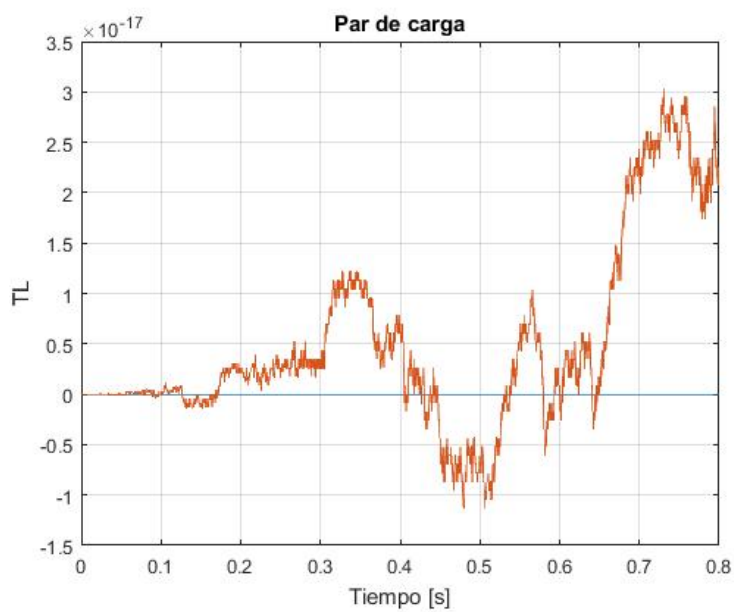
Figura 5.4: Resultados de simulación: Posición

## 5. OBSERVACIÓN DE ESTADOS

---



**Figura 5.5:** Resultados de simulación: Error de posición



**Figura 5.6:** Resultados de simulación: Par de carga

## 5.7. Resultados de simulación con parámetros estimados

En los siguientes resultados de simulación se consideró el modelo matemático presentado en el Capítulo 2 para un MRC de tres fases con los siguientes valores de parámetros estimados  $J = 0.00115954$  [kgm<sup>2</sup>],  $R = 2.4842$  [ $\Omega$ ],  $a=0.02022$ ,  $b=0.01138$  obtenidos en el trabajo de Aguado Rojas [?] y el par de carga  $T_L = 0$  con el objetivo de verificar numéricamente el desempeño de los observadores propuestos en [?]. Esta evaluación se implementó en el ambiente MATLAB/Simulink con el método de solución de paso variable Dorman-Prince.

En la Figura ??, se aprecia el comportamiento del observador de velocidad en la señal roja, la cual en alrededor de 0.26 [s] después de partir del reposo alcanza el valor de 100[rad/s] equivalente a 956 [RPM]. Asimismo el comportamiento descrito por la señal de velocidad real parte del reposo y en el instante  $t=0.25$  segundos alcanza una valor de 100 [rad/s]. Se observa que ambas señales en  $t=0.5$  segundos se estabilizan lo cual cumple con el objetivo de control.

El error de velocidad representado en la Figura ?? muestra un valor pico de 100 atribuido al cambio de referencia en la velocidad real. Además se observa que tiene un comportamiento asintótico con tendencia a cero.

En la Figura ??, la primera gráfica representa el valor del flujo real con valores máximos de 0.18 [Wb]. La segunda gráfica representa el comportamiento del flujo observado mostrando un comportamiento visiblemente idéntico al obtenido en la primera gráfica, sin embargo, en la última gráfica se observa que el error del flujo toma valores cercanos a cero ya que estos valores están escalados a  $10^{-6}$ , lo cual indica que el observador de flujo converge al comportamiento real del flujo del sistema.

La respuesta del observador de posición se aprecia en la Figura ??, siendo la señal roja la posición observada y la señal azul la posición real, ambas señales muestran la misma tendencia positiva después de partir del reposo. La diferencia en el comportamiento entre la posición real y la observada resalta en la Figura ??, siendo un error oscilante negativo cercano al valor numérico de -1.2. Este resultado muestra que existe un error constante, sin embargo, muestra valores oscilantes cercanos a cero lo cual muestra un error numérico, ya sea del alcance numérico en la implementación o en el uso de los parámetros estimados.

Finalmente, en la Figura ?? se muestra en color rojo el par de carga estimado, el cual tiene un comportamiento oscilante a lo largo de 0.8[s] con valores escalados a  $10^{-17}$ . Numéricamente es aceptable decir que en este caso la obtención del par de carga observado es aceptado como adecuado por ser una señal que toma valores respecto a la escala obtenida cercanos a cero cumpliendo el propósito del estimador de  $T_L$ .

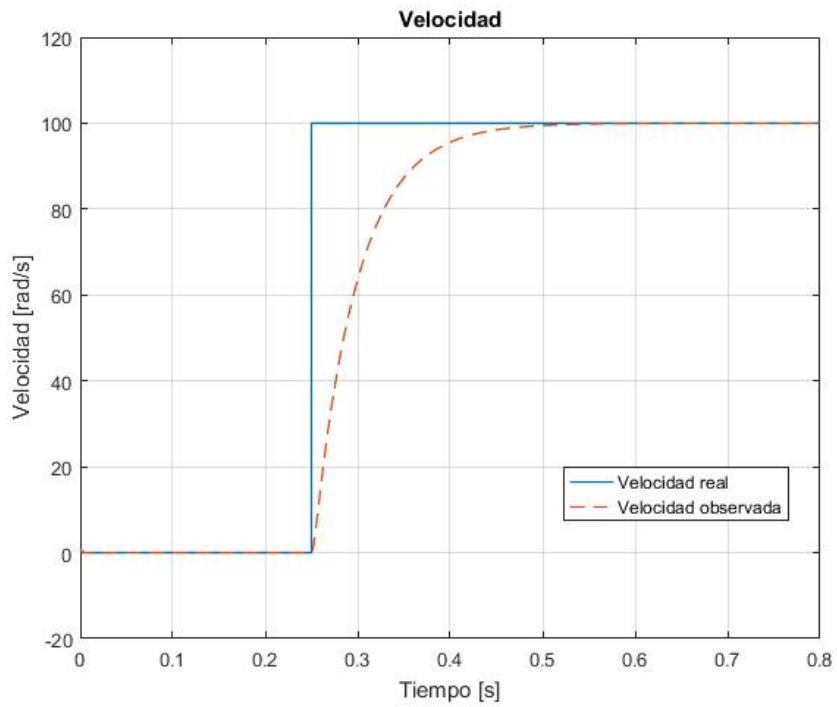


Figura 5.7: Resultados de simulación: Velocidad

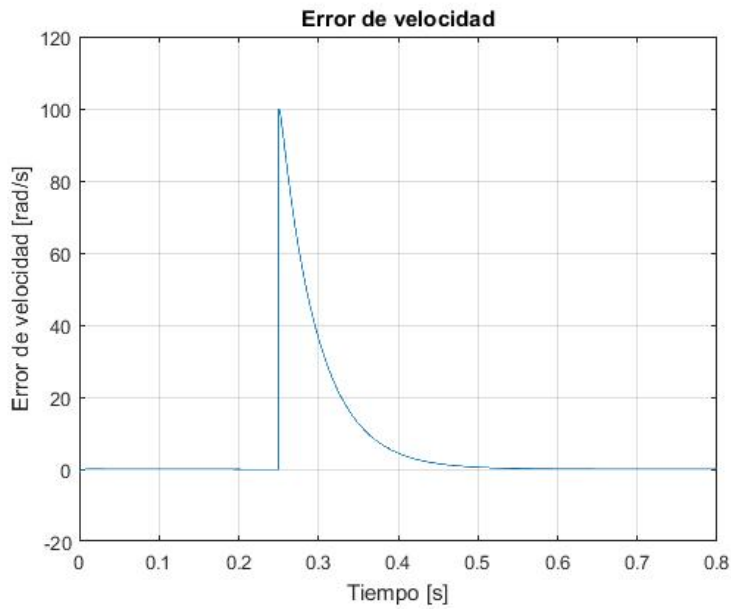


Figura 5.8: Resultados de simulación: Error de velocidad



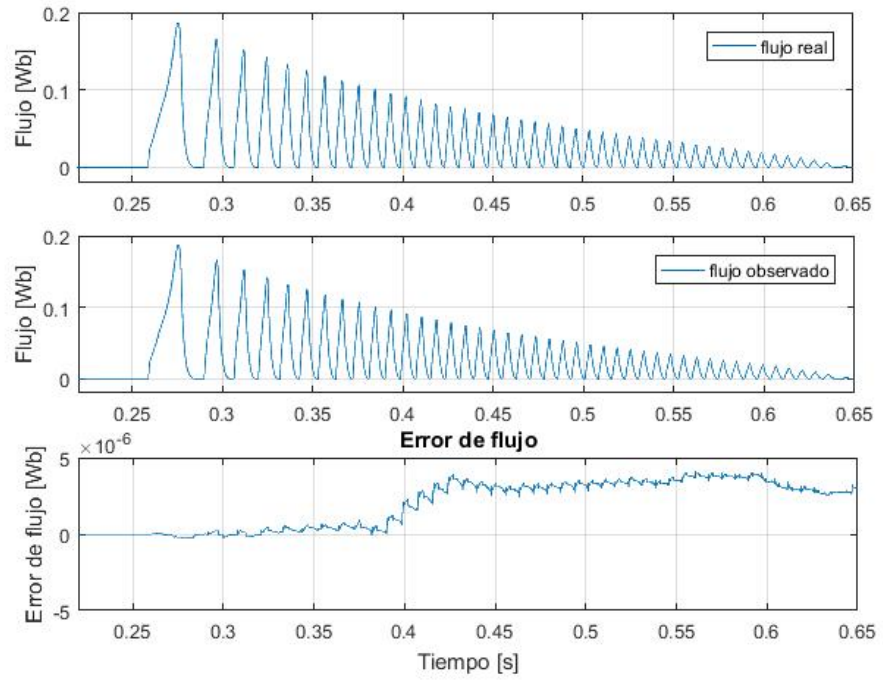


Figura 5.9: Resultados de simulación: Flujo y error de flujo

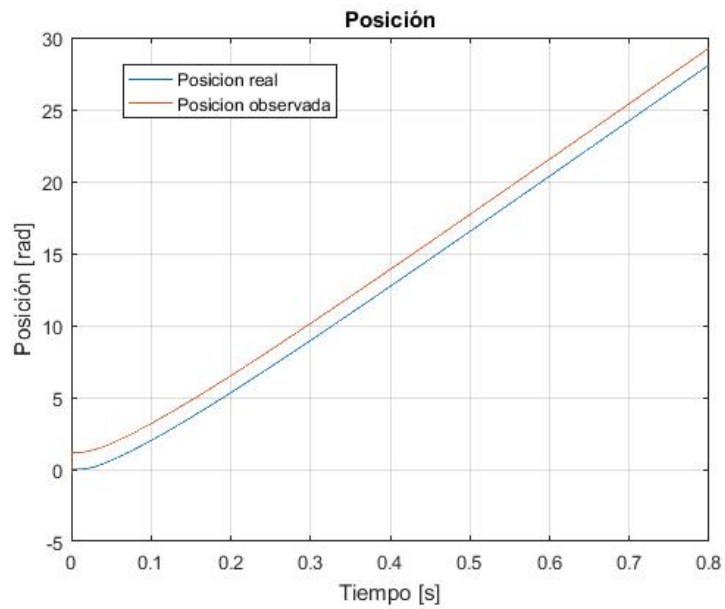


Figura 5.10: Resultados de simulación: Posición

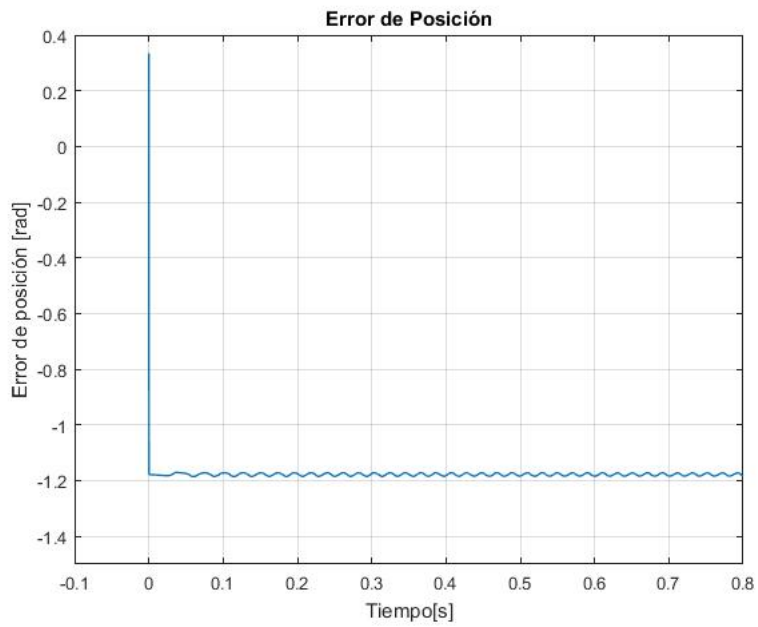


Figura 5.11: Resultados de simulación: Error de posición

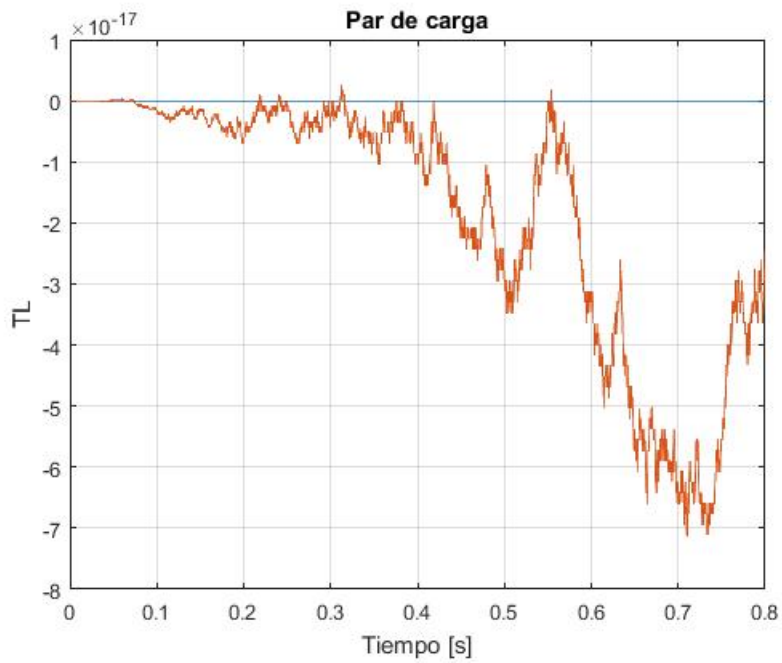


Figura 5.12: Resultados de simulación: Par de carga

De los resultados obtenidos en la evaluación de los esquemas de observación presentados en [?], primeramente se puede concluir que respecto al comportamiento del observador de velocidad mostrado en la Figura ?? y la Figura ?? en ambas se observa un comportamiento similar en cuanto a la estabilización de la señal observada, presentando una diferencia de 0.01 [s] en el tiempo que tardan en lograr dicho objetivo. Asimismo el error de velocidad de ambos comportamientos resulta ser asintótico a lo largo del tiempo esto mostrado en la Figura ?? y la Figura ??.

Respecto al observador de flujo se puede decir que se obtuvo un comportamiento esperado en ambas simulaciones, debido a que el error en la Figura ?? y la Figura ?? tiende a cero. Sin embargo, existe una diferencia referida a los valores obtenidos respecto al flujo ya que con los parámetros nominales el flujo toma valores cercanos a 0.25 [Wb], mientras que al usar parámetros estimados el flujo alcanza un valor máximo de 0.18[Wb].

Con base a la Figura ?? y la Figura ?? el comportamiento descrito tanto del observador de posición como de la señal real muestran una tendencia ascendente después de haber partido del reposo. La diferencia existente entre las simulaciones con parámetros nominales y estimados se destaca en la Figura ?? y la Figura ?? donde el valor de error de posición en un caso es constante positivo y en otro constante negativo respectivamente. Esto se atribuye a la utilización de los valores de parámetros así como de un posible error numérico presentado en la implementación bajo el programa MATLAB. A pesar de ello el observador de posición funciona adecuadamente.

Finalmente de la Figura ?? y la Figura ?? se puede decir que ambas presentan una oscilación creciente. En ambas se espera obtener  $T_L = 0$  en los resultados obtenidos, sin embargo, los valores del par estimado son valores escalados a  $10^{-17}$ . Físicamente al obtener un valor de par de carga con esa escala de medición prácticamente se consideraría cero, lo cual indica que el estimador de carga funciona adecuadamente.



## Evaluación global

---

La simulación constituye, hoy en día, una etapa necesaria en los trabajos de diseño o estudio del comportamiento de disímiles sistemas o procesos ingenieriles. Aunque los resultados obtenidos por la vía de la simulación no se consideran ni suficientes, ni determinantes, éstos se acercan cada vez más al comportamiento de las instalaciones reales. El desarrollo constante de simuladores cada vez más versátiles, y de potentes microcomputadoras digitales, permiten la realización de grandes volúmenes de cálculo en muy poco tiempo, lo cual propicia que el análisis matemático sobre muchos sistemas sea más eficiente.[?]

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos en simulación del esquema del controlador basado en pasividad implementado en el Capítulo 4 junto con los observadores propuestos en el Capítulo 5, integrando valores de parámetros estimados presentados en el Capítulo 3. Estos esquemas son referidos a un MRC de 3 fases y los resultados son obtenidos en el ambiente MATLAB/Simulink utilizando el método numérico de solución de paso variable ode15s(stiff/NDF). Para esta evaluación es necesario:

- Considerar medibles las corrientes de fase, y la posición del rotor del motor.
- Se consideran los parámetros nominales y estimados del MRC 12/8 de tres fases.
- Tomar en cuenta no sobrepasar valores mayores a 120 [V] en las señales de control.
- Se busca obtener valores de corriente menores a 4 [A].

### 6.1. Resultados de simulación con parámetros nominales

En la Figura ?? se establece en color azul una señal de referencia de velocidad deseada, la cual presenta un comportamiento suave. Parte del reposo en  $t=0$  segundos, incrementa linealmente hasta alcanzar en  $t=0.3$  segundos una velocidad final de  $100[\text{rad/s}]$ , tardando 0.2 segundos en obtener este valor final, posteriormente se mantiene constante. Asimismo, la velocidad observada representada por la línea roja describe el mismo comportamiento que la velocidad deseada, con la diferencia que presenta valores superiores a  $100[\text{rad/s}]$  en los instantes en que ocurre un cambio brusco en la referencia. En la Figura ?? precisamente se observa la diferencia entre la velocidad real y observada, donde el valor máximo de error ocurre entre 0.1 y 0.4 segundos, después de ocurrir un cambio brusco en la referencia el error muestra que ambas

## 6. EVALUACIÓN GLOBAL

---

señales se estabilizan en un tiempo no mayor a 0.3 segundos, cuyo tiempo de respuesta para la operación del motor es eficiente al obtener un desempeño adecuado en el propósito de control.

En la Figura ?? se observan las señales de control para cada fase del MRC. Estas señales presentan un voltaje con valores entre  $[0-120]$ [V]. Existe una similitud entre estas señales debido a que el MRC presenta características físicas idénticas para cada fase, por otro lado, la diferencia entre  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  es un desfaseamiento que se presenta debido a que el principio de funcionamiento del MRC indica que no puede ocurrir en un mismo instante la activación de dos o más fases, es decir, no se puede presentar más de una señal de control en el mismo instante de tiempo.

La Figura ?? la Figura ?? y la Figura ?? muestran los valores de corrientes de cada fase en las que resalta que el comportamiento presentado por cada corriente no sobrepasa el valor de 3.5[A]. Nótese el parecido de cada señal, esto debido a que se debe cumplir el principio de torque compartido realizado por el controlador. Analizando el error de corriente respecto a la corriente deseada en cada figura se observa que después de 0.35 [s] el error en cada fase tiende a cero en cuanto la velocidad de referencia se encuentra en estado estacionario, anteriormente se presentan picos de error con valores no mayores a 2 [A]. Al obtener el comportamiento prescrito por las corrientes se asegura que ante una perturbación presentada en la velocidad de referencia la corriente demandada al MRC siempre será menor a 4[A] lo cual asegura un funcionamiento adecuado.

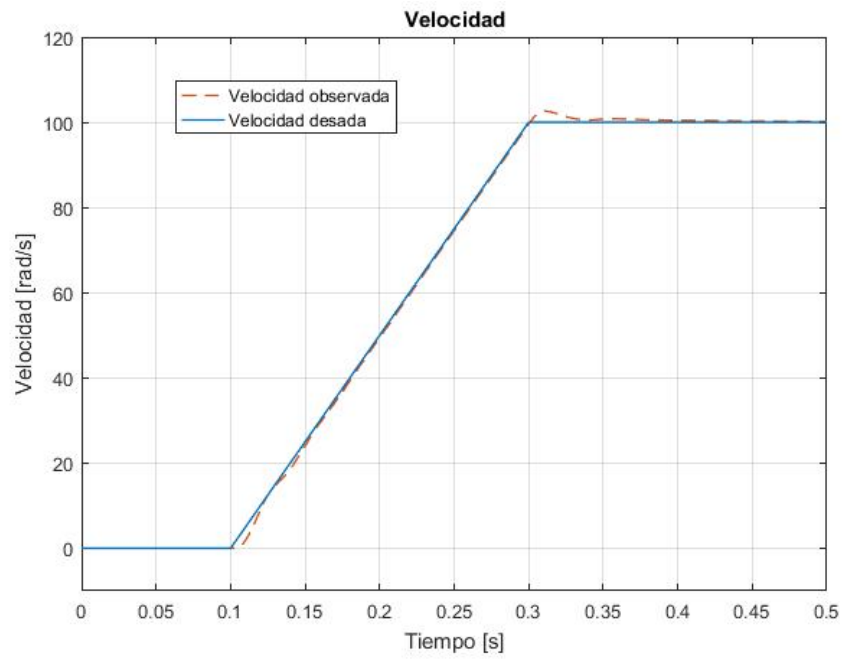
En la Figura ??, la Figura ?? y la Figura ?? se muestra el flujo real y el flujo observado de cada fase donde resalta en cada figura la igualdad que existe en el comportamiento del flujo real y observado, presentando valores no mayores a 0.15 [Wb]. Asimismo, se obtiene un error cercano a cero escalado en valores  $10^{-6}$ [Wb], lo cual indica que el observador de flujo junto con el controlador presenta un desempeño adecuado para la obtención del flujo del MRC.

En la Figura ??, se observa la posición observada en la señal de color rojo, y la posición real en la señal azul. Un aspecto importante se nota en  $t=0.1$  [s] que justamente es cuando ocurre un cambio en la referencia de velocidad en donde se presenta un armónico en la posición observada. Se asume que este aspecto presentado es considerable debido a la naturaleza pulsante del MRC, así como de un posible error numérico que hace que ocurra esta situación. Posteriormente, las señales de posición muestran una tendencia creciente positiva con una variación entre ellas. Esta diferencia se plasma en la Figura ??, donde se observa un gran pico de error en el momento que ocurre el armónico presentado en  $t=0.1$  [s], después de ello el error toma un valor constante positivo de 0.4 [rad].

El torque real, y el torque observado se muestran en la Figura ??, notando un incremento oscilante importante respecto a lo obtenido en el Capítulo 3, ya que en esta ocasión al utilizar el controlador junto con el esquema de observación, se observa que efectivamente el torque observado tiende al comportamiento del torque generado, sin embargo, presenta un cambio en su comportamiento el cual dura alrededor de 0.15 segundos a partir que se genera un cambio en la referencia, posteriormente se estabiliza la señal observada. La diferencia numérica entre las señales anteriores resalta en la Figura ?? donde la señal de error aumenta entre  $t=0.1$  y  $t=0.3$  segundos, a pesar de ello, se observa que una vez pasado el transitorio en  $t=0.35$  [s] el error tiende a cero, lo cual expresa que el esquema de control se desempeña de manera eficiente.

Finalmente, en la Figura ?? se muestra en color rojo el par de carga estimado, el cual tiene un comportamiento oscilante a partir de 0.3 [s] con valores escalados a  $10^{-16}$ [Wb] debido a que

pudo ocurrir un error numérico al graficar el comportamiento al momento de haber ocurrido el transitorio de la velocidad de referencia. Sin embargo, en este caso la obtención del par de carga observado junto con el controlador se considera adecuado por ser una señal con valores muy pequeños cercanos a cero.



**Figura 6.1:** Resultados de simulación: Velocidad

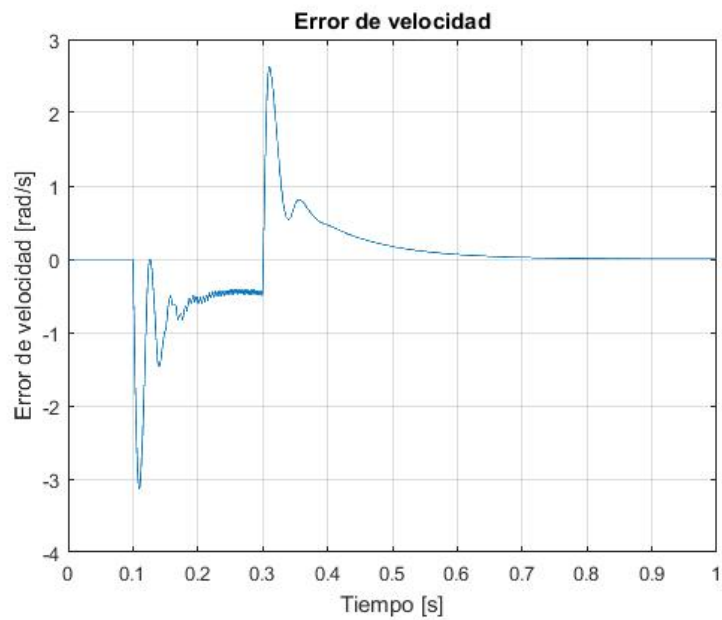


Figura 6.2: Resultados de simulación: Error de velocidad

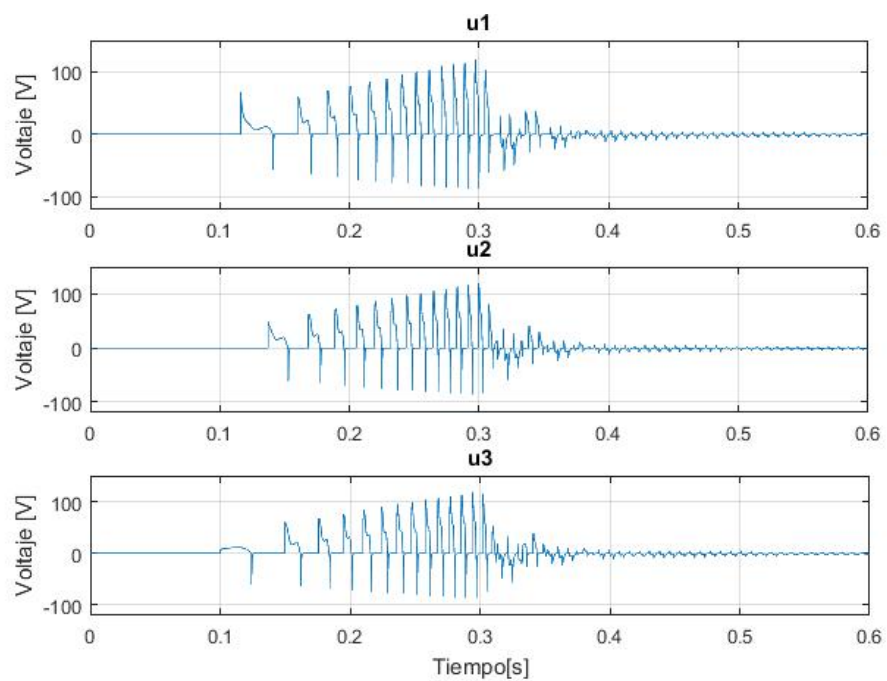


Figura 6.3: Resultados de simulación: Señal de control



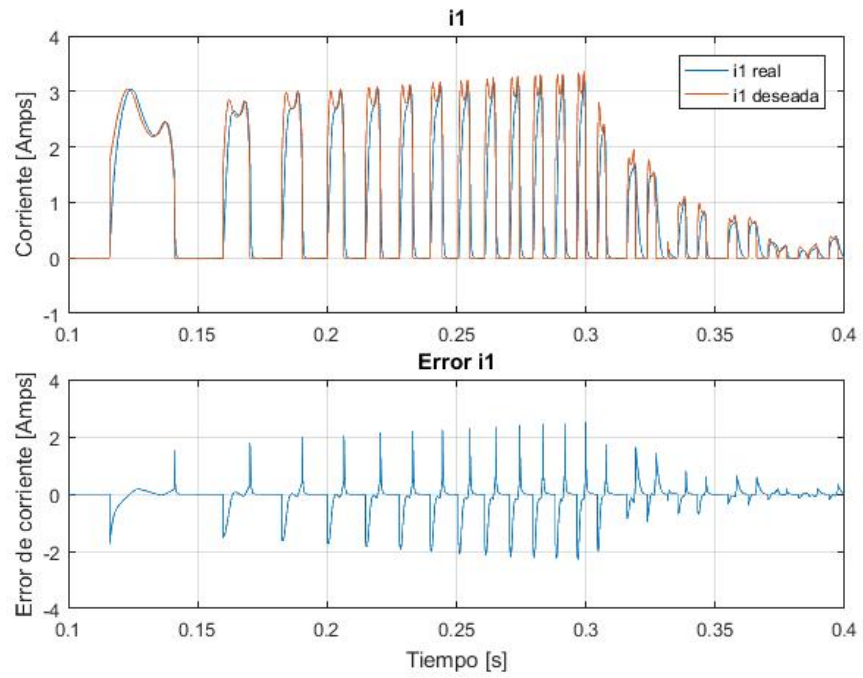


Figura 6.4: Resultados de simulación: Corriente 1

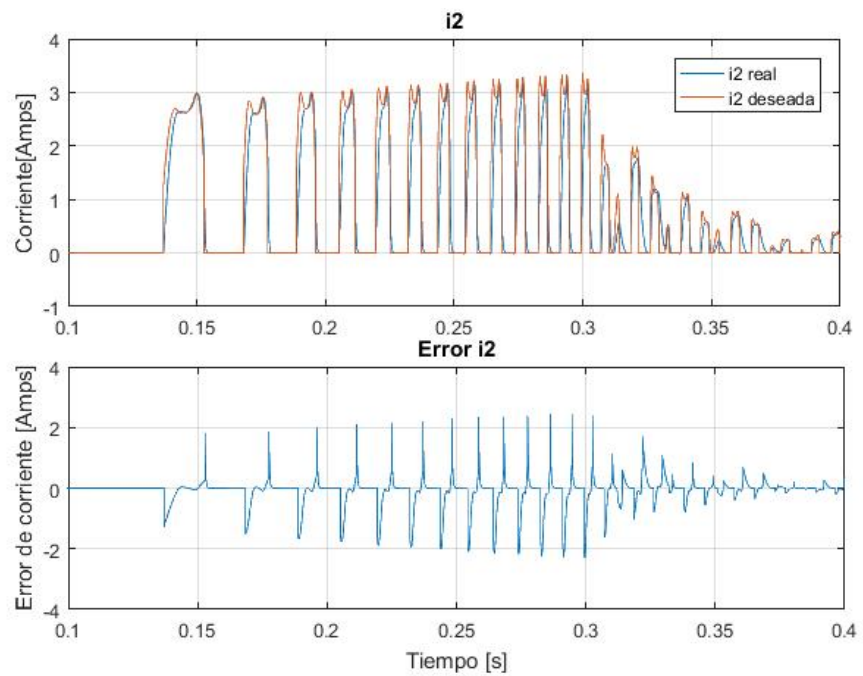


Figura 6.5: Resultados de simulación: Corriente 2

## 6. EVALUACIÓN GLOBAL

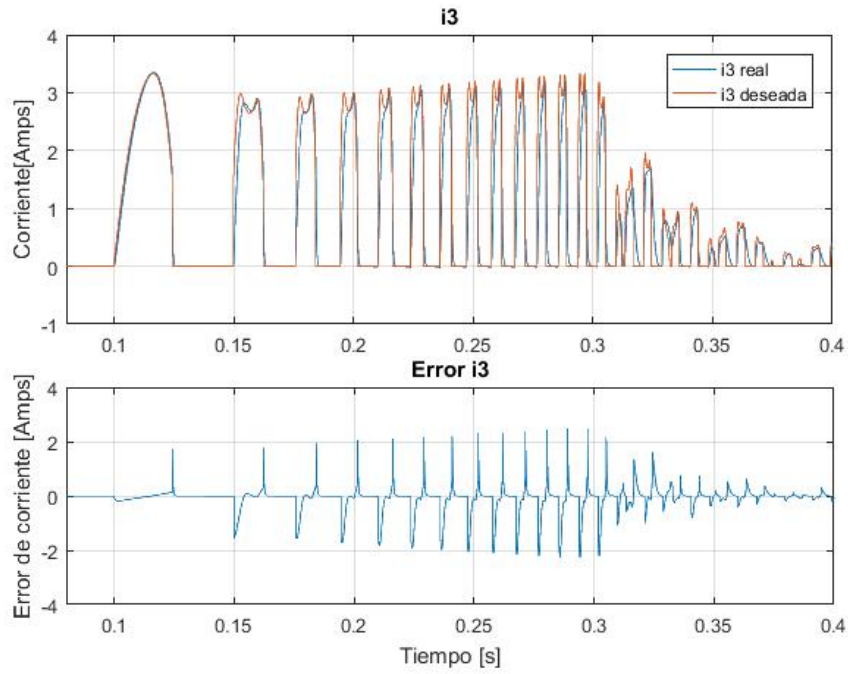


Figura 6.6: Resultados de simulación: Corriente 3

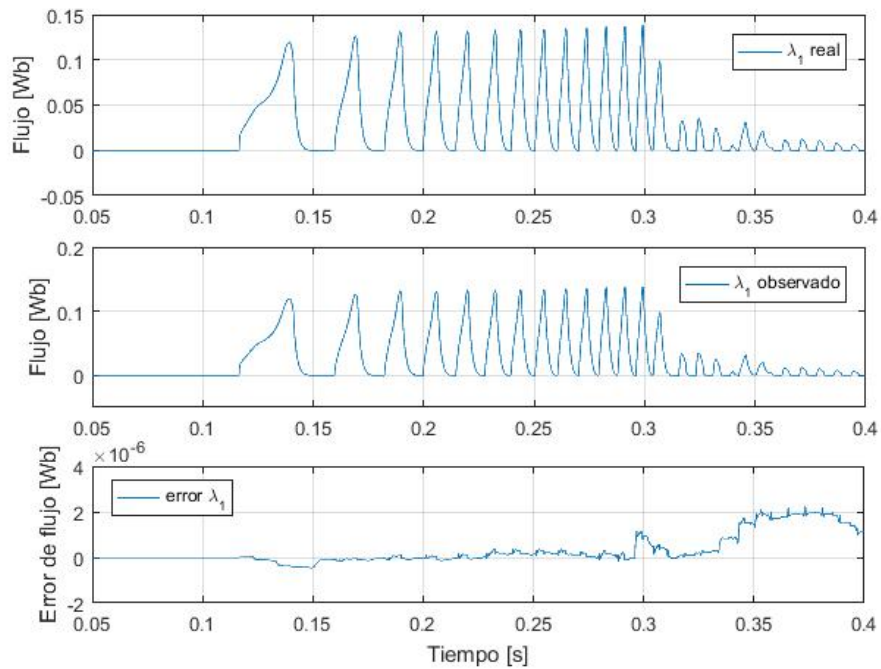


Figura 6.7: Resultados de simulación: Flujo 1

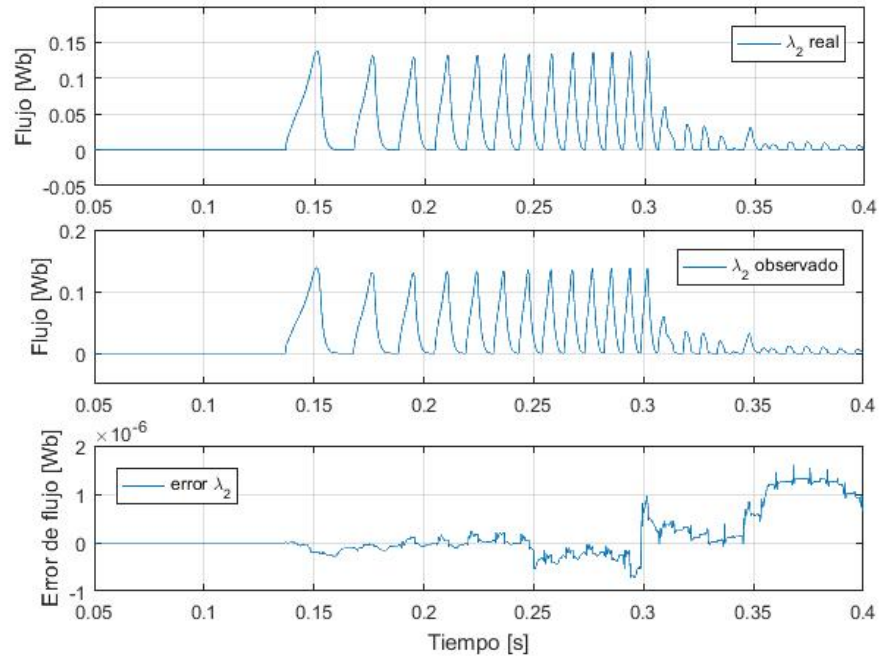


Figura 6.8: Resultados de simulación: Flujo 2

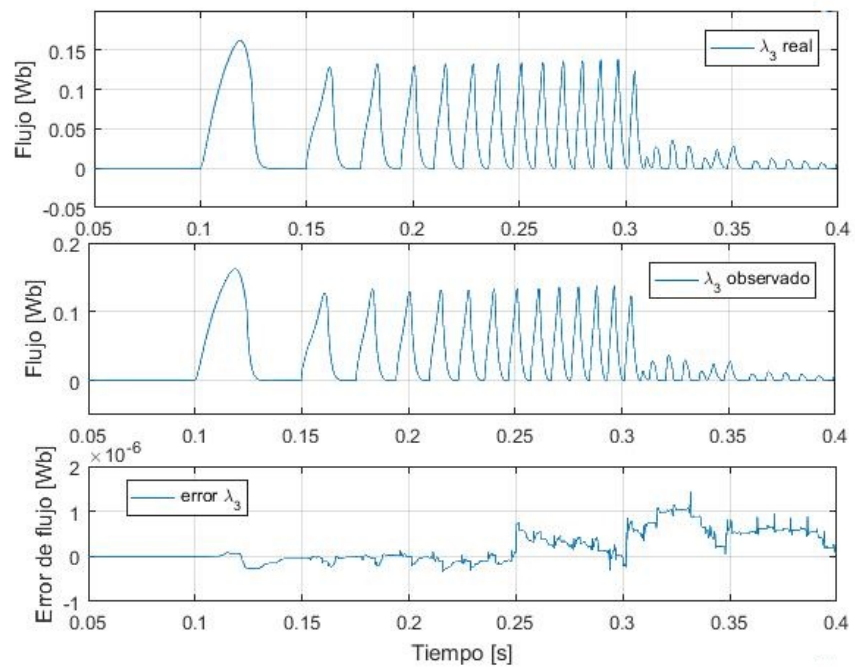
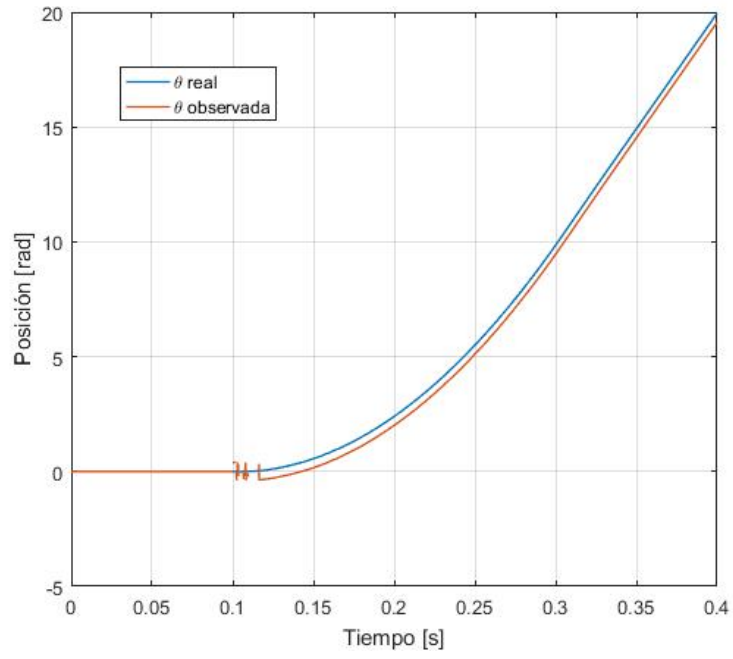


Figura 6.9: Resultados de simulación: Flujo 3



**Figura 6.10:** Resultados de simulación: Posición

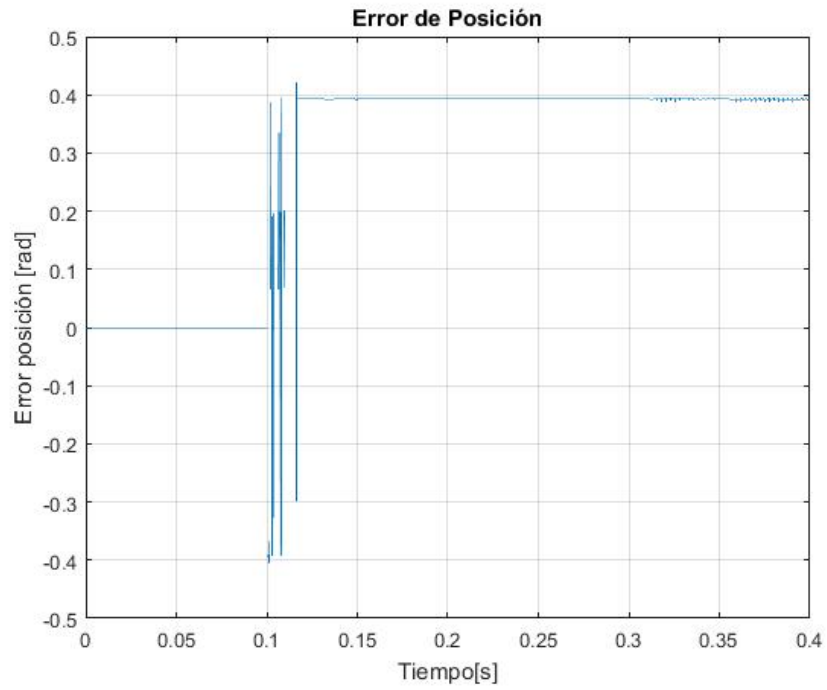


Figura 6.11: Resultados de simulación: Error de posición

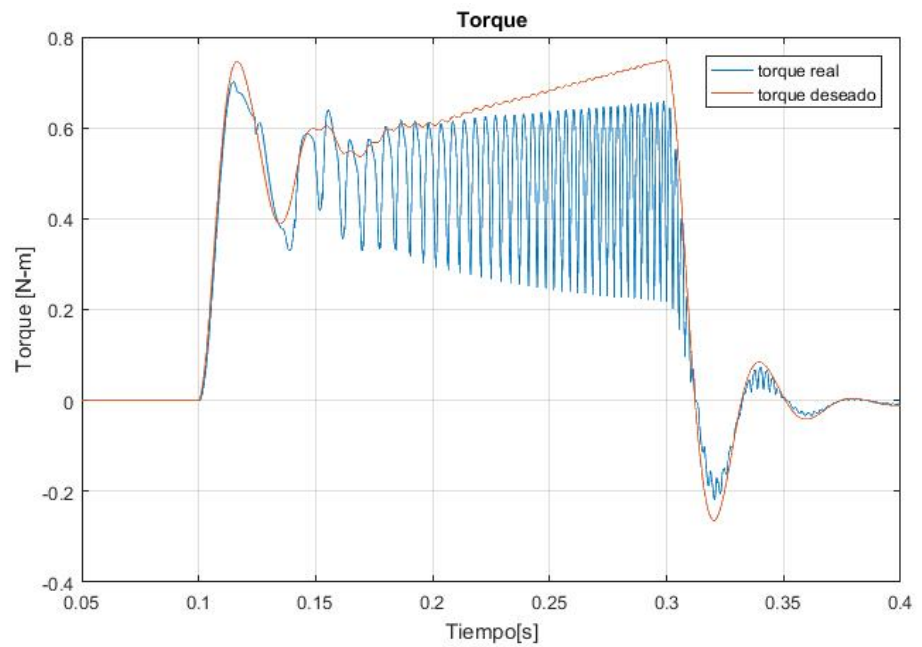


Figura 6.12: Resultados de simulación: Torque

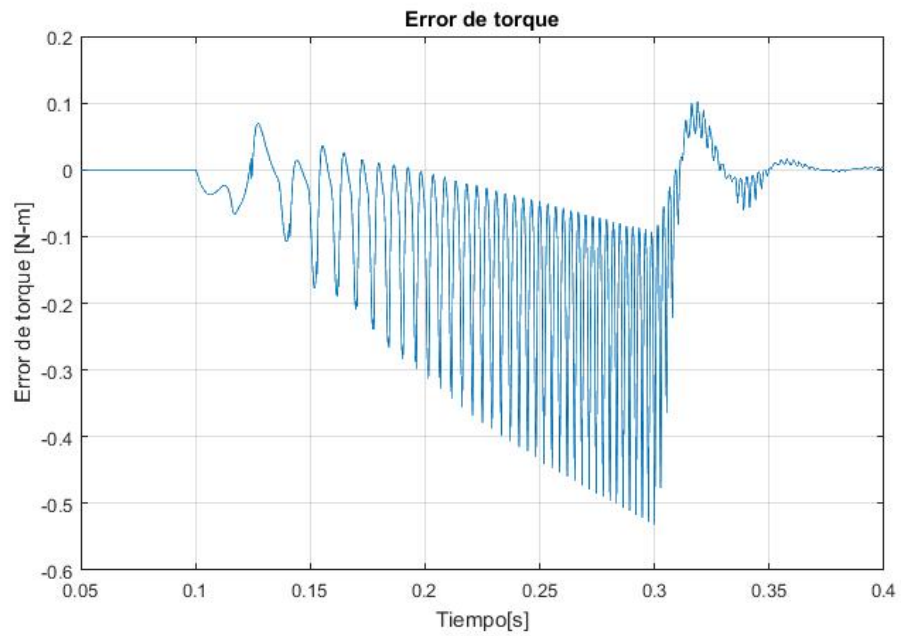


Figura 6.13: Resultados de simulación: Error de torque

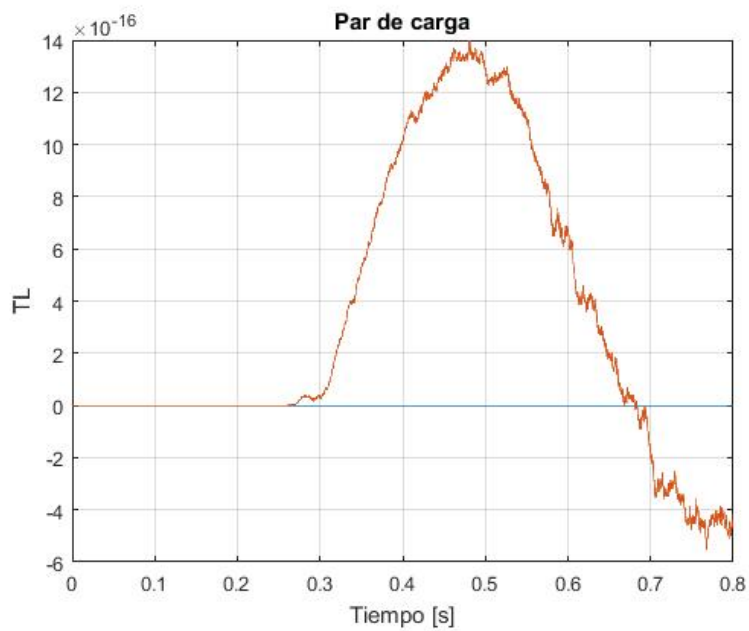


Figura 6.14: Resultados de simulación: Par de carga

## 6.2. Resultados de simulación con parámetros estimados

En esta sección se muestran los resultados obtenidos en simulación del controlador basado en pasividad implementado en el Capítulo 4 junto con los observadores propuestos en el Capítulo 5, considerando los parámetros estimados de [?]. Estos resultados son obtenidos en el ambiente MATLAB/Simulink con el método de solución de paso variable ode15s(stiff/NDF).

En la Figura ?? se establece la misma señal de velocidad real que en la Figura ?? la cual presenta un comportamiento suave. En color rojo se presenta la velocidad observada la cual alcanza en  $t=0.3[s]$  una velocidad de  $100 [\text{rad/s}]$  y presenta valores superiores a  $100[\text{rad/s}]$  en los instantes en que ocurre un cambio en la referencia. Si se observa este comportamiento respecto a la Figura ??, se observa que la diferencia existente presenta valores pico de error de cercanos a  $\pm 2.5$  ocurridos entre  $t=0.1 [s]$  a  $t=0.4[s]$ , con un comportamiento oscilante al presentarse un transitorio en la velocidad. A pesar de ello, después de  $t=0.4 [s]$  el error tiende a cero asegurando el cumplimiento del objetivo de control.

En la Figura ?? se observan las señales de control para cada fase del MRC obtenidas después de haber establecido una señal de velocidad utilizando parámetros estimados. Existe una similitud numérica entre estas señales, sin embargo, un aspecto importante es mencionar que a pesar que se presentan solo algunos picos con valor de  $130[V]$ , esto pone en duda el rango de operación del motor, ya que se mencionó anteriormente que el rango de operación para el MRC estudiado es de  $120[V]$ , por lo que si se supone que funcionan las señales de control aquí obtenidas, estas deben ser probadas e implementadas físicamente considerando medidas de protección hacia el MRC para verificar realmente su funcionamiento físico.

Respecto a las corrientes obtenidas bajo la utilización de parámetros estimados, en la Figura ??, la Figura ?? y la Figura ?? se muestran los valores de corrientes de cada fase en donde se presentan valores pico de corriente a lo largo de las gráficas cuyos valores obtenidos son ligeramente mayores a  $4[A]$  solo en ciertos instantes. Sin embargo, al igual que el comportamiento que ofrecen las señales de control, se debe considerar que los valores obtenidos en simulación sobrepasan por más de un instante el valor de operación de corriente nominal del MRC, sin embargo, después de  $0.13$  segundos los valores presentados son menos a  $3[A]$ , lo que muestra que numéricamente el objetivo de control se cumple.

En la Figura ??, la Figura ?? y la Figura ?? se muestra el flujo real y el flujo observado de cada fase del MRC presentando un rango nominal de flujo de  $0.12[\text{Wb}]$ . El error entre el flujo real y observado es obtenido bajo la escala de medición  $10^{-6} [\text{Wb}]$ , lo cual indica que ambas señales de flujo cumplen con el objetivo de control operando dentro de valores razonables que garantizan la operación del MRC.

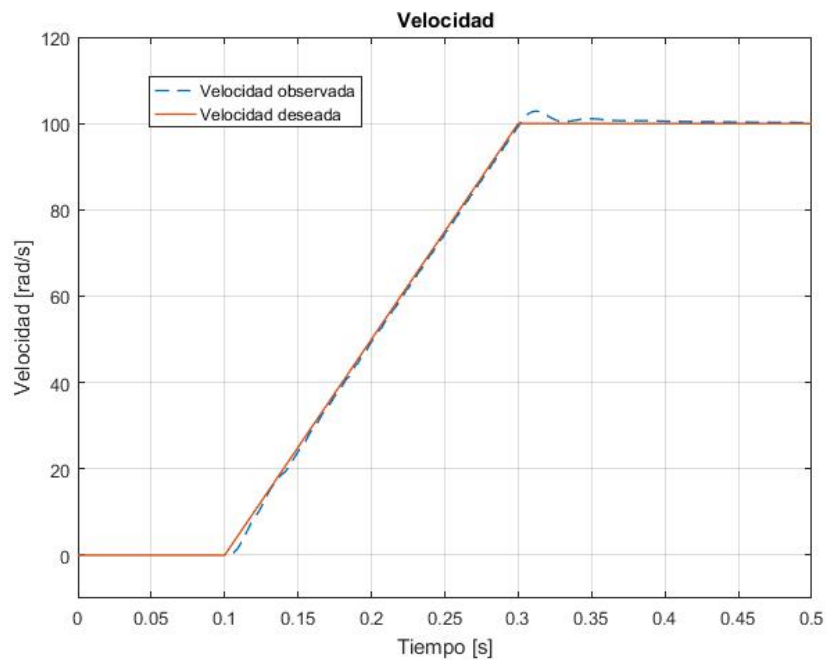
En la Figura ?? se observa la posición real en la señal azul y la posición observada en la señal de color rojo la cual presenta un armónico en  $t=0.1 [s]$ , posteriormente, las señales de posición muestran una tendencia creciente positiva con una diferencia que se plasma en la Figura ??, donde se observa un gran pico de error en el momento que ocurre el armónico. Este fenómeno dura alrededor de  $0.02$  segundos, pero después de ello el error toma un valor constante negativo a  $-0.4[\text{rad}]$  debido a la utilización de parámetros estimados, sin embargo, el objetivo de control se cumple bajo el uso del esquema de observación de posición.

## 6. EVALUACIÓN GLOBAL

---

Respecto a la Figura ??, en ella se observan tanto el torque real, y el torque observado, cuyo comportamiento después de  $t=0.1$  segundos es oscilante a lo largo de 0.3 segundos, posteriormente, ambas señales se estabilizan en  $t=0.42$  segundos. En la Figura ?? la señal de error presentada respecto a la variación del torque, se observa que ocurre un transitorio que finaliza en  $t=0.4$  [s] cuando el error tiende a cero, lo cual expresa que el esquema de control funciona adecuadamente para esta situación.

Finalmente, en la Figura ?? se muestra en color rojo el par de carga estimado, el cual tiene un comportamiento oscilante a partir de 0.25 [s] con valores escalados a  $10^{-15}$  [Wb] debido a que pudo ocurrir un error numérico al graficar el comportamiento al momento de haber ocurrido el transitorio de la velocidad de referencia. A pesar de ello, considerando que la escala  $10^{-15}$  [Wb] puede interpretarse como una señal con valores iguales a cero. En este caso la obtención del par de carga estimado junto con el controlador se puede considerar eficiente ya que la respuesta prescrita por el error tiende a cero.



**Figura 6.15:** Resultados de simulación: Velocidad



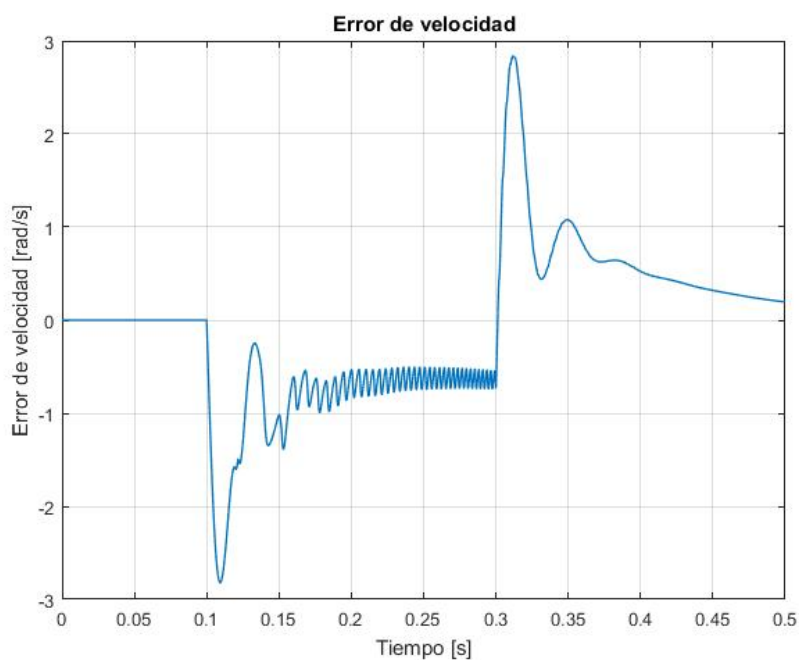


Figura 6.16: Resultados de simulación: Error de velocidad

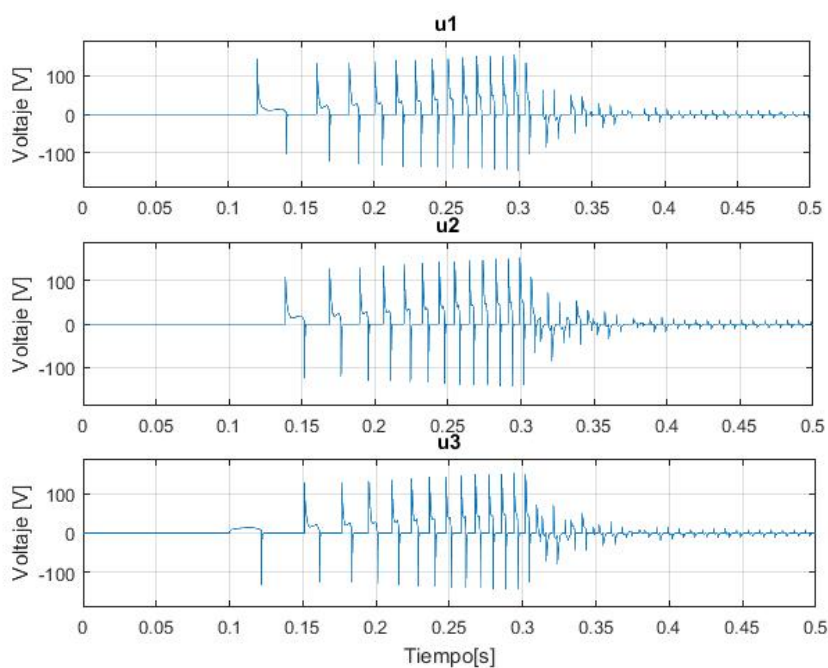
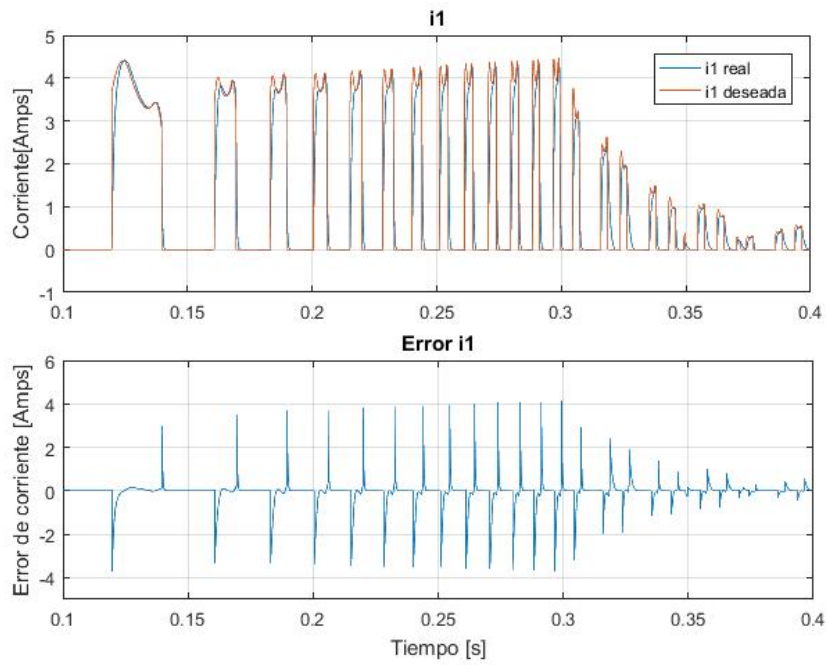


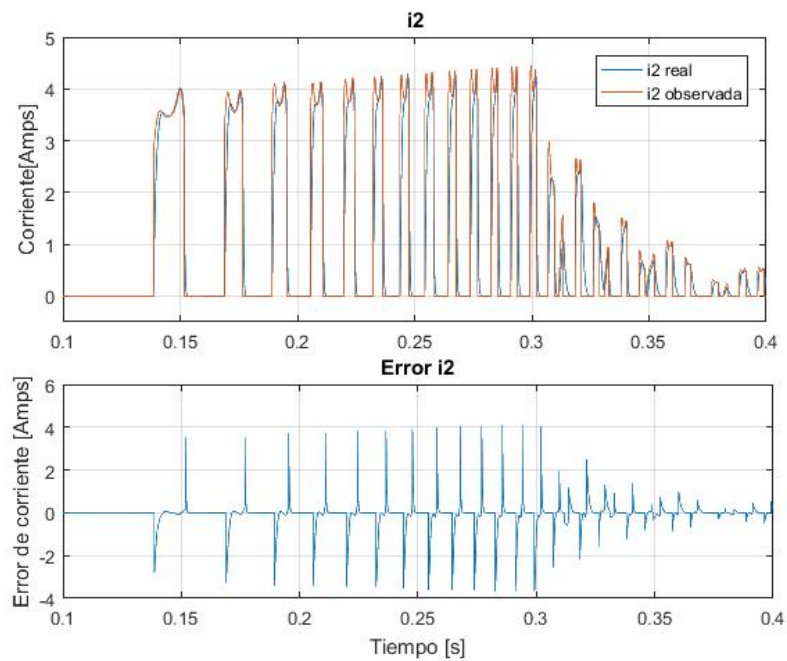
Figura 6.17: Resultados de simulación: Señal de control

## 6. EVALUACIÓN GLOBAL

---



**Figura 6.18:** Resultados de simulación: Corriente 1



**Figura 6.19:** Resultados de simulación: Corriente 2

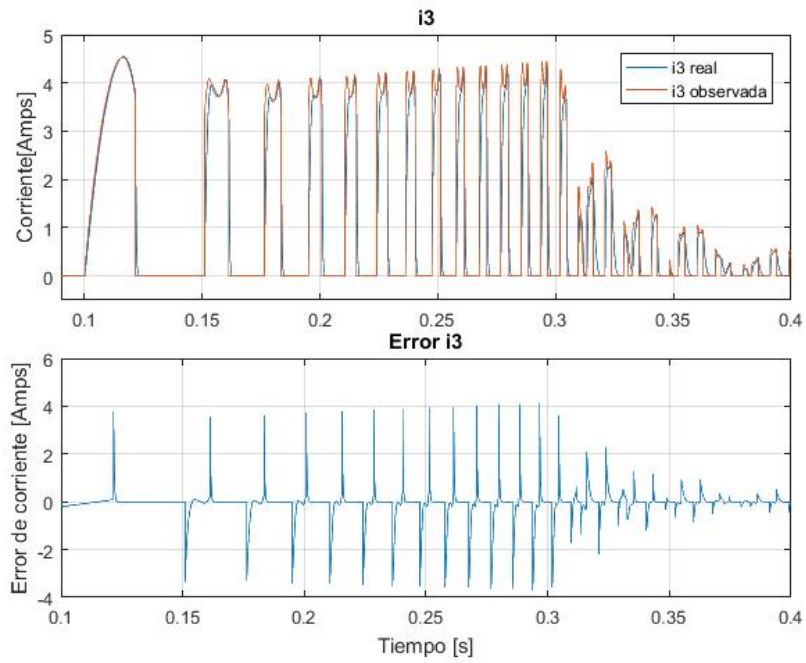


Figura 6.20: Resultados de simulación: Corriente 3

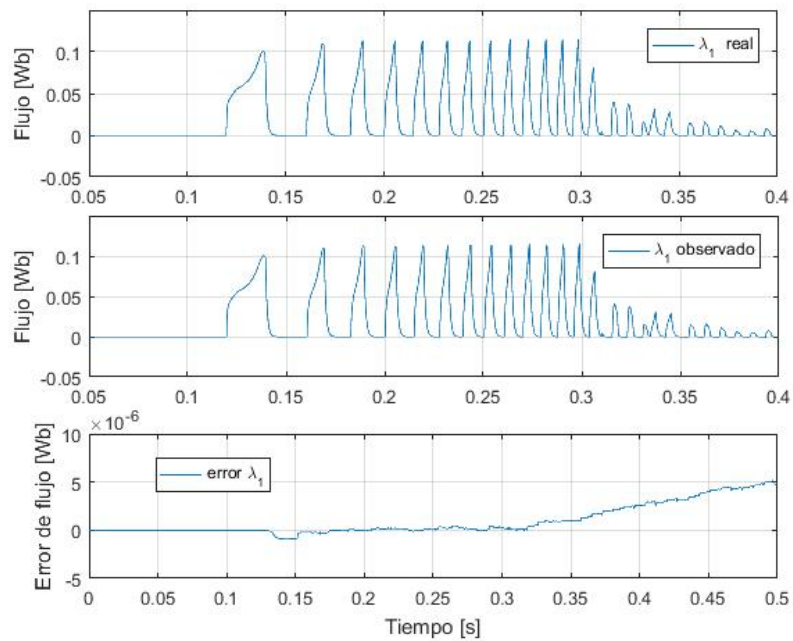
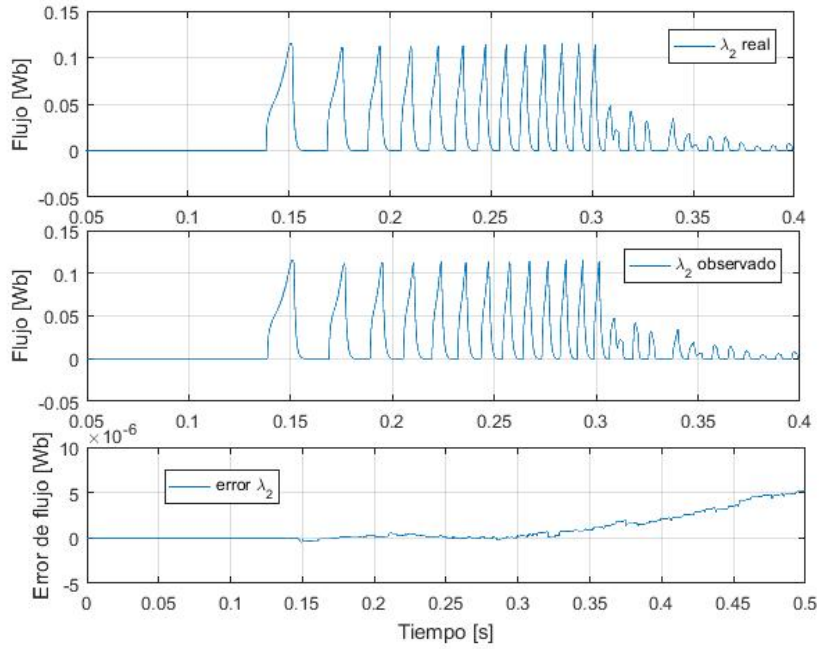


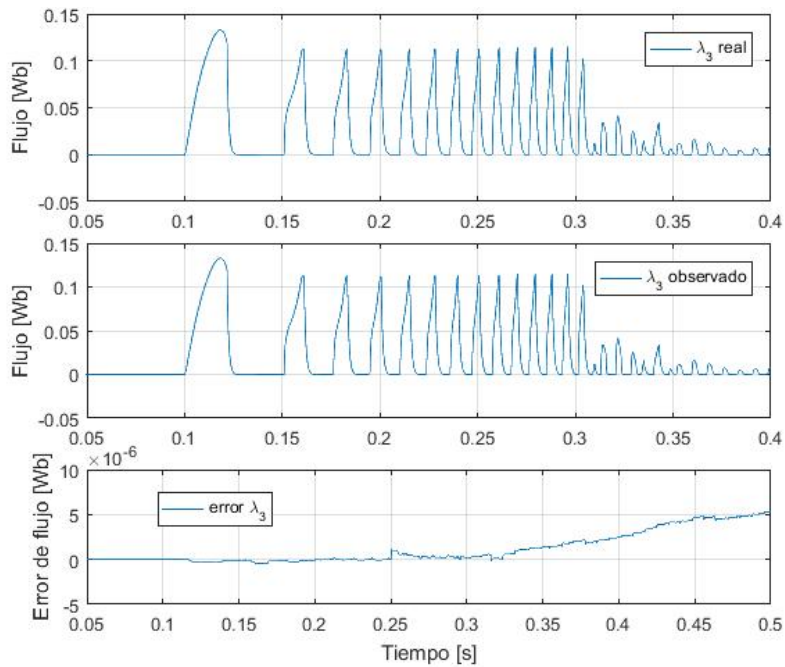
Figura 6.21: Resultados de simulación: Flujo 1

## 6. EVALUACIÓN GLOBAL

---



**Figura 6.22:** Resultados de simulación: Flujos 2



**Figura 6.23:** Resultados de simulación: Flujos 3

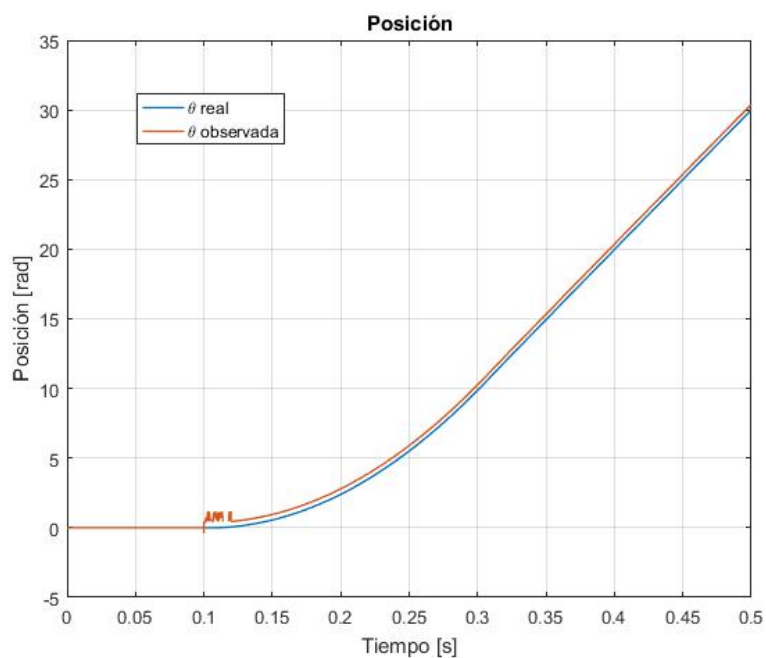


Figura 6.24: Resultados de simulación: Posición

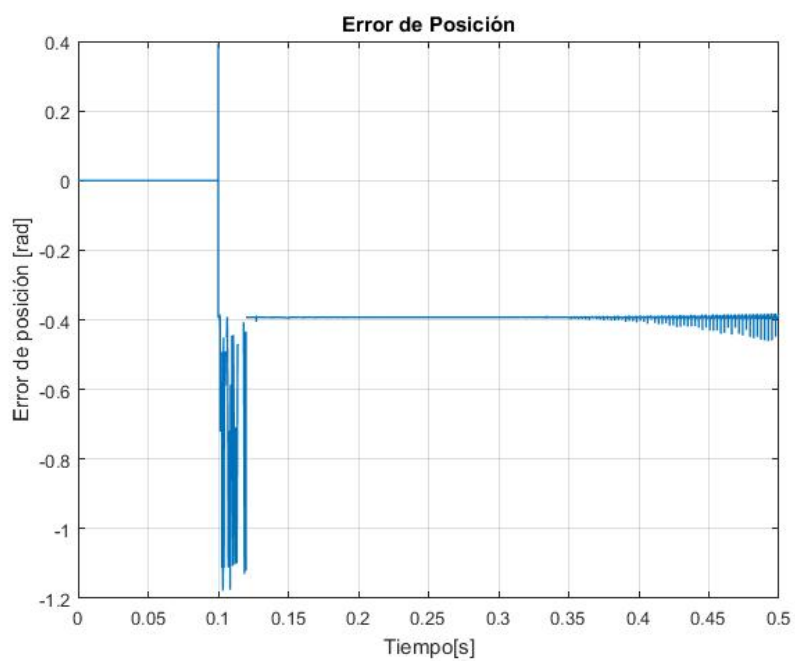


Figura 6.25: Resultados de simulación: Error de posición

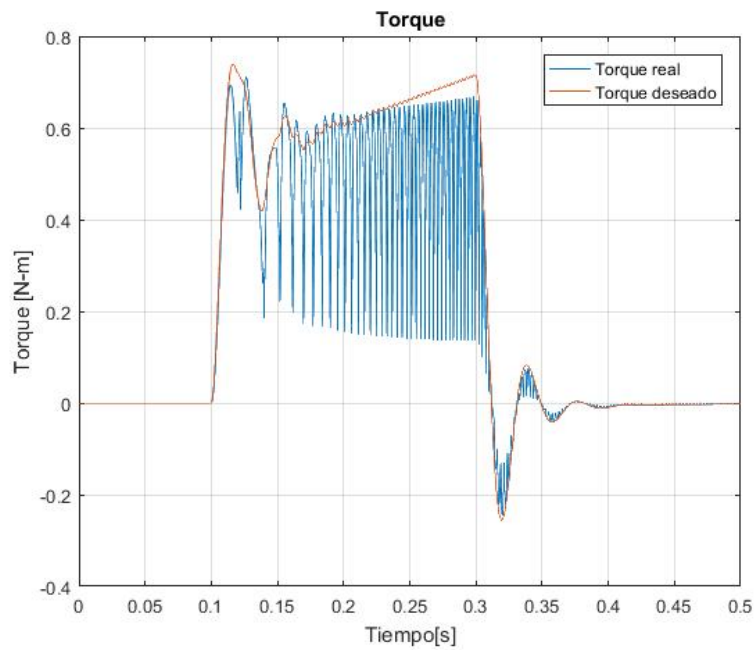


Figura 6.26: Resultados de simulación: Torque

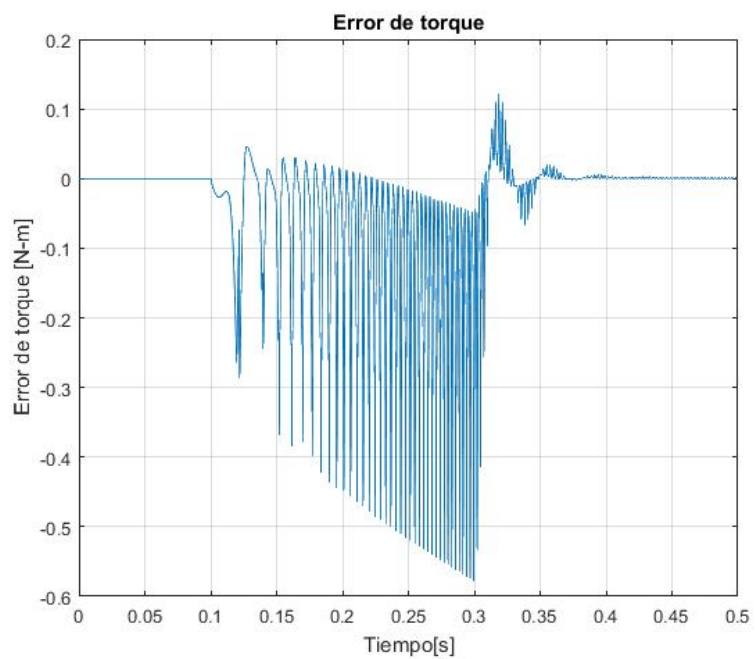
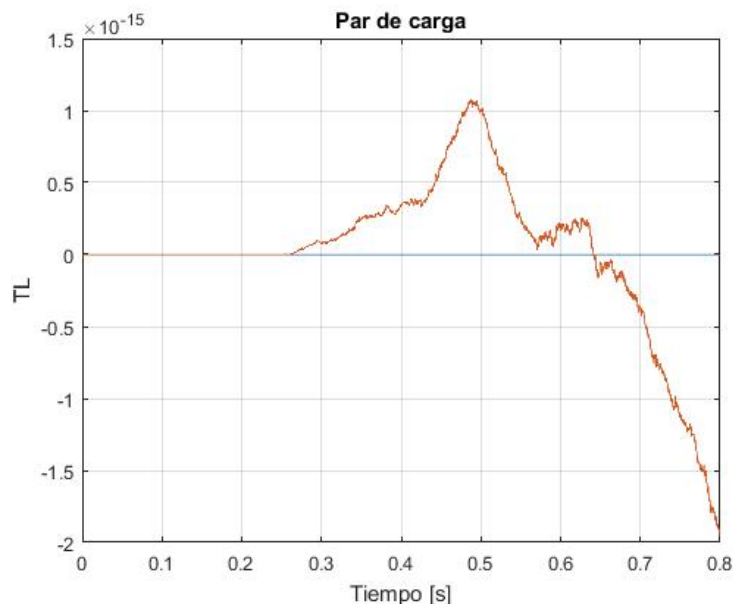


Figura 6.27: Resultados de simulación: Error de torque



**Figura 6.28:** Resultados de simulación: Par de carga

Los resultados de simulación obtenidos bajo la utilización de parámetros nominales muestran un adecuado desempeño al considerar los esquemas de observación de flujo, posición y velocidad, este desempeño destaca principalmente desde la Figura ?? a la Figura ?? se observa que los valores de las variables obtenidas se encuentran dentro del rango de operación del MRC de interés en este trabajo de tesis.

Respecto a los resultados obtenidos bajo la utilización de parámetros estimados cabe destacar que desde la Figura ?? a la Figura ?? se observan que las señales tanto de voltaje como de corriente en ciertos instantes alcanzan valores ligeramente por encima de los valores operacionales del MRC. Esta situación establece un punto de duda respecto a la posibilidad de implementar el esquema de control y tendrá que ser cuidadosamente considerado en una evaluación experimental.

En cuanto a los valores reportados del flujo observado con parámetros nominales, los valores logrados están cercanos a 0.15 [Wb] presentando un error de flujo cercano a cero, lo cual asegura la convergencia del esquema de observación de flujo. A diferencia de los valores presentados con parámetros estimados el valor alcanzado del flujo es cercano a 0.12[Wb] resultado ligeramente menor.

Otro aspecto importante es destacar la presencia de un transitorio en la Figura ?? y la Figura ??, el cual se asume que se debe a un error numérico presentado por el programa de simulación correspondiente. Sin embargo, aquí se hace referencia a que en el trabajo reportado de [?] de igual manera mencionan la presencia de este fenómeno, que para fines de análisis es posible eliminarlo bajo ciertas consideraciones. Por lo que tanto en este trabajo de tesis como en [?], debido a que el transitorio solo afecta en un cierto instante, se asume que el observador de posición funciona de manera eficiente aún presentando el transitorio correspondiente.





# Conclusiones

---

En este trabajo, se analizaron las características físicas del MRC con el fin de aprovechar el principio de operación del mismo, se realizó el análisis correspondiente para el modelo matemático presentado en el Capítulo 2 para validar su certeza al ser utilizado en simulaciones numéricas.

Tomando como referencia los datos del trabajo de identificación de parámetros de [?] , se presentaron resultados de simulación que validan la utilidad del controlador basado en pasividad en lazo cerrado propuesto para el modelo matemático utilizado, usando parámetros nominales y estimados del MRC, cumpliendo objetivos distintos de regulación y seguimiento de velocidad. Se utilizó una sintonización adecuada para el funcionamiento numérico de este controlador obteniendo un buen desempeño numérico con ambos conjuntos de parámetros

Con base a los observadores propuestos en el Capítulo 6, se realizó la simulación correspondiente utilizando el modelo matemático del MRC simplificado, variando los parámetros en cada esquema de observación donde se logró conseguir un comportamiento de convergencia eficiente para el MRC analizado, permitiendo validar la estabilidad de cada uno.

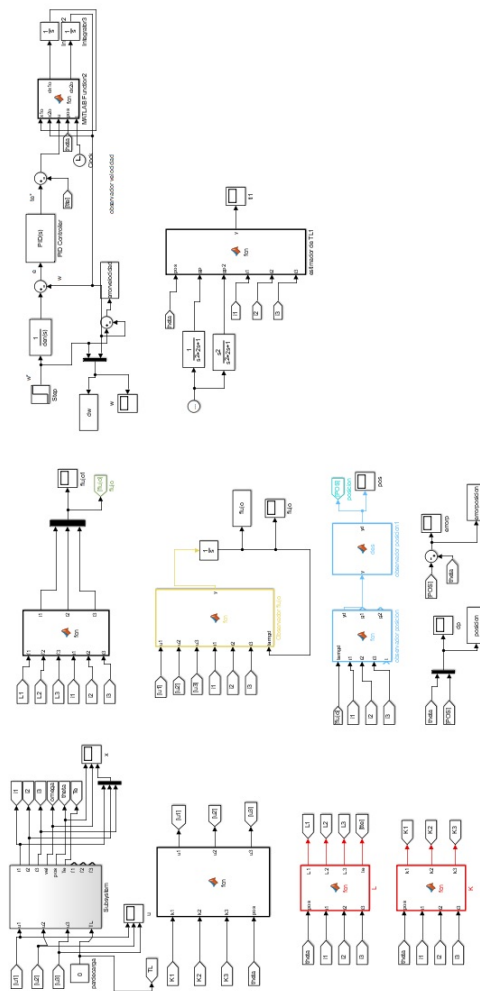
En cuanto a las contribuciones de este trabajo, cabe mencionar que el esquema de evaluación global vía simulación numérica comprende un análisis más completo desde el interés de la comunidad de control para el MRC 12/8 de 3 fases incluyendo un esquema de control basado en pasividad en conjunto con esquemas de observadores de estado para el flujo, posición y velocidad, mostrando la convergencia y estabilidad de cada uno, con la ventaja que no requiere sensores o actuadores adicionales a los que usualmente se utilizan en el control de este tipo de máquinas.

En lo que respecta a trabajo futuro, con base en lo logrado en simulación, queda abierta la posibilidad de utilizar la evaluación global en un MRC 12/8 de 3 fases, esperando un comportamiento adecuado al ser implementado físicamente, con particular interés en desarrollarlo dentro del Laboratorio de Control-FI UNAM.



# Código/Manuales/Publicaciones

## A.1. Apéndice



# Bibliografía

---

- [1] Missie Aguado-Rojas, Paul Maya-Ortiz, and Gerardo Espinosa-Pérez. On-line estimation of switched reluctance motor parameters. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 32(6):950–966, 2018. [3](#), [4](#), [5](#), [15](#), [16](#), [17](#), [18](#), [19](#), [29](#), [43](#), [59](#), [69](#)
- [2] Mogens Blanke, Michel Kinnaert, Jan Lunze, and Marcel Staroswiecki. Diagnosis and fault-tolerant control, 2016. [36](#)
- [3] M.C. Cherta. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas*. Number v. 1 in Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. Editores Técnicos Asociados, 1994. [1](#), [2](#)
- [4] Gerardo Espinosa-Pérez, Paul Maya-Ortiz, Martin Velasco-Villa, and Hebertt Sira-Ramírez. Passivity-based control of switched reluctance motors with nonlinear magnetic circuits. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 12(3):439–448, 2004. [3](#), [4](#), [5](#), [23](#), [24](#)
- [5] A.E. Fitzgerald, C. Kingsley, and S.D. Umans. *Máquinas eléctricas*. McGraw-Hill Interamericana de España S.L., 2004. [2](#)
- [6] Brock Howey and Haoding Li. Operational principles and modeling of switched reluctance machines, 2019. [9](#)
- [7] M. Ilic'-Spong, R. Marino, S. Peresada, and D. Taylor. Feedback linearizing control of switched reluctance motors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 32(5):371–379, 1987. [13](#)
- [8] R Krishnan. Switched reluctance motor drives: Modeling, simulation, analysis, design, and applications. *Systems & Control Letters - SYST CONTROL LETT*, 01 2001. [1](#)
- [9] Christopher H. T. Lee, James L. Kirtley, and M. Angle. Switched reluctance motor drives for hybrid electric vehicles. [1](#)
- [10] Chih-Hong Lin and Kuo Tsai Chang. Switched reluctance motor circuit drive system using adaptive nonlinear backstepping control with mended recurrent romanovski polynomials neural network and mended particle swarm optimization. *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, 32, 06 2019. [36](#)
- [11] S. Mir, I. Husain, and M. E. Elbuluk. Switched reluctance motor modeling with on-line parameter identification. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 34(4):776–783, 1998. [3](#)

- [12] Carlos Morón, Alfonso Garcia, and J. Somolinos. Mathematical model switched reluctance motor. *Key Engineering Materials*, 644:87–91, 05 2015. [49](#)
- [13] K. Ogata. *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 2003. [36](#)
- [14] R. Ortega, J.A.L. Perez, P.J. Nicklasson, and H.J. Sira-Ramirez. *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electromechanical Applications*. Communications and Control Engineering. Springer London, 2013. [2](#)
- [15] Roméo Ortega, A Sarr, A Bobtsov, Imen Bahri, and Demba Diallo. Adaptive state observers for sensorless control of switched reluctance motors. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 29(4):990–1006, 2019. [3](#), [4](#), [5](#), [35](#), [36](#), [38](#), [39](#), [43](#), [47](#), [67](#)
- [16] G. P. Rao and H. Unbehauen. Identification of continuous-time systems. *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, 153(2):185–220, 2006. [15](#)
- [17] F. R. Salmasi and B. Fahimi. Modeling switched-reluctance machines by decomposition of double magnetic saliencies. 40:1556–1561, 2004. [2](#)
- [18] Eleftheria S. Sergaki, George S. Stavrakakis, and Anastasios D. Pouliezos. 33:187–207, 2002. [36](#)
- [19] Alireza Siadatan, Hossein Torkaman, and Mehran Rafie. Design, modeling, prototyping, and comparison of a low cost, small size, and accurate sensorless driver for switched reluctance motor. *Engineering Reports*, 2(1):e12072, 2020. [3](#)