



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Aplicación de redes neuronales
para la detección de zonas de
interés para la industria
petrolera**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Geofísico

P R E S E N T A

Jesús Humberto Salgado Giles

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Rodrigo Montúfar Chaveznava



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2021

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México. Por haberme brindado no sólo una sólida formación, sino por haberme dado toda una experiencia.

Al Dr. Rodrigo Montúfar Chaveznava por su apoyo, consejos y asesoría para la realización de este trabajo.

A mis profesoras y profesores. En especial al M.C. Fernando Gómez Santiago, al Ing. José Luis Ortíz, al Ing. Julián Zapotitla Román y a la Dra. Laura Mori, pues las materias que me impartieron fueron un verdadero deleite.

A mi madre, Graciela. A mi padre, Humberto. Han sido los pilares de mi formación personal, y en buena parte, profesional. Gracias por tanto.

A mi hermana Mariana y a mi familia. De una manera u otra, siempre he sentido su apoyo.

A la ENALLT. Muchos de los mejores momentos que pasé durante estos años surgieron de la ENALLT. En especial a las profesoras Shelley, Анхелес, Martha, Michaela, Elena y al professor Joaquín.

A mis amigos más cercanos: Jorge y Diana. Me conocen mejor que nadie y siempre me han apoyado.

A mis amigos y amigas. Teno, Lui, Daniel, Fátima, Jasiel, Mari, Arlette, Лусине, Clau, Viany, Rubén, Miguel Ángel, Zeus y Saúl.

Ситлали: ты не знаешь какая важная ты для меня. Огромное спасибо за каждый прекрасный момент, который мы построили и построим. Я не знаю, как будет будущее время, но я знаю, что я тебя люблю. Это будет так до конца своих дней.

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM IT101521 “Métodos de Realidad Virtual para Investigación en Geociencias”. Agradezco a la DGAPA-UNAM la beca recibida.

Per aspera ad astra

Contenido

1. Resumen / Abstract	1
2. Introducción	3
3. Redes Neuronales Artificiales (ANN)	5
3.1 Modelo básico de una neurona artificial	6
3.2 Feedforward Neural Network	10
3.3 Entrenamiento	12
3.4 Teorema de Hornik-Stinchombe-White	15
4. Procesamiento de datos sísmicos petroleros	17
4.1 Deconvolución	18
4.2 Ordenamiento por CMP	19
4.3 Análisis de velocidades	19
4.4 NMO.....	20
4.5 Estáticas residuales	20
4.6 Apilamiento	20
4.7 Migración	21
4.8 Implicaciones del procesamiento en el presente trabajo	22
5. Zonas y estructuras de interés petrolero	23
6. Desarrollo	26
6.1 Secuencia de procesamiento	27
6.2 Arquitectura de la red neuronal	40
6.3 Entrenamiento	41
7. Análisis de resultados	44
8. Conclusiones	54
9. Bibliografía	55
10. Índice de figuras	57
Apéndice	59

1. Resumen

La Inteligencia Artificial (IA) ha permeado en todas las ciencias, incluyendo la Geofísica. Las redes neuronales son herramientas de IA que permiten a una computadora el *aprendizaje* de cierto proceso mediante un entrenamiento. Dicho proceso puede ser tan simple o complejo como lo sea la red misma.

Se desarrolló una secuencia de procesamiento basada en la transformada de Hilbert y en la transformada *wavelet*. Dicha secuencia tiene como objetivo resaltar ciertos rasgos que pueden resultar de interés para la evaluación de datos sísmicos referidos a objetivos petroleros. La secuencia está fundamentada principalmente en criterios de amplitud. También es importante considerar que esta secuencia es aplicable a datos sísmicos previamente procesados. Es decir, datos en los cuales se han aplicado los principales elementos de procesamiento sísmico petrolero.

Una vez aplicada la secuencia a un conjunto de datos pertenecientes a una o varias secciones sísmicas, se emplearon los datos de salida como conjuntos de entrenamiento para una red neuronal diseñada para aprender a aplicar una secuencia de procesamiento cualquiera a un conjunto de datos sísmicos. La red neuronal se rige por el esquema de prealimentación, de forma que dentro de la arquitectura de la red, los datos fluyen de manera unidireccional.

La red neuronal está conformada por una capa de entrada, una capa oculta y una capa de salida. En la capa oculta se incluyen quince neuronas. Tanto para el entrenamiento como para la ejecución considera arreglos vectoriales como entradas y salidas, de forma que la red se aplica a nivel de traza.

La red neuronal mostró la capacidad de aplicar correctamente la secuencia de procesamiento. Además, la ejecución de la red neuronal resulta ser más eficiente en términos de costo computacional, pues requiere menor tiempo aplicar la red que aplicar la secuencia de procesamiento.

Abstract

Artificial Intelligence (AI) has pervaded every science including Geophysics. Neural Networks are AI tools which allow a computer to *learn* a certain process or processes through training. Such a process can be as simple or complex as the network itself.

A processing sequence was developed based on both the Hilbert transform and the wavelet transform. The sequence's objective is to enhance certain characteristics that may be of interest in order to evaluate oil occurrence through seismic data. This sequence is mainly based on amplitude criteria. An important consideration is that this sequence can be applied to previously processed data. This implies that the data must have been processed with the standard procedures applied to seismic data for oil exploration.

Once the sequence is applied to a set of data, which belongs to one or more seismic sections, the outputs are used as training sets of an artificial neural network designed with the objective of learning to apply any processing sequence to any seismic data. This neural network is grounded in the feedforward structure, so the data flows in one direction.

This neural network is built around an input layer, an output layer and a hidden layer. The hidden layer is resultant from fifteen neurons. Not only the training, but also the execution of the network considers vector arrays as inputs and outputs. This fact means that the network is executed to each trace.

The neural network has demonstrated to be able to correctly apply the processing sequence. Furthermore, it performed better in terms of computational cost. In consequence less time is required to apply the network than the processing sequence.

2. Introducción

Actualmente, las redes neuronales han incursionado virtualmente en todas las áreas del conocimiento. Las características de éstas permiten su eficiente implementación en numerosas aplicaciones, las cuales van desde un ajuste de curvas hasta el reconocimiento del lenguaje hablado; vehículos de conducción autónoma o visión máquina. Las redes neuronales, estrechamente ligadas a la inteligencia artificial, al aprendizaje de máquina y a los macrodatos, se consideran parte de la revolución tecnológica más reciente.

En general, cualquier situación que involucre la generación de un resultado a partir de un conjunto de datos cualquiera puede ser resuelta mediante la implementación de redes neuronales. Éstas ofrecen numerosas ventajas respecto a paradigmas de programación tradicionales, siendo las más prominentes la plasticidad y la capacidad de *aprender*. La plasticidad se refiere a la capacidad de una red neuronal de adaptarse a las características del problema o de los datos. El aprendizaje se refiere a la capacidad de realizar una tarea a partir de la *experiencia*.

Con base en las características y capacidades de las redes neuronales, la implementación de las mismas en problemas de geofísica es una tendencia creciente. En geofísica, habitualmente se busca inferir las características del subsuelo mediante métodos indirectos. Es decir, mediante **datos** medidos en superficie.

Dentro de los métodos de exploración geofísica es posible considerar a la prospección sísmica como el método más prominente, así como el más desarrollado y aplicado tanto en la industria como en la investigación. Este hecho, aunado al creciente desarrollo de la potencia de cómputo, ha derivado en la posibilidad de identificar las estructuras geológicas presentes en el subsuelo con cada vez mejor resolución.

La industria petrolera es una de las principales actividades económicas en el mundo. Los productos derivados de los hidrocarburos se ubican en un espectro vasto y forman virtualmente parte de virtualmente todos los aspectos de la vida de una persona.

En la cadena de valor de la industria petrolera, el componente fundamental es la exploración, debido a que permite definir la presencia de hidrocarburos en el subsuelo y, por lo

tanto, incorporar nuevas reservas. El desarrollo de un proyecto petrolero puede tomar meses e incluso años. Dentro de los procesos involucrados en la etapa exploratoria se encuentran la adquisición, el procesamiento y la interpretación de datos sísmicos. Este último proceso consiste en analizar grandes volúmenes de datos en forma de secciones o volúmenes sísmicos, asumiendo que tales elementos corresponden a la geología del subsuelo.

La interpretación de datos sísmicos suele conducir a la perforación de pozos, a exploración con mayor detalle, o en su defecto, a decidir si un área carece de interés. Tales consecuencias pueden ser traducidas en importantes inversiones o incluso en pérdidas de capital para la industria. Con base en estos hechos, resulta importante desarrollar tecnología que permita llevar a cabo los análisis pertinentes al producto de las campañas exploratorias, con la finalidad de mejorar el desempeño de la industria. Por otra parte, el desarrollo de métodos de análisis automatizados de datos permite optimizar el tiempo requerido para analizar los resultados de las campañas de adquisición. Por lo tanto, este trabajo busca desarrollar un método basado en redes neuronales artificiales para ayudar a identificar zonas y estructuras de interés para la industria petrolera en datos sísmicos de reflexión.

Dadas las características de las redes neuronales, y en particular, su capacidad de establecer el mapeo de un conjunto de datos de entrada a una salida deseada, incluso sin información a priori del modelo buscado, y pudiendo ser tal modelo tan complejo como tan simple, son incontables las aplicaciones de las redes neuronales. Actualmente las redes neuronales, el *machine learning*, la inteligencia artificial, han incursionado en virtualmente todas las áreas del conocimiento.

La mayoría de los problemas en geofísica se basan en el procesamiento, análisis e interpretación de datos. En otras palabras, se basan en obtener un resultado a partir de un conjunto de datos de campo. Debido a esta condición, es posible aplicar redes neuronales eficientemente en problemas de geofísica y esta ha sido una tendencia creciente.

Son numerosos los trabajos en los cuales se han aplicado redes neuronales a tales problemas. Por ejemplo, en Tago, Iturraran-Viveros, Muñoz y Parra (2018) se aplican redes neuronales para determinar propiedades petrofísicas en una sección sísmica. Con base en información de pozo, atributos sísmicos y las trazas sísmicas más cercanas a los pozos se entrenó

una red neuronal para relacionar esta información con propiedades petrofísicas. A partir de esta información, la red neuronal es capaz de determinar las propiedades petrofísicas a lo largo de la sección sísmica. Otro ejemplo es el de Popova y Spichak (1999), en donde se aplican redes neuronales para invertir datos magnetotelúricos en datos tridimensionales. Se emplea un modelo que contiene un dique buzante y dos capas. Mediante una base de datos sintética con los parámetros profundidad del dique, radio de conductividad entre la primera y segunda capa, contraste de conductividad entre el dique y las capas, ancho, largo y buzamiento del dique se entrenó una red neuronal para obtener los parámetros del modelo invertido.

El objetivo de este trabajo es desarrollar una red neuronal entrenada para aplicar una secuencia de procesamiento a cualquier conjunto de datos sísmicos, la cual está orientada a mejorar la visualización de secciones sísmicas, facilitando así su interpretación y evaluación con objetivos petroleros.

3. Redes neuronales artificiales (ANN)

En el presente capítulo se describirán las redes neuronales de forma elemental. En primera instancia, haciendo referencia a los organismos biológicos, una neurona, como cualquier otra célula en un organismo, se compone de un conjunto de organelos. No obstante, las neuronas poseen características fisiológicas que permiten diferenciarlas de otras células. Además, tales características posibilitan visualizar a las neuronas como una unidad de proceso. Una de ellas son los *axones*, los cuales son los componentes encargados de transmitir impulsos nerviosos hacia el exterior del cuerpo celular. Por otra parte, las *dendritas* se encargan de recibir y transmitir impulsos nerviosos hacia el interior del cuerpo celular. Es decir, los axones suponen una salida y las dendritas una entrada. Es interesante resaltar que cada neurona tiene múltiples dendritas, pero un solo axón. Las uniones axón-dendritas son llamadas sinapsis.

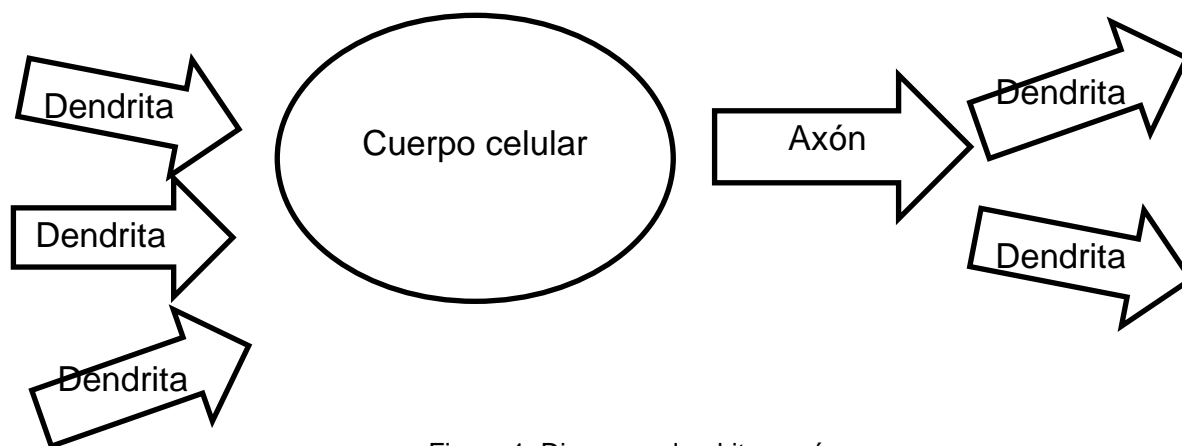


Figura 1: Diagrama dendritas-axón

En la membrana celular se mantiene una polarización debida a una diferencia entre iones positivos y negativos. Es decir, existe una diferencia de potencial a través de la membrana. Por otra parte, las señales nerviosas se asemejan a un impulso eléctrico, capaz de disparar un proceso electroquímico, el cual puede alterar el estado de polarización en la membrana. Si la polarización (o despolarización) excede cierto umbral, entonces se genera un potencial de acción que se envía a través del axón. Es decir, la neurona se “activa”, produciendo así una cascada de eventos sinápticos. Los potenciales de acción son binarios. Hay potencial o la ausencia del mismo. Es importante señalar que los procesos neuronales dependen de las características fisicoquímicas

propias de cada neurona y si se genera un potencial de acción, éste se produce a partir de todas las señales de entrada. Con base en estos elementos, es posible visualizar una neurona como una unidad de proceso, pues supone múltiples entradas y una salida.

Podemos entender una red neuronal artificial como una máquina cuya arquitectura busca emular el funcionamiento del cerebro. Asimismo, un cerebro puede ser considerado una computadora eminentemente compleja, paralela y no lineal (Haykin, 1994), capaz de llevar a cabo procesos sumamente complejos a velocidades risibles. En tales procesos es posible identificar tareas de reconocimiento de patrones, clasificación o discriminación de formas y figuras, las cuales el cerebro efectúa con una enorme eficacia.

Las características de las redes neuronales permiten su empleo en un inmenso espectro de aplicaciones. Por ejemplo, tareas que involucren identificación de patrones, predicción estadística, reconocimiento de formas y figuras, *identificación de anomalías*, clasificación, ajuste de datos, etc. Todas estas actividades son eficientemente llevadas a cabo mediante la aplicación de redes neuronales. Esto se debe a la capacidad de las redes neuronales para *aprender*.

En el contexto de redes neuronales, el aprendizaje es un proceso en el cual los parámetros de una red neuronal son adaptados a través de un proceso de ajuste, definido en función de la salida deseada. Este proceso de aprendizaje es llamado entrenamiento, el cual puede ser supervisado o no supervisado. El entrenamiento supervisado se lleva a cabo cuando se conoce la salida objetivo, mientras que para el entrenamiento no supervisado se desconoce la salida objetivo.

Para intentar modelar el funcionamiento de un cerebro, una red neuronal se constituye por una interconexión de diversos módulos adaptativos de proceso, llamados neuronas o unidades de proceso. Asimismo, una red neuronal se asemeja al cerebro en dos aspectos (Haykin, 1994):

- El conocimiento se adquiere mediante un proceso de aprendizaje
- Los pesos sinápticos se emplean para almacenar el conocimiento

3.1 Modelo básico de una neurona artificial

Al inicio del capítulo se definió una neurona como una unidad de proceso debido a que se conforma de señales de entrada, salida y sus respectivas conexiones. Asimismo, la salida está

definida por las características propias de cada neurona y se tiene una única salida, aún teniendo diversas señales de entrada. A partir de esta concepción de una neurona como unidad de proceso, resulta posible establecer un modelo neuronal, definiendo algunos elementos fundamentales.

Existen tres elementos fundamentales en un modelo neuronal (Haykin, 1994):

1. Un conjunto de pesos sinápticos. Las señales de entrada en una neurona se multiplican por los pesos sinápticos.
2. Un sumador. Las señales de entrada, pesadas mediante los pesos sinápticos se suman. Es decir, es un combinador lineal.
3. Una función de activación. La salida de la neurona está delimitada mediante la función de activación.

En un cerebro, el mecanismo de activación neuronal está basado en un umbral de polarización, el cual, si es excedido, permite que se dispare un potencial de acción. El mecanismo análogo en las redes neuronales artificiales supone una función de activación. Tal función permite decidir si una neurona será activada o no, en función del resultado de una suma ponderada. Asimismo, la función de activación es un elemento que añade no linealidad a la estructura de una red neuronal.

Existen numerosas funciones de activación. Estas ciertamente tendrán una importante contribución en la activación neuronal y en la salida de cada neurona, así como de la red. Por lo tanto, la elección de una función de activación está estrechamente vinculada con las características del problema, con la naturaleza de los datos y con la salida deseada. Resulta complejo establecer métodos analíticos para determinar cuál función de activación debería emplearse con un problema determinado, por lo que la elección de tales funciones, con frecuencia, responden a ensayos de prueba y error. No obstante, para problemas de clasificación, la función logística o sigmoideal suele ofrecer buen desempeño.

Las funciones de activación más comúnmente empleadas se presentan en la Figura 2:

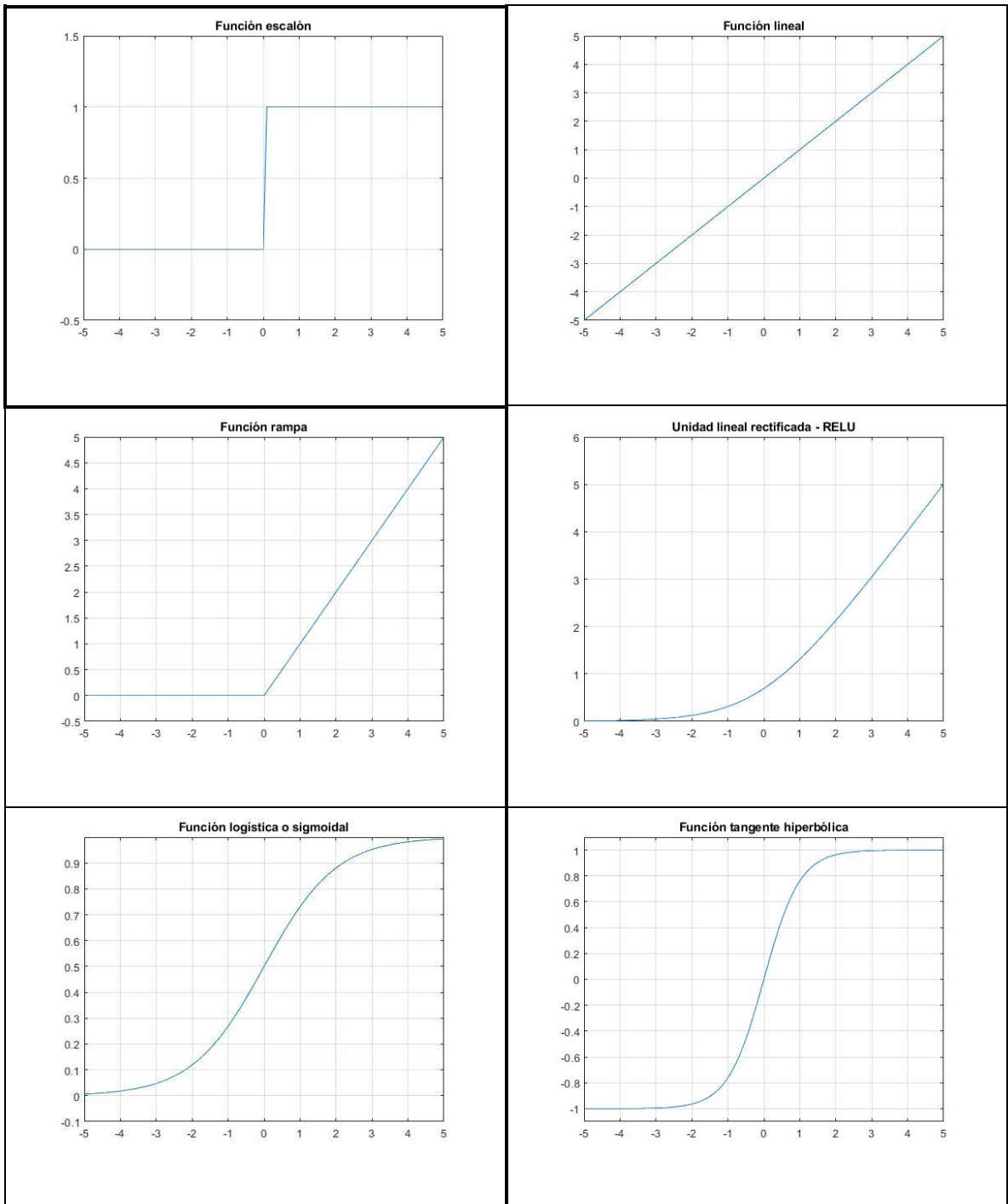


Figura 2: Funciones de activación más comunes

Es importante resaltar que, idealmente, una función de activación debe ser no lineal y diferenciable. La no linealidad permite el aprendizaje de relaciones no lineales entre entrada y

salida. Por otra parte, para el entrenamiento de la red, el hecho de contar con una función de activación diferenciable resulta ventajoso, tal como será expuesto más adelante.

Sea una neurona k con

$$U_k = \sum_{j=1}^P W_{kj} X_j \quad (3.1)$$

y
$$y_k = \varphi(U_k - \theta_k) \quad (3.2)$$

donde $X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$ son las señales de entrada. $W_{k1}, W_{k2}, W_{k3}, \dots, W_{kp}$ son los pesos sinápticos de la neurona k . U_k es la salida del combinador lineal. θ_k es un límite, también llamado sesgo. $\varphi()$ es la función de activación y y_k es la señal de salida de la neurona. A partir de este modelo resulta claro que se trata de un modelo no lineal, pues las magnitudes de la señal de entrada no están relacionadas proporcionalmente con la salida. Por lo tanto, considerando que una red neuronal se constituye por una interconexión de neuronas, resulta claro que una red neuronal es también no lineal. Este hecho resulta ventajoso, pues una parte importante de los datos observados en la naturaleza son no lineales.

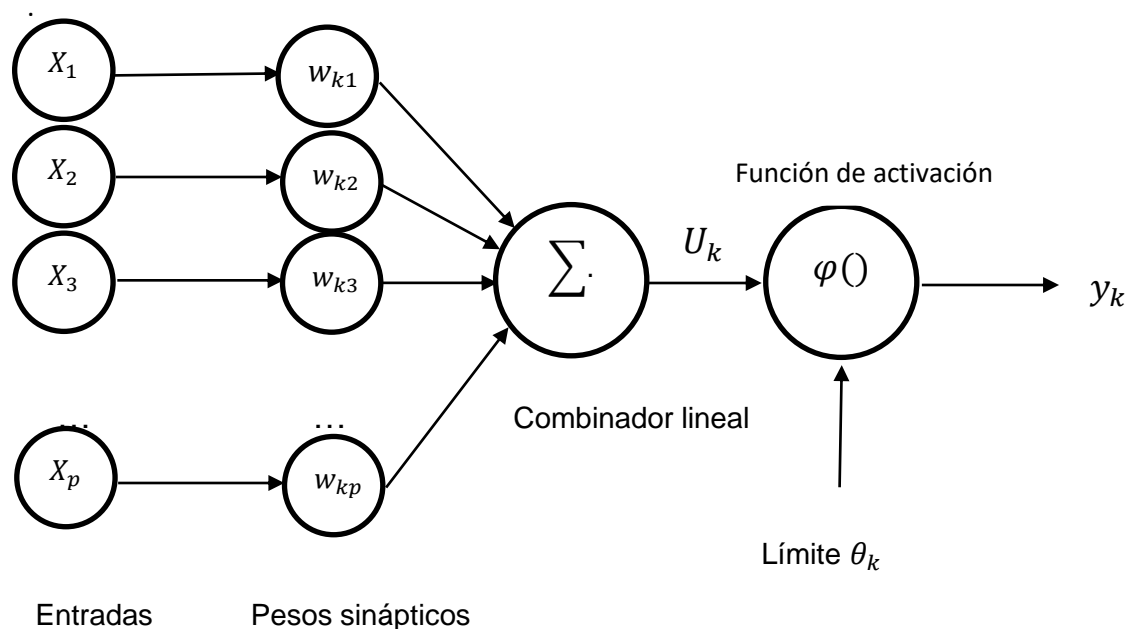


Figura 3: Diagrama de una neurona artificial

3.2 Feedforward Neural Network

Las redes neuronales prealimentadas o *Feedforward Neural Networks* o también perceptrones multi-capa se basan en un conjunto de capas. Cada capa está conectada con la capa previa, estando la primera capa conformada por la o las entradas, mientras que la última capa genera la salida. En las Feedforward Networks no existe retroalimentación. Es decir, la información fluye en un solo sentido y no ocurre que la salida de alguna capa regrese a una capa anterior.

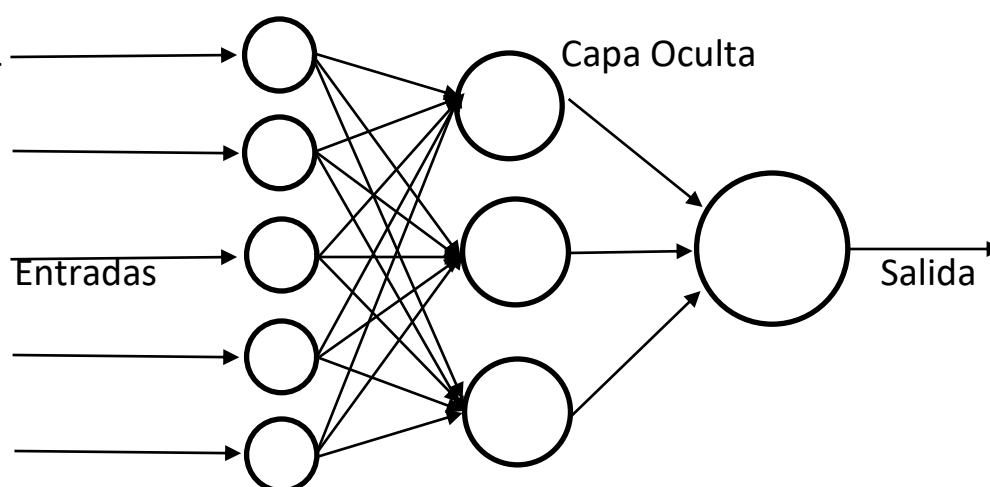


Figura 4: Representación de una red neuronal prealimentada.

En la Figura 4 se muestra una red neuronal prealimentada en la cual hay cinco entradas, una salida y tres neuronas en la capa oculta. Esta última es llamada capa oculta dado que no tiene interacciones directas con el “exterior” de la red. Se observa un notable parecido con la estructura de cada una de las neuronas. Además, cada una de las entradas está conectada con cada una de las neuronas. En otras palabras, una red neuronal es una interconexión masiva de nodos.

En general, una red neuronal prealimentada permite mapear una entrada cualquiera. Es decir, dada una función

$$H(x) \tag{3.3}$$

la red mapea una entrada x a una salida Z , tal que,

$$Z = H(x, \alpha) \quad (3.4)$$

la función principal de la red es estimar los parámetros α que permiten un mejor resultado. Tal resultado está definido con base en el entrenamiento y en la salida deseada. Es importante tener en cuenta que las interconexiones neuronales y las capas ocultas permiten que las relaciones entre la entrada y la salida puedan ser lineales, no lineales o virtualmente de cualquier grado de complejidad.

Sea una señal x tal que

$$x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_p\} \quad (3.5)$$

y una matriz de pesos sinápticos

$$w_{kj} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1j} \\ w_{21} & w_{22} & \ddots & w_{2j} \\ \vdots & \dots & & \vdots \\ w_{k1} & \dots & & w_{kj} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Sea H la salida de la red neuronal. Entonces,

$$H_k = \sum_{k=1}^k y_k \quad (3.7)$$

Sustituyendo (4.1) y (4.2) en (4.7) tenemos

$$H_k(x) = \sum_{k=1}^k \varphi(U_k - \theta_k) = \sum_{k=1}^k \left(\varphi \left(\sum_{j=1}^p W_{kj} X_j - \theta_k \right) \right) \quad (3.8)$$

La ecuación (4.8) será la salida de la red neuronal. Se observa que si $\varphi()$ es no lineal, entonces se trata de una transformación no lineal.

3.3 Entrenamiento

Al principio del capítulo se mencionó que el entrenamiento puede ser supervisado o no supervisado. Para el entrenamiento supervisado es necesario conocer la salida objetivo. Es decir, se debe disponer de conjuntos de suficientes datos bien procesados, clasificados, ordenados o etiquetados, en los cuales, se conozca la salida dada una cierta entrada. Este es el tipo de entrenamiento más sencillo por obvias razones. Asimismo, es el tipo de entrenamiento empleado para este trabajo. Para el entrenamiento no supervisado no se dispone de datos de salida. Debido a esto, las redes neuronales entrenadas sin supervisión se suelen emplear para aprender más de los datos, para identificar patrones o tendencias complejas.

En (4.1) y (4.2) se observa que la salida de una neurona está vinculada principalmente con la matriz de pesos sinápticos, el límite establecido y la función de activación. Por otra parte, en (4.8) se observa que la salida de la red está asociada a la salida de cada neurona. Entonces, la salida de la red está ligada a la matriz de pesos sinápticas, a los límites y a las funciones de activación. La determinación de estos parámetros es precisamente el objetivo del entrenamiento.

El entrenamiento es el proceso más importante para el desarrollo de una red neuronal. Incluso llega a ser de mayor importancia que la arquitectura misma de la red. Sin el entrenamiento, una red neuronal carece de sentido. Al igual que ocurre con las funciones de activación, existen numerosos algoritmos de entrenamiento. Sin embargo, cabe destacar que cada uno de estos algoritmos son, de hecho, algoritmos de optimización. Además, la gran mayoría de los algoritmos aplicados más frecuentemente tienen algo en común: se basan en una retropropagación.

En general, la retropropagación consiste en modificar los pesos sinápticos con base en una propagación “hacia atrás” de un vector gradiente cuyos componentes son las derivadas de una función de error respecto a un parámetro de la red. El hecho de que el operador derivada figure en la retropropagación es la razón por la cual es conveniente que las funciones de activación sean diferenciables.

Para poder establecer la función de error es necesario conocer la salida deseada dada una cierta entrada. Es decir, la retropropagación es aplicable únicamente para el entrenamiento supervisado.

Sea una función de error, también llamada función de costo,

$$E_k(x) = S_k(x) - y_k(x) \quad (3.9)$$

donde $S_k(x)$ es la k-ésima salida deseada y $y_k(x)$ es la salida de la k-ésima neurona, calculada con los pesos sinápticos actuales. Trasladando la función de error a una función de error cuadrático definida por la estadística como:

$$\varepsilon_k(x) = \frac{1}{2} (S_k(x) - y_k(x))^2 \quad (3.10)$$

El error de todas las neuronas será la suma del error de cada neurona. Entonces,

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^k (S_k(x) - y_k(x))^2 \quad (3.11)$$

Por otra parte, el error total de la red será la suma de los errores de cada muestra. Se considerará muestra a cada par de datos entrada – salida. Sea N el número de muestra. Esto es

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{2} \sum_{N=1}^N \sum_{k=1}^k (S_k(x) - y_k(x))^2 \quad (3.12)$$

Ahora, es necesario minimizar $\varepsilon(x)$. Para efectuar esto, es necesario calcular la derivada del error total respecto a cada peso sináptico. Sin embargo, también es necesario propagar las derivadas “hacia atrás”. Desde la última capa hacia la primera en cada neurona. Se efectúa

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial y_k} = S_k - y_k \quad (3.13)$$

y también, considerando (4.1) y aplicando regla de la cadena,

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial U_k} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial U_k} \quad (3.14)$$

Ahora, para los pesos sinápticos:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial U_k} \frac{\partial U_k}{\partial w_{kj}} \quad (3.15)$$

pero, de (4.14)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial U_k} \frac{\partial U_k}{\partial w_{kj}} \quad (3.16)$$

Además, aplicando nuevamente la regla de la cadena:

$$\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial y_k} = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial U_k} \frac{\partial U_k}{\partial y_k} = w_{kj} \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial U_k} \quad (3.17)$$

Así que

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial w_{kj}} = w_{kj} \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial U_k} \frac{\partial y_k}{\partial U_k} \frac{\partial U_k}{\partial w_{kj}} = w_{kj} \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial U_k} \frac{\partial y_k}{\partial w_k} \quad (3.18)$$

Se observa que la variación del error respecto a los pesos sinápticos es proporcional a los pesos mismos. Para simplificar el cómputo de la actualización de pesos sinápticos, se considera

$\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial U_k} \frac{\partial y_k}{\partial w_k} = -\frac{1}{\mu}$, obteniendo así

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial w_{kj}} = -\frac{1}{\mu} w_{kj} \quad (3.19)$$

A partir de (4.19) podemos considerar que el cambio en los pesos sinápticos en cada iteración será proporcional a la derivada del error respecto a los pesos anteriores. La siguiente expresión (4.20) es conocida como regla delta.

$$\Delta w_{kj} = -\mu \frac{\partial \varepsilon}{\partial w_{kj}} \quad (3.20)$$

Normalmente, se considera a μ como una constante arbitraria, la cual se define durante el diseño de la red neuronal, o bien, se le asigna un valor aleatorio.

El desarrollo anterior está basado en Rumelhart, Hinton y Williams (1986).

3.4 Teorema de Hornik-Stinchcombe-White

El teorema establece que, en cualquier problema de mapeo, incluyendo reconocimiento y clasificación, la falla de una ANN para aprender es atribuible a una falla de la arquitectura o del entrenamiento, así como al carácter estocástico de los datos, pero no al paradigma de la Feedforward ANN.

Hornik, Stinchcombe, y White (1989) establecen en su publicación que las redes prealimentadas con una sola capa oculta son capaces de aproximar cualquier función medible, bajo cualquier grado de precisión deseado. Es decir, estas redes son “aproximadores” universales.

Con base en este teorema es posible asumir que el paradigma de una red neuronal prealimentada es adecuado para ser implementado en el problema planteado para este trabajo, pues las trazas sísmicas, las cuales serán el elemento básico de entrada, pueden ser visualizadas como funciones continuas y medibles.

4. Procesamiento de datos sísmicos petroleros

En la exploración con objetivos petroleros se recurre a un gran número de técnicas y metodologías, las cuales en conjunto permiten identificar o descartar la presencia de hidrocarburos. El método indudablemente más importante es la prospección sísmica, pues esta permite detectar rasgos geológicos regionales y locales con cierta precisión (Haque, 2014). La prospección sísmica consiste en generar y analizar las características de la propagación de ondas elásticas a través del subsuelo. Esto permite identificar los elementos geológicos presentes en el subsuelo en función de los datos recibidos en superficie, pues estos datos están estrechamente ligados con las estructuras geológicas, las propiedades petrofísicas de las formaciones rocosas y ciertamente, con la presencia o ausencia de hidrocarburos.

En este capítulo se hará, de forma muy general, una breve descripción del procesamiento de los datos sísmicos de reflexión orientado a la exploración petrolera. Tal procesamiento comprende un espectro inmenso de procesos, definidos en función de las características propias de cada levantamiento sísmico. No obstante, es posible identificar ciertas generalidades, las cuales serán descritas en el presente capítulo.

Existen tres etapas fundamentales en el procesamiento de datos sísmicos (Yilmaz, 1987).

1. Deconvolución
2. Apilamiento (*Stacking*)
3. Migración

4.1 Deconvolución

Las diferentes capas con las cuales se compone la Tierra están definidas en función de diferentes litologías y propiedades físicas. En términos sísmicos, esto implica diferencias en las densidades y por lo tanto en las velocidades de las formaciones rocosas. Este hecho permite que un sismograma se pueda modelar a partir de la convolución de una serie de respuestas impulsivas con una ondícula sísmica. Por lo tanto, la deconvolución pretende comprimir la ondícula y eliminar múltiples, permitiendo conservar sólo la reflectividad de la Tierra en la traza.

El objetivo de la deconvolución es ampliar la banda de frecuencia útil, mejorando así la banda de resolución vertical. Este efecto se logra quitando el efecto de la fuente, mediante la convolución de la señal con un filtro inverso, usualmente basado en un filtro de Wiener. Cabe destacar que, debido al proceso de deconvolución, se amplía el espectro, haciendo que las trazas aumenten su contenido de altas frecuencias. Esto implica que no solo el contenido de altas frecuencias de las trazas se amplía, sino también el ruido de altas frecuencias. Por otra parte, la deconvolución en ocasiones también atenúa la presencia de armónicas.

4.2 Ordenamiento por CMP (*Common MidPoint*)

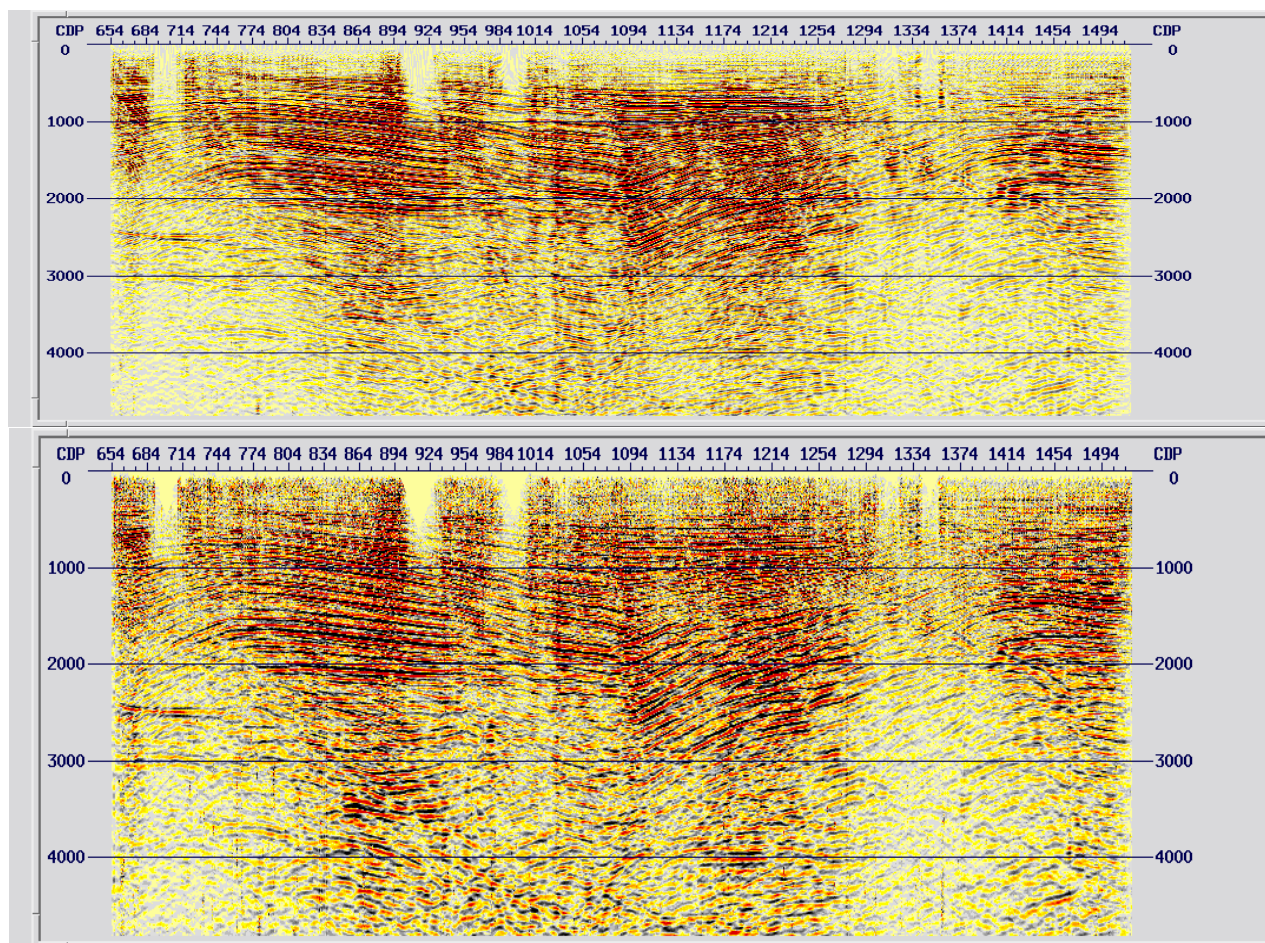


Figura 5: Comparación de una sección antes y después de la deconvolución.

Este proceso permite transformar las coordenadas de tiro-receptor (*shot-receiver*) a punto medio-offset (*midpoint-offset*). Para llevar a cabo tal transformación de coordenadas se ordenan los datos por CMP, formando así *CMP gathers*. Este ordenamiento se lleva a cabo asignando cada traza al punto medio entre el tiro y el receptor asociados a esa traza con base en la información de campo. Es decir, se agrupan las trazas en función de su CMP. Al asumir que se tienen reflectores horizontales y velocidades constantes horizontalmente, es posible considerar que el CMP es también el CDP (*Common Depth Point*).

4.3 Análisis de velocidades

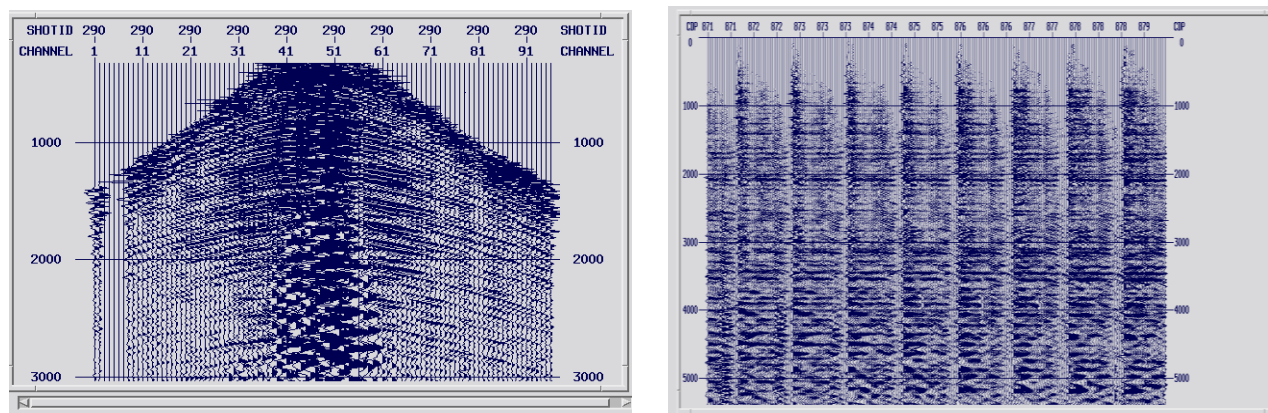


Figura 6: Shot y gather ordenado por CDP.

Resulta evidente que las características de propagación de ondas elásticas están estrechamente relacionadas con las propiedades mecánicas del medio. Una de estas características es la velocidad de propagación, lo cual afecta directamente el tiempo en el que se registra un evento en los receptores. Por lo tanto, es necesario llevar a cabo análisis de velocidades. Estos análisis se suelen efectuar en algunos *gathers* seleccionados. El análisis tiene por objetivo maximizar la coherencia de la señal a lo largo de las trayectorias hiperbólicas registradas, las cuales son controladas por la velocidad, el offset y el tiempo de viaje.

4.4 NMO (*Normal MoveOut*)

A partir de un evento sísmico, el *Normal Moveout* es el efecto de las diferencias en tiempo debido a la variación del *offset* al momento de registrar un mismo evento. Es decir, es la diferencia

entre el tiempo de viaje a un offset dado y el tiempo de viaje en un offset cero. El NMO está afectado por las velocidades, el offset, el buzamiento del reflector, el *azimuth* del receptor-fuente y la complejidad geológica presente. Los *gathers* suelen mostrar formas hiperbólicas en los eventos y el objetivo de la corrección por NMO es lograr que los eventos se muestren horizontales. Asimismo, el NMO es esencial para determinar las velocidades.

4.5 Estáticas residuales

Las correcciones aplicadas a los datos para restar el efecto de las variaciones topográficas y de las capas cercanas a la superficie terrestre son conocidas como estáticas residuales. Para datos terrestres es necesario elegir un datum de referencia, pudiendo ser plano o con variaciones. A partir de este datum, se ajustan las posiciones de las fuentes y receptores, con la finalidad de ajustar el tiempo de viaje sin considerar las irregularidades de la topografía ni las capas altamente meteorizadas. El término estáticas se debe a que el desplazamiento correctivo se aplica a la traza completa, sin que haya variaciones en las muestras dentro de la traza misma.

4.6 Apilamiento

El objetivo del apilamiento es atenuar ruido, mejorar la resolución y reducir el volumen de datos. Para llevar a cabo tal objetivo se suman las trazas en función de su CMP o CDP, es decir, a lo largo del eje del offset, y se promedian. El mejor estimador en términos probabilísticos es el promedio, por lo cual el apilamiento es uno de los procesos que más mejoran la visualización de los datos.

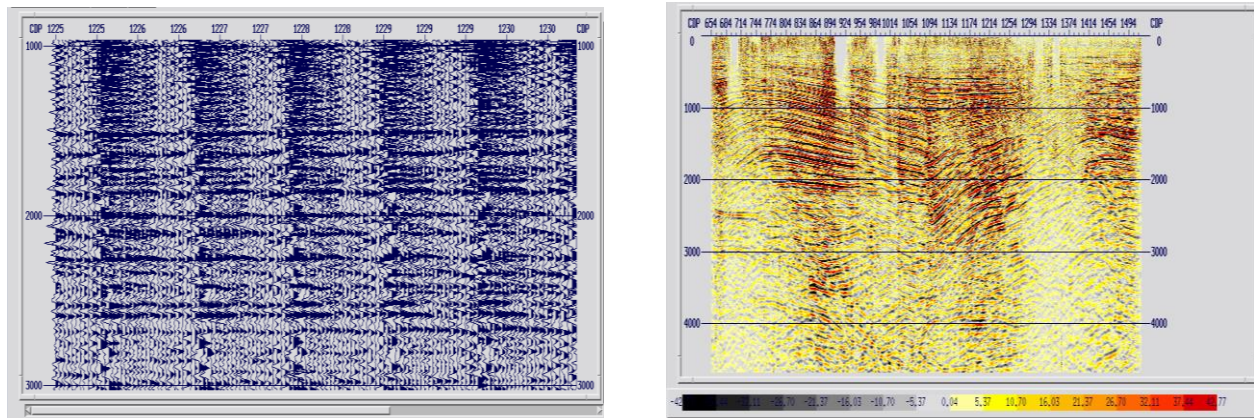


Figura 7: Conjunto de gathers y sección obtenida tras apilamiento.

4.7 Migración

En su mayoría, los fundamentos teóricos a partir de los cuales se basa la exploración sísmica de reflexión asumen que se trata de medios lineales, isótropos y homogéneos y dispuestos en capas *horizontales*. Sin embargo, en la naturaleza esto ocurre con muy poca frecuencia. El proceso de migración permite mover los puntos de la sección a sus posiciones *supuestamente* verdaderas en el subsuelo. Además, este proceso colapsa las difracciones presentes. Es decir, la migración pretende restar los efectos producidos en las trazas debido a las variaciones geológicas tanto verticales como horizontales y a la no horizontalidad de los estratos. En general, es posible aplicar migraciones en tiempo o en profundidad.

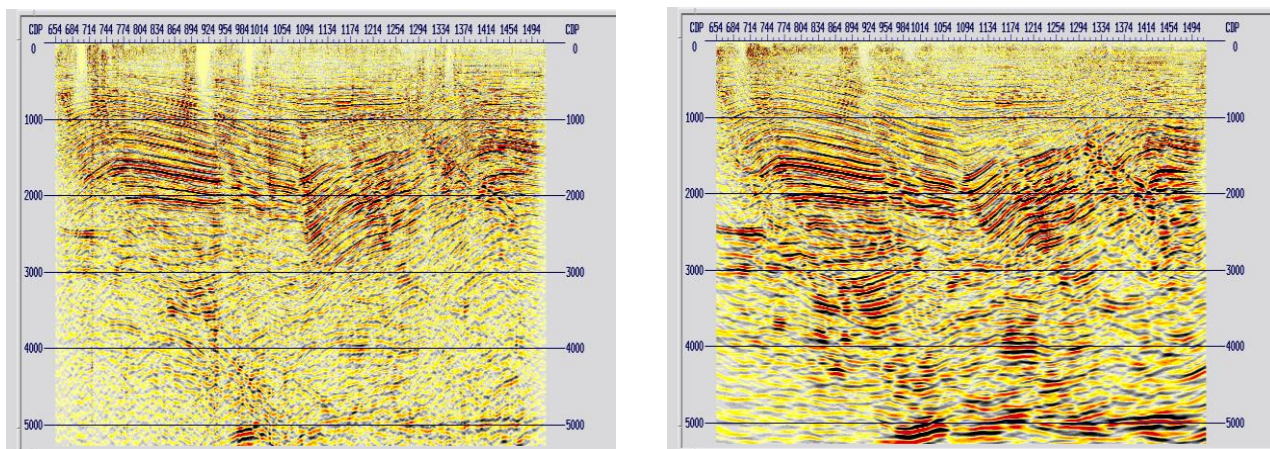


Figura 8: Sección antes y después de migración.

4.8 Implicaciones del procesamiento en el presente trabajo

Como se describió al inicio del capítulo, el procesamiento de datos sísmicos con objetivos exploratorios petroleros comprende una enorme cantidad de procesos y consideraciones que deben ser ajustadas en virtud de las características propias de la adquisición, del objetivo exploratorio y de las características geológicas. Los datos de salida del procesamiento, naturalmente, están fuertemente influenciados por el procesamiento aplicado. Por otra parte, los datos de entrada con los que se desarrolla este trabajo son datos sísmicos que ya han sido procesados. Este hecho implica que la salida de la red neuronal también estará estrechamente vinculada con el procesamiento que se haya aplicado a los datos, pues la red trabaja con datos sísmicos previamente procesados como datos de entrada. Visto desde otro ángulo es posible afirmar que la eficacia de la red neuronal desarrollada depende también de que el procesamiento previo de los datos haya sido acertado.

Los datos empleados para generar las imágenes que ilustran este capítulo fueron proporcionados por el M.C. Fernando Gómez Santiago y fueron procesados mediante el software Globe Claritas™.

5. Zonas y estructuras de interés

En el capítulo anterior se describió el procesamiento de datos sísmicos orientados a la exploración petrolera. En este capítulo se describen algunos elementos presentes en datos sísmicos que pueden sugerir la presencia de hidrocarburos. Asimismo, se describen algunas estructuras que pueden estar asociadas a sistemas petroleros. Los sistemas petroleros son conjuntos de elementos geológicos cuya composición permite la existencia de yacimientos. A su vez, un yacimiento es una acumulación natural de hidrocarburos. Naturalmente, para la industria sólo tienen importancia los yacimientos con cantidades comerciables de hidrocarburos.

Considerando que un yacimiento es una acumulación de hidrocarburos, resulta evidente que tal acumulación incide directamente en las propiedades petrofísicas de las formaciones que la contienen. Por lo tanto, modifican también ciertas características y atributos de la traza sísmica, como la amplitud, la velocidad o la polaridad. Con base en este hecho, se han identificado ciertos elementos que permiten sugerir la presencia de hidrocarburos: Los DHI -Indicadores directos de hidrocarburos- (Direct Hydrocarbon Indicators).

Durante la interpretación de datos sísmicos usualmente se busca, entre otros aspectos, delimitar los horizontes, identificar los rasgos estructurales y buscar evidencia de la presencia de hidrocarburos. Si bien, únicamente con información sísmica resulta virtualmente imposible definir o descartar la presencia de estos, es posible encontrar indicios que aumenten la probabilidad de que existan yacimientos en el área de estudio. Un ejemplo prominente de esta cuestión son los DHIs. Los tipos más frecuentes de DHIs son *bright spots*, *flat spots*, *dim spots* e inversiones de polaridad (Onajite, 2014).

Los *bright spots* son anomalías de alta amplitud en los datos sísmicos. Usualmente se asocian a presencia de aceite y gas, pues la presencia de estos incrementa el contraste de impedancias y por consiguiente la amplitud en la reflexión. Es importante recalcar que también la mayoría de *bright spots* asociados a hidrocarburos suelen tener una forma conforme con las estructuras geológicas. No obstante, estas anomalías no necesariamente están asociadas a hidrocarburos. En ocasiones se deben a formaciones porosas saturadas de agua.

Por otra parte, los *flat spots* se identifican como reflectores horizontales en una zona en donde los reflectores circundantes no se observan horizontales. Estos se suelen asociar a contactos agua-aceite o agua-gas, ya que la onda se propaga de un medio a otro cuya velocidad es abruptamente mayor. Asimismo, además de la horizontalidad, puede presentar también amplitudes anómalas. Es decir, los *flat spots* pueden ser *bright spots* simultáneamente. Ciertamente, los *flat spots* pueden deberse a rasgos geológicos como el contacto entre unidades y no a la presencia de hidrocarburos.

Los *dim spots*, contrario a los *bright spots*, son anomalías de baja amplitud. Una unidad porosa y saturada de hidrocarburos tiene una impedancia acústica menor que las unidades circundantes. En otras palabras, al propagar una onda de un medio con cierta impedancia acústica positiva a otro con mucho menor impedancia acústica, se presente una disminución importante en la amplitud.

Las inversiones de polaridad son anomalías en la traza que pueden asociarse a presencia de hidrocarburos. Normalmente ocurren cuando una unidad saturada de hidrocarburos se ubica entre dos unidades con mayor impedancia acústica. Cabe destacar que las inversiones de polaridad se suelen situar dentro de un mismo horizonte. Es decir, dentro de la misma unidad.

Por otra parte, ya no a nivel de trazas, sino de análisis e interpretación de secciones y cubos sísmicos, normalmente se buscan muchos más elementos que aquellos que sugieran la presencia de hidrocarburos. En los proyectos exploratorios es necesario considerar una enorme cantidad de factores, como las condiciones sedimentarias, la historia geológica y los paleoambientes, por mencionar algunos. Cabe resaltar que es necesario que existan condiciones geológicas particulares para permitir la existencia de yacimientos. Además, los yacimientos pueden ser convencionales o no convencionales.

En general, un yacimiento convencional está conformado por una roca generadora, una roca almacenadora y una roca sello. Es decir, existió un proceso de migración de los hidrocarburos desde la roca generadora hacia la roca almacenadora. Por otra parte, en los yacimientos no convencionales, los hidrocarburos se encuentran en formaciones de muy baja permeabilidad, por lo que su contenido no migró. Sin considerar las particularidades geológicas de cada yacimiento y

buscando una notoria simplificación, es posible visualizar una zona de interés como cualquier formación en donde posiblemente existen hidrocarburos.

Asimismo, hay estructuras geológicas que suelen formar parte de sistemas petroleros. Por ejemplo, las trampas estructurales más comunes suelen estar conformadas por anticlinales, sinclinales, estructuras debidas a formaciones salinas, fallas o una hibridación de estos elementos. Es decir, dentro de las y estructuras de interés es posible considerar ciertas estructuras geológicas que se encuentran con frecuencia asociadas a yacimientos.

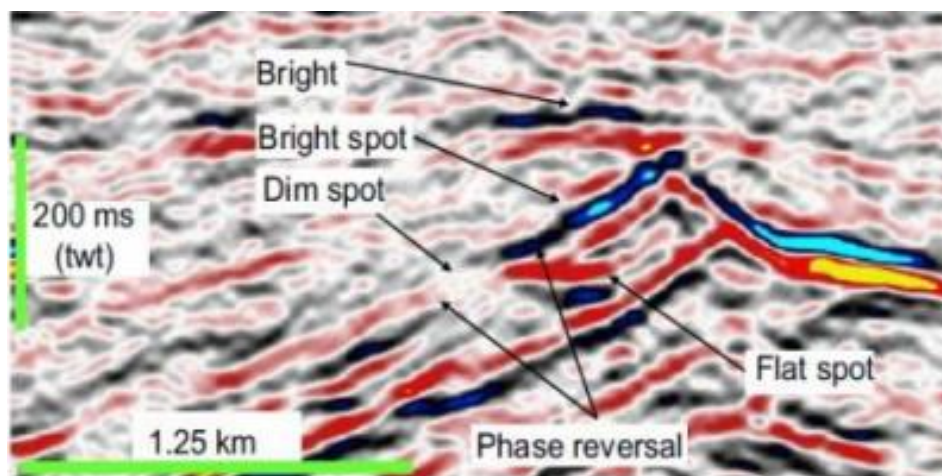


Figura 9: DHI más frecuentes. Imagen tomada de Direct Hydrocarbon Indicators disponible en https://wiki.seg.org/wiki/Direct_hydrocarbon_indicators.

6. Desarrollo

Como se describió al inicio, el objetivo del presente trabajo es desarrollar una red neuronal que facilite la detección de zonas de interés para la industria petrolera en función de datos sísmicos. En el capítulo anterior se describieron algunos elementos que pueden estar asociados a la presencia de hidrocarburos. Con base en estos elementos, se diseñó la red para su identificación.

El objetivo de los levantamientos sísmicos es tener una representación del subsuelo en función de la propagación de ondas elásticas. Una vez se lleva a cabo el procesamiento de datos de campo se obtienen secciones o volúmenes sísmicos. No obstante, desde el inicio del procesamiento hasta el final, el elemento fundamental de los procesos y de la visualización son las trazas sísmicas. Incluso las secciones y los volúmenes en los cuales se lleva a cabo la interpretación, resultan ser un conjunto de trazas. Por lo tanto, en el diseño de la red neuronal se consideraron las trazas sísmicas como señales de entrada.

En la Figura 10 se muestra graficada una traza, una serie de trazas y finalmente todas las trazas de una sección. Esta figura demuestra que una sección sísmica está conformada por un conjunto de trazas, lo cual también es válido para un volumen sísmico.

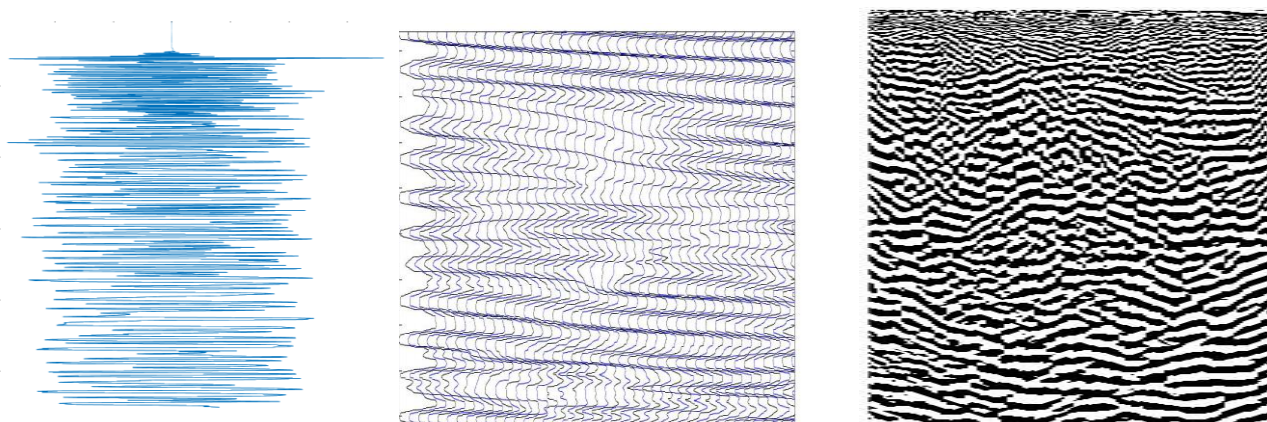


Figura 10: Traza sísmica, conjunto de trazas y sección sísmica.

Con base en este hecho, resulta claro que las trazas sísmicas pueden ser empleadas como elemento de entrada para una red neuronal. Además, en el capítulo cinco se establece que las trazas sísmicas, así como sus características principales y atributos están directamente influenciados por las propiedades petrofísicas y estructurales de las formaciones a través de las cuales se propagan. Por otra parte, cada traza sísmica puede ser visualizada como una función continua, permitiendo así desarrollar una relación entrada-salida definida traza a traza.

6.1 Secuencia de procesamiento

Cualquier procedimiento capaz de extraer y representar parámetros sísmicos tales como amplitud, fase y frecuencia de una manera conveniente y comprensible supone una valiosa herramienta para la interpretación (Hardage, 2010). Antes de aplicar directamente la red neuronal,

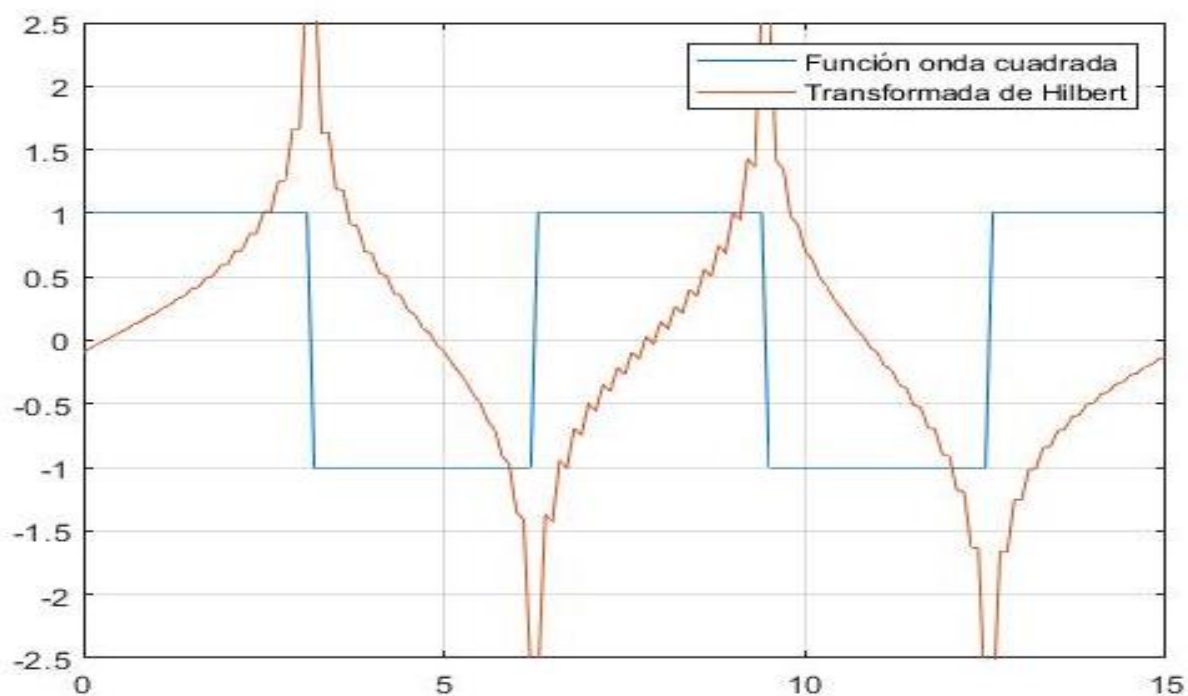


Figura 11: Función onda cuadrada y su transformada de Hilbert.

se desarrolló una secuencia de procesamiento basada en la transformada de Hilbert y en la transformada Wavelet. Dicha secuencia busca tanto mejorar la visualización de los datos en forma de sección, como resaltar los rasgos que pudiesen ser de interés, permitiendo así emplear los datos post-procesamiento como datos de entrenamiento.

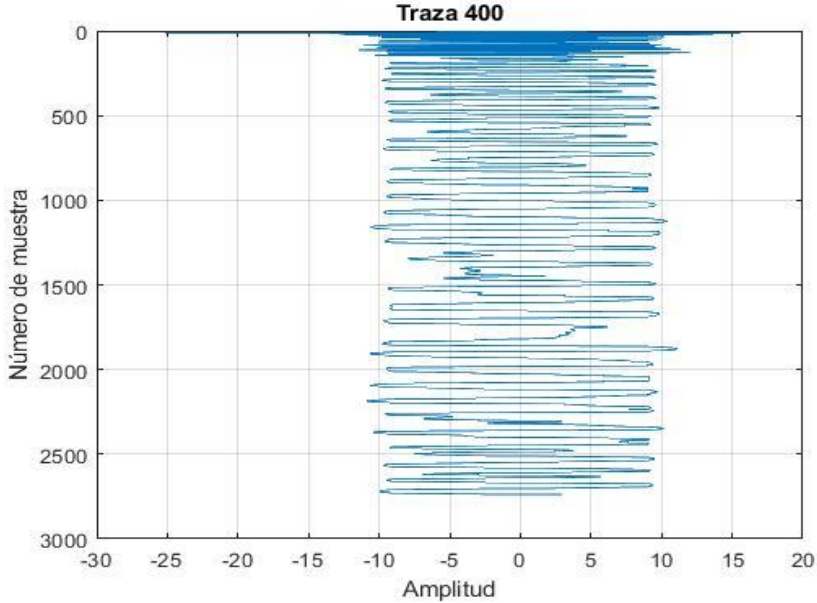


Figura 12: Traza sísmica 400

La transformada de Hilbert se aplica frecuentemente en el procesamiento de señales. En general, la transformada de Hilbert es un operador lineal que pertenece a las transformaciones integrales. El principal efecto de la transformada es inyectar un cambio de fase de $\pi/2$, lo cual, en el plano matemático supone una convolución de la señal con $1/nt$. Siendo la señal una función de t y n el número de muestras. Asimismo, la aplicación de este operador permite la obtención de una *función analítica*. Esto es, una función cuya parte compleja es la transformada de Hilbert de la parte real. El hecho de añadir una dimensión en el plano complejo permite características de análisis ulterior a una traza sísmica, lo cual ha permitido la formulación de atributos sísmicos en función de una transformación de Hilbert aplicada a las trazas. Por ejemplo, en la figura 10 se observa cómo la transformada de Hilbert parece resaltar los cambios abruptos de la función.

En las Figuras 13 y 14 se observa el efecto que tiene la aplicación de la transformada de Hilbert a la traza 400 de una sección sísmica. Se trata de la misma traza de la Figura 12.

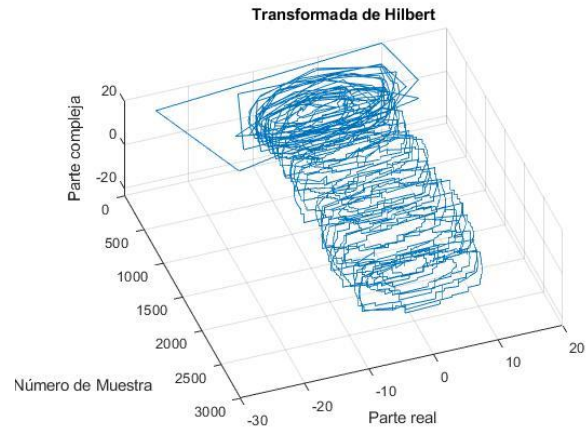
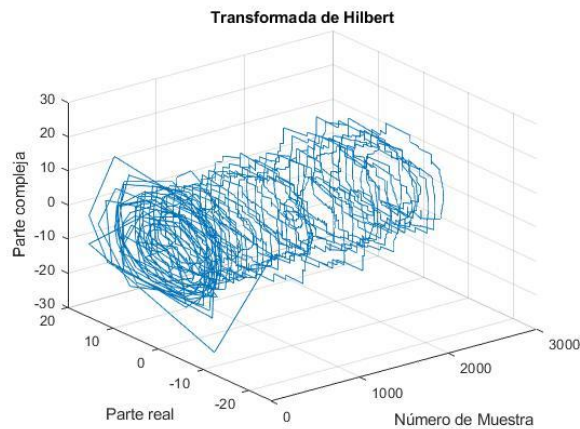


Figura 13: Transformada de Hilbert de la traza 400. Vista tridimensional.

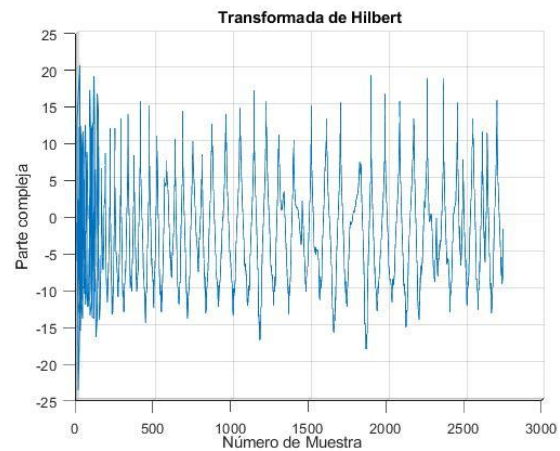
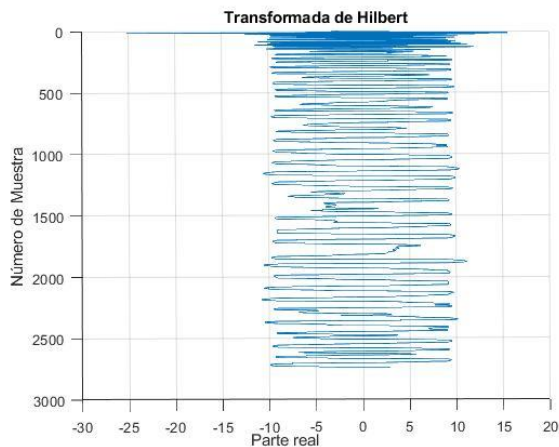


Figura 14: Transformada de Hilbert de la traza 400. Proyecciones.

En primera instancia, se observa que la transformación genera un efecto de “revolución” a la traza, pues la misma ahora presenta una forma de espiral. Sin embargo, se observa que la proyección de la espiral en el plano real, es la traza original. Por otra parte, la proyección en el plano complejo supone la transformada de Hilbert de la traza. Es decir, se añadió una dimensión extra a la traza, originalmente contenida en un plano.

En función de la transformada de Hilbert se han definido algunos atributos sísmicos como la amplitud o la frecuencia instantáneas. La amplitud instantánea permite obtener la envolvente de una señal, que en términos de una traza sísmica supone una respuesta directamente asociada a las características de reflectividad de las unidades.

En la Figura 15 se observa que la transformada de Hilbert tiene un efecto de resalte precisamente en los bordes. Es decir, en donde se tienen cambios abruptos en la señal. Además, es importante destacar que la amplitud de la transformada de Hilbert es igual a la amplitud absoluta de la señal. Por otra parte, la amplitud instantánea también conserva la amplitud de la señal e igualmente resalta las zonas de cambios abruptos, sin embargo, esto lo hace con valores positivos.

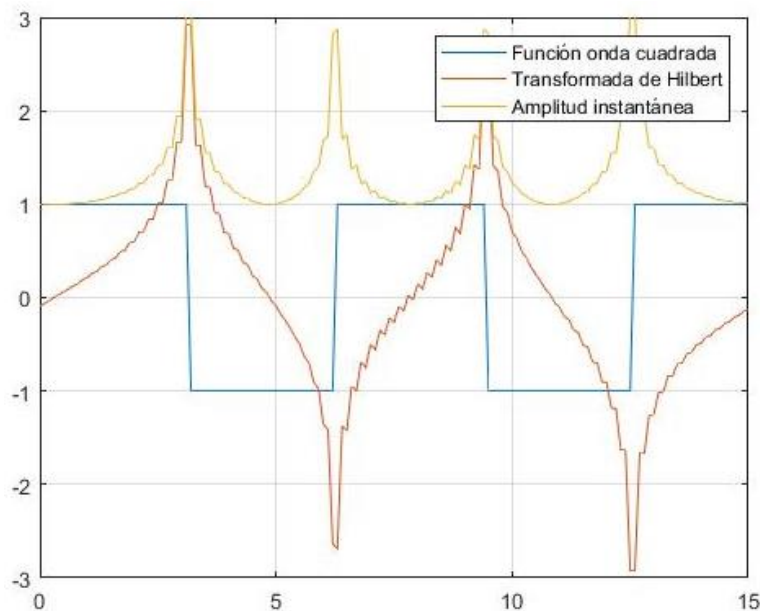


Figura 15: Transformada de Hilbert y amplitud instantánea de una onda cuadrada.

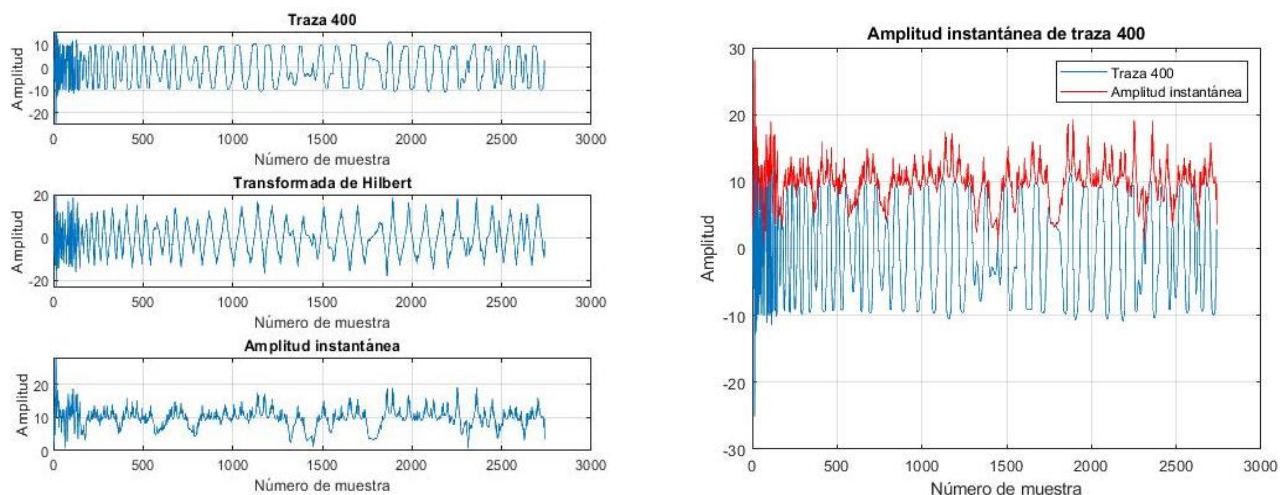


Figura 16: Traza 400, su transformada de Hilbert y su amplitud instantánea.

En la Figura 16 se muestra la traza 400 con su respectiva transformada de Hilbert y su amplitud instantánea. Se muestra también la superposición de la traza 400 y su amplitud instantánea, demostrando que ésta última resulta ser la envolvente de la traza coincidiendo los picos de amplitud en ambas curvas. Sin embargo, al conservar la misma amplitud, pero medida a partir del cero, la amplitud instantánea parece acentuar las amplitudes principales de la traza.

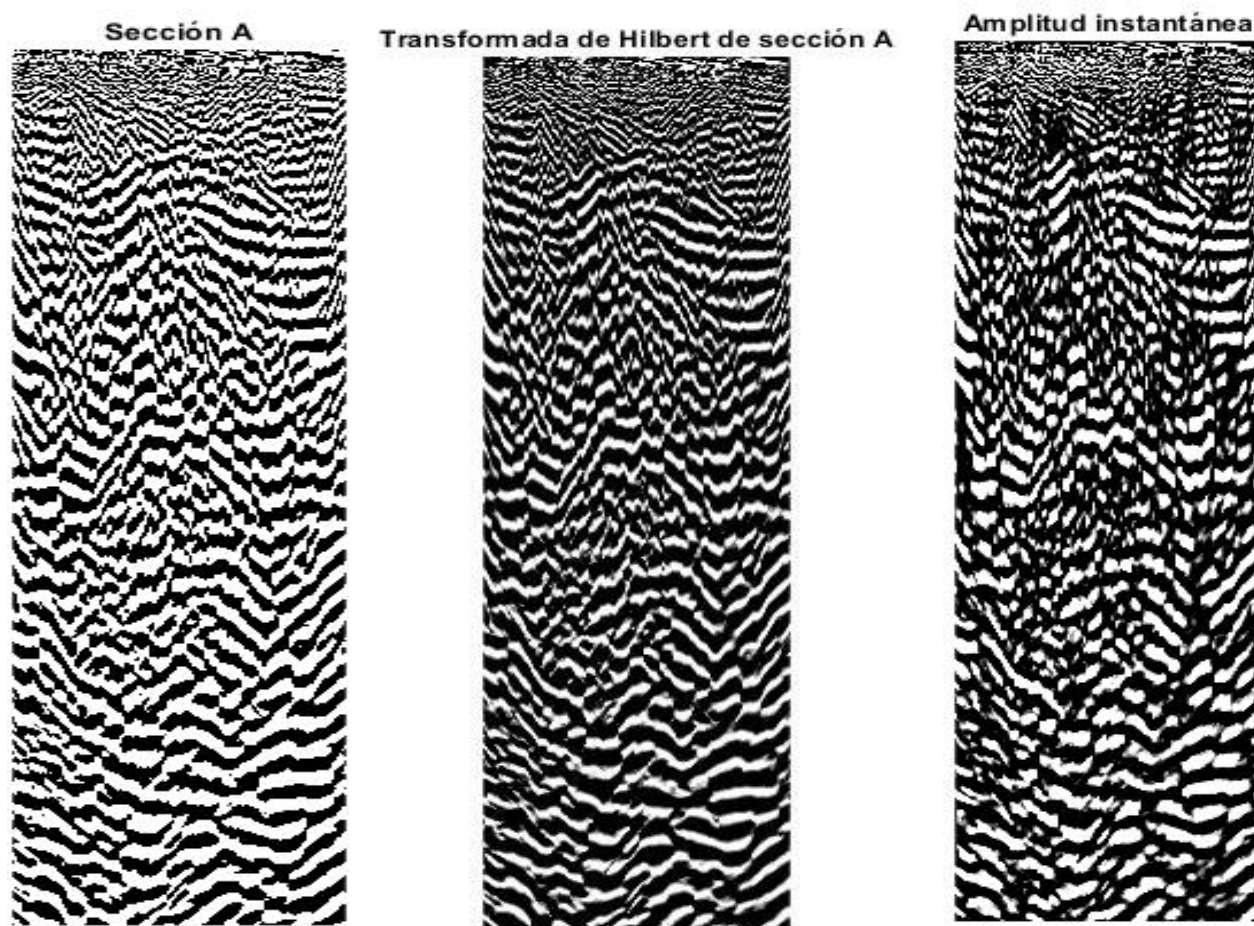


Figura 17: Transformada de Hilbert y amplitud instantánea de sección A.

En la Figura 17 se observa la sección sísmica de la Figura 10, la cual será llamada “Sección A”. A esta sección se le aplicó la transformada de Hilbert y se obtuvo su amplitud instantánea. Ciertamente este proceso se lleva a cabo traza a traza, lo cual en un arreglo matricial corresponde a efectuarlo columna a columna. En general, parece haber un incremento en la

resolución vertical y un aumento en el contraste que producen los reflectores. En esta sección sísmica en particular aún se deben aplicar algunos procesos post-migración, por lo que el resultado de la aplicación de la transformada de Hilbert se ve afectado.

La aplicación de la transformada de Hilbert para el desarrollo de la secuencia de procesamiento involucra esencialmente el cálculo de la amplitud instantánea. Es decir,

sea M la sección objetivo y el operador $H\{ \}$ la transformada de Hilbert

$$Mh = H\{m\} \tag{6.1}$$

$$M = \sqrt{\text{real}(Mh)^2 + \text{imag}(Mh)^2} \tag{6.2}$$

en donde Mh es una variable auxiliar.

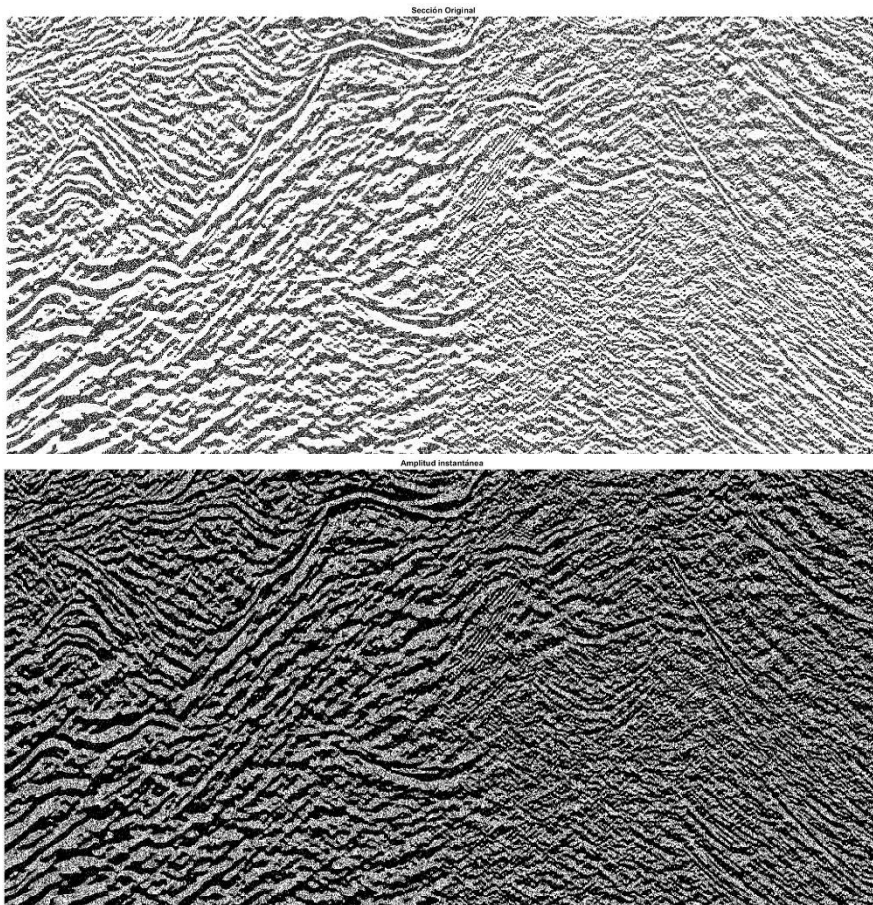


Figura 18: Sección original y sección tras cálculo de amplitud instantánea.

El cálculo de la amplitud instantánea aplicado a la sección sísmica se refleja visualmente como un aumento en la nitidez, que a su vez mejora la definición de los horizontes y de ciertos reflectores. Sin embargo, la secuencia también incluye un procesamiento basado en la transformada *wavelet*, la cual se aplicó después de la aplicación de la transformada de Hilbert.

La transformada *wavelet* -o transformada ondícula- similar a la transformada de Fourier, permite expresar una señal como una serie de ondículas, a partir de una ondícula base. Esta transformación está presente en numerosas aplicaciones pues permite el análisis tanto en el dominio del tiempo, como en el de la frecuencia. Asimismo, permite el análisis de frecuencias con buena resolución temporal. Por lo tanto, supone una herramienta valiosa para la caracterización de una señal.

Considerando que la transformada *wavelet* implica expresar una señal como una serie de ondículas, tales ondículas se pueden adaptar en tamaño, de forma que permitan caracterizar rasgos muy finos o bien, rasgos muy grandes. Por otra parte, la transformada se aplica tomando como base una ondícula definida arbitrariamente, la cual es llamada ondícula de análisis u ondícula madre. En general, el análisis temporal se efectúa con la ondícula de análisis contraída en alta frecuencia y el análisis en frecuencias se efectúa con la ondícula de análisis dilatada en bajas frecuencias.

Existe un inmenso espectro de ondículas disponibles y la elección de una u otra suele ser por prueba y error, o bien, existen ciertas ondículas, las cuales han demostrado ser útiles en un gran número de aplicaciones. Para este trabajo se eligió la ondícula “db4”, debido a su similitud con la *wavelet* de Ricker, la cual es típicamente empleada para la modelación sísmica.

No obstante, más allá de la similitud visual, se realizaron pruebas con diferentes *wavelets*, a modo de calcular la correlación entre ellas y la ondícula de Ricker. En virtud del cálculo de correlaciones, se determinó que la *wavelet* más cercana a Ricker, resultó ser la Daubechies 4 con una correlación de 0.6388, siendo este el valor más cercano a 1 en las diferentes pruebas.

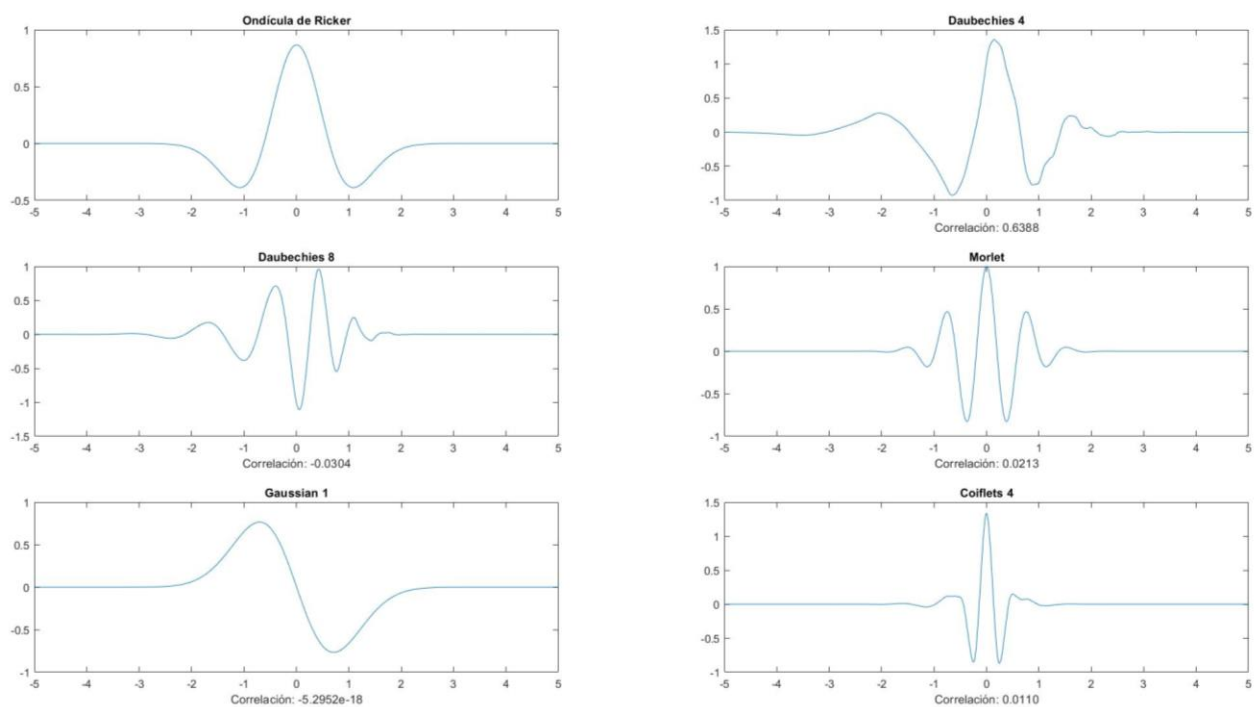


Figura 19: Comparación entre algunas ondículas y su correlación con la de Ricker.

En la Figura 20 se observa la descomposición producto de la aplicación de la transformada Wavelet. Las dos señales obtenidas son la representación de la señal original expresada como una combinación lineal de coeficientes de la función ondícula. Sin embargo, es posible hacer una simplificación a la correspondencia de la “transformada wavelet L” con bajas frecuencias y “transformada wavelet H” con altas frecuencias de la señal.

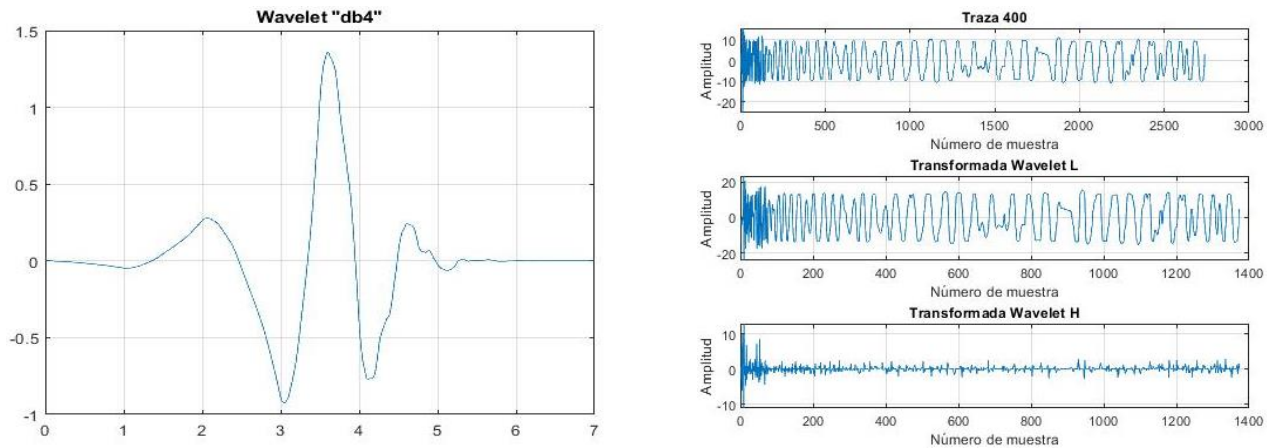


Figura 20: Ondícula Daubechies 4 y Transformada Wavelet de la traza 400.

La transformada wavelet puede ser trasladada al plano bidimensional, lo cual es ampliamente aplicado en el procesamiento de imágenes. Aplicando la transformada wavelet bidimensional se obtiene un resultado similar al mostrado en la Figura 16. No obstante, esta transformada genera cuatro imágenes, las cuales se suelen nombrar LL, HL, LH, HH. En general, LL corresponde a frecuencias bajas, HL, LH corresponden a frecuencias intermedias y HH corresponde a frecuencias altas. En la Figura 21 se muestra el resultado de la descomposición de la sección A.

A partir de la descomposición mostrada en la Figura 21, se facilita identificar componentes de ruido o rasgos que no ofrezcan información relevante para la interpretación. Además, además de ofrecer una visualización en diferentes bandas de frecuencias, es también posible eliminar o atenuar ciertos rasgos. Después de la descomposición y análisis, se reconstruye la imagen original a partir de las cuatro imágenes generadas por la descomposición. Esto permite manipular cada una de estas imágenes en función del objetivo de análisis y procesamiento, previo a la reconstrucción de la imagen original. Cabe destacar, que la descomposición se puede realizar en tantos niveles como se desee. Es decir, a partir de la descomposición, se puede efectuar una nueva

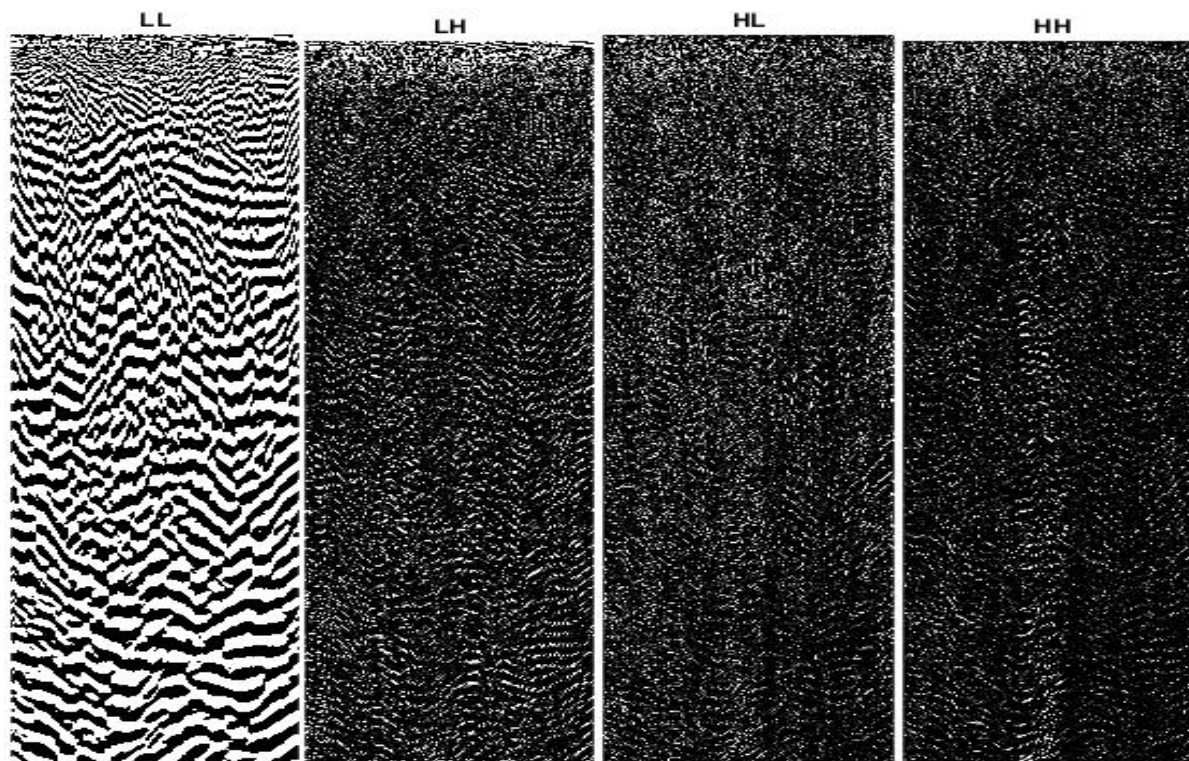


Figura 21: Descomposición con la transformada wavelet de la sección A.

descomposición en cada una de las imágenes generadas y a su vez a cada una nuevamente.

Para este trabajo se realizó una descomposición en tres niveles, con la finalidad de identificar posibles rasgos que no sean de interés, así como componentes de ruido. Se buscó resaltar la visualización de los reflectores sísmicos y de los elementos estructurales presentes en la sección sísmica. Es importante señalar, que aún cuando se aplicó el procesamiento tal como sería aplicado a una imagen, se emplearon las trazas como elemento básico. Esto debido a que la sección sísmica como imagen es generada a partir de un arreglo matricial de las trazas sísmicas.

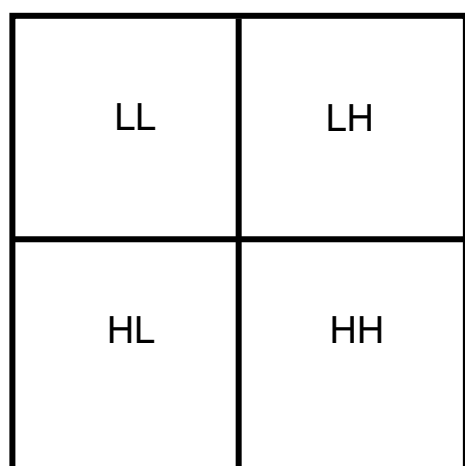


Figura 22: Representación de la descomposición aplicada a la sección A.

Las características propias de la transformada y la descomposición implican también una reducción dimensional conforme se descompone la imagen. Sin embargo, al reconstruir la misma es posible recuperar las dimensiones originales. Asimismo, mientras se avanza en niveles de descomposición es posible visualizar cada vez detalles diferentes. Con fundamento en este fenómeno, se eligieron ciertos componentes que aparentaron ser más ruidosos e incluso estar constituidos completamente por ruido y se les aplicaron filtros de suavizado o se eliminaron por completo, de forma que al momento de reconstruir la imagen no se viera comprometida la información de interés.

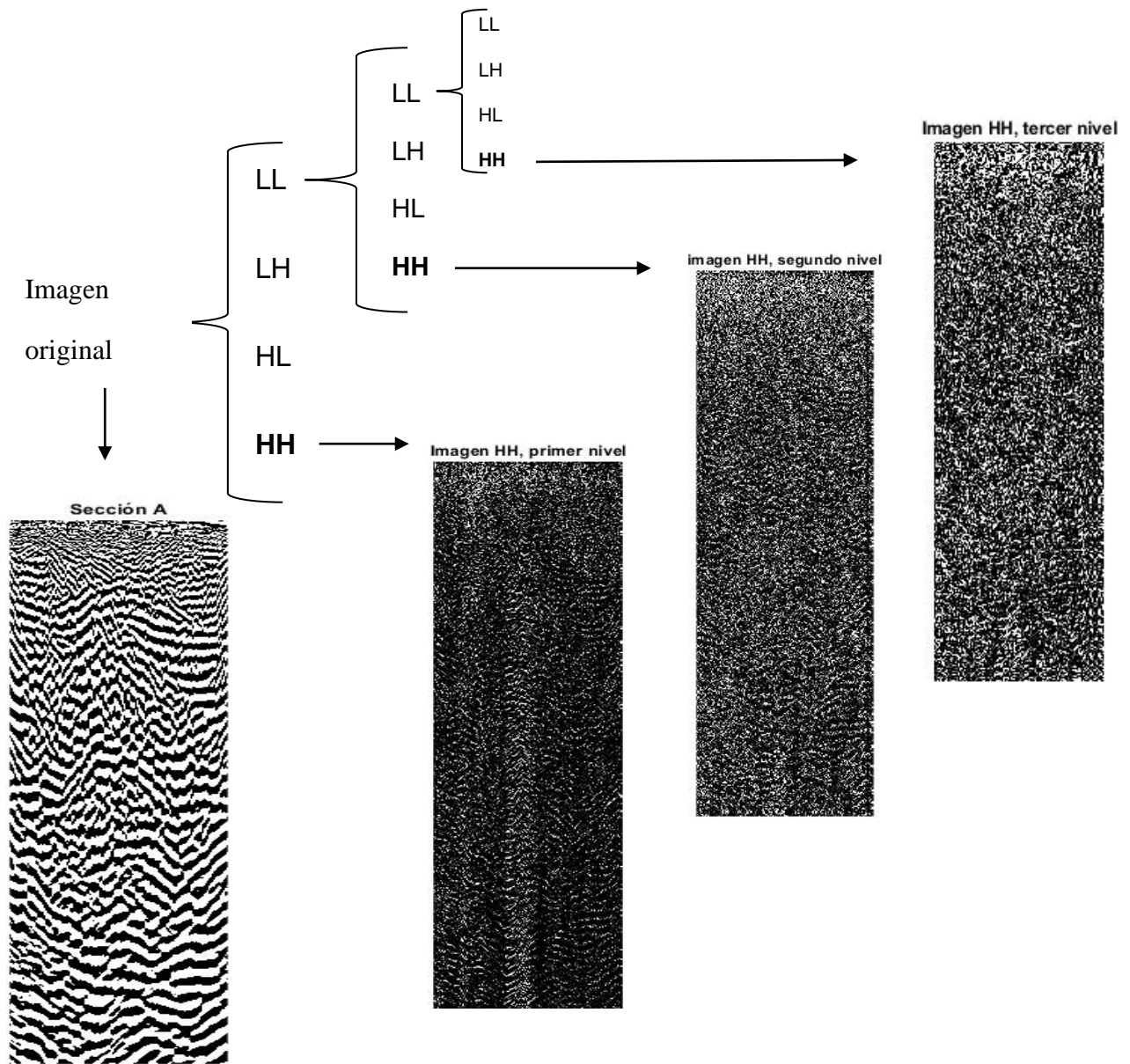


Figura 23: Muestras de la descomposición.

Es decir

sea $W\{\}$ el operador transformada *wavelet*, $W^{-1}\{\}$ la transformada *wavelet* inversa, A la sección objetivo y el operador $R\{\}$ un filtro de atenuación de ruido. Siendo aún M la sección sísmica de amplitud instantánea,

$$W\{M\} = M_1, M_2, M_3, M_4 \quad (6.3)$$

$$W\{M_4\} = M_{41}, M_{42}, M_{43}, M_{44} \quad (6.4)$$

$$W\{M_{44}\} = M_{441}, M_{442}, M_{443}, M_{444} \quad (6.5)$$

Una vez alcanzado el tercer nivel de descomposición, se aplicó un filtrado:

$$M_{441} = R\{M_{441}\} \quad (6.6)$$

$$M_{442} = R\{M_{442}\} \quad (6.7)$$

$$M_{443} = R\{M_{443}\} \quad (6.8)$$

$$M_{444} = R\{M_{444}\} \quad (6.9)$$

Para posteriormente reconstruir la sección:

$$A_{44} = W^{-1}\{M_{441}, M_{442}, M_{443}, M_{444}\} \quad (6.10)$$

$$A_4 = W^{-1}\{M_{41}, M_{42}, M_{43}, M_{44}\} \quad (6.11)$$

$$A = W^{-1}\{M_1, M_2, M_3, M_4\} \quad (6.12)$$

Es importante resaltar que se realizó la descomposición completa en los tres niveles, de forma que al final se obtuvieron 64 imágenes. Cada imagen fue inspeccionada para determinar las que podrían ser suavizadas o eliminadas. En general, fueron los componentes de más altas frecuencias las cuales fueron atenuadas o eliminadas.

Una vez aplicado el suavizamiento, se reconstruyó la imagen original. Ciertamente, este procesamiento se aplicó con el objetivo de buscar una mejor visualización de la sección sísmica, en términos de nitidez y claridad en los reflectores. En la Figura 24 se muestra el resultado del

procesamiento con la transformada wavelet, resaltando que la imagen de entrada antes de la aplicación de la transformada wavelet es la imagen después del procesamiento con la transformada de Hilbert.

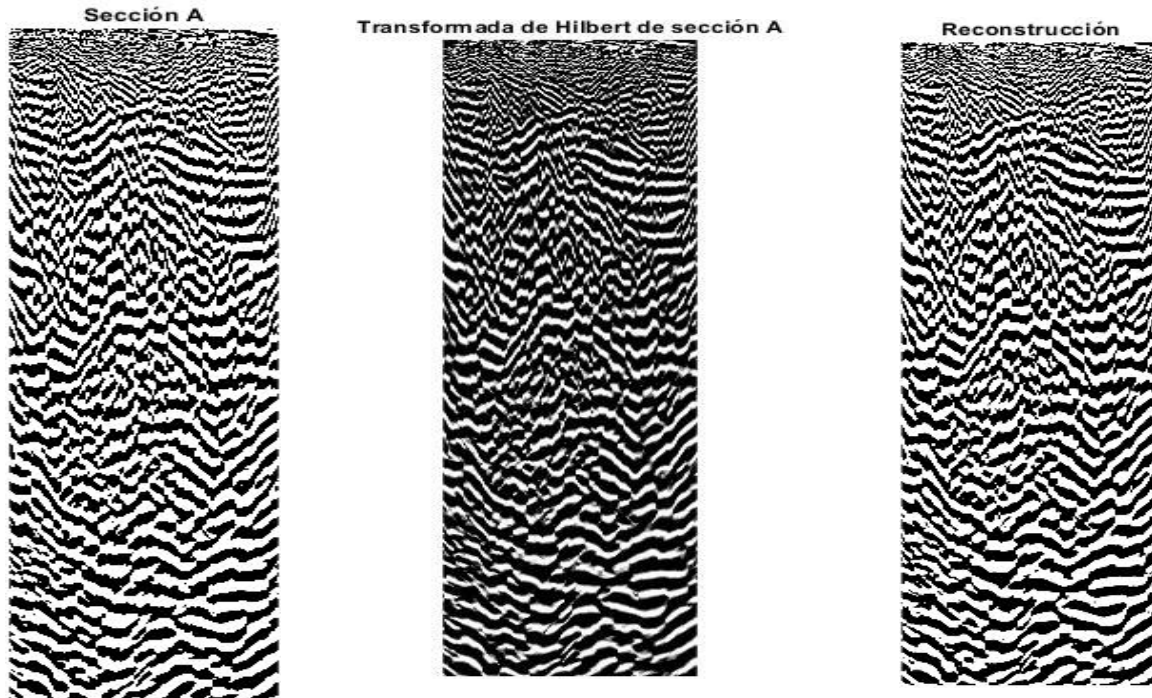


Figura 24: Comparación entre la sección sísmica original, la transformada de Hilbert y la reconstrucción después de aplicar transformada Wavelet.

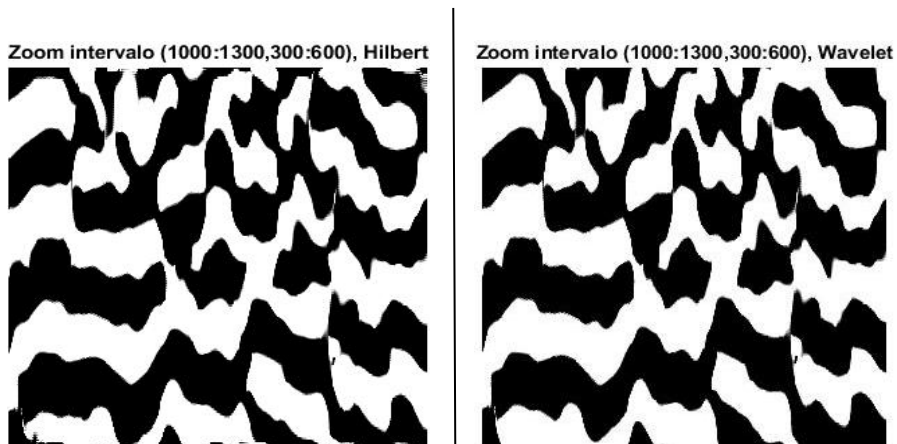


Figura 25: Zoom en intervalo entre las muestras 1000 y 1300, de la traza 300 a la traza 600.

Izquierda. Transformada de Hilbert. Derecha-Transformada wavelet.

En la Figura 25 se observa que tras la reconstrucción, son apenas unos detalles los cuales parecen afilarse o delinarse con mayor claridad. No obstante, al visualizar la sección en conjunto, parece haber cierta mejoría en la resolución.

Como se describió al inicio del capítulo, el objetivo de este trabajo está referido al desarrollo de una red neuronal. Es decir, el procesamiento aplicado con las transformaciones mencionadas resulta ser un artificio que busca mejorar la visualización de las secciones sísmicas. Debido a esto, se omitió una descripción matemática rigurosa tanto de la transformada de Hilbert, como de la transformada wavelet. Sin embargo, se incluye un breve desarrollo como anexo.

6.2 Arquitectura de la red neuronal

Existen numerosos paradigmas de diseño de redes neuronales. En una etapa inicial del presente trabajo se consideraron diferentes tipos de redes. Finalmente se eligió una red con el paradigma de prealimentación. Es decir, una *Feedforward Network*. Fundamentalmente se debe a la simplicidad en el diseño y entrenamiento de este tipo de redes. Asimismo, con base en el teorema de Hornik-Stinchcombe-White, descrito en el capítulo cuarto, las redes neuronales prealimentadas pueden ser aplicadas a cualquier problema de mapeo. Además, las redes neuronales prealimentadas suelen presentar una precisión notable cuando son implementadas con entrenamiento supervisado.

Una vez establecido el paradigma de la red neuronal, se deben definir ciertos parámetros principales, que resultan ser elementos fundamentales en la arquitectura de la red neuronal. Ciertamente existen incontables parámetros y especificaciones que pueden ser implementados en una red neuronal. No obstante, existen algunos que pueden influir de forma considerable en el desempeño de la red. Estos parámetros son la o las funciones de activación, el algoritmo de entrenamiento, el número de capas y de neuronas, y el error máximo aceptable.

Existen numerosas reglas empíricas para la determinación del número de neuronas necesarias en una red neuronal. Algunas de ellas están establecidas de acuerdo con el número de parámetros, el número de muestras o el número de mínimos locales en la señal. No obstante, se observó que con quince neuronas el desempeño de la red es adecuado para los propósitos de este

trabajo. Ciertamente es un número elegido arbitrariamente con base en diferentes pruebas de la red aplicadas a diferentes conjuntos de datos. La red diseñada para este trabajo está compuesta por una capa de entrada, una capa oculta con quince neuronas y una capa de salida.

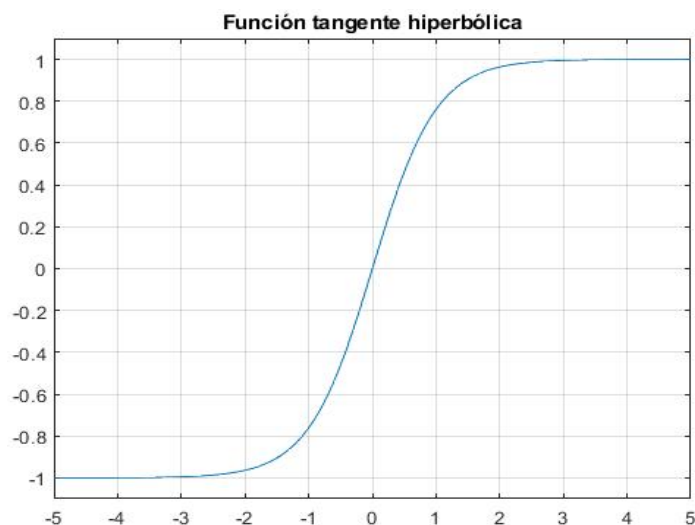


Figura 26: Función sigmoide tangente hiperbólica.

En el capítulo cuarto se describieron las funciones de activación, las cuales fungen como mecanismo de activación. Estas funciones suponen un umbral de delimitación asociado directamente a la salida esperada de la red. En dicho capítulo, se menciona que existen numerosas funciones de activación. Sin embargo, se eligió la función tangente hiperbólica, o *tansig*.

La función tangente hiperbólica es una de las funciones de activación más empleadas, pues permite mapear entradas negativas, positivas y cercanas o iguales a cero. La función ciertamente es diferenciable y resulta interesante que su derivada es esencialmente la función gaussiana, la cual, a su vez, está estrechamente relacionada con la función error.

6.3 Entrenamiento

También en el capítulo cuarto se describió el algoritmo de retropropagación, como parte de la mayoría de los algoritmos de entrenamiento. Para esta red neuronal se eligió el algoritmo basado en la optimización de Levenberg-Marquardt. Este algoritmo suele ser ampliamente empleado para el entrenamiento supervisado. Es un algoritmo rápido en términos de tiempo de cómputo. No obstante, es costoso en términos de memoria.

Dentro de los hiper parámetros requeridos por el algoritmo para su ejecución los principales son:

- 15 neuronas dentro de la red
- la constante μ , la cual se inicializa con un valor aleatorio
- El error se calcula mediante el error cuadrático medio
- El error objetivo de 0.00005
- 500 épocas de entrenamiento
- 5 fallos máximos para validación
- 70% de los datos se emplearán para entrenamiento
- 15% de los datos se emplearán para validación
- 15% de los datos se emplearán para prueba

La determinación de estos parámetros está fundamentada en un análisis basado en el error cuadrático medio de la salida de la red, respecto a los datos objetivo. Se realizaron pruebas con parámetros arbitrarios, los cuales se fueron actualizando en cada prueba, con la finalidad de reducir el error. Con la selección de parámetros descrita, se logró un error de 0.8421.

Inicialmente se aplicó la secuencia de procesamiento basada en la transformada de Hilbert y en la transformada wavelet a algunos conjuntos de datos. Las salidas de estas secuencias de procesamiento se emplearon como conjuntos de entrenamiento. Es decir, como salida objetivo.

Es importante señalar que uno de los elementos fundamentales de la red neuronal son los pesos sinápticos, pues éstos tienen un papel esencial en la relación entrada-salida de los datos en la red. En el capítulo cuarto se describe la regla delta (ecuación 4.20) en donde resulta claro que el objetivo de la retropropagación, es decir, del entrenamiento es la optimización de los pesos sinápticos. En la Figura 26 se muestran los pesos sinápticos resultantes tras el entrenamiento de la red neuronal que generó los resultados presentados en este trabajo.

	Capa de entrada	Capa oculta
1	-19.1129	-1.9017
2	-18.8044	0.9561
3	24.1366	0.0627
4	15.8051	0.2586
5	7.9987	0.3311
6	-20.0486	-0.0300
7	-22.5911	-0.1626
8	-20.8385	0.0013
9	22.8633	-0.1820
10	12.0962	0.1600
11	-0.1324	-7.3149
12	23.0221	4.7645
13	20.5567	-2.7677
14	-19.5938	3.7638
15	20.9879	1.0040

Figura 27: Tabla de pesos sinápticos resultantes

7. Análisis de resultados

En el presente capítulo se discutirán los resultados obtenidos al aplicar la red neuronal desarrollada para este trabajo. Es importante señalar nuevamente que el resultado de la aplicación de esta red neuronal, está estrechamente ligado con el procesamiento aplicado a los datos sísmicos petroleros. Este hecho implica que si el procesamiento de los datos es deficiente también la red tendrá una salida deficiente. Es decir, el resultado obtenido en este trabajo está también relacionado con el procesamiento previo aplicado a los datos.

La secuencia de procesamiento desarrollada para este trabajo está orientada a facilitar la identificación de zonas de interés por parte de un analista. Ciertamente, los parámetros de la secuencia pueden ser rápidamente ajustados, permitiendo así tener la versatilidad para analizar diferentes elementos dentro de un cubo sísmico. Tanto la transformada de Hilbert como la transformada *wavelet* están referidas al análisis en frecuencias, pues para esta secuencia de procesamiento no fueron considerados criterios de fase.

También es importante señalar que en términos de costo de cómputo resultó ser más eficiente la aplicación de la red neuronal. Se realizaron 10 pruebas, en las cuales el mismo programa tomó mediciones de tiempo: el tiempo de ejecución de la secuencia de procesamiento, el tiempo de entrenamiento de la red neuronal y el tiempo de procesamiento aplicando la red neuronal. Con base en estas mediciones se calculó un tiempo promedio de ejecución de la secuencia de procesamiento de 82.3528 segundos; un tiempo promedio de entrenamiento de 247.2762 segundos y un tiempo promedio de aplicación de la red neuronal de 24.2849 segundos.

A partir de estas mediciones y el cálculo de los promedios es posible hacer una valoración somera del tiempo de cómputo requerido para procesar 1000 secciones. Asumiendo que las secuencias y la ejecución de la red se lleva a cabo de forma ininterrumpida, para procesar 1000 secciones mediante la ejecución de la secuencia de procesamiento, se requerirían aproximadamente 8235.28 segundos. Por otra parte, para procesar esas mismas 1000 secciones mediante la aplicación directa de la red neuronal, se requerirían 2675.76 segundos. Este tiempo considera también el tiempo requerido para el entrenamiento. Esto supone una reducción del tiempo de cómputo del 67.5%.

Prueba	Procesamiento (s)	Entrenamiento (s)	Red neuronal (s)	Total (s)
1	73.8789	361.2517	58.2257	493.3563
2	67.9397	217.9158	19.6334	305.4889
3	67.5240	209.4381	20.5328	297.4949
4	81.3038	206.4447	18.6973	306.4458
5	78.3146	214.2397	19.3208	311.8751
6	105.9128	302.2949	21.8899	430.0976
7	74.7144	187.6650	19.2134	281.5928
8	68.0895	203.9887	19.0492	291.1274
9	104.9163	233.4543	23.4812	361.8518
10	100.9340	336.0693	22.8056	459.8089

Figura 28: Tabla de mediciones de tiempo de ejecución de la secuencia de procesamiento, de entrenamiento y de aplicación de la red neuronal.

La ejecución del programa y las mediciones mostradas se llevaron a cabo en una computadora portátil HP con un procesador AMD A7 y ocho GB de memoria RAM. Este hecho sugiere que además de la versatilidad que ofrece la aplicación de redes neuronales, también resultan ser eficientes métodos de procesamiento. El procesamiento de datos sísmicos petroleros, debido al volumen de datos, supone un enorme costo computacional. Además, las redes neuronales pueden ser fácilmente ejecutadas como parte de procesos automatizados.

Por otra parte, es importante resaltar que, como se mencionó en el capítulo cuarto, las redes neuronales son capaces de aprender virtualmente cualquier relación entre un conjunto y otro, independientemente de que la relación sea lineal o no lineal. Este hecho implica que sería posible también entrenar redes neuronales para aplicar secuencias de procesamiento a datos tomados directamente de campo.

Además, una red neuronal, una vez desarrollada, es fácilmente modificable. Este hecho permite que las redes puedan ser rápidamente ajustadas en función del objetivo u objetivos específicos de la aplicación. Por ejemplo, la red desarrollada para este trabajo podría ser modificada para aplicar criterios de fase o enfatizar en la detección de bordes. Teniendo

suficientes datos de prueba en los cuales esté confirmada la presencia de hidrocarburos, la red podría detectar más zonas con presencia de hidrocarburos.

A continuación, en las Figuras 28 a 33, se presentan los resultados en diferentes secciones sísmicas:

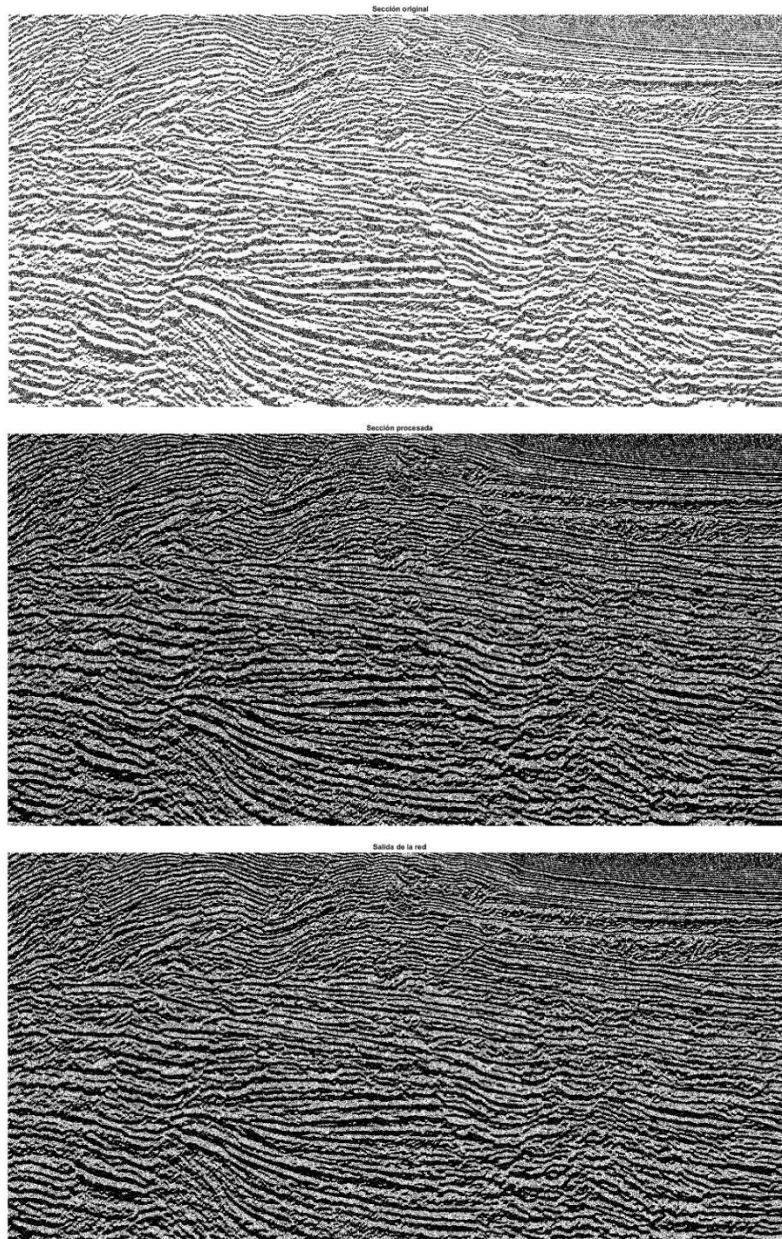


Figura 29: Sección uno original, después del procesamiento y salida de la red neuronal

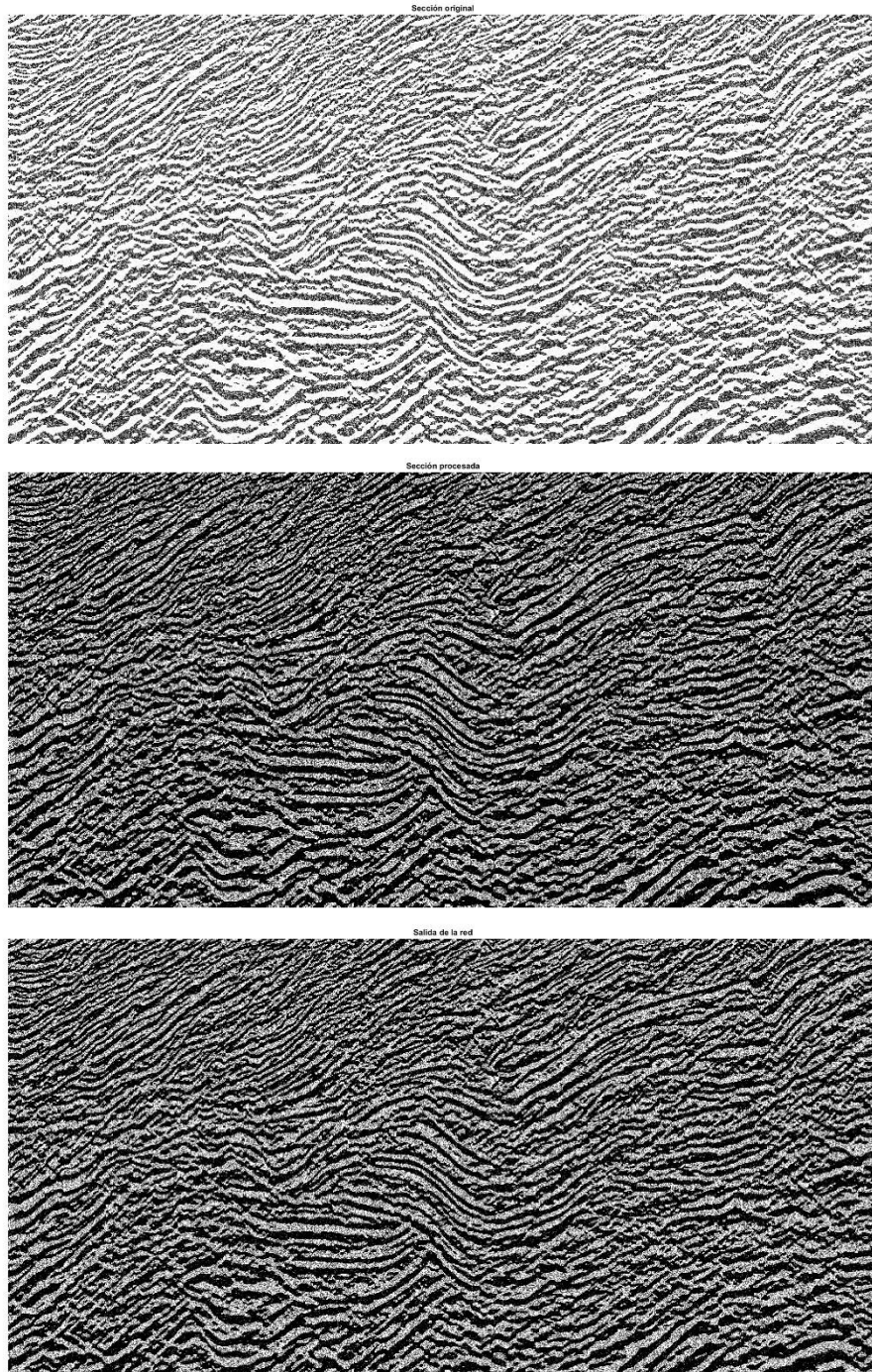


Figura 30: Sección dos original, después del procesamiento y salida de la red neuronal

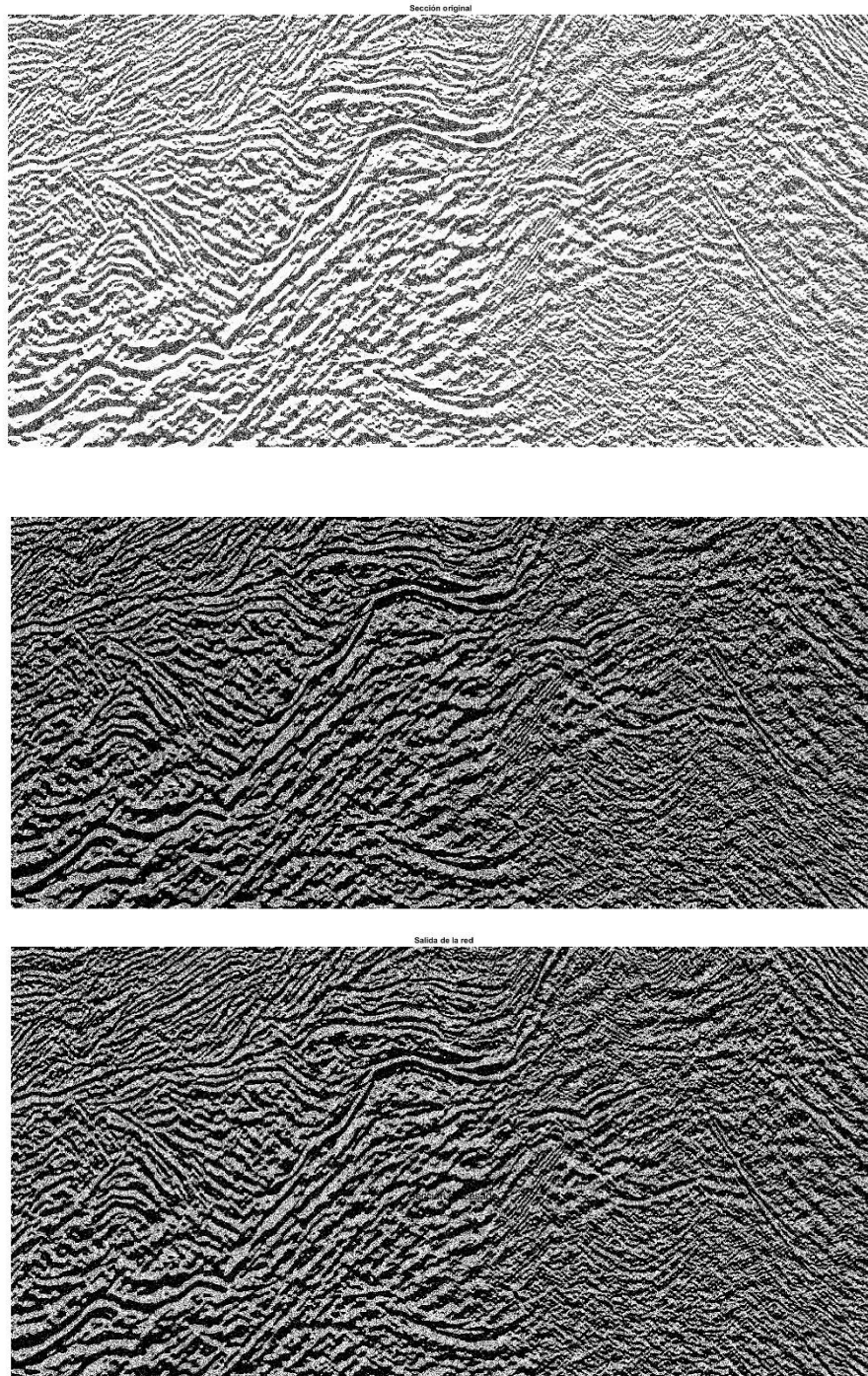


Figura 31: Sección tres original, después del procesamiento y salida de la red neuronal

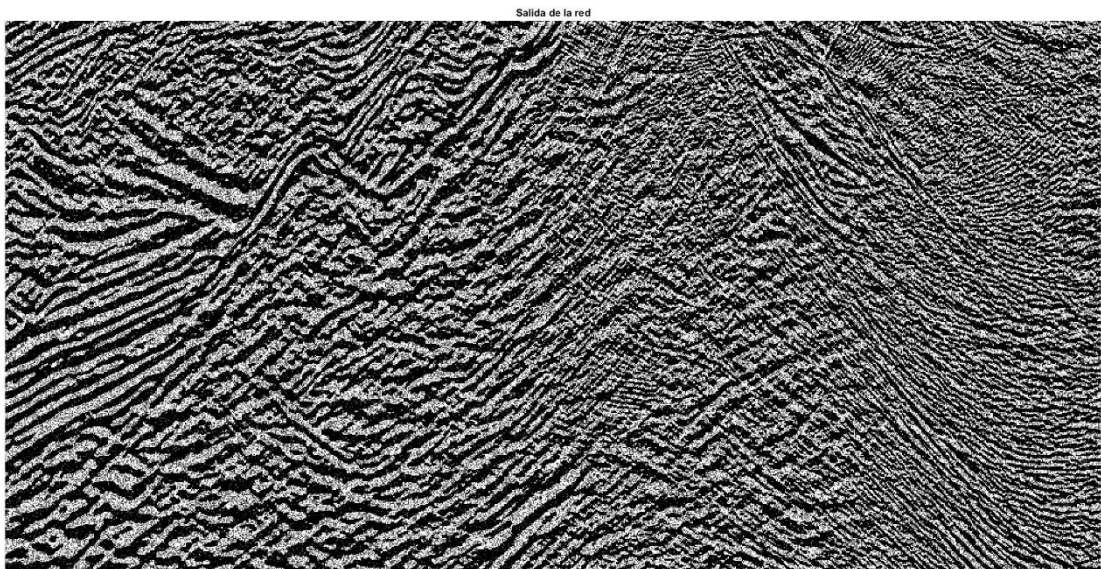
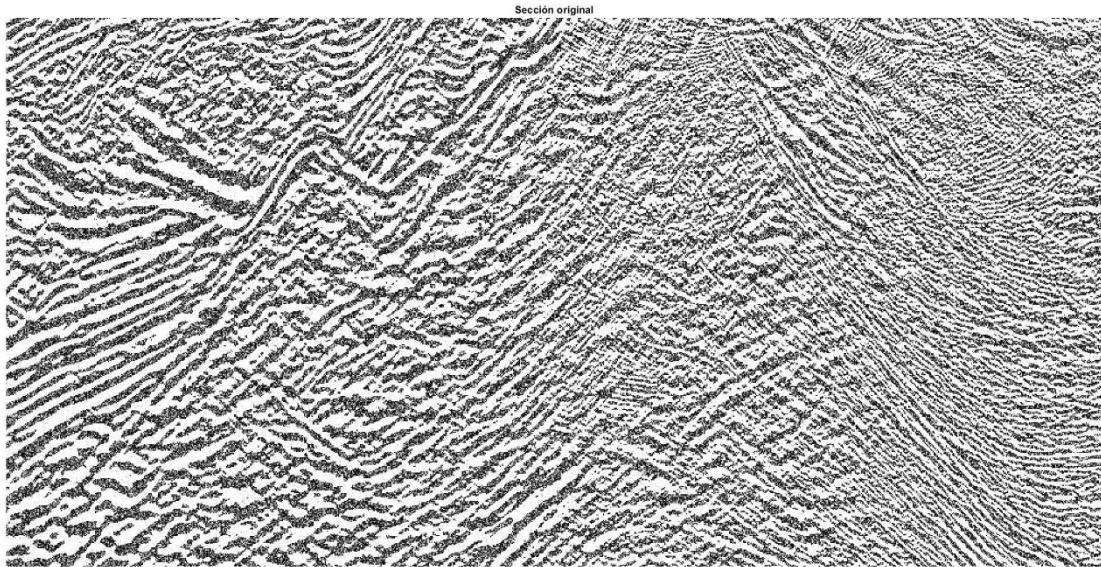


Figura 32: Sección cuatro original y salida de la red neuronal

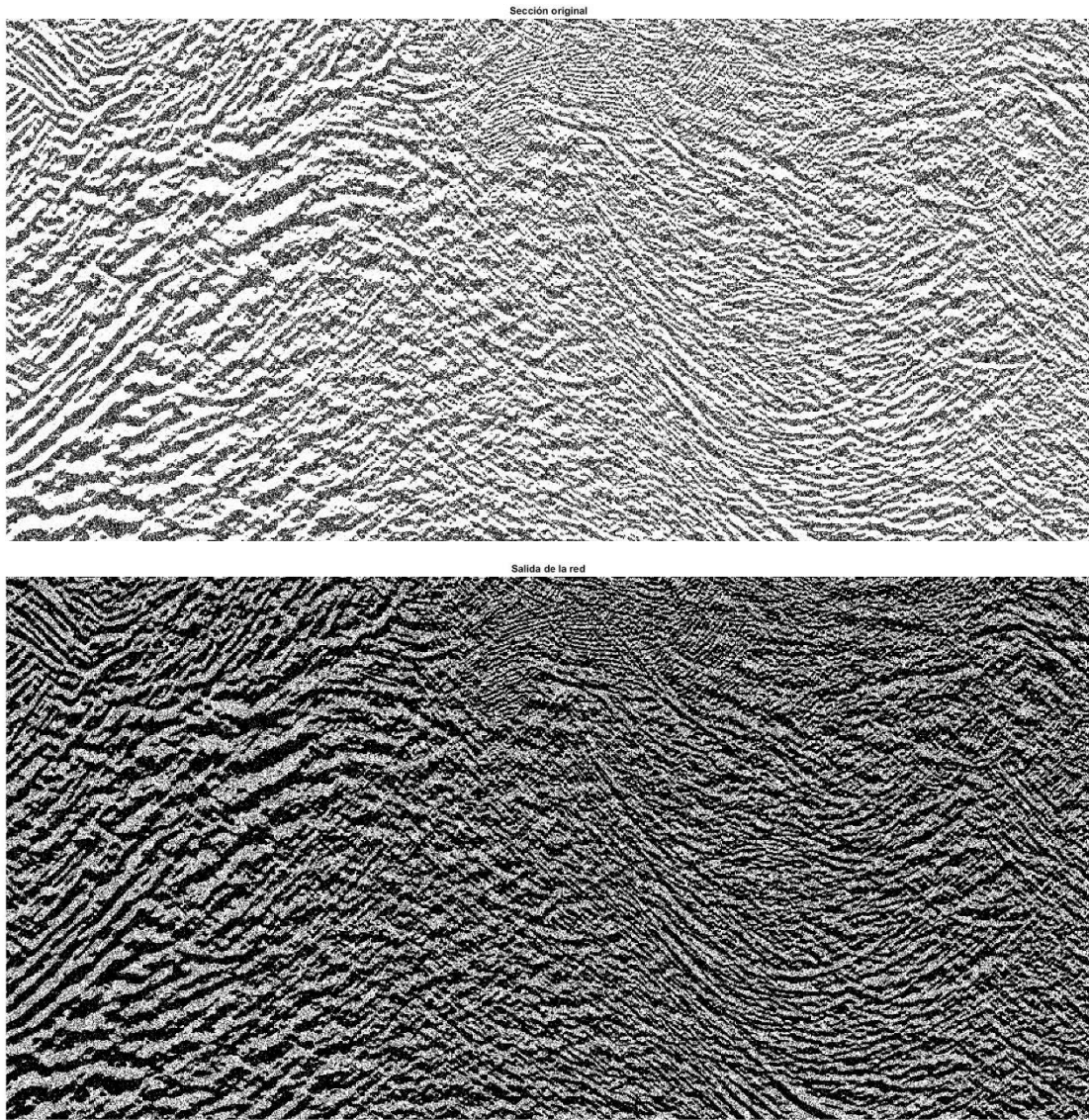


Figura 33: Sección cinco original y salida de la red neuronal

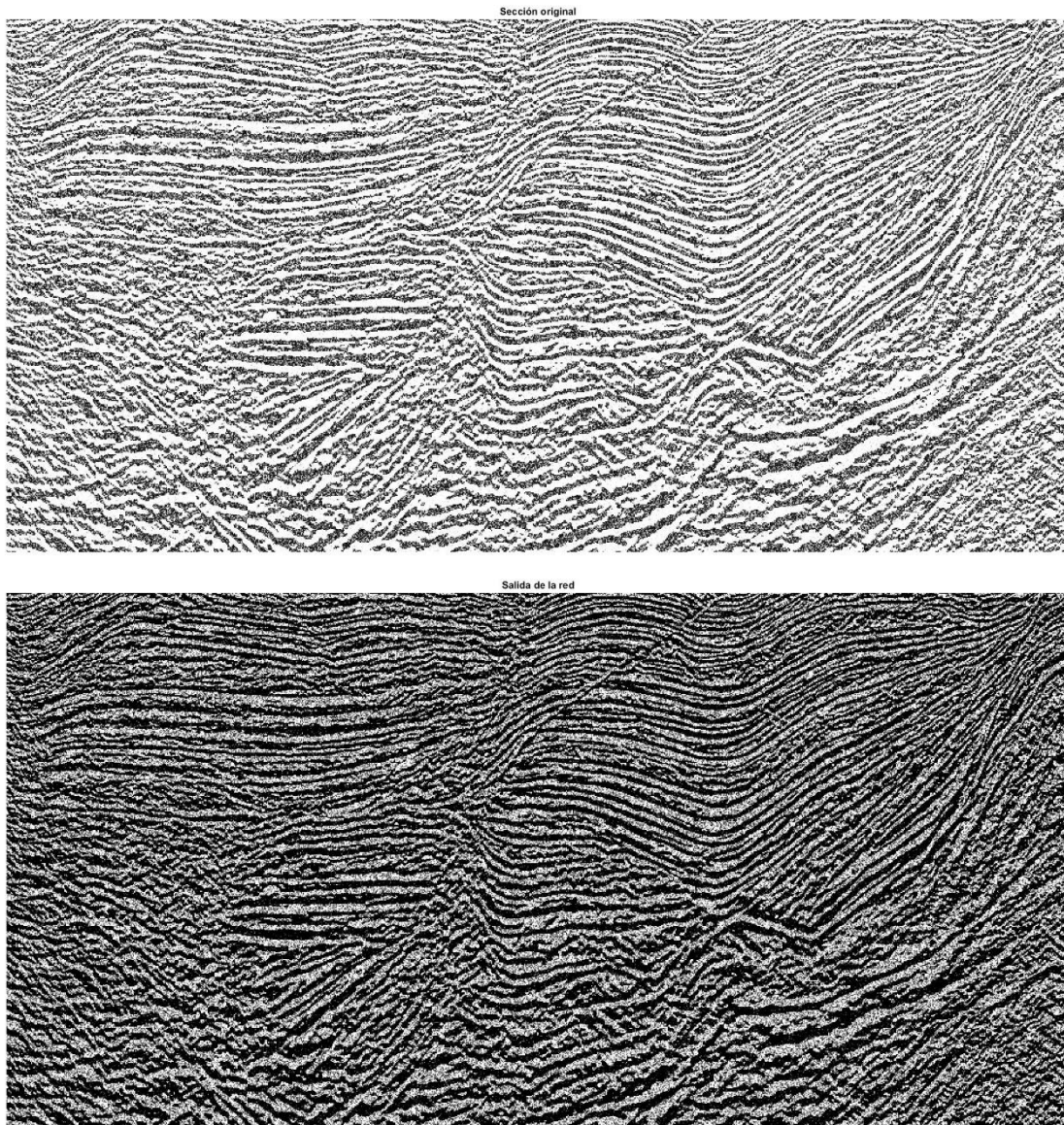


Figura 34: Sección seis original y salida de la red neuronal

Se observa que al aplicar la secuencia de procesamiento, en primera instancia resaltan algunos horizontes, así como la delimitación de ciertos elementos estructurales presentes entre otros rasgos que resultan más visibles. Ciertamente este resultado es fácilmente modificable, en

función de las probables necesidades para la interpretación. Por otra parte, la red fue diseñada en términos de análisis de amplitudes, por lo cual no solo los horizontes son más visibles, sino también las regiones en las cuales se presentan mayores amplitudes.

Es también importante señalar que en la salida de la red neuronal se observa una aparente mejora de resolución tanto vertical como horizontal. Debido a ello, se siguen apreciando bien definidos algunos rasgos de la sección. Al analizar regiones de la sección a nivel de trazas, se observa que efectivamente, las regiones de mayor amplitud son acentuadas. En la Figura 28 se presenta la comparación de la traza 500 original, después de la aplicación de la secuencia de procesamiento y extraída de la salida de la red neuronal.

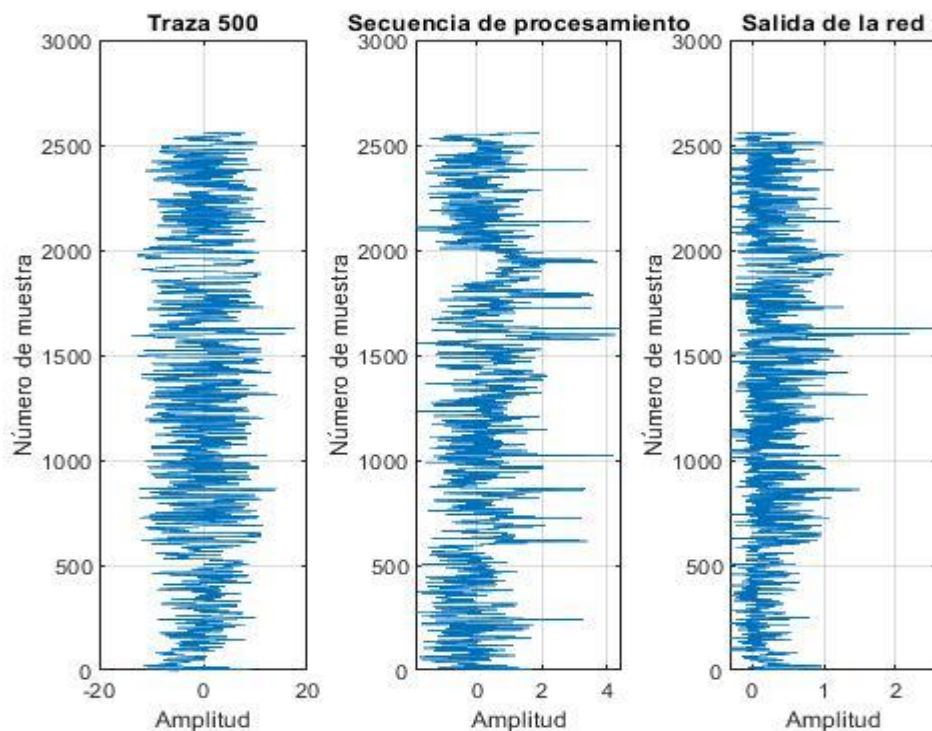


Figura 35: Comparación de la traza 500 extraída de la sección original, de la sección procesada y de la sección tras la aplicación de la red neuronal.

En la Figura 35 se observa la evolución de la traza 500 extraída de un inline. En primera instancia, resulta notable el escalamiento de la amplitud a través de las etapas del proceso. No obstante, es importante señalar que el resultado de este trabajo está referido a la visualización de

los datos a nivel de sección. Por lo tanto, la alteración drástica de los valores de la amplitud no resulta ser grave.

Ciertamente, de ser necesario trabajar con atributos sísmicos o inversión, sería posible adaptar la secuencia de procesamiento y la red misma para preservar las amplitudes. Sin embargo, para los propósitos de este trabajo, no es necesario considerar las amplitudes más allá de su efecto en la generación de horizontes interpretables a nivel de sección.

8. Conclusiones

Se mostró la capacidad de las redes neuronales para aplicar eficientemente cualquier secuencia de procesamiento a un conjunto de datos. Las características presentes en las mismas suponen numerosas ventajas, como la facilidad de modificación de sus parámetros en caso de requerir ajustes. Este hecho posibilita la definición de diferentes conjuntos de parámetros, cuya implementación da lugar a visualizaciones distintas de los datos, permitiendo así análisis diversos de un mismo conjunto de datos.

En el caso particular de este trabajo se observó la capacidad de una red neuronal para aprender una secuencia de procesamiento y aplicarla eficientemente a cualquier conjunto de datos sísmicos petroleros, logrando mejorar su resolución tanto vertical como horizontal, atenuando el ruido presente, permitiendo así facilitar su interpretación.

Ítem, se mostró que la aplicación de redes neuronales para ejecutar secuencias de procesamiento resulta eficiente, pues requiere de un menor costo de cómputo. Las pruebas realizadas para este trabajo mostraron una reducción del 67.5% en el tiempo de ejecución requerido por la red respecto al tiempo requerido por la secuencia de procesamiento. Es probable que añadiendo elementos de paralelización se incremente la velocidad de ejecución, resultando en una mayor eficiencia.

Es también importante señalar que la salida de la red neuronal está supeditada al desarrollo de la secuencia de procesamiento, así como al procesamiento previo de los datos sísmicos. No obstante, en la industria suele haber ajustes en el procesamiento. Tales ajustes están referidos a criterios del cliente. Sin embargo, una vez alcanzando estos criterios, son fácilmente aplicables a otras secciones sísmicas.

En virtud de los resultados obtenidos resulta claro que la inclusión de redes neuronales en los procesos de la cadena de valor de la industria es necesaria y ventajosa. El usufructo de la aplicación de redes neuronales ha sido comprobado en esta aplicación de las mismas. Si bien, son numerosas las compañías y centros de investigación que actualmente implementan secuencias de procesamiento con participación de redes neuronales artificiales, es importante mantener una tendencia impulsiva en la investigación y desarrollo de tecnologías basadas en ellas.

9. Bibliografía

Carl G., Looney. (1997). Pattern Recognition Using Neural Networks. USA: Oxford University Press.

Graps, Amara. An Introduction to Wavelets. (1995). Institute of Electrical and Electronics Engineers. IEEE Computational Science and Engineering, 2, 2.

Haque, Eahsanul et al. (2014). Structural Modeling of the Maui Gas Field, New Zealand. Petroleum Exploration and Development. 43, 6.

Hardage, Bob. (2010). Instantaneous Seismic Attributes Calculated by the Hilbert Transform. AAPG: Search and Discovery Article 40563.

Haykin, Simon. (1999). Neural Networks: A Comprehensive Foundation. Pearson Education.

Hornik, Kurt. Stinchombe, Maxwell. White, Halbert. (1989). Multilayer Feedforward Networks are Universal Approximators. US: Neural Networks, 2, 359-366.

Tago, Josué et al. (2018). Validated ANN in determining petrophysical properties. Interpretation 6. 1-49.

Kriesel, David. A Brief Introduction to Neural Networks. (2007). Disponible en <http://www.dkriesel.com>.

Kröse, Ben. Van der Smagt, Patrick. (1996). An Introduction to Neural Networks. Amsterdam: The University of Amsterdam.

Onajite, Enwenode. (2014). Understanding Seismic Interpretation Methodology. Seismic Data Analysis Techniques in Hydrocarbon Exploration.

Popova, Irina. Spichak, Vjacheslav. (1999). Artificial Neural Network Inversion of Magnetotelluric Data in Terms of Three-Dimensional Earth Macroparameters. Moscow: Geoelectromagnetic Research Institute.

Rodríguez Santana, Eduardo. (1986). Apuntes de Geología del Petróleo. México: Facultad de Ingeniería, UNAM.

Rumelhart, David E. Hinton, Geoffrey E. Williams, Ronald J. (1986). Learning representations by back-propagating errors. *Nature*, 323.

Sheriff, R. E. Geldart, L.P. (1995). *Exploration Seismology*. Houston: Cambridge University Press.

Theodoridis, Sergios, et al. (2010). *Introduction to Pattern Recognition: A Matlab Approach*. USA: Academic Press.

Wang, Zuocai. (2011). *Hilbert Transform applications in signal analysis and non-parametric identification of linear and nonlinear systems*. US: Doctoral Dissertations.

Yilmaz, Öz. (1987). *Seismic Data Analysis*. USA: Society of Exploration Geophysicists.

Szymanska-Malysa, Zaneta. Dubiel, Pawel. (2019). *Acta Geophysica*, 2031-2047

10. Índice de figuras

Figura 1: Diagrama dendritas-axón	5
Figura 2: Funciones de activación más comunes	8
Figura 3: Diagrama de una neurona artificial	9
Figura 4: Representación de una red neuronal prealimentada	10
Figura 5: Comparación de una sección antes y después de la deconvolución	18
Figura 6: Shot y Gather ordenado por CDP	19
Figura 7: Conjunto de Gathers y sección obtenida tras apilamiento	20
Figura 8: Sección antes y después de migración	21
Figura 9: DHI más frecuentes	26
Figura 10: Traza sísmica, conjunto de trazas y sección sísmica	27
Figura 11: Función onda cuadrada y su transformada de Hilbert	28
Figura 12: Traza sísmica 400	29
Figura 13: Transformada de Hilbert de la traza 400. Vista tridimensional	30
Figura 14: Transformada de Hilbert de la traza 400	30
Figura 15: Transformada de Hilbert y amplitud instantánea de una onda cuadrada	31
Figura 16: Traza 400, su transformada de Hilbert y su amplitud instantánea	31
Figura 17: Transformada de Hilbert y amplitud instantánea de sección A	32
Figura 18: Sección original y sección tras cálculo de amplitud instantánea	33
Figura 19: Comparación entre algunas ondículas y su correlación con la de Ricker	35
Figura 20: Ondícula Daubechies 4 y Transformada Wavelet de la traza 400	35
Figura 21: Descomposición con la transformada wavelet de la sección A	36
Figura 22: Representación de la descomposición aplicada a la sección A	37
Figura 23: Muestras de la descomposición	38
Figura 24: Comparación entre la sección sísmica original, la transformada de Hilbert y la reconstrucción después de aplicar transformada Wavelet	40

Figura 25: Zoom en intervalo entre las muestras 1000 y 1300, de la traza 300 a la traza 600	40
Figura 26: Función sigmoïdal tangente hiperbólica	42
Figura 27: Tabla de pesos sinápticos resultantes	44
Figura 28: Tabla de mediciones de tiempo de ejecución de la secuencia de procesamiento, de entrenamiento y de aplicación de la red neuronal	46
Figura 29: Sección uno original, después del procesamiento y salida de la red neuronal	47
Figura 30: Sección dos original, después del procesamiento y salida de la red neuronal	48
Figura 31: Sección tres original, después del procesamiento y salida de la red neuronal	49
Figura 32: Sección cuatro original y salida de la red neuronal	50
Figura 33: Sección cinco original y salida de la red neuronal	51
Figura 34: Sección cinco original y salida de la red neuronal	52
Figura 35: Comparación de la traza 500 extraída de la sección original, de la sección procesada y de la sección tras la aplicación de la red neuronal	53

Apéndice

A. Transformada de Hilbert

La transformada de Hilbert es una transformación integral.

Sea una señal $x(t)$, su transformada de Hilbert está definida como

$$H[x(t)] = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau$$

en donde P es el valor de Cauchy cuando $t = \tau$. En general, la transformada de Hilbert puede representar un filtro lineal, que preserva las amplitudes de los componentes espectrales. Sin embargo, inyecta un cambio de fase de $\frac{\pi}{2}$. Por otra parte, la transformada de Hilbert también representa una convolución de la función original con $\frac{1}{\pi t}$. Es decir,

$$H[x(t)] = x(t) * \left(\frac{1}{\pi t}\right)$$

Una señal analítica es una señal compleja cuya parte imaginaria es la transformada de Hilbert de la señal real. Es decir, la proyección de la señal en el plano real es la señal original, mientras que la proyección de la señal en el plano complejo es la transformada de Hilbert de la señal original.

Sea $a(t)$ la amplitud instantánea, misma que está dada por

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + \{H[x(t)]\}^2}$$

B. Transformada Wavelet

La transformada Wavelet es también una transformación integral. En general, multiplica a una señal dada por una función, que a su vez desarrolla una expansión ortogonal, de forma

similar a otras transformaciones integrales. Esta transformación parte de funciones (ondículas o *wavelets*) que permiten una mayor complejidad para representar una señal que los senos y cosenos. Además, este análisis es llevado a cabo en diferentes escalas. Es posible distinguir dos componentes fundamentales: *wavelet* madre y *wavelet* padre.

Sea $\varphi(t)$ la función *wavelet* madre. Dicha función caracteriza la forma básica de la *wavelet* en términos del dominio de interés. Por otra parte, sea $\omega(t)$ la función *wavelet* padre. Ésta resulta ser una función de escalamiento por lo que permite adecuarse a los rasgos distintivos dentro del dominio de interés. Cabe resaltar que las *wavelets* padre y madre son ortogonales. En general, una señal puede ser representada como una suma de *wavelets* padre y madre.

Sea una señal $x(t)$. Su transformada *wavelet* está dada por

$$W_{\varphi}x(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \varphi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$

en donde a es un factor de escalamiento, b es un factor de desplazamiento y $\varphi(t)$ es la *wavelet* madre. Existen numerosas *wavelets* aplicables en función de las características de la señal. Es importante resaltar que el análisis mediante la transformada *wavelet* stricto sensu es una transformada de Fourier con ventaneos en diferentes tiempos. Debido a este hecho, el análisis mediante *wavelets* permite identificar detalles de una señal en diferentes niveles.