



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.

---

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

ANÁLISIS DE LA VARIABILIDAD DE LOS COCIENTES  
ESPECTRALES ENTRE ESTACIONES  
ACELEROMÉTRICAS DE LA CIUDAD DE MÉXICO.

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE:

**Ingeniero Geofísico**

PRESENTA:

**Jesús Iván Coss Calderón**

DIRECTOR:

Dr. Leonardo Ramírez Guzmán



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2021



*A mis padres ...*

*A mi hermana y hermano, que son el ejemplo de lo que algún día quiero ser.*

*A mis abuelitos, Maximiliano y Flora, aunque ya no estén con nosotros, sus enseñanzas se han convertido en mi forma de vivir.*

*A mis tías y tíos, cuyo apoyo inconmensurable me ha llevado a dar lo mejor de mí cada día.*

*A la Facultad de Ingeniería y a la Universidad Nacional Autónoma de México, por todas las maravillosas experiencias a lo largo de mi vida estudiantil y mi formación académica.*

*Gracias a ustedes es posible el presente trabajo.*

*En verdad, gracias.*

*«Les recuerdo que “matemático” no es el nombre de un talento, sino de una pasión.»—Alberto Barajas*





# Agradecimientos

---

Quiero agradecer al personal de la Unidad de Instrumentación Sísmica del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México por proporcionarme los registros necesarios para poder realizar este trabajo.

A todos mis profesores de la carrera, quienes transmitieron sus conocimientos y me brindaron las bases para formarme como ingeniero.

Al Doctor Leonardo Ramírez Guzmán, por todo el apoyo y la asesoría brindada durante la elaboración del presente trabajo.

Al Doctor Francisco Sánchez Sesma, por ayudarme a entender la teoría matemática detrás del Método Indirecto de Elementos de Frontera.

Al Doctor Marcial Alberto Contreras, por ayudarme a desmenuzar el Método Indirecto de Elementos de Frontera.

A mis amigos, Fernando Salazar, Miguel Leonardo y Miguel Carrillo por ayudarme en la corrección de este trabajo y en la asesoría brindada para mejorarlo. También, a mis amigas Fabiola De la Mora y Nayely Noh por la ayuda en esquemas ilustrativos.

Este trabajo fue patrocinado por la Secretaría de Ciencia, Tecnología e Innovación (SECITI) de la Ciudad de México. Proyecto SECITI/073/2016.



# Declaración de autenticidad

---

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

Jesús Iván Coss Calderón. Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2021



# Resumen

---

Uno de los métodos que mejor estiman los efectos de sitio es el método de los cocientes espectrales. Esta técnica tiene por objetivo aproximar una función de transferencia que simule los efectos de sitio en un punto de interés, con la finalidad de conocer el comportamiento dinámico del terreno, y las afectaciones ocasionadas por las amplificaciones de los desplazamientos en zonas Metropolitanas.

Con la intención de cuantificar y comprender la amplificación de los cocientes espectrales en la cuenca de México, ante la modificación del azimut y localización de la fuente sísmica. Se presenta un análisis de la variación de los mismos desde tres ángulos. El primer enfoque consiste en calcular los cocientes espectrales del movimiento de campo de desplazamientos en un medio completo y analizar la contribución del patrón de radiación. El segundo enfoque consiste en estimar los cocientes espectrales mediante respuesta sísmica obtenida con el Método Indirecto de Elementos de Frontera (M.I.E.F.), tomando como referencia un receptor en zona de roca. Por último, usando registros sísmicos adquiridos en las estaciones STC y CU, y clasificando cada epicentro con base en la regionalización de Zúñiga *et al.* (2017) para la subducción e intraplaca, se estiman los cocientes espectrales para las regiones Sub2, Sub3, IN1, IN2 y la IN3, así como la variación que tienen por frecuencia.

Al analizar la variabilidad de los cocientes espectrales, se observa que por frecuencia y por receptor, se tiene una variación importante tanto en el caso numérico como al utilizar observaciones. Por otro lado, empleando las ecuaciones de campo de desplazamiento para un espacio homogéneo se obtiene que las amplitudes de los cocientes se deben parcialmente al patrón de radiación de las ondas elásticas, por lo que la variaciones de los cocientes espectrales son dependientes del mecanismo focal y azimut del sismo.



# Índice general

---

Índice de figuras	XIII
Índice de tablas	XVII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivo . . . . .	5
1.2. Hipótesis . . . . .	5
1.3. Antecedentes . . . . .	5
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>7</b>
2.1. Efectos de sitio . . . . .	7
2.2. Componentes del campo de desplazamiento para un medio infinito . . . . .	9
2.3. Cocientes espectrales. . . . .	12
2.4. Método Indirecto de Elementos de Frontera(MIEF) . . . . .	16
2.4.1. Derivación. . . . .	17
2.4.1.1. Función de Green. . . . .	20
2.4.2. Ecuaciones fundamentales. . . . .	26
2.5. Cuenca de México. . . . .	27
2.5.1. Evolución geológica . . . . .	29
2.5.2. Estratificación . . . . .	29
2.5.3. Zonificación . . . . .	31
2.5.3.1. Zona I o de Lomas . . . . .	32
2.5.3.2. Zona II o de Transición . . . . .	33
2.5.3.3. Zona III o de Lago . . . . .	33
2.6. Regiones Sismotectónicas de México. . . . .	33
<b>3. Metodología.</b>	<b>39</b>
3.1. Cálculo de los cocientes espectrales obtenidos con las ecuaciones de desplazamientos para un medio completo . . . . .	40
3.2. Estimación de la respuesta sísmica mediante el Método Indirecto de Elementos de Frontera . . . . .	42
3.2.1. Sistema de ecuaciones para frontera libre y semiespacio. . . . .	43
3.2.2. Sistema de ecuaciones para una capa y semiespacio. . . . .	44

## ÍNDICE GENERAL

---

3.2.3. Soluciones fundamentales . . . . .	45
3.2.4. Solución al sistema de ecuaciones . . . . .	46
3.2.5. Cálculo de la variabilidad de los cocientes espectrales sintéticos. . . . .	49
3.3. Cálculo de la variabilidad de los cocientes espectrales de registros sísmicos	52
<b>4. Resultados y Análisis</b>	<b>61</b>
4.1. Cocientes espectrales obtenidos con las ecuaciones de desplazamientos para un medio completo. . . . .	61
4.2. Cocientes espectrales de la respuesta sintética. . . . .	68
4.2.1. Sismogramas sintéticos para una fuente puntual en superficie libre.	68
4.2.2. Sismogramas sintéticos para superficie libre y semiespacio. . . . .	68
4.2.3. Sismogramas sintéticos para una capa y semiespacio. . . . .	71
4.2.4. Análisis de la variabilidad de los cocientes espectrales de la respuesta sintética. . . . .	72
4.3. Cocientes espectrales de registros sísmicos. . . . .	81
<b>5. Conclusiones y comentarios finales</b>	<b>87</b>
<b>A. Apéndice.</b>	<b>89</b>
A.1. Transformada de Fourier y de Hankel. . . . .	89
A.2. Transformada de Fourier discreta. . . . .	90
A.2.1. Aplicaciones de la transformada de Fourier discreta. . . . .	91
A.2.1.1. Teorema del muestreo. . . . .	91
A.3. Teoría de Vibraciones Aleatorias. . . . .	93
A.4. Funciones de Bessel. . . . .	96
A.5. Ecuación integral de Fredholm. . . . .	98
A.6. Función de Green. . . . .	98
A.7. Pulso de Ricker. . . . .	99
A.8. Método de máxima verosimilitud. . . . .	99
A.9. Distribución Lognormal. . . . .	101
<b>Bibliografía</b>	<b>103</b>

# Índice de figuras

---

1.1. Diferencia entre el movimiento del basamento y el movimiento de referencia. <i>Modificado de Steidl et al. (1996)</i> . . . . .	3
2.1. Respuesta de sitio en la CDMX. Del lado izquierdo se muestran las componentes horizontales en CU y del lado derecho las componentes horizontales en SCT. . . . .	8
2.2. Sistema de coordenadas esféricas mediante el cual se calculan los desplazamientos asociados a una dislocación puntual. . . . .	9
2.3. Condiciones iniciales del Teorema de Betti. El sistema I y II presentan condiciones iniciales diferentes, $u, f$ y $v, g$ , respectivamente. Imagen basado en Paulssen (2014) . . . . .	19
2.4. Zonificación de geotécnica del valle de México. Se muestra la zona de transición (II) y la clasificación de la zona de lago (III a, b, c, d). En rojo se marcan los límites estatales de la CDMX. . . . .	28
2.5. Perfil estratigráfico de la Cuenca de México. Tomado de Mooser, 2018. .	31
2.6. Mapa de la cuenca de México. Se muestra la zonificación Geotécnica: Zona I, Zona II y Zona III y los límites estatales de la CDMX. Elaborado por la Unidad de Instrumentación Sísmica (UIS), IINGEN. . . . .	34
2.7. Regiones sismotectónicas de México de profundidad somera ( $h < 40$ km)	35
2.8. Regiones sismotectónicas de México de profundidad intermedia ( $h \geq 40$ km). . . . .	37
3.1. Sistema de coordenadas esféricas mediante el cual se calculan los desplazamientos asociados a una dislocación puntual. . . . .	41
3.2. Mapa de la República Mexicana. Las estrellas rojas denotan las dislocaciones puntuales. Los triángulos negros indican la posición de las estaciones donde se calculan los desplazamientos con las ecuaciones de campo para un medio completo. . . . .	42
3.3. Modelo geométrico de la cuenca de México basado en el propuesto por Kawase y Aki (1989). La estrella roja denota una fuente puntual a 10 km de profundidad. Los triángulos rojos simbolizan las estaciones donde se calculan los desplazamientos. . . . .	47

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

3.4. Modelo geométrico de la cuenca de México basado en el propuesto por Kawase y Aki (1989). En esta ocasión se supone la incidencia de una onda elástica con ángulo de incidencia $\theta$ ; los triángulos rojos representan las estaciones donde se calculan los desplazamientos. . . . .	48
3.5. Modelo geométrico de la cuenca de México basado en el propuesto por Kawase y Aki (1989). En esta ocasión se asume que la cuenca está rellena de un medio cuya velocidad es menor que la del semiespacio. También se utiliza la incidencia de una onda elástica con ángulo de incidencia $\theta$ ; los triángulos rojos representan las estaciones donde se calculan los desplazamientos. . . . .	49
3.6. Espectros de Fourier para una incidencia vertical de onda SH. (a) En negro se presentan los espectros para un semiespacio y en azul, los espectros para una capa con semiespacio. (b) En negro se visualizan el cociente promedio (línea negra continua) y el cociente promedio $\pm 1\sigma$ (líneas negras punteadas) para un semiespacio y en azul, el cociente promedio (línea azul continua) y el cociente promedio $\pm 1\sigma$ (líneas azules punteadas) para un semiespacio con una capa. . . . .	50
3.7. Se muestra la disposición del receptor 1, en la esquina inferior izquierda, y del receptor 105 en la esquina superior derecha. . . . .	51
3.8. Elaboración de un cociente espectral. Se muestran los sismogramas registrados en las estaciones SCT y CU, del sismo del 21 de agosto de 2013, con Mw 6. En la izquierda se observa el sismograma registrado en SCT y abajo su transformada de Fourier, en la parte central se observa el sismograma en CU y abajo su FFT, por último en la derecha se presenta el cociente espectral SCT/CU. . . . .	53
3.9. Cantidad de sismos por región sismogénica. Las de barras indican la cantidad de sismos utilizados en las regiones sismogénicas Sub1, Sub2, Sub3 e IN1-IN2-IN3. . . . .	54
3.10. Se muestran las regiones sismogénicas sub1, sub2, sub3, sub4, MVB, IN1-IN2-IN3. En color amarillo se visualizan los sismos registrados en la estación CU, en naranja para la estación SCT. Los círculos concéntricos son aquéllos que se utilizaron para la obtención de los cocientes espectrales. . . . .	55
4.1. Ubicación de las dislocaciones puntuales. Los triángulos negros son las estaciones donde se miden los desplazamientos que se calculan con las ecuaciones de campo para un medio completo. . . . .	64
4.2. Cocientes espectrales para las dislocaciones en Michoacán, Guerrero, Oaxaca, Chiapas, Puebla-Morelos y una fuente local ubicada en la CDMX, generados con los parámetros de la tabla 4.1 . . . . .	65
4.3. Cocientes espectrales para las dislocaciones en Michoacán, Guerrero, Oaxaca, Chiapas, Puebla-Morelos y una fuente local ubicada en la CDMX, generados con los parámetros de la tabla 4.2 . . . . .	66

4.4.	Cocientes espectrales para las dislocaciones en Michoacán, Guerrero, Oaxaca, Chiapas, Puebla-Morelos y una fuente local ubicada en la CDMX, generados con los parámetros de la tabla 4.3 . . . . .	67
4.5.	Sismograma sintético para el caso P-SV dada la excitación de una fuente puntual en un semiespacio. . . . .	69
4.6.	Sismograma sintético para el caso SH dada la excitación de una fuente puntual en un semiespacio. . . . .	69
4.7.	Sismograma sintético para el caso P-SV dada la excitación de una onda elástica con incidencia vertical en un semiespacio. . . . .	70
4.8.	Sismograma sintético para el caso SH dada la excitación de una onda elástica con incidencia vertical en un semiespacio. . . . .	70
4.9.	Sismograma sintético para el caso P-SV dada la excitación de una onda elástica con incidencia vertical en una capa con semiespacio. . . . .	71
4.10.	Sismograma sintético para el caso SH dada la excitación de una onda elástica con incidencia vertical en una capa con semiespacio. . . . .	71
4.11.	Cociente espectral suavizado. Se muestra el cociente espectral receptor21/receptor1 con ángulo de incidencia de 18°. En amarillo se visualiza el espectro sin suavizar y en azul, el espectro suavizado con el filtro Konno-Omachi. . . . .	73
4.12.	Cociente espectral suavizado. Se muestra el cociente espectral receptor21/receptor1 con ángulo de incidencia de 31°. En amarillo se visualiza el espectro sin suavizar y en azul, el espectro suavizado con el filtro Konno-Omachi. . . . .	73
4.13.	Cociente espectral de la respuesta sintética. (a ) Muestra el cociente espectral de la respuesta sintética calculado en el receptor 21 para una incidencia vertical de onda SH. (b) Distribución de los receptores con los cuales se obtienen los cocientes espectrales en (a). . . . .	74
4.14.	Disposición de los receptores $R_{11}$ , $R_{21}$ , $R_{52}$ , $R_{91}$ y $R_{101}$ . Se muestran los receptores a lo largo del modelo geométrico de la Cuenca de México. . .	74
4.15.	Cocientes promedio generados con el MIEF para los receptores $R_{11}$ , $R_{21}$ , $R_{52}$ , $R_{91}$ y $R_{101}$ . . . . .	75
4.16.	Distribución estimada por frecuencia del cociente del receptor 11/ receptor 1. . . . .	76
4.17.	Distribución estimada por frecuencia del cociente del receptor 21/ receptor 1. . . . .	76
4.18.	Distribución estimada por frecuencia del cociente del receptor 51/ receptor 1. . . . .	76
4.19.	Distribución estimada por frecuencia del cociente del receptor 91/ receptor 1. . . . .	77
4.20.	Distribución estimada por frecuencia del cociente del receptor 101/ receptor 1. . . . .	77

4.21. Superposición de las distribuciones Lognormal estimadas. a y c) Se muestran las distribuciones Lognormales estimadas para todas las frecuencias del cociente 11/1 y 21/1, respectivamente. b y d) Disposición de los receptores con los que se obtienen los cocientes espectrales. . . . .	78
4.22. Variación de las amplitudes por receptor. 4.22(a) y 4.22(c) Describen la varianza muestral estimada para receptores dentro y fuera de la cuenca; 4.22(b) y 4.22(d) Disposición de los receptores donde se estima la varianza de las amplitudes de los cocientes espectrales. . . . .	79
4.23. Variación de las amplitudes por frecuencia. 4.23(a) Varianza para todos los receptores utilizados, a frecuencias 0.51, 1.02, 2.53, 4.55, 5.0 [Hz] y 4.23(b) Varianza a frecuencias 1.52, 2.03,3.54, 4.04, 4.55. . . . .	80
4.24. Cocientes espectrales y su variación en Sub2. (a) Del lado izquierdo se observan los cocientes espectrales para las componentes horizontales, del lado izquierdo los cocientes promedios (en negro) y el cociente promedio $\pm 1\sigma$ (en rojo). (b) Variación de las amplitudes por frecuencia de los cocientes espectrales. . . . .	83
4.25. Cocientes espectrales y su variación en Sub3. (a) Del lado izquierdo se observan los cocientes espectrales para las componentes horizontales, del lado izquierdo los cocientes promedios(en negro) y el cociente promedio $\pm 1\sigma$ (en rojo). (b) Variación de las amplitudes por frecuencia de los cocientes espectrales. . . . .	84
4.26. Cocientes espectrales y su variación en IN1-IN2-IN3. (a) Del lado izquierdo se observan los cocientes espectrales para las componentes horizontales, del lado izquierdo los cocientes promedios(en negro) y el cociente promedio $\pm 1\sigma$ (en rojo). (b) Variación de las amplitudes por frecuencia de los cocientes espectrales. . . . .	85
A.1. Vibración aleatoria generada con ruido blanco. . . . .	94
A.2. Se muestran los primeros cinco ordenes de la función de Bessel de primera especie. . . . .	96
A.3. Se muestran los primeros cinco órdenes de la función de Bessel de segunda especie. . . . .	97
A.4. Pulso de Ricker con $t_s = 0.5$ y $t_p = 0.15$ . . . . .	100
A.5. Parte positiva del espectro de Fourier de un pulso de Ricker. . . . .	100
A.6. Comparación entre distribuciones lognormales. En rojo se muestran la distribución lognormal con $\mu = 0$ y $\sigma = 0.75$ . En azul con parámetros $\mu = 0$ y $\sigma = 0.5$ . . . . .	102

# Índice de tablas

---

2.1. Características principales de la regiones sismotectónicas de México . . .	36
3.1. Catálogo de sismos en la estación CU. . . . .	57
3.2. Catálogo de sismos en la estación SCT. . . . .	59
4.1. Primera propuesta de profundidades para las fuentes del mapa 4.1. . . .	62
4.2. Segunda propuesta de profundidades para las fuentes del mapa 4.1. . . .	63
4.3. Tercer propuesta de profundidades para las fuentes del mapa 4.1. . . .	63



---

## Capítulo 1

# Introducción

---

«*Los encantos de esta ciencia sublime, las matemáticas, sólo se le revelan a aquellos que tienen el valor de profundizar en ella.*» — *Carl Friedrich Gauss.*

La Ciudad de México está expuesta al peligro que ocasionan los sismos que provienen principalmente de las costas de Michoacán, Guerrero y Oaxaca. A lo largo de esta franja costera coincide una zona de subducción, un borde convergente entre la placa de Cocos y la placa de Norteamérica. En ese borde han ocurrido grandes eventos sísmicos. Sin embargo, existen registros de sismos intraplaca cerca de grandes ciudades. El ejemplo más reciente es el sismo del 19 de septiembre de 2017, cuyo epicentro se localizó en los límites de los estados de Puebla y Morelos.

Los daños ocasionados por el sismo del 19 de septiembre de 2017 en las estructuras de la capital en su mayoría han sido ocasionados por los efectos de sitio (ver e.g. Arroyo *et al.*, 2020; Diaz-Fanas *et al.*, 2020 ). En el caso particular de la capital, el estudio de los efectos de sitio ha sido posible debido a diversos estudios geotécnicos llevados a cabo para conocer las propiedades del suelo (e.g. el nivel de agua freática, el contenido de agua, propiedades físicas estáticas y dinámico). Los estudios pioneros de Marsal y Mazarí (1959) permitieron dividir a la Ciudad de México en tres zonas: lomas, transición y lago.

Además, gracias a la implementación de redes acelerométricas (e.g. E.Rosenblueth, 1953; Singh *et al.*, 1988; Singh *et al.*, 1988 ) se tiene una idea general sobre las diferencias en el comportamiento dinámico del suelo en cada zona. Las amplitudes del movimiento en la zona de lago son mayores respecto a las otras dos zonas, *i.e.*, el efecto de sitio se acentúa en la zona de lago con respecto a las zona de lomas y transición.

En general, los efecto de sitio se pueden conceptualizar como un cambio en la amplitud, duración o contenido espectral del movimiento del terreno originado por las condiciones locales ante la incidencia de ondas sísmicas. Conocer el efecto de sitio es relevante para el diseño de edificaciones y se ha estudiado ampliamente (*e.g.* Rosen-

## 1. INTRODUCCIÓN

---

blueth y Arciniega, 1992 y Ordaz *et al.*, 1993 ). Una de las metodologías que mejor estiman los efectos de sitio (Chávez-García y Montalva, 2014) es el método de los cocientes espectrales con respecto a un sitio de referencia(SSR), el cual fue introducido en la práctica por Borchardt (1970).

El método SSR, está basado en en la representación del desplazamiento  $u(t)$  en términos de tres factores: los efectos asociados a la fuente  $s(t)$ , los efectos asociados al trayecto desde la fuente y el sitio de interés  $p(t)$ , los efectos de sitio  $h(t)$  y la respuesta del instrumento  $i(t)$ . Si se hace la suposición de que existe linealidad en los tres factores, el registro sísmico será la convolución de ellos, es decir:

$$u(t) = s(t) * p(t) * h(t) * i(t).$$

Por lo tanto, al obtener el cociente espectral de la transformada de Fourier de las componentes horizontales de dos registros  $u_1$ ,  $u_2$  se tiene como resultado una función de transferencia empírica que contiene información de los efectos de sitio, es decir:

$$\frac{u_2(f)}{u_1(f)} = \frac{H_2(f)}{H_1(f)},$$

donde  $H_2(f)$  y  $H_1(f)$  son la transformada de Fourier de los efectos de sitio para los registros  $u_2$  y  $u_1$ , respectivamente.

Es importante mencionar que el método SSR, parte de la hipótesis de que el movimiento de referencia es equivalente al movimiento en todos los puntos del basamento. Así, el efecto de sitio es ocasionado por el contraste del basamento y los materiales más superficiales. Sin embargo, se ha demostrado, ver *e.g.* Steidl *et al.* (1996), que existen variaciones en las amplitudes de los cocientes espectrales SSR, debidos a las diferencias en el contenido frecuencial del movimiento en el sitio de referencia en superficie y el movimiento en el basamento. Steidl *et al.* (1996) presentan comparaciones entre cocientes SSR tomando como referencia registros sísmicos en roca dura y registros sísmicos de pozos, donde se visualiza que a frecuencias mayores de 1 [Hz], las amplificaciones en superficie no son debidas a la respuesta del sitio, si no a las diferencias en el trayecto del frente de onda. La figura 1.1, ilustra los posibles trayectos entre los movimientos del basamento y en superficie.

En el caso particular de la cuenca de México, los cocientes espectrales SSR obtenidos con estaciones de referencia ubicadas en la zona Sur-Oeste de la Ciudad de México, presentan variaciones en las amplitudes ocasionadas por el campo incidencia del frente de onda (Montalvo-Arrieta *et al.*, 2002).

En el presente trabajo, se pretende cuantificar el la variabilidad de los cocientes espectrales SSR en las estaciones de Ciudad Universitaria (CU) y la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), considerando fuentes sísmicas con diferentes localizaciones y azimut. La relevancia de estudiar las estaciones mencionadas radica en



**Figura 1.1:** Diferencia entre el movimiento del basamento y el movimiento de referencia.

*Modificado de Steidl et al. (1996)*

que la primera es la estación de referencia empleada en la reglamentación por sismo en la capital, y en el caso de la segunda estación, además de ser representativa de las características del movimiento de la zona de lago, existe un historial importante de registros.

Con el propósito de cuantificar las amplificaciones, se proponen tres maneras complementarias de analizar la respuesta de sitio: La primera consiste en calcular los cocientes espectrales teóricos mediante la solución analítica de las ecuaciones de desplazamiento para un medio completo, seguida de un análisis basado en soluciones numéricas y finalmente empleando observaciones.

Las ecuaciones analíticas permiten obtener los desplazamientos sin efectos de sitio en las estaciones sísmicas. De esta manera, al momento de realizar el cociente espectral sólo se mostrarían las diferencias en los efectos de trayecto y de fuente. En principio, al hacer el cociente del desplazamiento entre dos estaciones en el medio homogéneo no deberíamos esperar una constante, dado que el patrón de radiación sería diferente. Sin embargo, en un medio heterogéneo el efecto del patrón de radiación se espera que tenga poco impacto conforme la frecuencia crece y se tenga una constante, pero esencialmente la baja frecuencia debería comportarse de manera similar al caso homogéneo. Para verificar la hipótesis expuesta, se proponen cuatro dislocaciones cuyos epicentros se localizan en la trinchera de los estados de Michoacán, Guerrero, Oaxaca, Chiapas, otra en la ubicación del sismo del 19 de septiembre del 2017 y una sexta para un sismo local al oeste de la capital. El propósito de analizar los cocientes de los desplazamientos debidas a las dislocaciones propuestas, es observar qué componente en el desplazamiento es la

## 1. INTRODUCCIÓN

---

dominante, ya que la hipótesis que se hace de manera frecuente, es que la componente de campo lejano es la que domina y los efectos de trayecto y fuente en CU y SCT son muy parecidos, por lo que al momento de realizar el cociente espectral se cancelan.

El segundo análisis de los cocientes espectrales se efectuó con el Método Indirecto de Elementos de Frontera (MIEF). El MIEF, permite caracterizar el desplazamiento en una inclusión con geometría irregular ante un campo incidente. El modelo de cuenca de México empleado en el análisis es el desarrollado por Kawase y Aki (1989). Con esta técnica, la manera en la cual se simula la localización y azimut del sismo es por medio de la variación del ángulo de incidencia de la onda elástica, *i.e.*, una incidencia de frente de onda sería equivalente a alguna de las fase del sismo con una distancia lejana al receptor. Por ende, resolver el MIEF para un conjunto de ángulos de incidencia de una onda SH, emula diferentes distancias epicentrales y fases. Al analizar los cocientes espectrales tomando como referencia el primer receptor cuyo desplazamiento se calcula en roca dura, tenemos elementos para describir la incertidumbre de los cocientes espectrales o función de transferencia empírica, debidas a la localización, y el azimut del sismo. Si en casos completamente hipotéticos las amplitudes varían considerando los parámetros antes mencionados, es de esperarse que ocurra lo mismo con los registros sísmicos.

El tercer análisis utiliza registros sísmicos para obtener los cocientes espectrales. Los registros de aceleración empleados corresponden a sismos mayores M5.5 ocurridos durante el periodo 1/01/2012 - 31/10/2020 de las estaciones CU y SCT. La primera se ubica en zona de lomas y la segunda en zona de lago. Además, con la finalidad de tener localizaciones y mecanismos focales parecidos, los epicentros se clasificaron con base en la regionalización propuesta por Zúñiga *et al.* (2017).

Al analizar los cocientes calculados con los dos modelos y las observaciones se espera que:

- En los cocientes derivados de las ecuaciones de desplazamiento para un medio completo, la componente de campo lejano sea la dominante para las dislocaciones ubicadas cerca de la trinchera, en los estados de Michoacán, Guerrero, Oaxaca, Chiapas. Sin embargo, debe existir una diferencia notoria para las dislocaciones más cercanas, *i.e.* las que se localizan en el epicentro del sismo de septiembre de 2017 y cercanos a la capital.
- Las variaciones de las amplitudes en los cocientes espectrales obtenidos mediante la respuesta sísmica sintética para un medio heterogéneo, calculada con el MIEF, deben presentar gran dispersión en cada receptor para las todas las frecuencias.
- Teniendo en cuenta las variaciones en los cocientes espectrales para los métodos analíticos, al momento de analizar la variabilidad en cada zona sismogénica propuesta, se debe observar que la dispersión entre las zonas de subducción y la zona de sismos intraplaca tiene que ser completamente diferente. De hecho, en la

zonas continentales la dispersión debe ser muy alta. Mientras que en la zona de subducción tiende a ser pequeña.

El presente trabajo, de carácter exploratorio, tiene por objetivo ahondar en las causas de las variaciones en las estimaciones de efectos de sitio en la Ciudad de México empleando la técnica de cocientes espectrales. La conclusión fundamental, que refuerza trabajos previos en el tema, es que el azimut y la localización del sismo influyen de manera significativa en las amplitudes de los cocientes espectrales.

## 1.1. Objetivo

Analizar y explicar la variación de los cocientes espectrales entre las señales de las estaciones ubicadas en la Secretaría de Transportes (SCT) y la Ciudad Universitaria (CU), localizadas en el valle de México, mediante la comparación de registros sísmicos, modelos analíticos y numéricos tomando en cuenta factores como el azimut y el epicentro del sismo.

## 1.2. Hipótesis

- Los desplazamientos calculados mediante las ecuaciones de campo para un medio completo no presentan efectos de sitio, pero están compuestos por los efectos de trayecto y de fuente. En caso de existir una inclusión o irregularidad en el terreno se amplificaría el movimiento.
- Los cocientes espectrales calculados mediante la respuesta sísmica sintética obtenidas en un semiespacio con una inclusión, son una idealización que contiene los elementos necesarios para explicar la variabilidad de los mismos.
- La función de transferencia empírica obtenida por medio de los cocientes de las componentes horizontales de los registros sísmicos adquiridos en las estaciones SCT y CU, pueden presentar variaciones en las amplitudes debido a la discrepancia de los mecanismos focales en las zonas sismogénicas.

## 1.3. Antecedentes



---

## Capítulo 2

# Marco Teórico

---

En el siguiente capítulo se abordan los fundamentos teóricos necesarios para el desarrollo del trabajo. Inicialmente, se introduce el tema de los efectos de sitio, el cual es de gran importancia para entender el planteamiento inicial de las metodologías utilizadas en este proyecto. Enseguida, se explican las ecuaciones de campo para un medio completo y de manera breve se sintetizan las técnicas empleadas para el cálculo de cocientes espectrales. Posteriormente, se describe de manera sucinta la derivación del Método Indirecto de Elementos de Frontera (MIEF), la discretización del método y las soluciones fundamentales que permiten su implementación numérica. También, se exponen características de la Cuenca de México, como la evolución geológica, estratificación y zonificación geotectónica.

Finalmente, se hace una descripción de las regiones sismotectónicas de México, y se especifican las zonas consideradas.

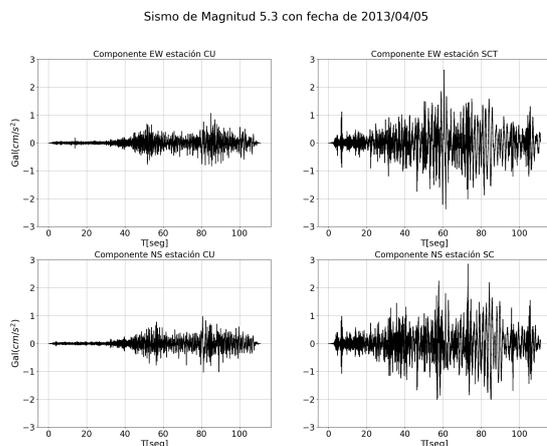
### 2.1. Efectos de sitio

El objetivo de conocer la respuesta sísmica es estimar las fuerzas a las que estarán sujetas las edificaciones y poder diseñarlas para resistir movimientos fuertes y evitar siniestros. Aunque no existe una definición que establezca de manera general que se entiende por respuesta sísmica, se puede decir de manera genérica que la respuesta de sitio es la proporción del movimiento del suelo en un sitio en particular (llámelo "A") respecto a otro sitio ("B") para uno o múltiples terremotos (Boore, 2004).

La respuesta se entiende fácilmente cuando observamos la variación en registros del movimiento del suelo en receptores relativamente cercanos. Observe en la figura 2.1 que los registros para un sismo presentan amplitudes máximas diferentes, debidas a que la estación de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) se encuentra en roca blanda y la estación Ciudad Universitaria (CU) se encuentra en suelo blando. Lo que sugiere que ambos tipos de suelo tienen respuestas distintas.

## 2. MARCO TEÓRICO

---

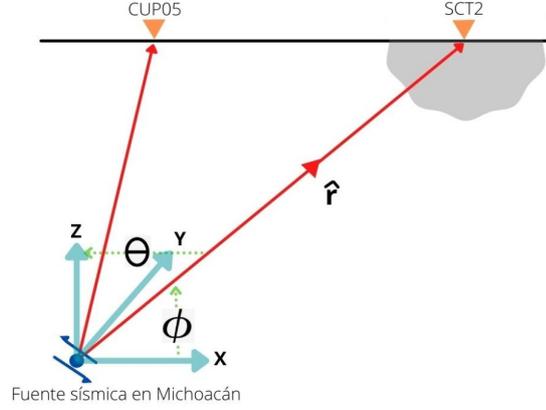


**Figura 2.1:** Respuesta de sitio en la CDMX. Del lado izquierdo se muestran las componentes horizontales en CU y del lado derecho las componentes horizontales en SCT.

De manera usual, el registro de movimiento del suelo se conceptualiza como la convolución de los efectos de trayecto, fuente, sitio y respuesta instrumental, i.e.  $u(t) = s(t) * p(t) * h(t) * i(t)$ , donde los efectos de sitio son los relacionados con el término  $h(t)$ . Es útil esta simplificación, debido a que se están dejando fuera fenómenos que conciernen a la directividad de la fuente y las amplificaciones ocasionadas por las ondas superficiales. Sin embargo, los efectos de sitio se pueden ver afectados por una serie de factores importantes. Por ejemplo en la Cuenca de México, las amplificaciones han sido explicadas por (Sánchez-Sesma *et al.*, 1988; Shapiro *et al.*, 1997) como alteraciones provocadas por las propiedades del suelo o por las diferencias del factor de calidad de las ondas elásticas (Iida y Kawase, 2004). También Singh y Ordaz (1993) concluyeron que las largas duraciones en el movimiento del suelo son originadas por efectos de escala regional y por difractores a lo largo del basamento que producen trayectos de onda diversos.

Por otro lado, los efectos de sitio también pueden presentarse debido a los cambios abruptos en la geometría del terreno, a esta amplificación se le conoce como efectos de sitio topográficos. No obstante, de manera usual se consideran despreciables ya que las irregularidades que provocan estos efectos es relativamente baja, comparada con la provocan los efectos mecánicos (Chávez-García y Montalva, 2014).

Una de las técnicas más eficientes para analizar los efectos de sitio es la de los cocientes espectrales. En este método, se propone como función de transferencia empírica del medio al cociente de las componentes horizontales, debido a que la componente vertical presenta alteraciones nulas en un medio saturado, ya que la velocidad de la



**Figura 2.2:** Sistema de coordenadas esféricas mediante el cual se calculan los desplazamientos asociados a una dislocación puntual.

onda P se aproxima a la velocidad del sonido en el agua, esto provoca que la lectura en los registros del movimiento sea similar y no aporta información sobre los efectos de sitio.

## 2.2. Componentes del campo de desplazamiento para un medio infinito

El campo de desplazamientos en el tiempo  $t$  debidos a una fuente cuyo mecanismo está descrito por el tensor de momentos  $M_{pq}$  en un medio cualquiera, se puede escribir de la manera siguiente

$$u_n = M_{pq} * G_{np,q}, \quad (2.1)$$

donde  $u_n$  es la componente  $n$ -ésima del desplazamiento y  $G_{np,q}$  es la derivada del tensor de Green respecto a  $q$ . El asterisco indica que se convolucionan ambos términos.

Con base en un sistema de coordenadas esféricas (figura 2.2), es posible describir el campo de desplazamientos de una forma vectorial usando el momento sísmico con dependencia temporal, que se denota de la siguiente manera

$$M_0 = \mu \bar{u}(t)A,$$

donde  $\mu$  es el coeficiente de cizalla del medio,  $\bar{u}(t)$  es la función de fuente y  $A$  es el área de ruptura.

## 2. MARCO TEÓRICO

---

A través de lo dicho anteriormente se puede determinar la siguiente ecuación (tomada de Aki y Richards, 2002):

$$\begin{aligned}
 U(x, t) = & \frac{1}{4\pi\rho r^4} A^N \int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau M_0(t - \tau) d\tau + \frac{1}{4\pi\rho r^2 \alpha^2} A^{IP} M_0\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) + \frac{1}{4\pi\rho r^2} \\
 & \beta^2 A^{IS} M_0\left(t - \frac{r}{\beta}\right) + \frac{1}{4\pi\rho r \alpha^3} A^{FP} \dot{M}_0\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) \\
 & + \frac{1}{4\pi\rho r \beta^3} A^{FS} \dot{M}_0\left(t - \frac{r}{\beta}\right). \quad (2.2)
 \end{aligned}$$

El primer término de la ecuación 2.2 denota al campo cercano, el segundo y tercer término denotan al campo intermedio para la onda P y S, respectivamente y los últimos dos términos denotan al campo lejano de la onda P y S, respectivamente, las variables "A" denotan el patrón de radiación de cada componente de campo, los cuales se calculan a través de las siguientes ecuaciones (**tomadas de Aki y Richards, 2002**)

$$\begin{aligned}
 A^N &= 9 \sin 2\theta \cos \phi \hat{r} - 6(\cos 2\theta \cos \phi \hat{\theta} - \cos \theta \sin \phi \hat{\phi}), \quad (2.3) \\
 A^{IP} &= 4 \sin 2\theta \cos \phi \hat{r} - 2(\cos 2\theta \cos \phi \hat{\theta} - \cos \theta \sin \phi \hat{\phi}), \\
 A^{IS} &= -3 \sin 2\theta \cos \phi \hat{r} + 3(\cos 2\theta \cos \phi \hat{\theta} - \cos \theta \sin \phi \hat{\phi}), \\
 A^{FP} &= \sin 2\theta \cos \phi \hat{r}, \\
 A^{FS} &= \cos 2\theta \cos \phi \hat{\theta} - \cos \theta \sin \phi \hat{\phi}.
 \end{aligned}$$

Aplicándole la transformada de Fourier a la ec. 2.2, se obtiene la siguiente relación

$$\begin{aligned}
 F(x, \omega) = & \frac{1}{4\pi\rho r^4} A^N \mathcal{F}\left\{\int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau M_0(t - \tau) d\tau\right\} + \frac{1}{4\pi\rho r^2 \alpha^2} A^{IP} M_0(\omega) e^{-i\omega \frac{r}{\alpha}} \\
 & + \frac{1}{4\pi\rho r^2 \beta^2} A^{IS} M_0(\omega) e^{-i\omega \frac{r}{\beta}} + \frac{1}{4\pi\rho r \alpha^3} A^{FP} M_0(\omega) e^{-i\omega \frac{r}{\alpha}} + \frac{1}{4\pi\rho r \beta^3} A^{FS} M_0(\omega) e^{-i\omega \frac{r}{\beta}}, \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

donde  $\mathcal{F}$  denota la transformada de Fourier.

Para realizar la transformada de Fourier del campo cercano, considere que

$$\int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau M_0(t - \tau) d\tau = \int_R \left\{ H\left(t - \frac{r}{\beta}\right) - H\left(t - \frac{r}{\alpha}\right) \right\} t M_0(t - \tau) d\tau,$$

donde la  $H(\cdot)$  denota la función de Heaviside.

Entonces, la transformada de Fourier queda de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\left\{\int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau M_0(t-\tau) d\tau\right\} &= \mathcal{F}\left\{\int_R \left\{H\left(t-\frac{r}{\beta}\right) - H\left(t-\frac{r}{\alpha}\right)\right\} t M_0(t-\tau) d\tau\right\} \\ &= \mathcal{F}\left\{\int_R \left\{H\left(t-\frac{r}{\beta}\right)t - H\left(t-\frac{r}{\alpha}\right)t\right\} * \mathcal{F}\left\{M_0(t-\tau)\right\} d\tau\right\}.\end{aligned}$$

Dado que la transformada de Fourier de una integral de Volterra, es una convolución, primero se calcula

$$\int_R H\left(t-\frac{r}{\beta}\right)t - H\left(t-\frac{r}{\alpha}\right)t e^{-j\omega t} dt.$$

Para realizar el cálculo de la integral previa, se tiene que recordar que la transformada de Fourier de un escalón simétrico de longitud  $2a$ , con altura  $\gamma$

$$S(t) = \begin{cases} \gamma, & \text{si } -a \leq t \leq a \\ 0, & \text{cualquier otro caso} \end{cases},$$

es la siguiente:

$$\mathcal{F}(\omega) = \gamma 2 \frac{\text{sen}(\omega a)}{a}.$$

Además, la transformada de Fourier de una rampa identidad

$$R(t) = \begin{cases} t, & \text{si } -a \leq t \leq a \\ 0, & \text{cualquier otro caso} \end{cases},$$

es la siguiente:

$$\mathcal{F}(\omega) = \frac{a}{j\omega} \left( 2 \frac{\text{sen}(\omega a)}{\omega} - e^{j\omega a} + e^{-j\omega a} \right),$$

Considerando que  $t_\beta = r/\beta$ ,  $t_\alpha = r/\alpha$ ,  $a = \frac{t_\beta - t_\alpha}{2}$ ,  $\gamma = \frac{r}{2} \left( \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \right)$ .

Por otro lado, se puede observar que

$$H(t-t_\beta)t - H(t-t_\alpha)t = R(t) + \gamma + \text{shift}(\gamma),$$

por lo que sus transformadas serán iguales, así que al tomar la transformada

$$\mathcal{F}(\omega) = \left( R(\omega) + 2\pi\gamma\delta(\omega) \right) e^{-j\omega\gamma},$$

$$\mathcal{F}(\omega) = \frac{2}{j\omega} \left( \text{sen}(\omega a) - \cos(\omega a) + 2\pi\gamma\delta(\omega) \right) e^{-j\omega\gamma},$$

Por lo tanto,

$$\mathcal{F}(\omega) = \left\{ \frac{2}{j\omega^2} \left( \text{sen}(\omega a) - \cos(\omega a) \right) + 2\pi\gamma\delta(\omega) \right\} M_0(\omega),$$

Observe que

$$\begin{aligned} \frac{2(\text{sen}(\omega a) - \cos(\omega a))}{j} &= 2 \frac{e^{j\omega a} - e^{-j\omega a}}{2j^2} - 2 \frac{e^{j\omega a} + e^{-j\omega a}}{2j} \\ &= -e^{j\omega a} + e^{-j\omega a} + j e^{j\omega a} + j e^{-j\omega a} \\ &= -(1+j)e^{j\omega a} + (1+j)e^{-j\omega a} \\ &= -(1+j)e^{-j\omega t_\alpha} + (1+j)e^{-j\omega t_\beta}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Finalmente se tiene que

$$\mathcal{F}(\omega) = \left\{ -(1+jt_\alpha\omega)e^{-j\omega t_\alpha} + (1+jt_\beta\omega)e^{-j\omega t_\beta} \right\} M_0(\omega). \quad (2.6)$$

Utilizando 2.6, la expresión en frecuencia del campo cercano, se factoriza  $j\omega M_0(\omega)$  en la ec. 2.4 de tal forma que:

$$\begin{aligned} F(x, \omega) = j\omega M_0(\omega) &\left\{ \frac{1}{4\pi\rho r^4} A^N \left( -(1+j\frac{r}{\alpha}\omega)e^{-j\omega\frac{r}{\alpha}} + (1+j\frac{r}{\beta}\omega)e^{-j\omega\frac{r}{\beta}} \right) \right. \\ &+ \frac{1}{4\pi\rho r^2\alpha^2} A^{IP} e^{-i\omega\frac{r}{\alpha}} + \frac{1}{4\pi\rho r^2\beta^2} A^{IS} e^{-i\omega\frac{r}{\beta}} - \frac{i\omega}{4\pi\rho r\alpha^3} A^{FP} e^{-i\omega\frac{r}{\alpha}} \\ &\left. - \frac{i\omega}{4\pi\rho r\beta^3} A^{FS} e^{-i\omega\frac{r}{\beta}} \right\}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde  $j\omega M_0$  es la función de fuente o función empleada.

La expresión anterior, debido a la ec. 2.3, es de forma vectorial. Por lo que, no se puede realizar el cociente de manera directa, ya que no está definido el cociente entre vectores en  $\mathbb{R}^3$ .

### 2.3. Cocientes espectrales.

Es conocido que dependiendo de los tipos de suelo la respuesta sísmica es diferente. Por lo general, los suelos más blandos amplifican el movimiento del terreno de manera más pronunciada, respecto de los más competentes. Uno de los objetivos de la ingeniería sísmológica ha sido intentar cuantificar esta amplificación en todas las regiones metropolitanas propensas a terremotos. Estas estimaciones se pueden utilizar para ayudar a reducir la incertidumbre del peligro sísmico en zonas con una geología compleja. Una

de las técnicas más usadas en la actualidad para estimar la amplificación, es el método de los cocientes espectrales, la cual se basa en aproximar el comportamiento dinámico del terreno mediante una función de transferencia empírica, que resulta del cociente de las componentes de movimiento registrado del suelo.

Los cocientes espectrales permiten visualizar la amplificación relativa entre registros medidos en sitios de roca blanda y roca dura. Son útiles para determinar características dinámicas del terreno, por ejemplo, la frecuencia natural del suelo.

A continuación se mencionan y detallan los cocientes espectrales con respecto a un sitio de referencia y de las componentes horizontales con respecto a la componente vertical. En el último punto se describe la manera en la cual se calculan los cocientes espectrales mediante las ecuaciones de campo para un medio completo.

1. Cocientes espectrales con respecto a un sitio de referencia, SSR (Chávez-García y Montalva, 2014): Fueron introducidos por Borchardt (1970). El principio se basa en describir al registro  $u(t)$  en tres factores, uno asociado a la fuente  $s(t)$ , otro al trayecto por la corteza entre la fuente y el sitio de interés  $p(t)$  y los efectos de sitio  $h(t)$ . Bajo la suposición de que existe linealidad, el registro se considera como la convolución de los tres factores mencionados previamente

$$u(t) = s(t) * p(t) * h(t).$$

Se realiza la convolución en el dominio de la frecuencia, la expresión anterior se convierte en una multiplicación

$$U(f) = S(f)P(f)H(f).$$

Si se consideran dos registros para el mismo evento en estaciones cercanas, el efecto de la fuente y de la trayectoria serán muy similares para el campo lejano, por lo que haciendo el cociente para estos dos registros sólo quedará el cociente de los efectos de sitio

$$\frac{U_2(f)}{U_1(f)} = \frac{S(f)P(f)H_2(f)}{S(f)P(f)H_1(f)} = \frac{H_2(f)}{H_1(f)}.$$

A  $H(f) = H_2(f)/H_1(f)$  se le conoce como función de transferencia empírica, con la cual se estima la amplificación local.

Si alguno de los registros anteriores se obtuvo en roca, los efectos de sitio serán pequeños o inexistentes ( $H(f) \approx 1$ ).

## 2. MARCO TEÓRICO

---

### 2. Cocientes espectrales H/V (HVSR):

Permite eliminar la contribución de la fuente y del trayecto para estudiar de manera exclusiva la estructura bajo el sitio de registro, por esta razón también se le conoce como método de función de receptor. Una de las grandes desventajas que tiene, es que sólo se pueden trabajar con frecuencias bajas pues a frecuencias medias y altas se vuelve inestable.

De acuerdo con Nakamura (1989), la energía sísmica se propaga predominantemente como ondas de Rayleigh, por lo que si se considera un modelo de capas sobre un semiespacio, se pueden considerar cuatro componentes de movimiento, la horizontal, vertical en la superficie libre ( $H_s$  y  $V_s$ , respectivamente) y las mismas componentes en la base de la columna sedimentaria ( $H_B$  y  $V_B$ , respectivamente).

Dado que el movimiento en la base no está afectado por efectos de sitio, la estimación de la amplificación la podemos obtener tomando el cociente entre el movimiento horizontal en la superficie con respecto al movimiento horizontal sin efectos de sitio  $S_E(f)$ ,

$$S_E(f) = \frac{H_s(f)}{H_B(f)}.$$

Nakamura probó que las ondas de Rayleigh sólo se registran en la componente vertical de la superficie libre,  $V_s$ , pero no en la componente vertical en roca  $V_B$ . Si se hace la suposición que la componente vertical de las ondas de Rayleigh no se amplifica debido a las capas de suelo, entonces una estimación de la distribución de la energía de la fuente en el dominio de la frecuencia ( $A_s(f)$ ) se obtiene al hacer el siguiente cociente

$$A_s(f) = \frac{V_s(f)}{V_B(f)}.$$

Finalmente al hacer el cociente de  $S_E(f)/A_s(f)$ , se compensa a  $S_E(f)$  por el efecto del espectro de la señal que excita el movimiento, además se hace la suposición de que  $A_s(f) \approx 1$  para todas las frecuencias de interés, los efectos de sitio para el caso de las ondas de Rayleigh están dados por la siguiente expresión:

$$S_M(f) = \frac{H_s(f)}{H_B(f)}.$$

3. Cocientes espectrales para un medio completo: En la sección anterior se detalló el tratamiento que se le da a la ecuación de campo para un medio completo (ec. 2.2) para obtener la ecuación que calcula los desplazamientos en frecuencia (ec. 2.7).

También se menciona que el desplazamiento total es un campo vectorial en  $\mathbb{R}^3$ , es decir, es de la forma  $F(x, \omega) = (F_x(x, \omega), F_y(x, \omega), F_z(x, \omega))$ . Por este motivo, no se puede realizar el cociente espectral de manera directa ya que la división entre vectores no está definida.

Teniendo las estaciones  $S_E$  y  $S_R$  (dónde  $S_R$  es la estación de referencia), el desplazamiento para los receptores se calcula con las ecuaciones 2.8 y 2.9 respectivamente.

$$F_1(x, \omega) = (F_{1x}(x, \omega), F_{1y}(x, \omega), F_{1z}(x, \omega)) = j\omega M_0(\omega) \left\{ \frac{1}{4\pi\rho r_i^4} A^N \left( -(1+j\frac{r_i}{\alpha}\omega) e^{-j\omega\frac{r_i}{\alpha}} + (1+j\frac{r_i}{\beta}\omega) e^{-j\omega\frac{r_i}{\beta}} \right) + \frac{1}{4\pi\rho r_i^2 \alpha^2} A^{IP} e^{-i\omega\frac{r_i}{\alpha}} + \frac{1}{4\pi\rho r_i^2 \beta^2} A^{IS} e^{-i\omega\frac{r_i}{\beta}} - \frac{i\omega}{4\pi\rho r_i \alpha^3} A^{FP} e^{-i\omega\frac{r_i}{\alpha}} - \frac{i\omega}{4\pi\rho r_i \beta^3} A^{FS} e^{-i\omega\frac{r_i}{\beta}} \right\}, \quad (2.8)$$

donde  $r_i$  es la distancia de la fuente a la estación  $S_E$ .

$$F_2(x, \omega) = (F_{2x}(x, \omega), F_{2y}(x, \omega), F_{2z}(x, \omega)) = j\omega M_0(\omega) \left\{ \frac{1}{4\pi\rho r_0^4} A^N \left( -(1+j\frac{r_0}{\alpha}\omega) e^{-j\omega\frac{r_0}{\alpha}} + (1+j\frac{r_0}{\beta}\omega) e^{-j\omega\frac{r_0}{\beta}} \right) + \frac{1}{4\pi\rho r_0^2 \alpha^2} A^{IP} e^{-i\omega\frac{r_0}{\alpha}} + \frac{1}{4\pi\rho r_0^2 \beta^2} A^{IS} e^{-i\omega\frac{r_0}{\beta}} - \frac{i\omega}{4\pi\rho r_0 \alpha^3} A^{FP} e^{-i\omega\frac{r_0}{\alpha}} - \frac{i\omega}{4\pi\rho r_0 \beta^3} A^{FS} e^{-i\omega\frac{r_0}{\beta}} \right\}, \quad (2.9)$$

donde  $r_0$  es la distancia de la fuente a la  $S_R$ .

Posteriormente se procede a estimar la media cuadrática de las componentes horizontales de cada desplazamiento con las expresiones 2.10 y 2.11.

$$N(x, \omega) = \sqrt{|F_{1x}(x, \omega)|^2 + |F_{1y}(x, \omega)|^2}, \quad (2.10)$$

donde  $F_{1x}$  y  $F_{1y}$ , denotan la componente x e y, del campo vectorial  $F_1$ .

$$D(x, \omega) = \sqrt{|F_{2x}(x, \omega)|^2 + |F_{2y}(x, \omega)|^2}, \quad (2.11)$$

donde  $F_{2x}$  y  $F_{2y}$ , denotan la componente x e y, del campo vectorial  $F_2$ .

Una vez obtenidos los desplazamientos medios cuadráticos, se procede a realizar el cálculo del cociente espectral de la siguiente manera:

$$C(x, \omega) = \frac{N(x, \omega)}{D(x, \omega)}. \quad (2.12)$$

donde  $N(x, \omega)$  se calcula con la ec. 2.10 y  $D(x, \omega)$  con la ec. 2.11

Observe que los espectros cocientes son dominados por los patrones de radiación de las ondas elásticas (ec. 2.3) y dado que están multiplicados por un factor que depende de la distancia, es razonable pensar que el término que más contribuye está asociado con el campo lejano si las estaciones se encuentran lejanas del epicentro o lejanas entre sí, pues el factor  $1/r$  es el que menos pondera en la ecuación anterior.

Las suposiciones que se hacen en la teoría de los cocientes espectrales no necesariamente son ciertas, ya que aunque el sitio de referencia esté en roca dura los efectos de sitio no serán despreciables pues dependerá de la localización de la fuente y de la magnitud. Por otro lado, en el método H/V, el efecto del trayecto tampoco podrá ser suprimido debido a la dependencia que tiene la amplificación con la localización de la fuente, ya que si se encuentra cerca del receptor, la contribución mayor se tendrá en altas frecuencias, y si se encuentra lejana del receptor, la contribución mayor será en bajas frecuencias.

### 2.4. Método Indirecto de Elementos de Frontera(MIEF)

Uno de los métodos que permite solucionar una gran diversidad de problemas, sobre todo aquéllos que involucran concentración de fuerzas o en donde los dominios se extienden al infinito, es el llamado Método Indirecto de Elementos de Frontera. La base de esta técnica, es la formulación de ecuaciones integrales a través de la transformación de las ecuaciones diferenciales que modelan el problema, por lo que recibe el nombre formal de método de las ecuaciones integrales de frontera, el cual fue introducido por el matemático sueco Erick Ivar Fredholm, al ser el primero en usar ecuaciones integrales singulares a principios del siglo XX (Katsikadelis, 2002).

Al momento de emplear métodos numéricos se tiene que saber cómo funcionan y la manera en la que se desenvuelven. Con la finalidad de conocer el tiempo de cómputo y las operaciones que se realizan en términos de flops. Por este motivo, a continuación se presentan las ventajas y desventajas que tiene la aplicación del MIEF.

#### Ventajas

1. Las ecuaciones del MIEF sólo contienen términos integrales, a los cuales se les da solución numérica sobre la frontera de un dominio. Es una gran ventaja pues

reduce en uno la dimensión del problema, es decir, para un cuerpo tridimensional la frontera es una superficie y para un cuerpo en dos dimensiones la frontera es una curva (Katsikadelis, 2002).

2. La convergencia del método de elemento de frontera es alta, comparada con algunos métodos de dominio.
3. El tratamiento de dominios infinitos o semi-infinitos es más fácil y posible de calcular, ya que se cumple la condición de Sommerfeld (Pérez-Gavilán, 2006).
4. Si se desea una solución en todo el dominio del problema, se suman los desplazamientos para los puntos de la frontera y los desplazamientos en puntos interiores (García Islas, 1984).

### Desventajas

1. Los coeficientes matriciales no necesariamente son simétricos (García Islas, 1984).
2. Para poder aplicar el MIEF, se requiere de una solución fundamental del problema (Katsikadelis, 2002).
3. Se requiere que el medio sea homogéneo, por lo tanto, si el medio no lo es se debe discretizar en pequeñas zonas homogéneas, por lo que la eficiencia el método decrece (Banerjee *et al.*, 1981)

#### 2.4.1. Derivación.

El principal enfoque del Método Indirecto de Elemento de Frontera, consiste en encontrar la solución a un problema físico mediante la transformación de la frontera en una superficie de fuentes ajustables (García Islas, 1984). En el caso particular del problema de elasticidad, se encuentran los desplazamientos asociados a dichas fuentes ajustables a través de soluciones fundamentales de las ecuaciones diferenciales que gobiernan el fenómeno de elasticidad.

Una característica importante del MIEF, es que se reduce la dimensión del problema debido a que sólo requiere la discretización de la frontera (Dantzig y Wolfe, 1960) .

Para entender el planteamiento del MIEF se deben conocer los teoremas que dan origen al mismo, a continuación se nombran y demuestran los teoremas necesarios.

**Teorema 2.4.1.** Teorema de Betti

Si un campo de desplazamientos  $\mathbf{u}$  debido a una fuerza de cuerpo  $\mathbf{f}$  con condiciones iniciales en  $V$  y condiciones de frontera en  $S$  induce una tracción  $\mathbf{T}(\mathbf{u}, \mathbf{n})$ , y otro campo de desplazamientos  $\mathbf{v}$  debido a otra fuerza de cuerpo  $\mathbf{g}$  con condiciones iniciales en  $V$  y condiciones de frontera en  $S$  induce una tracción  $\mathbf{T}(\mathbf{v}, \mathbf{n})$ , entonces la siguiente igualdad es válida.

$$\begin{aligned} \int_V (\mathbf{f} - \rho \ddot{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{v} dV + \int_S \mathbf{T}(\mathbf{u}, \mathbf{n}) \cdot \mathbf{v} dS = \\ \int_V (\mathbf{g} - \rho \ddot{\mathbf{v}}) \cdot \mathbf{u} dV + \int_S \mathbf{T}(\mathbf{v}, \mathbf{n}) \cdot \mathbf{u} dS. \end{aligned} \quad (2.13)$$

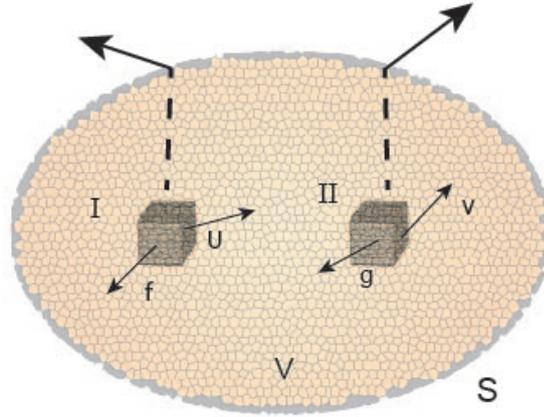
*Demostración.* : Demostración basada en Aki y Richards (2002) .

Suponga que  $u = u(x, t)$  es un campo de desplazamiento y es debido a una fuerza de cuerpo  $f$  con condiciones de frontera en  $S$  y condiciones iniciales en tiempo  $t = 0$ , y también suponga que  $v = v(x, t)$  es otro campo de desplazamiento debido a una fuerza de cuerpo  $g$  con condiciones iniciales y de frontera en  $t = 0$  que son en general diferentes a las condiciones para  $u$ , como se puede observar en la figura 2.3. Para distinguir las tracciones en las superficies normales a  $\mathbf{n}$  en los dos casos, se usará la notación  $T(u, \mathbf{n})$  y  $T(v, \mathbf{n})$  o  $T^u$  y  $T^v$  para las tracciones debidas a los desplazamientos en  $u$  y  $v$ , respectivamente.

La tasa de trabajo mecánico está dado por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \int_v \mathbf{f} \cdot \dot{\mathbf{u}} dV + \int_s \mathbf{T} \cdot \dot{\mathbf{u}} dS = \int_v (f_i \dot{u}_i + (\tau_{ij} \dot{u}_i)_{,j}) dV = \int_v (f_i \dot{u}_i + (\tau_{ij} \dot{u}_i)_{,j}) dV \\ = \int_v (f_i \dot{u}_i \ddot{u}_i + \tau_{ij} \dot{u}_i \ddot{u}_{i,j}) dV = \frac{\partial}{\partial t} \int_v \frac{1}{2} \rho f_i \dot{u}_i \ddot{u}_i + \int_v \tau_{ij} \dot{e}_{ij} dV. \end{aligned} \quad (2.14)$$

La figura 2.3 nos muestra que considerar apriori que las condiciones de  $u$  y  $v$  son diferentes para dos fuerzas de cuerpo distintas en  $S$ , es una suposición válida.



**Figura 2.3:** Condiciones iniciales del Teorema de Betti. El sistema I y II presentan condiciones iniciales diferentes,  $u, f$  y  $v, g$ , respectivamente. Imagen basado en Paulssen (2014)

Estableciendo el problema para el primer sistema:

$$u(x, t) \longrightarrow \begin{cases} f(x, t) \\ T^u(x, t). \end{cases}$$

Con base en la ecuación 2.14 se puede establecer la siguiente relación,

$$\int_V (f - \rho \ddot{u}) \cdot v dV + \int_S T(u, n) \cdot v dS.$$

Para el segundo sistema :

$$v(x, t) \longrightarrow \begin{cases} g(x, t) \\ T^v(x, t). \end{cases}$$

De igual manera, por la ecuación 2.14 se tiene que

$$\int_V (g - \rho \ddot{v}) \cdot u dV + \int_S T(v, n) \cdot u dS.$$

Por lo tanto, dado que la relación es recíproca entre  $u$  y  $v$  debido a que actúan en el mismo volumen, se concluye que:

$$\begin{aligned} \int_V (f - \rho\ddot{u}) \cdot v dV + \int_S T(u, n) \cdot v dS = \\ \int_V (g - \rho\ddot{v}) \cdot u dV + \int_S T(v, n) \cdot u dS. \end{aligned} \quad (2.15)$$

□

### 2.4.1.1. Función de Green.

Considere un medio elástico y homogéneo y un plano infinitesimal contenido en él, con vector normal  $\hat{n}$ . La fuerza por unidad de área ejercida en una región del plano se le denomina tracción y se denota por el vector  $\tau(n)$ . La parte de  $\tau$  que es normal al plano, se le denomina esfuerzo normal; mientras que las componentes coplanares se le denominan esfuerzos cortantes.

El tensor de esfuerzos indica el estado de los esfuerzos en un punto de una región o cuerpo dados. Puede ser definido por las tracciones mediante la siguiente expresión:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

Por otro lado, el vector de esfuerzos referido a un plano que pasa a través de un punto espacial  $x$  a un tiempo  $t$  depende solamente de la normal unitaria  $\hat{n}$  del plano. Entonces se define una transformación  $\tau$ , tal que:

$$\tau_i(n) = \sigma_{ij}n_j$$

La expresión anterior es conocida como el tensor de esfuerzos de Cauchy, y relaciona el tensor de esfuerzos en un punto con la tracción asociada a un vector normal dado.

En un sistema de coordenadas rectangulares, y con base en el tensor de Cauchy, si se estudia el equilibrio dinámico, se puede generalizar la segunda Ley de Newton, mediante la siguiente expresión en notación indicial

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} + f_i = \rho \frac{\partial u_i^2}{\partial t^2}, \quad (2.16)$$

donde:

$u_i(x, t)$ : Vector de desplazamiento en el punto  $x$ .

$\sigma_{ji}$ : Componentes del tensor de esfuerzo sobre las caras de un cuerpo orientado a lo largo de los ejes  $e_j$ .

$f_i$ : Fuerzas de cuerpo por unidad de volumen.

$\rho$ : Densidad de masa.

A la expresión anterior se le conoce como la ecuación de movimiento. Como se comentó previamente, esta ecuación generaliza la segunda ley de Newton en términos de fuerzas superficiales y de cuerpo. La aceleración resulta de las fuerzas de cuerpo y de  $\sigma_{ji,j}$  (está expresado en notación indicial y es la divergencia del tensor de esfuerzos).

El comportamiento mecánico de un material continuo se define a través de la relación entre esfuerzo ( $\sigma_{ij}$ ) y deformación ( $e_{kl}$ ). Para un cuerpo elástico y lineal, dicha relación se establece mediante la ley de Hooke, la cual se expresa de manera simplificada como se muestra a continuación

$$\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}e_{kk} + 2\mu e_{ij}, \quad (2.17)$$

donde:

$$e_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right). \quad (2.18)$$

Sustituyendo la ley de Hooke (2.17) en la ecuación de movimiento (2.16) y considerando la ec. 2.18, se plantea la ecuación de movimiento en un medio elástico,

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = -f_i. \quad (2.19)$$

En la sismología, las fuerzas impulsivas unidireccionales en espacio y tiempo son de gran interés debido a que ayudan a representar terremotos o dislocaciones en algunas ecuaciones. Matemáticamente, la representación que toman las fuerzas impulsivas es mediante la distribución Delta de Dirac:

$$f_i(x, t) = \delta(x - \xi)\delta(t)\delta_{ij}. \quad (2.20)$$

En la ecuación 2.20, se representa la aplicación de una fuerza en las coordenadas  $\xi$  a un tiempo  $t$ . La orientación esta dadá por las tres componentes que se describen con el subíndice  $j$ .

Considerando la ecuación de movimiento 2.19, con una fuente impulsiva como la de la ec.2.20, se tiene la siguiente expresión

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = -\delta(x - \varepsilon)\delta(t)\delta_{ij}. \quad (2.21)$$

Si  $u = G$ , se tiene que la solución de la ecuación anterior representa el desplazamiento resultante debido a una fuerza impulsiva unitaria aplicado en las coordenadas  $\varepsilon$  a un tiempo  $t$  en la dirección  $\mathbf{i}$ , es decir, la función de Green.

La función de Green caracteriza el medio, ya que depende de sus coeficientes elásticos, su densidad, y de las condiciones de contorno de la región dada.

Una de las propiedades más importantes que tiene la función de Green, es la reciprocidad que tiene en sus argumentos, a continuación se enuncian dichas propiedades:

- Reciprocidad temporal, con condiciones de frontera independientes del tiempo (frontera rígida), dependencia del tiempo solo a través de  $\tau - t$ :

$$G(\bar{x}, t; \bar{\xi}, \tau) = G(\bar{x}, t - \tau; \bar{\xi}, 0) = G(\bar{x}, -\tau; \bar{\xi}, -t). \quad (2.22)$$

- Reciprocidad espacial, con condición de frontera libre de tracciones en  $S$  y por medio del teorema de Betti en condiciones causales,  $\tau_1 = \tau_2 = 0$ :

$$G_{nm}(\bar{\xi}_2, \tau; \bar{\xi}_1, 0) = G_{mn}(\bar{\xi}_1, \tau; \bar{\xi}_2, 0). \quad (2.23)$$

- Reciprocidad espacio-temporal con  $\tau = 0$  se tiene:

$$G_{nm}(\bar{\xi}_2, \tau_2; \bar{\xi}_1, \tau_1) = G_{mn}(\bar{\xi}_1, -\tau_1; \bar{\xi}_2, -\tau_2). \quad (2.24)$$

**Teorema 2.4.2.** Teorema de Representación

*Demostración.* : Demostración basada en Aki y Richards (2002).

Si la forma integral del teorema de Betti representada en la ecuación 2.15, se emplea con la función de Green para uno de los campos de desplazamiento, se puede obtener la representación del otro campo de desplazamiento.

Suponga que se quiere encontrar una expresión para el desplazamiento  $u$  debido a las fuerzas de cuerpo  $f$  a través de un volumen  $V$  y con las condiciones de frontera en  $S$ , si se sustituye en la ecuación 2.15 la fuerza de cuerpo  $g_i = \delta_{in}\delta(x - \xi)\delta(t)$ , cuya correspondiente solución es  $v_i(x, t) = G_{in}(x, t; \xi, 0)$ , se tiene que:

$$\begin{aligned} u_n(\xi, \tau) = & \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_V f_i(x, t)G_{in}(x, \tau - t; \xi, 0)dV \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_S [G_{in}(x, \tau - t; \xi, 0)T_i(u(x, t), n) \\ & - u_i(\xi, \tau)c_{ijkl}n_jG_{kn,l}(\xi, t - \tau; x, 0)]. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Para una interpretación física de la ecuación anterior es de ayuda intercambiar las variables  $x$  por  $\xi$  y  $t$  por  $\tau$ , esto para que  $(x, t)$  sea la posición y tiempo general en donde el desplazamiento es evaluado,

$$\begin{aligned}
 u_n(x, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V f_i(\xi, \tau) G_{in}(\xi, t - \tau; x, 0) dV \\
 & + \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_S [G_{in}(\xi, t - \tau; x, 0) T_i(u(\xi, \tau), n)] \\
 & - u_i(\xi, \tau) c_{ijkl} n_j G_{kn,l}(\xi, t - \tau; x, 0)] dS.
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

Así se obtiene el primer teorema de representación, el cual establece que el desplazamiento  $u$  en un punto determinado está dado por las contribuciones debidas a la fuerza  $f$  a través de  $V$ , más las contribuciones debidas a la tracción  $T(u, n)$  y al desplazamiento mismo de  $u$  en  $S$ . Sin embargo, esta representación no es la adecuada para tomar en cuenta las tres contribuciones.

En la expresión anterior, se puede notar que las funciones de Green tienen localizada la fuente en  $x$  y el punto de observación en  $\xi$ . Aplicando la reciprocidad espacial de la función de Green (ec. 2.23), el teorema de representación sería:

$$\begin{aligned}
 u_n(x, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V f_i(\xi, \tau) G_{in}(x, t - \tau; \xi, 0) dV \\
 & + \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_S [G_{in}(x, t - \tau; \xi, 0) T_i(u(\xi, \tau), n)] \\
 & - u_i(\xi, \tau) c_{ijkl} n_j G_{nk,l}(x, t - \tau; \xi, 0)] dS.
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

Mientras la ecuación anterior es válida para cualquier función de Green establecida por una fuerza impulsiva en la dirección  $n$  en  $\xi = x$  y  $\tau = t$ . Ahora se presentan dos casos; el primero en donde la función de Green es determinada con  $S$  como una frontera rígida; mientras el segundo caso la frontera es libre.

- Condición de frontera rígida

$$\begin{aligned}
 u_n(x, t) = & \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_V f_i(\xi, \tau) G_{ni}^{rigida}(x, t - \tau; \xi, 0) dV \\
 & - \int_{-\infty}^{\infty} dt \int_S u_i(\xi, \tau) c_{ijkl} n_j \frac{\partial}{\partial \xi_l} G_{nk}^{rigida}(x, t - \tau; \xi, 0) dS.
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

□

**Teorema 2.4.1.** Identidad Somigliana para el caso estático.

*Demostración.* : *Demostración basada en Sánchez-Reyes (2020)* .

Retomando la ecuación de movimiento en elasticidad,

$$\rho \frac{\partial u_i^2}{\partial t^2} = f_i + \sigma_{ij,j};$$

si se hacen las fuerzas de cuerpo igual a cero y se supone un estado en equilibrio, se tiene que

$$\sigma_{ij,j} = 0. \quad (2.29)$$

Esto se cumple en un conjunto  $\Omega$  que es el dominio de un sólido, entonces podemos pesar la ecuación 2.29 multiplicándola por  $U_k$  donde  $U_k$ , es una función que depende de los desplazamientos,

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij,j} U_k d\Omega = 0.$$

Entonces, resolviendo la integral por partes, se obtiene la siguiente expresión:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij,j} U_k d\Omega = - \int_{\Gamma} t_k U_k d\Gamma + \int_{\Gamma} T_k u_k d\Gamma, \quad (2.30)$$

donde  $\sigma_{ij,j}$  y  $T_k$  son los esfuerzos y tracciones respectivamente, que están relacionadas con  $U_k$ .

Si se define a  $U_k$  como la función que corresponde a los desplazamientos generados por una fuerza  $l$  aplicada en la dirección  $i$ , a esta función se le conoce como la función fundamental, cuya característica es que se anula en todos lados menos en el punto deseado, y se expresa de la siguiente forma:

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij,j} u_k d\Omega = u_l^i. \quad (2.31)$$

Entonces sustituyendo la ec. 2.31 en la ec. 2.30 se obtiene la identidad Somigliana (ver ec. 2.32 ),

$$u_l^i + \int_{\Gamma} t_k U_k d\Gamma = \int_{\Gamma} T_k u_k d\Gamma. \quad (2.32)$$

□

**Teorema 2.4.2.** Identidad Somigliana para el caso dinámico.

*Demostración.* : *Demostración basada en Beer et al. (2008).*

Se asumirá que las fuerzas de cuerpo son nulas en todo el dominio.

El principal paso es calcular el trabajo, asumiendo que primero se obtienen las tracciones y después se obtienen los desplazamientos en el punto  $P$  dado una excitación en  $Q$ . La expresión que describe esta situación es la siguiente:

$$W_{12} = \int_S [t_x(Q)U_{xx}(P, Q) + t_y(Q)U_{xy}(P, Q)] dS.$$

El paso secundario es obtener el trabajo, asumiendo que primero se obtienen los desplazamientos y después se calculan las tracciones en el punto  $P$  dado una excitación en  $Q$ . La expresión que describe lo anterior es la siguiente:

$$W_{21} = \int_S [u_x(Q)T_{xx}(P, Q) + u_y(Q)T_{xy}(P, Q)] dS + u_x(P).$$

Aplicando el teorema de Betti, se tiene que  $W_{21} = W_{12}$ , por lo que

$$\begin{aligned} \int_S [t_x(Q)U_{xx}(P, Q) + t_y(Q)U_{xy}(P, Q)] dS &= \int_S [u_x(Q)T_{xx}(P, Q) \\ &+ u_y(Q)T_{xy}(P, Q)] dS + u_x(P). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Despejando  $u_x(P)$ ,

$$\begin{aligned} u_x(P) &= \int_S [t_x(Q)U_{xx}(P, Q) + t_y(Q)U_{xy}(P, Q)] dS - \int_S [u_x(Q)T_{xx}(P, Q) \\ &+ u_y(Q)T_{xy}(P, Q)] dS. \end{aligned} \quad (2.34)$$

De manera análoga, para la dirección  $y$  se tiene la siguiente ecuación.

$$u_y(P) = \int_S [t_x(Q)U_{yx}(P, Q) + t_y(Q)U_{yy}(P, Q)] dS - \int_S [u_x(Q)T_{yx}(P, Q) + u_y(Q)T_{yy}(P, Q)] dS. \quad (2.35)$$

Combinando las ecuaciones 2.34 y 2.35, se puede obtener la ecuación integral,

$$u(P) = \int_S U(P, Q) t(Q) dS - \int_S T(P, Q) u(Q) dS. \quad (2.36)$$

Finalmente, la ecuación integral con las fuerzas de cuerpo es la siguiente,

$$u(P) = \int_S U(P, Q) t(Q) dS - \int_S T(P, Q) u(Q) dS + \int_S F(P) U(P, Q). \quad (2.37)$$

□

#### 2.4.2. Ecuaciones fundamentales.

Retomando la identidad Somigliana (ec. 2.37) para el caso dinámico, y considerando las fuerzas de cuerpo del medio, se tiene la siguiente expresión (derivación tomada de Sánchez-Sesma y Campillo, 1991):

$$cu_m(\varsigma) = \int_S [G_{im}(x, \varsigma)t_i(x) - T_{im}(x, \varsigma)u_i(x)] dS + \int_V F_i G_{im}(x, \varsigma) dV, \quad (2.38)$$

donde el coeficiente  $c$  está dado por:

$$c = \begin{cases} 1 & \text{si } \varsigma \in V \\ \frac{1}{2} & \text{si } \varsigma \in S \\ 0 & \text{si } \varsigma \in V^c. \end{cases}$$

Cabe mencionar que la constante  $c$  es para darle suavidad a la frontera del medio donde se está resolviendo el problema.

Ahora suponga que  $u'_i(x)$  es una solución al exterior del problema con tracción  $t'_i(x)$ , entonces si se desprecian las fuerzas de cuerpo y se hace la suposición de que las funciones de Green son iguales para ambos problemas, se tiene que:

$$\dot{c}' u'_m(\varsigma) = - \int_S \left[ G_{im}(x, \varsigma) t'_i(x) - T_{im}(x, \varsigma) u'_i(x) \right] dS$$

De esta manera, sumando la ecuación anterior y la ecuación 2.38, se obtiene:

$$\dot{c}' u'_m(\varsigma) + c u_m(\varsigma) = - \int_S \left[ (t_i(x) - t'_i(x)) G_{im}(x, \varsigma) - (u_i(x) - u'_i(x)) T_{im}(x, \varsigma) \right] dS.$$

Por otro lado, si se imponen las condiciones de frontera  $u_i = u'_i$  y  $t_i - t'_i = \phi_i$ , se puede escribir:

$$u_m(\varsigma) = \int_S \phi_i G_{im}(x, \varsigma) dS + \int_V f_i(y) G_{im}(y, \varsigma) dV.$$

La expresión anterior es válida en la región  $V$  con frontera  $S$ , además, dado que se cumple la reciprocidad de la función de Green, la expresión final es:

$$u_i(\varsigma) = \int_S \phi_j G_{ij}(x, \varsigma) dS + \int_V f_j(y) G_{ij}(y, \varsigma) dV. \quad (2.39)$$

Si ahora se imponen las condiciones de frontera  $t_i = t'_i$  y  $u_i - u'_i = \phi_i$ , se tiene que:

$$t_i(\varsigma) = \frac{1}{2} \phi_i(x) + \int_S \phi_j G_{ij}(x, \varsigma) dS + \int_V f_j(y) G_{ij}(y, \varsigma) dV. \quad (2.40)$$

Las ecuaciones 2.39 y 2.40, son la base fundamental del MIEF, con las cuales se calculan los desplazamientos y tracciones en la frontera.

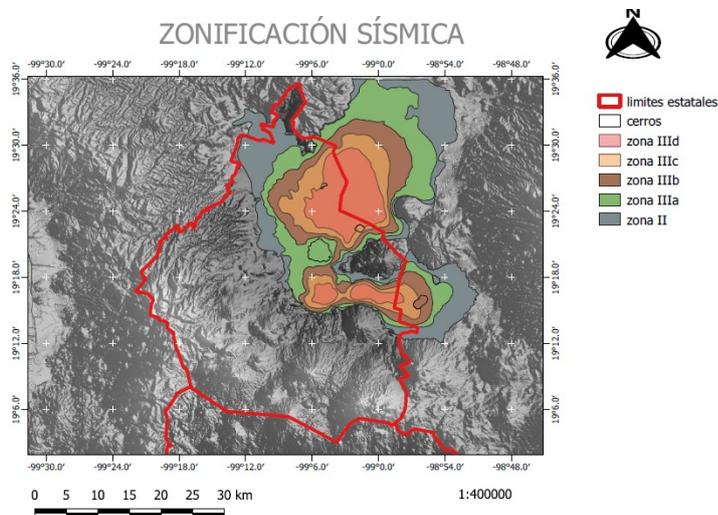
Habiendo establecido los métodos con los cuales se obtendrán los cocientes espectrales de manera sintética, se procederá a delimitar características específicas de la cuenca de México, ya que el objetivo del presente trabajo es saber cómo varían las amplitudes de los cocientes con base en la localización y magnitud de la fuente sísmica. A continuación se describe de manera breve la geología de la cuenca, y la zonificación geotécnica de la misma.

## 2.5. Cuenca de México.

La cuenca de México se encuentra ubicada dentro de las coordenadas geográficas delimitadas por los paralelos  $19^{\circ}01'18''$  y  $20^{\circ}09'12''$  de latitud norte y entre los meridianos  $98^{\circ}31'58''$  y  $99^{\circ}30'52''$  de longitud oeste al meridiano de Greenwich. La cuenca tiene una superficie de  $11,000 \text{ km}^2$ , los cuales en su región Sur-Oeste contienen a la Ciudad de México, que tiene un área de  $1,500 \text{ km}^2$  y está dividida en 16 alcaldías. Colinda al norte, poniente y oriente con el estado de México y al sur con el Estado de

## 2. MARCO TEÓRICO

---



**Figura 2.4:** Zonificación geotécnica del valle de México. Se muestra la zona de transición (II) y la clasificación de la zona de lago (III a, b, c, d). En rojo se marcan los límites estatales de la CDMX.

Morelos.

La cuenca se localiza en la región centro-oriental de la Faja Volcánica Transmexicana, arco asociado a la subducción de la placa de Cocos por debajo de la placa de Norteamérica. Cabe mencionar que dicho arco no es paralelo a la trinchera como usualmente sucede, si no que se dispone de manera oblicua y es debido a la geometría que tiene la placa de Cocos. En ésta región afloran rocas volcánicas que abarcan edades del Oligoceno hasta el reciente, de las cuales están formadas las sierras que rodean la cuenca y debido a la erosión causada por los numerosos ríos que bajaban de las sierras formaron el material aluvial que se asentó en la parte baja.

La cuenca de México se considera endorreica (que no tiene salida al mar), pues orográficamente se encuentra rodeada por sierras de origen volcánico, la mayoría con edad de fines del Terciario y principios del Cuaternario. Al norte está limitada por la Sierra de Pachuca, Tezontlalpan y Tepotzotlán, mientras que al sur, se encuentra limitada por la sierra del Chichinautzin y del Ajusco. Al sur-oriental se localiza la Sierra Nevada formada por el alineamiento de dos estratovolcanes activos, el Popocatepetl, Iztaccíhuatl, Tláloc y el Telapón (Jaimes Palomera, 1998).

### 2.5.1. Evolución geológica

La parte central de México estaba cubierta por el mar de Thetis, que propició un ambiente para que sedimentaran calizas, areniscas y lutitas. Posteriormente en el Cretácico inferior, como consecuencia de los esfuerzos tectónicos precursores se da origen a plegamientos y fallamientos asociados a la orogenia Laramide que dió origen a la Sierra Madre oriental.

En la región central del país, donde actualmente se tiene la Ciudad de México, había una gran actividad volcánica y tectónica, debido a esto el basamento volcánico fue afectado por fallas y fracturas provocando hundimientos y formando fosas tectónicas. Durante el Mioceno tardío hubo obstrucciones de los ríos existentes provocadas por algunas estructuras que se crearon por el material volcánico, como resultado se forma la Sierra de Guadalupe (Juárez Camarena *et al.*, 2016).

Debido a la actividad volcánica que se presentó en el Plioceno, los grandes derrames de andesitas basálticas produjeron el cierre de la cuenca en la parte norte, dando origen a la Sierra de las Cruces en el poniente. A finales del Plioceno, se producen fracturas W-E por las cuales se tuvieron grandes efusiones de basalto que crearon la Sierra del Chichinautzin. Durante esta época se forman pequeños cuerpos de agua que dan origen a los lagos, los cuales provocan el surgimiento de grandes abanicos aluviales sobre los flancos poniente y oriente de la cuenca, conocidos como formación Tarango (Juárez Camarena *et al.*, 2016).

A causa de la Sierra del Chichinautzin, se formó una presa natural que obstaculizó el drenaje natural de la cuenca, en la parte sur del sistema fluvial, dando origen al sistema de lagos, los cuales se conocen la actualidad como: Zumpango, Xaltocan, Texcoco, Xochimilco y Chalco.

### 2.5.2. Estratificación

En cuanto a la estratigrafía de la cuenca del Valle de México, se sabe que el basamento está constituido por sedimentos marinos del cretácico que han sido sepultados por rocas volcánicas.

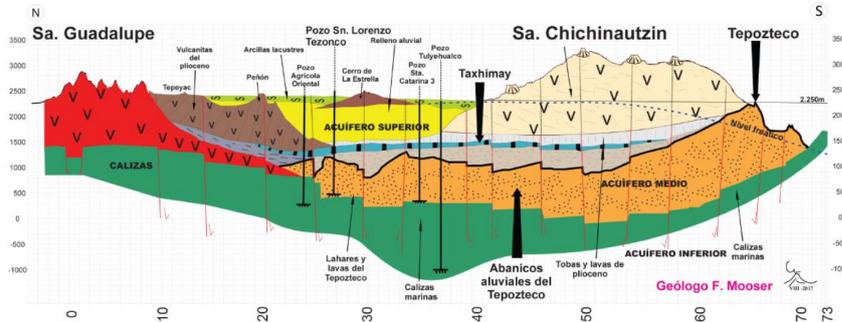
En las siguientes tablas se presenta una descripción de las formaciones que afloran dentro y cerca de la cuenca (Orozco *et al.*, 2002) .

- Formación Xochicalco: Es la unidad más antigua registrada, se depositó en un ambiente marino de cuenca profunda, aflora en la parte suroccidental con un espesor de 500 metros, la litología consiste en roca caliza con laminación fina y vetillas de calcita.

## 2. MARCO TEÓRICO

---

- Formación Morelos: Discordante por encima de Xochicalco, con un espesor de 900 metros con una litología de calizas dolomíticas interestratificadas con nódulo de pedernal.
- Formación Cuautla: Se depositó en un ambiente marino poco profundo, con un espesor de 200 a 750 metros, se localiza al sur de la Sierra de Tepoztlán y al norte de Zumpango.
- Formación Mexcala: Yace sobre la formación Morelos, con una litología de areniscas interestratificadas, limolitas y lutitas calcáreas con lentes de calizas.
- Grupo Balsas: Se dispone discordante por encima de las formaciones del cretácico y la secuencia superior, su litología consiste en conglomerado oligomítico calizo compacto con matriz limo-arcillosa, con un espesor aproximado de 500 metros.
- Riolita Tilzapotla: La litología consiste en una secuencia de tobas riolíticas, brechas tobáceas y aglomerados, se estima el espesor entre 150 y 250 metros.
- Grupo Pachuca: Consiste en rocas volcánicas asociadas al arco magmático de la Sierra Madre Occidental y a la Faja Volcánica Transmexicana.
- Rocas extrusivas Mioceno medio y tardío: Consiste en una secuencia de tobas, brechas volcánicas y lavas. Alguno de los lugares donde se encuentran son los cerros: El Judío, El elefante, Los Remedios, Jalpan, entre otros.
- Depósitos volcánicos Plioceno temprano: Su litología varía de andesita a dacita, se componen de tobas cristalinas, vítreas, líticas y pumíticas.
- Formación Otomí: Esta formación se encuentra aflorando en el occidente de la cuenca, la litología consiste en depósitos piroclásticos que presentan flujos lobulados, seguidos por flujos piroclásticos de cenizas, ya sea cristalina o vítrea, también se tienen brechas volcánicas, las cuales se encuentran cubiertas por ceniza vítrea.
- Formación de las Cruces: Se localiza en el límite suroccidental de la cuenca, la litología consta de pómez pliniana, secuencias de *surges* planares y/o masivos, cristalinos, vítreos, cubiertas de flujos piroclásticos.
- Formación Zempoala: Esta formación fue provocada debido a dos eventos eruptivos alineados de norte a sur, la litología consta de una secuencia de lavas andesíticas y depósitos piroclásticos, flujos de lava y brechas volcánicas.
- Riolita Navajas: Aflora en la parte Nororiental de la cuenca, y de manera local se encuentra en el cerro de las Navajas, la litología consiste de una secuencia riolítica de derrames lávicos, capas de brecha, toba interestratificados entre sí, el espesor se estima entre 300 y 500 metros.



**Figura 2.5:** Perfil estratigráfico de la Cuenca de México. Tomado de Mooser, 2018.

- Formación Popocatepetl: Esta unidad es la que le da formación al estratovolcán. En primera instancia se compone de *blast* piroclástico, posteriormente en rocas andesíticas ricas en olivino, se tienen derrames andesíticos, fragmentos de explosiones como pómez, cenizas plinianas, *surges*, al final se tienen sucesiones piroclásticas.
- Formación Chichinautzin: Aflora en la parte meridional, así como en la parte nororiental de la cuenca, la litología consta de lavas, extensas vesiculares, masivas o lajadas de composición andesítica-basáltica, que se atribuyen al vulcanismo monogenético principalmente de tipo estromboliano.
- Depósitos aluviales: Se encuentra extensamente distribuido rellenando amplios valles socavados. En la parte norte y sur de la cuenca se tiene material poco consolidado, compuesto por fragmentos de tamaño de grava, arena.
- Depósitos lacustres: Es una unidad de sedimentos clásticos y piroclásticos relacionados con la actividad volcánica del Popocatepetl y de la Sierra Chichinautzin, la cual fue depositada en un ambiente de tipo lacustre.

### 2.5.3. Zonificación

En 1324 los aztecas se asentaron en una pequeña isla localizada en una cuenca lacustre de México a las afueras del lago de Texcoco; la cual llamaron Tenochtitlán (Piedra surgiendo del agua). Fundaron la ciudad de México-Tenochtitlán que se diseñó con una apariencia cuadrada, formada de avenidas y canales ordenados alrededor de un centro ceremonial integrado por pirámides, así como de templos altos y palacios.

Los aztecas construyeron chinampas en el lago, compuestas principalmente de marcos de troncos atados con cuerdas, el interior se rellenó con tierra y fragmentos de roca,

## 2. MARCO TEÓRICO

---

con el objeto de crear una isla artificial, donde se cultivaron vegetales y flores.

En 1521, los españoles conquistaron México-Tenochtitlan, arrasaron los edificios hasta sus cimientos y fundaron sobre sus ruinas la Ciudad de México. Los españoles reconstruyeron la ciudad, y muchos de los canales prehispánicos se rellenaron con materiales gruesos y finos.

La Ciudad de México tuvo un lento crecimiento hasta la década de los años 40 cuando se inició la construcción de edificios altos, entre los cuales destaca la Torre Latinoamericana. Debido a que de la Ciudad de México fue construida sobre antiguos lagos, el subsuelo tiene propiedades peculiares. El contenido de agua es mayor del 400 %, la composición principalmente se basa en sedimentos heterogéneos, volcánicos, lacustres, con una proporción y variedad de microfósiles (ostrácodos y diatomeas) que adicionan compuestos solubles generados por la alteración de sus exoesqueletos y que forman parte de la microestructura del suelo. Esto influye de tal manera en su comportamiento que los suelos no pueden considerarse dentro de una clasificación simple.

Sin embargo, la manera de evitar algún siniestro relacionado con la edificación en la Ciudad de México es a través de la caracterización de las propiedades del suelo y la regulación de la construcción. El artículo 170 del capítulo VIII del Título sexto del reglamento de construcción de la Ciudad de México, la divide en tres zonas geotectónicas: Zona I o de Lomas, Zona II o de Transición y Zona III o Lacustre (NTC, 2017).

### 2.5.3.1. Zona I o de Lomas

Se le llama de esta forma debido a que se localiza en las partes más altas de la cuenca de México.

Está conformado principalmente por rocas o suelos muy competentes y por lo tanto poco deformables que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, la mayoría del suelo en esta zona está constituido por mantos de lava y material piroclástico que pueden ser intercalados por cuerpos arenosos en estado sueltos o cohesivos relativamente blandos. En la parte sur sus espesores suelen ser de gran tamaño.

En el sur, la zona de Lomas abarca desde las faldas de la Sierra de Chichinautzin hasta la cuenca de Chalco, y al norte, abarca el Peñón de los Baños, la Sierra de Guadalupe, el Cerro del Chiquihuite, el Cerro del Tigre, el Cerro de la Estrella y la Sierra de Santa Catarina.

### 2.5.3.2. Zona II o de Transición

Son depósitos que dividen la zona del Lago de la zona de Lomas, caracterizados por deltas poco extensos que se introdujeron en la zona del Lago. Debido a la forma en cómo se depositaron los clastos fluviales y aluviales se produjo una intercalación con estratos de arenas, limo-arenitas y las arcillas lacustres que se pueden encontrar a unos 20 metros de profundidad y además sus espesores suelen variables de centímetros a metros.

### 2.5.3.3. Zona III o de Lago

Se le conoce de esta forma porque se localiza en las regiones donde antiguamente existían lagos, en este caso en la cuenca de México los lagos de Texcoco y Xochimilco.

Está compuesta principalmente de depósitos de arcillas altamente compresibles intercalado por capas de limo, generalmente de mediana a altamente compactas, además suelen ser de espesores variables.

Como se ha observado y sustentado a lo largo de este capítulo, la geología del Valle de México es muy peculiar y debido a eso los fenómenos de amplificación de las ondas sísmicas son muy estudiadas en la práctica de la ingeniería civil, ya que se necesitan métodos con un grado de eficiencia mayor para estimar los espectros de respuesta de un edificio.

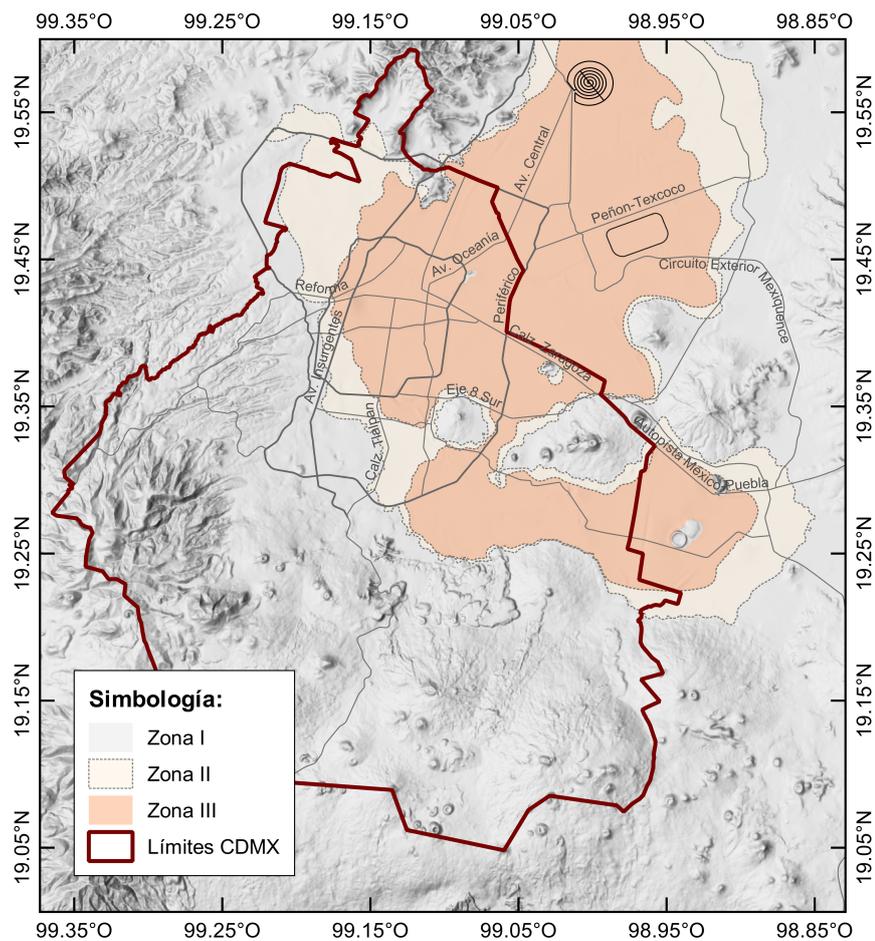
Así como se ha mencionado, la técnica de los cocientes espectrales propone que los efectos de sitio no son influenciados por el mecanismo focal, magnitud y localización del sismo, en el presente trabajo se analiza su influencia.

## 2.6. Regiones Sismotectónicas de México.

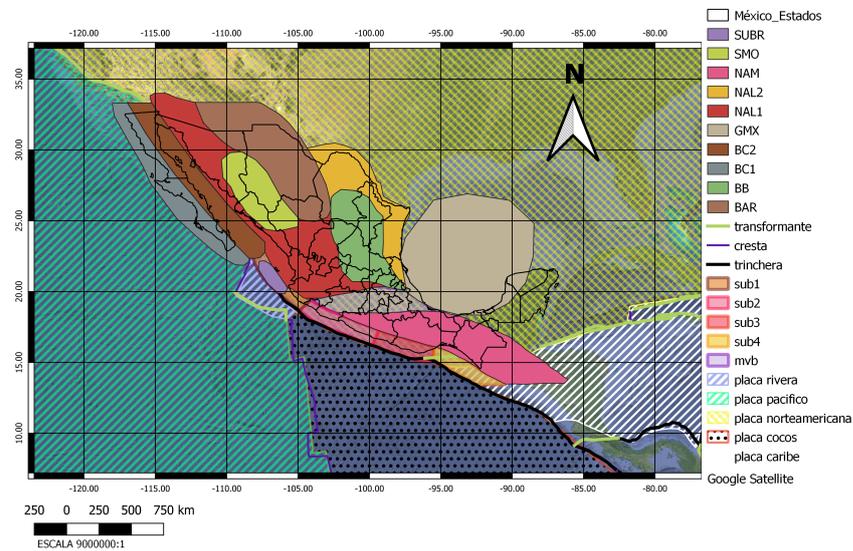
En México, hacer estimaciones de peligro y riesgo sísmico es de vital importancia debido a la frecuencia con la que se presentan los sismos destructivos en el territorio Nacional. Por este motivo, Zúñiga *et al.* (2017) elaboraron una regionalización sísmica basándose en características sísmicas, geológicas y tectónicas de México, empleado los mejores datos de sismicidad disponibles (incluye catálogos instrumentales e históricos) y completando catálogos sísmicos con base en las mejores aproximaciones de la localización epicentral y magnitud del sismo. La finalidad principal de esta regionalización es reducir la incertidumbre del peligro sísmico y aumentar la precisión de los mapas de riesgo.

## 2. MARCO TEÓRICO

---



**Figura 2.6:** Mapa de la cuenca de México. Se muestra la zonificación Geotécnica: Zona I, Zona II y Zona III y los límites estatales de la CDMX. Elaborado por la Unidad de Instrumentación Sísmica (UIS), IINGEN.



**Figura 2.7:** Regiones sismotectónicas de México de profundidad somera ( $h < 40$  km)

De acuerdo al catálogo recabado, y mediante la estimación de los parámetros  $a$  y  $b$  de la relación Gutenberg-Richter, las zonas sísmicas quedaron divididas en tres grupos representativos: 1) subducción interplaca, que ocurre a lo largo de la costa mexicana del Pacífico, 2) subducción intraplaca (in-slab), que se presenta dentro de las placas subducidas (Cocos y Rivera), 3) sismicidad cortical, asociada con la geología y tectónica regional. Como resultado, se obtuvieron 18 regiones (figuras 2.7 y 2.8) cuyos criterios de selección fueron los siguientes:

1. Localización hipocentral de eventos de características similares.
2. Mecanismos focales y tipo de fallamiento.
3. Complejidad de las funciones de fuente para grandes eventos de subducción.
4. Delimitación por medio de la historia sísmica regional.
5. El factor de acoplamiento observado en zonas de subducción Pacheco *et al.* (1993).

En la tabla 2.1 se presentan las características de cada región.

Sub1	$h < 40$	Zona de eventos interplaca, de subducción. Zona transicional entre la convergencia de las placas Norteamericana - Rivera y Cocos -Norteamericana
------	----------	--

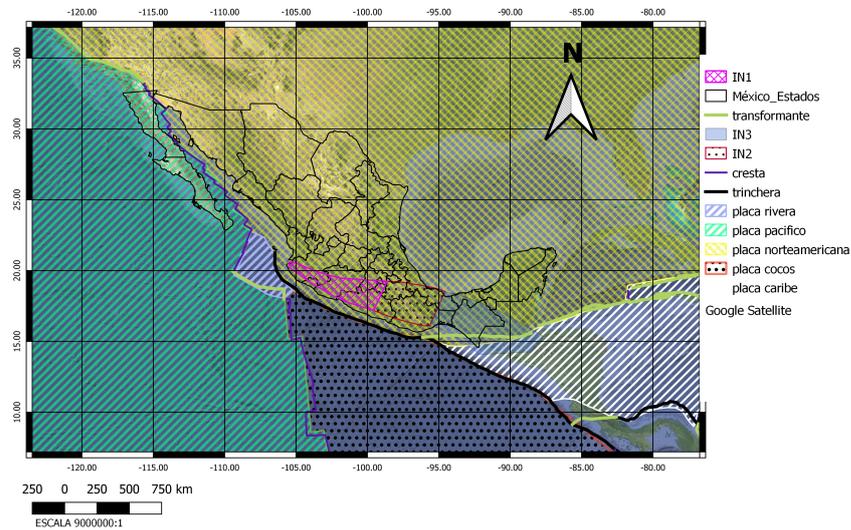
## 2. MARCO TEÓRICO

---

Sub2	$h < 40$	Zona de eventos interplaca de subducción. Convergencia placas Cocos-Norteamericana
Sub3	$h < 40$	Zona de eventos interplaca de subducción. Zona de transición de convergencia placas Cocos - Norteamericana
Sub4	$h < 40$	Zona de eventos interplaca de subducción. Zona de convergencia placas Cocos - Caribe
IN1	$40 \leq h < 180$	Zona de eventos intraplaca en placa de Cocos. Extensión a profundidad de zona SUB2
IN2	$40 \leq h < 255$	Zona de eventos intraplaca en placa de Cocos, zona transicional. Extensión a profundidad de zona SUB3
IN3	$40 \leq h < 460$	Zona de eventos intraplaca en placa de Cocos. Extensión a profundidad de zona SUB4
MVB	$h < 20$	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Norteamericana. Dentro de la provincia de la Faja Volcánica Transmexicana
NAM	$h < 20$	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Norteamericana. En la región sur-este del país, eventos no relacionados al régimen volcánico de la zona MVB
BC1	$h < 20$	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Pacífico. En el oeste de Baja California
BC2	$h < 15$	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Pacífico. En el este de Baja California, región de Cortéz
SMO	$h < 20$	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Norteamericana. En la provincia de la Sierra Madre Occidental
BAR	$h < 20$	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Norteamericana. Posible extensión de la provincia Rio Grande
BB	$h < 20$	Zona de eventos intraplaca (corticales) en placa Norteamericana. En la provincia de Cuenca de Burgos
RIV1	$h < 20$	Zona de eventos interplaca, generalmente con fallamiento normal. Interface placas Pacífico - Rivera
RIV2	$h < 20$	Zona de eventos interplaca, generalmente con fallamiento de corrimiento de rumbo. Interface placas Pacífico - Rivera
GMX	$h < 20$	Zona de eventos intraplaca en placa Norteamericana. En la provincia del Golfo de México
NAL	$h < 20$	Zona con escasa sismicidad, eventos intraplaca en placa Norteamericana. En la península de Yucatán

**Tabla 2.1:** Características principales de las regiones sismotectónicas de México

Las regiones utilizadas en el presente trabajo se describen a continuación. Es importante mencionar que la selección se basó en las diferencias entre los mecanismos focales y la localización de las fuentes en cada región.



**Figura 2.8:** Regiones sismotectónicas de México de profundidad intermedia ( $h \geq 40$  km).

- Sub1: En esta región prevalecen la parte poco profunda de las placas de Rivera y Norteamericana. En la parte oriental se localiza la extensión de la fractura de la placa de Rivera que choca con la trincheira, dónde también se ubica el graben llamado El Gordo. La parte occidental se caracteriza por tener poca actividad sísmica. Sin embargo los mecanismos focales muestran actividad de subducción.
- Sub2: Es la zona de mayor acoplamiento entre las placas Cocos y Norteamericana, comprende las costas de los estados de Colima, Michoacán, Guerrero y la parte oeste de Oaxaca. Esta zona presenta la mayor periodicidad de sismos con magnitudes  $M_w \geq 7.0$  Zúñiga *et al.* (2017).

Nishenko y Singh (1987) identificaron que la costa de Guerrero es una zona de alto peligro sísmico, debido a la teoría de la brecha. Durante los últimos 100 años ocurrieron 17 eventos con  $M_s \geq 7.0$ , los cuales han causado gran daño en varias ciudades. Los últimos y más representativos ejemplos de sismos de la zona son los del 19 y 21 de septiembre de 1985 con magnitudes  $M_w = 8.1$  y  $M_w = 7.6$ , respectivamente.

- Sub3: Es la zona transicional entre los dos principales segmentos de la subducción de la placa de Cocos. La sección occidental está delimitada por el cambio de sismicidad cerca de la zona de fractura O’Gorman, y en la parte oriental por la

## 2. MARCO TEÓRICO

---

zona de fractura de Tehuantepec.

La frecuencia radiada en alta frecuencia es relativamente mayor en Sub3 respecto a Sub2, lo que sugiere que posiblemente los eventos sísmicos en Sub3 tengan una caída de esfuerzos más grande, generando alta energía en periodos que sean de interés en cuestiones ingenieriles. Zúñiga *et al.* (2017) .

- Sub4: Esta región comprende la zona de subducción de la placa de Cocos por debajo de los estados de Oaxaca y Chiapas.
  
- IN1: Región que corresponde a la sismicidad intraplaca bajo las regiones SUB1 y SUB2, cuyos sismos muestran mecanismos focales de tipo normal principalmente, con sus ejes de máxima tensión en dirección paralela al echado de la placa subducida. Los eventos ocurren en las placas de Rivera y Cocos, con un rango de profundidad entre 40 y 180 km, con mayor frecuencia alrededor de los 120 km de profundidad.
  
- IN2: Los hipocentros en esta región están en el rango de  $40 \leq h < 250$  Km. Los sismos se localizan más adentro de la trinchera en relación con zonas vecinas. Sin embargo, tiene una ausencia de sismos in-slab a distancias entre 100 y 200 km de la trinchera. Es la continuación en profundidad de la región Sub3.

---

## Capítulo 3

# Metodología.

---

En este capítulo se detalla el procedimiento que se llevó a cabo para alcanzar los objetivos planteados. Comenzando por el cálculo del desplazamiento mediante las ecuaciones de campo para un medio completo que se presentan por Aki y Richards (2002) (ec. 2.2) . Posteriormente se computan los cocientes espectrales (ec. 2.12) mediante el cociente de la media cuadrática de los desplazamientos horizontales, obtenidos en las estaciones de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) y Ciudad Universitaria (CU).

La segunda etapa consiste en el cálculo de la respuesta sísmica mediante el Método Indirecto de Elementos de Frontera (MIEF). Para llevar a cabo esta tarea, se propone un modelo geométrico de la cuenca de México y se estiman los desplazamientos considerando tres escenarios diferentes: los primeros dos constan de resolver el problema de superficie libre con la excitación de una fuente puntual y la incidencia de una onda elástica. El tercer escenario consiste en resolver el problema de una capa con semiespacio bajo la excitación de una onda elástica.

Finalmente, se utiliza la respuesta sísmica generada con el MIEF bajo la excitación de una onda SH para ángulos de incidencia entre 0 y 45°. A través de estos desplazamientos se obtienen los cocientes espectrales para un receptor de referencia situado en zona de roca.

En la última etapa, se utiliza la regionalización de Zúñiga *et al.* (2017) para clasificar los epicentros de los eventos sísmicos registrados en las estaciones SCT y CU. Por medio de esta clasificación, se calculan los cocientes espectrales SCT/CU en cada región sismogénica seleccionada.

Al final, se estima la varianza por frecuencia de los cocientes espectrales obtenidos en cada región sismogénica.

#### 3.1. Cálculo de los cocientes espectrales obtenidos con las ecuaciones de desplazamientos para un medio completo

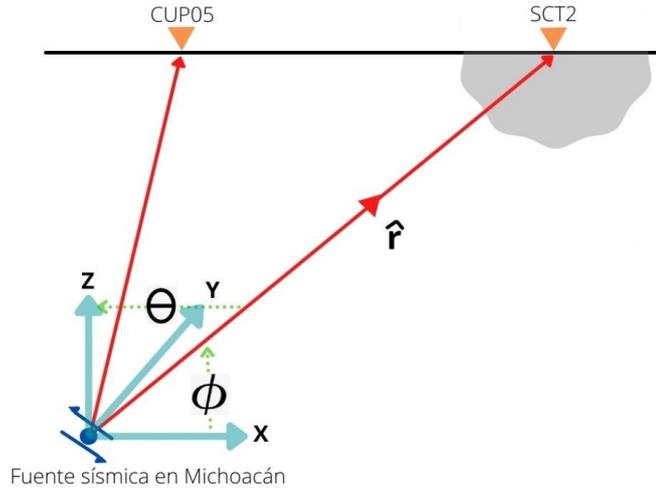
Las ecuaciones de campo para un medio completo, permiten calcular los desplazamientos partiendo de la suposición de que el medio de propagación de la onda elástica es homogéneo e isótropo. De esta manera, debido a que el medio es completo, los desplazamientos calculados en las estaciones sísmicas de la Ciudad de México no presentarían efectos de sitio y serían consecuencia de los efectos de trayecto y fuente. Ocasionando que los cambios en las amplificaciones estén relacionados directamente con la contribución del patrón de radiación. En ese sentido, al momento de obtener el cociente espectral de las transformadas de Fourier de los desplazamientos totales, se resaltan las proporciones entre los trayectos de la onda debido a la fuente.

Para conocer como varían los cocientes espectrales, se debe prestar atención a los aspectos relacionados con la fuente que modifican su amplitud. En el presente trabajo, se presenta un análisis de como se modifican las componentes del desplazamiento y los cocientes espectrales o funciones de transferencia empíricas, considerando fuentes puntuales con diferentes azimut y distintas localizaciones.

Con este propósito, se utilizan cuatro dislocaciones puntuales que se situaron en la costa de los estados de Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas. Además, se eligió situar una quinta dislocación en las coordenadas del epicentro del sismo del 19 de septiembre de 2017, en los límites estatales de Puebla-Morelos. Una última dislocación se situó en la Ciudad de México, para observar el comportamiento del campo cercano. Los seis epicentros fueron considerados de manera que se ubicaran en la regionalización propuesta por Zúñiga *et al.* (2017), en particular en las zonas Sub2, Sub3, Sub4, IN1, IN2, IN3 y MVB.

Conviene subrayar que las regiones IN1, IN2 e IN3 se combinaron (IN1-IN2-IN3) con la intención de homogeneizar las zonas sismogénicas debajo de la zona NAM. Por otro lado, el hecho de que las fuentes se encuentren en las zonas sismogénicas Sub2, Sub3, Sub4, IN1-IN2-IN3 y MVB, asegura que se tengan diferentes valores de azimut, y por consecuente diferentes patrones de radiación.

Las estaciones sísmicas donde se calculan los desplazamientos son las siguientes: Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) y Ciudad Universitaria (CU). En la figura 3.2 se puede observar la distribución geográfica de las fuentes y estaciones que se utilizan. Es importante mencionar, que las estaciones sísmicas SCT y CU fueron tomadas en cuenta, ya que la primera se localiza en zona de lago y la segunda en zona de Lomas.



**Figura 3.1:** Sistema de coordenadas esféricas mediante el cual se calculan los desplazamientos asociados a una dislocación puntual.

Con relación al cálculo de los desplazamientos en cada estación sísmica (ec. 2.2), el primer paso consiste en obtener los cosenos directores (ec. 2.3) con base en un sistema de referencia que va cambiando con la fuente. Es decir, la dislocación  $F_i$  (con  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) es el origen del sistema de referencia y a través del cual se miden los ángulos  $\phi$  y  $\theta$  (figura 3.1).

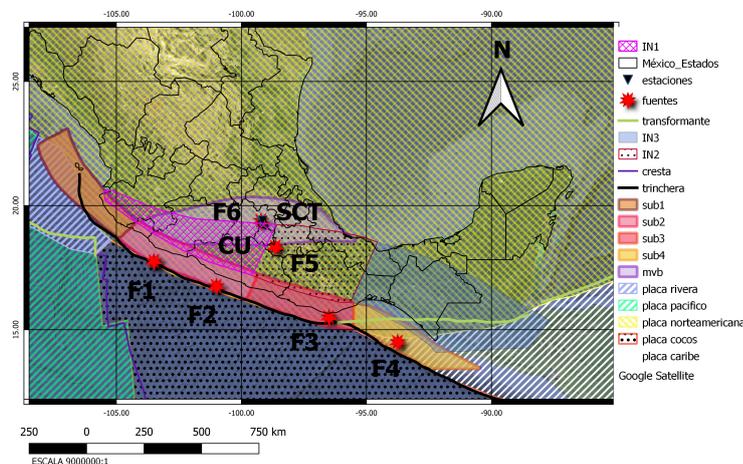
El segundo paso consiste en calcular la transformada de Fourier de los tensores de momento sísmico trasladados (ver 2.2). Sin embargo, el procedimiento se simplifica a solamente multiplicar el tensor de momento sísmico por exponenciales complejas que dependen de la distancia fuente-receptor y la velocidad de la onda. Finalmente, a ese resultado se le multiplican los cosenos directores o patrones de radiación, obteniendo así los desplazamientos en el dominio de la frecuencia.

Es importante mencionar, que el desplazamiento total es un campo vectorial. Debido a esto, se obtiene la media cuadrática de las componentes horizontales para cada desplazamiento medido en las estaciones CU (ec. 2.10) y SCT (ec. 2.11). Posteriormente, se calcula el cociente espectral SCT/CU mediante la división de las medias cuadráticas (ec.2.12). Por supuesto que este procedimiento se repite con cada fuente  $F_i$ .

Por último, es necesario subrayar que los cocientes espectrales (ecuación 2.12) son dominados por los patrones de radiación de las ondas elásticas. Además, están multiplicados por un factor que depende de la distancia. Por consiguiente, es razonable pensar que el término que más contribuye está asociado al campo lejano si las estaciones se

### 3. METODOLOGÍA.

---



**Figura 3.2:** Mapa de la República Mexicana. Las estrellas rojas denotan las dislocaciones puntuales. Los triángulos negros indican la posición de las estaciones donde se calculan los desplazamientos con las ecuaciones de campo para un medio completo.

encuentran a grandes distancias del epicentro, ya que, el factor  $1/r$  es el que menos pondera en la ecuación antes mencionada.

### 3.2. Estimación de la respuesta sísmica mediante el Método Indirecto de Elementos de Frontera

Las ecuaciones de campo para un medio completo permiten calcular los desplazamientos sin efectos de sitio. Sin embargo, este modelo hipotético no es suficiente para probar que el azimut y localización de la fuente influyen de manera significativa en la amplificación de los cocientes espectrales. Por este motivo, se requiere un método cuyo modelo aproxime el comportamiento dinámico del suelo cuando se presenta un evento sísmico, y así obtener la variación en las amplitudes de los cocientes espectrales o función de transferencia empírica.

Una metodología analítica que permite conocer la respuesta sísmica del suelo, es el Método Indirecto de Elementos de Frontera (MIEF). Puesto que, como su nombre lo indica, consiste en discretizar la frontera del modelo geométrico propuesto, en nodos equidistantes, a partir de los cuales se calculan los desplazamientos y tracciones mediante soluciones fundamentales del problema de elasticidad. Es importante mencio-

nar, que en esta técnica hay dos tipos de nodos: los nodos de la malla (que son aquéllos donde se determinan las tracciones y desplazamientos) y los nodos receptores (que son donde se obtienen los desplazamientos totales, es decir, el campo difractado, que es la solución del sistema de ecuaciones en 2.39 y 2.40, más el campo incidente de la onda elástica ).

Por otra parte, la respuesta sísmica obtenida con el MIEF depende directamente del modelo geométrico utilizado. En ese sentido, el modelo que mejor aproxima los efectos de sitio en la Cuenca de México es el implementado por Kawase y Aki (1989), y es el que se propone en el presente trabajo. Con la finalidad de observar el comportamiento de los efectos de sitio de manera analítica. Se propone resolver el MIEF mediante tres casos hipotéticos: el primero resuelve el MIEF suponiendo un semiespacio (frontera libre) y la excitación de una fuente puntual (figura 3.3); el segundo se realiza con las mismas condiciones que el primero con la salvedad de que la excitación es mediante una onda elástica (figura 3.4); el tercero resuelve el MIEF utilizando un semiespacio y una capa bajo la excitación de una onda elástica (figura 3.5).

La intención de proponer los casos anteriores es ilustrar el comportamiento del campo difractado en cada uno. Por ejemplo, en el caso con frontera libre, dado que no hay inclusiones, el campo difractado es nulo. Mientras que en el caso del semiespacio con una capa, el campo difractado va a depender del ángulo de incidencia de la onda elástica. Esto sugiere, que el campo difractado provocado por la inclusión es equivalente al movimiento del suelo originado por los efectos de sitio en la Ciudad de México. Por lo que si se excita al medio con una onda elástica SH con ángulos de incidencia entre 0 y 45°, es similar al desplazamiento generado por las componentes horizontales en sismos con diferentes distancias epicentrales.

### 3.2.1. Sistema de ecuaciones para frontera libre y semiespacio.

En este primer enfoque, se resuelven las ecuaciones generales del MIEF, es decir, ec.2.39 y ec.2.40. Entonces, para darle solución al sistema 3.1 y 3.2, debe tomarse en cuenta que las fuerzas de cuerpo son nulas y considerar una superficie libre ( tomadas de Sánchez-Sesma y Campillo, 1991),

$$u_i^{(d)}(x) = \int_S \phi_j(\xi) G_{ij}(x, \xi) dS_\xi, \quad (3.1)$$

$$\frac{1}{2} \delta_{ij} \phi_j(x) + \int_S \phi_j(\xi) T_{ij}(x, \xi) dS_\xi = -t_i^{(0)}(x). \quad (3.2)$$

Se hace evidente en la ecuación 3.1, que el campo difractado en el punto  $x$ , es la suma de las contribuciones del tensor de Green ponderadas por una  $\phi$ .

### 3. METODOLOGÍA.

---

Por otro lado, haciendo la suposición de que la frontera se puede fraccionar en  $N$  segmentos iguales, y también que el punto de colocación  $\xi$  se encuentra a la mitad de cada segmento, la discretización de la ecuación 3.2, es la siguiente:

$$\sum_{l=1}^N \phi_j(\xi_l) t_{ij}(x_n, \xi_l) = -t_i^{(0)}(x_n), \quad (3.3)$$

donde  $t_{ij}(x_n, \xi_l) = \frac{1}{2} \delta_{ij} + \int_S T_{ij}(x_n, \xi) dS_\xi$ .

Con base en los mismos criterios que se ocuparon para la ecuación anterior, la discretización de la ec.3.1 queda de la siguiente manera:

$$u_i^{(d)} = \sum_{l=1}^N \phi_j(\xi_l) g_{ij}(x_n, \xi_l), \quad (3.4)$$

donde  $g_{ij}(x_n, \xi_l) = \int_S G_{ij}(x_n, \xi) dS_\xi$ .

Es importante mencionar, que las ecuaciones anteriores generan un sistema matricial lineal.

#### 3.2.2. Sistema de ecuaciones para una capa y semiespacio.

En este segundo enfoque, se hace el supuesto que la cuenca está rellena de un material homogéneo de menor velocidad que el basamento. Es decir, la capa es equivalente a la cuenca y el basamento es similar al semiespacio. Por esta razón, las ecuaciones que se resuelven aquí son un poco más complicadas, ya que, se deben considerar las condiciones de compatibilidad en ambos medios, las cuales son: tracciones y desplazamiento continuos.

Para este caso, el desplazamiento en el semiespacio ( $u_i^{(E)}$ ) se compone de la suma del campo incidente ( $u_i^{(0)}$ ) con el campo difractado ( $u_i^{(d)}$ ). Al igual que en el caso de frontera libre, se puede establecer que el campo difractado para el semiespacio es:

$$u_i^{(d)}(x) = \int_{\partial E} \phi_j^E(\xi) G_{ij}^E(x, \xi) dS_\xi; \quad (3.5)$$

mientras que el campo refractado para la capa, que se denotará como medio  $R$ , es

$$u_i^{(r)}(x) = \int_{\partial R} \phi_j^R(\xi) G_{ij}^R(x, \xi) dS_\xi. \quad (3.6)$$

Si se consideran las condiciones de superficie libre y las condiciones de compatibilidad para ambos medios, el sistema de ecuaciones que se debe resolver es el siguiente (tomadas de Sánchez-Sesma *et al.*, 1993):

$$\begin{aligned}
 0.5\phi_j^E(\xi) + \int_{\partial E} \phi_j^E(\xi) G_{ij}^E(x, \xi) dS_\xi &= 0, \\
 -0.5\phi_j^R(\xi) + \int_{\partial R} \phi_j^R(\xi) G_{ij}^R(x, \xi) dS_\xi &= 0, \\
 \int_{\partial E} \phi_j^E(\xi) G_{ij}^E(x, \xi) dS_\xi - \int_{\partial R} \phi_j^R(\xi) G_{ij}^R(x, \xi) dS_\xi &= -u_i^{(0)}(x), \\
 0.5\phi_j^E(\xi) + 0.5\phi_j^R(\xi) + \int_{\partial E} \phi_j^E(\xi) T_{ij}^E(x, \xi) dS_\xi - \int_{\partial R} \phi_j^R(\xi) T_{ij}^R(x, \xi) dS_\xi &= -t_i(x).
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Es importante mencionar que la discretización de las ecuaciones anteriores se hacen de manera similar al caso con superficie libre e igual generan un sistema lineal de matrices densas.

### 3.2.3. Soluciones fundamentales

Son las funciones que permiten resolver el sistema de ecuaciones que se mencionó en las secciones anteriores están asociadas a la función de Green y a las tracciones en cada nodo de la malla. Es importante mencionar, que surgen de resolver el problema de ecuaciones integrales en la elastodinámica. A continuación, se presentan las soluciones fundamentales, según el tipo de onda elástica que se utiliza para excitar el medio (tomadas de Sánchez-Sesma y Campillo, 1991):

- Incidencia del tipo SH:

$$G_{22} = \frac{1}{i4\rho} \frac{H_0^{(2)}(kr)}{\beta^2}, \tag{3.8}$$

$$T_{22} = \frac{i}{4r} D(kr) \gamma_k n_k.$$

- Incidencia del tipo P-Sv:

$$G_{i,j} = \frac{1}{i8\rho} [\delta_{ij} A - (2\gamma_i \gamma_j - \delta_{ij}) B] \quad i, j = 1, 3, \tag{3.9}$$

$$T_{ij} = \frac{i\mu}{2\rho r} \left\{ \left[ B + \frac{\lambda D(qr)}{2\mu\alpha^2} \right] \gamma_j n_i + \left[ B + \frac{D(kr)}{2\beta^2} \right] x [\gamma_i n_j + \gamma_k n_k \delta_{ij}] + (C - 4B) \gamma_i \gamma_j \gamma_k n_k, \right\}$$

donde :

$$A = \frac{H_0^{(2)}(qr)}{\alpha^2} + \frac{H_0^{(2)}(kr)}{\beta^2},$$

$$B = \frac{H_2^{(2)}(qr)}{\alpha^2} - \frac{H_2^{(2)}(kr)}{\beta^2},$$

$$C = \frac{D(qr)}{\alpha^2} - \frac{D(kr)}{\beta^2},$$

$$D(p) = pH_1^{(2)}(p).$$

### 3.2.4. Solución al sistema de ecuaciones

Lo primero que debe considerarse al resolver el MIEF, es la geometría, ya que de ella dependerá la discretización de la malla. Por consiguiente, el modelo geométrico que se propone para la cuenca de México, es uno implementado por Kawase y Aki (1989). La forma de la cuenca se representa mediante un trapecio regular rotado 180° con 10 kilómetros de base por 1 kilómetro de altura con ángulos transversales del trapecio de 26.6°. En este caso se tomó la altura del trapecio como si fuera la profundidad de la cuenca.

Lo segundo que se define, es el periodo del sismograma sintético que se quiere calcular. En el presente trabajo se considera un periodo de 10 segundos con una tasa de muestreo de 0.1. Posteriormente, se obtiene el conjunto de frecuencias a resolver con el MIEF.

Es importante subrayar que todos los elementos del conjunto de frecuencias son múltiplos del espaciamiento en frecuencia y la frecuencia cero. Además, tiene una forma parecida a la ecuación 3.10:

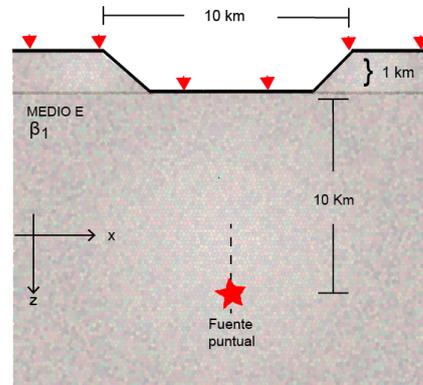
$$\mathcal{F} = \{f_0, f_0\Delta f, f_0(2\Delta f), \dots, f_0(N-1)\Delta f\}, \quad (3.10)$$

donde  $\Delta f$  el espaciamiento de muestreo en frecuencia y  $f_0$  es la frecuencia cero del sistema.

Al finalizar las dos etapas anteriores, se resuelve el MIEF para los casos de frontera libre y una capa con semiespacio.

#### Caso 1:

La primera manera de calcular la respuesta del basamento, es a través de la excitación provocada por una fuente puntual localizada a 10 kilómetros de profundidad. Se hace la consideración de que la cuenca está vacía, como se observa en la figura 3.3. Por lo tanto, se resuelve un problema de superficie libre para los sistemas de ecuaciones de



**Figura 3.3:** Modelo geométrico de la cuenca de México basado en el propuesto por Kawase y Aki (1989). La estrella roja denota una fuente puntual a 10 km de profundidad. Los triángulos rojos simbolizan las estaciones donde se calculan los desplazamientos.

la onda P-Sv y SH. Es importante subrayar que se colocan 105 receptores a lo largo de la geometría y tienen un espaciamiento de 0.25 km entre sí.

Los parámetros iniciales del MIEF son los siguientes:

- $\beta = 2.5$  [km/s]: Velocidad de onda S.
- $\alpha = \sqrt{3}\beta$  [km/s]: Velocidad de onda P.
- $dt = 0.1$  [s]: Separación entre muestras de tiempo.
- $T = 10$  [s]: Periodo del sismograma sintético.
- $f_0 = 0.01$  [Hz]: Frecuencia cero.

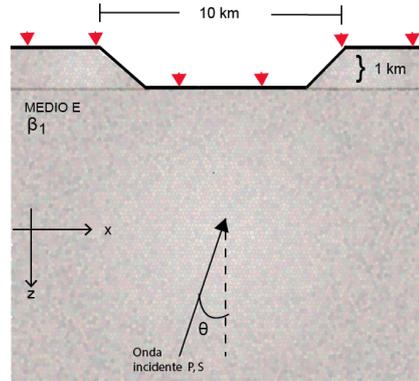
Caso 2:

En la segunda forma de obtener la respuesta, se mantiene el supuesto que la cuenca está vacía, es decir, se tiene un problema de superficie libre. Sin embargo, la excitación proviene de una onda elástica con un ángulo de incidencia, ya sea onda P u onda SH. El esquema relacionado con el problema se puede visualizar en la figura 3.4. Cabe mencionar, que la distribución espacial de los 105 receptores nuevamente se hace a lo largo de la topografía y se mantiene el espaciamiento de 0.25 km.

Los parámetros iniciales del MIEF son los siguientes:

### 3. METODOLOGÍA.

---



**Figura 3.4:** Modelo geométrico de la cuenca de México basado en el propuesto por Kawase y Aki (1989). En esta ocasión se supone la incidencia de una onda elástica con ángulo de incidencia  $\theta$ ; los triángulos rojos representan las estaciones donde se calculan los desplazamientos.

- $\beta = 2.5$  [km/s]: Velocidad de onda S.
- $\alpha = \sqrt{3}\beta$  [km/s]: Velocidad de onda P.
- $dt = 0.1$  [s]: Separación entre muestras de tiempo.
- $T = 10$  [s]: Periodo del sismograma sintético.
- $f_0 = 0.01$  [Hz]: Frecuencia cero.

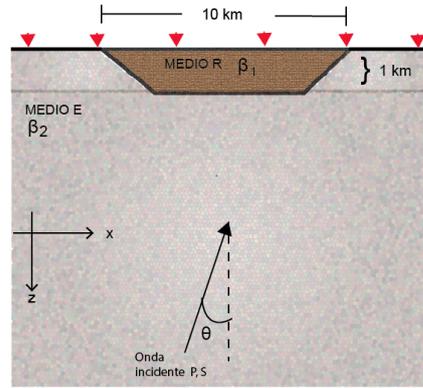
#### Caso 3:

Para esta ultima forma de calcular la respuesta sísmica del basamento, se hace el supuesto que la cuenca está llena de un material de menor velocidad que el basamento(lo que está fuera del trapecio). Debido a esto, para conocer la respuesta se colocan los 105 receptores en superficie como se observa en la figura 3.5 con un espaciamiento de 0.25 km.

El sistema de ecuaciones que se resuelve es el que involucra una capa y un semiespacio, considerando la excitación de una onda elástica (SH o P-Sv) con un ángulo de incidencia dado.

Los parámetros iniciales del MIEF son los siguientes:

- $\beta_1 = 1.0$  [km/s]: Velocidad de onda S en el medio 1.



**Figura 3.5:** Modelo geométrico de la cuenca de México basado en el propuesto por Kawase y Aki (1989). En esta ocasión se asume que la cuenca está rellena de un medio cuya velocidad es menor que la del semiespacio. También se utiliza la incidencia de una onda elástica con ángulo de incidencia  $\theta$ ; los triángulos rojos representan las estaciones donde se calculan los desplazamientos.

- $\alpha_1 = \sqrt{3}\beta$  [km/s]: Velocidad de onda P en el medio 1.
- $\beta_2 = 2.5$  [km/s]: Velocidad de onda S en el medio 2.
- $\alpha_2 = \sqrt{3}\beta$  [km/s]: Velocidad de onda P en el medio 2.
- $dt = 0.1$  [s]: Separación entre muestras de tiempo.
- $T = 10$  [s]: Periodo del sismograma sintético.
- $f_0 = 0.01$  [Hz]: Frecuencia cero.

Por último, el desplazamiento obtenido en cada receptor se convoluciona con una ondícula de Ricker de frecuencia de corte  $f_c = 0.25$  Hz (2 Segundos). De este modo, se generan los sismogramas sintéticos en cada caso que se resuelve.

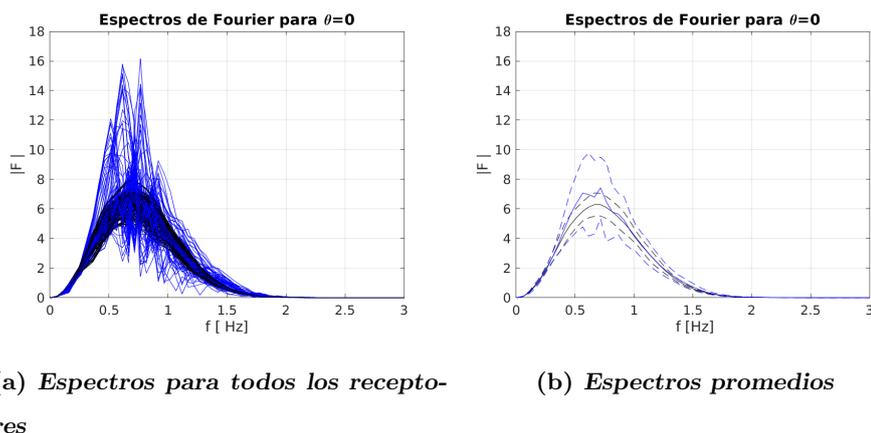
### 3.2.5. Cálculo de la variabilidad de los cocientes espectrales sintéticos.

Anteriormente se menciona, que el MIEF permite caracterizar los efectos de borde en una geometría irregular. De este modo, los efectos de borde que nos interesa analizar están relacionados con la incidencia de la onda SH. Debido a que las componentes horizontales del desplazamiento se utilizan para obtener los cocientes espectrales.

### 3. METODOLOGÍA.

---

De esta manera, se resuelve el MIEF para el caso SH considerando variaciones del ángulos de incidencia entre 0 y 45°. Por ende, se obtiene un total de 46 respuestas sísmicas diferentes por receptor. En la figura 3.6(a) se pueden visualizar los espectros de Fourier de la respuesta sísmica para todos los receptores con una incidencia vertical.



**Figura 3.6:** Espectros de Fourier para una incidencia vertical de onda SH. (a) En negro se presentan los espectros para un semiespacio y en azul, los espectros para una capa con semiespacio. (b) En negro se visualizan el cociente promedio (línea negra continua) y el cociente promedio  $\pm 1\sigma$  (líneas negras punteadas) para un semiespacio y en azul, el cociente promedio (línea azul continua) y el cociente promedio  $\pm 1\sigma$  (líneas azules punteadas) para un semiespacio con una capa.

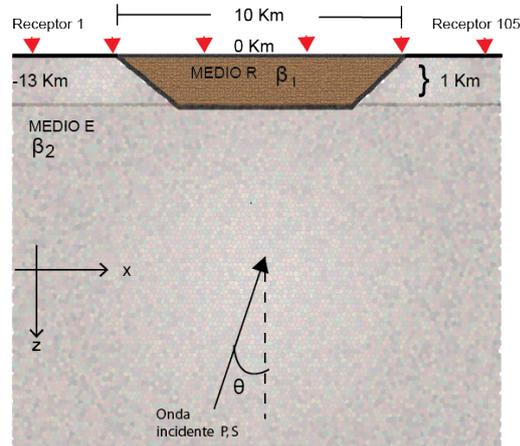
Una vez obtenidas las respuestas sísmicas para las 46 variaciones del ángulo de incidencia, se agrupan los desplazamientos calculados de un mismo receptor. Posteriormente, al momento de obtener el cociente espectral se deben considerar dos cosas: primero, cada receptor tiene 46 desplazamientos que están asociados a los ángulos 0 y 45° y segundo, el receptor 1 se toma como referencia, debido a que se encuentra en roca dura (figura 3.7).

Tomando en cuenta lo anterior, el cálculo del cociente se debe obtener para desplazamientos con el mismo ángulo de incidencia. De este modo, se obtienen 46 cocientes espectrales por receptor. Es decir, uno por ángulo de incidencia.

Usualmente, los espectros cocientes tienen picos pronunciados. Por ende, se le aplica una transformación logarítmica a los datos para suavizar las amplitudes del espectro y así evitar errores altos en las estimaciones.

También, una herramienta que se utiliza de manera frecuente para suavizar los

### 3.2 Estimación de la respuesta sísmica mediante el Método Indirecto de Elementos de Frontera



**Figura 3.7:** Se muestra la disposición del receptor 1, en la esquina inferior izquierda, y del receptor 105 en la esquina superior derecha.

cocientes espectrales, es el filtro de Konno-Ohmachi (Konno y Ohmachi, 1998), el cual se describe con la ecuación 3.11:

$$K = \frac{\text{sen} \left( \log_{10} \left( \frac{f}{f_c} \right)^b \right)}{\left( \log_{10} \left( \frac{f}{f_c} \right)^b \right)^4}, \quad (3.11)$$

donde

- $f$ : es la frecuencia.
- $f_c$ : es la frecuencia central.
- $b$ : es el coeficiente del ancho de banda.

Cabe mencionar, que el filtro de la ec. 3.11, es efectivo para suavizar en altas frecuencias (como se explica en Pérez-Rocha *et al.*, 2000), mientras que las amplitudes en bajas frecuencias suele dejarlas intactas. Sin embargo, dado que el interés del presente trabajo es comprobar que las amplitudes en los cocientes espectrales es alta, el filtro de Konno-Ohmachi se omite.

Por otro lado, ya obtenidos los cocientes espectrales por receptor, y dado que no se les aplicó algún procesamiento previo, se procede a cuantificar la variación en las

### 3. METODOLOGÍA.

---

amplitudes.

Uno de los aspectos importantes que se deben corroborar previo al cálculo de los cocientes espectrales promedios, es que por frecuencia las amplitudes se distribuyan log-normal. Por este motivo, se realiza una prueba de bondad de ajuste conocida como Kolmogorov-Smirnov a las 46 muestras por cada frecuencia. Como resultado de la prueba, se obtiene que en el 80% de los casos no se rechaza la hipótesis nula (la hipótesis nula de esta prueba es que los datos se distribuyen log-normal).

Ya satisfecha la condición de que las amplitudes por frecuencia tengan una distribución lognormal. Se procede con la estimación paramétrica de  $\mu$  y  $\sigma^2$  para cada frecuencia del espectro cociente. De esta manera, ya teniendo la media y varianza para cada frecuencia, se obtiene el espectro cociente promedio.

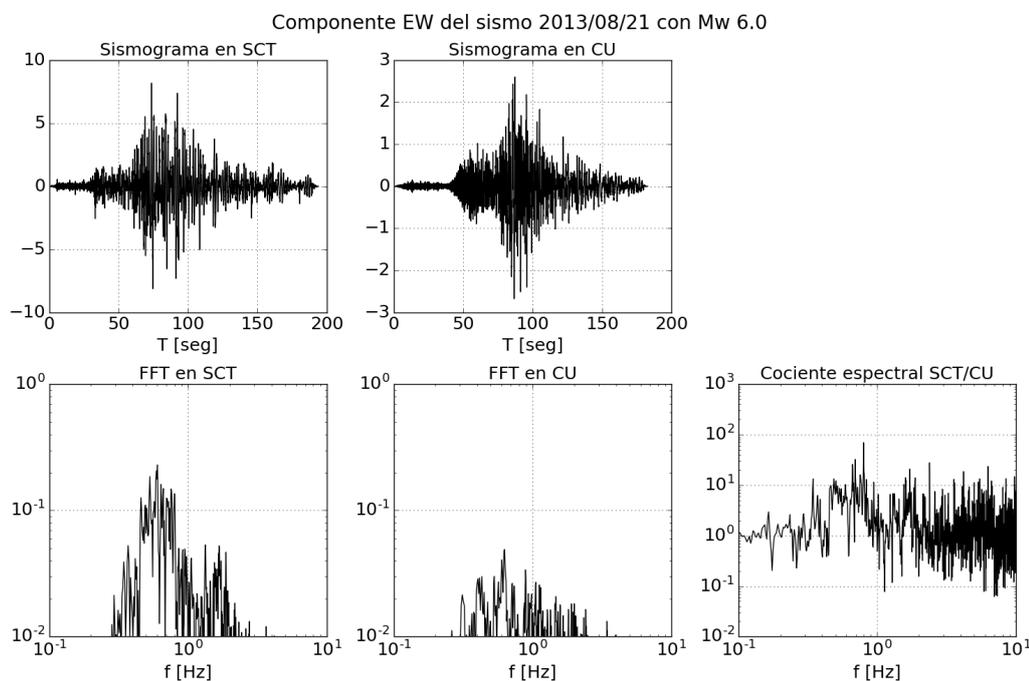
Es importante mencionar, que la estimación de parámetros se lleva a cabo para todos los receptores. Es decir, se calcula el cociente espectral promedio para cada receptor.

### 3.3. Cálculo de la variabilidad de los cocientes espectrales de registros sísmicos

En las secciones anteriores se establecieron dos enfoques diferentes para calcular de manera analítica los cocientes espectrales. Las ecuaciones de desplazamientos para un medio completo y el método de elemento de frontera. La finalidad de considerar estas dos técnicas, es ilustrar el comportamiento en las amplitudes de los cocientes espectrales considerando casos completamente hipotéticos. Ya que si en casos hipotéticos los cocientes tienen variaciones grandes, es razonable pensar que la función de transferencia empírica obtenida con eventos sísmicos reales también presentará cambios grandes. En ese sentido, en el presente trabajo se desea ratificar si la variabilidad de los cocientes espectrales es pequeña si se toma como referencia un registro en zona de Lomas.

Con la finalidad de comprobar, si la variación de las amplitudes en los cocientes espectrales es provocada por el azimut y localización de la fuente. Se obtuvieron 30 registros de aceleración para la estación Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) y 45 para la estación de Ciudad Universitaria (CU) de la página oficial del Instituto de Ingeniería de la UNAM (IINGEN), y 47 registros para la estación SCT y 15 para la estación de CU proporcionados por la Unidad de Instrumentación Sísmica (UIS). Como resultado se adquirieron 77 registros de aceleración para la estación SCT (Tabla 3.2) y 60 para la estación CU (Tabla 3.1). También se contempló que las magnitudes superiores o iguales a 5.5, y fechas a partir del 1 de enero del 2013 hasta 31 de octubre del 2020. Los instrumentos utilizados son K2 en la estación SCT y AL-TUS ETNA en CU, ambos de la marca Kinometrics con una tasa de muestreo(mps) de

### 3.3 Cálculo de la variabilidad de los cocientes espectrales de registros sísmicos



**Figura 3.8:** Elaboración de un cociente espectral. Se muestran los sismogramas registrados en las estaciones SCT y CU, del sismo del 21 de agosto de 2013, con Mw 6. En la izquierda se observa el sismograma registrado en SCT y abajo su transformada de Fourier, en la parte central se observa el sismograma en CU y abajo su FFT, por último en la derecha se presenta el cociente espectral SCT/CU.

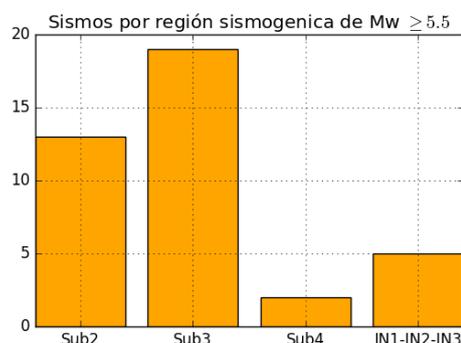
100/200/250 y frecuencia natural de 50 [Hz].

El primer paso que se lleva a cabo, es corregir por línea base e instrumento los registros. En la figura 3.8 se presentan dos sismogramas de las fechas 21 de agosto de 2013, su transformada de Fourier discreta y el cociente espectral de las estaciones SCT y CU. Cabe subrayar, que no se procesan los espectros de Fourier o los cocientes espectrales, el motivo se aborda más adelante.

Posterior al procesamiento de las señales, se elabora un algoritmo de clasificación para dividir los epicentros en algunas de las regiones sismogénicas propuestas por Zúñiga *et al.* (2017). Teniendo como resultado 13 en Sub2, 19 sismos en Sub3, 2 en Sub4, y 5 en IN1-IN2-IN3 (figura 3.9). Se hace evidente que los sismos en la zona de sub4 son muy pocos para realizar un análisis estadístico. Por lo que se calculan los espectros cocientes sólo para las regiones sub2, sub3 e IN1-IN2-IN3.

### 3. METODOLOGÍA.

---



**Figura 3.9:** Cantidad de sismos por región sismogénica. Las de barras indican la cantidad de sismos utilizados en las regiones sismogénicas Sub1, Sub2, Sub3 e IN1-IN2-IN3.

Es importante mencionar, que las zonas IN1, IN2 e IN3 se combinaron con el propósito de no disgregar los sismos corticales debido a que sólo se cuenta con una muestra de 5.

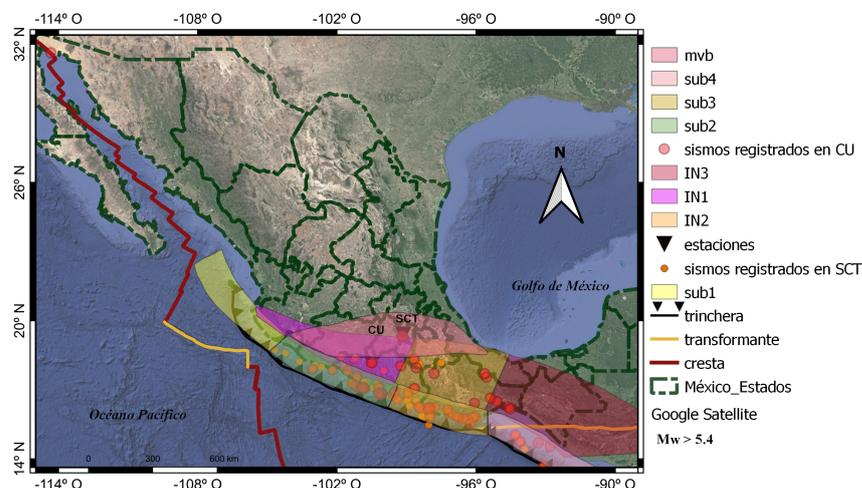
En el mapa 3.10, los círculos concéntricos representan los epicentros de los sismos que se utilizarán para calcular los cocientes espectrales en cada región sismogénica.

Una vez obtenidos los epicentros clasificados, se calculan los cocientes espectrales SCT/CU evento por evento. Por ejemplo, si se tiene un sismo de magnitud 5.8 registrado en ambos receptores, se obtiene la transformada de Fourier discreta y se hace el cociente de las componentes horizontales. Si el evento de 5.8, sólo es registrado por una estación, el cociente se omite.

De manera subsecuente al cálculo de los cocientes espectrales, para estimar la media y varianza muestral, se deben considerar tres factores: primero, se deben interpolar los cocientes espectrales de manera que todos coincidan en el rango de frecuencias de 0-10 Hz. Segundo, las amplitudes por frecuencia deben tener distribución log-normal. Tercero, no se realiza algún procesado a los espectros de Fourier o a los cocientes espectrales para que las amplitudes no se alteren. Considerando estos motivos, se ejecuta una interpolación en frecuencia con el método de Lagrange, para frecuencias en el rango de 0 a 10 Hz, con una tasa de muestreo de 0.0025. Por otro lado, se realiza una prueba de bondad de ajuste llamada Kolmogorov-Smirnov tomando como muestra las amplitudes por frecuencia. La prueba determinó que en el 80 % de los casos no se rechaza la hipótesis nula (la hipótesis nula de esta prueba es que los datos se distribuyen log-normal)

Finalmente, se estiman los parámetros  $\mu$  y  $\sigma^2$  mediante el método de máxima verosimilitud, con los que se obtienen los cocientes promedios. Es importante mencionar, que este procedimiento se realiza para cada zona sismogénica utilizada en el presente trabajo.

### 3.3 Cálculo de la variabilidad de los cocientes espectrales de registros sísmicos



**Figura 3.10:** Se muestran las regiones sismogénicas sub1, sub2, sub3, sub4, MVB, IN1-IN2-IN3. En color amarillo se visualizan los sismos registrados en la estación CU, en naranja para la estación SCT. Los círculos concéntricos son aquéllos que se utilizaron para la obtención de los cocientes espectrales.

A continuación en las tablas 3.1 y 3.2, se muestra el catálogo de sismos recabado para las estaciones CU y SCT, respectivamente.

Fecha	Magnitud	Lat	Long	Prof (km)
1990/05/31	/Mb=5.80/Ms=5.90	17.106	-100.893	16
1990/05/11	/Mb=5.30/Ms=4.90	17.046	-100.840	12
2020/11/08	/M=4.4	16.92	-99.5	25
2020/07/14	/M=4.7	17.59	-101.126	46
2020/07/08	/M=4.2	16.8653	-100.219	30
2020/07/03	/M=4.4	17.1153	-100.196	36
2020/05/11	/M=4.1	16.8177	-100.171	2
2020/04/07	/M=5	17.259	-101.34	5
2020/01/30	/M=4.5	16.8733	-100.086	5
2020/01/30	/M=4.8	16.8322	-100.101	7
2020/01/30	/M=4.4	16.8348	-100.087	9
2020/01/30	/M=4.8	16.8322	-100.101	7
2020/01/30	/M=5.3	16.8308	-100.1	17
2020/01/29	/M=5.1	16.787	-100.136	14

### 3. METODOLOGÍA.

---

2015/09/30	/M=5.5	17.83	-101.52	30
2014/05/10	/M=6.1	17.06	-100.95	12
2014/05/10	/M=6.1	17.06	-100.95	12
2014/05/08	/M=6.4	17.11	-100.87	17
2014/04/18	/M=7.2	17.18	-101.19	10
2013/08/21	/M=6.0	16.79	-99.56	20
2013/04/22	/M=5.8	17.87	-102.19	10
2013/04/05	/M=5.3	17.08	-100.82	17
2012/04/11	/M=6.4	17.09	-103.06	16
1989/04/25	/Mb=6.30/Ms=6.90	16.603	-99.400	19
2020/11/08	/M=4.4	16.92	-99.5	25
2020/08/05	/M=4.4	16.1415	-97.2358	11
2020/07/04	/M=4.9	15.5417	-96.241	15
2020/07/02	/M=5.2	16.1683	-98.0412	16
2020/07/02	/M=4.3	15.831	-96.8318	35
2020/06/23	/M=7.4	15.8033	-96.1337	22
2020/06/23	/M=5.2	15.8405	-96.029	12
2020/03/11	/M=4.5	15.7797	-96.7588	3
2020/01/24	/M=5.2	16.0018	-97.1782	27
2020/01/15	/M=5.1	16.2073	-98.0713	6
2018/05/21	/M=5.0	17.0585	-98.6643	36.2
2018/02/19	/M=6.0	16.2477	-97.775	10.2
2018/02/17	/M=5.9	15.8438	-97.9887	24.3
2018/02/16	/M=7.2	16.218	-98.0135	16
2016/06/27	/M=5.7	16.20	-97.93	20
2016/05/08	/M=6.0	16.25	-97.98	35
2016/04/10	/M=5.4	15.74	-96.37	31
2015/11/23	/M=5.6	16.86	-98.94	10
2014/05/24	/M=5.7	16.21	-98.42	18
2013/08/21	/M=6.0	16.79	-99.56	20
2012/04/02	/M=6.0	16.27	-98.47	10
2012/03/20	/M=7.4	16.251	-98.521	16
2020/10/25	/M=5.1	14.55	-92.8	48
2020/04/15	/M=5.2	15.048	-94.312	17
2020/03/26	/M=5.1	14.7087	-93.3273	22
2017/09/08	/M=8.2	14.761	-94.103	45.9
2020/11/20	/M=4.9	16.18	-94.54	87
2020/10/10	/M=4.3	16.42	-96.08	55
2020/03/20	/M=5.4	16.6435	-95.3877	16
2020/03/11	/M=4.9	17.5532	-95.554	49
2020/01/17	/M=5.3	16.4895	-95.1032	2

### 3.3 Cálculo de la variabilidad de los cocientes espectrales de registros sísmicos

2020/01/05	/M=6.0	16.2527	-94.6173	80
2018/07/19	/M=5.9	17.7213	-97.8123	55.6
2018/05/21	/M=5.0	17.0585	-98.6643	36.2
2018/05/16	/M=5.1	18.1868	-100.479	53
2017/09/19	/M=7.1	18.3353	-98.6763	38.5
2015/03/20	/M=5.4	17.96	-98.58	61
2015/03/20	/M=5.4	17.96	-98.58	61
2014/07/29	/M=6.4	17.7	-95.63	117
2013/06/16	/M=5.8	18.04	-99.25	60
2012/11/15	/M=6.1	18.17	-100.52	40

**Tabla 3.1:** Catálogo de sismos en la estación CU.

Fecha	Magnitud	Lat	Long	Prof (km)
1999/12/29	/Mb=6.1/Ms=5.4/	18.02	-101.68	82
1999/06/21	/Mb=6.0/Ms=5.8	17.99	-101.72	54
1996/07/15	/Mb=5.7/Ms=6.5	17.45	-101.16	20
1995/10/09	/Mb=6.5/Ms=7.3	-104.670	5	
1994/12/10	/Mc=6.30	18.02	-101.560	20
1990/05/31	/M=4.4	17.106	-100.893	16
1990/05/11	/Mb=5.30/Ms=4.90	17.046	-100.840	12
1985/09/19	/Mb=6.80/Ms=8.10	18.081	-101.126	46
2020/07/03	/M=4.4	17.1153	-100.196	36
2020/05/11	/M=4.1	16.8177	-100.171	2
2020/04/07	/M=5	17.259	-101.34	5
2015/09/30	/M=5.5	17.83	-101.52	30
2020/01/30	/M=5.3	16.8308	-100.1	17
2014/05/08	/M=6.4	17.11	-100.87	17
2015/09/30	/M=5.5	17.83	-101.52	30
2014/04/18	/M=7.2	17.18	-101.19	10
2014/05/10	/M=6.1	17.06	-100.95	12
2013/08/21	/M=6.0	16.79	-99.56	20
2013/04/22	/M=5.8	17.87	-102.19	10
2013/04/12	/M=5.2	17.78	-101.58	35
2011/04/26	/M=5.5	17.71	-99.69	7
2013/04/05	/M=5.3	17.08	-100.82	17
2012/04/11	/M=6.4	17.09	-103.06	16
2009/04/27	/M=5.7	16.90	-99.58	7
2009/03/27	/M=5.3	17.35	-100.82	30
2007/11/06	/M=5.6	17.08	-100.14	9

### 3. METODOLOGÍA.

2007/04/13	/M=5.4	17.27	-100.27	51
2007/04/13	/M=6.3	17.09	-100.44	41
2006/08/13	/M=5.1	18.23	-103.62	13
2004/01/01	/Mb=5.6/Ms=5.7	17.34	-101.42	6
2003/01/22	/Mb=6.5/Ms=7.6	18.60	-104.22	9
2001/10/08	/Mb=5.6/Ms=5.4	16.94	-100.14	4
2000/08/09	/Mb=6.1/Ms=6.5	17.990	-102.66	16
1999/09/30	/Mb=6.5/Ms=7.5	15.95	97.03	16
1998/02/03	/Mb=6.0/Ms=6.2	15.69	-96.37	33
1997/07/19	/Mb=5.7/Ms=6.3	15.86	-98.35	5
1996/02/25	/Mb=5.9/Ms=6.9	15.83	-98.25	3
1995/09/14	/Mb=6.4/Ms=7.2	16.31	-98.880	22
1993/10/24	/Mb=6.20/Ms=6.60	16.54	-98.98	19
1989/04/25	/Mb=6.30/Ms=6.90	16.603	-99.400	19
2020/08/05	/M=4.4	16.1415	-97.2358	11
2020/07/02	/M=5.2	16.1683	-98.0412	16
2020/07/02	/M=4.3	15.831	-96.8318	35
2020/06/24	/M=5.5	15.7488	-96.5613	12
2020/06/23	/M=7.4	15.8033	-96.1337	22
2020/06/23	/M=5.2	15.8405	-96.029	12
2020/01/15	/M=5.1	16.2073	-98.0713	6
2018/05/21	/M=5.0	17.0585	-98.6643	36.2
2018/02/19	/M=6.0	16.2477	-97.775	10.2
2018/02/17	/M=5.9	15.8438	-97.9887	24.3
2018/02/16	/M=7.2	16.218	-98.0135	16
2016/06/27	/M=5.7	16.20	-97.93	20
2016/05/08	/M=6	16.25	-97.98	35
2016/04/10	/M=5.4	15.74	-96.37	31
2015/11/23	/M=5.6	16.86	-98.94	10
2013/08/21	/M=6.0	16.79	-99.56	20
2013/08/16	/M=5.1	16.54	-98.59	20
2012/04/13	/M=5.2	16.11	-98.34	14
2012/04/02	/M=6	16.27	-98.47	10
2012/03/20	/M=7.4	16.251	-98.521	16
2011/05/05	/M=5.5	16.61	98.91	11
1990/11/16	/Mc=3.90	14.438	-93.913	40
2020/04/15	/M=5.2	15.048	-94.312	17
2017/09/08	/M=8.2	14.761	-94.103	45.9
1999/06/15	/Mb=6.4/Ms=6.5	18.18	-97.51	69
1998/04/20	/Mb=5.9/Mc=5.0	18.37	-101.21	66
1997/05/22	/Mb=5.9/Ms=6.0	18.410	-101.810	59

---

### 3.3 Cálculo de la variabilidad de los cocientes espectrales de registros sísmicos

---

1994/05/23	/Mc=5.60	18.030	-100.570	23
2020/03/20	/M=5.4	16.6435	-95.3877	16
2020/01/17	/M=5.3	16.4895	-95.1032	2
2018/05/21	/M=5.0	17.0585	-98.6643	36.2
2017/09/19	/M=7.1	18.3353	-98.6763	38.5
2014/07/29	/M=6.4	17.70	-95.63	117
2013/06/16	/M=5.8	18.04	-99.25	60
2012/11/15	/M=6.1	18.17	-100.52	40.00
2011/12/11	/M=6.5	17.84	-99.98	58
2009/05/22	/M=5.7	18.13	-98.44	45
2008/02/12	/M=6.6	16.19	-94.54	90.00
2006/08/11	/M=5.9	18.32	-101.27	51
2000/07/21	/Mb=5.4/Ms=5.1	18.09	-98.97	48

**Tabla 3.2:** Catálogo de sismos en la estación SCT.



## Resultados y Análisis

---

En esta sección se muestran los cocientes espectrales, que se calculan mediante las ecuaciones de desplazamientos para un medio completo de las dislocaciones propuestas. También se presentan los sismogramas sintéticos que se generan a través del Método Indirecto de Elementos de Frontera. Posteriormente se presentan los cocientes espectrales obtenidos con la respuesta sintética de la cuenca de México, y gráficas de violín que muestran la variación por frecuencia de los receptores más representativos. Posteriormente se exhiben las gráficas de dispersión de la varianza por frecuencia para los cocientes espectrales de las regiones sismogénicas sub2, sub3 e IN1-IN2-IN3. Finalmente, se discute sobre la influencia del patrón de radiación de las ondas elásticas en los casos sintéticos y reales.

### 4.1. Cocientes espectrales obtenidos con las ecuaciones de desplazamientos para un medio completo.

Para obtener los desplazamientos con la ecuación 2.12 se necesita calcular el tensor de momento sísmico, el cual depende del rumbo, echado y desplazamiento de la fuente sísmica. Por lo tanto, para adquirir los cocientes espectrales y observar las contribuciones de las distintas componentes de campo, se obtienen los tensores de momento sísmicos para las fuentes F1, F2, F3, F4, F5 y F6 (mapa 4.1) con los parámetros en las tablas 4.1, 4.2 y 4.3.

Con relación a los parámetros de la tabla 4.1, los cocientes espectrales obtenidos se muestran en la figura 4.2. El cociente para el estado de Michoacán (a) tiene amplitudes en el rango de 0.8 y 1.3. En cuanto al cociente para el estado de Guerrero (b), las amplitudes son muy pequeñas y cercanas a la constante uno, pero debido a la oscilación no son constantes.

#### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

---

Fuente	Rumbo [°]	Echado [°]	Ángulo de deslizamiento [°]	Profundidad [km]
F1	280	20	75	10
F2	280	20	75	10
F3	280	20	85	10
F4	290	30	80	10
F5	112	46	-93	52
F6	112	46	-93	2

**Tabla 4.1:** Primera propuesta de profundidades para las fuentes del mapa 4.1.

En relación con las fuentes en las costas de Oaxaca(c) y Chiapas(d) que tienen 10 km de profundidad, se observa que los cocientes obtenidos presentan amplitudes muy pequeñas y las podemos considerar como constantes. Para Oaxaca la amplitud es de aproximadamente 0.97 mientras que para Chiapas podemos considerarla 1.

La fuente en Puebla-Morelos(e) a 52 km, tiene cocientes con amplitudes de 0.6 a 1.2. La fuente F6(f), es un sismo local que tiene el mismo mecanismo focal que la fuente F5, pero con una profundidad de 2 km. Se hace evidente la diferencia entre el cociente calculado con la componente de campo lejano y el desplazamiento total. Este último tiene una amplitud máxima de 8.

Por otro lado, para los parámetros de la tabla 4.2, los cocientes espectrales obtenidos se muestran en la figura 4.3. El cociente para el estado de Michoacán(a), cuya fuente tiene una profundidad de 15 km, presenta amplitud en el rango de 0.65 a 1.5. Para el cociente de la fuente F2 en la costa de Guerrero(b), las amplitudes nuevamente son pequeñas y cercanas a la constante uno, pero ligeramente más grandes que las del cociente con profundidad 10 km.

Ahora bien, los cocientes para los estados de Oaxaca(c) y Chiapas(d), no presentan una variación con respecto a la profundidad de 10 km.

Para la fuente F5 (e) con profundidad de 57 km, los cocientes espectrales no sufren cambios. En cuanto a la fuente F6 (f) con una profundidad de 7 km, se observa que el cociente de la componente de campo lejano se asemeja con un poco más al cociente del desplazamiento total.

Mientras tanto, para los parámetros de la tabla 4.3, los cocientes espectrales obtenidos se muestran en la figura 4.4. El cociente para Michoacán(a), tiene amplitudes en el rango de 0.55 a 1.6. Mientras que para Guerrero(b) hay un incremento en la amplitud

4.1 Cocientes espectrales obtenidos con las ecuaciones de desplazamientos para un medio completo.

Fuente	Rumbo [°]	Echado [°]	Ángulo de deslizamiento [°]	Profundidad [km]
F1	280	20	75	15
F2	280	20	75	15
F3	280	20	85	15
F4	290	30	80	15
F5	112	46	-93	57
F6	112	46	-93	7

**Tabla 4.2:** Segunda propuesta de profundidades para las fuentes del mapa 4.1.

Fuente	Rumbo [°]	Echado [°]	Ángulo de deslizamiento [°]	Profundidad [km]
F1	280	20	75	20
F2	280	20	75	20
F3	280	20	85	20
F4	290	30	80	20
F5	112	46	-93	62
F6	112	46	-93	12

**Tabla 4.3:** Tercer propuesta de profundidades para las fuentes del mapa 4.1.

ligero respecto al de profundidad de 15 km.

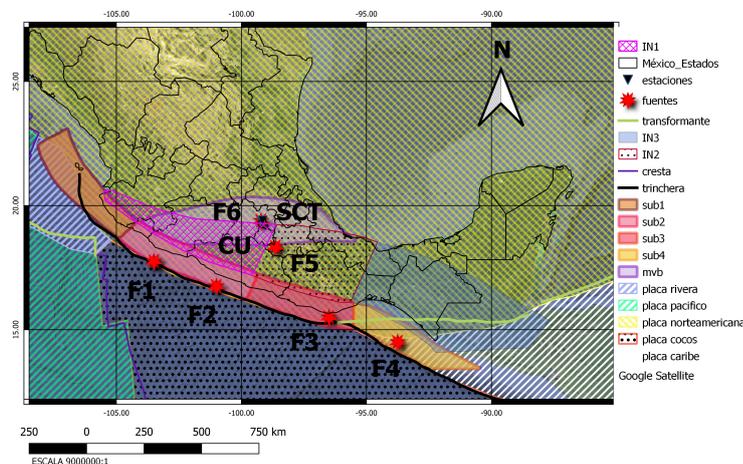
Por otro lado, los cocientes para las fuentes F3 y F4 localizadas en las costas de Oaxaca(c) y Chiapas(d), los cocientes no presentan cambios respecto a la profundidad de 10 km. Para la fuente en Puebla-Morelos (e) con profundidad de 62 km, los cocientes espectrales no sufren cambios respecto a la profundidad 52 km.

Por último, la fuente local F6(f), el cociente espectral obtenido con el desplazamiento total y con al componente de campo lejano, presentan diferencias en bajas frecuencias, pero a partir de 1 [Hz] ya son iguales.

A través de los resultados expuestos de los cocientes espectrales, se pueden comentar cuatro cosas importantes:

- Cuando se tiene el mismo rumbo, echado y desplazamiento. La profundidad de la

## 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS



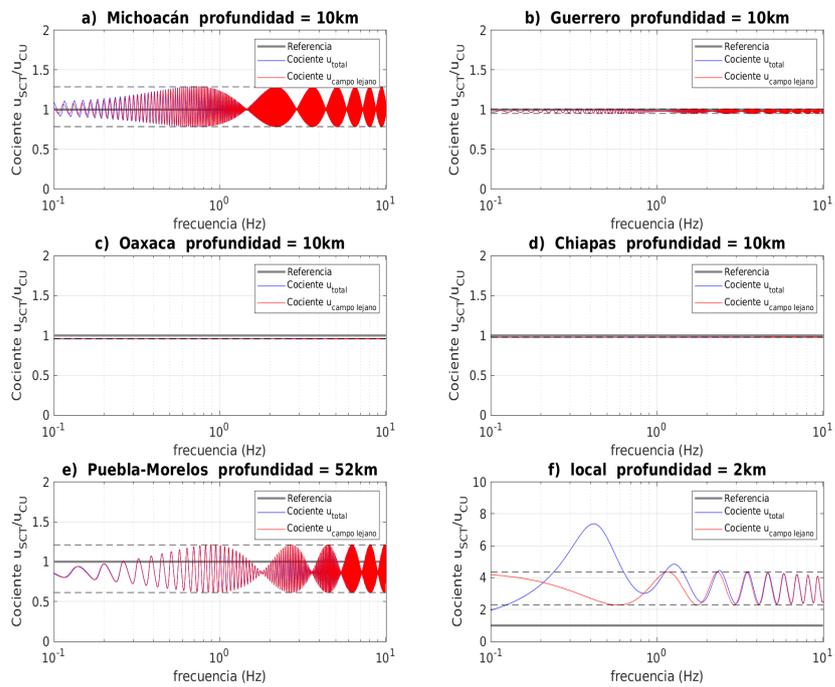
**Figura 4.1:** Ubicación de las dislocaciones puntuales. Los triángulos negros son las estaciones donde se miden los desplazamientos que se calculan con las ecuaciones de campo para un medio completo.

fuente sísmica influye en la amplificación de los cocientes espectrales y es dependiente de la localización y distancia epicentral. Eso se puede visualizar con las fuentes en Michoacán (F1) y Guerrero (F2).

- Cuando las fuentes sísmicas son lejanas, la profundidad no influye en la amplificación de los cocientes espectrales ya que los efectos de trayecto y fuente que se midan en dos estaciones relativamente cercanas serán similares. Así como se observó con la fuente en Oaxaca (F3) y en Chiapas (F4).
- El desplazamiento total será dominado por la componente de campo lejano cuando las fuentes sísmicas no son locales, es decir, muy cercanas a los receptores.
- Para fuentes locales con profundidades menores a 12 km, la componente dominante del desplazamiento no es la de campo lejano.

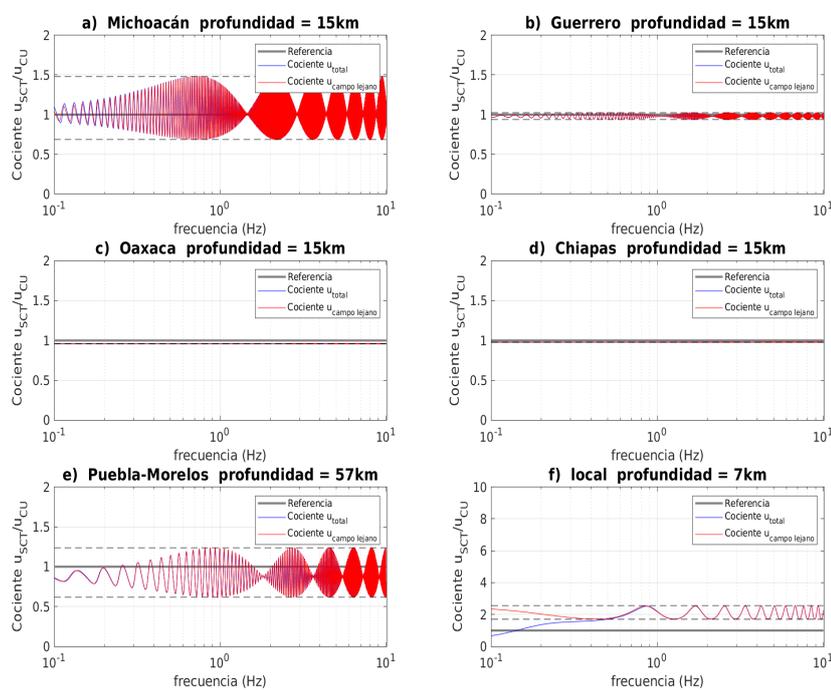
Es importante mencionar, que las amplificaciones vistas en la exposición de los cocientes espectrales de esta sección, se debe principalmente a los patrones de radiación. Mientras que las oscilaciones que se visualizan en bajas frecuencias son ocasionadas por el campo cercano. Ya que al realizar la transformada de la integral se obtiene como resultado una resta de seno cardinal con un coseno cardinal. Por lo tanto, este término resulta ser muy chico en el caso de las fuentes localizadas a grandes distancias y pondera de manera importante al hacer el cociente.

4.1 Cocientes espectrales obtenidos con las ecuaciones de desplazamientos para un medio completo.



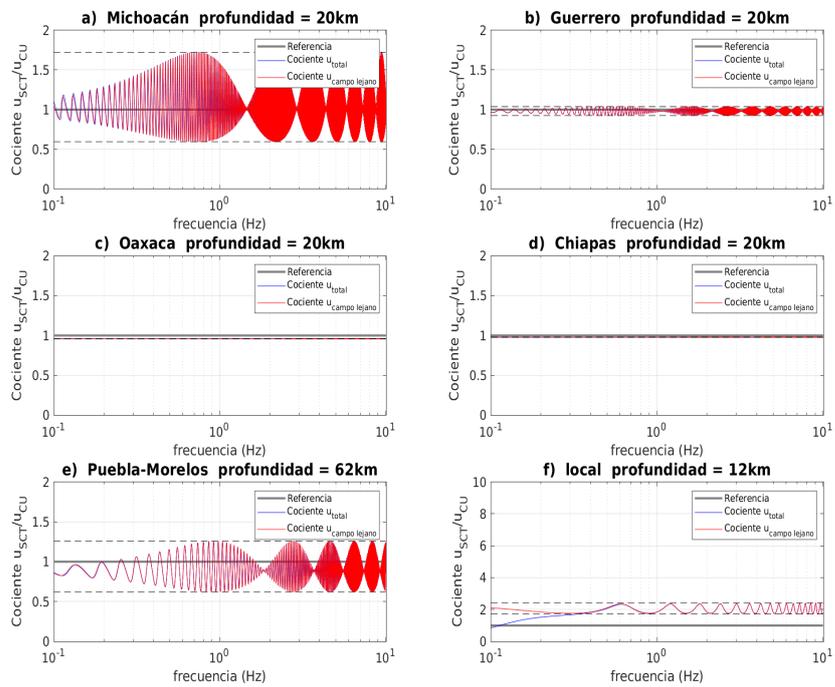
**Figura 4.2:** Cocientes espectrales para las dislocaciones en Michoacán, Guerrero, Oaxaca, Chiapas, Puebla-Morelos y una fuente local ubicada en la CDMX, generados con los parámetros de la tabla 4.1

## 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS



**Figura 4.3:** Cocientes espectrales para las dislocaciones en Michoacán, Guerrero, Oaxaca, Chiapas, Puebla-Morelos y una fuente local ubicada en la CDMX, generados con los parámetros de la tabla 4.2

4.1 Cocientes espectrales obtenidos con las ecuaciones de desplazamientos para un medio completo.



**Figura 4.4:** Cocientes espectrales para las dislocaciones en Michoacán, Guerrero, Oaxaca, Chiapas, Puebla-Morelos y una fuente local ubicada en la CDMX, generados con los parámetros de la tabla 4.3

### 4.2. Cocientes espectrales de la respuesta sintética.

La respuesta sintética generada con el MIEF se puede visualizar mediante un sismograma sintético. Un sismograma sintético es resultado de la convolución de una ondícula con la respuesta obtenida. Esta herramienta es útil para observar el comportamiento de la respuesta. En nuestro caso particular, es de gran ayuda debido a que se puede observar con claridad el comportamiento de campo difractado dentro de la cuenca de México.

En el presente trabajo, el desplazamiento total en cada receptor se convoluciona con una ondícula de Ricker con una frecuencia de corte  $f_c = 0.25$  Hz. Además, el sismograma sintético que se genera tiene un periodo de 10 segundos con una tasa de muestro de 0.1.

#### 4.2.1. Sismogramas sintéticos para una fuente puntual en superficie libre.

Para este caso, se resolvió el MIEF mediante las ecuaciones 3.3 y 3.4 y se utilizó la excitación de una fuente puntual localizada a 10 km de profundidad. Los sismogramas sintéticos obtenidos se exhiben en las figuras 4.5 y 4.6. El primero corresponde al caso P-SV y el segundo al caso SH.

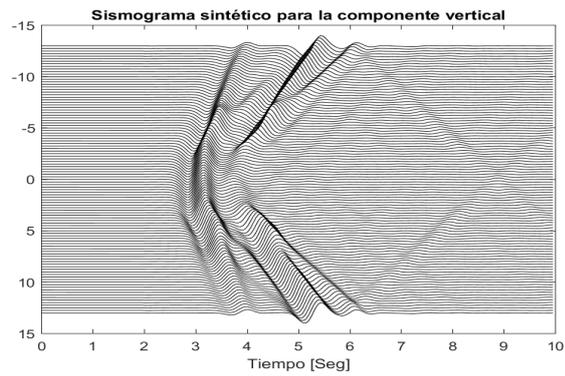
Dado que la fuente puntual se localiza justo a la mitad de la frontera, los sismogramas sintéticos presentan simetría en ambos casos. Por otro lado, la forma de la cuenca no se visualiza de manera clara, implicando que los efectos de borde que se calculen con este tipo de fuente, no serán correctos.

#### 4.2.2. Sismogramas sintéticos para superficie libre y semiespacio.

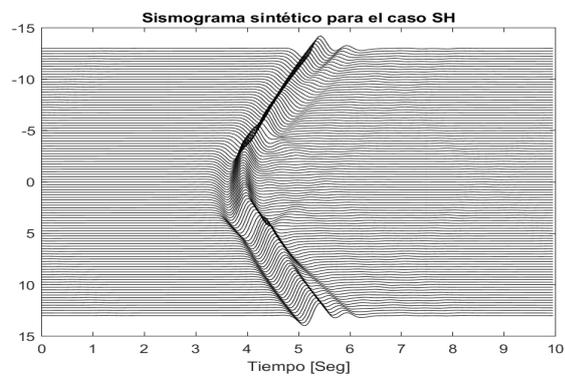
En esta ocasión, se resuelve el sistema que se presenta en las ecuaciones 3.3 y 3.4 bajo las mismas condiciones iniciales que el caso anterior y con la diferencia que la excitación del medio es provocada por una onda elástica con incidencia vertical (onda P y SH).

Los sismogramas sintéticos obtenidos, presentan nuevamente una simetría debido a que la onda incide justo en la mitad de la frontera. Además, la estructura se visualiza más uniforme, es decir, los bordes se muestran con mayor claridad.

La solución para el caso P-SV y el caso SH se exhiben en las figuras 4.7, 4.8 respectivamente. Se hace evidente que el modelo geométrico se observa con mayor claridad en los sismogramas sintéticos asociados con la incidencia de la onda SH, implicando que



**Figura 4.5:** Sismograma sintético para el caso P-SV dada la excitación de una fuente puntual en un semiespacio.



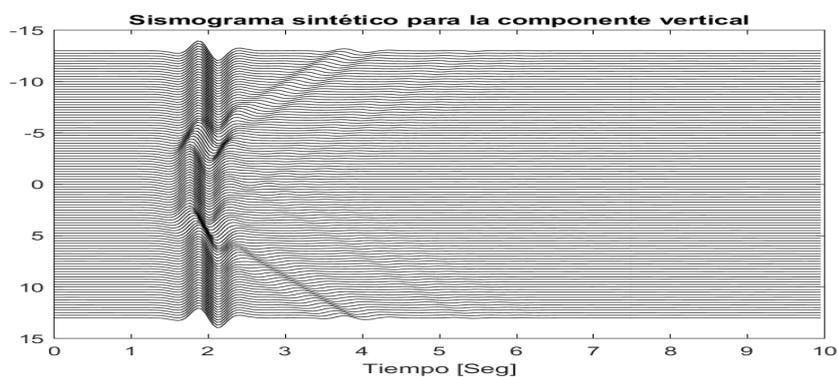
**Figura 4.6:** Sismograma sintético para el caso SH dada la excitación de una fuente puntual en un semiespacio.

#### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

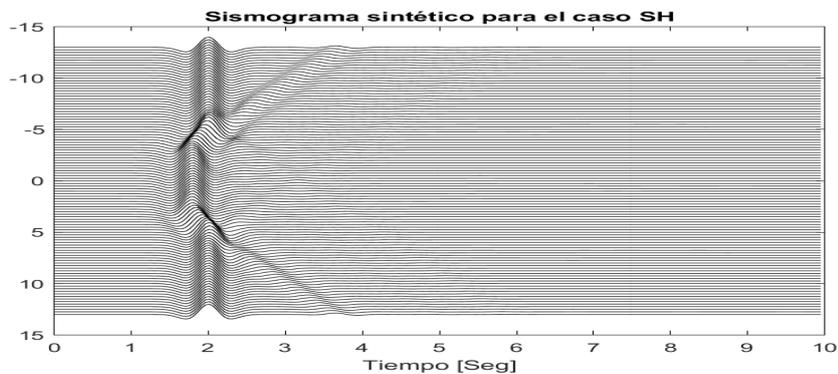
---

los efectos de borde serán más notorios con este tipo de incidencia.

Hay que enfatizar, que en estos dos últimos casos, los receptores se colocan a lo largo de la frontera (figuras 3.3 y 3.4), ya que son problemas donde se considera un semiespacio con superficie libre. Por ende, para ambos problemas los sismogramas sintéticos deben presentar uniformidad en la geometría de la cuenca. Por otro lado, se observa que sólo con la incidencia de la onda elástica se obtiene una mejor respuesta sísmica.



**Figura 4.7:** Sismograma sintético para el caso P-SV dada la excitación de una onda elástica con incidencia vertical en un semiespacio.

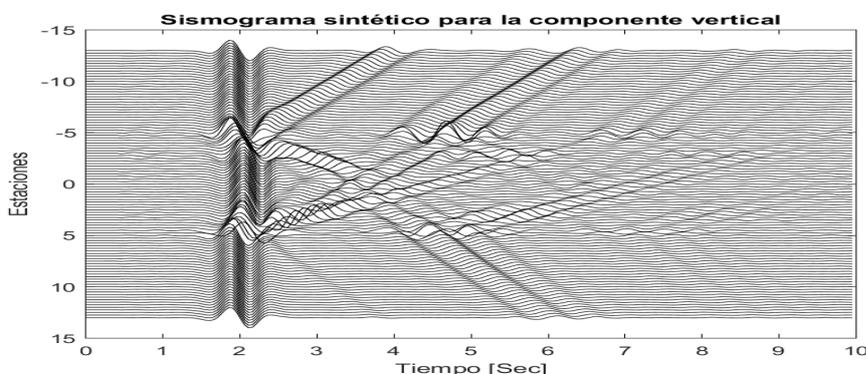


**Figura 4.8:** Sismograma sintético para el caso SH dada la excitación de una onda elástica con incidencia vertical en un semiespacio.

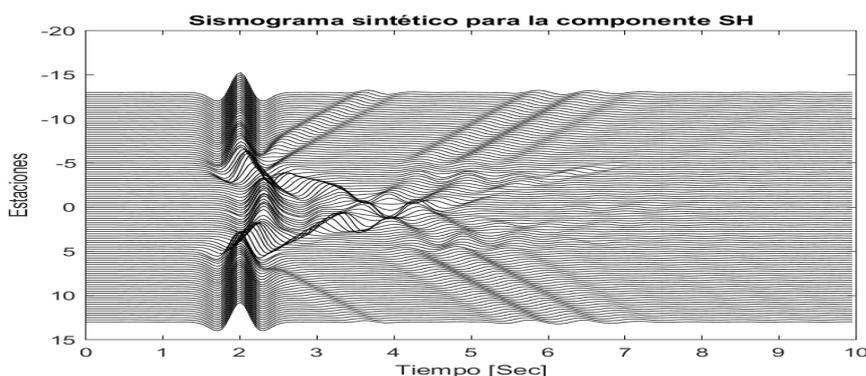
### 4.2.3. Sismogramas sintéticos para una capa y semiespacio.

En este caso, se hace la suposición de que la cuenca se encuentra rellena de un material con menor velocidad cortante que el semi-espacio. Además, los receptores se colocan en la superficie de manera horizontal como se observa en la figura 3.5.

El sistema que se resuelve se presenta en la ec.3.7, y se considera que la excitación del medio es provocada por una onda elástica con incidencia vertical. Los sismogramas sintéticos que se obtienen para la incidencia de una onda P-SV y SH, se visualizan en las figuras 4.9, 4.10 respectivamente.



**Figura 4.9:** Sismograma sintético para el caso P-SV dada la excitación de una onda elástica con incidencia vertical en una capa con semiespacio.



**Figura 4.10:** Sismograma sintético para el caso SH dada la excitación de una onda elástica con incidencia vertical en una capa con semiespacio.

Al observar los sismogramas anteriores, se hace evidente que la estructura de la cuenca se dibuja de manera uniforme, y dado que los receptores se encuentran en superficie, se aprecia el retardo de la onda debido a la incidencia en la primera capa.

También, pueden observarse las ondas difractadas provenientes de la cuenca. Por lo que, se puede decir que son correctos los sismogramas debido a que se tiene una simetría en los casos SH y P-SV.

### 4.2.4. Análisis de la variabilidad de los cocientes espectrales de la respuesta sintética.

Posterior al cálculo de la respuesta sintética mediante el MIEF, se procede a agrupar todos los desplazamientos del mismo receptor, los cuales son 46 debido a la variación del ángulo de incidencia entre 0 y 45°. Después se obtienen los cocientes espectrales bajo la consideración de que el receptor 1 es el de referencia por estar en roca dura. Es importante enfatizar que se tienen 46 cocientes por receptor.

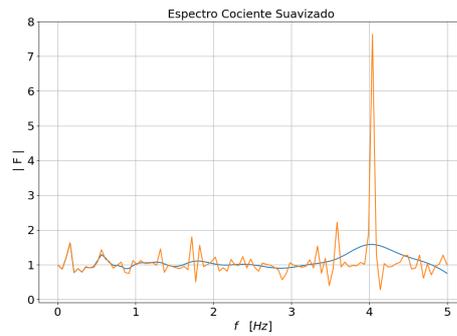
En la figura 4.13, se pueden observar los espectros cocientes para el receptor 21.

Una observación importante que se hace al momento de obtener los cocientes espectrales, es que la mayoría presentan picos en las amplitudes, y de manera usual se realizan filtros para suavizar los resultados. Una técnica muy común para procesar los cocientes espectrales, es el filtro de Konno-Omachi (ecuación 3.11), ya que permite dejar invariantes las amplitudes en bajas frecuencias y los picos de los espectros son suavizados. Se puede observar el efecto del filtrado en las figuras 4.11 y 4.12. Sin embargo, al suavizar el espectro se reduce el tamaño real del mismo. Por lo tanto, esta técnica sólo debe aplicarse si se sabe cual es la escala con la cual se está reduciendo la amplitud, pues si se estima la variación sin hacer la evidente corrección, se estaría incurriendo en un grave error.

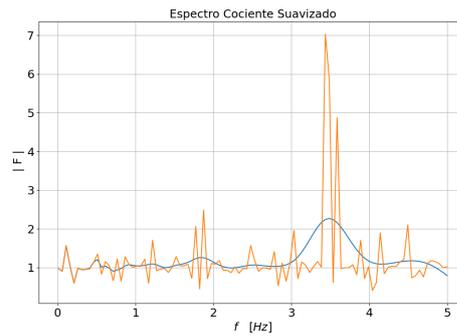
Sin embargo, en el presente trabajo no se procesan los cocientes espectrales con el filtro antes mencionado. Ya que se desea cuantificar qué tan grande es la variabilidad y el filtro sólo nos impediría esta tarea. Por lo que los cocientes espectrales se trabajaran sin procesar.

En la figura 4.13 se pueden observar los cocientes espectrales para una incidencia vertical de onda SH y los receptores donde se obtienen. Cabe subrayar que estos espectros no están suavizados, y de esta manera se trabajaran todos los obtenidos en el presente trabajo, es decir, sin procesarlos se estimará la varianza muestral por frecuencia.

En la figura 4.15, se muestran los cocientes espectrales promedio obtenidos con el Método Indirecto de Elementos de Frontera, para los receptores en la figura 4.14. Se puede apreciar que los cocientes espectrales son diferentes entre sí, y de manera particular que las amplitudes varían de manera significativa en entre las frecuencias 0.1

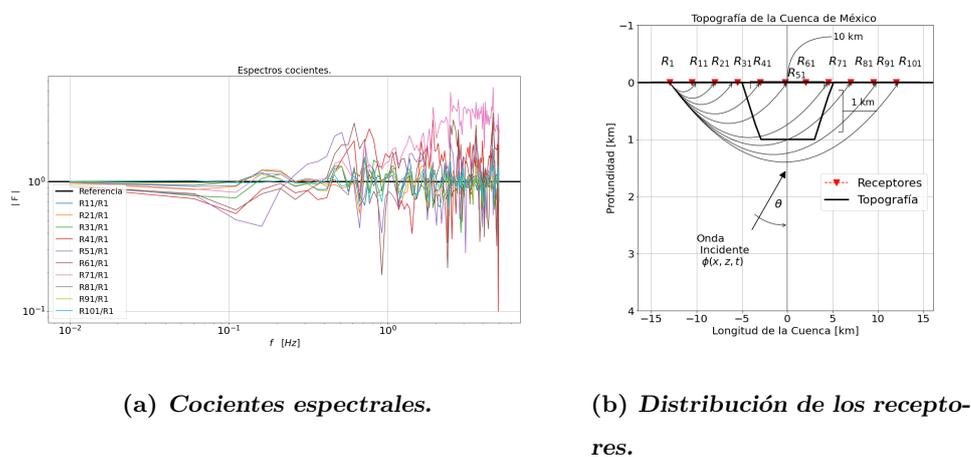


**Figura 4.11:** Cociente espectral suavizado. Se muestra el cociente espectral receptor21/receptor1 con ángulo de incidencia de  $18^\circ$ . En amarillo se visualiza el espectro sin suavizar y en azul, el espectro suavizado con el filtro Konno-Omachi.

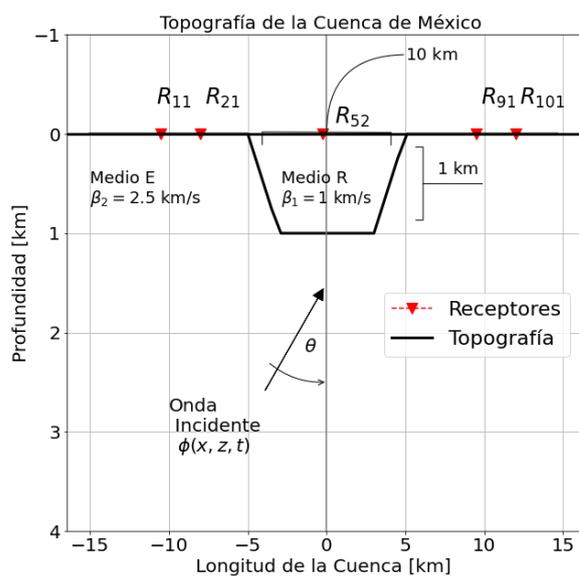


**Figura 4.12:** Cociente espectral suavizado. Se muestra el cociente espectral receptor21/receptor1 con ángulo de incidencia de  $31^\circ$ . En amarillo se visualiza el espectro sin suavizar y en azul, el espectro suavizado con el filtro Konno-Omachi.

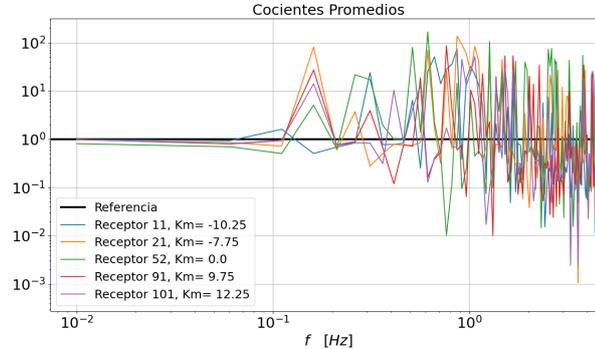
#### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS



**Figura 4.13:** Cociente espectral de la respuesta sintética. (a) Muestra el cociente espectral de la respuesta sintética calculado en el receptor 21 para una incidencia vertical de onda SH. (b) Distribución de los receptores con los cuales se obtienen los cocientes espectrales en (a).



**Figura 4.14:** Disposición de los receptores  $R_{11}$ ,  $R_{21}$ ,  $R_{52}$ ,  $R_{91}$  y  $R_{101}$ . Se muestran los receptores a lo largo del modelo geométrico de la Cuenca de México.



**Figura 4.15:** Cocientes promedio generados con el MIEF para los receptores  $R_{11}$ ,  $R_{21}$ ,  $R_{52}$ ,  $R_{91}$  y  $R_{101}$ .

y 1, esto sugiere que los cambios a lo largo del modelo de la Cuenca de México no necesariamente están acotados por  $1\sigma$ . Esto se sustenta en casi todas las gráficas de violín que se muestran a continuación.

Las gráficas de violín permiten visualizar mediante un esquema, la distribución de las amplitudes en una frecuencia fija (véase figura 4.18). De esta manera, el violín representa la función de distribución log-normal vista de forma simétrica y resulta más sencillo visualizar la localización, escala y varianza de cada distribución estimada.

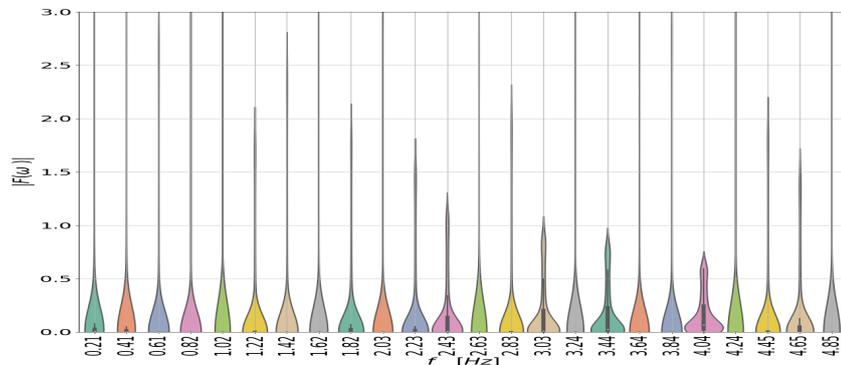
Al visualizar la figura 4.18, se hace evidente que en ese receptor la dispersión en las amplitudes por frecuencia tiende a ser homogénea, debido a que los violines tienen formas muy similares. Además, esto sucede para algunos receptores que se encuentran dentro de la cuenca. Sin embargo, la variabilidad en general no es homogénea. Por ejemplo, en las figuras 4.16, 4.17, 4.19 y 4.20, se puede apreciar la gran diferencia entre las varianzas por frecuencia. Puesto que la mayoría de los violines son distintos, esto implica que las funciones de densidad estimadas tienen parámetros diferentes. Cabe subrayar, que los receptores a los que corresponden las últimas gráficas de violín, se encuentran fuera de la cuenca, como se visualiza en la figura 4.14.

Para visualizar mejor que las distribuciones log-normales por frecuencia son diferentes, se hace una superposición de las distribuciones de los receptores 11 y 21 (véase figuras 4.21(a) y 4.21(c)). Se aprecia que la varianza promedio (líneas punteadas verticales) está del lado izquierdo de todas las distribuciones, implicando que la varianza no es la misma para cada distribución. Cabe subrayar, que esto sucede en ambas gráficas que se muestran y en general en todas las obtenidas en el análisis.

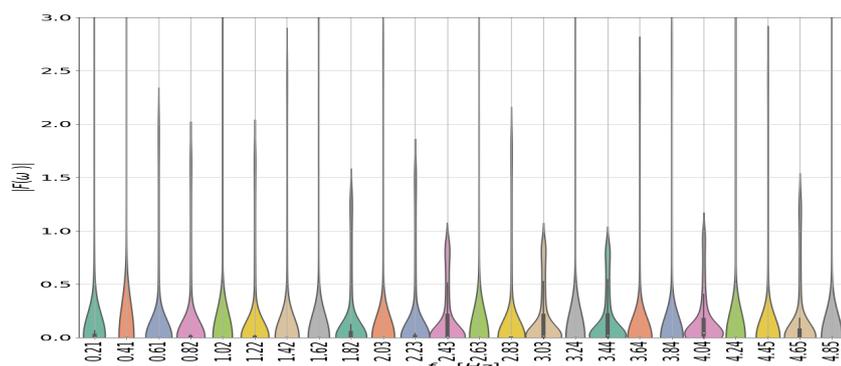
Por otro lado, el esquema 4.22(a) muestra la variación de la amplitud en los re-

#### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

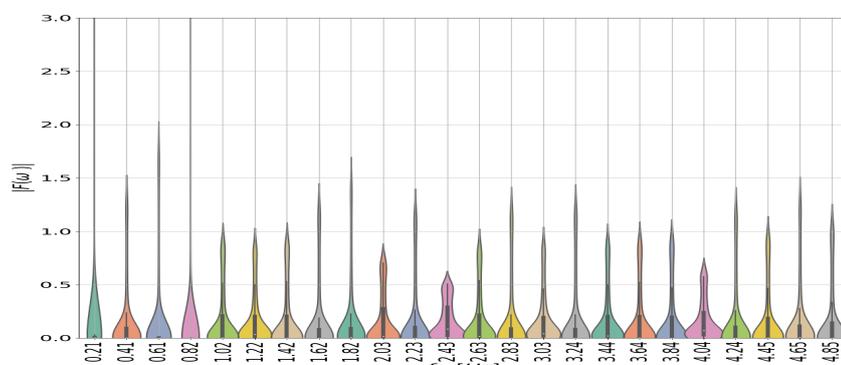
---



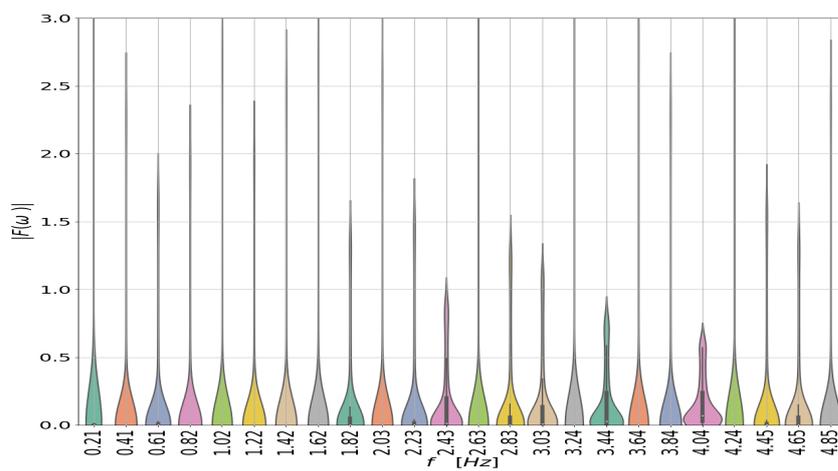
**Figura 4.16:** Distribución estimada por frecuencia del cociente del receptor 11/ receptor 1.



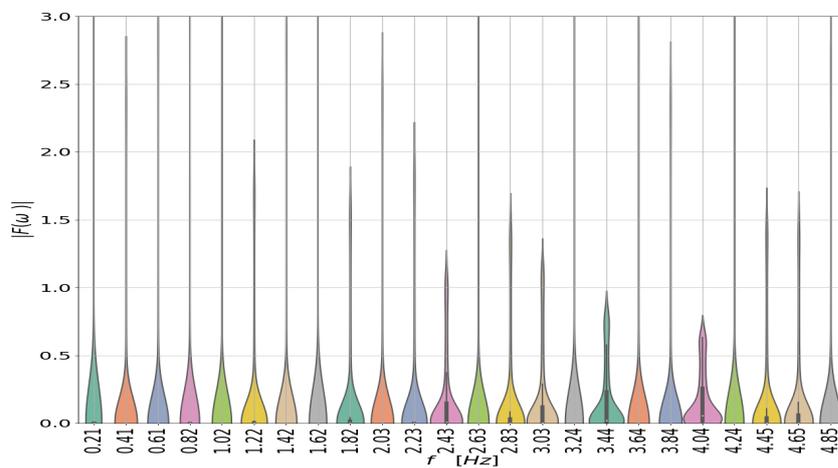
**Figura 4.17:** Distribución estimada por frecuencia del cociente del receptor 21/ receptor 1.



**Figura 4.18:** Distribución estimada por frecuencia del cociente del receptor 51/ receptor 1.

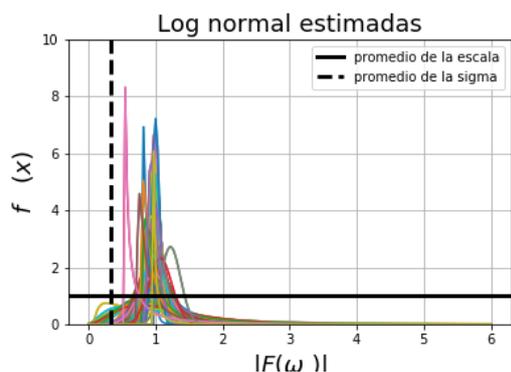


**Figura 4.19:** Distribución estimada por frecuencia del cociente del receptor 91/ receptor 1.

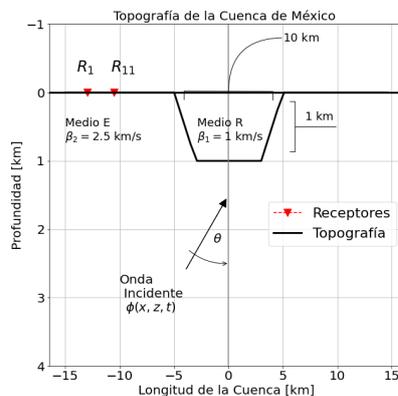


**Figura 4.20:** Distribución estimada por frecuencia del cociente del receptor 101/ receptor 1.

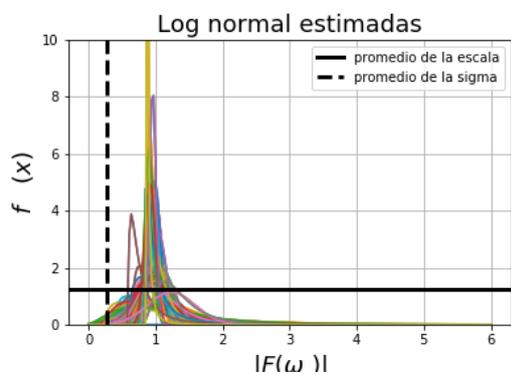
#### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS



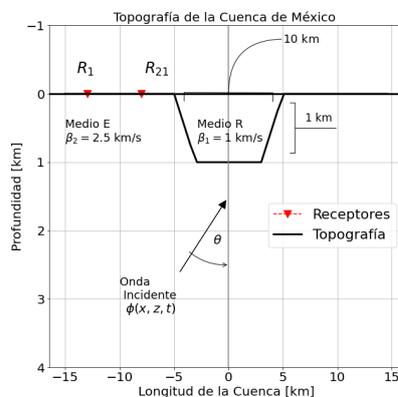
(a) Distribución Lognormal estimada por frecuencia para el cociente del receptor 11/ receptor 1



(b) Localización del receptor 1 y 11

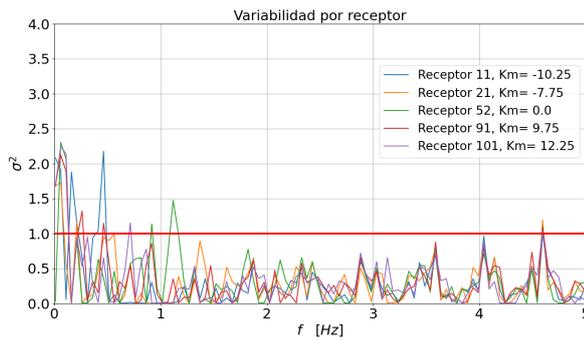


(c) Distribución Lognormal estimada por frecuencia para el cociente del receptor 21/ receptor 1.

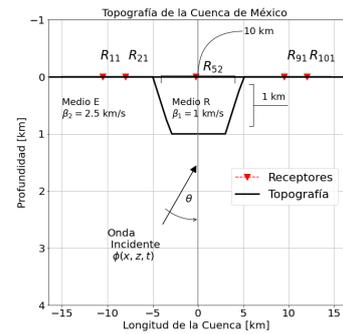


(d) Localización del receptor 1 y 21

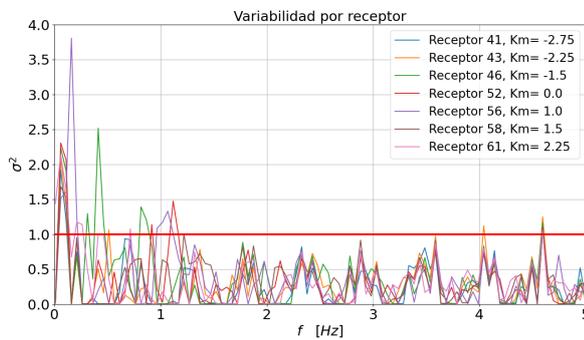
**Figura 4.21:** Superposición de las distribuciones Lognormal estimadas. a y c) Se muestran las distribuciones Lognormales estimadas para todas las frecuencias del cociente 11/1 y 21/1, respectivamente. b y d) Disposición de los receptores con los que se obtienen los cocientes espectrales.



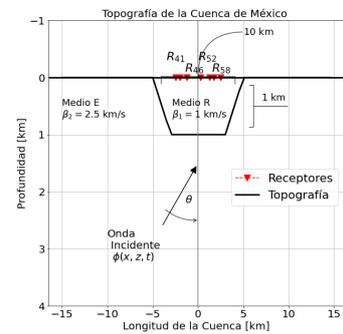
(a) Dentro y fuera de la cuenca.



(b) Receptores

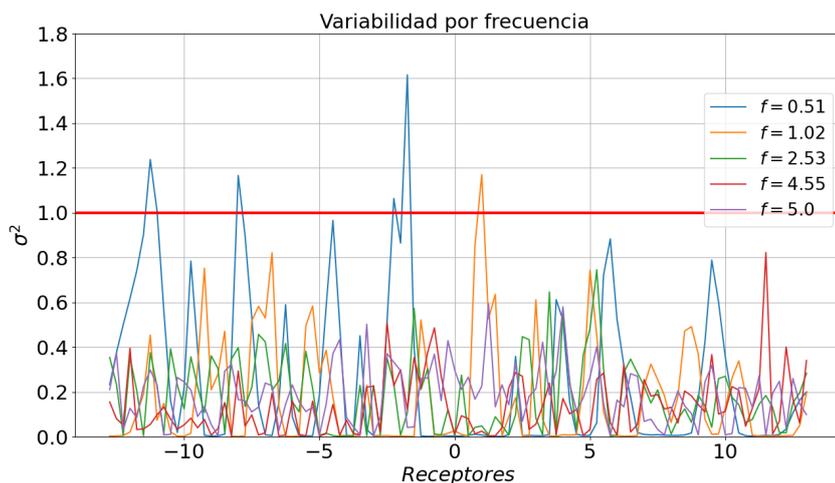


(c) Dentro de la cuenca.

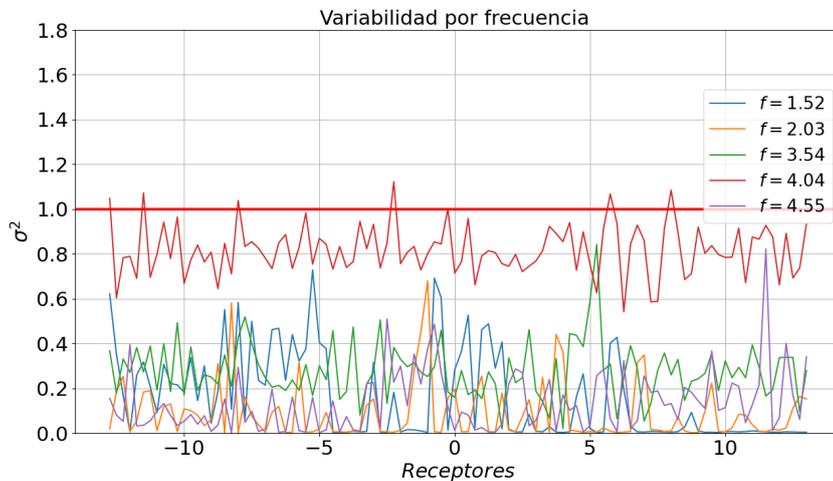


(d) Receptores

**Figura 4.22:** Variación de las amplitudes por receptor. 4.22(a) y 4.22(c) Describen la variación muestral estimada para receptores dentro y fuera de la cuenca; 4.22(b) y 4.22(d) Disposición de los receptores donde se estima la variación de las amplitudes de los cocientes espectrales.



(a) Variación en frecuencias



(b) Variación en frecuencias

**Figura 4.23:** Variación de las amplitudes por frecuencia. 4.23(a) Varianza para todos los receptores utilizados, a frecuencias 0.51, 1.02, 2.53, 4.55, 5.0 [Hz] y 4.23(b) Varianza a frecuencias 1.52, 2.03, 3.54, 4.04, 4.55.

ceptores que se muestran en la figura 4.22(b). Como puede visualizarse, casi todas las varianzas para frecuencias altas están por debajo de  $1\sigma$ . Sin embargo, en bajas frecuencias exceden este valor. Debido a la gran dispersión de las varianzas, no se puede asegurar que exista homocedasticidad en las amplitudes. Fortaleciendo el argumento anterior, al considerar receptores dentro de la cuenca (figura 4.22(d)), puede observarse que los cambios en las amplitudes son más dispersos y en su mayoría exceden  $1\sigma$ , como se aprecia en el esquema 4.22(c). No obstante, algunos receptores dentro de la cuenca, como el 52 (figura 4.22(c)), presentan una variabilidad pequeña en frecuencias altas y abrupta en las bajas. Por lo tanto, la variación en las amplitudes para algunos receptores no cumple con la condición de homocedasticidad.

Ahora bien, si se analiza la amplitud que tienen los receptores para una frecuencia  $f$  fija, se observa que conforme aumenta la frecuencia, la variabilidad es más pequeña para todos los receptores (figura 4.23(a)). Sin embargo, en la figura 4.23(b) se visualiza que una frecuencia alta tiene una variabilidad alta. Por lo que, el argumento de que no se cumple la homocedasticidad en las amplitudes se confirma.

Los resultados expuestos anteriormente, indican que los cocientes espectrales de la respuesta sintética presentan variaciones por encima de  $1\sigma$ , sin importar si se analiza una frecuencia fija o un receptor fijo.

Los resultados anteriores se obtuvieron para un método analítico, y de acuerdo a lo observado no se cumple que la variación en las amplitudes de los cocientes espectrales sea homogénea y despreciable. Aún tomando como referencia a un receptor en roca dura, se ha observado que la variación pueden ser más grandes que  $1\sigma$ . Por este motivo, se procede a analizar la variabilidad en los cocientes espectrales usando registros sísmicos y comprobar la veracidad de este hecho.

### 4.3. Cocientes espectrales de registros sísmicos.

Previamente se menciona que la manera en la que se obtienen los cocientes espectrales, es evento por evento en cada una de las zonas sismogénicas que se consideran en el presente trabajo.

Los cocientes espectrales SCT/CU obtenidos en las zonas sismogénicas consideradas son los que se muestran en las figuras 4.24(a), 4.25(a) y 4.26(a).

Posterior al cálculo de los cocientes, se realiza la estimación de la varianza muestral. El primer paso es estimar los parámetros de las distribuciones lognormales por frecuencia y posteriormente se lleva a cabo una prueba de Kolmogorov-Smirnoff para ratificar si los parámetros obtenidos son los deseados. Como se resultado se observó

#### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

---

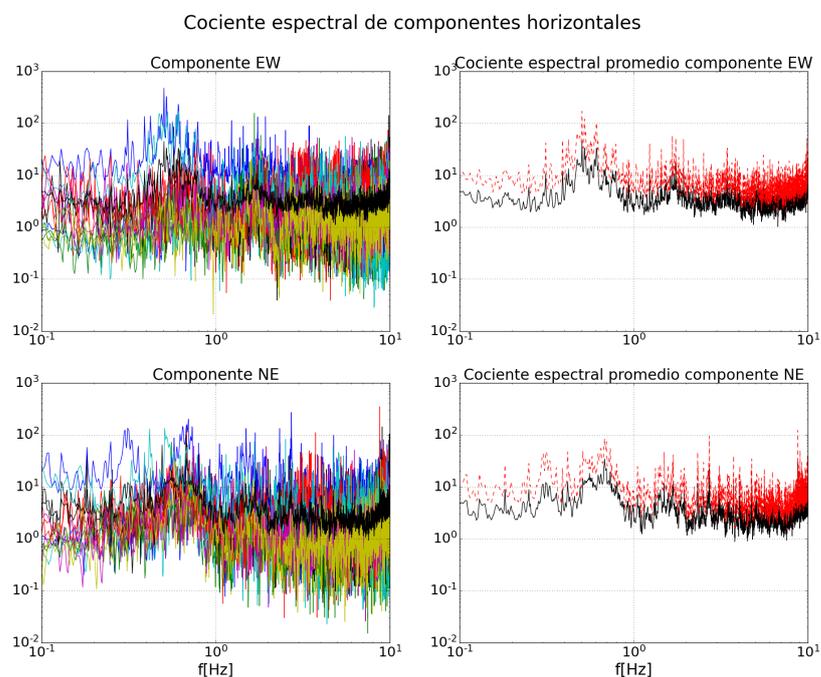
que en más del 80% de los casos no se rechaza la hipótesis nula (la hipótesis nula es que la distribución sea lognormal, con la media y varianza muestral estimadas).

Una vez comprobados las estimaciones de los parámetros, los resultados para la varianza muestral se presentan en las figuras 4.24(b), 4.25(b) y 4.26(b). Cabe mencionar, que sólo se analizan las regiones sismogénicas sub2, sub3 e IN1-IN2-IN3.

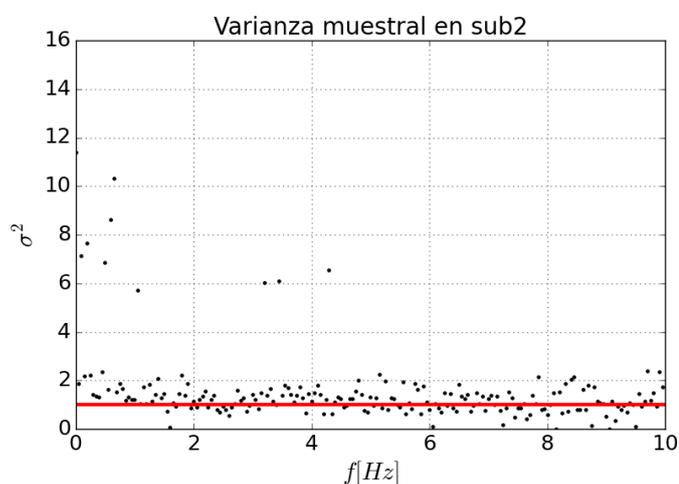
La subfigura 4.24(b) muestra la variabilidad fuentes en la zona sub2. Se puede apreciar que la mayor parte del contenido frecuencial está dentro de un rango de 0 a 3 unidades. Además, una cantidad muy pequeña de muestras salen de dicho rango. Por lo que se puede decir que la variación es constante y más grande que  $1\sigma$ .

Respecto a la variabilidad de la sub3, que se observa en la subfigura 4.25(a) que la variación del contenido frecuencial está acotada entre 0 y 3 unidades.

Para la zona sismogénica IN1-IN2-IN3, la variabilidad se observa en la subfigura 4.26(a). Se hace evidente la gran variación que se tiene por frecuencia en las amplitudes. Esto confirma, que la variación de los cocientes espectrales sí depende de la localización de la fuente. Ya que, en el caso de las sub2 y sub3, la mayoría del contenido frecuencial esta acotado por 2, mientras que en la región IN1-IN2-IN3, se encuentra acotada por 16 unidades.



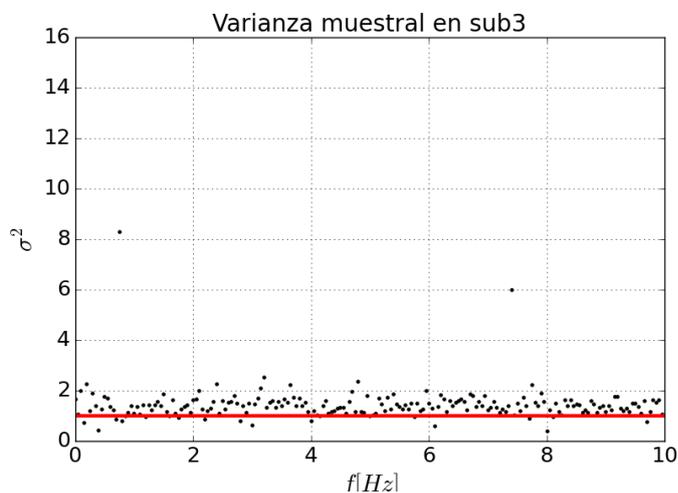
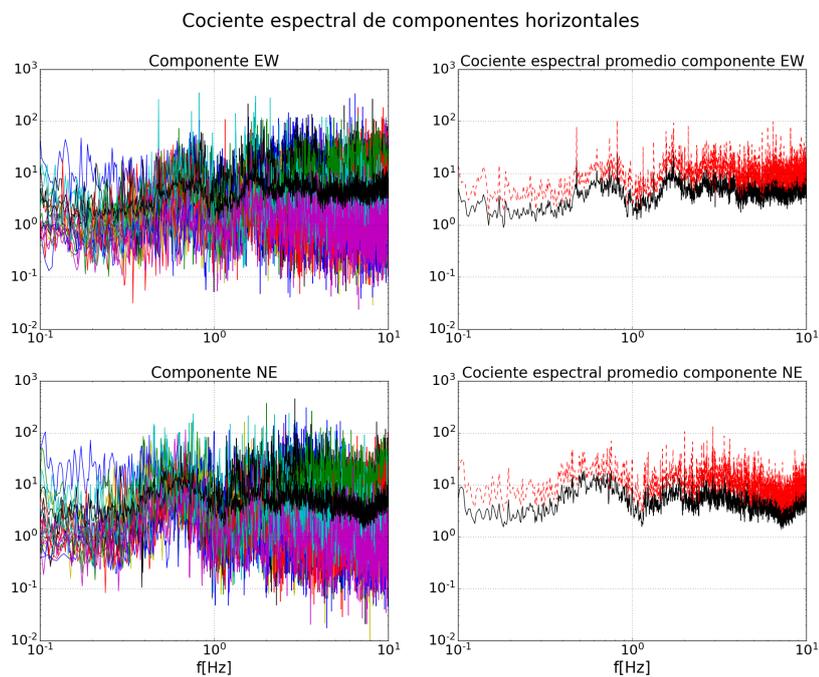
(a) Cocientes  $SCT/CU$  de las fuentes en Sub2



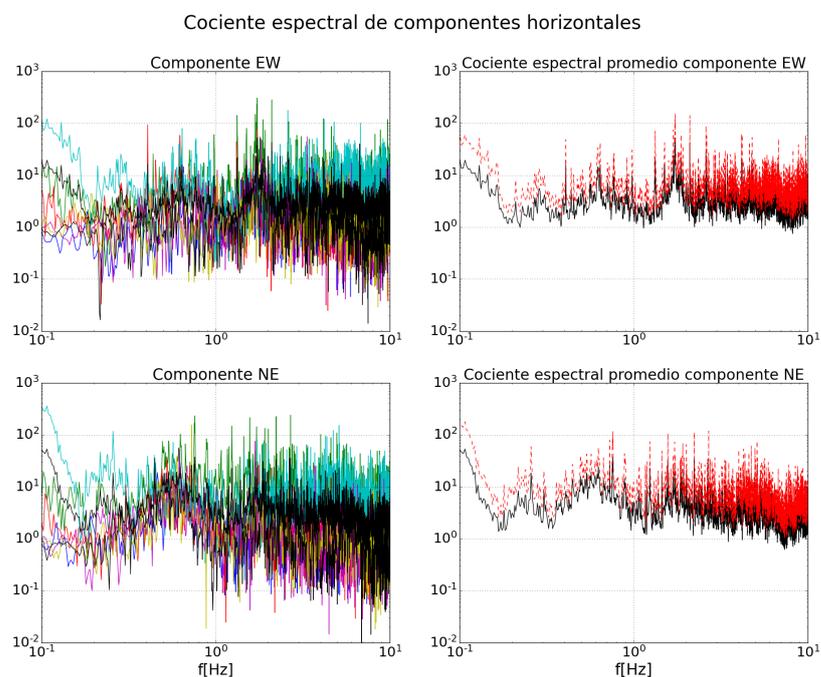
(b) Variabilidad de las fuentes en Sub2

**Figura 4.24:** Cocientes espectrales y su variación en Sub2. (a) Del lado izquierdo se observan los cocientes espectrales para las componentes horizontales, del lado izquierdo los cocientes promedios (en negro) y el cociente promedio  $\pm 1\sigma$  (en rojo). (b) Variación de las amplitudes por frecuencia de los cocientes espectrales.

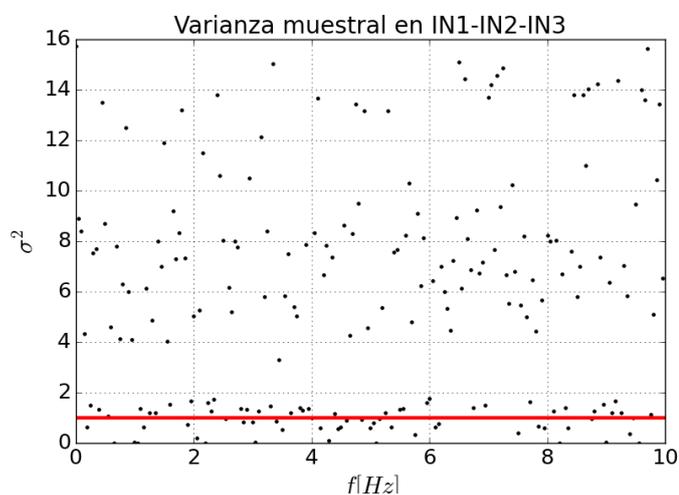
#### 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS



**Figura 4.25:** Cocientes espectrales y su variación en Sub3. (a) Del lado izquierdo se observan los cocientes espectrales para las componentes horizontales, del lado izquierdo los cocientes promedios(en negro) y el cociente promedio  $\pm 1\sigma$  (en rojo). (b) Variación de las amplitudes por frecuencia de los cocientes espectrales.



(a) Cocientes  $SCT/CU$  de las fuentes en  $IN1-IN2-IN3$



(b) Variabilidad de las fuentes en  $IN1-IN2-IN3$

**Figura 4.26:** Cocientes espectrales y su variación en  $IN1-IN2-IN3$ . (a) Del lado izquierdo se observan los cocientes espectrales para las componentes horizontales, del lado izquierdo los cocientes promedios(en negro) y el cociente promedio  $\pm 1\sigma$  (en rojo). (b) Variación de las amplitudes por frecuencia de los cocientes espectrales.



## Conclusiones y comentarios finales

---

Mediante las ecuaciones de campo de desplazamiento para un medio completo, se obtuvieron los cocientes en las estaciones SCT y CU, en los cuales solo se consideran los efectos de fuente y trayecto y se esperaría que el cociente sea una constante. Se utilizaron cuatro dislocaciones distribuidas en la trinchera, frente a los estados de Michoacán (F1), Guerrero (F2), Oaxaca (F3) y Chiapas (F4), una en el epicentro del sismo del 19 de septiembre de 2017 en Puebla-Morelos (F5) y otra local (F6), al oeste de la Ciudad de México. Se analizó el efecto en los cocientes espectrales de las componentes de desplazamiento y la influencia de la ubicación del sismo, fijando el patrón de radiación de acuerdo con la estadística de los mecanismos focales en la región. De acuerdo con los resultados obtenidos en las figuras 4.2, 4.3 y 4.4, el campo cercano, intermedio y lejano, están influenciados por la ubicación del sismo y el patrón de radiación. Las fuentes en la costa de Michoacán y Guerrero, a pesar de tener el mismo rumbo, echado y desplazamiento, presentan diferencias considerables en las amplitudes de sus cocientes debido principalmente a la distancia epicentral. Por otro lado, para las fuentes más cercanas (F5 y F6), el campo cercano es relevante en baja frecuencia. Además, se observó que las amplitudes de los cocientes espectrales para las dislocaciones F2 a F4 tienen poca variabilidad, mientras que, para los casos F1, F5 y F6, los cambios son grandes. Por lo tanto, las componentes de campo que influyen en el cociente dependen de la localización, azimut y por consecuencia del patrón de radiación.

Empleando el Método de Elemento de Frontera, se obtuvo la respuesta sísmica del basamento del Valle de México, para una onda SH con ángulos de incidencia entre 0 y 45° utilizando el modelo propuesto por Kawase y Aki (1989). A partir de los desplazamientos se calcularon los cocientes espectrales en cada receptor tomando como referencia un receptor en roca. Los cocientes espectrales presentan variaciones importantes para diferentes ángulos de incidencia y por frecuencia. Al cambiar el ángulo de incidencia del frente de onda, se provocaran alteraciones en las amplitudes la función de transferencia empírica. Cabe subrayar, que al modificar el ángulo de incidencia, es equivalente a tener diferentes distancias epicentrales. También es importante enfatizar que no se están analizando las posibles contribuciones de ondas superficiales. Por lo tanto, se

## 5. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS FINALES

---

puede asegurar que el cociente espectral calculado mediante la respuesta sintética con el MIEF, es dependiente de dos factores: el ángulo de incidencia y la posición del receptor.

Con respecto al análisis utilizando observaciones, se compilaron todos los registros disponibles para realizar el cálculo de los cocientes espectrales. Sin embargo, con base en las figuras 4.24(b), 4.25(b) y 4.26(b), que corresponden a la variabilidad de las amplitudes de los cocientes espectrales para las zonas sísmogénicas Sub1, Sub2 e IN1-IN2-IN3, se puede observar que los cambios en las amplitudes de las funciones de transferencia empírica, suelen estar acotadas entre 0 y 3 unidades, cuando los epicentros se localizan en Sub2 y Sub3. Mientras, que para IN1-IN2-IN3, la dispersión es muy grande y se encuentra acotada entre 0 y 16 unidades. Esto sugiere, que el cambio de las localizaciones y de los azimut en los sismos, si provoca alteraciones en los cocientes espectrales. De hecho, en las figuras 4.24(a), 4.25(a) y 4.26(a), son evidente las diferencias antes mencionadas en los cocientes espectrales promedio.

La conclusión general del trabajo es que las amplitudes de los cocientes espectrales calculados en las zonas Sub2, Sub3 y IN1-IN2-IN3, tienen variaciones considerables entre 0 y 5 [Hz] que son atribuibles a los parámetros de fuente, localización y azimut, y deben ser tomados en cuenta para la obtención de la función de transferencia empírica. Debido a que los periodos fundamentales del suelo en la Cuenca de México se encuentran entre estas frecuencias.

Es importante mencionar, que el trabajo tuvo por objetivo principal explorar los factores que alteran los cocientes espectrales. Sin embargo, los resultados permiten proponer una alternativa para mitigar los efectos relacionados con la fuente la cual consiste en continuar utilizando la aproximación del campo lejano pero haciendo una corrección a los datos para sustraer el efecto del patrón de radiación. Lo anterior con todo rigor es una solución compleja, pues implicaría el conocimiento de la estructura cortical es heterogénea para evaluar el factor que sería necesario extraer de los registros. Sin embargo, al reconocer que el efecto más importante ocurre en la baja frecuencia podemos suponer que la solución analítica de los desplazamientos para un medio infinito con una velocidad representativa de la corteza removería los efectos de primer orden debidos al patrón de radiación. La evaluación queda fuera de los alcances del trabajo pero sin duda debe explorarse en el corto plazo.

---

## Apéndice A

# Apéndice.

---

### A.1. Transformada de Fourier y de Hankel.

La transformada de Fourier la podemos definir de la siguiente manera (tomado de Ramos (2011)).

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (\text{A.1})$$

Condiciones suficientes para su existencia son:

1.  $f$  seccionalmente continua en  $(-\infty, \infty)$
2.  $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty$

Al igual que la transformada directa, también se puede definir la transformada inversa de Fourier como se describe a continuación:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (\text{A.2})$$

Cabe resaltar que ambas transformaciones difieren en un signo y en  $1/2\pi$ , dichas diferencias se deben a que existe una simetría en el espacio.

En cuanto a la transformada de Hankel, el núcleo de la transformación es  $K(s, t) = tJ_v(st)$ , con  $J_v$  la función de Bessel de primera especie y de orden  $v$ , en intervalo de integración  $(0, \infty)$  y  $v \geq -1/2$  se define (tomado de Ramos (2011)):

$$\mathcal{H}_v\{f(t)\} = \int_0^{\infty} tJ_v(st)f(t)dt \quad (\text{A.3})$$

Las condiciones suficientes para su existencia son:

1.  $f$  seccionalmente continua en  $(0, \infty)$

$$2. \int_0^\infty |f(t)| t^{1/2} dt < \infty$$

Si se cumplen las condiciones anteriores, se tiene unicidad en la transformación y por ende podemos definir la transformación inversa, la cual es:

$$\mathcal{H}_v^{-1}\{F(s)\} = \int_0^\infty s J_v(st) F(s) ds \quad (\text{A.4})$$

## A.2. Transformada de Fourier discreta.

Considere una señal de duración finita, es decir, existen  $N_1, N_2 \in \mathbb{N}$  tal que  $x[n] = 0, \forall n \notin [N_1, N_2]$ .

Dado que la señal anterior es aperiódica, se puede construir una señal periódica  $\tilde{x}[n]$  para la cual el dominio de  $x[n]$  sea un periodo para  $\tilde{x}[n]$ . Si hacemos tender a infinito el periodo de  $\tilde{x}[n]$ , se hace evidente que esta se aproxima a  $x[n]$ .

Tomando la representación en serie de Fourier para  $\tilde{x}[n]$  y considerando las hipótesis sobre  $x[n]$  como se mencionaron previamente, se tiene que

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad (\text{A.5})$$

con

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{x}[n] e^{-jk(2\pi/N)n}, \quad \text{donde } j = \sqrt{-1}$$

Dado que  $\tilde{x}[n] = x[n] \quad \forall n \in [N_1, N_2]$ , podemos definir la siguiente función

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$

donde los coeficientes  $a_k$  se calculan de la siguiente manera

$$a_k = \frac{1}{N} X(e^{jk\omega_0}) \quad (\text{A.6})$$

A partir de las ecuaciones A.5 y A.6, se tiene que

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=-N}^N \frac{1}{N} X(e^{jk\omega_0}) e^{jk\omega_0 n}$$

Y considerando que  $\omega_0 = 2\pi/N$ , de manera equivalente podemos escribir

$$\tilde{x}[n] = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-N}^N X(e^{jk\omega_0}) e^{jk\omega_0 n} \omega_0 \quad (\text{A.7})$$

Note que la ecuación A.7 tiene forma de una suma de Riemann, por lo que si  $\omega_0 \rightarrow 0$  y  $N \rightarrow \infty$ , la ecuación anterior se puede representar de la manera siguiente

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega}) e^{jk\omega n} d\omega$$

pues si  $N \rightarrow \infty$  entonces  $\tilde{x}[n] \rightarrow x[n]$ .

Por lo tanto, para señales del tipo discreto las ecuaciones de transformación directa e inversa de Fourier son las siguientes (tomadas de (Oppenheim *et al.*, 1998)):

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} \quad (\text{A.8})$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(e^{j\omega}) e^{jk\omega n} d\omega \quad (\text{A.9})$$

### A.2.1. Aplicaciones de la transformada de Fourier discreta.

#### A.2.1.1. Teorema del muestreo.

Uno de los problemas principales en el procesamiento de señales consiste en convertir un señal analógica(continua) en una señal digital(discreta).Este proceso de conversión de una señal a otra se le denomina muestreo.

El teorema de Nyquist-Shannon es un teorema fundamental en el análisis digital de señales, ya que permite conocer los requerimientos mínimos para la construcción de una señal analógica a partir del proceso de muestreo.

El criterio de reconstrucción es el siguiente: si un sistema muestrea de manera uniforme una señal analógica a una frecuencia que excede la frecuencia más alta de la señal en al menos un factor de dos, la señal analógica original se puede recuperar perfectamente de los valores discretos producidos por el muestreo.

Esto significa que, si la frecuencia más alta en una señal analógica  $x_a(t)$  es  $F_{max} = B$  y la señal se muestrea a una tasa  $F_s > 2B$ , entonces  $x_a(t)$  se puede recuperar totalmente a partir de muestras mediante la función de interpolación

$$g(t) = \frac{\sin 2\pi Bt}{2\pi Bt}$$

Así,  $x_a(t)$  puede expresarse como:

$$x_a(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} x_a\left(\frac{n}{F_s}\right) g\left(t - \frac{n}{F_s}\right)$$

donde  $x_a\left(\frac{n}{F_s}\right) = x_a(nT) \equiv x(n)$  son las muestras  $x_a(t)$ .

**Teorema A.2.1.** Teorema del muestreo.

Sea  $x(t)$  una señal de banda limitada con  $X(j\omega) = 0$  para  $|\omega| > \omega_M$ . Entonces  $x(t)$  se determina unívocamente mediante sus muestras  $x(nT)$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  si

$$\omega_s > 2\omega_M$$

donde

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T}$$

**Teorema A.2.1.** Propiedad de convolución discreta.

$y[n] = x[n] * h[n]$  es equivalente a  $Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega})H(e^{j\omega})$ .

donde  $Y(e^{j\omega})$ ,  $X(e^{j\omega})$ ,  $H(e^{j\omega})$  son las transformadas de Fourier discretas de las señales  $y[n]$ ,  $x[n]$ ,  $h[n]$  respectivamente

*Demostración.* :

Considere la definición de la convolución discreta para  $y[n]$

$$y[n] = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x[k]h[n-k] \tag{A.10}$$

si le aplicamos la transformada de Fourier discreta [A.8](#) a la convolución discreta [A.10](#), se obtiene que la siguiente expresión

$$Y(e^{j\omega}) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} x[k]h[n-k]e^{-j\omega n}$$

Bajo la suposición de que la serie anterior converge de manera absoluta y usando el teorema de Fubini para series, se puede intercambiar las sumas sin que haya alguna alteración, por lo que se obtiene la siguiente expresión

$$Y(e^{j\omega}) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x[k] \sum_{n \in \mathbb{Z}} h[n - k] e^{-j\omega n} \quad (\text{A.11})$$

Recordando la propiedad de desplazamiento en el tiempo de la transformada de Fourier discreta se tiene que

$$h[n - k] e^{-j\omega n} = H(e^{j\omega}) e^{-j\omega k}$$

sustituyendo la ecuación anterior en la ecuación [A.11](#)

$$Y(e^{j\omega}) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x[k] H(e^{j\omega}) e^{-j\omega k}$$

Reacomodando términos (lo que se puede hacer debido a la suposición de la convergencia absoluta)

$$Y(e^{j\omega}) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x[k] e^{-j\omega k} H(e^{j\omega})$$

Debido a la ecuación anterior, se obtiene el resultado deseado

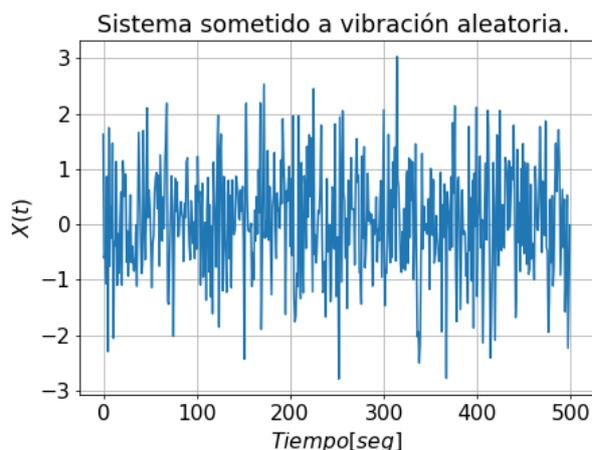
$$Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega}) H(e^{j\omega}) \quad (\text{A.12})$$

Esto demuestra la necesidad de la prueba, para la suficiencia se toma la ecuación [A.12](#) y se realizan los mismos pasos pero de reversa hasta llegar a la ecuación [A.10](#).

Por lo tanto, la equivalencia en la propiedad de convolución queda demostrada.  $\square$

### A.3. Teoría de Vibraciones Aleatorias.

La teoría de vibraciones aleatorias estudia el movimiento oscilatorio de diversos sistemas físicos, de manera usual se manejan sistemas mecánicos sometidos a fuerzas



**Figura A.1:** Vibración aleatoria generada con ruido blanco.

variables en el tiempo. La principal característica que tienen las vibraciones aleatorias es que solamente se conocen los valores estadísticos que toman las excitaciones en cualquier instante de tiempo.

Es importante mencionar, que las vibraciones se consideran deterministas cuando se conoce el valor o magnitud de las fuerzas excitadoras en todo instante de tiempo.

Para estudiar el fenómeno de las vibraciones aleatorias, se debe averiguar como influyen las características estadísticas de la excitación y las propiedades dinámicas del sistema vibrante en las características estadísticas del movimiento del sistema aleatoriamente excitado.

Por otro lado, si se quiere analizar los acelerogramas desde la perspectiva de las vibraciones aleatorias. Se debe tener en cuenta que a un registro acelerográfico (acelerograma)  $a_s(t)$  le corresponden únicos espectro de amplitudes y de fase en el dominio de la frecuencia, a través del cual se puede estimar un espectro de respuesta asociado. Sin embargo, a un espectro de respuesta no se le puede asignar de manera única un registro acelerográfico, si no se conoce la fase de la forma de onda.

No obstante, si se hace la suposición que un espectro de respuesta proviene de diferentes formas de onda, este se considera como múltiples realizaciones de un mismo evento aleatorio, dando origen a un proceso estocástico a través del cual se darán estimaciones del espectro de respuesta.

A continuación se describen las ecuaciones pertinentes para derivar la función de transferencia:

La identidad de Parseval, establece que (tomado de González (2008) ):

$$A_s^2 = \frac{1}{D_s} \int_0^{D_t} a_s^2(t) dt = \frac{1}{D_s} \int_{-\infty}^{\infty} |a_s(\omega)|^2 d\omega$$

donde  $A_s^2$  es la aceleración cuadrática media ,  $a_s(t)$  es la aceleración en el instante de tiempo  $t$ ,  $|a_s|$  es la amplitud de Fourier correspondiente a la frecuencia  $\omega$  y  $D_s$  es la duración de la fase intensa del registro. De acuerdo a la teoría de vibraciones aleatorias,  $a_s(t)$  un proceso estocástico estacionario del tipo Gaussiano con media cero, el valor máximo esperado de  $a_s(t)$  se puede obtener de la siguiente forma:

$$E(X_{smax}) = E(\eta_{max}, N) X_s^2$$

donde  $X_s^2$  es la varianza de la aceleración y  $E(\eta_{max}, N)$  es el factor pico, el cual se calcula a partir de la siguiente expresión :

$$E(\eta_{max}, N) = \sqrt{2 \ln N} + \frac{\gamma}{\sqrt{2 \ln N}}$$

donde  $\gamma = 0.577$  es la constante de Euler y  $N$  es el número de puntos máximos y mínimos de la señal en el dominio del tiempo.

A su vez,  $N$  se calcula con la siguiente ecuación:

$$N = f D_s$$

donde

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}}$$

y

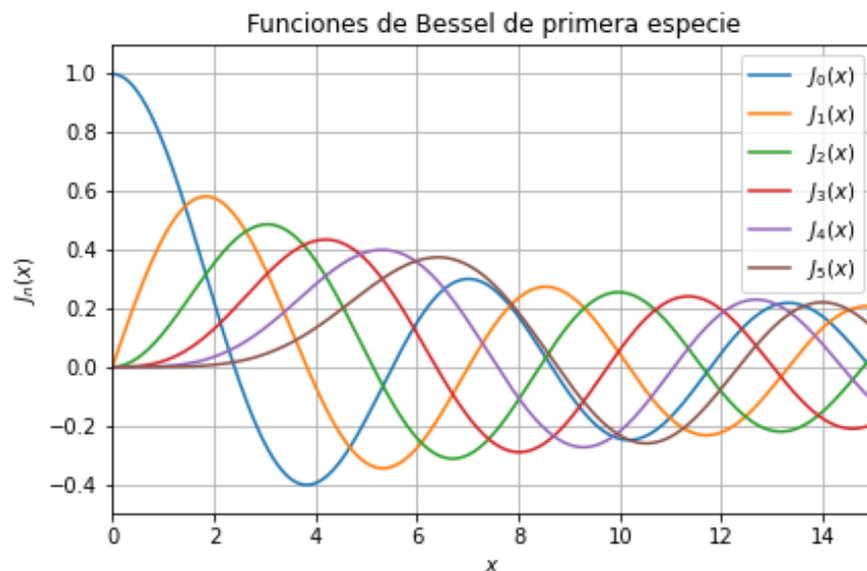
$$m_k = \frac{1}{D_s} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^k |a_s(\omega)|^2 d\omega$$

Dado que se desea estimar la respuesta de un oscilador armónico de un grado de libertad, basta con multiplicar  $|a_s(\omega)|$  por la función de transferencia del oscilador, la cual se calcula con la siguiente expresión (tomado de (González, 2008) ):

$$H_T(\omega) = \frac{(\Omega^2 - \omega^2) - 2\varepsilon\omega\Omega i}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + (2\varepsilon\omega\Omega i)^2}$$

donde  $\Omega = 2\pi/T$ ,  $T$  es el periodo de vibración del oscilador ,  $\varepsilon$  es el amortiguamiento.

La ecuación anterior se le conoce como función de transferencia del oscilador, porque se transfiere el movimiento del suelo al oscilador.



**Figura A.2:** Se muestran los primeros cinco ordenes de la función de Bessel de primera especie.

#### A.4. Funciones de Bessel.

La ecuación diferencial de segundo orden dada por ( tomada de Haberman (2012)):

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \nu^2)y = 0 \quad (\text{A.13})$$

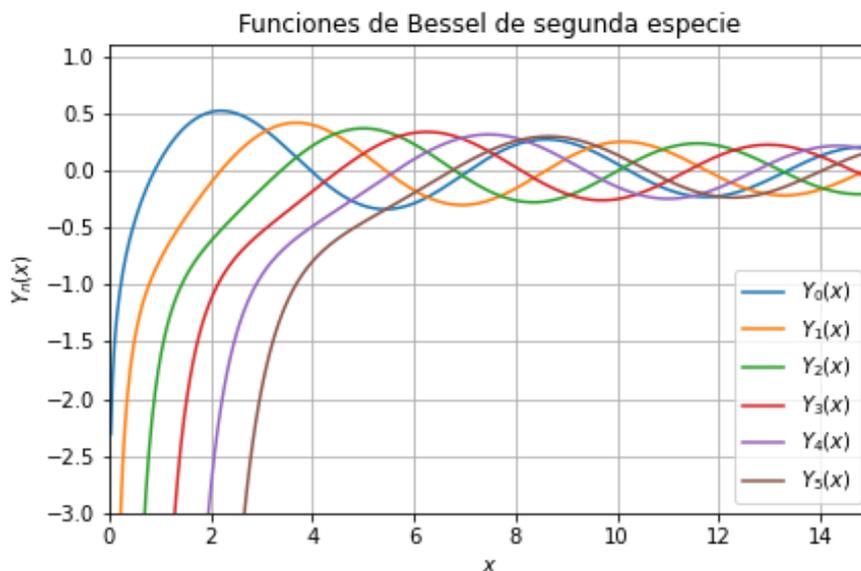
es conocida por el nombre de ecuación diferencial de Bessel, donde la solución a [A.13](#) , es de la forma  $y = AJ_\nu(x) + BY_\nu(x)$ , dónde A,B son constantes arbitrarias y  $\nu \geq 0$  se le conoce como el orden.

La función de Bessel de primera especie de orden  $\nu$  , se determina mediante una serie de potencias, como se describe a continuación:

$$J_\nu(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (x/2)^{\nu+2k}}{k! \Gamma(\nu + k + 1)} \quad (\text{A.14})$$

Note que en [A.14](#) , si  $x = 0$  se tiene que la serie es finita para todos los valores de  $\nu$ , las funciones antes mencionadas se pueden observar en la figura [A.2](#).

La función de Bessel de segunda especie de orden  $\nu$ , que también es conocida como función de Weber o de Neumann, se escribe como:



**Figura A.3:** Se muestran los primeros cinco órdenes de la función de Bessel de segunda especie.

$$\begin{aligned}
Y_\nu(x) = & \frac{2}{\pi} J_\nu(x) \left( \ln \frac{x}{2} + \gamma \right) - \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{\nu-1} \frac{(\nu-k-1)!}{k!} \left( \frac{x}{2} \right)^{2k-\nu} \\
& + \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{\nu-1} \frac{(-1)^k \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k} \right) + \left( 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k+\nu} \right) \right]}{k! (\nu+k)!} \left( \frac{x}{2} \right)^{2k+\nu} \quad (\text{A.15})
\end{aligned}$$

Note que en A.15, si  $x = 0$  se tiene una discontinuidad, la cual puede observarse de manera clara en la figura A.3.

En un espacio extendido la ecuación de Bessel A.13, tiene como solución general las funciones de Hankel, que son combinaciones lineales de las funciones de Bessel de primera y segunda especie, dichas funciones están dadas por:

$$H_n^1(x) = J_n(x) + iY_n(x) \quad , \quad H_n^2(x) = J_n(x) - iY_n(x)$$

Donde  $H_n^1(\cdot)$  y  $H_n^2(\cdot)$  son conocidas como las funciones de Hankel de n-ésimo orden de primera y segunda especie respectivamente.

## A.5. Ecuación integral de Fredholm.

Se conoce como ecuación integral de Fredholm de segunda especie, a las ecuaciones de tipo (tomado de Petrovski *et al.* (1976) ):

$$\phi(s) = \int_a^b K(s,t)\phi(t)dt + f(s) \quad (\text{A.16})$$

Respecto a la función K, llamada núcleo de la ecuación, supondremos que es medible y verifica la siguiente condición

$$\phi(s) = \int_a^b \int_a^b |K(s,t)| dsdt < \infty$$

El término independiente f de esta ecuación es una función conocida y perteneciente a  $L_2[a, b]$ , mientras que  $\phi$  es una función incógnita e igualmente perteneciente a  $L_2[a, b]$ .

## A.6. Función de Green.

Suponga un problema del tipo (tomado de Ramos (2011))

$$\mathcal{L}u = g \quad (\text{A.17})$$

Donde  $\mathcal{L}$  es un operador de segundo orden diferencial lineal, u es la función incógnita y g es el término inhomogéneo, cabe mencionar que las funciones dependen de x e y, es decir  $\mathcal{L} = \mathcal{L}(x, y)$ .

Para resolver el problema A.17 , consideramos el problema alternativo

$$\mathcal{L} G(x, y; \xi, \eta) = \delta(x - \xi)\delta(y - \eta) \quad (\text{A.18})$$

y notamos que al multiplicar esta ecuación por  $g(\xi, \eta)$  e integrar sobre todos los valores de  $\xi$  y  $\eta$  ( suponiendo que son  $(-\infty, \infty)$ ) se obtiene

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \mathcal{L} G(x, y; \xi, \eta)g(\xi, \eta) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \delta(x - \xi)\delta(y - \eta)g(\xi, \eta) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \delta(x - \xi) \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \delta(y - \eta)g(\xi, \eta) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \delta(x - \xi)g(x, y) \\ &= g(x, y) \end{aligned}$$

Como  $\mathcal{L}(x, y)$  es un operador de segundo orden,  $G(x, y; \xi, \eta) \in \mathcal{C}^2$ , para que  $\mathcal{L}$  pueda salir de las integrales

$$\mathcal{L} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta G(x, y; \xi, \eta)g(\xi, \eta) = g(x, y)$$

Al compararla con A.17, se obtiene directamente que

$$u(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta G(x, y; \xi, \eta)g(\xi, \eta) \quad (\text{A.19})$$

es la solución al problema original. La función  $G(x, y; \xi, \eta)$ , que satisface A.17, es la llamada función de Green asociada al operador diferencial  $\mathcal{L}$ , la cual se denomina como solución fundamental.

Cabe mencionar que, dada la naturaleza de la transformada de Fourier para una derivada de segundo orden, el término inhomogéneo como -g, y en ese sentido la función de Green se define como  $-\delta(x - \xi)\delta(y - \eta)$

## A.7. Pulso de Ricker.

La ondícula de Ricker con parámetros  $t_p$  y  $t_s$  se expresa de la siguiente manera (tomado de Pardo~Dañino (2016) )

$$r(t) = \left(a^2 - \frac{1}{2}\right) \exp(-a^2) \quad \text{con } a = \pi \frac{t - t_s}{t_p} \quad (\text{A.20})$$

Donde  $t_s$  representa el centro del pulso y  $t_p$  el periodo característico, el cual representa la distancia de separación entre las crestas, el pulso de Ricker puede visualizarse en la figura A.4.

La transformada de Fourier del pulso de Ricker, se describe de la siguiente manera

$$r(t) = -\frac{tp}{\sqrt{\pi}} b^2 \exp(-b^2) \exp(-i\omega t_s) \quad \text{con } b = \frac{\omega}{\omega_p} \quad (\text{A.21})$$

Donde  $\omega_p$  es la frecuencia angular característica  $(\omega_p = \frac{2\omega}{t_p})$ , en la figura A.5 se puede observar la transformada de Fourier de un pulso de Ricker.

## A.8. Método de máxima verosimilitud.

El método de máxima verosimilitud consiste en encontrar el valor de  $\theta$  que maximiza a la función  $L(\theta)$ . Al valor de  $\theta$  en donde  $L(\theta)$  alcanza su máximo se le llama estimación de máxima verosimilitud o estimacion máximo verosímil.

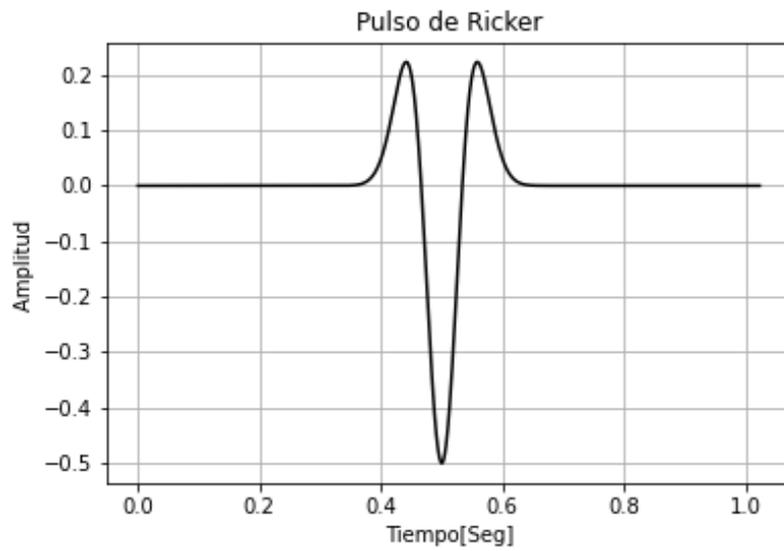


Figura A.4: Pulso de Ricker con  $t_s = 0.5$  y  $t_p = 0.15$

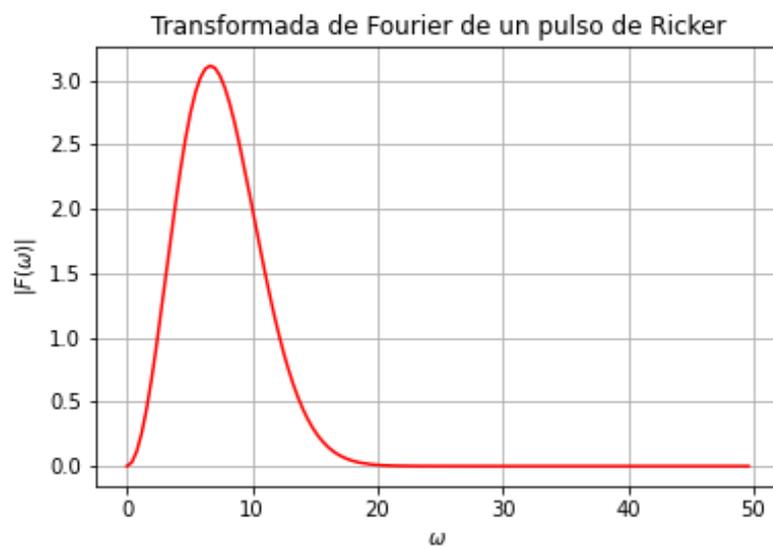


Figura A.5: Parte positiva del espectro de Fourier de un pulso de Ricker.

La función de verosimilitud de un vector aleatorio  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  cuya distribución depende de un parámetro  $\theta$  se define como la función de densidad conjunta o de probabilidad conjunta ( Rincón (2019))

$$L(\theta) = f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta)$$

Si se considera que las componentes del vector aleatorio son V.A.I.I.D. se tiene que la función de verosimilitud se ve de la siguiente manera

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i, \theta) \quad (\text{A.22})$$

Dado que la función logaritmo es creciente y monótona, se puede aplicar el logaritmo a A.22 y se mantienen sus propiedades, por lo tanto la función objetivo es

$$\log(L(\theta)) = \sum_{i=1}^n \log(f_{X_i}(x_i, \theta)) \quad (\text{A.23})$$

De esta manera, a A.23 se le maximiza para obtener el estimador máximo verosimil  $\hat{\theta}_{MV}$  del parámetro  $\theta$ .

## A.9. Distribución Lognormal.

La distribución lognormal se define de la siguiente manera (tomado de Ginos (2009).)

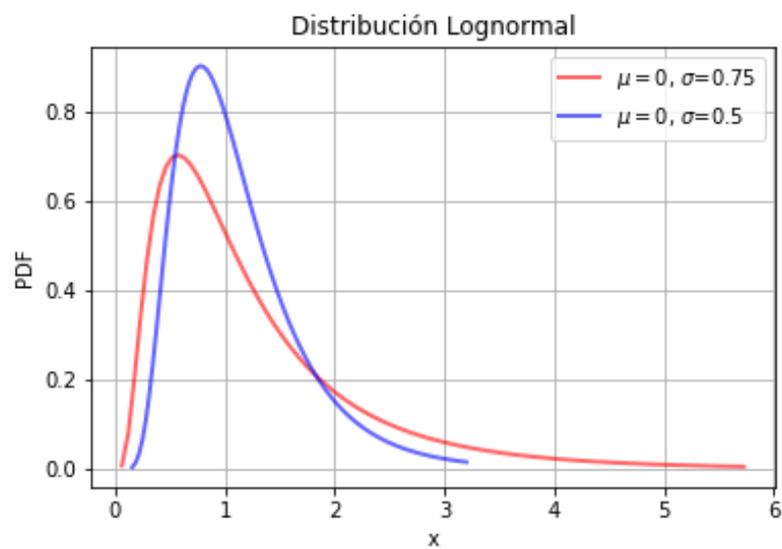
$$f(x | \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)} x} \exp\left[-\frac{(\ln(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad x > 0, \quad -\infty < \mu < \infty, \quad \sigma > 0 \quad (\text{A.24})$$

Se dice que una variable aleatoria se distribuye lognormal si el logaritmo de dicha variable se distribuye normal.

Los estimadores máximos verosímiles para los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ , se expresan de la siguiente manera

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^n \ln(X_i)}{n}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n \ln(X_i) - \frac{\sum_{i=1}^n \ln(X_i)}{n}\right)^2}{n}$$



**Figura A.6:** Comparación entre distribuciones lognormales. En rojo se muestran la distribución lognormal con  $\mu = 0$  y  $\sigma = 0.75$ . En azul con parámetros  $\mu = 0$  y  $\sigma = 0.5$

# Bibliografía

---

- (2017). Gaceta oficial de la ciudad de México. Technical report, SMIE. [32](#)
- Aki, K. y P. G. Richards (2002). *Quantitative seismology*. [10](#), [18](#), [22](#), [39](#)
- Arroyo, D., S. K. Singh, M. Ordaz, R. Meli, y M. Ramírez (2020). Observed seismic intensities and damage pattern in central Mexico during intraslab earthquakes of 1999 (mw6.9) and 2017 (mw7.1). *Geofísica internacional* (2), 83–100. [1](#)
- Banerjee, P. K., P. K. Banerjee, y R. Butterfield (1981). *Boundary element methods in engineering science*. McGraw-Hill (UK). [17](#)
- Beer, G., I. Smith, y C. Duenser (2008). *The boundary element method with programming: for engineers and scientists*. Springer Science & Business Media. [25](#)
- Boore, D. M. (2004). Can site response be predicted? *Journal of earthquake Engineering* (spec01), 1–41. [7](#)
- Borcherdt, R. D. (1970). Effects of local geology on ground motion near San Francisco Bay. *Bulletin of the Seismological Society of America* (1), 29–61. [2](#), [13](#)
- Chávez-García, F. J. y G. A. Montalva (2014). Efectos de sitio para ingenieros geotécnicos, estudio del valle Parkway. *Obras y proyectos* (16), 6–30. [2](#), [8](#), [13](#)
- Dantzig, G. B. y P. Wolfe (1960). Decomposition principle for linear programs. *Operations research* (1), 101–111. [17](#)
- Díaz-Fanas, G., E. Garini, O.-J. Ktenidou, G. Gazetas, T. Vaxevanis, Y. J. Lan, J. Heintz, X. Ma, E. Korre, R. Valles-Mattox, *et al.* (2020). Atc mw7.1 Puebla-Morelos earthquake reconnaissance observations: Seismological, geotechnical, ground motions, site effects, and GIS mapping. *Earthquake Spectra* (2\_suppl), 5–30. [1](#)
- E. Rosenblueth (1953). Teoría del diseño sísmico sobre mantos blandos. *Ediciones ICA Serie B 14*, 3–12. [1](#)

## BIBLIOGRAFÍA

---

- García Islas, J. (1984). *Aplicación del método de elemento de frontera (bem) para resolver problemas de potencial*. Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de México. 17
- Ginos, B. F. (2009). Parameter estimation for the lognormal distribution. *Brigham Young University*. 101
- González, J. V. (2008). *Metodología para la estimación del peligro sísmico con base en la teoría de vibraciones aleatorias*. CIENCIA ergo-sum, Revista Científica Multidisciplinaria de Prospectiva@1, 73–82. 95
- Haberman, R. (2012). *Applied partial differential equations with Fourier series and boundary value problems*. *Pearson Higher Ed*. 96
- Iida, M. y H. Kawase (2004). *A comprehensive interpretation of strong motions in the mexican volcanic belt*. Bulletin of the Seismological Society of America@2, 598–618. 8
- Jaimés Palomera, L. R. (1998). *La geología aplicada a la ingeniería civil y la importancia en la geotecnia de la cuenca de méxico( un caso de estudio)*. Escuela Nacional de Estudios Profesionales Acatlán, Universidad Autónoma de México. 28
- Juárez Camarena, M., G. Auvinet-Guichard, y E. Méndez-Sánchez (2016). *Geotechnical zoning of mexico valley subsoil*. Ingeniería, investigación y tecnología@3, 297–308. 29
- Katsikadelis, J. T. (2002). *Boundary elements: theory and applications*. *Elsevier*. 16, 17
- Kawase, H. y K. Aki (1989). *A study on the response of a soft basin for incident s, p, and rayleigh waves with special reference to the long duration observed in mexico city*. Bulletin of the Seismological Society of America@5, 1361–1382. XIII, XIV, XIV, 4, 43, 46, 47, 48, 49, 87

- Konno, K. y T. Ohmachi (1998). *Ground-motion characteristics estimated from spectral ratio between horizontal and vertical components of microtremor*. *Bulletin of the Seismological Society of America* (1), 228–241. 51
- Marsal, R. J. y M. Mazari (1959). *El subsuelo de la ciudad de México*. *Technical report*. 1
- Montalvo-Arrieta, J. C., F. J. Sánchez-Sesma, y E. Reinoso (2002). *A virtual reference site for the valley of Mexico*. *Bulletin of the Seismological Society of America* (5), 1847–1854. 2
- Mooser, F. (2018). *Geología del valle de México y otras regiones del país*. Colegio de Ingenieros Civiles de México 1. XIII, 31
- Nakamura, Y. (1989). *A method for dynamic characteristics estimation of subsurface using microtremor on the ground surface*. *Railway Technical Research Institute, Quarterly Reports* (1). 14
- Nishenko, S. y S. Singh (1987). *Conditional probabilities for the recurrence of large and great interplate earthquakes along the Mexican subduction zone*. *Bulletin of the Seismological Society of America* (6), 2095–2114. 37
- Oppenheim, A. V., A. S. Willsky, y S. H. Nawab (1998). *Señales y sistemas*. Pearson Educación. 91
- Ordaz, M., E. Rosenblueth, y E. Reinoso (1993). *Future ground motions in Mexico City*. *Tectonophysics* (1-3), 141–155. 2
- Orozco, J. J. Z., L. M. T. García, J. L. Hubp, y G. S. Rubio (2002). *Evolución geológica y geomorfología del complejo dómico los pitos, norte de la cuenca de México*. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas* (1), 66–79. 29
- Pacheco, J. F., L. R. Sykes, y C. H. Scholz (1993). *Nature of seismic coupling along simple plate boundaries of the subduction type*. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* (B8), 14133–14159. 35

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Pardo Dañino, J. C. (2016). Propagación de ondas elásticas en un medio heterogéneo utilizando el método indirecto de elementos de frontera. *Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de México*. 99
- Paulssen, H. (2014). *Theoretical Seismology*. Utrecht university. XIII, 19
- Pérez-Gavilán, J. (2006). Introducción a los elementos de frontera. *México, Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología*. 17
- Pérez-Rocha, L. E., F. J. Sánchez-Sesma, M. Ordaz, S. K. Singh, y E. Reinoso (2000). Strong ground motion prediction at mexico city. In *Proceedings of the XIII World Conference on Earthquake Engineering*. 51
- Petrovski, I. G., J. J. Tolosa, *et al.* (1976). Lecciones de teoría de las ecuaciones integrales. 98
- Ramos, A. Z. (2011). Ecuaciones diferenciales parciales. *Universidad Autónoma Metropolitana*. 89, 98
- Rincón, L. (2019). Una introducción a la estadística inferencial. *Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de México*. 101
- Rosenblueth, E. y A. Arciniega (1992). Response spectral ratios. *Earthquake engineering & structural dynamics* (6), 483–492. 1
- Sánchez-Reyes, A. (2020). Implementation in matlab of the iso-geometric boundary elements method for the resolution of 2d anisotropic elastostatic problems. 24
- Sánchez-Sesma, F., S. Chávez-Pérez, M. Suarez, M. Bravo, y L. Pérez-Rocha (1988). The mexico earthquake of september 19, 1985—on the seismic response of the valley of mexico. *Earthquake spectra* (3), 569–589. 8
- Sánchez-Sesma, F., J. Ramos-Martinez, y M. Campillo (1993). An indirect boundary element method applied to simulate the seismic response of alluvial valleys for incident p, s and rayleigh waves. *Earthquake engineering & structural dynamics* (4), 279–295. 44

- Sánchez-Sesma, F. J. y M. Campillo (1991). Diffraction of p, sv, and rayleigh waves by topographic features: A boundary integral formulation. *Bulletin of the seismological Society of America*@(6), 2234–2253. [26](#), [43](#), [45](#)
- Shapiro, N., M. Campillo, A. Paul, S. Singh, D. Jongmans, y F. Sanchez-Sesma (1997). Surface-wave propagation across the mexican volcanic belt and the origin of the long-period seismic-wave amplification in the valley of mexico. *Geophysical Journal International*@(1), 151–166. [8](#)
- Singh, S., J. Lermo, T. Domínguez, M. Ordaz, y J. Espinosa (1988). A study of amplification of seismic waves in the valley of mexico with respect to a hill zone site. *Earthquake spectra*@(4), 653–673. [1](#)
- Singh, S. K., E. a. Mena, y R. Castro (1988). Some aspects of source characteristics of the 19 september 1985 michoacan earthquake and ground motion amplification in and near mexico city from strong motion data. *Bulletin of the Seismological society of America*@(2), 451–477. [1](#)
- Singh, S. K. y M. Ordaz (1993). On the origin of long coda observed in the lake-bed strong-motion records of mexico city. *Bulletin of the Seismological Society of America*@(4), 1298–1306. [8](#)
- Steidl, J. H., A. G. Tumarkin, y R. J. Archuleta (1996). What is a reference site? *Bulletin of the Seismological Society of America*@(6), 1733–1748. [XIII](#), [2](#), [3](#)
- Zúñiga, F. R., G. Suárez, Á. Figueroa-Soto, y A. Mendoza (2017). A first-order seismotectonic regionalization of mexico for seismic hazard and risk estimation. *Journal of Seismology*@(6), 1295–1322. [IX](#), [4](#), [33](#), [37](#), [38](#), [39](#), [40](#), [53](#)