



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Uso de Deep learning para el  
pronóstico de la variación en la  
modulación de rayos cósmicos**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Geofísico**

**P R E S E N T A**

Isaac Rubén Valverde Guerrero

**DIRECTOR DE TESIS**

M.C. Miguel Enríquez Vargas



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2021**

# Agradecimientos

Primeramente, quiero agradecer a los profesores que he tenido a lo largo de mi trayectoria escolar y que han contribuido con mi formación académica, a los sinodales del jurado de titulación por su buena disposición y por las sugerencias que me aportaron para lograr una mejor versión del presente trabajo. A mi asesor, el M.C. Miguel Enríquez por todo el tiempo y dedicación que invirtió en mí y en esta tesis.

Tuve la fortuna de conocer buenos compañeros en mi estancia en la facultad de ingeniería y de tener un gran equipo de trabajo para varias tareas y proyectos, en quienes confiaba plenamente y con quienes siempre fue un placer colaborar y convivir; Josué García, Gilberto Aquino, Deni López y particularmente Gustavo López, que me ayudó en múltiples ocasiones y con quien tuve una genuina sensación de amistad y compañerismo en todo momento.

Finalmente agradezco a mi familia por estar siempre presente para mí. A mi madre que, aunque no esta conmigo físicamente, su memoria me impulsa a esforzarme y a tratar de ser una mejor persona cada día. A mi hermano, Alberto Valverde, que además considero mi mejor amigo, es una persona que siempre he admirado y sin duda alguna es para mí un ejemplo a seguir. Especialmente quiero agradecer a mi padre, Marco Polo Valverde, quien probablemente se haya esforzado tanto o más que yo por este logro. Sin todo su apoyo en todo aspecto a lo largo de mi carrera, desde asegurarse de que nunca me hiciera falta algo material para seguir estudiando, hasta estar dispuesto a escucharme en momentos de frustración y brindarme un sabio consejo y palabras de aliento, seguramente no hubiera podido llegar a este punto. Espero algún día llegar a ser un gran hombre como lo es él y poder hacer que se sienta orgulloso de mí.

# Resumen

La radiación cósmica que ingresa al sistema solar y llega hasta la tierra proveniente del espacio exterior experimenta variaciones en su intensidad como consecuencia de la actividad solar. Estas variaciones se calculan a partir de datos de cuentas de rayos cósmicos secundarios, registrados por monitores de neutrones ubicados en diferentes regiones en tierra.

Una vez obtenidos los valores de variación en la modulación, se hacen pronósticos de prueba utilizando un modelo predictivo basado en deep learning llamado *DeepAR*, el cual pertenece a la biblioteca de Python *GluonTS*. La precisión de los resultados que arroja el modelo se analiza a partir de dos métodos distintos. El primero es el error MASE, utilizado comúnmente en la evaluación de pronósticos basado en la comparación entre los valores calculados y los valores reales del fenómeno en un segmento de tiempo con datos conocidos. El segundo es el cálculo de la semblanza a partir de la transformada wavelet, que permite estimar la correlación entre dos curvas, para lo cual se utilizaron también datos del número de manchas promedio observadas en la superficie del Sol. Ambos métodos se emplearon de forma complementaria con la finalidad de determinar qué tan viable puede ser la aplicación del modelo en este tipo de datos.

En general, se identifica que los pronósticos son más acertados mientras mayor sea el número de datos que se utiliza en el entrenamiento del modelo, lo cual concuerda con el fundamento teórico del aprendizaje automático. Se estima que conforme aumente la cantidad de datos de cuentas en los monitores de neutrones en el mundo, se podrán obtener mejores resultados a partir de este método debido a que los algoritmos basados en deep learning continúan incrementando su eficiencia conforme aumenta el número de datos disponibles para el entrenamiento del modelo.

Finalmente se proponen pronósticos a futuro para los valores calculados con los datos de cada estación, con longitud suficiente para cubrir al menos un ciclo solar de 11 años.

# Índice

<b>1. Rayos cósmicos</b>	<b>1</b>
1.1. ¿Qué son los rayos cósmicos? . . . . .	2
1.2. Detección de los rayos cósmicos . . . . .	3
1.3. Distribución de energía . . . . .	5
1.4. Mecanismos de aceleración . . . . .	8
<b>2. El Sol</b>	<b>13</b>
2.1. Estructura . . . . .	14
2.2. Fenómenos Solares . . . . .	16
2.3. Heliosfera . . . . .	20
2.4. Campo magnético solar . . . . .	21
<b>3. Modulación de rayos cósmicos</b>	<b>24</b>
3.1. Efectos del campo geomagnético en los rayos cósmicos . . . . .	24
3.2. Ecuación de transporte . . . . .	27
3.3. Solución campo de fuerza . . . . .	30
3.4. Solución convección-difusión . . . . .	32
3.5. Funciones de producción . . . . .	33
3.6. Espectro local interestelar . . . . .	35
<b>4. Análisis de series temporales</b>	<b>37</b>
4.1. Machine learning . . . . .	38
4.2. Deep learning . . . . .	41
4.3. Pronóstico . . . . .	44

4.4. GluonTS . . . . .	46
4.5. Semblanza . . . . .	49
<b>5. Metodología</b>	<b>52</b>
5.1. Cálculo de $\Delta\phi$ . . . . .	53
5.2. Pronósticos . . . . .	57
5.3. Semblanzas . . . . .	62
<b>6. Resultados y discusión</b>	<b>64</b>
6.1. Valores de $\Delta\phi$ . . . . .	65
6.2. Pronósticos de prueba . . . . .	65
6.3. Semblanzas . . . . .	70
6.4. Pronósticos a futuro . . . . .	75
<b>7. Conclusiones</b>	<b>78</b>
<b>A. Apéndice: Semblanzas explícitas</b>	<b>86</b>
<b>B. Apéndice: Mapa de las estaciones</b>	<b>100</b>

# 1. Rayos cósmicos

El descubrimiento de los rayos cósmicos se atribuye al físico austriaco Victor Hess, logro que le valió el premio Nobel de Física en 1936. Fue un importante hallazgo que requirió del trabajo de notables científicos como los alemanes Theodor Wulf y Werner Kolhörster, el suizo Albert Gockel, el italiano Domenico Picani o el estadounidense Robert Milikan (Masip, 2016), y que además, ha permitido la adquisición de información importante acerca del cosmos, galaxias, estrellas, y de campos magnéticos galácticos e intergalácticos (Beer, 2000).

Uno de los objetivos de la física de rayos cósmicos ha sido el estudio de las propiedades fundamentales de las partículas elementales. Hasta la década de 1950 la radiación cósmica fue la única fuente de partículas de alta energía disponible, y a ella se debe la observación de fenómenos como la relación de Einstein entre masa y energía, la producción de pares electrón-positrón y el descubrimiento de partículas que hasta la fecha eran desconocidas. Los rayos cósmicos llegan a tener energías miles de veces por encima de lo que se puede alcanzar con la tecnología actual de aceleradores de partículas, cuyas energías disponibles parecen haber alcanzado un límite difícil de alcanzar a corto y mediano plazo.

Desde un punto de vista práctico, los rayos cósmicos juegan un papel relevante en el campo de estudio de una disciplina que se conoce como *Clima Espacial*, cuyas variaciones pueden llegar a afectar las telecomunicaciones. Un ejemplo de esto serían los fallos o errores *soft*, en los que ocurre la modificación de algún dato o instrucción sin afectar al hardware y a veces se detectan en la

electrónica de aviones y satélites. Su energía es suficiente para corromper un dispositivo de almacenamiento de datos o alterar una CPU. Diversos estudios indican que, incluso en la superficie terrestre, la radiación cósmica induciría en torno a un error a la semana por cada giga byte de memoria RAM (Masip, 2016).

## 1.1. ¿Qué son los rayos cósmicos?

Los rayos cósmicos son partículas subatómicas con carga eléctrica que llegan a moverse a velocidades muy cercanas a la velocidad de la luz<sup>1</sup>, y que viajan a través del espacio exterior procedentes de diversas fuentes astrofísicas, tales como el Sol, los pulsares y supernovas. La mayor parte de los rayos cósmicos son protones (85 %), y el resto incluye todos los núcleos atómicos estables, electrones y una pequeña fracción de antipartículas (positrones y antiprotones), que son todas partículas naturalmente cargadas. La radiación cósmica también incluye neutrinos y fotones (por ejemplo rayos gama) de alta energía, las cuales son partículas neutras, sin embargo, en la actualidad el termino de *rayo cósmico* suele reservarse para partículas cargadas. Una diferencia importante entre las partículas con y sin carga es que las partículas cargadas se ven afectadas por campos magnéticos presentes en el espacio interestelar, lo cual las vuelve de interés en el campo de la astronomía. Al conjunto de todas las partículas procedentes del espacio exterior se les denomina astroparticulas (Masip, 2016).

Los rayos cósmicos que provienen del espacio exterior se conocen como

---

<sup>1</sup>Velocidades de  $298.47 \times 10^6$  a  $299.79 \times 10^6$  m/s aproximadamente.

primarios. Al entrar en la atmósfera terrestre, estos rayos primarios chocan con la atmósfera, desencadenando cascadas de partículas conocidas en inglés como *air showers*. Debido a la alta energía que poseen, las colisiones de rayos cósmicos con el aire provocan que se generen diversos tipos de partículas que se dividen en dos componentes de radiación secundaria, una blanda y una dura o penetrante. La componente blanda consta de partículas ligeras como fotones, electrones y positrones, mientras que la componente dura se refiere a partículas más pesadas como muones negativos y positivos (antimuones), o incluso partículas como el bosón de Higgs o el quark top. Cabe destacar que los eventos en los que se generan partículas de componente dura son considerablemente menos frecuentes que los eventos de componente blanda, además de que las partículas muy masivas tienen vidas medias extremadamente breves y sus productos de desintegración tienden a confundirse con el resto de partículas de la radiación secundaria (Masip, 2016).

## 1.2. Detección de los rayos cósmicos

Es posible distinguir que la radiación primaria que penetra en la atmósfera es muy distinta de la fracción de la radiación secundaria que se detecta cerca de la superficie terrestre, por lo que, para estudiar los rayos cósmicos primarios, se requiere captarlos directamente desde el espacio o bien, conocer la relación entre la radiación primaria y la secundaria.

Las variaciones en el flujo de radiación han sido registradas mediante cámaras de ionización desde 1933 o por monitores de neutrones desde 1951 (Shea y Smart, 2000), sin embargo, fue hasta 1953 que Simpson *et al.* di-

señaron una configuración de monitores de neutrones <sup>2</sup> tal que se pudo obtener un registro continuo de la intensidad de la radiación cósmica. Este diseño consta de dos tubos proporcionales llenos de gas <sup>10</sup>B<sub>F</sub><sub>3</sub> o <sup>3</sup>He (Clem y Dorman, 2000), rodeados por un material moderador y un material productor hecho de plomo (Stoker *et al.*, 2000).

El material productor que rodea al moderador es de plomo ya que se trata de un elemento con una masa atómica elevada y un núcleo grande, lo cual favorece las interacciones inelásticas con los nucleones <sup>3</sup> que inciden en el monitor procedentes de rayos cósmicos secundarios, en las que se producen neutrones secundarios.

La función del moderador es reducir la energía de estos neutrones con la finalidad de incrementar la probabilidad de una absorción dentro del tubo, el cual funciona como contador proporcional y, al mismo tiempo, actúa como un medio reflector para neutrones de baja energía. La pérdida de energía por colisión elástica de los neutrones es mayor conforme el elemento tiene una menor masa atómica como en el caso del hidrógeno, es por esto que se busca que el material moderador tenga una fracción significativa de este elemento.

Aunque los neutrones no dejan un rastro de iones en el tubo proporcional, la absorción de un neutrón por un núcleo suele ir seguida de la emisión de partículas cargadas detectables. Los tubos responden a los neutrones mediante la reacción exotérmica <sup>10</sup>B ( $n, \alpha$ )<sup>7</sup>Li o <sup>3</sup>He ( $n, p$ )<sup>3</sup>H (Clem y Dorman, 2000).

Los resultados obtenidos con el monitor de neutrones descrito anteriormente motivó el diseño de un monitor de neutrones de 12 tubos desarrollado

---

<sup>2</sup>En inglés *neutron monitor pile*.

<sup>3</sup>Nucleón es un nombre colectivo que se usa para protones y neutrones.

por Simpson en 1957 (Stoker *et al.*, 2000), el cual se conoce como *monitor de neutrones IGY* en alusión al año geofísico internacional <sup>4</sup>. Este monitor se posicionó rápidamente como un excelente detector de variaciones primarias de rayos cósmicos y su distribución mundial permitió registros en estaciones con diferentes valores de rigidez de corte y direcciones de visualización asintóticas, facilitando los estudios de variaciones espectrales de rayos cósmicos primarios (Stoker *et al.*, 2000).

Aunque el monitor IGY tenía un buen desempeño, se requería de una mejor precisión estadística, en particular para estudios de eventos a corto plazo, para lo cual se tuvo que mejorar la eficiencia de los contadores de neutrones. En 1959 se llevó a cabo exitosamente la construcción de contadores proporcionales <sup>10</sup>B<sub>F</sub><sub>3</sub> de gran tamaño en los laboratorios nucleares Chalk River, lo cual permitió la construcción del monitor de neutrones NM64 a tiempo para el *año internacional del Sol silencioso IQSY* <sup>5</sup> en 1965 (Stoker *et al.*, 2000). La disposición geométrica y los materiales empleados en el monitor NM64 implican un incremento en la eficiencia y por lo tanto incrementa el número de eventos registrados y el número promedio de neutrones detectados por evento, razón por la cual sigue siendo un detector de uso factible en la actualidad.

### 1.3. Distribución de energía

El espectro de energía de los rayos cósmicos consiste en un conjunto de valores que van desde menos de 1 *GeV* hasta valores cercanos a  $10^{11}$  *GeV*, y su distribución se puede modelar como una ley de potencia de la forma  $E^{-\alpha}$ ,

---

<sup>4</sup>IGY son siglas en ingles para Internacional Geophysic Year, que fue entre 1957 y 1958.

<sup>5</sup>IQSY son siglas en ingles para International Quiet Sun Year.

donde  $\alpha$  es una constante que cambia ligeramente de 2.7 a 3 para energías en torno a  $10^{6.5} \text{ GeV}$ , lo que se conoce como *rodilla* (en inglés *knee*) del espectro, y vuelve a cambiar de 3 a 2.7 en el *tobillo* (en inglés *ankle*) a  $10^{9.5} \text{ GeV}$  (ver figura 1) (Masip, 2016).

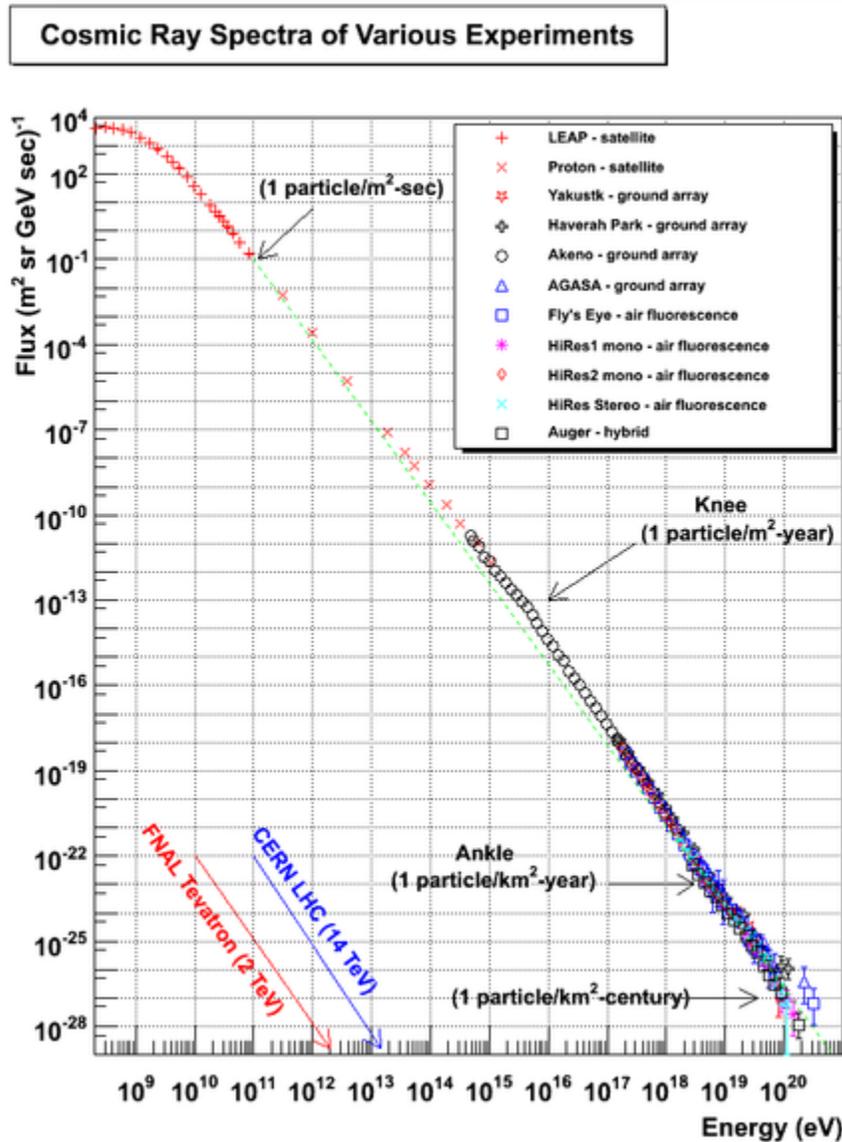


Figura 1: Espectro de energía de los rayos cósmicos con datos obtenidos de varios experimentos, donde se señala la rodilla (*knee*) y el tobillo (*ankle*) (University\_of\_Utah, 2015).

Para las diversas magnitudes de energía que toman los rayos cósmicos en el espectro, existen diversas fuentes astrofísicas que pueden acelerarlos de manera tal que adquieran dichas magnitudes. En los valores más bajos del espectro se presentan los denominados *rayos cósmicos solares*, nombrados así justamente porque son acelerados por eventos ocurridos a causa de la actividad solar como llamaradas solares o eyecciones de masa coronal. Estos rayos pueden tener valores desde  $10^{-3} \text{ GeV}$  y, aunque llegan a tener energías de  $10 \text{ GeV}$  en protones (Miroshnichenko, 2014), el Sol no se considera una fuente dominante de rayos cósmicos por encima de  $1 \text{ GeV}$  (Masip, 2016).

Es posible la transmisión de energía cinética a partículas individuales por parte de plasmas magnetizados en movimiento, un ejemplo de esto son los remanentes de supernovas, los cuales ofrecen una explicación factible para rayos cósmicos con energías por debajo de la rodilla del espectro.

Por encima de energías de  $10^{6.5} \text{ GeV}$  y hasta energías de  $10^{9.5} \text{ GeV}$ , el potencial fenómeno responsable de acelerar los rayos cósmicos son los pulsares galácticos, mientras que para energías desde  $10^9 \text{ GeV}$  y más allá de  $10^{10} \text{ GeV}$  se les denomina *rayos cósmicos ultra energéticos* o de *extragalácticos*, para los cuales existe la posibilidad de un mecanismo de aceleración debido a plasmas en movimiento pero de tamaño mucho mayor a los remanentes de supernovas, causados por halos galácticos e incluso cúmulos de galaxias. Otra posibilidad es que los rayos ultra energéticos sean acelerados por objetos astrofísicos con campos magnéticos muy intensos y variables, capaces de producir campos eléctricos extremos, dichos objetos se pueden tratar de núcleos activos de galaxias como quásares, blázares y galaxias de Seyfert (Masip, 2016).

Existe también una componente de radiación conocida como *rayos cósmicos anómalos*, que se originan como átomos neutros interestelares, con altos potenciales de ionización, que se ionizaron individualmente en la heliósfera interna y luego son captados por el campo magnético de la heliósfera externa (Moraal, 2001), donde se aceleran por el viento solar en el choque terminal adquiriendo energías de 1 a 100  $MeV/nuc$  (Klecker *et al.*, 1998).

## 1.4. Mecanismos de aceleración

Como se menciona anteriormente, los rayos cósmicos primarios se componen de partículas eléctricamente cargadas y, por ende, su trayectoria se ve alterada en presencia de campos magnéticos. Cuando una partícula cargada se desplaza bajo la influencia de un campo magnético  $B$ , este campo ejerce una fuerza perpendicular a la dirección de la velocidad que lleva dicha partícula, lo cual no altera la magnitud de su velocidad <sup>6</sup> pero sí provoca que adquiera una trayectoria helicoidal uniforme como la que se muestra en la Figura 2.

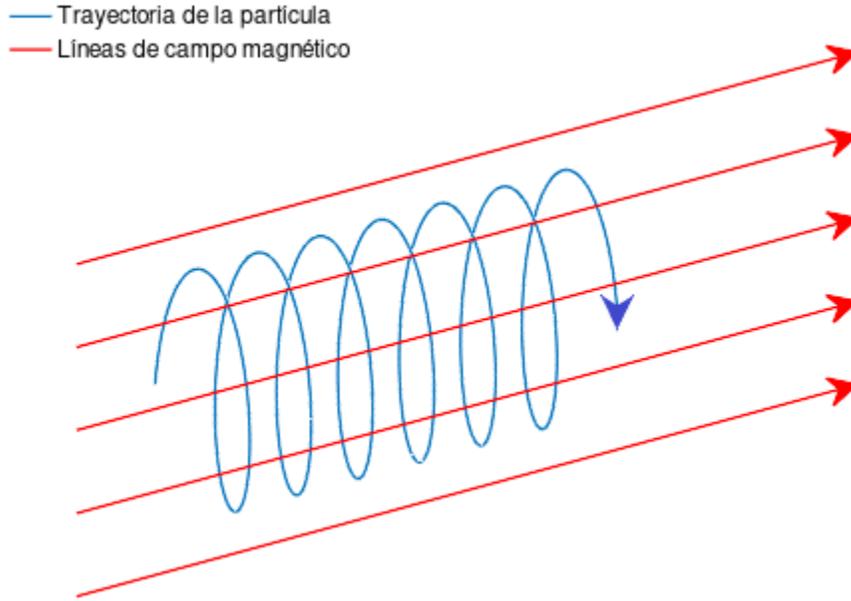
Los campos magnéticos estáticos son entonces incapaces de alterar la energía cinética de una partícula, sin embargo, un incremento de dicha energía se puede lograr mediante campos eléctricos o campos magnéticos en movimiento (Masip, 2016).

La aceleración de rayos cósmicos con energías por debajo de  $10^{6.5} GeV$  que ocurre comúnmente en el medio interestelar, es mayormente causada por plasmas magnetizados en movimiento<sup>7</sup>, lo cual se puede explicar mediante el

---

<sup>6</sup>Al no cambiar la magnitud de la velocidad, tampoco se altera su energía cinética.

<sup>7</sup>El plasma se considera al cuarto estado de la materia, cuya composición consiste en iones positivos y negativos en la misma proporción, de tal manera que su carga total es nula. Pueden formar estructuras filamentosas, haces o superficies cuando están bajo la influencia de campos magnéticos (Masip, 2016).



*Figura 2: Representación gráfica de la trayectoria de una partícula cargada bajo la influencia de un campo magnético.*

mecanismo de Fermi. Para entender este mecanismo consideremos un protón que se encuentra en el espacio interestelar en reposo, al cual se acerca una nube de plasma magnetizada con una velocidad  $v_p$  (Figura 3a). Suponiendo que el campo magnético en la nube sea turbulento pero estático, el protón experimentara cambios aleatorios en su trayectoria hasta que finalmente termine por abandonar la región de influencia magnética en alguna dirección, que, para fines ilustrativos, vamos a suponer que es opuesta a la dirección en la que entró (Figura 3b). La partícula habrá adquirido entonces una velocidad en la misma dirección y de mayor magnitud respecto a la velocidad de la nube, habiendo ocurrido entonces una transmisión de energía cinética al protón por parte de un campo magnético en movimiento (Masip, 2016).

En el caso de los remanentes de supernovas, se pueden considerar como

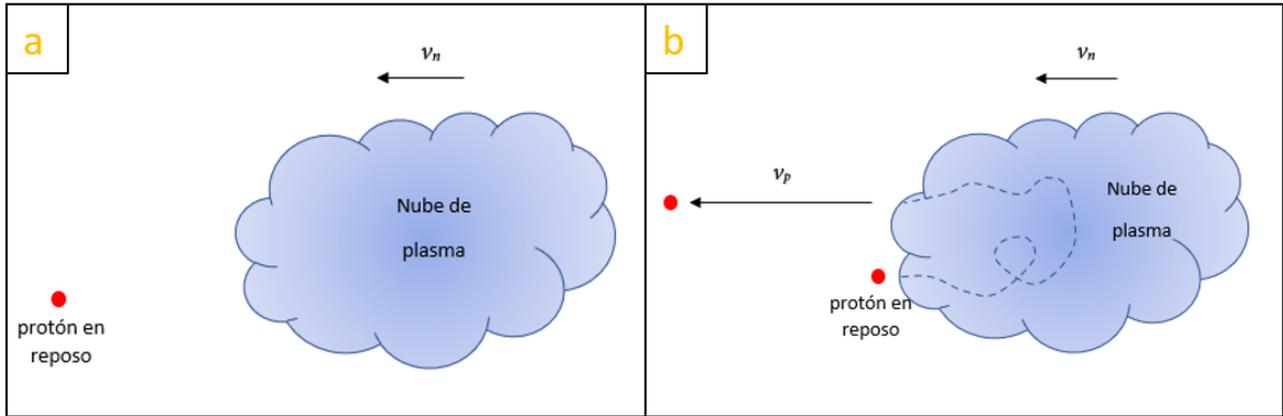


Figura 3: Nube de plasma magnetizado aproximándose a un protón en reposo con velocidad  $v_n$  (izquierda). Protón inicialmente en reposo que entra en la nube de plasma magnetizado y tras recorrer una trayectoria irregular sale con una velocidad  $v_p > v_n$  (derecha).

ondas de choque con energías inmensas que avanzan a grandes velocidades por el medio interestelar, el cual se trata de un plasma magnetizado. El plasma que queda por detrás del frente de onda se conoce como *downstream*, y adquiere también una gran velocidad. Por otro lado, el plasma que aún no ha sido perturbado por el frente permanece en reposo y se conoce como *upstream*. Un rayo cósmico con energía  $E$  que se encuentra en la región *upstream* bajo la influencia de un campo magnético regular con la misma dirección en la que se propaga el frente de onda, es propenso a moverse hacia el frente o en dirección contraria (Masip, 2016).

Un ciclo de aceleración se completa cuando la partícula cruza hacia la región *downstream*, experimenta variaciones en su trayectoria debido a las turbulencias magnéticas y posteriormente regresa a la región *upstream* (Masip, 2016).

Si la partícula es relativista, en cada ciclo adquiere en promedio una frac-

ción de energía:

$$f = \frac{v_f}{c}, \quad (1)$$

donde  $v_f$  es la velocidad del frente de onda y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. La probabilidad de que el rayo cósmico no vuelva a la región *upstream* y, por tanto, no entre al siguiente ciclo de aceleración aumenta conforme éste se aleje más rápido del frente de onda (Masip, 2016).

Los remanentes de supernovas dejan de ser mecanismos de aceleración eficaces cuando los rayos cósmicos adquieren energías suficientes para que los campos magnéticos en la región en que se encuentra el frente de onda no sean suficientemente intensos o extensos <sup>8</sup> para atraparlos en un nuevo ciclo de aceleración. Estas energías se consideran a partir de la rodilla y hasta el tobillo del espectro, y el potencial candidato predilecto para acelerar los rayos cósmicos en este rango pueden ser las estrellas de neutrones que se conocen como *pulsares*<sup>9</sup> (Masip, 2016).

El campo magnético de una estrella de neutrones es extraordinariamente intenso, y al estar rotando rápidamente, induce fuertes campos eléctricos cuyas diferencias de potencial son del orden de  $10^9$  V, esto provoca que las partículas cargadas en torno a estas estrellas sean vigorosamente aceleradas (Masip, 2016).

Para los rayos cósmicos con energías más allá de  $10^{10}$  GeV, existe la posibilidad de que la aceleración ocurra a partir del mecanismo cíclico de Fermi

---

<sup>8</sup>La curvatura que produce un campo magnético sobre un rayo cósmico aumenta con la intensidad del campo. Una menor intensidad se puede compensar con un mayor tamaño (Masip, 2016).

<sup>9</sup>Una estrella de neutrones es el remanente que queda tras el colapso y consiguiente explosión de una estrella muy masiva. Son sumamente densas y su reducido tamaño puede incrementar su velocidad angular haciendo que roten vertiginosamente, emitiendo pulsos de luz de alta frecuencia en intervalos cortos y regulares, razón por la que se les llama *pulsar* (Masip, 2016).

explicado a grandes rasgos anteriormente, pero con plasmas de mucho mayor tamaño que aquellos involucrados en remanentes de supernovas, como halos galácticos y cúmulos de galaxias, sin embargo, otra explicación se atribuye a los cuasares, que se forman en el centro de galaxias que contienen un agujero negro supermasivo. Al precipitarse hacia el centro, el gas de la galaxia adquiere energía cinética y aumenta su velocidad de giro, formándose un disco de acreción. El calentamiento por fricción en todo ese material produce un plasma y campos magnéticos sumamente intensos. Aunque una fracción del gas termina cayendo al agujero negro, otras partículas son aceleradas hacia afuera formando chorros perpendiculares al disco<sup>10</sup>. Estos chorros de partículas tienen dimensiones transversales en torno a  $1 pc$  y campos magnéticos del orden de  $1 \mu G$ , por lo que pueden ser capaces de acelerar a los rayos cósmicos a través de ciclos difusivos hasta energías de  $10^{11} GeV$ , mientras que, en la región central del núcleo, los campos son del orden de  $1 kG$  actuando sobre regiones de  $10^{-5} pc$ , por lo que pueden acelerar los rayos hasta estas energías en un solo evento (Masip, 2016).

---

<sup>10</sup>Se cree que dependiendo de la perspectiva, ese conjunto de fenómenos puede verse como un Blazar, un Quasar o una Radiogalaxia.

## 2. El Sol

El Sol es una estrella de suma importancia para la humanidad, ya que no sólo es una fuente de energía indispensable para la vida, sino que también se encuentra lo suficientemente cerca de la Tierra para poder observar ciertas características superficiales, tales como manchas solares, llamaradas, eyecciones de masa coronal, entre otros fenómenos que se pueden englobar como actividad solar.

Algunas de las propiedades básicas del Sol son su masa, la cual se estima en  $1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$  aproximadamente, que corresponde a más del 99% de la masa del sistema solar, tiene un radio de  $6.96 \times 10^8 \text{ m}$ , una densidad promedio de  $1.408 \text{ g/cm}^3$ , una temperatura efectiva <sup>11</sup> cercana a  $5780 \text{ K}$ , una luminosidad de  $3.83 \times 10^{26} \text{ W}$  y, además, la distancia a la que se encuentra de la Tierra también se utiliza como una unidad de longitud llamada unidad astronómica  $UA$  (astronomical unit  $AU$  en inglés), que equivale a  $150 \times 10^6 \text{ km}$  aproximadamente. De acuerdo con su espectro electromagnético, el Sol se clasifica como una estrella G2V, donde G2 hace referencia a su temperatura efectiva y V se refiere a su luminosidad la cual corresponde a su secuencia principal en el diagrama HRD <sup>12</sup>(Hanslmeier, 2007).

En cuanto a composición química, el Sol consiste en un 91.1% de hidrógeno, 7.8% de helio y 0.1% de elementos mas pesados, mayormente carbono, nitrógeno, oxígeno, neón, magnesio, silicio, azufre y hierro (McFadden *et al.*, 2007).

---

<sup>11</sup>La temperatura efectiva se define como la temperatura que requeriría un cuerpo negro para tener una radiación de la misma intensidad de la fuente considerada (Roy y Clarke, 2003).

<sup>12</sup>El diagrama Hertzsprung Russell Diagram (HRD) es una gráfica de temperatura contra luminosidad de las estrellas (Hanslmeier, 2007).

## 2.1. Estructura

La estructura del Sol consta de una serie de capas internas concéntricas, una capa superficial y una atmósfera que a su vez se subdivide también en capas (Figura 4). La capa más profunda se conoce como *núcleo*, tiene una temperatura que llega a más de  $1.5 \times 10^7 K$  y ocupa alrededor de  $1/3$  del radio del Sol. Es en esta región donde ocurren reacciones en las que los átomos de hidrógeno se fusiona para formar helio, liberando energía durante el proceso. Las reacciones dominantes en estrellas cuyas temperaturas centrales son relativamente bajas (entre  $5 \times 10^7$  y  $15 \times 10^7 K$ , como es el caso del sol) son las llamadas *cadena pp*, mientras que en estrellas con temperaturas centrales mas elevadas, la reacción dominante se conoce *ciclo CNO*<sup>13</sup>(Hanslmeier, 2007).

Después del núcleo se encuentra la *zona radiativa*. En esta región la energía emanada del núcleo es transportada hacia el exterior del Sol, mediante un proceso de múltiples emisiones y transmisiones en los que se transfieren fotones de rayos gamma de alta energía (Hanslmeier, 2007).

La capa que se encuentra después de la zona radiativa se conoce como *zona convectiva*, y comienza desde la superficie del Sol y se extiende alrededor de  $2 \times 10^5 km$  hacia el centro, ocupa sólo el 2 % de la masa solar. En esta región, el mecanismo de transporte de energía dominante es la convección (Hanslmeier, 2007).

Luego de la zona convectiva se encuentra la superficie solar, la cual tiene alrededor de  $500 km$  de espesor y se conoce como *fotosfera*. Esta es una región

---

<sup>13</sup>En el ciclo CNO, el C actúa como catalizador para convertir H en He(Hanslmeier, 2007).

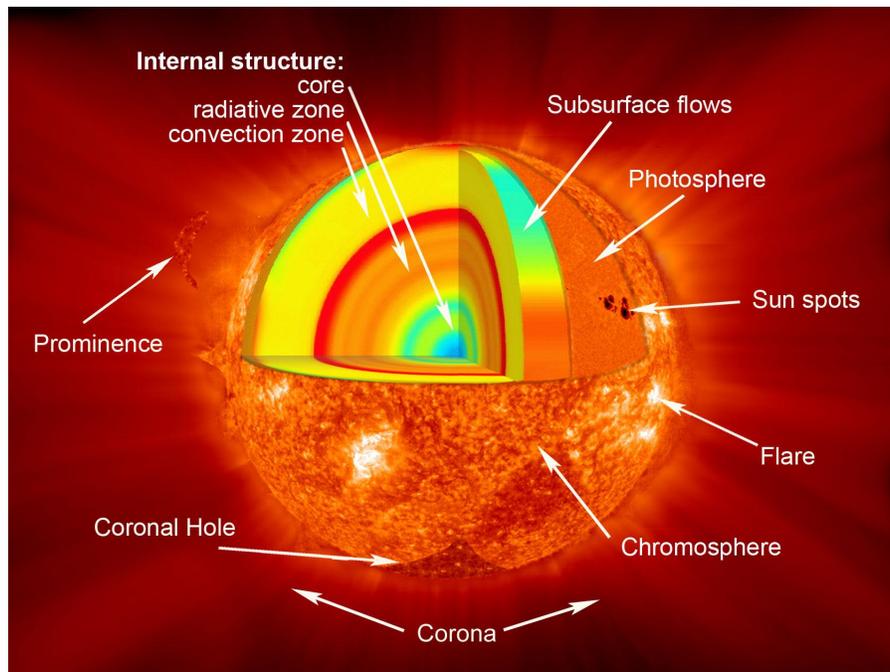


Figura 4: Esquema de la estructura solar (NASA, 2013c).

relativamente delgada en la que se puede apreciar luz blanca debido a que emite radiación que se encuentra en una porción del espectro visible. El plasma de la fotosfera está parcialmente ionizado, y como consecuencia, tiene una parte convectiva, lo cual se manifiesta visualmente como un comportamiento granular<sup>14</sup> (Hanslmeier, 2007).

En la parte baja de la atmósfera solar, después de la fotosfera, se encuentra una región conocida como *cromosfera*. Esta es una región que consiste en una mezcla muy heterogénea de gas frío y plasma caliente, debido a su naturaleza extremadamente dinámica (McFadden *et al.*, 2007).

Finalmente, después de la cromosfera se encuentra la *corona*. Esta región se extiende a lo largo de varios radios solares y su forma depende del ciclo de

<sup>14</sup>Los granulos, manchas solares, eyecciones de masa coronal y llamaradas se pueden ver más a detalle en la sección de fenómenos solares.

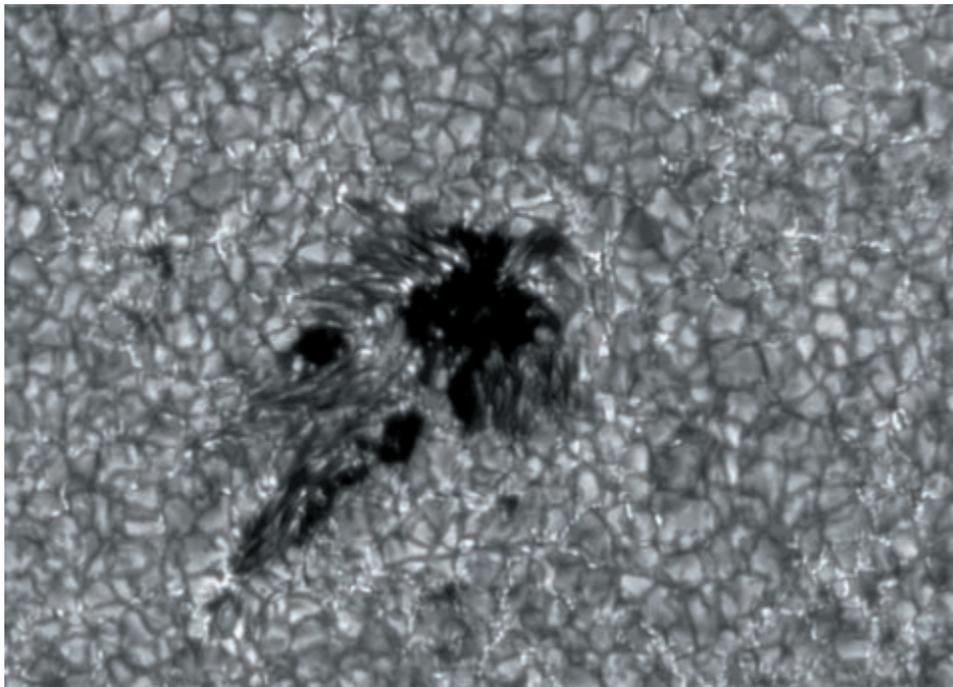
las manchas solares, siendo más esférica alrededor del Sol en su máximo de actividad (Hanslmeier, 2007).

## 2.2. Fenómenos Solares

Los fenómenos que ocurren como consecuencia de la actividad solar están estrechamente relacionados con su campo magnético. Un ejemplo claro de estos fenómenos son las manchas solares, las cuales se tratan de áreas que tienen fuertes concentraciones de campo magnético, razón por la cual son un buen indicador de la actividad solar. Éstas constan de una zona central oscura llamada *umbra* rodeada por una parte más brillante llamada *penumbra* (figura 5). La oscuridad en el espectro visible de las manchas solares se atribuye a la inhibición de transporte de calor por convección, lo cual causa que la umbra se encuentre a temperaturas de entre 4000 y 4500  $K$  aproximadamente, que es significativamente menor que la temperatura de su entorno (cerca de 6000  $K$ ), esto implica que la umbra emite alrededor del 20 % del flujo de calor solar promedio en la fotosfera. El diámetro de la umbra suele tomar valores cercanos a 10000  $km$ , aunque para las manchas más grandes puede exceder los 20000  $km$ , mientras que el diámetro de la penumbra normalmente se encuentra en el rango de 10000 a 15000  $km$  en promedio. En cuanto a la posición del campo magnético, en la umbra se orienta mayormente de forma vertical, pero en la penumbra tiene una inclinación pronunciada casi horizontal (McFadden *et al.*, 2007).

Un fenómeno que en particular sirve como evidencia de la ocurrencia de convección en la fotosfera es el patrón de granulación (figura 5). Este patrón se

puede apreciar bajo buenas condiciones de observación solar, donde se pueden ver gránulos cuyos tamaños comúnmente toman valores cercanos a  $1000 \text{ km}$ . La presencia de gránulos se debe a que el gas subfotosférico fluye hacia arriba en la parte central brillante de la celda de granulación, posteriormente se enfría irradiando calor en la superficie fotosférica y mientras se enfría, se vuelve mas denso y fluye hacia abajo en los espacios intergranulares. El proceso de convección también ocurre en escalas más grandes, dando lugar a patrones de granulación de entre  $5000$  a  $10000 \text{ km}$  (mesogranulación) y hasta cerca de  $20000 \text{ km}$  (supergranulación) (McFadden *et al.*, 2007).



*Figura 5: Imagen de alta resolución en la que se aprecia un patrón de granulación en la fotosfera y una área oscura que corresponde a una mancha solar (McFadden et al., 2007).*

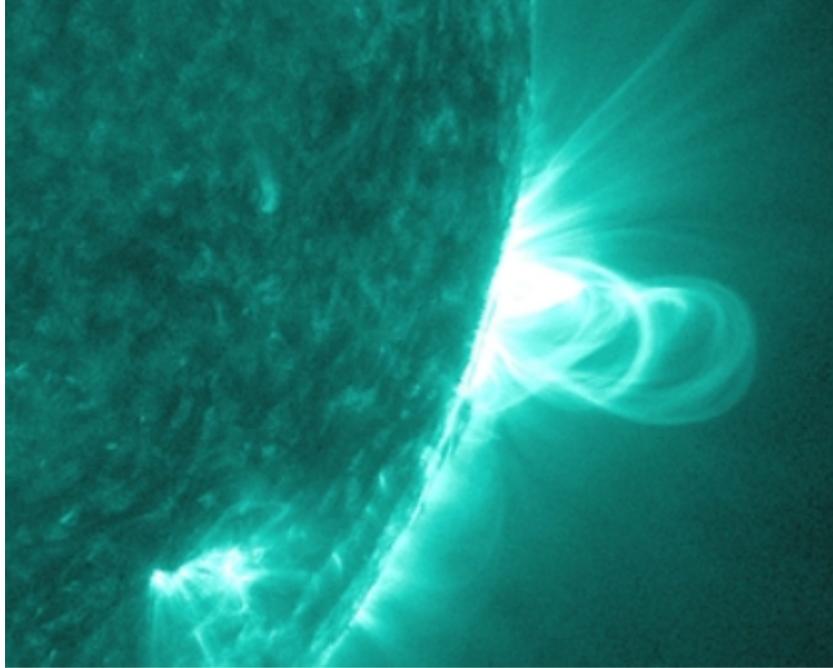
Como se verá posteriormente, el campo magnético en la corona solar es sumamente dinámico, y se encuentra también constantemente en estado de tensión, razón por la cual se ajusta reestructurándose a gran escala mediante

cambios topológicos conocidos como *reconexión magnética*. Estos cambios topológicos siempre liberan energía que a menudo provocan violentos procesos repentinos que se manifiestan como llamaradas y eyecciones de masa coronal (McFadden *et al.*, 2007).

Una llamarada solar es un fenómeno que se asocia con una liberación súbita de energía que ocurre en regiones de la corona solar en las que suceden cambios rápidos y repentinos en la dirección del campo magnético local. Este proceso emite radiación en casi todas las longitudes de onda, desde ondas de radio y hasta rayos gamma durante las llamaradas de mayor intensidad. Como consecuencia de estas liberaciones de energía, el plasma en la corona y en la cromosfera sufre un incremento de temperatura. También resulta en la aceleración de partículas que incluso se pueden detectar en la Tierra como un flujo de partículas de alta energía y rayos gama en las llamaradas intensas (McFadden *et al.*, 2007).

Las eyecciones de masa coronal son los eventos más energéticos que ocurren en el sistema solar, en los que se expulsan cantidades de materia en el rango de  $10^{14}$  a  $10^{16}$  g, a velocidades entre  $10^2$  y  $10^3$  km/s (McFadden *et al.*, 2007). Consisten en estructuras de plasma cuyos tamaños transversales llegan a cubrir distancias mayores a un radio solar, y evolucionan dinámicamente conforme se propagan aumentando su tamaño. Se han detectado en forma de cuerdas de flujo (como la que se muestra en la figura 6), de semi casquete o de burbuja. Las eyecciones de masa coronal tienen un interés particular debido a que al dirigirse a la Tierra, interactúan con la magnetosfera terrestre envolviéndola y generando tormentas geomagnéticas que pueden causar

interrupciones en las redes de comunicación y navegación globales, fallas en satélites y en sistemas de energía comerciales (McFadden *et al.*, 2007).



*Figura 6: Imagen tomada por el observatorio de dinámica solar de la NASA el 18 de julio de 2012, en la que se aprecia una estructura en forma de cuerdas de flujo durante una eyección de masa coronal (NASA, 2013b).*

Las estrellas pierden masa naturalmente como consecuencia de fenómenos dinámicos que ocurren en su atmósfera, uno de estos fenómenos se trata de las eyecciones de masa coronal que se mencionan anteriormente, sin embargo, al observar el Sol, se ha identificado que existe al menos otro mecanismo de pérdida de masa estelar, el cual sucede mediante emisiones constantes de viento solar. El viento solar se trata de un plasma que permanece en el espacio interplanetario, el cual es expulsado desde la capa exterior de la atmósfera del Sol a velocidades supersónicas. Está compuesto principalmente de electrones y protones, aunque también contiene partículas alfa y muchas otras especies ionizadas en menor abundancia. A una unidad astronómica del Sol, es decir,

sobre la órbita terrestre, el viento solar tiene velocidades de  $440 \text{ km/s}$  y temperaturas de  $1.2 \times 10^5 \text{ K}$  aproximadamente, no obstante, el viento solar es sumamente variable. El plasma del viento solar posee un campo magnético débil que repele rayos cósmicos de baja energía del sistema solar y conduce partículas energéticas dentro de la heliosfera (McFadden *et al.*, 2007).

### 2.3. Heliosfera

La heliosfera es una región del espacio que se encuentra bajo la influencia del viento solar y, dada la presencia de su campo magnético, se puede considerar como la magnetosfera del Sol. El tamaño y la estructura de la heliosfera dependen del movimiento relativo del Sol respecto al medio local interestelar, la densidad del plasma interestelar y la presión ejercida sobre el viento solar por el entorno. La densidad del viento solar disminuye de forma inversamente cuadrática a la distancia al Sol, a medida que el plasma se vuelve lo suficientemente ligero, la presión del plasma interestelar impide que continúe expandiéndose. El viento solar se ralentiza abruptamente, disminuyendo desde una velocidad supersónica a subsónica, dando lugar a un choque que se conoce como *choque terminal*, posteriormente alcanza un límite conocido como *heliopausa*, el cual separa el viento solar y el plasma interestelar (figura 7) (McFadden *et al.*, 2007).

El conocimiento que se tenía sobre la heliosfera más allá de las orbitas de los planetas gigantes era meramente teórico, hasta que las misiones espaciales Voyager 1 y 2 fueron lanzadas y se pudo realizar la adquisición de datos que permitieron obtener evidencia importante de la estructura de la heliosfera

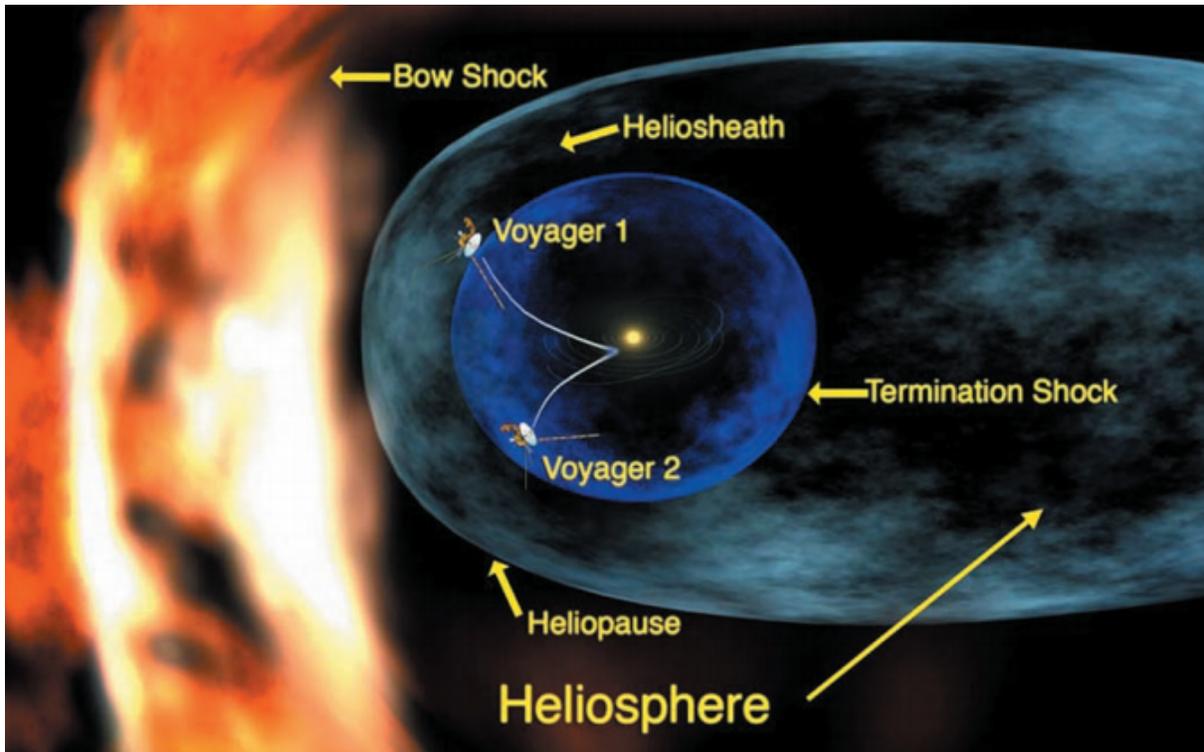


Figura 7: Esquema de la heliosfera, en la que se muestran los diferentes choques, así como las trayectorias de los Voyager 1 y 2 (McFadden et al., 2007).

exterior. El 16 de diciembre de 2004, el Voyager 1 pasó el choque terminal a una distancia de 94  $UA$  del Sol, entrando a una región denominada *heliofunda*, la cual se encuentra entre el choque terminal y la heliopausa (McFadden et al., 2007).

## 2.4. Campo magnético solar

En la actualidad se sabe que toda la actividad solar está directamente relacionada con la existencia de su campo magnético. Entre la zona radiativa y la zona convectiva se encuentra una delgada capa (alrededor de 0.019 radios solares) que se conoce como *tacoclina*, en la cual se genera un campo magnético con una intensidad de  $10^5 G$  aproximadamente, este campo asciende a través

de la zona convectiva y emerge sobre la superficie solar (McFadden *et al.*, 2007).

El Sol realiza un movimiento de rotación diferencial, esto quiere decir que el ecuador gira con mayor rapidez que los polos. La rotación diferencial provoca que ocurran dos efectos importantes; en el primero las líneas de campo magnético que se encuentran en la superficie se estiran y se enrollan alrededor del Sol, este se conoce como efecto  $\omega$ . El segundo se conoce como *efecto  $\alpha$* , en el que las líneas se retuercen debido a un fenómeno que se conoce como fuerza de Coriolis <sup>15</sup> (Hanslmeier, 2007).

Se cree que en el mínimo de la actividad solar, el campo magnético es un dipolo poloidal (figura 8 (a)), que se reorienta en un campo toroidal debido al efecto  $\omega$  (figura 8 (b) y (c)), posteriormente se generan turbulencias ciclónicas causadas por el efecto  $\alpha$  (figura 8 (d) y (e)), generando campos magnéticos poloidales secundarios a pequeña escala, estos campos secundarios promediados dan como resultado una fuerza electromotriz neta que genera un nuevo campo poloidal a gran escala con una polaridad opuesta a la inicial (figura 8 (f) y (g)). Este proceso tarda aproximadamente 11 años en ocurrir, y es la mitad de un ciclo completo que en total tiene una duración de 22 años, el cual se conoce como ciclo de Hale. En la segunda mitad del ciclo, las líneas de flujo toroidal se elevan formando regiones dipolares inclinadas (figura 8 (h)), en la siguiente etapa, las líneas dipolares que se encuentran cerca del ecuador se unen con las líneas que se encuentran cerca de los polos, el flujo poloidal resultante es advectivo por circulación meridional a los polos (figura 8 (i) y

---

<sup>15</sup>La fuerza de Coriolis es una combinación de fuerzas que experimenta un cuerpo respecto otro en rotación como resultado de las velocidades tangenciales de ambos cuerpos junto con la componente no vertical de la gravedad (Stull, 2017).

(j)), generando el campo poloidal final a gran escala, completando finalmente el ciclo de Hale (Sanchez *et al.*, 2014).

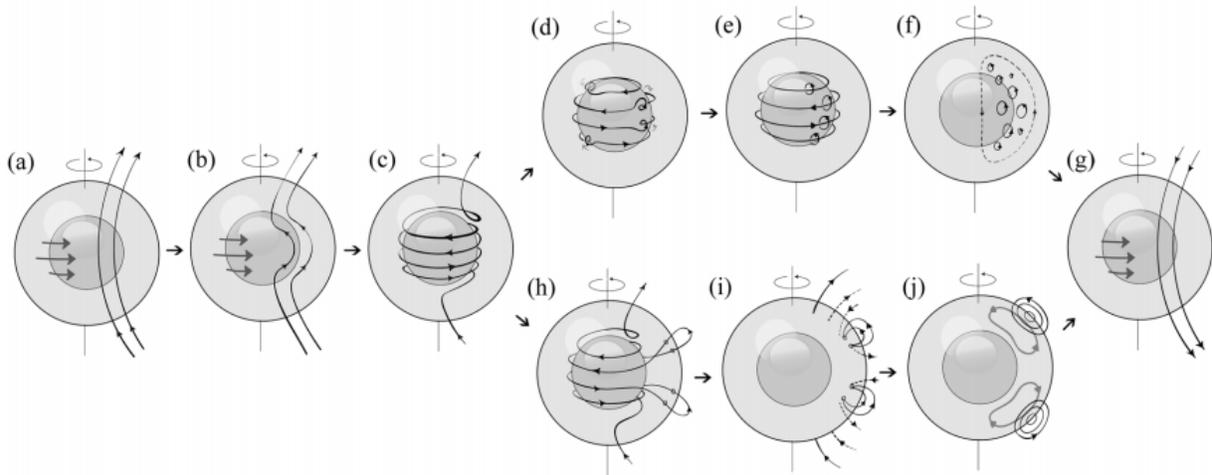


Figura 8: Esquema de las etapas de ambas mitades de un ciclo solar, en el que se invierte el campo magnético (Sanchez *et al.*, 2014).

Como se menciona anteriormente, las manchas solares son evidencia de la dinámica del campo magnético, ya que se ha observado que las primeras manchas en cada ciclo aparecen en latitudes de  $30^\circ$  a  $35^\circ$  en ambos hemisferios, conforme el ciclo avanza, la aparición de manchas solares migra hacia latitudes mas bajas, las últimas manchas de un ciclo normalmente se encuentran a  $\pm 10^\circ$  del ecuador (Stix, 2002). No obstante, además del número y disposición de manchas solares, el ciclo solar también influye en la tasa de ocurrencia de otros fenómenos como llamaradas y eyecciones de masa coronal.

### **3. Modulación de rayos cósmicos**

La modulación solar es la variación que experimenta la intensidad de la radiación cósmica como consecuencia de la actividad del Sol, específicamente por parte de la heliosfera. Las perturbaciones del campo magnético heliosférico provocan reducciones de energía y cambios en la trayectoria de las partículas cargadas que logran ingresar, lo cual está en función del ciclo de actividad solar. De manera general, durante el máximo solar se presentan más irregularidades en el campo magnético. Esto, como se menciona anteriormente, también está relacionado con el número de manchas visibles en la superficie del Sol; en el máximo de actividad solar se observa un mayor número de manchas solares, por lo cual se espera una anti-correlación con la cantidad de rayos cósmicos que ingresan en la heliosfera.

Una forma a nuestro alcance de poder hacer una estimación de la modulación que actúa sobre los rayos cósmicos en un determinado momento puede ser mediante el cálculo de la cantidad de radiación que llega a la Tierra, ya que sería viable suponer que mientras más rayos cósmicos logren ingresar en la heliosfera, más de ellos llegaran también hasta nuestro planeta. Esto no es precisamente una tarea trivial, sin embargo, es posible mediante el uso de funciones de producción como se verá en la siguiente sección.

#### **3.1. Efectos del campo geomagnético en los rayos cósmicos**

Como es bien sabido, la Tierra cuenta con su propio campo magnético, el cual se origina en gran parte debido a corrientes eléctricas inducidas dentro del núcleo externo, como resultado de lentos movimientos convectivos de

un líquido conductor. Además del núcleo externo, el campo geomagnético también tiene contribuciones por parte de corrientes que se generan en la ionosfera y la magnetosfera, asociadas con los cinturones de radiación de Van Allen<sup>16</sup>(Reynolds, 2011).

Así como la actividad solar tiene una influencia sobre los rayos cósmicos que se detectan en la Tierra, el campo geomagnético también juega un papel importante, ya que actúa como una especie de filtro espectral que atenúa eficientemente los rayos cósmicos de baja energía, esto debido a que el campo deflacta las partículas de vuelta al espacio exterior a causa de la fuerza de Lorentz. Este efecto se cuantifica por medio de una variable que se conoce como *rigidez de corte*, cuya importancia se debe a la motivación de considerar el movimiento de una partícula cargada a través de campo un magnético (Mertens *et al.*, 2012).

A partir de la solución de la ecuación de movimiento de Newton para una partícula cargada sujeta a la fuerza de Lorentz, el movimiento de dicha partícula con carga positiva se determina como:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{Ze}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} , \quad (2)$$

donde  $\mathbf{p}$  es el momento de la partícula,  $\mathbf{v}$  es su velocidad,  $\mathbf{B}$  es la intensidad del campo magnético,  $Z$  es el número de electrones por unidad de carga y  $e$  es la carga del electrón.

A partir de la ecuación 2 se puede inferir que la rigidez de corte máxima se

---

<sup>16</sup>Los cinturones de Van Allen se forman por partículas cargadas atrapadas en las líneas del campo magnético terrestre (Masip, 2016).

encuentra en el ecuador, ya que una partícula cargada que incide verticalmente tiene una trayectoria perpendicular a las líneas de campo, suponiendo que se trate de un campo magnético dipolar. Por lo tanto, el producto vectorial en la ecuación antes mencionada indica que el efecto de la fuerza de Lorentz provoca una deflexión máxima. Por otro lado, las partículas que inciden verticalmente en las regiones polares del dipolo supuesto, serían paralelas a las líneas de campo y, en teoría, no experimentan deflexión alguna<sup>17</sup>, lo cual implica una rigidez de corte nula, y por ende, que las partículas de todas las energías puedan llegar hasta la superficie terrestre.

Es importante resaltar que el campo magnético terrestre no es un campo dipolar perfecto, ya que el campo geomagnético interno tiene contribuciones dipolares y no dipolares, sin embargo, el campo geomagnético interno se puede representar mediante un modelo conocido como IGRF<sup>18</sup>.

La complejidad del campo geomagnético interno impide que se pueda determinar la rigidez de corte vertical de forma analítica, por lo que en un caso realista, dicha rigidez de corte vertical se determina utilizando soluciones numéricas.

La rigidez de corte también tiene variaciones longitudinales, las cuales se deben a una combinación de efectos causados por el desplazamiento geocéntrico e inclinación relativa del dipolo magnético respecto al eje de rotación de la Tierra y a las contribuciones no dipolares del campo geomagnético interno (Mertens *et al.*, 2012).

---

<sup>17</sup>El producto punto de dos vectores paralelos da como resultado un vector de magnitud cero.

<sup>18</sup>Por sus siglas en inglés *International Geomagnetic Reference Field*, que significa campo geomagnético internacional de referencia y cuyos datos están disponibles en: <https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html>.

### 3.2. Ecuación de transporte

Una forma de estudiar la modulación de la radiación cósmica en la heliosfera ha sido mediante la ecuación de transporte desarrollada por Parker en 1969 y posteriormente revisada por varios autores más. Esta ecuación se puede considerar como un modelo que describe la influencia bajo la que se encuentra la radiación cósmica debido a una serie de fenómenos que actúan a lo largo de su propagación por el medio interestelar. Los rayos cósmicos experimentan variaciones en su intensidad a causa de procesos como *convección*, *difusión* y cambios de energía a medida que se mueven a través de campos magnéticos irregulares (Gleeson y Webb, 1978).

El efecto de la convección ocurre debido a que el campo magnético heliosférico se propaga hacia el exterior del Sol, actuando como una barrera en movimiento que dificulta la entrada de partículas cargadas que provienen del exterior del sistema solar y reduce la intensidad de las que logran ingresar. La difusión es un proceso que ocurre sobre las partículas que viajan a través de la heliosfera, en el que se dispersan debido a irregularidades aleatorias en la intensidad y dirección del campo magnético heliosférico. La curvatura y los gradientes que existen en el campo magnético heliosférico también ocasionan movimientos de deriva en el centro guía de los rayos cósmicos, lo cual, a diferencia de la convección y la difusión, ocurre en mayor medida durante el mínimo solar, debido a que requiere un campo magnético más ordenado. Además de los efectos antes mencionados, las partículas sufren considerables pérdidas de energía como consecuencia de la desaceleración adiabática, que es un proceso en el que los rayos cósmicos ceden energía al medio en el que

se propagan debido a la expansión del viento solar.

La descripción completa del problema de la modulación requiere determinar la intensidad de los rayos cósmicos en función de la posición tridimensional, el tiempo y energía <sup>19</sup>.

La ecuación para la parte omnidireccional de la función de distribución de los rayos cósmicos  $f$ , en términos del momento de la partícula  $p$ , es una ecuación continua de la forma:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S} + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} (p^2 \langle \dot{p} \rangle f) = Q , \quad (3)$$

donde

$$\mathbf{S} = 4\pi p^2 (C \mathbf{V} f - \mathbf{K} \cdot \nabla f) . \quad (4)$$

$\mathbf{S}$  es conocida como densidad diferencial de corriente,  $\mathbf{V}$  es la velocidad del viento solar,  $\mathbf{K}(\mathbf{r}, P, t)$  es el tensor de difusión de las partículas, el cual contiene elementos  $\kappa_{\parallel}(\mathbf{r}, P, t)$  y  $\kappa_{\perp}(\mathbf{r}, P, t)$ , además de un coeficiente antisimétrico  $\kappa_T = \beta P / (3B)$ , que describe las derivas de curvatura y gradiente.  $C$  es el coeficiente de Compton-Getting:

$$C = -\frac{1}{3} \frac{\partial \ln f}{\partial \ln p} , \quad (5)$$

esto es, un tercio del índice espectral de una ley de potencia en el espacio de momento.

El término  $\langle \dot{p} \rangle$  en la ecuación 3 corresponde a la pérdida adiabática de momento de los rayos cósmicos en el viento solar en expansión, el cual se

---

<sup>19</sup>Alternativamente se usa momento o rigidez (Caballero-López y Moraal, 2004).

puede definir como:

$$\langle \dot{p} \rangle = \frac{p}{3} \mathbf{V} \cdot \frac{\nabla f}{f} , \quad (6)$$

mientras que en el marco del referencia del viento solar se define como:

$$\langle \dot{p} \rangle = -\frac{p}{3} \nabla \cdot \mathbf{V} . \quad (7)$$

La variable de momento se puede sustituir en las ecuaciones 3 y 4 por la rigidez  $P$  o la energía por nucleón  $T$  con la equivalencia:

$$P = \frac{pc}{q} = \frac{A}{Z} \sqrt{T(T + 2E_0)} , \quad (8)$$

donde  $A$  y  $Z$  son el número de masa y de carga de la partícula respectivamente,  $E_0$  es la energía en reposo del protón.

Al incluir términos de flujo y perdida de momento en la ecuación de continuidad, se puede expresar la ecuación de transporte en tres formas equivalentes:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (C\mathbf{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f) + \frac{1}{3p^2} \frac{\partial}{\partial p} (p^3 \mathbf{V} \cdot \nabla f) = Q , \quad (9)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{V}f - \mathbf{K} \cdot \nabla f) - \frac{1}{3p^2} (\nabla \cdot \mathbf{V}) \frac{\partial}{\partial p} (p^3 f) = Q , \quad (10)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla f - \nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla f) - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{V}) \frac{\partial f}{\partial \ln p} = Q . \quad (11)$$

Dada su complejidad, la solución de la ecuación de transporte completa suele realizarse de forma numérica, sin embargo, existen soluciones aproxima-

das a las que se llega realizando algunas asunciones consiguiendo simplificar la ecuación despreciando algunos términos, lo cual permite soluciones de forma analítica (Caballero-López y Moraal, 2004).

### 3.3. Solución campo de fuerza

La solución campo de fuerza es una aproximación en la que se asume que no existen fuentes de rayos cósmicos dentro de la heliosfera, por lo que el término  $Q$  se vuelve cero. Se asume también que existe un estado estacionario, por lo que la parcial de  $f$  con respecto al tiempo también se vuelve cero. Finalmente, se asume que la tasa de pérdida de energía adiabática  $\langle \dot{p} \rangle$  es igual a cero. Realizando las simplificaciones antes mencionadas en la ecuación 9, esta se reduce a:

$$CVf - \mathbf{K} \cdot \nabla f = 0 . \quad (12)$$

Si se asume además simetría esférica, la ecuación 12 se reduce a:

$$CVf - \kappa \frac{\partial f}{\partial r} = 0 , \quad (13)$$

en la que el tensor de difusión  $\mathbf{K}$  se reduce a un simple coeficiente radial efectivo  $\kappa$ . El asumir que se tiene simetría esférica para hacer esta simplificación, trae como consecuencia omitir la estructura del campo magnético heliosferico.

Se ha demostrado que las simplificaciones que se hacen a partir de la forma (9) de la ecuación de transporte, requiere ciertas condiciones para garantizar su validez. La primera condición proviene de la observación de que, al llevar una dirección opuesta el flujo conectivo al flujo difusivo, casi se cancelan, esto

implica que  $Vr/\kappa \ll 1$ , lo cual es valido para partículas con altas energías (o rigidez) donde el valor de  $\kappa$  es grande. La segunda condición tiene que ver con la asunción de un estado estacionario y que no existen fuentes en la heliosfera, para lo cual se requiere que el término que corresponde a la perdida de energía adiabática sea despreciable respecto a los términos de convección y de difusión, lo cual implica que  $g = (1/f)\partial f/\partial r \ll C/r$ , que se satisface fácilmente para valores pequeños de  $r$ .

Sustituyendo el coeficiente de Compton-Getting  $C$ , en la expresión 13 de forma explicita, se obtiene la ecuación diferencial parcial de primer orden:

$$\frac{Vp}{3} \frac{\partial f}{\partial p} + \kappa \frac{\partial f}{\partial r} = 0 , \quad (14)$$

cuya solución es  $f(r, p) = \text{constante} = f_b(r_b, p_b)$  a lo largo de la frontera con la ecuación característica  $dp/dr = Vp/3\kappa$  en el espacio  $(r, p)$ . El subíndice  $b$  denota valores en la frontera exterior de la región de modulación.

Sustituyendo el momento  $p$  por la rigidez  $P$  y dividiendo la ecuación 14 entre  $\kappa$ , se obtiene la expresión:

$$\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{VP}{3\kappa} \frac{\partial f}{\partial P} = 0 . \quad (15)$$

La rigidez se maneja en unidades de potencial, mientras que el coeficiente del segundo termino en la ecuación 15 tiene unidades de potencial por unidad de longitud, es decir, unidades de campo, de ahí el nombre de la solución *campo de fuerza*.

Si el coeficiente de difusión es separable como:

$$\kappa(r, P) = \beta \kappa_1(r) \kappa_2(P) , \quad (16)$$

la solución luego de separar las variables e integrar ambos lados de la ecuación es:

$$\int_P^{P_b(r,P)} \frac{\beta(P') \kappa_2(P')}{P'} dP' = \int_r^{r_b} \frac{V(r')}{3\kappa_1(r')} dr' \equiv \phi(r) , \quad (17)$$

donde  $\phi$  se conoce como *parámetro de campo de fuerza*. Cuando  $\kappa_2 \propto P$  y  $\beta \approx 1$ , la solución se reduce a la forma ampliamente utilizada:

$$P_b - P = \phi , \quad (18)$$

de manera que el parámetro de campo de fuerza se vuelve una pérdida de rigidez, o alternativamente en pérdida de energía o momento (Caballero-López y Moraal, 2004).

### 3.4. Solución convección-difusión

La solución convección-difusión es casi equivalente a la solución campo de fuerza. Partiendo de la ecuación de transporte en su forma 10, los términos  $Q$  y  $\partial f / \partial t$  nuevamente se consideran despreciables, además del tercer término de la expresión (este último término no representa la pérdida de energía adiabática en estado estacionario). Considerando también una aproximación en la que se cuenta con simetría esférica, se obtiene la expresión:

$$Vf - \kappa \frac{\partial f}{\partial r} = 0 , \quad (19)$$

que se conoce como ecuación de convección-difusión, cuya solución se escribe como:

$$f = f_b e^{-M}, \quad (20)$$

donde

$$M = \int_r^{r_b} \frac{V dr}{\kappa}. \quad (21)$$

La integral  $M$  se conoce como *función de modulación*, y se relaciona con el parámetro de campo de fuerza mediante la expresión 17 como:

$$M = \frac{3\phi}{\beta\kappa_2}, \quad (22)$$

donde  $M$  es una cantidad adimensional (Caballero-López y Moraal, 2004).

### 3.5. Funciones de producción

Se ha mencionado anteriormente que los rayos cósmicos que logran ingresar a la heliosfera desde el exterior del sistema solar y llegan a la Tierra (rayos cósmicos primarios), no se detectan íntegros dentro de la atmósfera, debido a que experimentan alteraciones en las que se producen cascadas de diversas partículas (rayos cósmicos secundarios), que son aquellas que se registran en los detectores, y es por esto por lo que las funciones de producción atmosféricas adquieren una gran importancia.

Una función de producción atmosférica describe la relación entre la radiación cósmica primaria y la tasa de conteo para un instrumento en particular colocado dentro de la atmósfera terrestre. Matemáticamente, la tasa de conteo  $N(P_c, x, t)$  de un detector ubicado en una región con rigidez de corte  $P_c$

<sup>20</sup>, a una profundidad atmosférica  $x$  y a un tiempo  $t$  se define como:

$$N(P_c, x, t) = \int_{P_c}^{\infty} \frac{-dN}{dP} dP = \sum_i \int_{P_c}^{\infty} S_i(P, x) j_i(P, t) dP, \quad (23)$$

donde  $j_i(P, t)$  es el espectro de las partículas primarias  $i$  que ingresan en la atmósfera, y  $S_i(P, x)$  es la función de producción atmosférica debida a estas partículas. El termino  $-dN/dP$  (el signo menos se debe a que la tasa de conteo decrece con la rigidez) es la tasa de conteo diferencial del instrumento dentro de la atmósfera.

Existen básicamente dos métodos para determinar la función de producción atmosférica  $S$ . El método experimental o empírico consiste en medir simultáneamente la tasa de conteo de un instrumento colocado en el interior de la atmósfera y el espectro primario fuera de ella. El otro método consiste en calcular la función de producción utilizando uno o varios códigos numéricos tales como FLUKA, GEANT4 y CORSIKA para simular el proceso que origina las cascadas atmosféricas, y posteriormente se añaden detalles acerca de las especificaciones del detector a estos modelos.

Para obtener los resultados que se presentan posteriormente, se emplea una función empírica desarrollada por (Caballero-López y Moraal, 2012) a partir de la tasa de conteo diferencial a nivel del mar, la cual se escribe como:

$$S_H = \frac{-\frac{dN}{dP}}{j_H(P) + 1.584F(P) \cdot j_{He}(P)}, \quad (24)$$

---

<sup>20</sup>Esta rigidez de corte en un punto dado dentro de la magnetosfera terrestre es aquella que el rayo cósmico primario debe tener para alcanzar dicho punto, o para producir partículas secundarias que puedan alcanzarlo

donde  $F(P)$  es una doble ley de potencia de la forma

$$F(P) = F_0(P_0^a + P^a)^{\frac{\gamma_1 - \gamma_2}{a}} P^{\gamma_2} , \quad (25)$$

la cual es una expresión ampliamente utilizada para parametrizar espectros dando valores a las constantes  $F_0$ ,  $P_0$ ,  $a$ ,  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$ . En este caso, para la ecuación 24,  $F(P)$  se utiliza para ajustar la relación entre las funciones de producción para el hidrógeno y para el helio, de manera que  $F(P) = S_{He}/S_H$ , utilizando las constantes  $F_0 = 2$ ,  $P_0 = 0.45 \text{ GV}$ ,  $a = 1.4$ ,  $\gamma_1 = 0$  y  $\gamma_2 = 10$  (Caballero-López y Moraal, 2012).

### 3.6. Espectro local interestelar

El espectro local inter estelar (LIS)<sup>21</sup> es un parámetro de suma importancia para los modelos que buscan describir la modulación que afecta a los rayos cósmicos a lo largo de su trayectoria a través la heliosfera. Como se menciona anteriormente, la radiación cósmica galáctica que proviene del exterior del sistema solar, se encuentra con un campo magnético producido por el plasma del viento solar que fluye hacia afuera y actúa como un escudo contra esta radiación. Los rayos cósmicos que logran entrar en la heliosfera se someten a una modulación, de manera que el espectro que se mide en la Tierra una vez que los rayos han sido modulados, es diferente del espectro en el exterior, es decir el LIS (Herbst *et al.*, 2012).

Desafortunadamente, el LIS no se puede determinar utilizando únicamen-

---

<sup>21</sup>Por sus siglas en ingles Local Interstellar Spectrum

te observaciones en o cerca de la Tierra, esto debido a que el proceso de la modulación depende de diversos parámetros como la velocidad del viento solar, la geometría de la heliosfera, la ubicación de la frontera de modulación o el campo magnético heliosferico, que no se conocen de forma única (Potgieter *et al.*, 2013). Sin embargo, existen diversas parametrizaciones del LIS de protones que se desarrollan a partir de modelos de propagación o se derivan indirectamente de mediciones realizadas en la Tierra. Además, actualmente se cuenta con observaciones de rayos cósmicos de misiones espaciales que se encuentran más cerca de la frontera de modulación como el Voyager 2 o el Voyager 1, que llegó al espacio interestelar en agosto de 2012 según (NASA, 2013a), lo cual permite realizar comparaciones entre las parametrizaciones y estas observaciones.

## 4. Análisis de series temporales

El análisis de series temporales es un conjunto de técnicas que se utiliza en diversos campos tales como la ingeniería, la ciencia, la sociología, la economía, etc., con la finalidad de obtener información que pueda ser de utilidad, como puede ser la proyección de las ventas de algún producto, la detección de anomalías en señales o la estimación del crecimiento de la población en alguna región, por mencionar algunos ejemplos.

Una serie temporal se puede considerar como una secuencia ordenada de valores de una variable observada en intervalos de tiempo equiespaciados (Wheelwright *et al.*, 1998). En esencia, el análisis de una serie temporal consiste en realizar inferencias a partir de un modelo que represente los datos (Brockwell *et al.*, 2002). Una vez que se selecciona un modelo apropiado, es posible estimar los parámetros, verificar la bondad del ajuste con los datos y posiblemente usar el modelo ajustado para mejorar nuestra comprensión del fenómeno que genera la serie de datos que se este analizando (Brockwell *et al.*, 2002).

El *modelo* de una serie temporal se puede entender como una función que relaciona los valores representativos de algún fenómeno registrados en un tiempo determinado (serie temporal), con parámetros tales como valores previos de la misma serie temporal, el error calculado entre datos conocidos y datos calculados o, incluso, con otras series temporales (Wheelwright *et al.*, 1998).

## 4.1. Machine learning

El machine learning (ML) o aprendizaje automático puede llegar a recibir una gran cantidad de definiciones diferentes, sin embargo, probablemente la mejor forma de definirlo sea comenzando desde los conceptos básicos. El científico computacional Tom Mitchell, definió el aprendizaje automático en 1997 diciendo que: “*un programa de computadora aprende de la experiencia  $E$  con respecto a alguna clase de tarea  $T$  y medida de desempeño  $P$ , si su rendimiento y desempeño en la tarea  $T$ , medido por  $P$ , mejora con la experiencia  $E$* ”. En otras palabras, el objetivo principal del ML es el desarrollo de algoritmos tales que permitan a la maquina aprender y mejorar en una cierta tarea a partir de la información adquirida de un conjunto de datos (Sarkar *et al.*, 2018).

Hablar de una tarea  $T$ , se refiere básicamente a un problema del mundo real que se busca resolver, el cual se intenta definir de la forma más concreta posible. Dada la diversidad en los tipos de tareas que se pueden resolver con ML, las más comunes se pueden clasificar en tareas de regresión, detección de anomalías, anotación estructurada, categorización o clasificación, traducción, agrupación y transcripción. En particular, el tipo de tarea que compete a este trabajo es una regresión<sup>22</sup>, lo cual generalmente implica realizar un pronóstico a partir de los atributos de un problema determinado, que se ingresan como datos de entrada, de modo que la salida sean valores numéricos comparables y coherentes con la información real.

La experiencia  $E$  en la anterior definición se refiere al proceso de introducir

---

<sup>22</sup>Para saber más acerca del resto de clasificaciones de tareas puede consultar (Sarkar *et al.*, 2018).

un conjunto de datos que consta de puntos o muestras al modelo de aprendizaje, de manera que adquiera información de características, relaciones y patrones inherentes a dichos datos. La experiencia que obtiene el modelo, suele ser mediante un proceso iterativo y dependiendo de la supervisión, los métodos de aprendizaje se pueden clasificar en supervisado, no supervisado, semi supervisado y reforzado (Sarkar *et al.*, 2018). Particularmente, para el propósito que se persigue en este trabajo se requiere un enfoque en el aprendizaje supervisado<sup>23</sup>, el cual consiste en algoritmos que toman muestras de datos (datos de entrenamiento) y las salidas asociadas (etiquetas o respuestas) a cada muestra durante el entrenamiento del modelo, con el objetivo de aprender una asociación entre ellas que se pueda utilizar posteriormente para poder predecir la salida correspondiente a un nuevo dato de entrada cuya respuesta se desconoce. Se denomina como aprendizaje supervisado debido a que el modelo aprende de muestras cuyas respuestas se conocen de antemano en la fase de entrenamiento (Sarkar *et al.*, 2018).

El rendimiento  $P$ , suele ser una medida cuantitativa que se utiliza para ver qué tan bien el algoritmo o modelo está realizando la tarea  $T$ , con la experiencia  $E$ , y generalmente se calcula de manera específica para la tarea que se está tratando de resolver en un momento dado. Las medidas de rendimiento típicas incluyen exactitud, precisión, recuperación, puntuación F1, sensibilidad, especificidad, tasa de error, tasa de clasificación errónea y muchas más. En ocasiones puede ser difícil elegir medidas de rendimiento que muestren de manera precisa que tan bien se desempeña el algoritmo en fun-

---

<sup>23</sup>Para saber más acerca de las características de cada método de aprendizaje puede consultar (Sarkar *et al.*, 2018).

ción de los resultados adquiridos, y puede ser conveniente usar una función de costo modificada o a priori de modo que se sacrifica la tasa de aciertos o la precisión general para obtener predicciones más precisas con menos falsos positivos (Sarkar *et al.*, 2018).

Como se menciona anteriormente, los métodos de aprendizaje automático se pueden clasificar a partir de la supervisión del aprendizaje, sin embargo, también se pueden clasificar a partir de la capacidad de aprendizaje con el incremento de muestras en dos categorías; la primera se trata del aprendizaje en lotes de datos (también conocido como aprendizaje offline), en la que los algoritmos utilizan únicamente los datos proporcionados por el usuario al momento de entrenar al modelo; la segunda se conoce como aprendizaje online, en la que el modelo tiene un proceso de entrenamiento continuo ya que los algoritmos tienen la capacidad de extraer información de uno o varios lotes de datos pequeños que reciben nueva información constantemente. Por otro lado, existe también una clasificación de métodos de aprendizaje basada en su aproximación a una generalización a partir de las muestras de datos, la cual se hace principalmente en dos categorías; la primera consiste en algoritmos basados en instancias, donde los datos de entrada “desconocidos” se comparan con los datos de entrenamiento utilizando alguna medida de similitud, para asignarle ciertos atributos sin construir un modelo explícito; la segunda consta de algoritmos que utilizan los datos de entrenamiento para construir un modelo que se utiliza para pronosticar nuevos valores o tomar decisiones (Sarkar *et al.*, 2018) <sup>24</sup>.

---

<sup>24</sup>Los ejemplos de métodos basados en instancias y en modelos más comunes suelen ser el de *k vecinos más cercanos* y el de *regresión lineal* respectivamente. Para saber más acerca de las características de cada

La limitación clave de los algoritmos ML convencionales es que su aplicación a un nuevo dominio de problemas requiere una gran cantidad de ingeniería de caracterización<sup>25</sup>. Esto implica una disminución en el alcance conceptual y práctico del aprendizaje automático. Conceptualmente, si los expertos en un tema identifican las características del problema y el algoritmo simplemente aprende a combinar y sacar conclusiones al respecto, surge el cuestionamiento si de verdad se puede considerar aprendizaje. En cuanto al aspecto práctico, esta gran cantidad de ingeniería de caracterización requerida representa un obstáculo ya que hay límites a la cantidad de esfuerzo humano que se puede dedicar a un problema (Ketkar, 2017).

Con la finalidad de tratar de aproximar el machine learning a un proceso más similar al aprendizaje humano, en el que se obtienen conclusiones de los datos en bruto sin pasar explícitamente por una identificación de características, surge un campo conocido como *deep learning* (Ketkar, 2017).

## 4.2. Deep learning

El deep learning o aprendizaje profundo, es un subcampo del machine learning que emplea técnicas relacionadas con el aprendizaje de representación. Sigue un enfoque jerárquico por capas, donde se busca representar los atributos de entrada y su entorno actual mediante capas anidadas constituidas por representaciones de conceptos<sup>26</sup>, en las que cada capa se construye a partir de otras capas más simples. La primera capa suele ser la entrada y la

---

clasificación de los métodos de aprendizaje puede consultar (Sarkar *et al.*, 2018).

<sup>25</sup>Determinar las propiedades y características por parte de expertos en el tema.

<sup>26</sup>Estos conceptos comúnmente se denominan *características* en la terminología de machine Learning y se refiere a los atributos de los datos (Sarkar *et al.*, 2018)

última capa es la salida (Sarkar *et al.*, 2018).

Un recurso comúnmente utilizando en deep learning son las redes neuronales. Una red neuronal artificial (ANN) es un modelo computacional cuya arquitectura consiste en capas de nodos interconectados que funciona de manera similar a la red de neuronas del cerebro humano. Cualquier ANN básica siempre tendrá múltiples capas de nodos, patrones de conexión específicos y enlaces entre las capas, pesos de conexión y funciones de activación para los nodos/neuronas que convierten las entradas ponderadas en salidas (figura 9). El proceso de aprendizaje para la red, en el que los pesos siguen actualizándose, generalmente involucra una función de costo, la cual se busca minimizar mediante optimización (Ketkar, 2017).

Otro concepto importante para este trabajo es el de red neuronal recurrente (RNN), el cual se trata de un tipo particular de ANN que tiene una arquitectura especial en bucle, lo cual permite la persistencia de información basada en conocimientos pasados (Figura 10). Se denominan redes recurrentes debido a que realizan las mismas operaciones y cálculos para todos y cada uno de los elementos de una secuencia de datos de entrada. Los RNN tienen memoria que ayuda a capturar información de secuencias pasadas (Sarkar *et al.*, 2018).

Una de las características importantes de los algoritmos basados en Deep learning es que, mientras incrementa el número de datos disponibles para el entrenamiento, el desempeño del modelo tiende a mejorar, mientras que en el caso de los algoritmos tradicionales de machine learning se observa que, a partir de una cierta cantidad de datos, el rendimiento del modelo tiende a

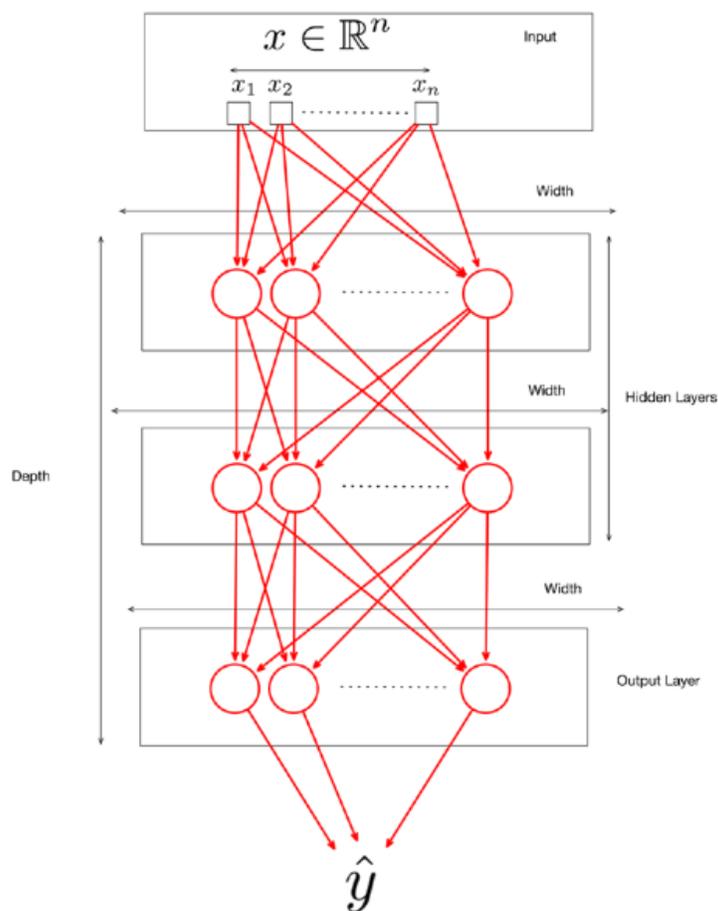


Figura 9: Estructura de una red neuronal artificial (ANN), donde los datos de entrada  $x_n$  pasan a través de capas de nodos (círculos rojos) interconectados (flechas rojas), hasta generar una capa de salida  $\hat{y}$  (Ketkar, 2017).

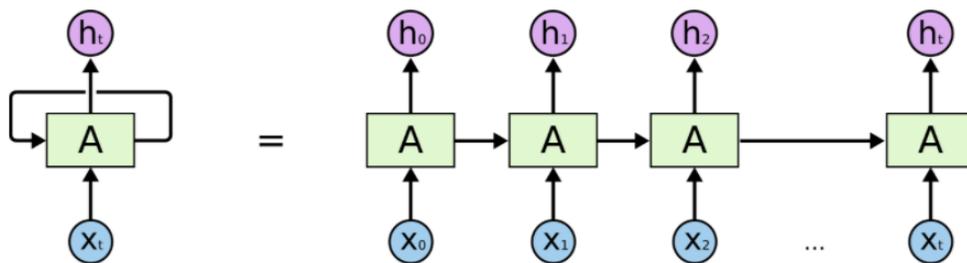


Figura 10: Esquema de la descomposición de una red neuronal recurrente (RNN)  $A$ , que recibe un dato de entrada  $x_t$  y genera una salida  $h_t$  (Sarkar et al., 2018).

volverse constante, es decir deja de mejorar (figura 11) (Sarkar *et al.*, 2018).

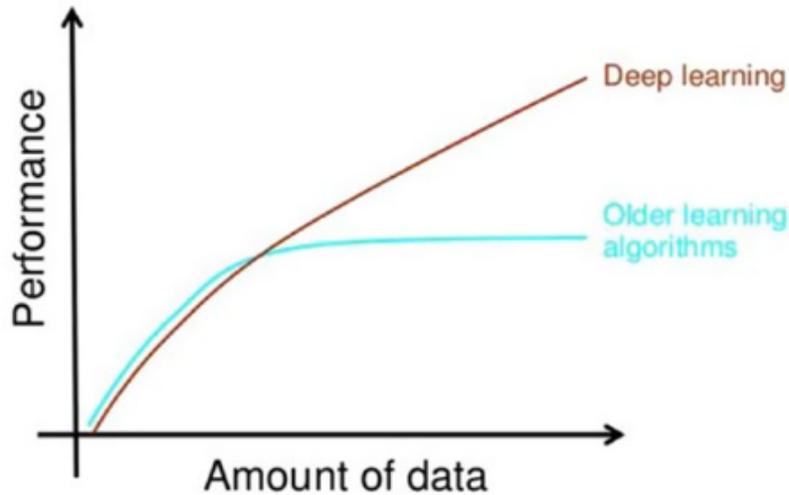


Figura 11: Gráfica de rendimiento contra número de datos para algoritmos de deep learning y machine learning (Sarkar *et al.*, 2018).

### 4.3. Pronóstico

Una vez que se tiene una idea general de la forma en la que trabajan los algoritmos de aprendizaje automático, se busca aprovecharlo para realizar un pronóstico de las variaciones en la modulación de rayos cósmicos. En términos del análisis de series temporales, un pronóstico<sup>27</sup> consiste en la predicción de valores de una variable basada en valores previos conocidos de esta variable u otras variables relacionadas (Wheelwright *et al.*, 1998).

Dependiendo de la cantidad de información disponible, hay principalmente tres tipos de pronósticos. El primera se conoce como pronóstico cuantitativo y, como su nombre lo indica, se caracteriza por tener suficiente información

---

<sup>27</sup>En la literatura en inglés se puede encontrar como *forecast*.

cuantitativa disponible. El segundo tipo se conoce como pronóstico cualitativo, en la cual se cuenta con poca o nula información cuantitativa, pero hay suficiente información cualitativa disponible. Por último, el tercer tipo de pronóstico es el impredecible, en el cual se tiene poca o nula información en general (Wheelwright *et al.*, 1998).

Particularmente nos interesan los pronósticos cuantitativos, los cuales requieren de al menos tres condiciones para poder aplicarse que, pudieran parecer obvias, pero es importante tener en cuenta, a saber; la primera es que haya información disponible de datos del pasado, la segunda es que esta información pueda ser cuantificada en forma de datos numéricos y la tercera es que se pueda suponer que algunos aspectos del comportamiento pasado continuaran en el futuro<sup>28</sup> (Wheelwright *et al.*, 1998).

Adicionalmente, los métodos de pronóstico cuantitativo se pueden clasificar de acuerdo con el modelo subyacente involucrado. Los principales modelos de pronóstico cuantitativo son las series de tiempo y los modelos explicativos. Los que corresponden con las necesidades de esta tesis son los modelos de series de tiempo<sup>29</sup> que, a diferencia de los modelos explicativos, no intentan descubrir directamente los factores que afectan el comportamiento de un fenómeno, sino que se basan en valores y/o errores del pasado para descubrir el patrón en la serie de datos históricos y extrapolar ese patrón al futuro (Wheelwright *et al.*, 1998).

Para seleccionar un método de pronóstico apropiado, es importante considerar el tipo de comportamiento que presentan los datos que se están tra-

---

<sup>28</sup>Esta condición se conoce como asunción de continuidad (Wheelwright *et al.*, 1998).

<sup>29</sup>Para saber más acerca de los modelos explicativos se puede consultar (Wheelwright *et al.*, 1998).

bajando. Se pueden distinguir cuatro tipos principales de comportamiento en series de datos, estos son: horizontal, estacional, cíclico y de tendencia. En algunos casos se pueden presentar incluso combinaciones de dos o más tipos de comportamiento (Wheelwright *et al.*, 1998).

Se puede considerar que los datos de variación en la modulación de los rayos cósmicos presentan un patrón cíclico, ya que normalmente muestran un incremento conforme el campo magnético solar se encuentra en su estado de mayor actividad y decrecen cuando el campo magnético se encuentra más quieto<sup>30</sup>, en periodos de tiempo de alrededor de 11 años.

#### 4.4. GluonTS

Ya que se han identificado las características que presentan las variaciones en la modulación de los rayos cósmicos como serie temporal, se aprovecha la amplia gama de código desarrollado que ofrece Python<sup>31</sup> para buscar obtener un pronóstico aceptable.

*Gluon Time Series (GluonTS)* es una biblioteca basada en deep learning, que agrupa componentes, modelos y herramientas para aplicaciones en series temporales como pronósticos o detección de anomalías en conjuntos de datos. Las distribuciones, arquitecturas de redes neuronales y los pasos de procesamiento de características que contiene, se pueden usar para ensamblar y entrenar nuevos modelos rápidamente (Alexandrov *et al.*, 2019).

Además de manejar modelos basados en deep learning, *GluonTS* tam-

---

<sup>30</sup>Para saber más acerca de las características de cada tipo de patrón de comportamiento en series de datos se puede consultar (Wheelwright *et al.*, 1998).

<sup>31</sup>Python es un lenguaje de programación que puede ser clasificado como interpretado, de alto nivel, multiplataforma de tipado dinámico y multiparadigma (Bahit, 2012).

bién incluye modelos probabilísticos, modelos espacio temporales y procesos gaussianos. Para realizar los pronósticos, suavizado o detección de anomalías en series de tiempo, la biblioteca realiza la estimación de distribuciones de probabilidad conjunta, lo cual se modela como un problema de aprendizaje supervisado, fijando la estructura del modelo y aprendiendo sus parámetros utilizando un método de optimización estadística, como la estimación de máxima verosimilitud, así como el conjunto de datos para el entrenamiento (Alexandrov *et al.*, 2019).

De la variedad de modelos que ofrece GluonTS, se selecciona el *DeepAR* para realizar el pronóstico. *DeepAR* es un modelo autorregresivo RNN que contempla no solo el último valor objetivo como entrada, sino también una serie de valores rezagados que son relevantes para la frecuencia de los datos (Alexandrov *et al.*, 2019), en este caso en particular, la resolución de los datos es en meses.

La elección de este modelo sobre otros modelos de pronóstico similares se hizo después de realizar una comparación preliminar, en la que para el entrenamiento de los modelos se emplearon datos de mayo 1957 a diciembre de 1998, calculados a partir del registro de la estación HRMS (esto debido a que es una de las estaciones que cuenta con una mayor cantidad de datos), posteriormente se realizaron los pronósticos de enero de 1999 a enero de 2014 (15 años) con la finalidad de evaluar la capacidad de cubrir al menos un intervalo de tiempo poco mayor al de la duración de un ciclo solar de 11 años.

En la figura 12 se puede observar que el pronóstico menos acertado se obtiene utilizando *Prophet*, para lo cual cabe resaltar que se trata de un modelo

que está orientado a tener un mejor desempeño para series temporales que presentan una fuerte influencia de efectos estacionales y varias temporadas de datos históricos (Prophet, 2017). A pesar de que *Keras* también es una librería basada en deep learning y está desarrollada con un enfoque de experimentación rápida (Keras, 2015), se considera que el pronóstico obtenido utilizando *DeepAR* de *GluonTS* muestra un ajuste con mayor precisión, por lo que es el que se selecciona para hacer una búsqueda más a fondo de los parámetros óptimos para calcular los resultados que se presentan posteriormente.

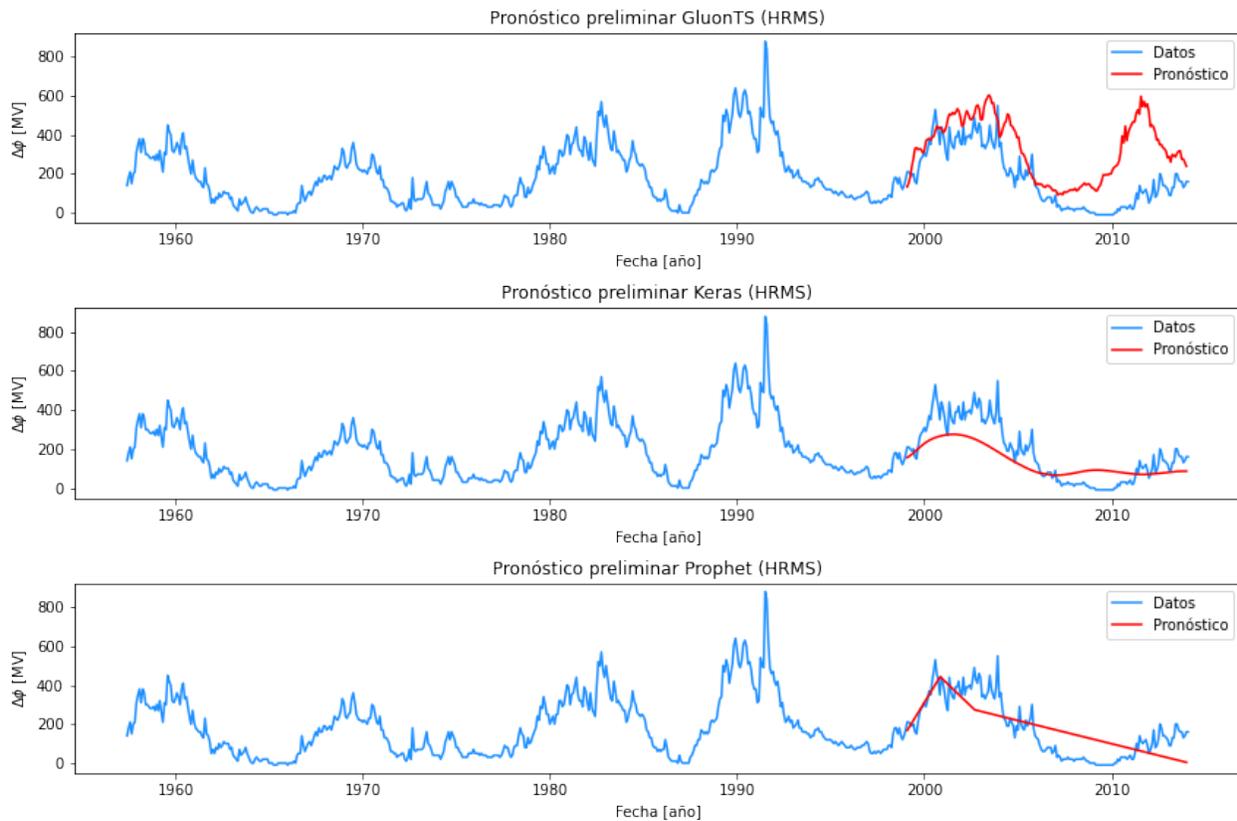


Figura 12: Pronostico preliminar comparativo de 3 librerías de aprendizaje automático.

## 4.5. Semblanza

El filtrado de semblanza es un proceso que permite hacer la comparación entre dos señales o conjuntos de datos, en este caso, aplicado a series temporales. La ventaja de la semblanza sobre otros métodos de comparación entre señales tales como la correlación cruzada o la correlación de densidad espectral, es que, a diferencia de estos últimos, la semblanza considera los ángulos de fase de las señales mediante la correlación en función de la frecuencia, además de que, en varias ocasiones, los métodos más convencionales no son fáciles de interpretar (Cooper y Cowan, 2008).

La semblanza puede tomar valores entre -1 y +1 donde el 1 positivo implica una correlación perfecta entre las fases, y -1 implica una perfecta anticorrelación (Cooper y Cowan, 2008).

El cálculo de la semblanza comúnmente se realiza utilizando la transformada de Fourier, sin embargo, se opta por emplear la transformada wavelet ya que ésta no asume que el contenido de frecuencia de un conjunto de datos es constante en el tiempo (o posición), lo cual permite analizar cambios en frecuencia y obtener una mejor resolución temporal (o espacial) (Cooper y Cowan, 2008). La transformada wavelet continua para un conjunto de datos  $h(t)$  se define como:

$$CWT(u, s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \frac{1}{|s|^{\frac{1}{2}}} \Psi^* \left( \frac{t - u}{s} \right) dt , \quad (26)$$

donde  $s$  se conoce como escala,  $u$  es el desplazamiento,  $\Psi$  es la ondícula madre utilizada y  $*$  implica el complejo conjugado. La  $CWT$  es entonces una trans-

formada bidimensional que realiza la convolución entre los datos y la función de la ondícula madre, la cual se puede seleccionar a conveniencia dependiendo del objetivo del análisis. El uso de diferentes valores de  $s$  proporciona información de los datos a diferentes resoluciones, ya que este determina la longitud de onda de la ondícula madre y por lo tanto, el número de datos que se operan en cada desplazamiento  $u$ . La semblanza muestra cambios más agudos en longitudes de onda cortas (valores de  $s$  pequeños) que en longitudes de onda largas (Cooper y Cowan, 2008).

La semblanza a partir de la transformada wavelet se calcula usando la expresión:

$$S = \cos^n(\theta) , \quad (27)$$

donde  $n$  es un número entero impar mayor a cero y  $\theta$  es la fase definida como:

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\Re(CWT_1 \times CWT_2^*)}{\Im(CWT_1 \times CWT_2^*)} \right) . \quad (28)$$

Los subíndices 1 y 2 en las transformadas wavelet denotan ambas señales con las que se está trabajando, y los símbolos  $\Im$  y  $\Re$  significan que se toma la parte imaginaria y la parte real respectivamente de la multiplicación de transformadas entre paréntesis. El uso de valores de  $n$  mayores a 1 permite agudizar la respuesta de la semblanza, sin embargo, el utilizar valores muy grandes tiende a deteriorar los resultados, en especial para longitudes de onda más largas, por lo que la elección de un óptimo valor de  $n$  depende de los datos.

Dada la forma en la que se calcula la semblanza a partir de la fase  $\theta$ , una ventaja más es que el resultado es independiente de las unidades de ambas

señales (Cooper y Cowan, 2008).

## 5. Metodología

Se busca obtener el valor de  $\Delta\phi$  utilizando los registros de conteo de partículas provenientes de la radiación cósmica secundaria, obtenidos de (NMDB, 2020)<sup>32</sup>. Se utilizan los datos de 4 monitores de neutrones ubicados en regiones con diferentes valores de rigidez de corte (Tabla 1), con la finalidad de determinar si hay una influencia en los resultados por parte de la rigidez de corte en la región en la que se encuentre el monitor de neutrones <sup>33</sup>.

Estación	Rigidez de corte $P_c$ [GeV]	Número de datos
Alma Alta B (AATB)	5.9	551
Hermanus (HRMS)	4.58	722
Thule (THUL)	0.3	700
Tsumeb (TSMB)	9.15	499

Tabla 1: Estaciones de monitores de neutrones de las que se descargaron los datos para el cálculo las variaciones en la modulación  $\Delta\phi$ .

La elección de las estaciones se hizo considerando el número de datos disponibles para las estaciones con rigidez alta, media y baja, ya que en general al momento de ingresar dichos datos al modelo predictivo, se espera que se pueden obtener resultados más confiables conforme el número de datos sea mayor. Posteriormente se realiza una serie de pronósticos, ingresando los valores obtenidos de  $\Delta\phi$  al modelo auto regresivo *DeepAR* de la biblioteca *GluonTS* de Python.

Con la finalidad de analizar, tanto los valores de variación en la modulación como los pronósticos calculados, se obtienen las semblanzas entre ambas

<sup>32</sup>Los datos se descargaron con una resolución mensual.

<sup>33</sup>En el apéndice B se muestra un mapa con la ubicación de las 4 estaciones empleadas.

curvas (datos reales contra datos pronosticados), así como también con el número de manchas solares observadas en las fechas correspondientes, buscando comprobar una correlación entre la variación en la modulación y la actividad solar. A continuación, se describe de manera más detallada el procedimiento que se llevó a cabo para obtener los resultados.

### 5.1. Cálculo de $\Delta\phi$

La modulación que experimentan los rayos cósmicos es un fenómeno variable en el tiempo, cuya magnitud puede incrementar o disminuir dependiendo principalmente de la actividad solar. Para determinar la intensidad de la modulación en un momento determinado, se puede considerar un estado de referencia a partir del cual ocurre un aumento o un decremento en la magnitud, que se puede representar como una variación de modulación. En marzo de 1987 se identificó que había presentado un estado de muy baja modulación, éste suele usarse frecuentemente como un estado de referencia, por lo que la modulación que se presenta en un tiempo  $t$  se puede expresar como:

$$\phi(t) = \phi_{1987} + \Delta\phi(t) , \quad (29)$$

donde  $\phi_{1987}$  es la magnitud de la modulación de marzo de 1987 y  $\Delta\phi(t)$  es una la variación que ocurre en dicha magnitud (Enríquez-Vargas, 2018).

De acuerdo con (Caballero-López y Moraal, 2012),  $\Delta\phi$  se puede expresar en términos de la rigidez mínima y máxima de los espectros de radiación

como:

$$\Delta\phi(t) = \left( P_{min}^2 + \left( \frac{A \cdot E_0}{Z} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} - \left( P^2 + \left( \frac{A \cdot E_0}{Z} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (30)$$

Para encontrar el valor de la variación en la modulación a partir del conteo de partículas registrado por los monitores de neutrones se utiliza la expresión:

$$N = \int_{P_c}^{\infty} S_H(P) [j_H(P) + 1.584 \cdot F(P) \cdot j_{He}(P)] dP, \quad (31)$$

donde  $F(P)$  es una función que relaciona las funciones de producción de hidrógeno y de helio, que se aproxima con la doble ley de potencia que se muestra en la ecuación 25, utilizando las constantes que se muestran en la tabla 2. El termino  $S_H$  se calcula utilizando la expresión 24, para lo cual se utilizan los espectros de hidrógeno y de helio de marzo de 1987, y nuevamente se utiliza un ajuste con una doble ley de potencia usando los parámetros que se muestran en la tabla 2. El término  $dN/dP$  se calcula a partir de una ecuación que se conoce como función de Dorman, la cual se expresa como:

$$N(P_c) = N_0 [1 - \exp(-\alpha P_c^{-k})]. \quad (32)$$

Derivando 32 respecto a la rigidez  $P$  se obtiene:

$$\frac{dN}{dP} = N_0 \cdot \exp(-\alpha P^{-k}) \cdot (\alpha k P^{-k-1}), \quad (33)$$

donde las constantes  $\alpha = 10.068$  y  $k = 0.952$  para 1987 se obtienen de

(Caballero-López y Moraal, 2012).

<b>Función</b>	$F_0$	$P_0$ [GV]	$\mathbf{a}$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	<b>Rango de rigidez</b>
$F(P)$	2	0.45	1.4	0	10	$1 < P < 10^3$
$j_{H1987}$	14000	0.96	1.5	-2.7	2.8	$0.7 < P < 10^4$
$j_{He1987}$	2500	1.5	1.6	-2.7	3	$0.7 < P < 10^4$

Tabla 2: Constantes utilizadas para ajustar la doble ley de potencia obtenida de (Caballero-López y Moraal, 2012).

Para calcular los espectros  $j_H$  y  $j_{He}$  que se requieren en la expresión 31 se emplea la relación de la solución campo de fuerza en términos de la intensidad:

$$j = \left( \frac{P}{P_{min}} \right)^2 j_{min}, \quad (34)$$

donde el espectro  $j$  se toma tanto para el helio como para el hidrógeno el de marzo de 1987, utilizando el ajuste de la doble ley de potencia que se menciona anteriormente. La elección de la aproximación de la solución para la ecuación de transporte se hizo a partir de una comparación, en la que se utiliza el LIS para el hidrógeno propuesto por (Webber y Lockwood, 2001) como espectro de entrada, el cual se define como:

$$j_H = \frac{2.1 T^{-2.8}}{1 + 5.58 T^{-1.22} + 1.18 T^{-2.54}}, \quad (35)$$

donde  $T$  es energía cinética por nucleón.

En la figura 13 se puede observar que la solución campo de fuerza se ajusta mejor a las observaciones de la misión espacial IMP, tanto de 1987 como de 1997, por lo que se considera una aproximación factible.

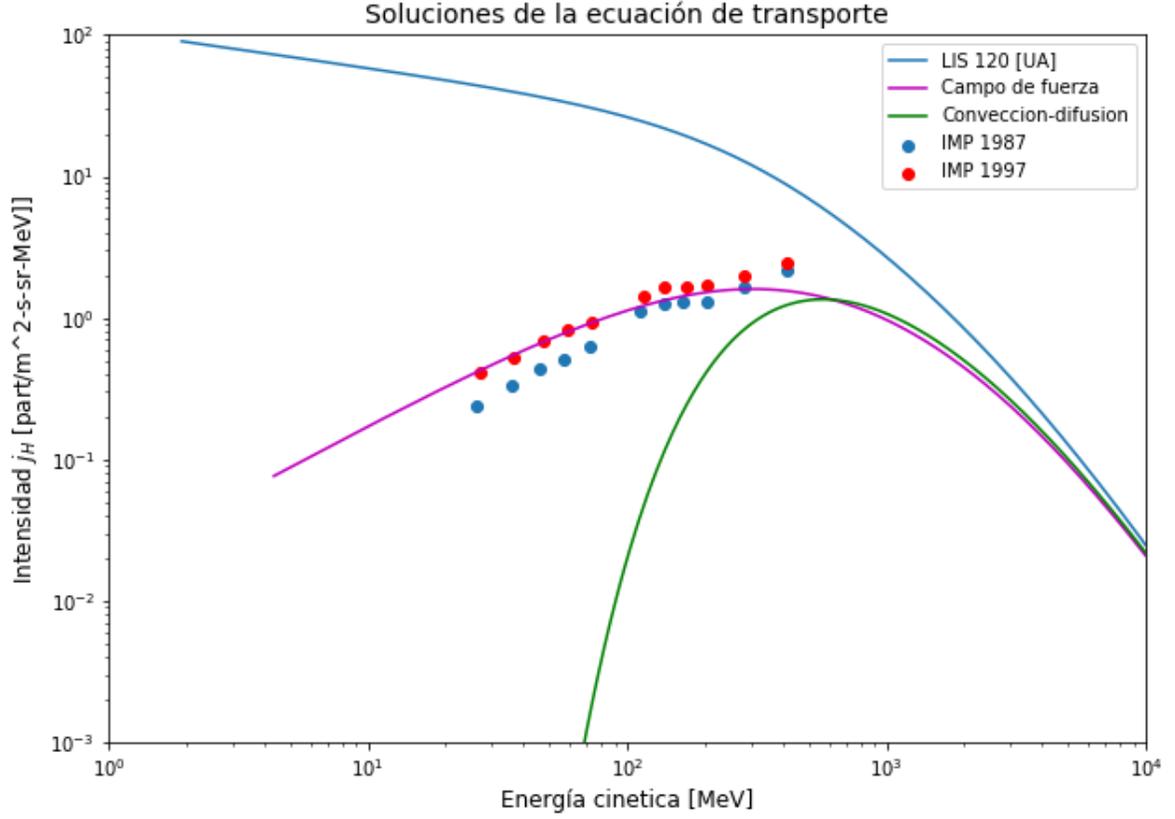


Figura 13: Comparación entre la solución campo de fuerza y convección difusión.

Para calcular el valor de  $P_{min}$  en 34, se hace el despeje en la ecuación 30, con lo que se obtiene:

$$P_{min} = \left( \left( P^2 + \left( \frac{A \cdot E_0}{Z} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} + \Delta\phi \right)^2 - \left( \frac{A \cdot E_0}{Z} \right)^2. \quad (36)$$

Es en este punto donde se involucra  $\Delta\phi$ . Se proponen una serie de valores para la variación de la modulación con los que se hace el calculo del número de partículas  $N$  resolviendo la integral de la ecuación 31 de forma numérica, posteriormente se compara el número calculado con el número obtenido del

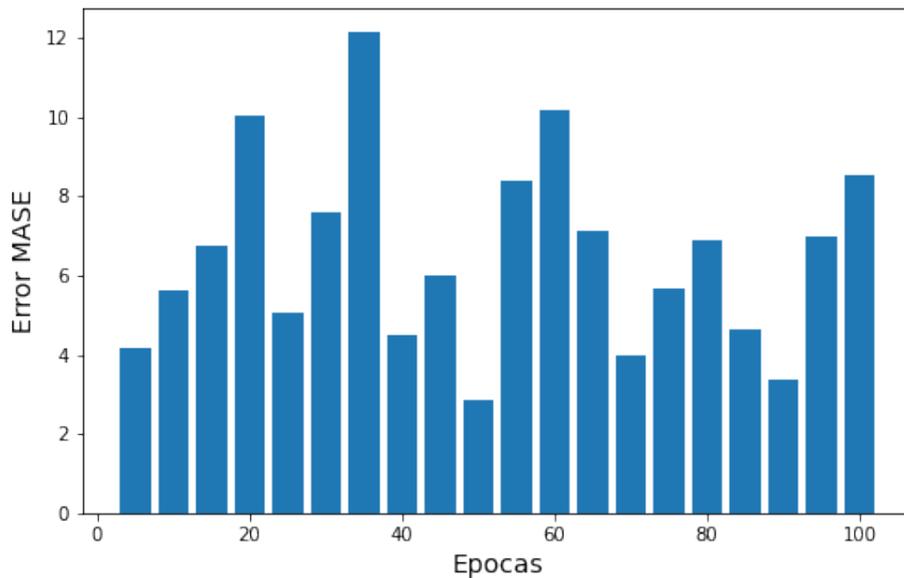
monitor de neutrones correspondiente utilizando la ecuación de Dorman que se muestra en 32, incluyendo la rigidez de corte en la ubicación de la estación. Si el número calculado cumple con el criterio de error, el valor de  $\Delta\phi$  que se emplea para calcularlo se guarda en un arreglo.

## 5.2. Pronósticos

Una vez obtenidos los valores de  $\Delta\phi$ , se busca un modelo apropiado para realizar el pronóstico tomando en cuenta el comportamiento de los datos. Partiendo de considerar que se trabaja una curva de datos cíclica, se optó por utilizar el modelo *DeepAR* de entre los modelos de otras librerías de aprendizaje automático debido a la implementación sencilla y al pronóstico preliminar mostrado en la figura 12, el cual se definió como el más prometedor. Luego de seleccionar el modelo predictivo, se realiza una búsqueda de un parámetro que se conoce como número de épocas, a manera de lograr el mejor resultado posible.

De acuerdo con (Brownlee, 2018), el número de épocas corresponde a la cantidad de veces que se ingresan los datos en un algoritmo de aprendizaje automático al momento del entrenamiento para que pueda extraer información. Seleccionar el número de épocas no es algo intrascendente, ya que elegir un número demasiado grande puede llevar a un sobre-aprendizaje del modelo, mientras que en el extremo opuesto, un número de épocas demasiado pequeño conduce a un sub-aprendizaje, siendo lo ideal encontrar un punto medio. Debido a que no hay una forma cuantitativa de determinar el número de épocas ideal que además depende de las características de cada conjunto de datos y,

por lo tanto, es diferente en cada caso. La elección de este parámetro se hizo calculando pronósticos de enero de 1999 a enero de 2014, utilizando datos para el entrenamiento de mayo de 1957 a diciembre de 1998, de la estación con mayor número de datos con la que se cuenta (HRMS), esto variando el número de épocas en múltiplos de 5 para cada pronóstico y evaluando los resultados obtenidos, a partir de lo cual se observa que se obtuvo un mejor resultado con 50 épocas (figura 14<sup>34</sup>).



*Figura 14: Gráfica del error MASE obtenido a partir del cálculo de pronósticos con diferente número de épocas en el entrenamiento.*

Una parte fundamental del proceso de hacer un pronóstico de una serie de datos es verificar que tanto se acerca el modelo a los datos reales. Dado que, al momento de realizar un pronóstico como tal, es imposible comprobar la precisión de los resultados ya que no hay manera de hacer una comparación

<sup>34</sup>El error MASE mostrado en la figura se define posteriormente.

entre dicho pronóstico y los datos de un evento que no ha ocurrido, la forma de evaluar el desempeño del modelo seleccionado es hacer un pronóstico sobre un periodo de tiempo en el que ya se cuente con registros de datos para hacer la comparación. Esto, aunque no es garantía de que se va a obtener un pronóstico ya a futuro acertado, se puede considerar una buena referencia, sin mencionar que tal vez sea la única manera.

Se realizaron pronósticos de prueba sobre los valores de  $\Delta\phi$  calculados a partir de los datos que se descargaron de las 4 estaciones. Se utilizó un número de datos diferente para el entrenamiento del modelo en cada pronóstico, realizando también dichos pronósticos sobre distintos periodos de tiempo, esto considerando el número de datos con los que se cuenta en cada monitor de neutrones. Para definir la longitud del pronóstico, se debe cubrir al menos un intervalo de tiempo que permita observar un ciclo solar (11 años), pero no demasiado grande debido a que, conforme el pronóstico se aleja de los datos conocidos, el intervalo de confianza incrementa así como la incertidumbre del resultado. La configuración de los datos empleados para el entrenamiento de prueba se muestra en la tabla 3, el periodo de tiempo sobre el que se realiza cada pronóstico se muestra en la tabla 4.

<b>Entrenamiento de prueba</b>			
<b>Estación</b>	<b>Fecha del primer dato</b>	<b>Fecha del ultimo dato</b>	<b>Número de datos</b>
AATB0	01-enero-1973	01-enero-1998	300
AATB	01-enero-1973	01-enero-1998	300
HRMS	01-mayo-1957	01-enero-1998	488
THUL	01-agosto-1957	01-enero-1998	485
TSMB	01-diciembre-1976	01-enero-1998	251

*Tabla 3: Configuración y número de datos utilizados para el entrenamiento del modelo en los pronósticos de prueba.*

Al hacer pronósticos sobre diferentes intervalos de tiempo y utilizando un número distinto de datos para el entrenamiento, también se puede tratar de buscar una posible influencia de estos parámetros en los resultados.

<b>Pronóstico de prueba</b>		
<b>Estación</b>	<b>Fecha del primer dato</b>	<b>Fecha del ultimo dato</b>
AATB0	01-enero-1986	01-diciembre-2006
AATB	01-enero-1998	01-diciembre-2009
HRMS	01-enero-1986	01-diciembre-2006
THUL	01-enero-1986	01-diciembre-2006
TSMB	01-enero-1998	01-diciembre-2009

*Tabla 4: Intervalos de tiempo de los pronósticos de prueba.*

Cabe mencionar que antes de ingresar los datos al modelo para calcular los pronósticos, se interpolaron los valores correspondientes a las fechas que no cuentan con registros y se aplicó un suavizado a las curvas utilizando un filtro de media móvil con ventanas de 8 datos para que el entrenamiento del modelo no se vea afectado por valores atípicos.

Para evaluar la precisión de los pronósticos de prueba, se utiliza la media del error absoluto escalado (MASE)<sup>35</sup>. Éste es uno de los cuatro métodos principales de estimar la calidad de un pronóstico realizado en un intervalo de tiempo con datos conocidos<sup>36</sup>. Una de las ventajas mas importantes de este método respecto a los otros 3 es que, al ser independiente de la escala de los datos, tiene un mayor rango de aplicación, por lo cual es apropiado para cualquier tipo de serie temporal, además de que puede ser útil para comparar diferentes modelos predictivos, así como diferentes predicciones de un mismo

<sup>35</sup>Por sus siglas en inglés Mean Absolute Scaled Error.

<sup>36</sup>Los otros tres métodos son el error dependiente de la escala, el error porcentual y el error relativo, los cuales se explican con mayor detalle en (Hyndman *et al.*, 2006).

modelo.

El error MASE se define como:

$$MASE = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |Y_t - F_t|}{\frac{1}{T-1} \sum_{t=2}^T |Y_t - Y_{t-1}|}, \quad (37)$$

donde  $T$  es el número de datos,  $Y$  corresponde a los datos conocidos, a partir de los cuales se obtiene los valores pronosticados  $F$  (Hyndman *et al.*, 2006).

Finalmente, también se hacen pronósticos para las cuatro estaciones, ahora sobre intervalos de tiempo en los que aun no se cuenta con datos, es decir a futuro, cuya configuración de entrenamiento para el modelo se muestra en la tabla 5 y los intervalos de tiempo pronosticados se muestran en la tabla 6.

Entrenamiento			
Estación	Fecha del primer dato	Fecha del ultimo dato	Número de datos
AATB	01-enero-1973	01-septiembre-2020	556
HRMS	01-mayo-1957	01-junio-2020	755
THUL	01-agosto-1957	01-agosto-2020	756
TSMB	01-diciembre-1976	01-diciembre-2019	516

Tabla 5: Configuración y número de datos utilizados para el entrenamiento del modelo en los pronósticos a futuro.

Pronóstico		
Estación	Fecha del primer dato	Fecha del ultimo dato
AATB	01-septiembre-2020	01-noviembre-2034
HRMS	01-junio-2020	01-noviembre-2034
THUL	01-agosto-2020	01-noviembre-2035
TSMB	01-diciembre-2019	01-diciembre-2034

Tabla 6: Intervalos de tiempo de los pronósticos a futuro.

### 5.3. Semblanzas

El cálculo de las semblanzas se hizo con el propósito de corroborar si existe algún grado de correlación entre diferentes combinaciones de los conjuntos de datos, utilizando el código desarrollado por (Cooper y Cowan, 2008). Como se vio anteriormente, se espera que las curvas de variación en la modulación estén estrechamente relacionadas con el número de manchas solares observadas en la superficie del Sol, por lo tanto, se descargo el número de manchas promedio de (SILSO, 2020), con la misma resolución de las cuentas de los monitores de neutrones.

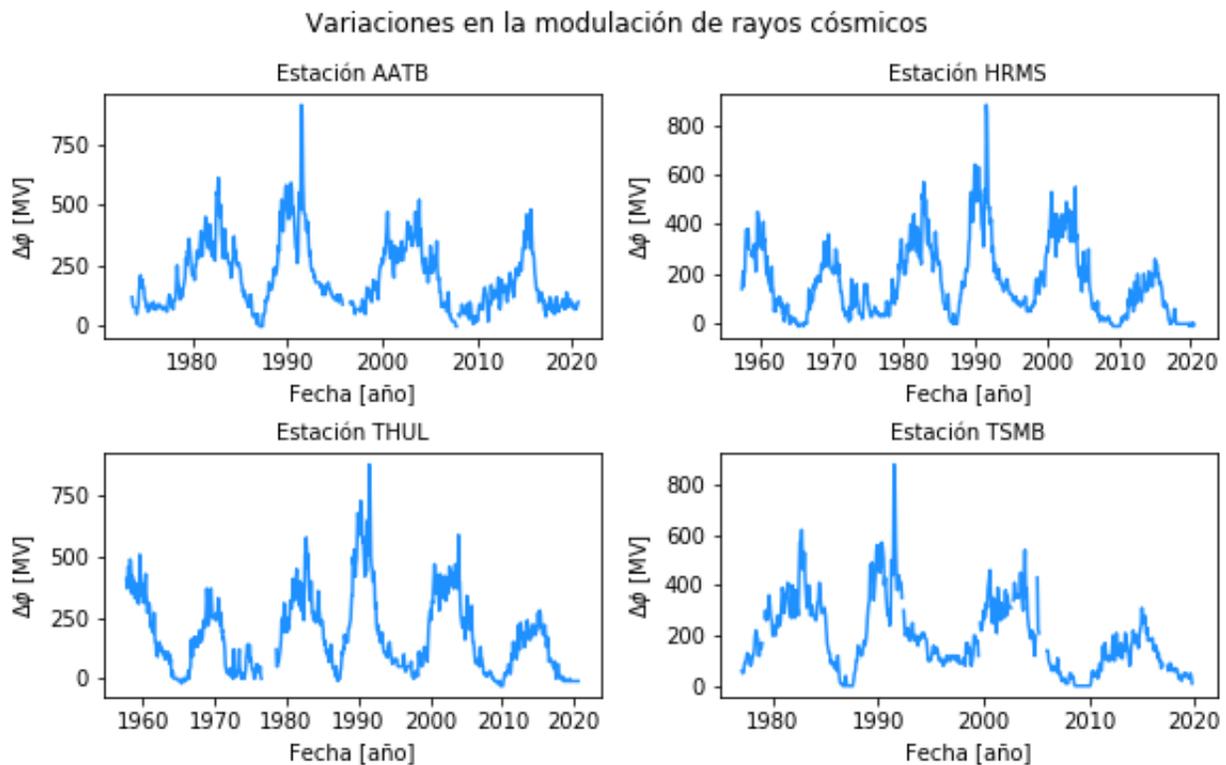
Para los datos de las cuatro estaciones se realizo el cálculo de las semblanzas con tres configuraciones diferentes. Primero se obtiene la semblanza entre los datos calculados de la variación de la modulación contra el número de manchas solares en el mismo periodo de tiempo, esto con la idea de corroborar que existe la relación entre ambos fenómenos. Después se calcula nuevamente la semblanza de los datos de variación en la modulación contra el número de manchas, pero en esta ocasión reemplazando el segmento correspondiente por el pronóstico calculado, con la idea observar si se obtiene o no un resultado similar al de la curva sin la predicción. Por último se obtiene la semblanza entre los datos calculados y los datos que contienen el pronóstico, esperando observar un índice alto correlación ya que idealmente las curvas deberían que ser idénticas.

Por cuestiones ilustrativas, en la sección de resultados y discusión se muestran únicamente las gráficas de la semblanza. Las curvas que se utilizan para calcular cada una junto con su respectiva transformada wavelet se muestran

en el apéndice A.

## 6. Resultados y discusión

En la figura 15 se presentan cada una de las gráficas del cálculo que se hizo de  $\Delta\phi$ . Desafortunadamente no todas las estaciones cuentan con el mismo número de datos, sin embargo, no hay tanta diferencia entre las fechas en las que las dos estaciones con mayor número de datos comenzaron a registrar sus conteos (específicamente 3 meses, de mayo a agosto de 1957, lo cual implica una diferencia de 3 datos, que representa casi el 0.4% de la información respecto a la estación THUL), lo cual permite tener un punto de comparación entre estaciones prácticamente en todo el periodo de tiempo en el que se tiene información.



*Figura 15: Gráficas de variación en la modulación de rayos cósmicos de cada una de las cuatro estaciones empleadas.*

## 6.1. Valores de $\Delta\phi$

En la figura 16 se muestran juntas las curvas de variación en la modulación calculadas para las cuatro estaciones de las que se consiguieron datos. Se puede observar que, aunque en algunos segmentos de la gráfica se presentan variaciones de amplitud de alguna curva respecto a las demás, esencialmente todas presentan un comportamiento bastante similar, por lo que se considera que estos resultados son coherentes entre sí.

Al comparar las cuatro gráficas también se puede notar que algunos cambios drásticos de  $\Delta\phi$  que, en primera instancia podrían parecer datos erróneos, se presentan en todas las estaciones <sup>37</sup>, lo cual permite descartar que hayan sido consecuencia de algún factor local como errores instrumentales o incluso la rigidez de corte que actúa en la región en la que se ubica la estación. Esto sugiere que se pueden considerar como datos confiables para interpretar la ocurrencia de algún evento que haya incrementado o disminuido notablemente la modulación.

## 6.2. Pronósticos de prueba

En la figura 17 se muestran, en el lado izquierdo, el primer pronóstico obtenido de los valores calculados de  $\Delta\phi$  para la estación AATB, junto al pronóstico de los valores correspondientes a la estación HRMS del lado derecho, ambos calculados sobre el mismo intervalo de tiempo. En el caso del pronóstico para HRMS, se observa que en general, se ajusta considerablemente bien a la curva de datos reales a lo largo de casi todo su recorrido, salvo

---

<sup>37</sup>Un ejemplo claro es el marcado incremento de  $\Delta\phi$  que ocurrió en julio de 1991.

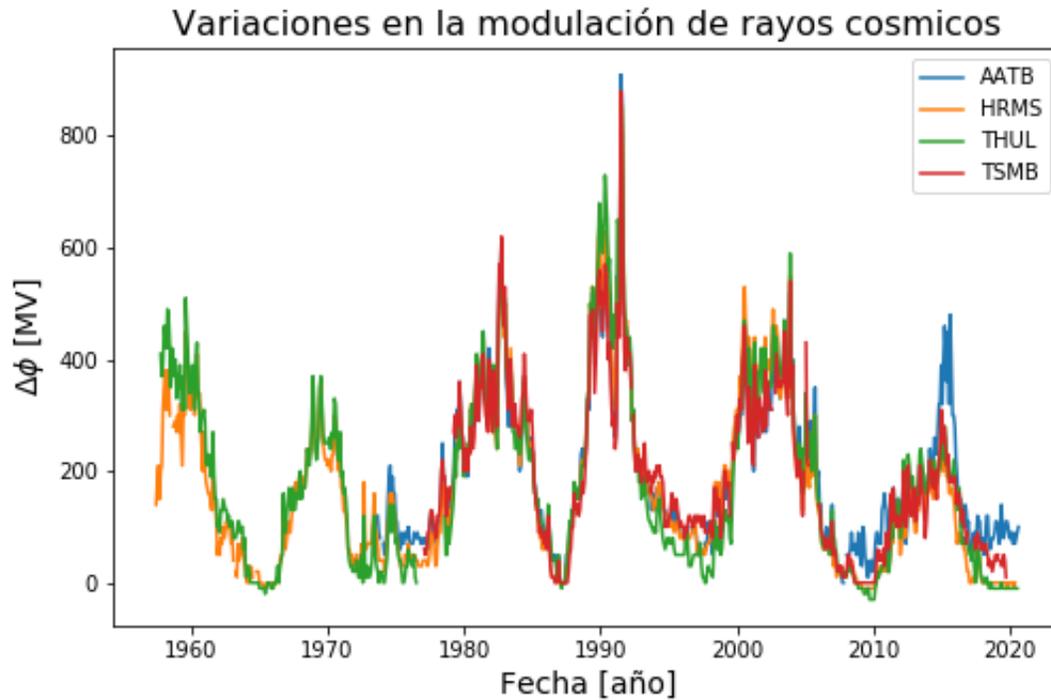


Figura 16: Gráfica de las variaciones en la modulación de rayos cósmicos de las cuatro estaciones empleadas.

un pequeño intervalo de tiempo comprendido entre 1992 y 1994 aproximadamente. Es claro que algunos de los valores mas pronunciados de la curva de datos reales no aparecen fielmente en el pronostico, sin embargo, sí se puede apreciar la tendencia de varios altibajos en el resultado obtenido, además de que, en su mayoría, estos valores entran en el intervalo de confianza al menos del 60 % (región sombreada).

Por otro lado, para la estación AATB se puede ver que, a pesar de presentar un ajuste aceptable en la primera mitad del pronóstico, después se desfasa notablemente de la curva de datos reales, a pesar de tener una amplitud bastante similar a la esperada. Este desajuste se atribuye a que la estación AATB cuenta con una menor cantidad de información respecto a la curva de datos

reales previo al pronóstico.

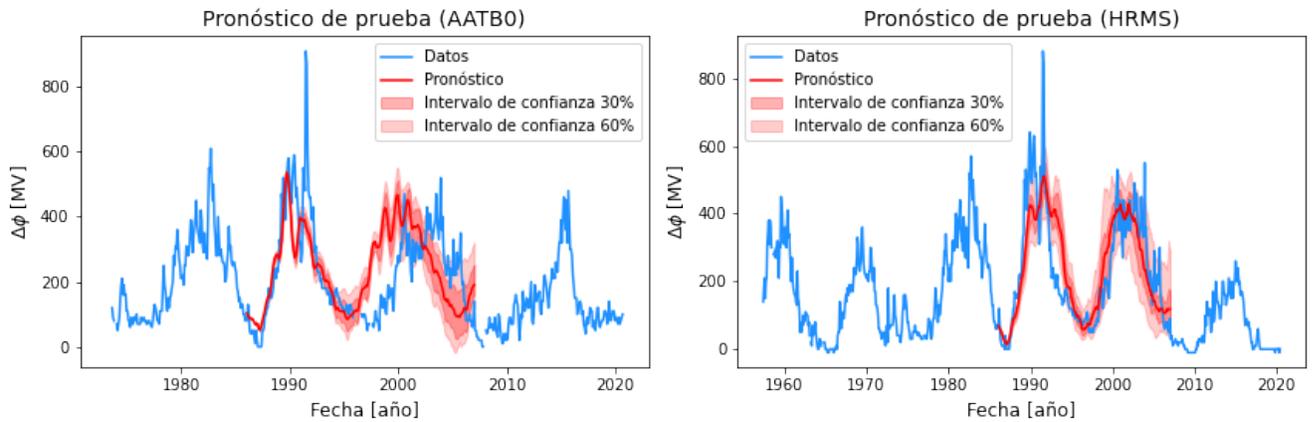


Figura 17: (Izquierda) Primer pronóstico comparado con los valores de  $\Delta\phi$  para la estación AATB. (Derecha) Pronóstico comparado con los valores de  $\Delta\phi$  para la estación HRMS.

Cabe resaltar que para el entrenamiento de ambos pronósticos en la figura 17, una parte de los datos ingresados coincide con el segmento del pronóstico (aproximadamente 12 meses), lo cual podría llevar a pensar que dicho pronóstico mejora cuando se realiza sobre un segmento de datos que el modelo ya conoce, dado el buen ajuste que se observa tanto para HRMS como para AATB.

El pronóstico realizado con los valores calculados para la estación THUL se muestran en el lado izquierdo de la figura 18, nuevamente junto al pronóstico de la estación HRMS, tomándolo como referencia ya que se considera el pronóstico mejor ajustado, además de que tanto la fecha del último dato de entrenamiento y el intervalo de tiempo sobre el que se hace el pronóstico coinciden. La primera mitad del pronóstico para THUL muestra un ajuste tan bueno o incluso mejor al de HRMS; no obstante, de forma similar a la estación AATB, hacia la segunda mitad del pronóstico la curva comienza a desviarse ligeramente de la curva de datos reales, aunque en este caso des-

pués del valor máximo retoma una tendencia adecuada. A pesar del segmento desajustado, la amplitud es bastante cercana a la esperada, y aunque tampoco se observa que presente a detalle los datos que se llegan a desviar de la tendencia, estos quedan dentro del intervalo de confianza de 60 %, de forma similar al caso de HRMS. Este intervalo de confianza, a pesar de encontrarse en la parte final del pronóstico, no es tan extenso, lo cual sugiere poco grado de incertidumbre.

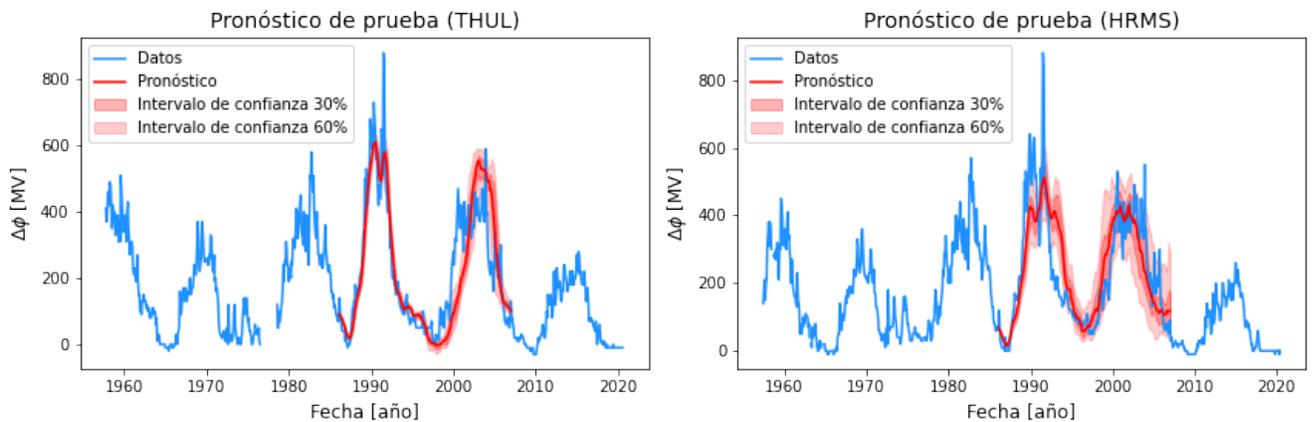


Figura 18: (Izquierda) Pronóstico comparado con los valores de  $\Delta\phi$  para la estación THUL. (Derecha) Pronóstico comparado con los valores de  $\Delta\phi$  para la estación HRMS.

Finalmente, la figura 19 muestra, en el lado izquierdo, un segundo pronóstico realizado con los valores calculados de la estación AATB, junto al pronóstico obtenido para la estación TSMB, ambos calculados sobre el mismo intervalo de tiempo (de enero de 1998 a diciembre del 2009), usando datos para el entrenamiento hasta la fecha en la que inicia el pronóstico. El segmento de tiempo que se trata de pronosticar en esta segunda prueba para AATB es muy parecido al mismo segmento en el primer pronóstico para esta estación, y nuevamente se observa que, aunque no tiene una amplitud muy alejada de la real, este pronóstico también presenta un desfase importante, solo que esta

vez hacia la derecha. Para el caso de TSMB, al inicio del pronóstico de observa un ajuste bastante bueno a pesar de que el pronóstico se realiza sobre datos desconocidos para el modelo, sin embargo, se va alejando de la curva de datos reales conforme avanza en el tiempo, aumentando también el intervalo de confianza notablemente lo cual implica una mayor incertidumbre. El buen ajuste que se observa en el pronóstico de TSMB desde el inicio, a pesar de no haber recibido información de este segmento durante el entrenamiento del modelo, comprueba que no necesariamente el realizar un pronóstico sobre un intervalo de tiempo con datos desconocidos garantiza un buen resultado, pero tampoco significa que ocurrirá lo contrario.

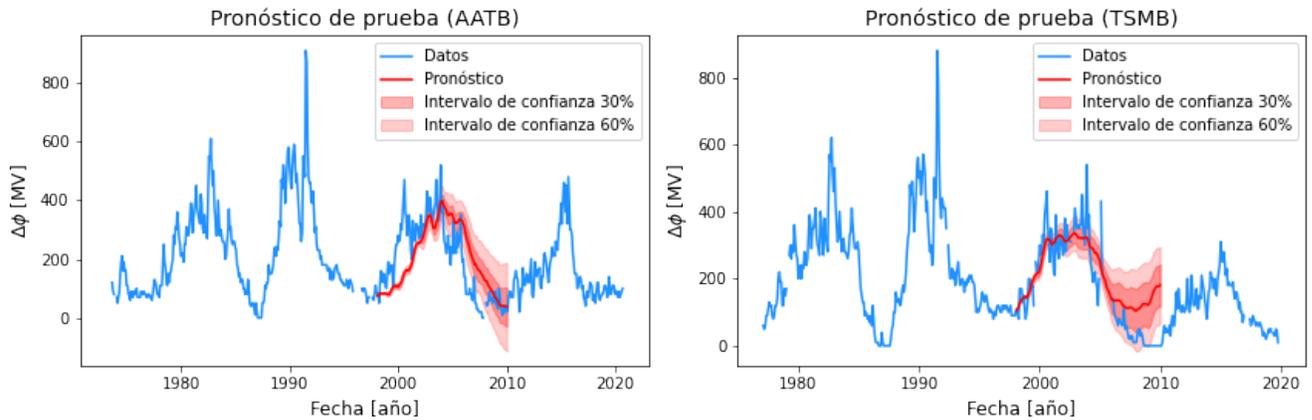


Figura 19: (Izquierda) Segundo pronóstico comparado con los valores de  $\Delta\phi$  para la estación AATB. (Derecha) Pronóstico comparado con los valores de  $\Delta\phi$  para la estación TSMB.

En la tabla 7 se muestra el error MASE calculado para todos los pronósticos obtenidos, esto para tener una referencia cuantitativa de la calidad de dichos pronósticos. El primer aspecto importante a destacar es que los errores más pequeños corresponden a los pronósticos realizados para las estaciones HRMS y THUL, lo cual concuerda con el aspecto visual de sus gráficas (figura 18), y esto también es consistente con el hecho de que se trata de las

estaciones para las que se pudo emplear un mayor número de datos para el entrenamiento del modelo, con una diferencia de 3 datos solamente. De igual manera, el segundo pronóstico para AATB y el de TSMB son los que presentan un mayor desajuste, y esto se refleja en que muestran las magnitudes de error más grandes. Cabe resaltar que el pronóstico para TSMB fue el que se realizó utilizando una menor cantidad de datos para el entrenamiento del modelo.

Error MASE		
Pronóstico	Error	Número de datos del entrenamiento
AATB0	9.35	300
AATB	13.74	300
HRMS	8.45	488
THUL	6.73	485
TSMB	13.34	251

*Tabla 7: Error MASE de los pronósticos utilizados con el número de datos utilizado para el respectivo entrenamiento del modelo.*

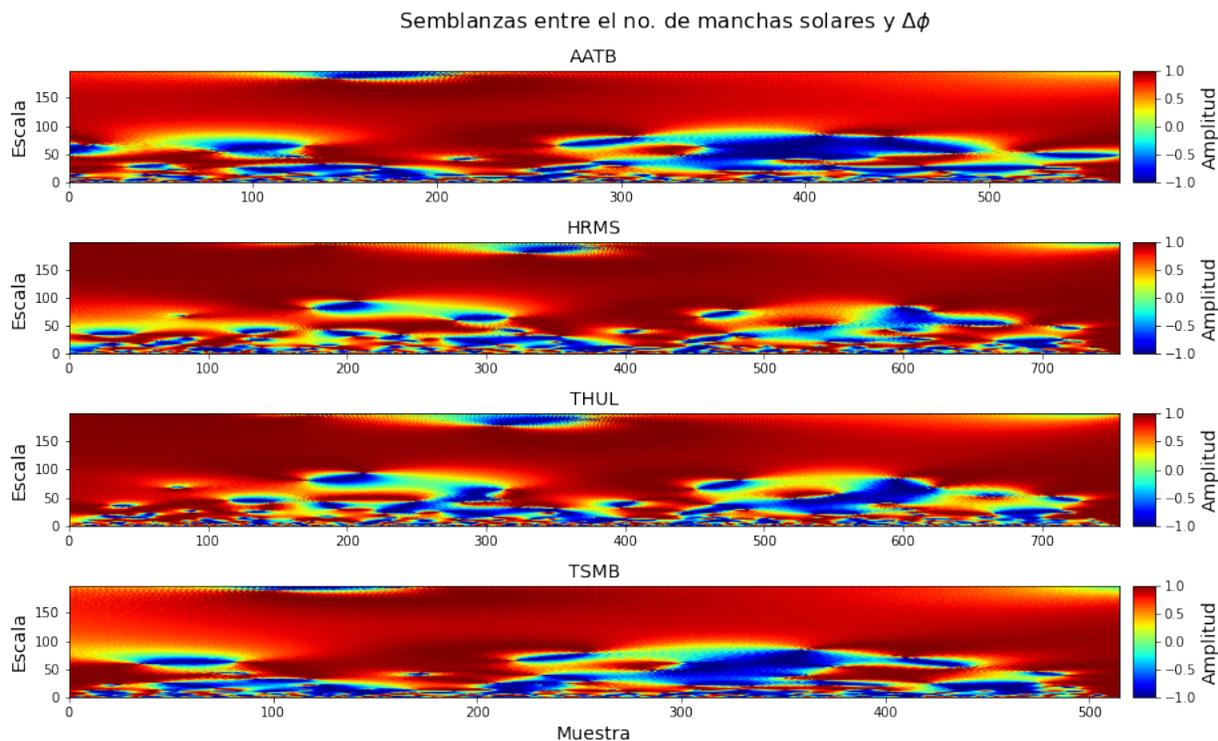
### 6.3. Semblanzas

Con las semblanzas que se muestran en la figura 20, se busca encontrar una correlación entre los valores calculados de  $\Delta\phi$  para cada una de las estaciones de las que se emplearon datos, bajo la premisa de que, tanto la modulación como el número de manchas solares, están directamente relacionados con el grado de actividad solar. Por lo tanto, las curvas de ambos fenómenos deberían tener un comportamiento similar. En la parte inferior de las cuatro gráficas se aprecia que la correlación entre los pares de curvas es sumamente variable, yendo desde valores cercanos a uno (correlación perfecta) hasta

valores de menos uno (anti-correlación perfecta) en distintos segmentos de las muestras (eje horizontal). Nuevamente en las cuatro gráficas se observa que llegando a valores de escala (eje vertical) cercanos a 100, la correlación se acerca bastante a valores de +1 a lo largo de todas las muestras, lo cual ocurre hasta escalas de 150 aproximadamente, donde nuevamente aparecen segmentos completamente anti-correlacionados. También cabe señalar que las semblanzas para HRMS y para THUL (segunda y tercera de arriba hacia abajo) tienen aspectos muy similares incluso en las zonas de anti-correlación, lo mismo ocurre al comparar las semblanzas para AATB y para TSMB (primera y cuarta de arriba hacia abajo), esto se atribuye a que las estaciones de estos pares de semblanzas cuentan con números de datos en intervalos de tiempo similares y, en efecto, las semblanzas que corresponden a las estaciones que tienen una menor cantidad de datos también son similares a un segmento de las semblanzas de las estaciones con un número de datos mayor (en muestras de 100 a 800 aproximadamente).

La similitud que tienen las semblanzas entre los valores de  $\Delta\phi$  y el número de manchas correspondiente, se toma como otro indicio de que los cálculos se realizaron de manera correcta.

Recordando que los valores de escala (longitud de la ondícula madre) más pequeños corresponden con un análisis a altas frecuencias, se interpreta que en este rango la semblanza muestra la correlación entre las señales con una mayor resolución, mientras que, conforme incrementa el valor de escala, el análisis se torna hacia segmentos de datos más amplios. Dado que no se espera que el número de manchas solares y los valores de  $\Delta\phi$  sean similares en



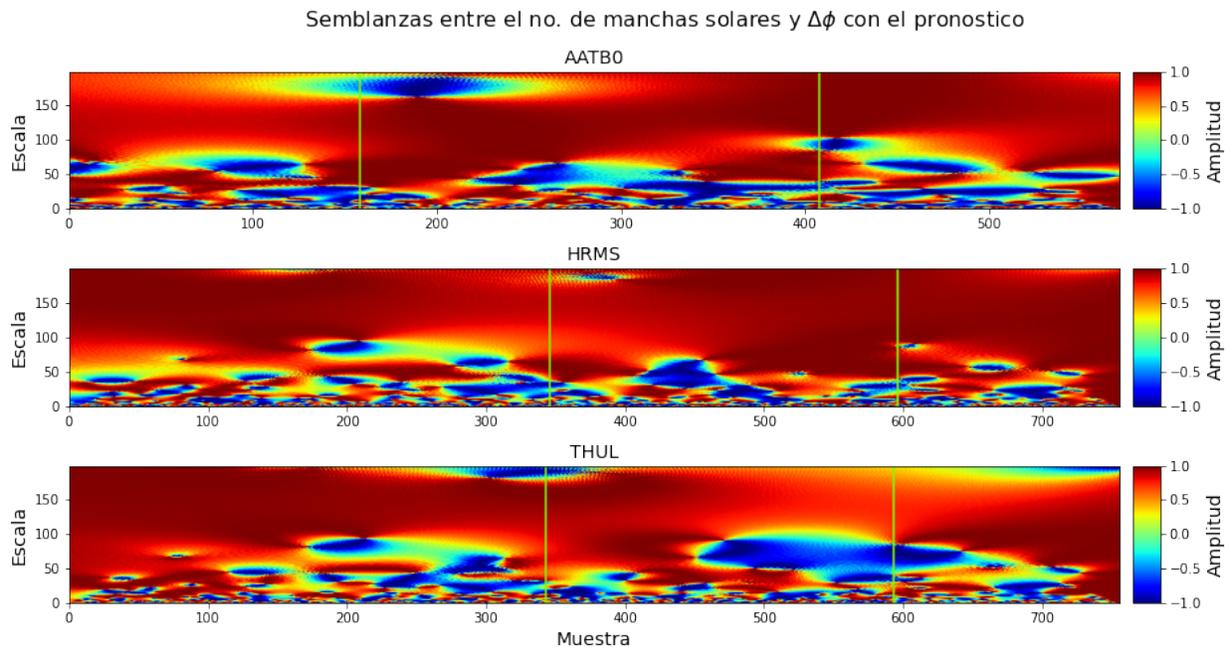
*Figura 20: Semblanzas entre el número de manchas solares y los valores de  $\Delta\phi$  de las 4 estaciones.*

fechas puntuales, sino más bien que muestren un comportamiento similar en periodos de tiempo más grandes, el hecho de tener una buena correlación en un intervalo de escalas alrededor de 132 se puede considerar un resultado favorable, tomando en cuenta que la longitud de la ondicula cubriría un periodo de tiempo que concuerda con el ciclo del campo magnético del Sol <sup>38</sup>.

En la figura 21 se muestran las semblanzas entre el número de manchas y los valores de  $\Delta\phi$  que contienen el pronóstico realizado de enero de 1986 a diciembre de 2006. El intervalo en tiempo en el que se encuentra el pronóstico se marca con líneas verdes verticales. En términos generales, se puede considerar que añadir el pronóstico a las curvas de  $\Delta\phi$  no afecta drásticamente la

<sup>38</sup>Debido a que la resolución de los datos es mensual, 11 años es el equivalente a 132 meses.

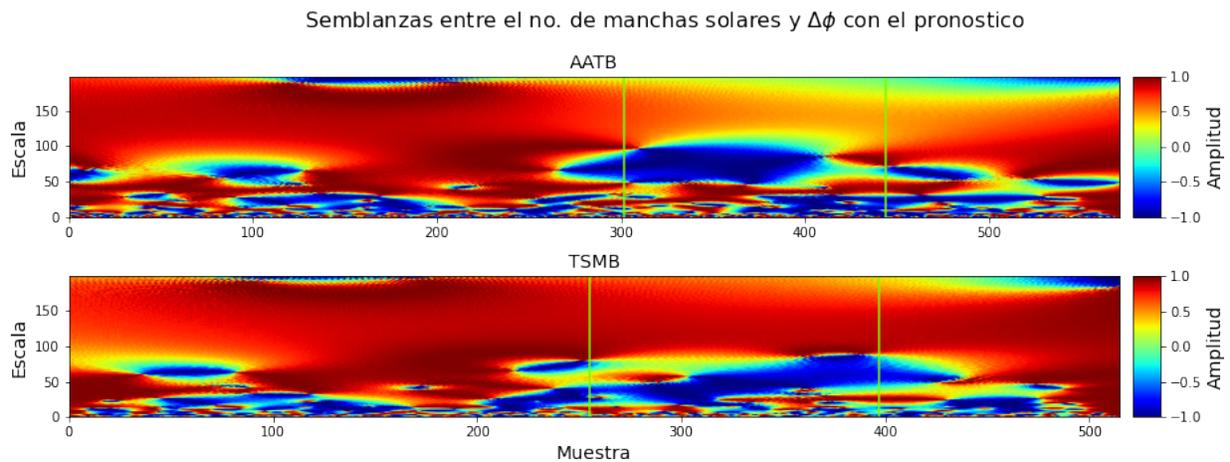
región de buena correlación que se observa en la figura 20, particularmente, la semblanza que presenta una disminución en la correlación más notoria respecto a la semblanza sin pronóstico es la estación de THUL, lo cual resulta contrastante con el hecho de que este pronóstico es el que muestra un menor error MASE. Se cree que esto se debe a que el desajuste que muestra la curva pronosticada respecto a la de valores reales se concentra en mayor medida en un segmento en particular, lo cual se refleja en la semblanza, pero el error MASE de todo el pronóstico en general no lo percibe. A pesar de esto, los valores de la semblanza para la estación THUL siguen siendo considerablemente cercanos a 1.



*Figura 21: Semblanzas entre el número de manchas solares y los valores de  $\Delta\phi$  con los pronósticos de enero de 1986 a diciembre de 2006.*

En la figura 22 se muestran las semblanzas entre el número de manchas y los valores de  $\Delta\phi$  que contienen el pronóstico realizado de enero de 1998 a

diciembre de 2009. Nuevamente el intervalo de tiempo en el que se encuentra el pronóstico se marca con líneas verdes verticales y como las semblanzas con el primer pronóstico en AATB y para HRMS, la semblanza para la estación TSMB no parece tener una variación de correlación significativa respecto a la semblanza sin el pronóstico, por otro lado, la semblanza correspondiente al segundo pronóstico para AATB presenta una disminución en la correlación más significativa, lo cual es congruente con la inspección visual del pronóstico así como con el hecho de que arroja uno de los errores MASE más elevados.



*Figura 22: Semblanzas entre el número de manchas solares y los valores de  $\Delta\phi$  con los pronósticos que inician en enero de 1998.*

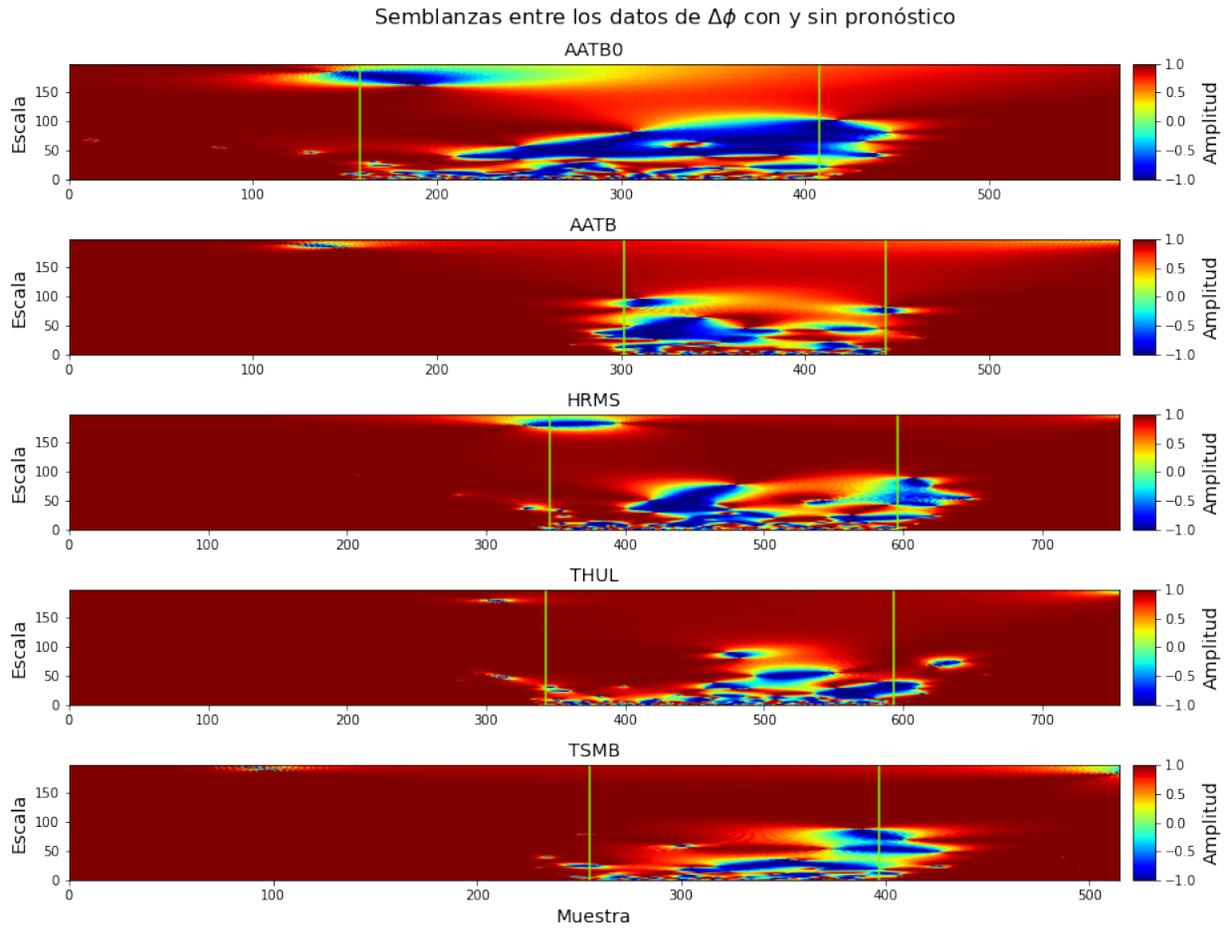
Por último, la figura 23 muestra las semblanzas entre los valores de  $\Delta\phi$  con y sin su respectivo pronóstico marcado con líneas verdes verticales. Idealmente se debería poder observar una correlación perfecta debido a un pronóstico idéntico a los valores reales, no obstante, las diferencias entre ambas curvas se notan especialmente en los valores de escala más pequeños de la escala. Se puede apreciar que, comparando los cinco pronósticos, las estaciones que parecen verse menos afectados en un rango de escala entre 100 y 150 son

la de THUL y HRMS. En el caso del primer pronóstico para AATB parece variar más respecto a los valores reales en altas frecuencias (escalas pequeñas) pero también en una perspectiva más amplia en bajas frecuencias (escalas grandes), por lo que se podría considerar que es el pronóstico menos preciso analizándolo con la semblanza, lo cual no es precisamente lo mismo que indica el error MASE.

Por otro lado, contrario a lo que se esperaría, la semblanza que corresponde a la estación TSMB muestra un buen grado de correlación en contraste con la apariencia y el error MASE que se observaron anteriormente. Esto implica que confiar completamente en un solo método de evaluación del pronóstico puede resultar inapropiado.

#### **6.4. Pronósticos a futuro**

Respecto a los pronósticos a futuro, no se tiene un punto de referencia para saber qué tanta precisión tienen ya que los valores reales aún no se registran, sin embargo, una alternativa que puede resultar útil este caso es hacer una comparación entre los pronósticos de las cuatro estaciones, considerando que, aunque no se espera que deban ser idénticas, si deberían ser parecidas, como se observa en la figura 16. Considerando que el pronóstico a futuro se realizó en intervalos de tiempo diferentes debido a que no todas las estaciones cuentan con la misma cantidad de datos, no se pueden comparar exactamente los cuatro pronósticos, sin embargo, en la figura 24, se puede apreciar que el valor de  $\Delta\phi$  comienza a incrementar poco después del 2020, alcanzando un máximo con diferentes amplitudes pero en todos los casos cerca de 2025, volviendo a



*Figura 23: Semblanzas entre los los valores de  $\Delta\phi$  con y sin los pronósticos de las 4 estaciones empleadas.*

incrementar cerca de 2030 nuevamente hasta amplitudes distintas a excepción del pronóstico para TSMB, que a partir de 2030 parece volverse casi constante.

Las variaciones en la amplitud de los valores de  $\Delta\phi$  son algo común de una estación a otra, como se puede ver en la figura 16. En general, la forma de los pronósticos parece concordar para las 4 estaciones sin embargo, en este caso y de acuerdo con los resultados obtenidos con los pronósticos de prueba, las dos estaciones que cuentan con mayor cantidad de información (HRMS y THUL) tienen un mayor peso al momento de discernir entre las diferencias

### Pronósticos de la Variación en la modulación de rayos cósmicos

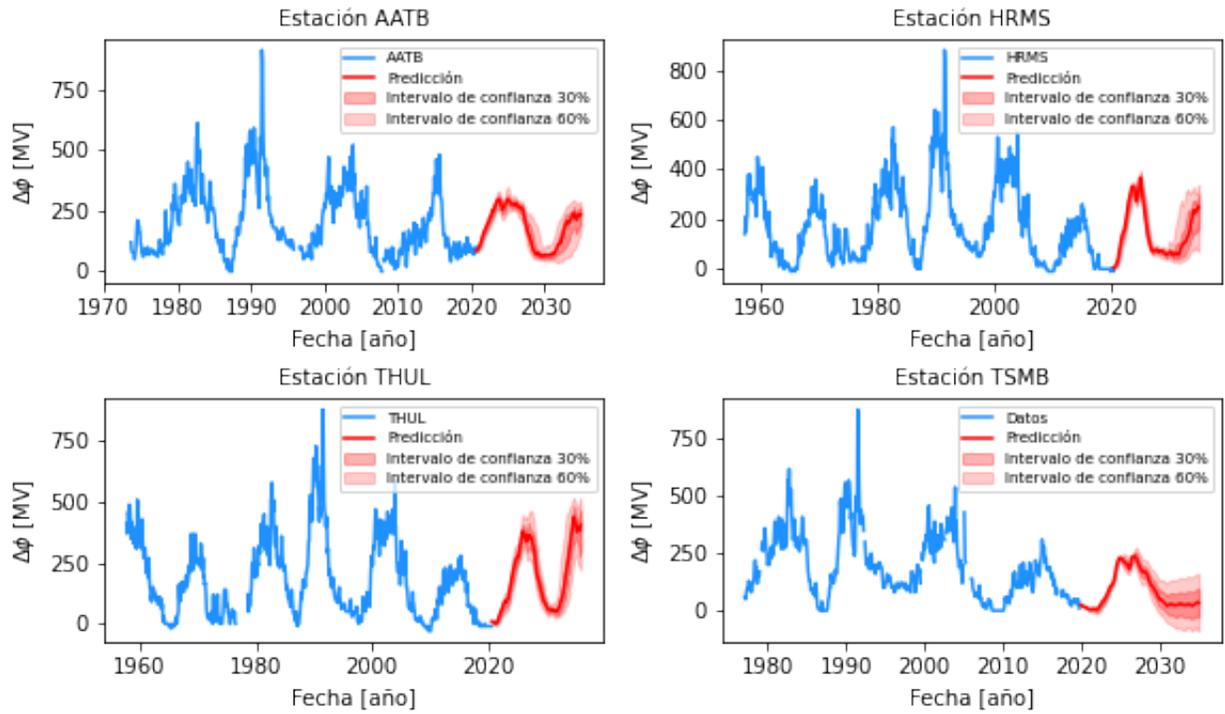


Figura 24: Pronósticos a futuro para las 4 estaciones empleadas.

importantes de los pronósticos a futuro.

## 7. Conclusiones

Los valores obtenidos de variación en la modulación de rayos cósmicos para los cuatro monitores de neutrones son coherentes entre sí, aunado a esto, al analizar el comportamiento de las curvas se puede distinguir un patrón cíclico de aproximadamente once años, lo cual es consistente con el ciclo principal de actividad solar y, además, la semejanza contra el número de manchas solares muestra un buen grado de correlación a escalas al rededor de 132 (lo cual corresponde a 11 años en meses). Todo esto sugiere que el cálculo  $\Delta\phi$  se hizo de manera correcta y por lo tanto, los datos se pueden considerar confiables al igual que el método para calcularlos.

El modelo *DeepAR* se puede utilizar de forma relativamente sencilla, y sólo el parámetro del número de épocas se tiene que encontrar analizando diferentes valores en el entrenamiento y evaluando la calidad de los resultados. En general, se observa que empleando un mayor número de datos en el entrenamiento del modelo se obtienen mejores pronósticos, lo cual es consistente con la teoría.

Con base en las observaciones de los pronósticos de prueba, se considera que el modelo *DeepAR* tiene un buen desempeño para pronosticar la tendencia de las curvas de variación en la modulación cuando se cuenta con un buen número de datos (al menos alrededor de 755 datos, de acuerdo con los resultados obtenidos), sin embargo, si se requiere de un pronóstico con un mayor grado de detalle probablemente se tendría que buscar un modelo más complejo.

Al momento de evaluar la precisión de los pronósticos de prueba, la sem-

blanza calculada a partir de la transformada wavelet resulta una herramienta sumamente útil, ya que al ser una función tanto de la escala como de la muestra (en este caso la fecha), ofrece un panorama más amplio de la correlación entre dos señales, además de que la interpretación se puede hacer de forma más directa y el resultado es independiente de las unidades de dichas señales. Además del cálculo del error que se realiza convencionalmente para los pronósticos en general, la semblanza es un recurso útil que permite identificar intervalos que presentan un mayor grado de desajuste, lo cual permite lograr un análisis integral y más completo. Debido a que se pueden apreciar aspectos diferentes con la semblanza y con el error MASE, ambos métodos son complementarios.

Se proponen también pronósticos a futuro para cada una de las estaciones. Tomando en cuenta que no hay manera de comprobar la precisión del pronóstico al momento de calcularlo, se considera que una buena alternativa es comparar los pronósticos buscando alguna tendencia, dando mayor peso a los que se calcularon empleando un mayor número de datos para el entrenamiento del modelo.

Desafortunadamente, varias estaciones comenzaron sus registros en fechas relativamente recientes y varias tienen importantes lapsos de tiempo en los que no cuentan con información, sin embargo, considerando que DeepAR está basado en deep learning, se espera que conforme incrementa la cantidad y disponibilidad de datos en diferentes estaciones, el desempeño del modelo siga mejorando y, por consiguiente, se puedan realizar pronósticos empleando el método presentado en este trabajo con mayor precisión.

En un trabajo a futuro, puede resultar interesante utilizar información que se tenga disponible acerca de otros fenómenos que presenten cierta ciclicidad relacionada con la actividad del sol (como el número de manchas solares o la recurrencia en las eyecciones de masa coronal) en el entrenamiento de algoritmos de aprendizaje automático, además de las cuentas de monitores de neutrones, con la finalidad de lograr pronósticos aún más precisos y confiables en periodos de tiempo más largos.

# Referencias

- Alexandrov, A., Benidis, K., Bohlke-Schneider, M., Flunkert, V., Gasthaus, J., y Januschowski, T. (2019). Gluons: Probabilistic time series models in python. *arXiv preprint arXiv:1906.05264*.
- Bahit, E. (2012). *Curso: Python para principiantes*. eugeniabahit. com.
- Beer, J. (2000). Neutron monitor records in broader historical context. En *Cosmic rays and earth* (pp. 107–119). Springer.
- Brockwell, P. J., Davis, R. A., y Calder, M. V. (2002). *Introduction to time series and forecasting* (Vol. 2). Springer.
- Brownlee, J. (2018). What is the difference between a batch and an epoch in a neural network? *Machine Learning Mastery*.
- Caballero-López, R. A., y Moraal, H. (2004). Limitations of the force field equation to describe cosmic ray modulation. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 109(A1).
- Caballero-López, R. A., y Moraal, H. (2012). Cosmic-ray yield and response functions in the atmosphere. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 117(A12).
- Clem, J. M., y Dorman, L. I. (2000). Neutron monitor response functions. En *Cosmic rays and earth* (pp. 335–359). Springer.
- Cooper, G., y Cowan, D. R. (2008). Comparing time series using wavelet-based semblance analysis. *Computers & Geosciences*, 34(2), 95–102.

- Enríquez-Vargas, M. (2018). *Estudio de las variaciones temporales a gran escala de la intensidad de los rayos cósmicos galácticos* (Tesis de Master no publicada). UNAM.
- Gleeson, L., y Webb, G. (1978). Energy changes of cosmic rays in the interplanetary region. *Astrophysics and Space Science*, 58(1), 21–39.
- Hanslmeier, A. (2007). *The sun and space weather*. Springer.
- Herbst, K., Heber, B., Kopp, A., Sternal, O., y Steinhilber, F. (2012). The local interstellar spectrum beyond the heliopause: what can be learned from voyager in the inner heliosheath? *The Astrophysical Journal*, 761(1), 17.
- Hyndman, R. J., y cols. (2006). Another look at forecast-accuracy metrics for intermittent demand. *Foresight: The International Journal of Applied Forecasting*, 4(4), 43–46.
- Keras. (2015). *About keras*. Descargado de <https://keras.io/about/> ([Web; accedido el 22-03-2021])
- Ketkar, N. (2017). *Deep learning with python* (Vol. 1). Springer.
- Kleckner, B., Mewaldt, R., Bieber, J., Cummings, A., Drury, L., y Giacalone. (1998). Anomalous cosmic rays. *Space science reviews*, 83(1-2), 259–308.
- Masip, M. (2016). *Los rayos cósmicos*. RBA. Descargado de <http://books.google.com/books?id=W-xMPgAACAAJ>
- McFadden, L.-A., Johnson, T., y Weissman, P. (2007). *Encyclopedia of the solar system*. Elsevier.

- Mertens, C. J., Grajewski, B., Kress, B. T., Wiltberger, M., Tobiska, W. K., y Xu, X. (2012). *Atmospheric ionizing radiation from galactic and solar cosmic rays*. INTECH Open Access Publisher.
- Miroshnichenko, L. (2014). *Solar cosmic rays: Fundamentals and applications* (Vol. 405). Springer.
- Moraal, H. (2001). The discovery and early development of the field of anomalous cosmic rays. *The outer heliosphere: The next frontiers*, 11, 147.
- NASA. (2013a). *Nasa spacecraft embarks on historic journey into interstellar space*. Descargado de <https://www.jpl.nasa.gov/news/nasa-spacecraft-embarks-on-historic-journey-into-interstellar-space/> ([Web; accedido el 14-01-2021])
- NASA. (2013b). *Nasa's sdo provides first sightings of how a cme forms*. Descargado de [https://www.nasa.gov/mission\\_pages/sdo/news/flux\\_ropes.html](https://www.nasa.gov/mission_pages/sdo/news/flux_ropes.html) ([Web; accedido el 30-11-2020])
- NASA. (2013c). *The sun*. Descargado de [https://www.nasa.gov/mission\\_pages/sunearth/science/Sunlayers.html](https://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/science/Sunlayers.html) ([Web; accedido el 28-11-2020])
- NMDB. (2020). *Nmdb: Real-time database for high-resolution neutron monitor measurements*. Descargado de <http://www01.nmdb.eu/nest/> ([Web; accedido el 17-09-2020])

- Potgieter, M. S., Vos, E., Nndanganeni, R., Boezio, M., y Munini, R. (2013). A very local interstellar spectrum for galactic electrons. *arXiv preprint arXiv:1308.1666*.
- Prophet. (2017). *Forecasting at scale*. Descargado de <https://facebook.github.io/prophet/> ([Web; accedido el 21-03-2021])
- Reynolds, J. M. (2011). *An introduction to applied and environmental geophysics*. John Wiley & Sons.
- Roy, A. E., y Clarke, D. (2003). *Astronomy: Principles and practice*. CRC Press.
- Sanchez, S., Fournier, A., Pinheiro, K. J., y Aubert, J. (2014). A mean-field babcock-leighton solar dynamo model with long-term variability. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 86(1), 11–26.
- Sarkar, D., Bali, R., y Sharma, T. (2018). Practical machine learning with python. *A problem-solvers guide to building real-world intelligent systems*. Apress, Berkely.
- Shea, M. A., y Smart, D. (2000). Fifty years of cosmic radiation data. En *Cosmic rays and earth* (pp. 229–262). Springer.
- SILSO. (2020). *Sunspot number*. Descargado de <http://www.sidc.be/silso/monthlyssnplot> ([Web; accedido el 25-09-2020])

- Stix, M. (2002). *The sun: An introduction*. Springer.
- Stoker, P. H., Dorman, L. I., y Clem, J. M. (2000). Neutron monitor design improvements. En *Cosmic rays and earth* (pp. 361–380). Springer.
- Stull, R. (2017). *An algebra-based survey of atmospheric science*. University of British Columbia, Columbia.
- University\_of\_Utah. (2015). *Department of physics and astronomy*. Descargado de <https://www.physics.utah.edu/~whanlon/spectrum.html> ([Web; accedido el 02-02-2021])
- Webber, W., y Lockwood, J. (2001). Voyager and pioneer spacecraft measurements of cosmic ray intensities in the outer heliosphere: Toward a new paradigm for understanding the global solar modulation process: 1. minimum solar modulation (1987 and 1997). *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 106(A12), 29323–29331.
- Wheelwright, S., Makridakis, S., y Hyndman, R. J. (1998). *Forecasting: methods and applications*. John Wiley & Sons.

## A. Apéndice: Semblanzas explícitas

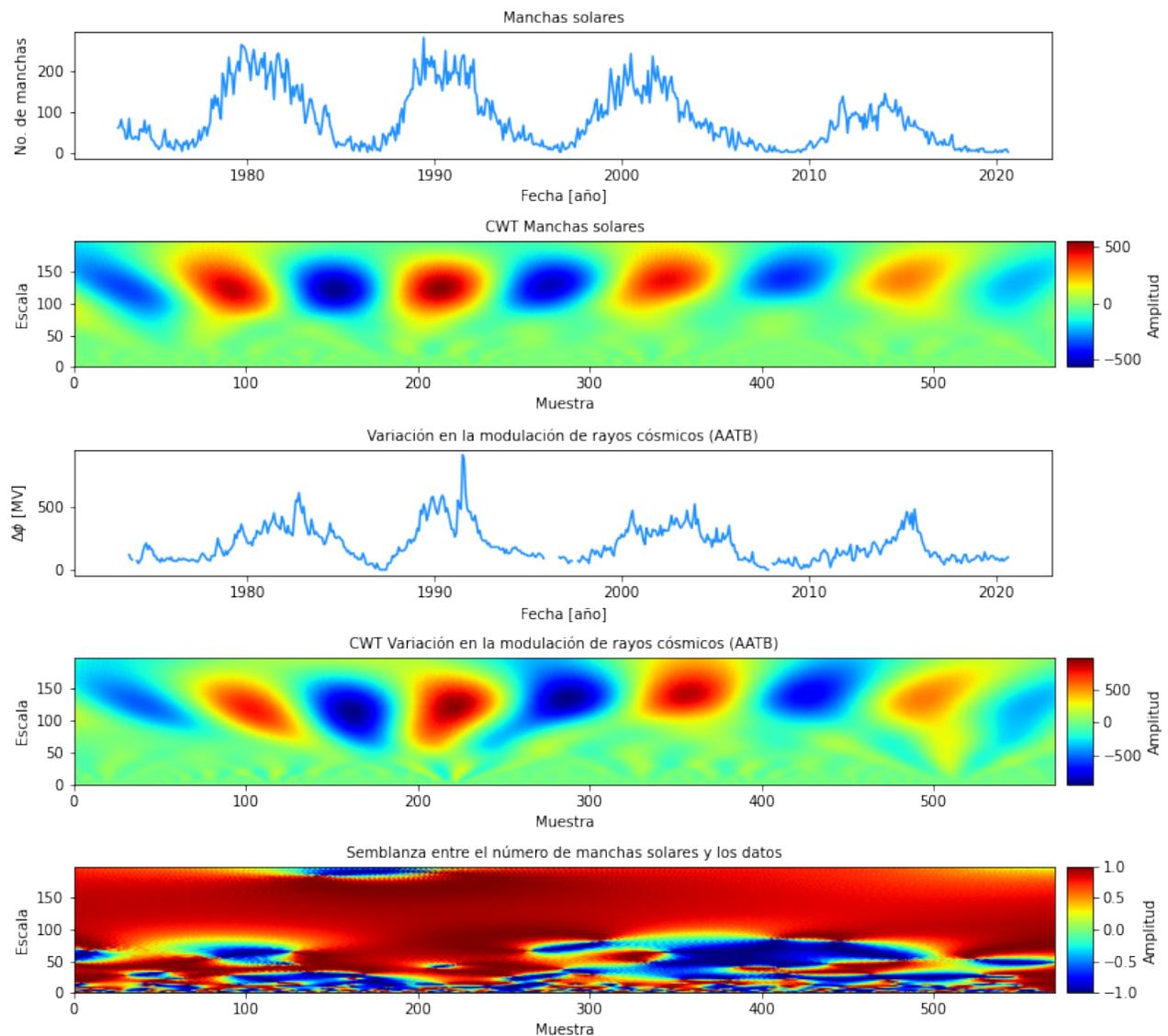


Figura 25: Semblanza del número promedio de manchas solares contra la variación en la modulación de rayos cósmicos obtenida a partir de los datos de la estación AATB.

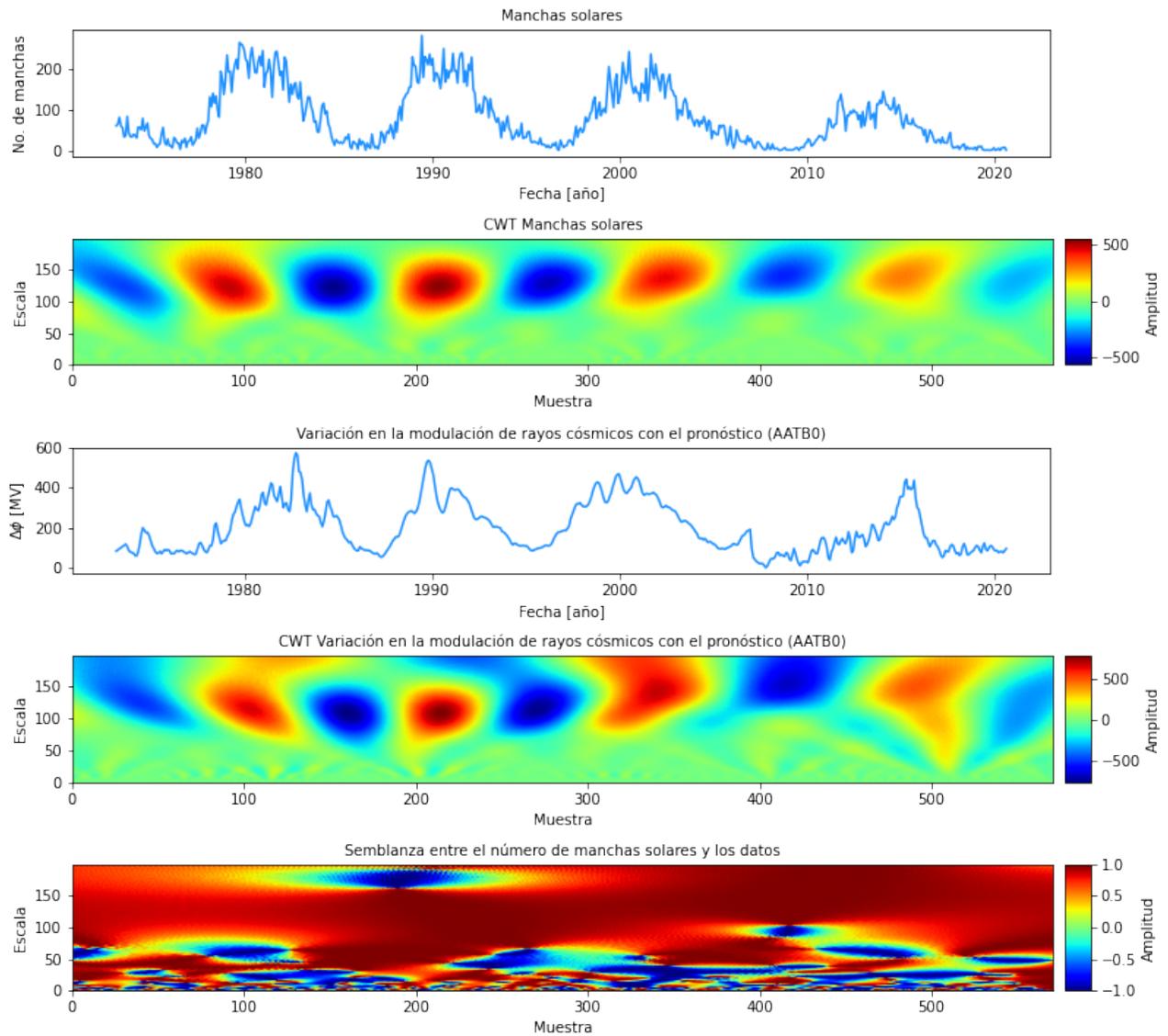


Figura 26: Semblanza del número promedio de manchas solares contra la variación en la modulación de rayos cósmicos que contiene el primer pronóstico obtenido a partir de los datos de la estación AATB.

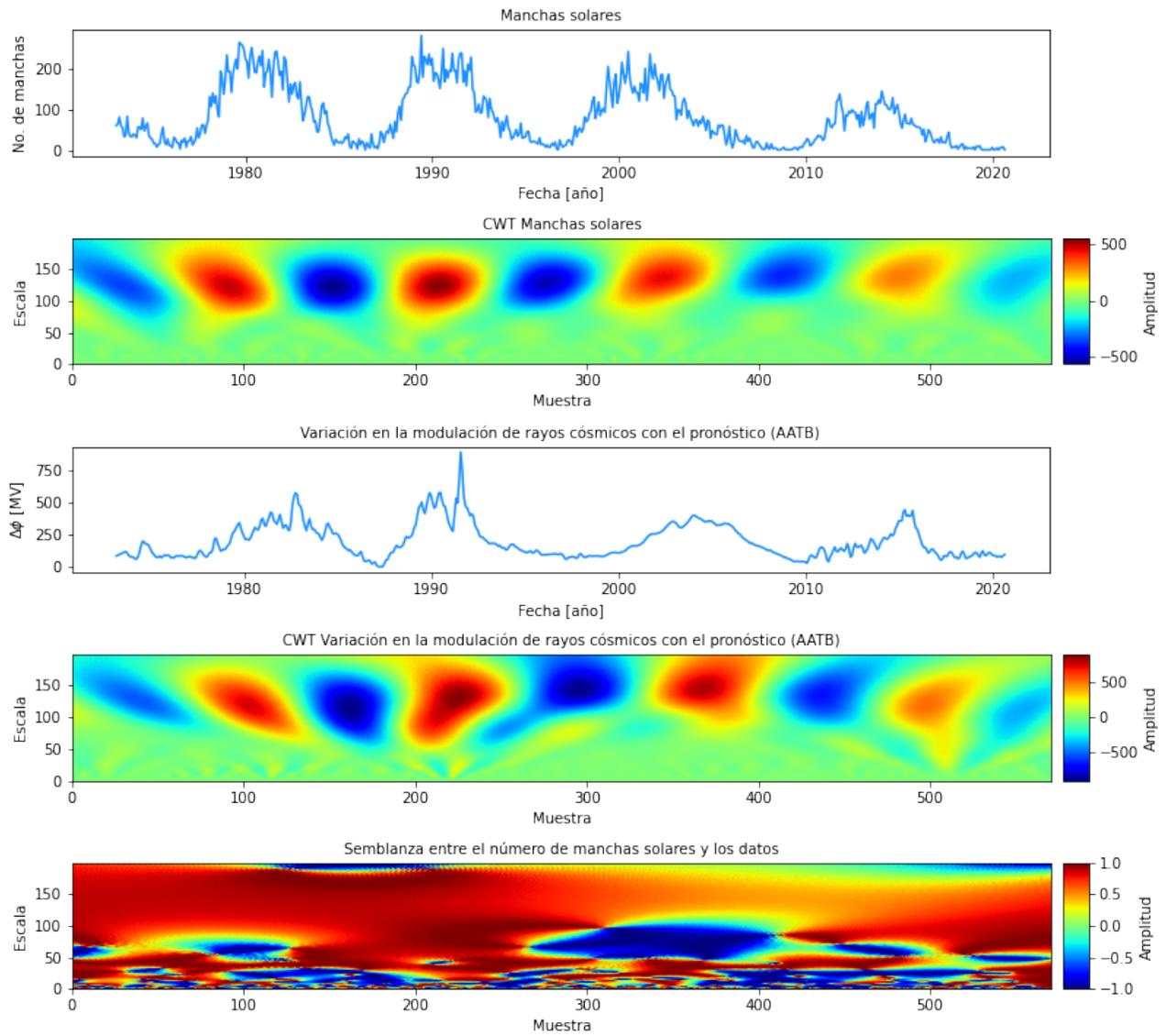


Figura 27: Semblanza del número promedio de manchas solares contra la variación en la modulación de rayos cósmicos que contiene el segundo pronóstico obtenido a partir de los datos de la estación AATB.

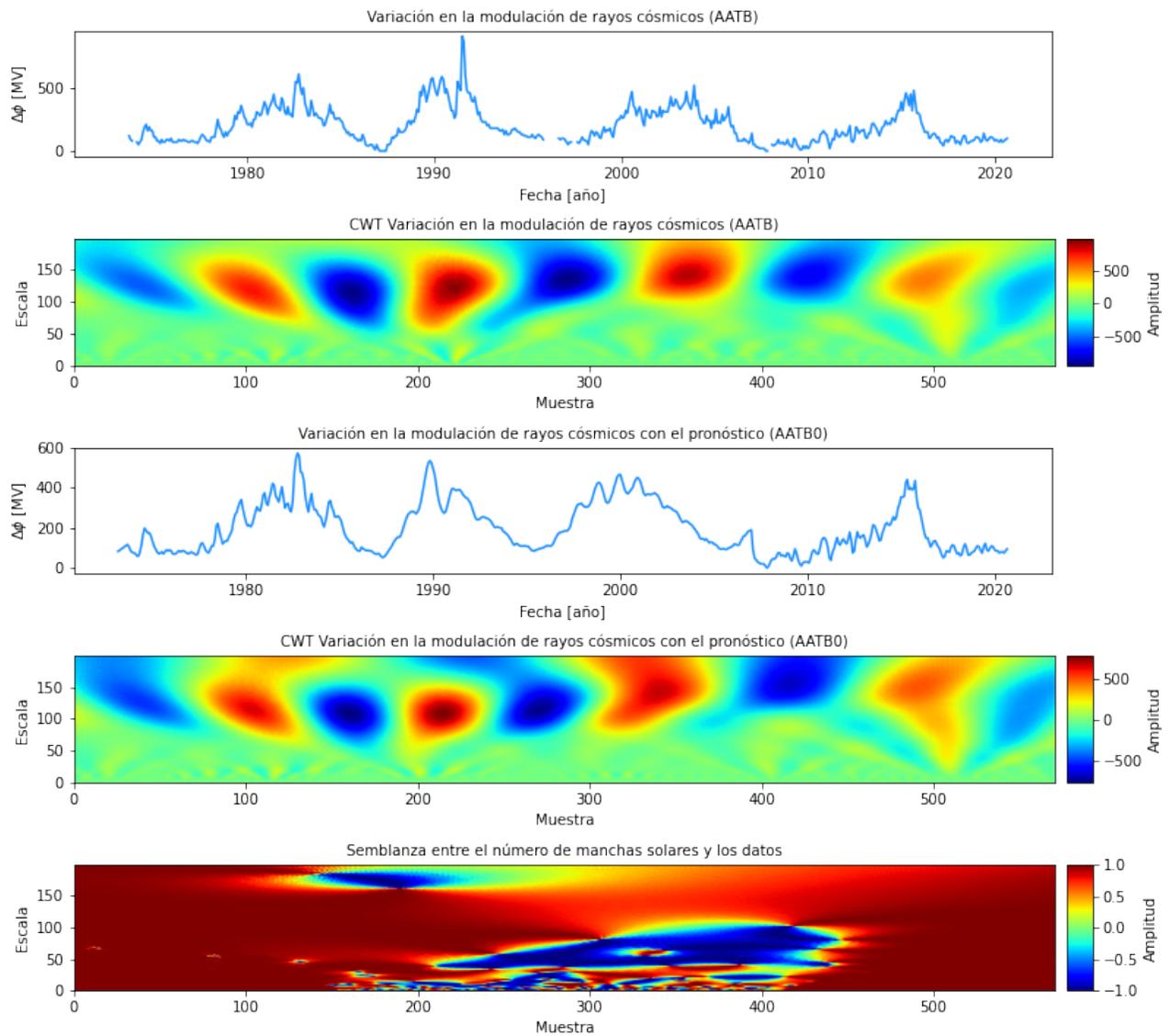


Figura 28: Semblanza entre la variación en la modulación de rayos cósmicos con y sin el primer pronóstico para la estación AATB.

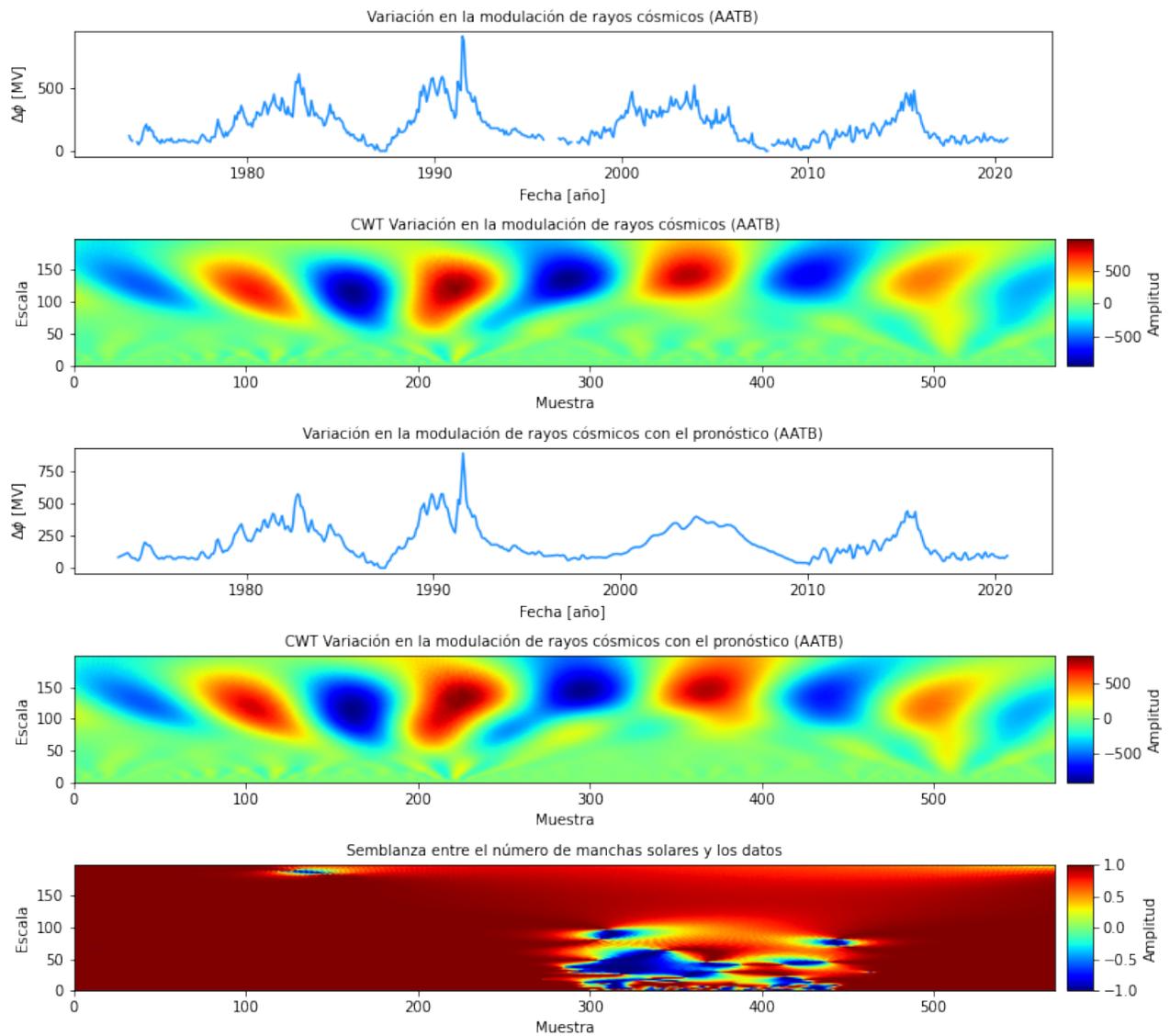


Figura 29: Semblanza entre la variación en la modulación de rayos cósmicos con y sin el segundo pronóstico para la estación AATB.

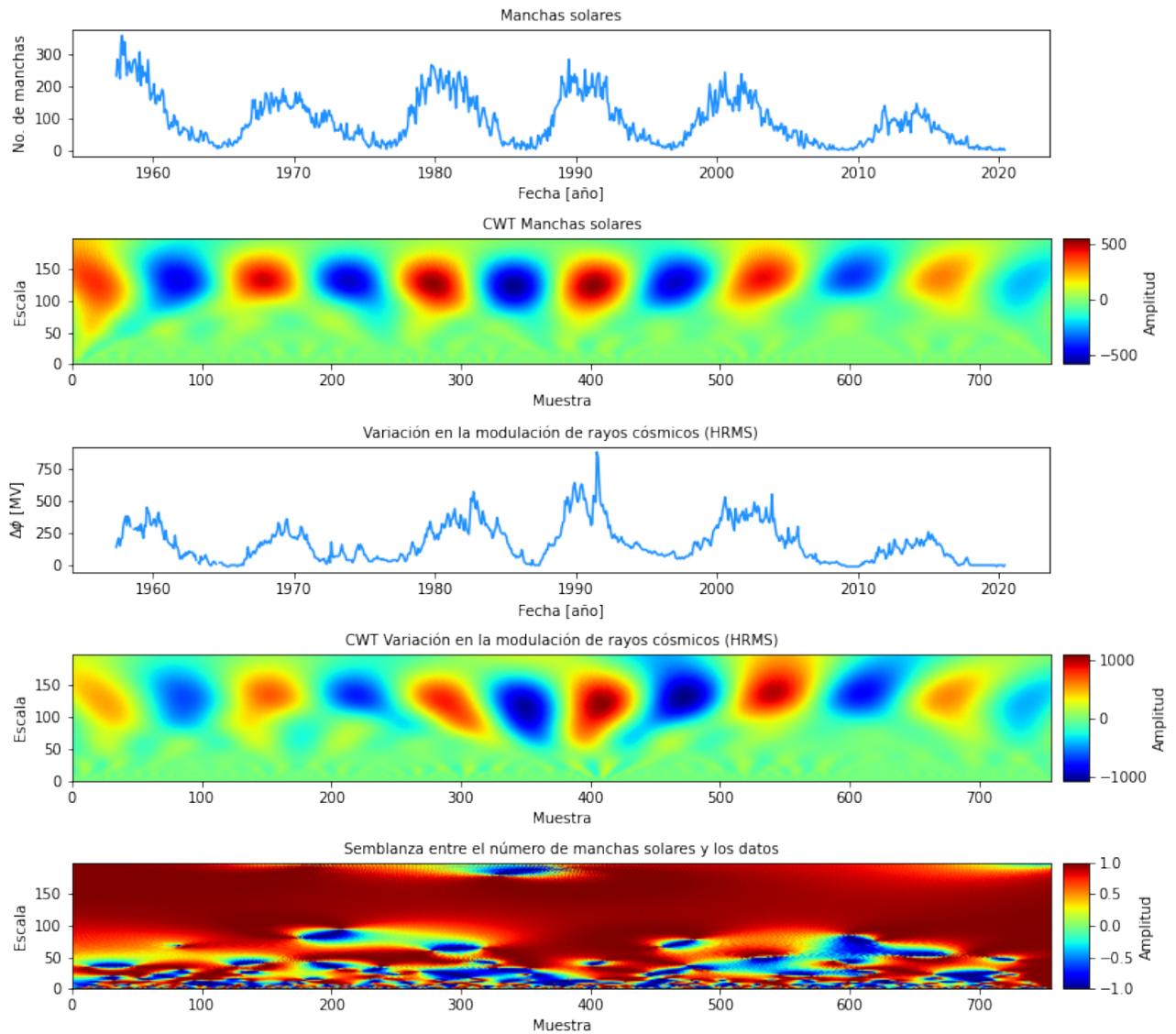


Figura 30: Semblanza del número promedio de manchas solares contra la variación en la modulación de rayos cósmicos obtenida a partir de los datos de la estación HRMS.

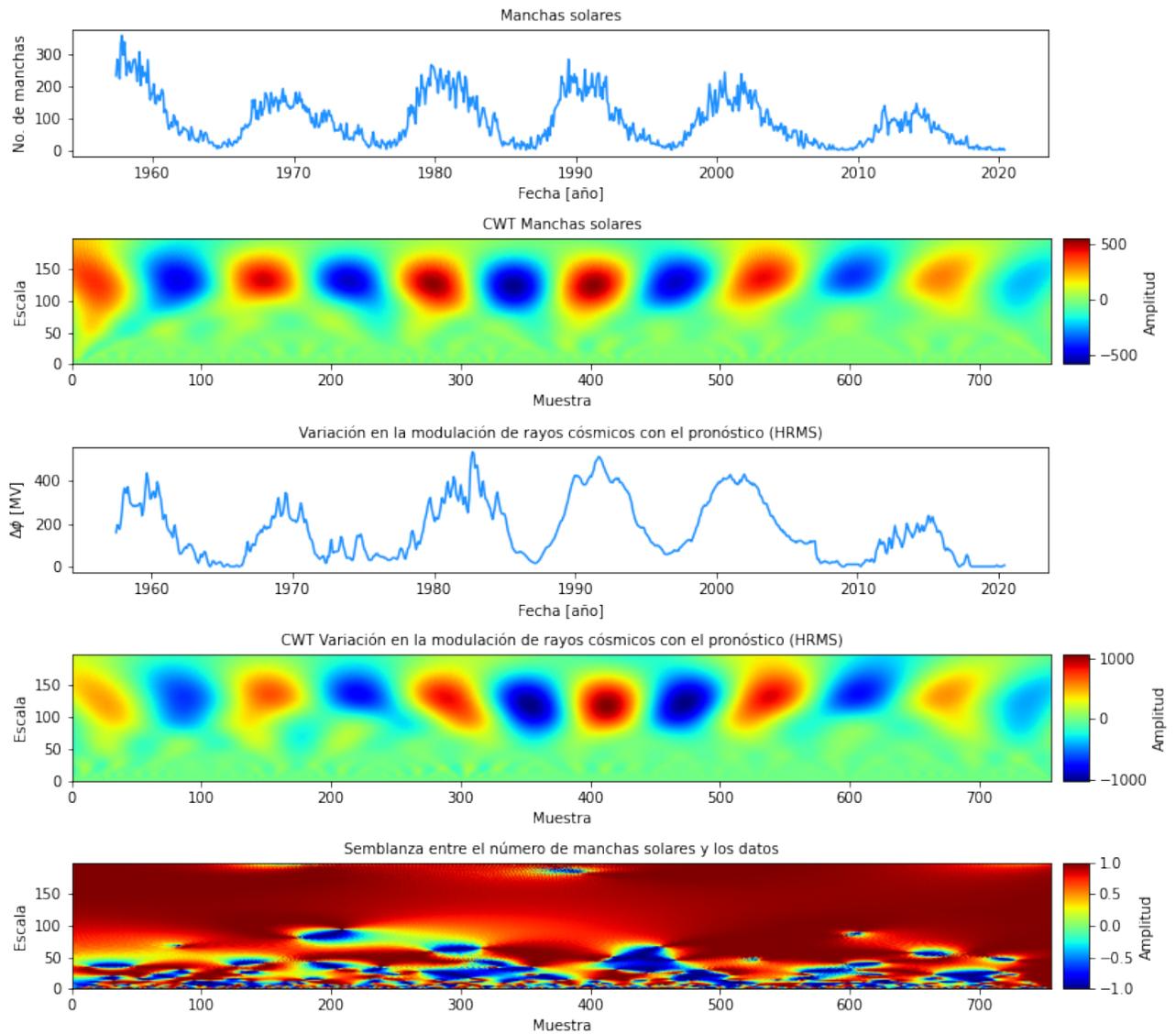


Figura 31: Semblanza del número promedio de manchas solares contra la variación en la modulación de rayos cósmicos que contiene el pronóstico obtenido a partir de los datos de la estación HRMS.

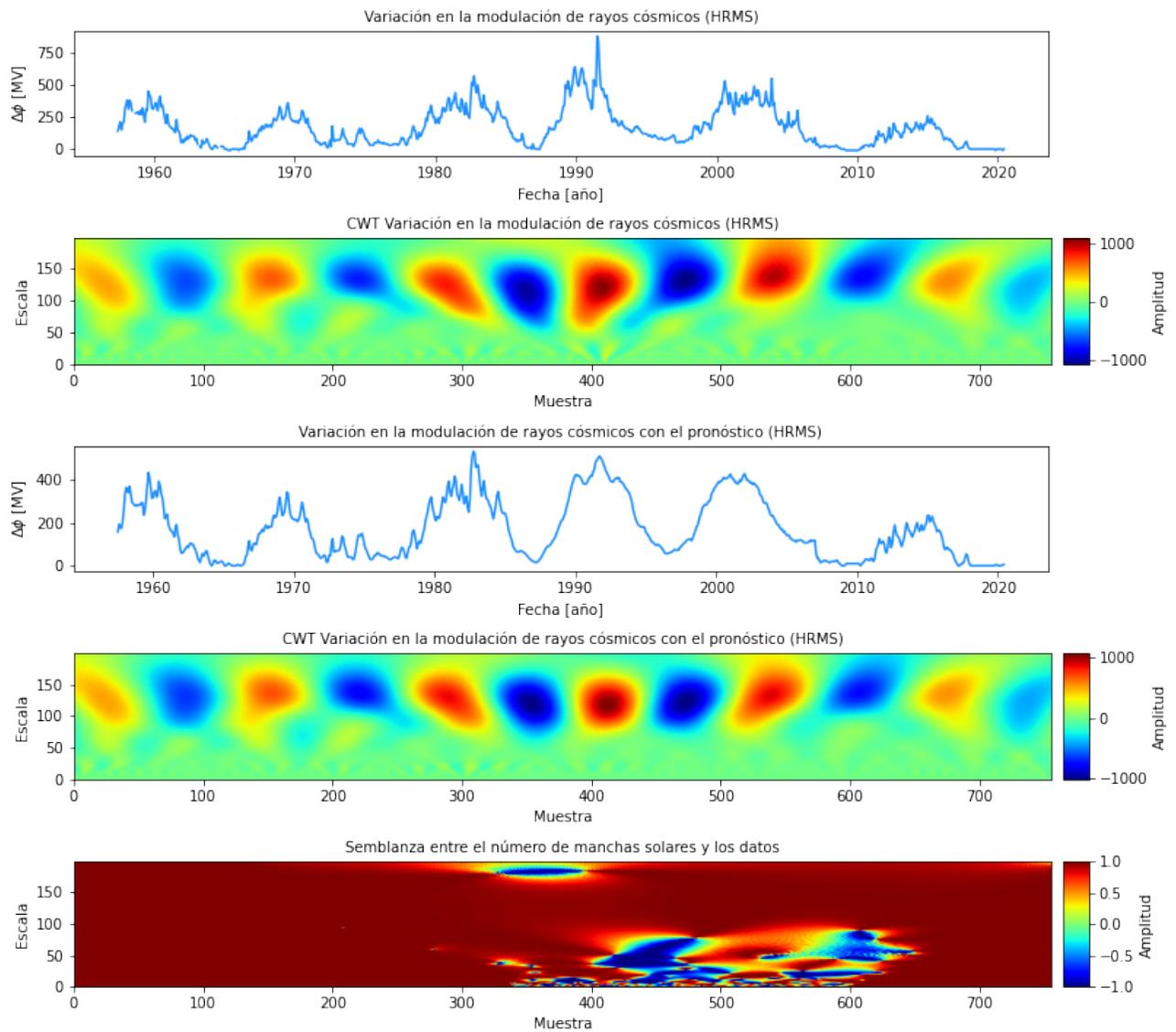


Figura 32: Semblanza entre la variación en la modulación de rayos cósmicos con y sin el pronóstico para la estación HRMS.

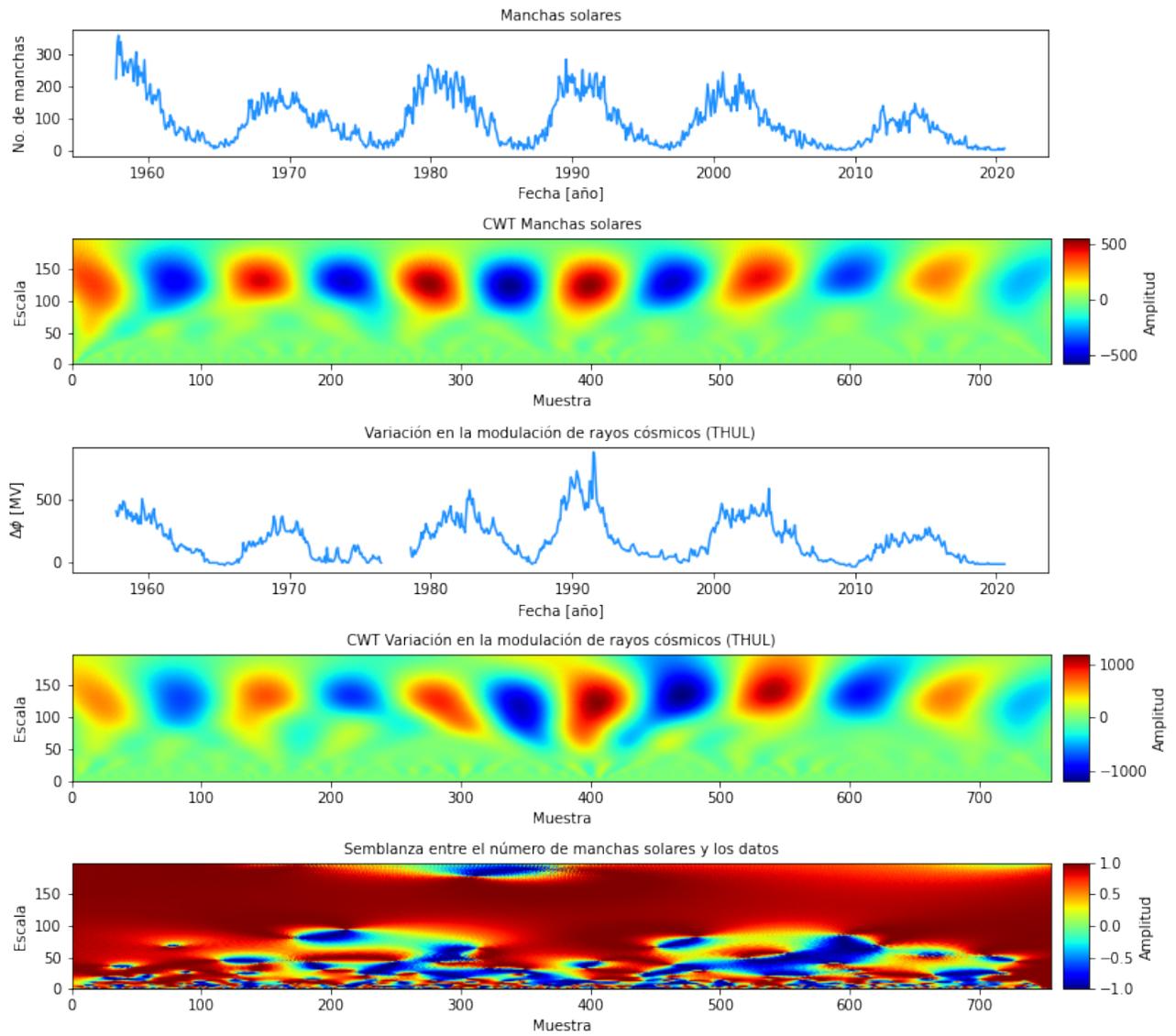


Figura 33: Semblanza del número promedio de manchas solares contra la variación en la modulación de rayos cósmicos obtenida a partir de los datos de la estación THUL.

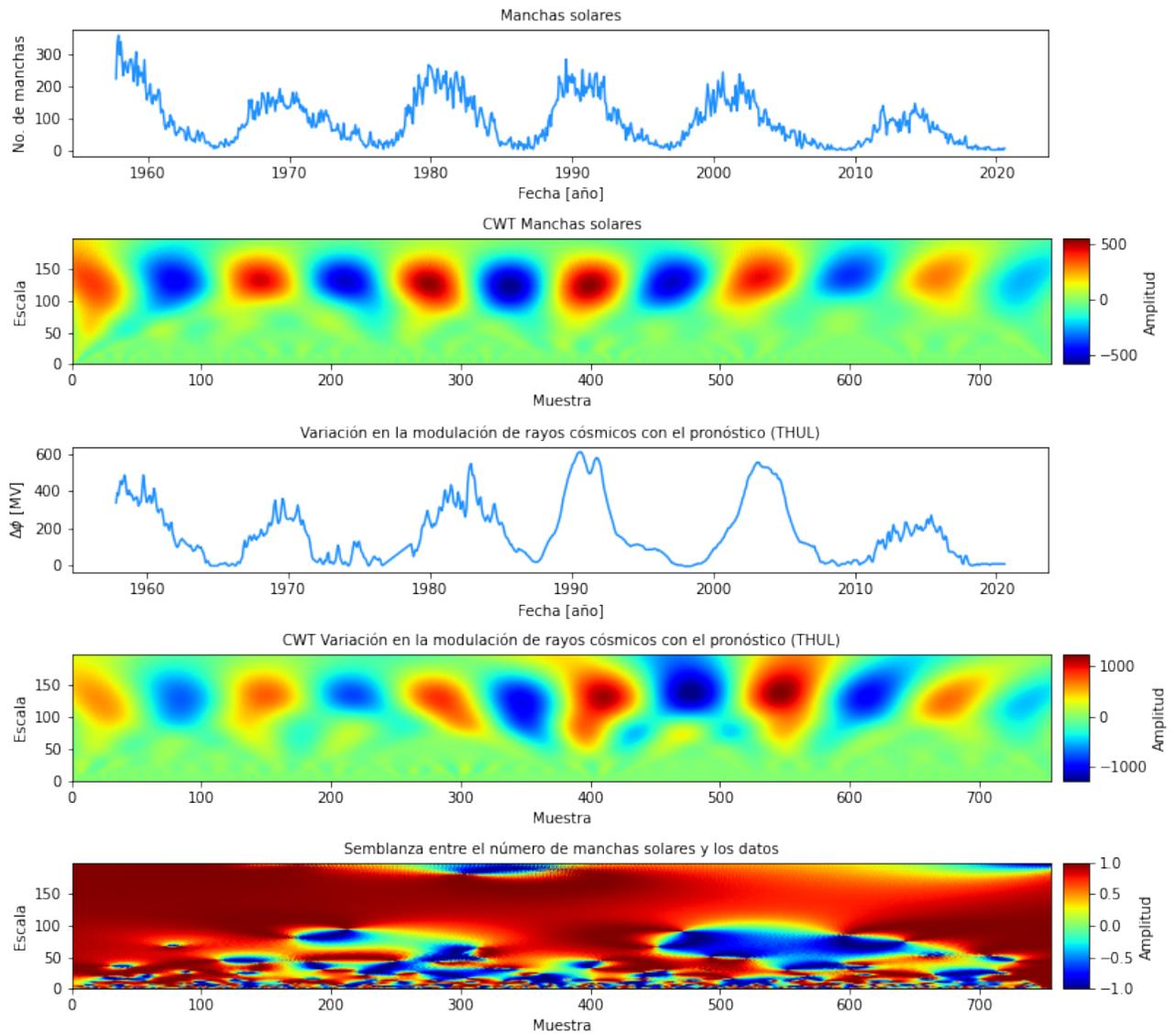


Figura 34: Semblanza del número promedio de manchas solares contra la variación en la modulación de rayos cósmicos que contiene el pronóstico obtenido a partir de los datos de la estación THUL.

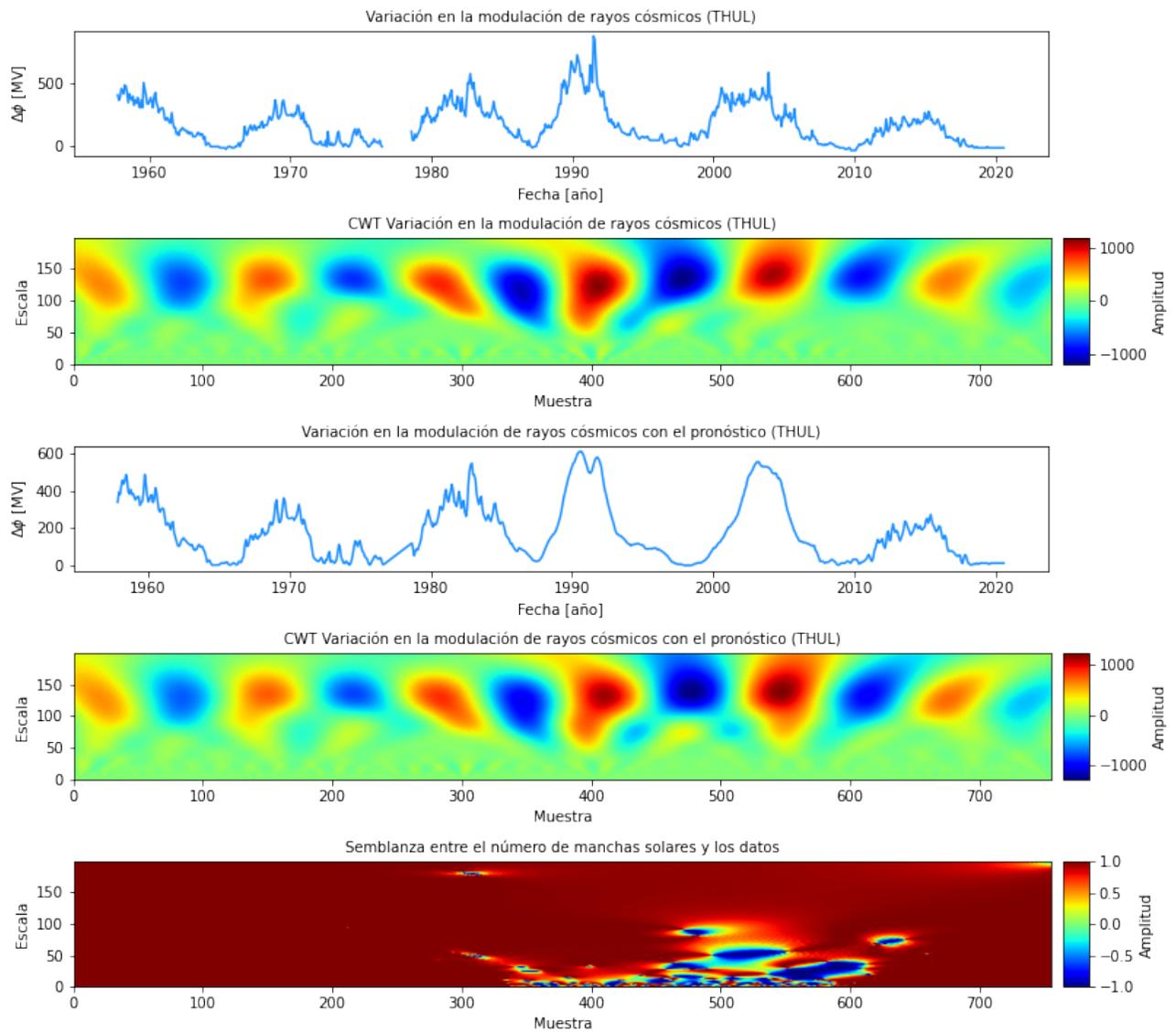


Figura 35: Semblanza entre la variación en la modulación de rayos cósmicos con y sin el pronóstico para la estación THUL.

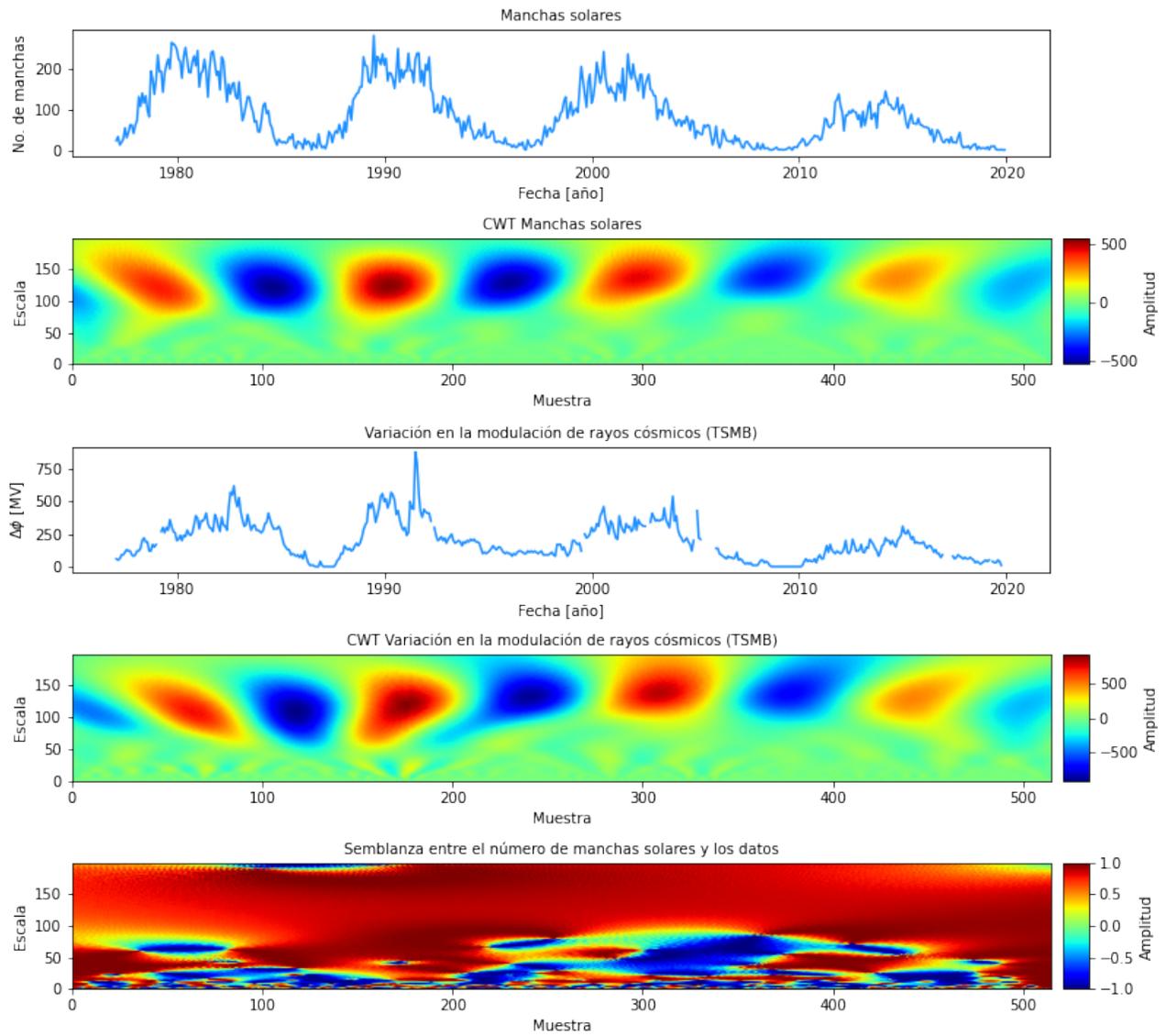


Figura 36: Semblanza del número promedio de manchas solares contra la variación en la modulación de rayos cósmicos obtenida a partir de los datos de la estación TSMB.

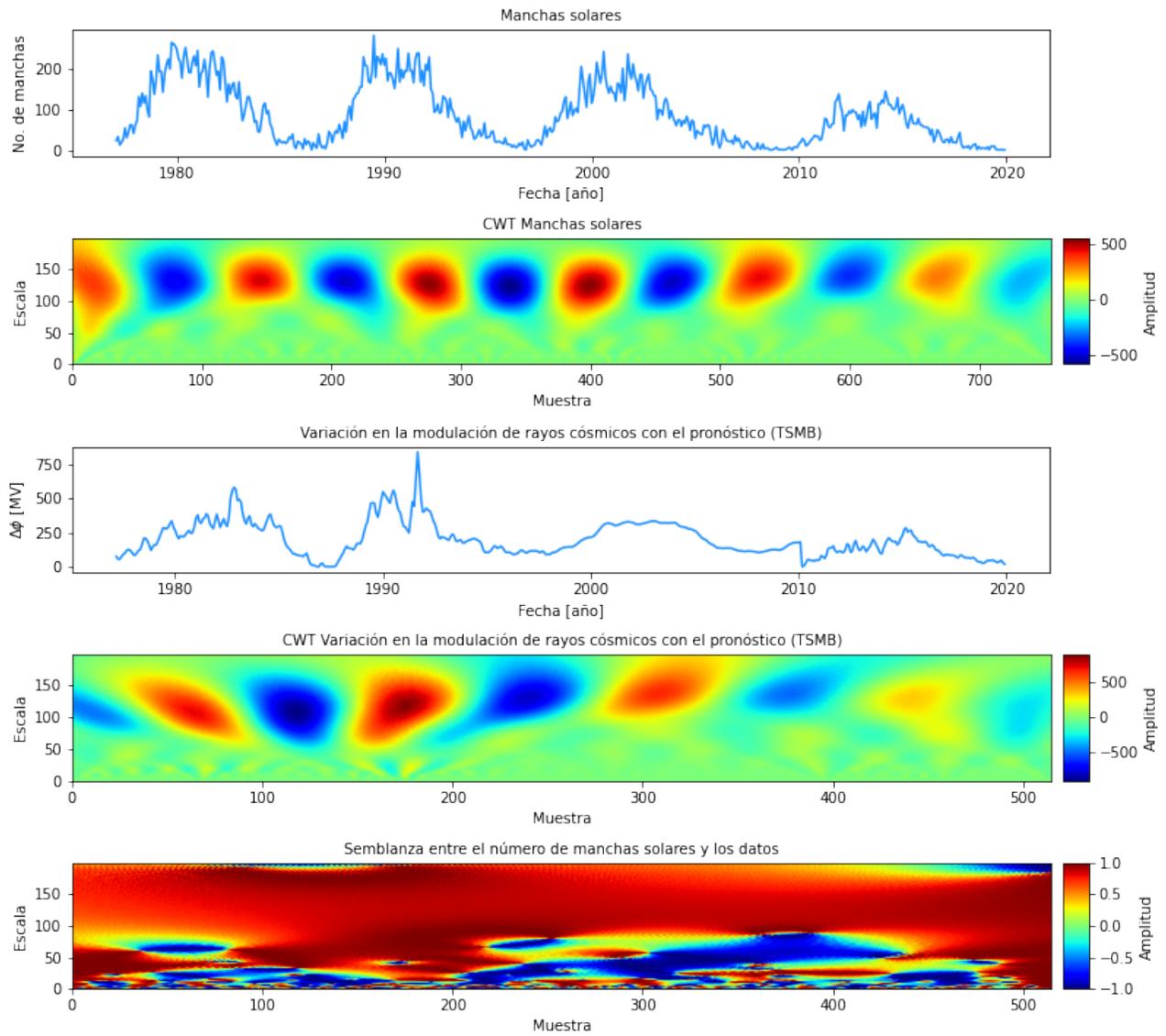


Figura 37: Semblanza del número promedio de manchas solares contra la variación en la modulación de rayos cósmicos que contiene el pronóstico obtenido a partir de los datos de la estación TSMB.

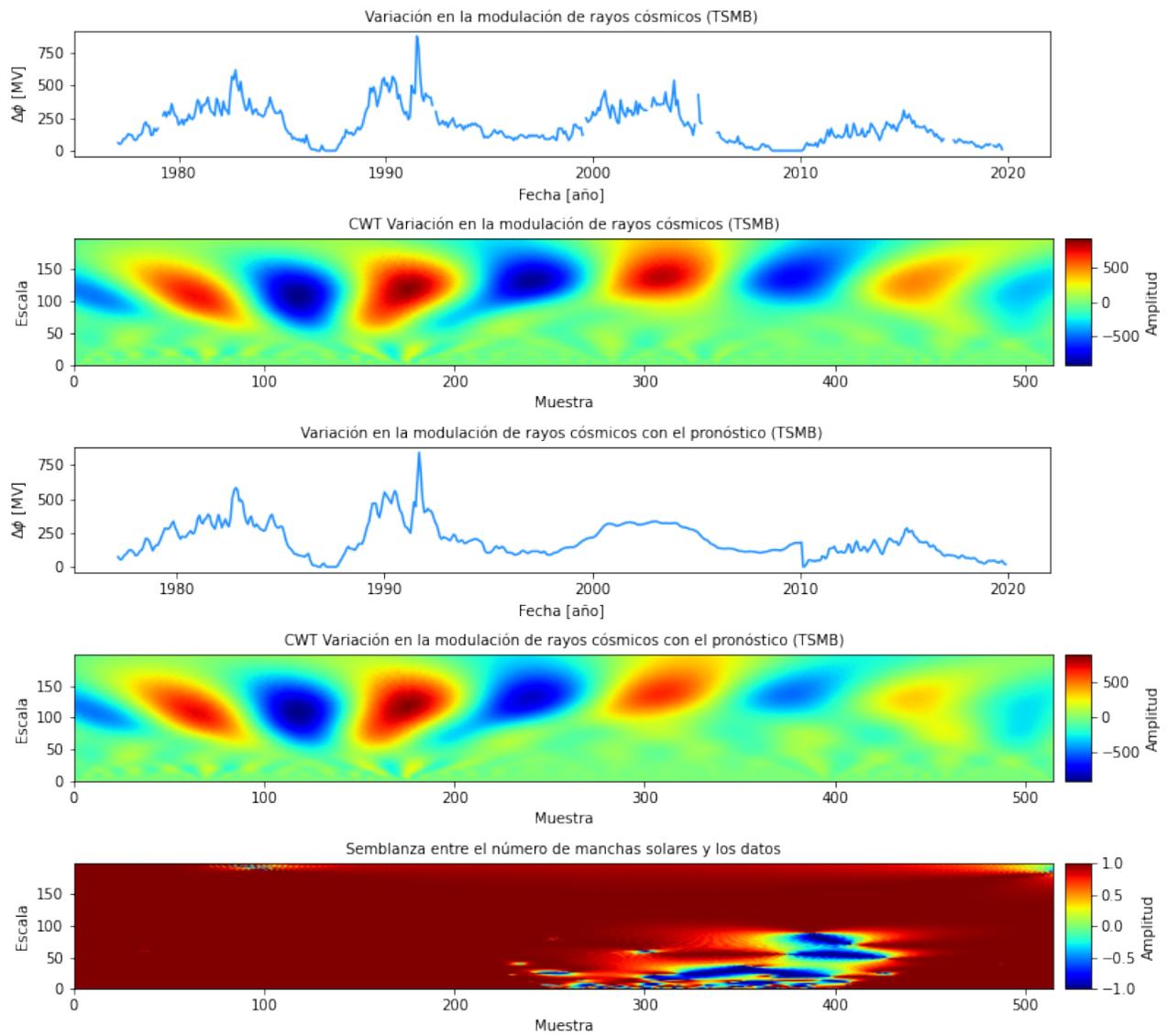
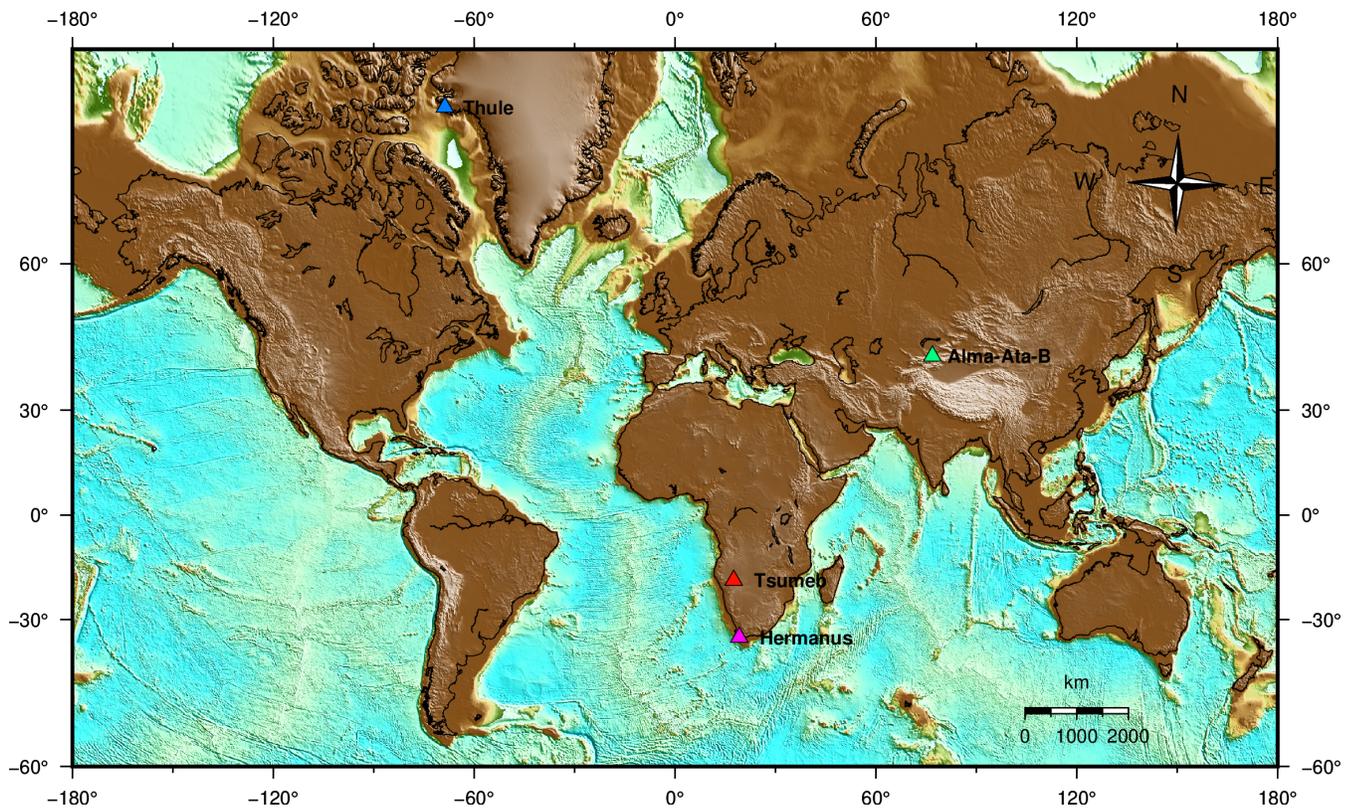


Figura 38: Semblanza entre la variación en la modulación de rayos cósmicos con y sin el pronóstico para la estación TSMB.

## B. Apéndice: Mapa de las estaciones



*Figura 39: Mapa en el que se muestra la ubicación de las estaciones Alma-Ata B (AATB, triángulo verde), Hermanus (HRMS, triángulo púrpura), Thule (THUL, triángulo azul) y Tsumeb (TSMB, triángulo rojo).*