



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Interpretación e
implementación de un código
de desgaste de baja amplitud**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Mecánico

P R E S E N T A

Antonio Vásquez Martínez

DIRECTOR DE TESIS

M. en C. Edgar Isaac Ramírez Díaz



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2021

Prólogo

El modelado numérico de desgaste y fatiga inducidos por ludimiento o ‘fretting’ ha cobrado un papel relevante en la última década. La aplicación del análisis de elementos finitos en esta área ha posibilitado que diversos grupos de investigación generen herramientas predictivas más refinadas para entender el comportamiento de sistemas que conllevan un número elevado de variables en su análisis. La paquetería como la utilizada en este trabajo sobrepasa esta dificultad, permitiendo cuantificar estados de esfuerzos y deformaciones complejos dada la no-linealidad en el contacto incluso para geometrías sencillas. Esto último, tiene un costo computacional elevado, dependiendo del grado de detalle y de la base física que modela el comportamiento del fenómeno en una aplicación real, por lo que, es útil tener una base que simplifique esto y se retroalimente de las soluciones analíticas disponibles y sobre todo de experimentos.

El objetivo principal de este trabajo fue describir e implementar a detalle un modelo de desgaste por medio de bloques de código escritos en Fortran®, utilizando la subrutina UMESHMOTION®. La base física del código se apoya de la ecuación fenomenológica y el método energético. El modelo pretende ser el punto de partida para analizar varios pares de contacto reportados en la literatura, bajo diferentes condiciones de carga y formular análisis propios. En su forma más desarrollada, esta herramienta podrá ser capaz de analizar pares de contacto de toda índole y ser mejorada progresivamente en aplicaciones ingenieriles más robustas.

En el capítulo primero, se explica el estado del arte de este campo, de acuerdo al alcance de esta tesis con un desarrollo principal de mecánica del contacto y desgaste, así como de la literatura básica de algunos pares de contacto. El capítulo segundo, introduce los modelos de desgaste utilizando el MEF (Método de Elementos Finitos), su descripción matemática y los resultados en la literatura. El capítulo tercero, muestra el esquema global del código utilizado y puntualiza los bloques de su ejecución. En el capítulo cuarto, se describe cómo se generó el modelo y cómo utilizar la subrutina, junto con un resultado validado en la literatura. Finalmente, el capítulo quinto se exponen las conclusiones y las recomendaciones.

Índice general

Prólogo	I
Índice de figuras	IV
Índice de tablas	VI
1. Introducción y antecedentes	1
1.1. Tribología	1
1.2. Fricción	2
1.3. Desgaste	4
1.3.1. Principales mecanismos de desgaste	5
1.3.2. Ensayos de desgaste	5
1.3.3. Modelos de desgaste	7
1.4. Fretting	10
1.4.1. Ensayo de desgaste	12
1.4.2. Curva de histéresis	13
1.4.3. Configuraciones en EF	16
1.5. Mecánica del contacto	18
1.5.1. Problemas de contacto	18
1.5.2. Solución analítica cilindro en plano	21
1.6. Formulación del problema	26

2. Estado del arte de modelos de desgaste	27
2.1. Modelos fenomenológicos	27
2.2. MEF: Aplicaciones	34
2.2.1. Resumen de modelos	39
3. Código de programación	41
3.1. Subrutinas: generalidades	41
3.2. Anotaciones de la subrutina	43
3.2.1. Bloque 1	43
3.2.2. Bloque 2	47
3.2.3. Bloque 3	48
3.2.4. Bloque 4	51
3.2.5. Bloque 5	52
4. Metodología de modelado	53
4.1. Creación del modelo	53
4.2. Validación del modelo y análisis de resultados	56
4.2.1. Implementación del algoritmo de desgaste	58
5. Conclusiones	61
A. Apéndice	67
A.1. Esfuerzos de contacto - plasticidad (contacto lineal)	67
A.2. Reducción dimensional	68

Índice de figuras

1.1. Mecanismos de desgaste.	5
1.2. Configuración perno en disco, (Archard y Hirst, 1956).	6
1.3. Características del daño por fretting (modificado de Fouvry et al., 2007).	11
1.4. Mapa de desgaste Ti-6Al-4V cilindro en plano, R=10 mm (modificado de Fouvry et al. 2004).	11
1.5. Ensayo de desgaste, (Heredia & Fouvry, 2010).	12
1.6. Diagrama esquemático de tres ciclos idealizados.	13
1.7. Esfera-espécimen de acero inoxidable; a) PS y b) GS.	15
1.8. Configuración de la prueba utilizada en EF.	16
1.9. Caracterización de los contactos	19
1.10. Contacto entre dos superficies no conformes no deformadas.	20
1.11. Contacto entre dos superficies deformables (no conformes).	20
1.12. Deformación elástica en un punto entre dos cilindros paralelos.	22
1.13. Distribución de esfuerzos del contacto entre cilindros para $a = 1$	23
1.14. Distribución de esfuerzos tangenciales para deslizamiento parcial.	24
1.15. Distribución de esfuerzos tangenciales para deslizamiento parcial.	25
2.1. Resultados del modelo de McColl, Ding y Leen, 2004.	28
2.2. Resultados de deslizamiento parcial, (Ding, Leen y McColl, 2004)	29
2.3. Concepto y aplicación de la ‘caja de desgaste’.	30
2.4. Resultados del modelo de Paulin, Fouvry y Meunier, 2008.	31
2.5. Metodología de la influencia del desgaste en la fatiga.	32
2.6. Resultados representativos de la influencia del desgaste en GS y PS, Madge, 2009	33

2.7. Métodos numéricos para la obtención de profundidad de desgaste.	34
2.8. Modelo y su perfil de presiones: Ti17 con CuNiIn contra Ti6242 (Mary, Fouvry, Martín y Bonnet, 2011).	37
2.9. Profundidad de desgaste en cables de acero (Cruzado, Urchegui y Gómez, 2014).	37
4.1. Mallas 1, 2 y 3 con la caja de desgaste	54
4.2. Esfuerzos de von Mises A) Carga normal y B) Carga tangencial	55
4.3. Presión de contacto: analítica y EF	57
4.4. Algoritmo de la simulación de desgaste.	58
4.5. Presión de contacto de tres ciclos simulados.	60

Índice de tablas

1.1.	Importancia relativa de las formas de desgaste (Rabinowicz, 1995).	2
1.2.	Valores representativos del coeficiente de fricción estático μ_s para combinaciones de metales en aire sin lubricación (Bowden y Tabor, 1973).	3
1.3.	Resultados de desgaste de pernos sin lubricación para diversos materiales (Archard y Hirst, 1956).	6
1.4.	Coeficientes de recubrimientos.	9
1.5.	Modelos en EF tomados de arreglos experimentales	17
2.1.	Coeficiente de desgaste para algunas aleaciones de estudio.	39
2.2.	Coeficientes de desgaste.	39
2.3.	Modelos utilizados en EF.	40
4.1.	Resultados para diferentes cargas normales.	57

Capítulo 1

Introducción y antecedentes

1.1. Tribología

El estudio de la fricción, lubricación y desgaste de superficies sujetas a movimiento relativo y su modo de interacción comprende una área multidisciplinaria de la ingeniería denominada tribología, de la raíz griega *τριβος* (frotar). El término se formalizó en Reino Unido y ganó aceptación después del reporte de H. Peter Jost (1921-2016) y colaboradores que en 1966 resumieron el impacto económico de estos fenómenos e incentivaron la investigación y el desarrollo. Sin embargo, este reporte no profundizó en la contribución del desgaste que desde el punto de vista económico es el de mayor importancia pero el de menor entendimiento debido a su elevada complejidad (Jost, 1990; Rabinowicz, 1995).

El concepto de tribología vincula una amplia gama de aplicaciones que inciden en diferentes áreas principalmente tecnológicas con repercusiones monetarias. Los problemas tribológicos más estudiados son dispositivos de ingeniería tales como: elementos de máquinas, herramientas de corte, implantes ortopédicos, estructuras biomiméticas e investigación de micro/nano sistemas electro-mecánicos (Mang, Bobzin y Bartels, 2011).

Se han adoptado diferentes enfoques para su comprensión global y propósitos particulares. Ejemplo de ello es su expansión a dominios particulares como lo son la biotribología, nanotribología y tribología verde (Stachowiak y Batchelor, 2013). La Tabla 1.1 muestra la importancia relativa de los mecanismos de desgaste (una clasificación del proceso por el cual un material es removido de la superficie de contacto).

Una superficie de contacto describe el área de contacto entre dos cuerpos donde la carga es efectiva. Debido a la micro-geometría de las superficies y su irregularidad, el contacto se limita a contactos discretos entre asperezas de ambas caras. Por lo tanto, es necesario distinguir entre el área de contacto geométrica o nominal A_0 y el área de contacto real A_r . Normalmente, $A_0 \gg A_r$ ya que A_r es la suma del número de micro-contactos de la superficie. El área de contacto real es de importancia central para todos los sistemas tribológicos, ya que los procesos de fricción y desgaste tienen lugar principalmente aquí.

Tabla 1.1: Importancia relativa de las formas de desgaste (Rabinowicz, 1995).

Tipo de desgaste	Eyre (1976)	Rabinowicz (1995)
Desgaste adhesivo	23 %	45 %
Desgaste abrasivo	58 %	36 %
Desgaste corrosivo	5 %	4 %
Desgaste por fatiga superficial	14 %	15 %

1.2. Fricción

La fricción puede abordarse desde una perspectiva científica o ingenieril. El enfoque científico describe los procesos de fricción como fenómenos disipativos. Una idea equiparable es la del esfuerzo cortante en la teoría de dislocaciones de los sólidos cristalinos, donde, los átomos en el plano cortante son desplazados de su posición de equilibrio hasta llegar a una configuración inestable, punto en el cual regresan a otra posición de equilibrio y producen un deslizamiento (*slip*) por un espaciado inter-atómico; la energía de deformación se pierde por las vibraciones de la red cristalográfica y ésta se degrada en forma de calor.

La distorsión producida por la fuerza de fricción y por lo tanto, de la energía disipada depende en la resistencia de los enlaces entre las superficies y se pueden expresar en términos de fuerzas o energías de superficie.

Desde el punto de vista de la ingeniería, la fricción se puede abordar con ayuda del trabajo clásico de Amontons y Coulomb donde la fuerza de fricción es definida como una resistencia que se presenta cuando un cuerpo se mueve respecto a otro. La fricción seca, puede aproximarse por medio de una ecuación sencilla que no toma en cuenta el área de contacto ni la rugosidad. La fuerza de fricción es proporcional a la fuerza normal y a la relación entre la fuerza de fricción y la normal se le conoce como coeficiente de fricción, $\mu = F_f/F_N$.

La fricción suele parecer un valor constante, pero se advierte que esto solo es aplicable a dispositivos mecánicos que funcionan en condiciones de desplazamiento promedio a lo largo del tiempo y se advierte el cuidado en el manejo de los datos. En general, la fricción es función de: adherencia, velocidad de deslizamiento, carga, configuración de las superficies, rugosidad, temperatura, lubricación, contaminantes, recubrimiento, entre otros.

La Tabla 1.2 muestra valores representativos del coeficiente de fricción estática para diferentes metales y aleaciones. (a) Indica que el par metálico es el mismo (oro-oro tiene un valor de 2) mientras que (b) indica un metal o aleación que está en contacto con acero 0.13% de carbono.

En ingeniería es aceptable usar estos valores como constantes, pero se advierte que su complejidad a escalas más pequeñas, implica que es un valor variable con múltiples interdependencias.

Tabla 1.2: Valores representativos del coeficiente de fricción estático μ_s para combinaciones de metales en aire sin lubricación (Bowden y Tabor, 1973).

	μ_s
(a) Metal en metal	
Oro	2
Plata	0.8 – 1
Estaño	1
Aluminio	0.8 – 1.2
Cobre	0.7 – 1.4
Indio	2
Magnesio	0.5
Plomo	1.5
Cadmio	0.5
Cromo	0.4
(b) Metal/aleación en acero (0.13% C)	
Plata	0.5
Aluminio	0.5
Cadmio	0.4
Cobre	0.8
Cromo	0.5
Indio	2
Plomo	1.2
Cobre – 20% plomo	0.2
Metal anti-fricción (Whitemetal) base Sn	0.8
Metal anti-fricción (Whitemetal) base Pn	0.5
Latón α (Cu – 30% Zn)	0.5
Latón α/β (Cu – 40% Zn)	0.2
Fundición gris	0.4
Acero dulce (0.13% C)	0.8

1.3. Desgaste

El desgaste se ha definido de varias maneras por diferentes autores e instituciones, una de ellas es la siguiente: “el desgaste es la remoción de material de superficies sólidas como resultado de una acción mecánica” (Rabinowicz, 1995). Por simplicidad, en muchos textos se adopta la existencia de cuatro tipos de desgaste principales. A estos se les denomina mecanismos o formas de desgaste, se encuentran como desgaste: abrasivo, adhesivo, corrosivo y por fatiga superficial.

Se han adoptado diversas clasificaciones de los mecanismos de desgaste, algunos autores contemplan dos grupos: mecánico y químico. En el grupo mecánico se clasifica al desgaste como: deslizante, por ludimiento, abrasivo, erosivo y por fatiga mientras que en el químico: por solución, difusivo, corrosivo y oxidativo. En la práctica, cualquier observación del desprendimiento material se interconecta con estos mecanismos y la generación de partículas se analiza como un tercer cuerpo.

La literatura alemana fue pionera en estudiar el desgaste y la fricción con el enfoque de sistemas, el tratamiento se basa en que la función del tribosistema es una transformación de entradas operativas a salidas funcionales.

Las entradas pueden ser: las propiedades materiales de las superficies, la geometría, el medio interfacial, el medio ambiente, la carga, el tipo de movimiento, la temperatura entre otros. A su vez, las salidas pueden ser cantidades físicas como: movimiento, trabajo e información (Czichos y Habig, 2010).

Otro enfoque es por medio del uso de diagramas, donde se identifican diferentes regímenes especiales limitados a rangos de validación aproximados. Estos mapas o diagramas son obtenidos por medios experimentales utilizando tribómetros, como los de tipo perno sobre disco (pin-on-disc).

Los parámetros que se utilizan son: velocidad de desgaste normalizada, presión normalizada (carga) y velocidad normalizada (Lim & Ashby, 1987). Estos parámetros respectivamente se definen como: $\tilde{Q} = \frac{V}{As}$, $\tilde{p} = \frac{F_N}{AH}$ y $\tilde{v} = \frac{vr_0}{a_0}$.

Donde V es el desgaste volumétrico en m^3 , A es el área de contacto aparente en m^2 , s es la distancia de deslizamiento en m , F_N es la carga normal en N , H la dureza en Pa , v la velocidad de deslizamiento en ms^{-1} , r_0 el radio del perno y a_0 la difusividad térmica. Los mapas de desgaste son una herramienta útil de interpretación para identificar algún régimen especial de desgaste pero, están limitados a la existencia en la literatura.

1.3.1. Principales mecanismos de desgaste

Desgaste adhesivo: Ocurre cuando dos superficies lisas se deslizan una sobre la otra y, los fragmentos emanados de una son adheridos a la otra. Estos fragmentos pueden regresar a la superficie original o formar partículas sueltas.

Desgaste abrasivo: Ocurre cuando una superficie rugosa con alta dureza o una superficie blanda que contiene partículas duras, se desliza sobre una superficie blanda. El material que proviene de las ranuras forma partículas de desgaste.

Desgaste por fatiga superficial: Esto sucede si, durante una repetición de contacto deslizante o rodante, el material se somete a muchos ciclos de carga/descarga lo que da lugar a grietas cercanas en la superficie. Esto puede resultar en una fractura superficial y en consecuencia a la formación de partículas de desgaste.

Desgaste químico: Este proceso ocurre en un ambiente corrosivo cuando una película protectora entre dos superficies es removida. En este caso, el ataque corrosivo comienza por la acción del contacto deslizante.

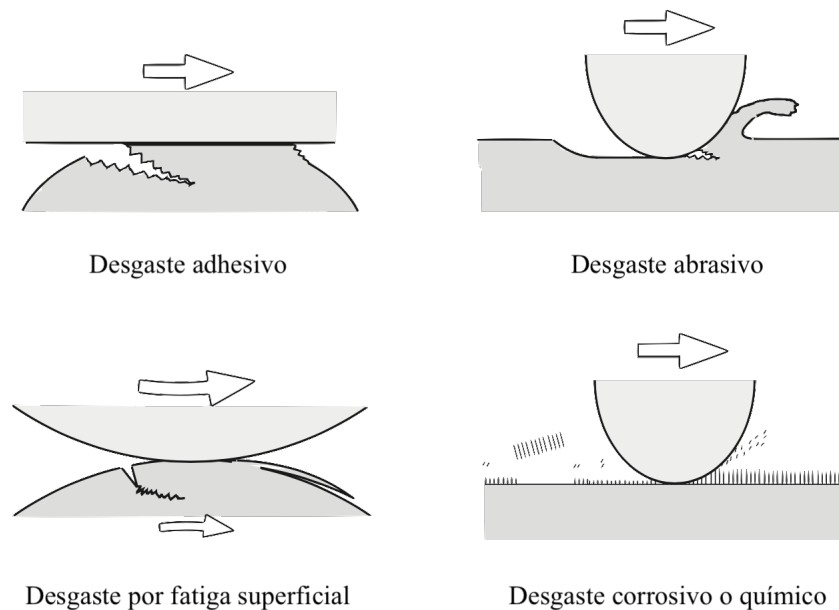


Figura 1.1: Mecanismos de desgaste.

1.3.2. Ensayos de desgaste

Existen varios métodos experimentales para medir el desgaste, los instrumentos que se ocupan para este propósito, además de medir otras cantidades, son los tribómetros. Los tribo-ensayos más comunes para medir el desgaste deslizante emplean configuraciones muy básicas, estas son: perno sobre disco, bloque en anillo, perno sobre placa recíprocante, doble disco, anillo sobre anillo entre otros.

La Fig. 1.2 muestra esquemáticamente una configuración tipo perno en disco, con este tipo de instrumentos se calculan parámetros experimentales de muchos materiales para caracterizarlos. La Tabla 1.3 muestra los resultados de dicho tribómetro para una carga de 3.9 N y velocidad de deslizamiento de 1.8 m/s . El valor de la dureza es del material más blando del par analizado.

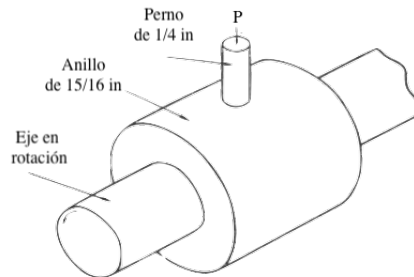


Figura 1.2: Configuración perno en disco, (Archard y Hirst, 1956).

Tabla 1.3: Resultados de desgaste de pernos sin lubricación para diversos materiales (Archard y Hirst, 1956).

Material del perno	Tasa de desgaste 10^{-10} cm^3/cm	Dureza (bulk) HV	Coefficiente de fricción	Coefficiente de desgaste (Archard) K ($\times 10^3$)
Acero dulce 0.2 C en si mismo	1570	186	0.62	7
Latón 60/40	240	95	0.24	60
Teflón	200	5	0.18	250
Latón 70/30	100	68	-	17
Polimetilmetacrilato (Perspex)	14.5	20	-	7000
Bakelita	12.0	25	-	7500
Acero plateado	7.5	320	-	600
Aleación cobre-berilio	7.1	210	-	310
Acero herramental	6.0	850	-	13
Aleación Co-Cr (Stellite)	3.2	690	0.6	550
Carburo de tungsteno en acero dulce	0.9	186	-	400
Polietileno	0.3	1.7	0.53	13000
Carburo de tungsteno en si mismo	0.003	1300	0.35	1000

1.3.3. Modelos de desgaste

Descripción clásica

La ecuación de desgaste deslizante de Archard (1953), es una relación fenomenológica lineal de tipo: $\tilde{Q} = K\tilde{p}$ que describe la relación entre el volumen de material removido por unidad de distancia bajo una carga normal aplicada (en varios textos también W), la dureza (carga normal bajo una área proyectada) del material blando y una constante (coeficiente de desgaste) que caracteriza la resistencia al desgaste del material, esta última puede tener varias interpretaciones.

$$\frac{V}{s} = K \frac{F_N}{H} \quad (1.1)$$

El desarrollo de esta ecuación (Rabinowicz, 1995) se basa en la teoría de contacto de una aspereza para desgaste deslizante. Existen cientos de modelos para diferentes mecanismos y condiciones específicas, por tal motivo, el coeficiente de desgaste tiene múltiples interpretaciones según el contexto en que se emplee. En Ec. 1.1¹; V es el volumen de desgaste, s es la distancia de deslizamiento, K es el coeficiente de desgaste, F_N es la carga normal y H es la dureza del material. En pocas palabras, dicha ecuación relaciona el volumen de material perdido con el producto de la distancia de deslizamiento y la carga normal (forma volumétrica). En el campo de la ingeniería K/H es más significativa (k). En la práctica, este coeficiente es dependiente principalmente de la carga y de la carrera (stroke).

Para desgaste deslizante en varios modelos de EF (Elemento Finito) la ecuación de Archard se reescribe en forma volumétrica como: $V_W = k_D F_N s$. Pero una modificación más útil es dividir ambos lados de la ecuación anterior por el área aparente de contacto, a esta forma se le conoce como profundidad de desgaste (unidades de longitud, mm).

$$h^w = k_D p s$$

k_D es el coeficiente de desgaste dimensional local en Pa^{-1} y p es la presión de contacto normal en Pa . Para (Podra y Andersson, 1999), el desgaste se puede establecer como un problema dinámico de valor inicial, es decir, una ecuación diferencial formulada a partir de una función que agrupe varios parámetros de interés (carga, velocidad, temperatura, propiedades mecánicas, lubricación, etc.). La formulación diferencial que han usado varios autores para modelar desgaste en EF queda escrita como:

$$\frac{dh}{ds} = k_D p \quad (1.2)$$

¹Las ecuaciones numeradas fueron utilizadas en este trabajo y las no numeradas ejemplifican conceptos.

Descripción energética

Este enfoque está asociado al trabajo realizado por una fuerza tangencial por unidad de distancia. La energía de fricción disipada en el contacto está relacionada con el desgaste mediante la ‘cantidad acumulativa de energía disipada’ (Ed); calculada a partir del desplazamiento relativo δ de las dos superficies y el valor de la fuerza tangencial Q .

La Ec. 1.3 muestra dicha relación y gráficamente corresponde al área de la curva de un ciclo de desgaste.

$$Ed = \sum Q \cdot \delta \simeq 4Q\delta^* \quad (1.3)$$

La Ec. 1.3 se ha incorporado para obtener el volumen de desgaste, V , por medio de una constante α (coeficiente de desgaste energético). La Ec. 1.4 representa dicha ecuación de tipo lineal, su importancia se basa en las características únicas de la energía disipada ya que es independiente del coeficiente de fricción.

$$V = \alpha \sum E(x, t) \quad (1.4)$$

Ec. 1.3 se ha validado para muchos *sistemas no-adherentes*. Sin embargo, para el caso de los sistemas adherentes (donde la energía disipada es consumida principalmente en el proceso de expulsión de partículas) la influencia de la amplitud de deslizamiento es importante (elevada tasa de generación de partículas), por lo que se tiene que estudiar la cinética del desgaste. Esto ha llevado al estudio de formulaciones modificadas para *sistemas adherentes*:

$$\sum Ed_s = \sum_{i=1}^N \frac{\delta_0(i)}{\delta_{0ref}} Ed(i)$$

$$V = \alpha_s \sum Ed_s$$

El coeficiente de desgaste de Archard está definido en términos del volumen perdido por unidad de carga normal por unidad de distancia ($m^3 m^{-1} N^{-1}$)

$$k_{Archard} = \frac{V^w}{4N\delta * P}$$

Donde, V^w es el volumen desgastado medido, N el número de ciclos y P es la carga normal aplicada en el contacto.

El coeficiente energético (α) está definido como el material desgastado por unidad de energía disipada en desplazamiento ($m^3 J^{-1}$), con la energía total disipada sobre el ensayo (E_d^{total}) siendo la suma de E_d en cada ciclo que en conjunto suma la prueba.

$$\alpha = \frac{V^w}{E_d^{total}}$$

Los coeficientes son dimensionalmente iguales; con el coeficiente de fricción integrado dentro de E_d , esto lo hace más versátil.

En la condición de GS, los dos enfoques de coeficientes clásico y energético son iguales para una selección de coeficientes dada; es decir $\frac{\alpha}{\mu} = \frac{K}{H}$. Sin embargo, en el régimen PS $Q < \mu P$, los dos enfoques no dan los mismos resultados a menos que K/H sea modificado.

Tabla 1.4: Coeficientes de recubrimientos.

Recubrimiento	Coeficiente de desgaste energético α ($10^3 \mu m^3 / J$)
VC	62.5
TiC/VC	121.8
TiC/VC X2	176.4
TiC	415.1
TiCN	1764.8
TiN	6918.6

La Tabla 1.4 muestra 6 coeficientes de desgaste energético de 6 recubrimientos estudiados para algunos sistemas de Ti. Dichos recubrimientos, a diferencia del sistema Ti-C-N (0.86) tienen un parámetro de correlación superior a 0.9. Y se han utilizado para racionalizar la cinética de desgaste de los contactos no-adherentes, Fouvry et al., (2007).

1.4. Fretting

El término fretting², denota movimiento oscilatorio de baja amplitud entre dos superficies sólidas en contacto. La dirección de movimiento es usualmente tangencial a las superficies (pero no necesariamente). En componentes estructurales, la amplitud de oscilación es menor que el área de contacto y por lo general es del orden de micrómetros (para desgaste de 1 a 300 μm).

El daño por este fenómeno genera: desgaste (que corresponde a la remoción material) y fatiga (la grieta nuclea en la superficie, se propaga y existe falla mecánica). La evolución del daño por fretting es función de fenómenos físicos muy diversos pero depende considerablemente del régimen de deslizamiento. La diferencia fundamental entre el desgaste recíprocante y el desgaste por fretting, consiste en los desplazamientos pequeños, los cuales hacen que las partículas permanezcan en el área de contacto y no sean expulsadas.

Si se considera un indentador de tipo esférico sobre una superficie se pueden identificar varios regímenes, tomando en cuenta un número adimensional que relaciona la amplitud de desplazamiento δ con el radio de contacto a :

$$e = \frac{\delta}{a}$$

En fretting se consideran dos zonas de importancia: una conocida como de *deslizamiento parcial* (PS: partial slip), donde el daño predominante es la nucleación y propagación de grieta y otra de *deslizamiento pronunciado* (GS: gross slip), donde predomina el desgaste, dentro del intermedio existe una zona de competencia de estos dos fenómenos.

Cuando e excede un valor que depende de las dimensiones del indentador el movimiento se considera recíprocante, el tratamiento anterior se puede generalizar para cualquier tipo de geometría de contacto. La Fig. 1.3 resume la idea anterior, es importante observar el tipo de perfil que se forma (curva de histéresis) en cada zona.

La completa identificación de los regímenes depende en mayor medida de la geometría de contacto, la velocidad de desplazamiento, las cargas aplicadas, los materiales involucrados, la atmósfera circundante entre otros parámetros (se han identificado más de 50). Un enfoque probado ha sido el uso de mapas experimentales para diversos materiales (Vingsbo y Söderberg, 1988).

²Este fenómeno fue reconocido a inicios del siglo XX y la preocupación principal eran las partículas que generaba el desgaste, fue Tomlinson en 1927 quien le dio el nombre de fretting. Hasta 1941, Warlow-Davies estudió el daño por fretting en especímenes de fatiga y encontró que la reducción resultante de la resistencia era del orden de 17%. En 1953, McDowell llevó a cabo ensayos de fatiga con fretting simultáneamente y encontró que la acción conjunta era más perjudicial. Posteriormente, a mediados del siglo XX, el estudio fue sistematizado a un nivel muy elevado y con la llegada de computadoras más sofisticadas a principios del siglo XXI, se estableció la posibilidad de simular situaciones prácticas complejas siendo el caso más representativo el ensamble del compresor de turbina (cola de milano).

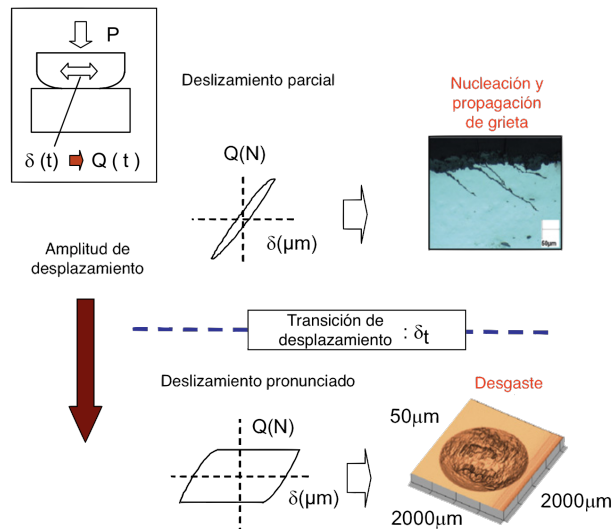


Figura 1.3: Características del daño por fretting (modificado de Fouvry et al., 2007).

La Fig. 1.4 muestra el mapa de desgaste de un par Ti-6Al-4V para la configuración cilindro en plano (cylinder on plane) con la identificación de sus regiones características. El uso de los mapas de desgaste está relacionado con la selección de materiales y su investigación continúa refinándose y aplicarse en sistemas expertos.

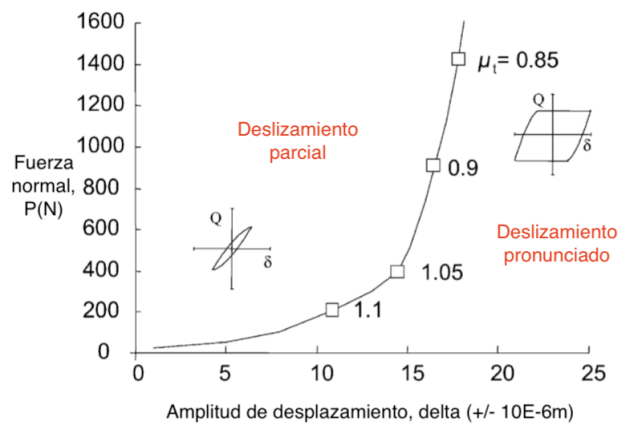


Figura 1.4: Mapa de desgaste Ti-6Al-4V cilindro en plano, R=10 mm (modificado de Fouvry et al. 2004).

1.4.1. Ensayo de desgaste

Existen dos ensayos para cuantificar el daño; el de fatiga y el de desgaste, para efectos de este trabajo solo se explica el segundo. Para el ensayo de desgaste inducido por fretting se han ideado ciertas configuraciones experimentales que utilizan sistemas hidráulicos de compresión-tensión.

La Fig. 1.5 ejemplifica las características de estos instrumentos. Típicamente, se impone una carga normal constante, P , en el cilindro que está en la parte fija (A). Dicha fuerza actúa sobre una probeta (plano rígido), montada en un arreglo movable (B). El movimiento vertical genera una fuerza tangencial (medible), que depende de las condiciones del experimento: deslizamiento parcial y/o deslizamiento pronunciado (PS y GS: partial slip y gross slip) registrada al finalizar los ciclos.

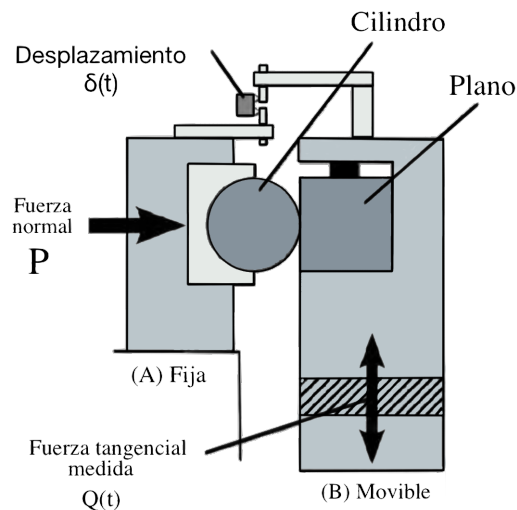


Figura 1.5: Ensayo de desgaste, (Heredia & Fouvry, 2010).

Las pruebas fretting en la literatura tienen el siguiente procedimiento:

Preparación de muestras

Ensayo de desgaste

Análisis de las sollicitaciones mecánicas (Q y δ)

Análisis micro-estructural (micrografía)

Análisis de la superficie de contacto

Análisis de la degradación en la profundidad a partir de secciones micrográficas

La mayoría de las pruebas consisten en 1,000,000 de ciclos y con humedad relativa de 25-35 % controlando la temperatura en el intervalo de 20 a 30 grados centígrados.

1.4.2. Curva de histéresis

Un elemento muy útil para explicar el fenómeno de fretting son las curvas de histéresis. Un análisis exhaustivo de las características de estas curvas, ayuda a tomar decisiones para disminuir fallas mecánicas en el diseño y en los materiales.

La Fig. 1.6 muestra tres ciclos idealizados; varios autores han ocupado diferentes nomenclaturas, aquí se usará la propuesta por (Pearson y Shipway, 2015) para analizar los componentes de dichas curvas. Las tres curvas tienen la misma amplitud de desplazamiento aplicado (Δ^*) y rigidez del sistema (S) pero con diferentes valores de δ^* asociados con diferentes valores de Q^* . Los diferentes valores de Q^* están asociados en cambios de carga normal, P , y/o coeficiente de fricción, μ . La energía disipada por ciclo, E_d , está representada por el área dentro de cada paralelogramo.

En un experimento, un desplazamiento recíprocante aplicado en cualquier punto remoto del contacto está dado por el símbolo Δ y Δ^* se refiere a la amplitud de deslizamiento. Δ está medida en un punto remoto del contacto e incluye la deformación elástica entre el punto de contacto y la posición en donde el desplazamiento está medido (la combinación del contacto, el espécimen en bruto (bulk) y las condiciones de ajuste. Todo lo anterior se puede describir por una rigidez característica, S , que explica la forma del ciclo.

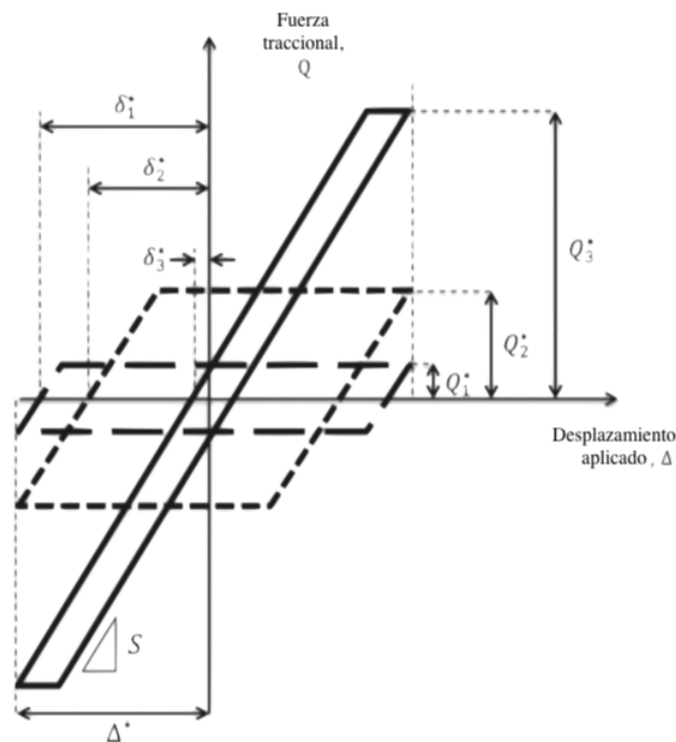


Figura 1.6: Diagrama esquemático de tres ciclos idealizados.

En la literatura la rigidez de cada sistema está caracterizado por un valor único. Por ejemplo, 1.4 MNm^{-1} para un sistema de una esfera de acero con radio de 5 mm sobre un plano rígido con y sin recubrimiento (PVD – deposición de vapor físico) hasta 59 MN^{-1} para una esfera de acero de 12.7 mm en un plano rígido, también con y sin recubrimiento (PVD).

La amplitud de contacto de deslizamiento real entre el espécimen, δ^* , no se mide directamente ya que, viene dada de un post-proceso de los datos de fuerza y desplazamiento (ciclo fretting). La distancia de deslizamiento por ciclo ($4\delta^*$) puede ser mucho menor que la distancia movida por una medición de un punto remoto ($4\Delta^*$), además para un desplazamiento aplicado, el deslizamiento resultante se reducirá, mientras que la fuerza tangencial (Q^*) incrementa ya sea por un aumento de la carga normal o un incremento del coeficiente de fricción.

E_d es la energía disipada en el contacto por ciclo dado el desplazamiento pronunciado en el contacto (δ^* diferente Δ^*). El coeficiente de desgaste es independiente de la amplitud de deslizamiento. La fuerza tangencial y los desplazamientos, son medidos en daN (1 daN equivale a 10 newton) y μm respectivamente para obtener las curvas de histéresis.

La forma que toma la curva de histéresis está relacionada con el régimen de transición entre: adherencia (no histéresis), PS (forma elíptica), GS (como de un paralelogramo) y reciprocante (una forma rectangular). En suma, la iniciación de grieta está relacionada con la forma elíptica mientras que la remoción material con la forma rectangular.

Vingsbo y Söderberg, fueron los primeros en proponer un enfoque que mostraba diagramas con sus fronteras representando los valores críticos de transición para representar y clasificar datos del fenómeno fretting:

- *Régimen de deslizamiento parcial (PS - partial slip)*, asociado a ciclos estrechos de la relación $Q - \delta$ durante la prueba. En este dominio de deslizamiento, el área de contacto está dividida en una zona de adherencia en el centro del contacto y una zona de deslizamiento en los bordes.
- *Régimen de deslizamiento pronunciado (GS - gross slip)*, asociado a ciclos casi-rectangulares de la relación $Q - \delta$ durante la prueba. Este régimen se presenta en amplitudes de deslizamiento pronunciadas como su nombre lo indica. La zona de adherencia no existe y todo el contacto está bajo deslizamiento totalmente reciprocante. La razón de la fuerza tangencial entre la fuerza normal define el coeficiente de fricción.
- *El régimen combinado (MR - mixed slip)*, se caracteriza por regímenes de desplazamiento no estables donde los ciclos se alternan en condiciones de PS y GS.

La Fig.1.7 muestra el daño entre una esfera contra una probeta de acero inoxidable. Donde, en (a) se aprecia que el daño en el centro es menor que en el contorno y en (b) donde el daño está extendido en toda la región, (Bryggman y Söderberg, 1986).

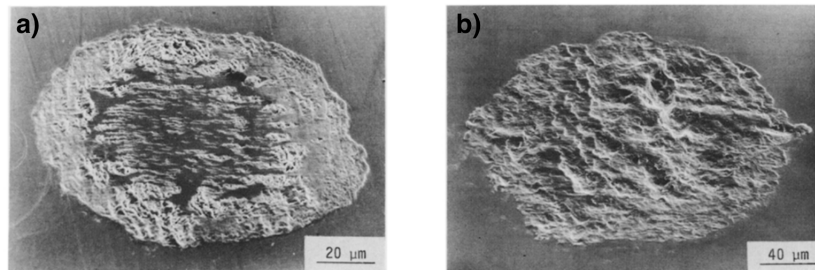


Figura 1.7: Esfera-espécimen de acero inoxidable; a) PS y b) GS.

Vincent, Berthier, Dubourg y Godet, 1992, introdujeron mapas de la respuesta material (MRFM - material response fretting map) a partir de correlacionar mapas de pruebas (RCFM - running condition fretting map). Con su estudio encontraron que la respuesta del material está altamente relacionada con la condición de desplazamiento y clasificar zonas. PS en dos dominios: una zona de seguridad sin daño y un dominio cuando se presenta la grieta, GS un dominio con alta presencia de desgaste.

Las investigaciones posteriores a la generación de criterios más refinados para establecer y clasificar las zonas ahondaron en una paradoja: numerosas investigaciones sugerían que las grietas en PS se amplificaban por los mecanismos locales de desgaste en la zona de deslizamiento, lo que favorecía la nucleación por la inserción de discontinuidades geométricas.

Pero, trabajos anteriores mostraban que el desgaste por remoción material en PS es inexistente. Esto llevó a estudios que formalizaran aún más las fronteras de deslizamiento (como el criterio de %GS), definido como la proporción de ciclos en deslizamiento parcial en una prueba: Si %GS=0 es parcial, %GS=1 es pronunciado o $0 < GS < 1$ una combinación.

Una conclusión importante es que los procesos de desgaste que se presentan en MR debajo a un umbral están controlados por procesos de eyección de partículas y no se pueden aproximar como GS. Lo anterior, afirma que se necesitan encontrar comportamientos para la zona combinada y que las tasas de desgaste en GS usando el enfoque fenomenológico o energético tiene que tratarse con precaución cuando se estudia PS.

1.4.3. Configuraciones en EF

Existen varios ensayos tecnológicos (entendidos como configuraciones experimentales) que se han desarrollado en institutos y centros de investigación. Estos ensayos se han comercializado en áreas particulares de la industria siendo los más destacados aeroespacial (turbo-maquinaria) y medicina (implantes).

Profundizar sobre estas configuraciones está fuera del alcance de este trabajo ya que su estudio comprende más el área de Diseño de Máquinas. A continuación, se resumen las condiciones de algunas pruebas implementadas en EF y que son útiles para la creación del modelo del Capítulo 4 y la correlación de resultados con experimentos.

La Fig. 1.8 muestra un modelo simplificado de un bloque (pad) en un espécimen. Lo que varía en los modelos por EF, principalmente es el tipo de geometría que utiliza el bloque y que cambiará las especificaciones mecánicas.

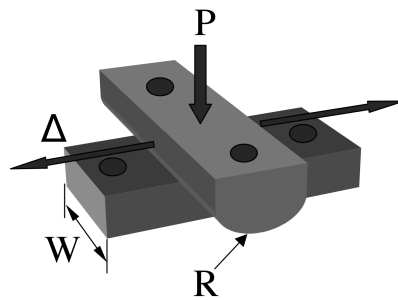


Figura 1.8: Configuración de la prueba utilizada en EF.

Otra prueba que se puede encontrar en la literatura se resume en la Tabla 1.5 (Fouvry, Paulin y Liskiewicz, 2007), en una aleación Ti-6Al-4V. Modelar desgaste por fretting en EF ha posibilitado una mejor comprensión de problemáticas donde se compromete el rendimiento mecánico de los materiales involucrados.

Se han identificado situaciones particulares, donde este tipo de desgaste junto con el fenómeno de fatiga juegan un papel preponderante, por ejemplo, en el sector de generación de energía y aeronáutico se han identificado en los dientes del acanalado de los ejes de transmisión y en la unión del disco que sujeta los álabes de turbinas (Ding, Leen, Williams y Shipway, 2008), en la industria petrolera en elevadores marinos flexibles (Zhang, McHugh y Leen, 2011), y en el sector salud en la unión de la cabeza femoral con el vástago (unión cónica cabeza-cuello) en prótesis de cadera modulares (English, Ashkanfar y Rothwell, 2015). Por la razón anterior, este conocimiento ha mejorado criterios de falla y se han seleccionado materiales alternativos o recubrimientos que puedan ser más efectivos.

Tabla 1.5: Modelos en EF tomados de arreglos experimentales

Autor	Geometría	Cargas desplazamientos	Especificaciones
McColl et al. (2004)	Cilindro en plano (R: 6 mm, B: 12 mm H:6 mm, E: 10 m)	P_1 : 185 N P_2 : 500 N P_2 : 1670 N δ : 50 μm	-(Acero de alta resistencia) $E=200\text{GPa}$, $\nu:0.3$, COF: 0.88, 0.75 y 0.68
Ding et al. (2004)	Cilindro en plano (similar a McColl)	Desplazamientos en varias zonas (GS y PS)	-Similar a McColl
Dick et al. (2006)	Cilindro en plano (R y W: 10 mm)	P_1 : 147 N/mm $\delta_{max}:75\mu\text{m}$	-(Ti-4Al-6V) ν : 0.9 y E : 119 GPa Elasto-plástico -Punzón (Ti17) ν : 0.286 y E : 101 GPa.
Mary et al. (2009)	Punzón en plano	De 3000N a 4000N (GS y PS)	Plano (Ti6242) ν : 0.286 y E : 99 GPa. Recubrimiento (CuNiIn) Elasto-plástico

1.5. Mecánica del contacto

1.5.1. Problemas de contacto

Los problemas de contacto se pueden clasificar en términos del área de contacto. Cuando el área de contacto incrementa con la aplicación de la carga se denomina *incompleto*. Por ejemplo, un cuerpo cilíndrico que se le aplica una carga normal y el área de contacto aumenta progresivamente y ésta no se detiene. Los problemas de contacto incompleto, generalmente tienen una distribución de presión de contacto normal limitada en los bordes (la presión de contacto cae a cero a medida que el punto de observación se mueve hacia el borde).

Cuando el área de contacto es definida solamente por la geometría de los cuerpos e independiente de la carga aplicada, el contacto se puede denominar *completo*. Un ejemplo de un contacto completo es un punzón con esquinas afiladas cargado de manera normal. Los contactos completos tienen una presión de contacto singular cerca del borde; si el contacto es muy afilado, la presión se va al infinito. En la realidad un borde muy afilado es muy difícil de obtener ya que, casi siempre se tienen pequeños radios, esto hace que los contactos sean localmente incompletos y que la presión de contacto esté acotada.

Algunos contactos se pueden clasificar como una combinación de ambos, y caen en la categoría de *contactos incompletos* (punzones planos con bordes redondeados).

Otra clase de clasificación se ha definido en términos de si son o no conformes: *contactos conformes* y *no conformes*; los no conformes tienen una zona de contacto muy pequeña en comparación con la curvatura de la superficie del cuerpo, y si el área cercana a la zona de contacto está magnificada, se puede ignorar la influencia de los límites lejanos y los cuerpos pueden idealizarse como semi-espacios o semi-planos, la posibilidad de idealizar los cuerpos como semi-infinitos permite derivar soluciones analíticas con la teoría de elasticidad. Un ejemplo de contacto no conforme, es un cilindro sobre un semi-plano. La mayoría de los materiales de ingeniería, el tamaño del área de contacto será muy pequeño comparado con su curvatura.

El contacto de un pasador en una cavidad, por otra parte, puede tener un tamaño de contacto del mismo orden de magnitud que la curvatura de los cuerpos; este contacto no se puede idealizar como semi-plano, ya que las fronteras, a sus alrededores no son despreciables; a este contacto se le denomina conforme. Para este trabajo, solamente se estudiarán los contactos incompletos tipo Hertz. La Fig. 1.9 muestra esquemáticamente la clasificación de los tipos de contactos.

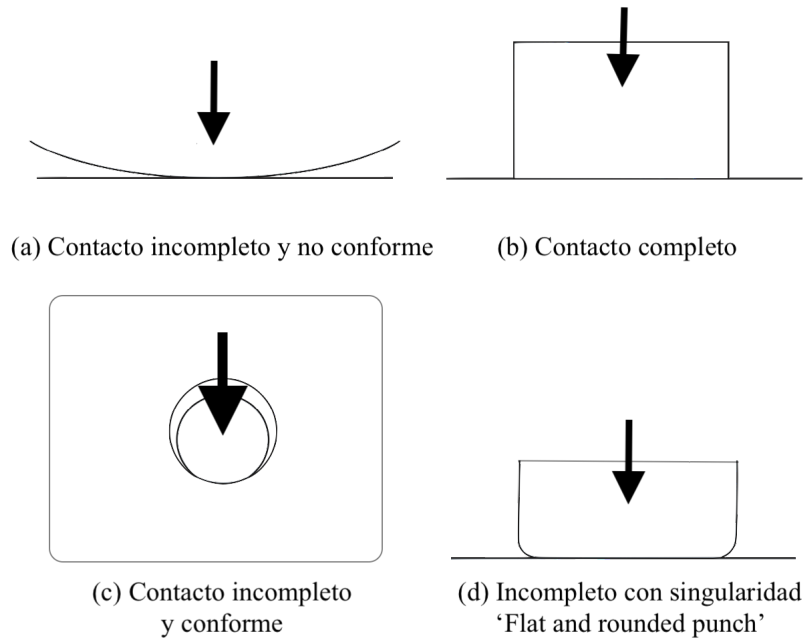


Figura 1.9: Caracterización de los contactos .

La mecánica del contacto se fundamenta en el trabajo de Heinrich Hertz, en 1882, obtuvo la solución analítica del problema entre dos cuerpos elásticos curvos. Un siglo después, 1972, Johnson, Kendall y Roberts (Teoría-JKR) encontraron una solución similar para el contacto adhesivo, a la par de Derjagin, Müller y Toporov (Teoría-DMT). Estas teorías resultaron correctas y consideradas como casos de un problema más general por Tabor. Bowden y Tabor fueron los que subrayaron la importancia de la rugosidad en el contacto. El concepto de contacto entre asperezas hoy es la base para entender la fricción y el desgaste (Johnson, 1987; Popov, 2010; Gnecco & Meyer, 2015).

La teoría de Hertz considera que las deformaciones son pequeñas dentro del límite elástico, las superficies son continuas y no conformes, por lo tanto, la deformación elástica puede calcularse asumiendo que cada sólido es un semi-espacio y no hay fricción.

La mecánica del contacto puede abordarse desde muchos puntos de vista: guías en manuales para mejorar diseños o impedir efectos nocivos, así como en la selección de materiales y desde el punto de vista teórico-experimental para validar modelos. A continuación se presentan las bases matemáticas que serán utilizadas en el modelo numérico del Capítulo 4.

La derivación y ecuaciones principales se encuentran en ‘Contact Mechanics’ (Johnson, 1987), a continuación se exponen algunos detalles. Para comenzar es útil definir la geometría de las superficies no conformes en contacto, (Fig. 1.10), los radios de curvatura son: R'_1, R''_1 y R'_2, R''_2 . Para el primer cuerpo $z_1 \simeq \frac{x^2}{2R'_1} + \frac{y^2}{2R''_1}$ y el segundo $z_2 \simeq \frac{x^2}{2R'_2} + \frac{y^2}{2R''_2}$ para x, y mucho menores a sus radios de curvatura. Cuando los cuerpos están en contacto en el punto 0 la separación de los puntos A_1 y A_2 es $h(x, y) = z_1 + z_2$. Sustituyendo las zetas y redefiniendo los radios de curvatura como radios relativos: $h(x, y) = \frac{x^2}{2R'} + \frac{y^2}{2R''}$.

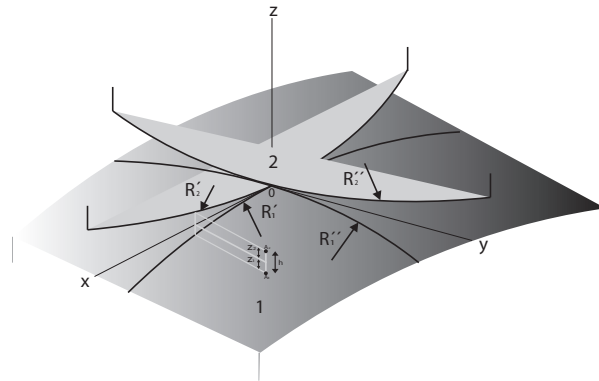


Figura 1.10: Contacto entre dos superficies no conformes no deformadas.

Para una h constante, la ecuación anterior es una elipse: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ con $a/b = \sqrt{R'/R''}$.

Antes de la deformación los cuerpos se tocan en cero y la separación de los puntos A_1 y A_2 es h . Si se aplica una carga normal como en la Fig. 1.11, los cuerpos son comprimidos y los puntos distantes T_1 y T_2 se aproximan al origen δ_1 y δ_2 . La separación final de A_1 y A_2 es $h' = h - (\delta_1 + \delta_2) + (w_1 + w_2)$ donde w_1 y w_2 son los desplazamientos elásticos normales a la superficie en A_1 y A_2 .

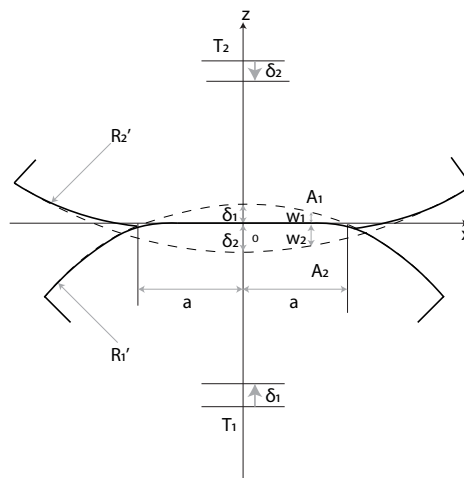


Figura 1.11: Contacto entre dos superficies deformables (no conformes).

Si los puntos A_1 y A_2 están dentro del área de contacto $h' = 0$. Por lo tanto $w_1 + w_2 = (\delta_1 + \delta_2) - h$ y $w_1 + w_2 = \delta - \frac{x^2}{2R'} - \frac{y^2}{2R''}$ cuando delta es la suma de deltas o cuando los desplazamientos elásticos se evalúan en cero (proximidad de los puntos distantes T_1 y T_2). Si los puntos A_1 y A_2 se encuentran fuera del área de contacto, $h' > 0$.

Hertz encontró que dentro de la geometría, si se sustituye la ecuación de la elipse se obtiene una ecuación integral singular que, por analogía al potencial electrostático satisface una distribución de presiones:

$$p(x,y) = p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}$$

1.5.2. Solución analítica cilindro en plano

Los componentes en ingeniería demandan soluciones tridimensionales de la teoría de elasticidad, pero en muchos casos por facilidad se pueden realizar simplificaciones, donde los desplazamientos están restringidos en el plano $x - y$. Se pueden obtener dos tipos de respuesta: esfuerzo plano y deformación plana. En la primera se asume que los cuerpos son delgados en la dirección z y por lo tanto, el esfuerzo en esa dirección es despreciable. En el segundo caso, los cuerpos son extendidos en la dirección z con lo que la deformación en esta dirección es despreciable y la ley de Hooke se puede escribir como: $\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$.

El problema de interés para este trabajo es el contacto entre dos cilindros desarrollado por (Sackfield, Hills y Nowell, 2013), utilizando las ecuaciones 1.5 que con condiciones de frontera adecuadas pueden describir el contacto normal y tangencial.

Utilizando la distribución de presión, $p(x)$, el desplazamiento normal, $h(x)$, la tracción cortante, $q(x)$, y el desplazamiento tangencial relativo, $g(x)$; es posible resolver el problema Hertziano de contacto entre dos cuerpos cilíndricos de acuerdo a las ecuaciones integrales para cuerpos elásticamente similares:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(\xi) d\xi}{x - \xi} \quad (1.5a)$$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial g}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(\xi) d\xi}{x - \xi} \quad (1.5b)$$

Donde $A = \left(\frac{\kappa+1}{4\mu} \right)$ y $\kappa = 3 - 4\nu$ son parámetros para deformación plana.

Contacto normal

El contacto geométrico entre dos cilindros con ambos ejes paralelos, Fig. 1.12, se puede describir como una interacción de tipo lineal o rectangular, y el problema se puede reducir al de cilindro sobre plano. La carga se describe en términos de una fuerza por unidad de longitud P/L o P' que produce un contacto rectangular (área proyectada) con longitud L y el ancho $2a$. A este ancho también suele designarse por medio de la letra b para distinguirla del radio de contacto que se utiliza en contacto entre esferas.

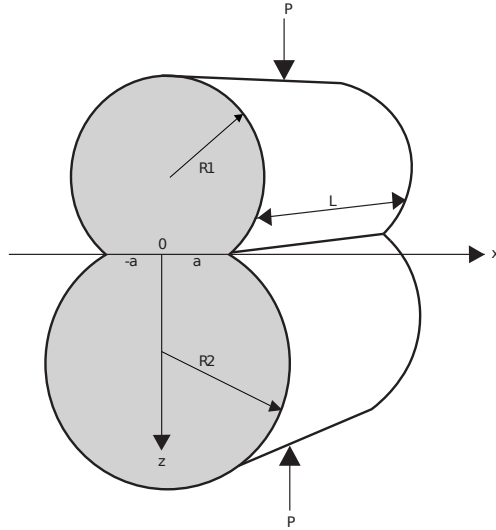


Figura 1.12: Deformación elástica en un punto entre dos cilindros paralelos.

La distribución de presión de contacto en función del eje está dada por la solución de Hertz de acuerdo con:

$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$$

La media anchura se obtiene de la siguiente expresión:

$$a = \left(\frac{4P'R}{\pi E^*}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.6)$$

Para obtener la presión máxima, Eq. 1.7, se sabe que la fuerza P es la integral de la presión de contacto bajo el área de contacto $P = Lp_0 \int_{-a}^a \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx = \frac{\pi}{2} Lp_0 a$. Se sabe que la presión media que actúa a través del área de contacto es equivalente a la fuerza dividida entre el área: $P = 2p_m a L$, lo que da lugar a que la presión máxima sea: $p_0 = \frac{4}{\pi} p_m = \frac{P}{L} \frac{2}{\pi a}$ con lo que finalmente solo queda sustituir en la Ec. 1.6.

$$P_0 = \left(\frac{P'E^*}{\pi R}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.7)$$

R es el radio de curvatura relativo entre los dos cuerpos y se define en términos de los radios R_1 y R_2 (solo que en este caso un radio es infinito) como:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1.8)$$

El módulo reducido (reduced modulus) E^* depende de E_1 y E_2 , ν_1 y ν_2 de la forma:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^2)}{E_2} \quad (1.9)$$

La distribución de esfuerzos dentro del sólido de la geometría tratada anteriormente se indica gráficamente en la Fig. 1.13, con las ecuaciones 1.9. σ_{xx} y σ_{zz} representan los esfuerzos principales a lo largo del eje z mientras que el esfuerzo cortante principal es τ_1 (radio del círculo de Mohr). Con $z=0$, $\sigma_{xx} = \sigma_{zz} = -p$, $\tau = 0$. Además, el esfuerzo cortante es máximo en el eje de carga a $0.30 p_0$ con $z=0.78 a$ (estos valores no dependen de ν).

El contacto plástico de un contacto lineal se puede consultar en el Anexo 1 de manera ilustrativa; este tema queda fuera del alcance de este trabajo.

$$\sigma_x = -\frac{p_0}{a} \left[(a^2 + 2z^2)(a^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} - 2z \right] \quad (1.10a)$$

$$\sigma_z = -\frac{p_0}{a} (a^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.10b)$$

$$\tau_{max} = -\frac{p_0}{a} \left[z - z^2 (a^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (1.10c)$$

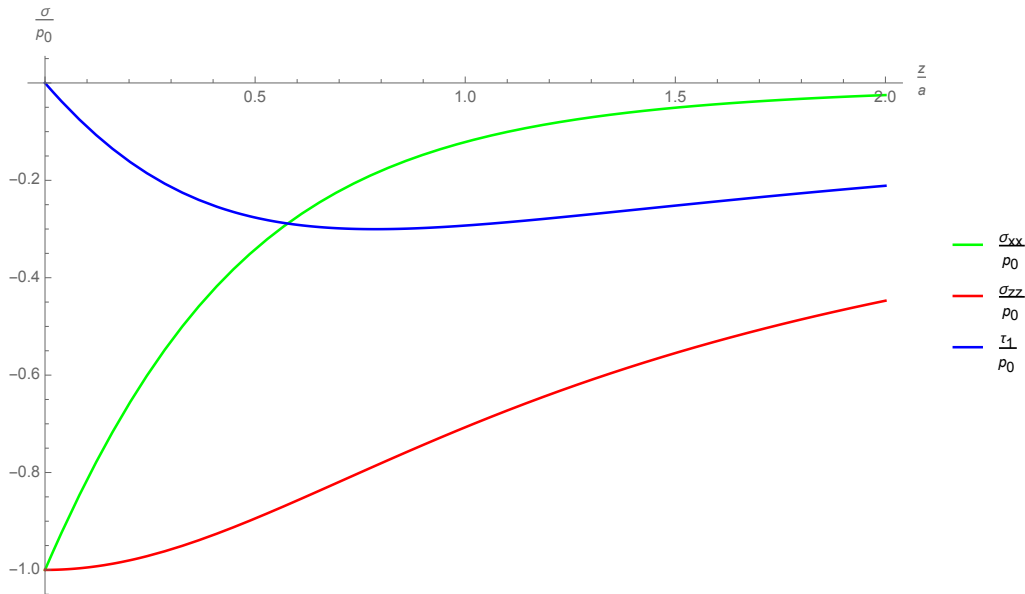


Figura 1.13: Distribución de esfuerzos del contacto entre cilindros para $a = 1$.

Contacto tangencial

Antes de comenzar, es oportuno mencionar las *leyes de fricción* que constituyen el *modelo de fricción simple* propuesto por Amontons (1699) y Coulomb (1785), no son propiamente leyes, éstas se basan en las observaciones del contacto tangencial entre cuerpos rígidos. De manera simplificada, el modelo de fricción simple indica que la fuerza de fricción, Q , es proporcional a la fuerza normal, P , por un coeficiente (coeficiente de fricción, μ , estático o cinético), Q actúa en la dirección opuesta al movimiento relativo entre los cuerpos y es independiente del área aparente de contacto. Además, la fricción cinética es independiente de la velocidad de deslizamiento.

Para dos cilindros presionados por una carga normal, P , a la que subsecuentemente se le aplica una carga tangencial, Q , se da lugar a una tracción cortante, $q(x)$, este análisis es una extensión de la teoría de Hertz que fue descrita por Cattaneo en 1938 e independientemente por Midlin en 1949. Dependiendo de las condiciones de carga, se pueden obtener dos comportamientos: deslizamiento parcial y deslizamiento pronunciado: El primero es importante en los estudios de fatiga y el segundo en los de desgaste.

Para deslizamiento parcial (PS: partial slip), la carga cortante aplicada es usualmente menor que el umbral de deslizamiento pronunciado, Fig. 1.14. Un régimen de deslizamiento parcial se desarrolla en los bordes dentro de las dos regiones simétricas $c \leq |x| < a$ que rodean una región central de adherencia 'stick', $|x| < c$.

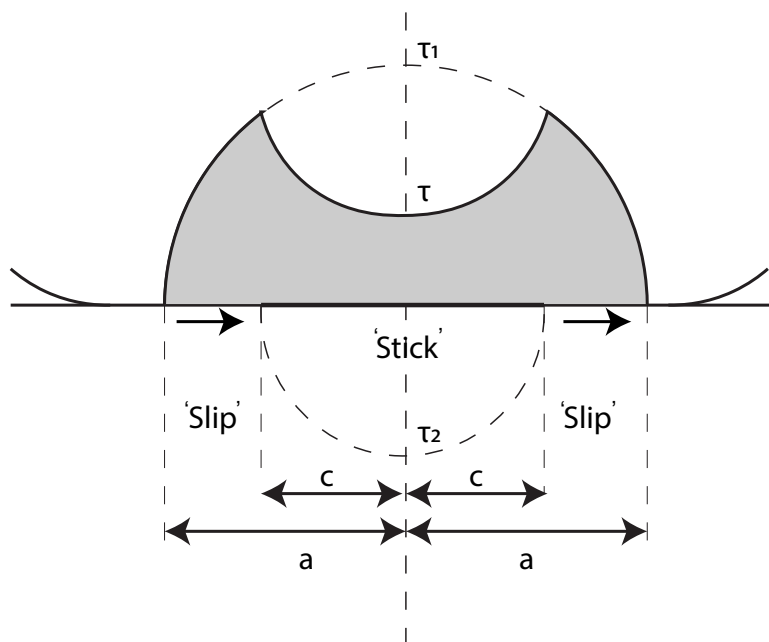


Figura 1.14: Distribución de esfuerzos tangenciales para deslizamiento parcial.

Por lo anterior, es adecuado modelar la tracción cortante como una perturbación de dos contribuciones:

$$q(x) = \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} + q'(x)$$

Donde la perturbación $q'(x)$ es cero en las zonas de deslizamiento ($c \leq |x| < a$). En la zona de adherencia, la forma de $q'(x)$ puede ser encontrada si se resuelve 1.5 (b) o si se reconoce que no hay variación en el desplazamiento relativo entre los puntos correspondientes $g(x)$ en esa región, con lo que:

$$\frac{q'(x)}{\mu p_0} = \begin{cases} 0 & \text{si } c \leq |x| < a \\ -\frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{c}\right)^2} & \text{si } |x| < c \end{cases}$$

El tamaño de la zona de adherencia, c , se encuentra con la siguiente expresión:

$$\frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu P}}$$

La tracción cortante general a través de todo el contacto está dado por la superposición de las dos contribuciones cortantes a veces escrita por la letra τ . La Fig. 1.15 muestra una serie de perfiles que se programaron y que forman parte de un compendio de resultados de mecánica de contacto.

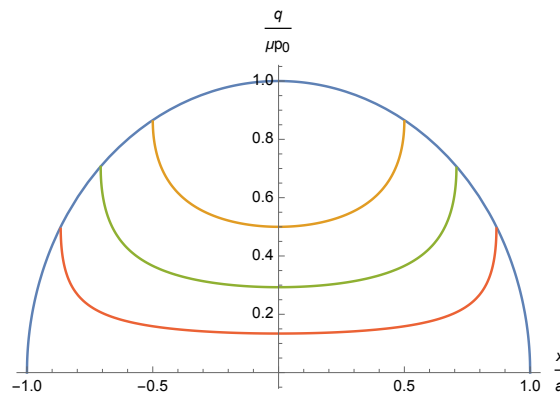


Figura 1.15: Distribución de esfuerzos tangenciales para deslizamiento parcial.

1.6. Formulación del problema

Entre los objetivos principales del estudio de movimiento oscilatorio de baja amplitud ('fretting'), destaca la obtención de criterios para evitar fatiga y la cuantificación de desgaste y la influencia conjunta de estos fenómenos. La información necesaria para el análisis es: el estado de esfuerzos en la frontera del contacto, la distribución de tracciones en la superficie y el desplazamiento tangencial relativo de los puntos de contacto dentro de la región de desplazamiento. Además, existe una dependencia geométrica (bulk) así como microestructural. Desde el punto de vista mecánico, las variables anteriores controlan el desarrollo y el crecimiento de grietas y también aportan información de la influencia del desgaste. Lo anterior, es un trabajo muy complejo desde el punto de vista técnico por lo que se prefiere sistematizar el análisis.

Independientemente de la aplicación o fin del estudio, los pasos generales para establecer el problema son:

a) Decidir la finalidad del problema y la información deseada: Para efectos de este trabajo, la finalidad es implementar un código que cuantifique el desgaste como producto del movimiento oscilatorio de baja amplitud. El modelo numérico puede ser validado por medio de soluciones analíticas y el desgaste con los trabajos en la literatura.

b) Identificar la geometría del sólido a modelar: La configuración de contacto es de tipo lineal y se puede modelar como dos cilindros, con sus ejes paralelos que salen de un plano bidimensional (es decir, el problema se puede simplificar como deformación plana). Lo anterior, permite conocer el campo de esfuerzos y de desplazamientos.

c) Determinar las cargas aplicadas en el sólido: La simplificación geométrica ayuda en definir las condiciones de frontera y las cargas aplicadas. Para este modelo, en el cilindro actúa una carga normal en el primer paso y desplazamientos tangenciales, en los pasos subsiguientes que completan un ciclo de desgaste mientras que la base está empotrada.

d) Decidir qué física debe ser incluida en el modelo: Se hace uso de la ecuación fenomenológica de desgaste, como una primera aproximación que se acelera por un factor que se equipara a los ciclos de desgaste solicitados por el usuario.

e) Elegir la ley constitutiva que describe el comportamiento del material: Por simplicidad, se utilizan materiales reportados en la literatura que están sujetos a este tipo de desgaste y que muchos parten de ser sólidos lineales e isotrópicos.

f) Resolver el problema: El problema global se puede resolver solo por EF, ya que no hay soluciones analíticas disponibles pero, se pueden aplicar instancias de validación, por ejemplo, en la presión de contacto y los desplazamientos iniciales, los demás resultados solamente serán corroborados en la literatura y de manera experimental.

Capítulo 2

Estado del arte de modelos de desgaste

En este capítulo se presenta el estado del arte de las metodologías para modelar y simular desgaste ‘fretting’ que se pueden encontrar en la literatura. A lo largo del tiempo, los modelos que se han generado, pretenden describir y predecir este fenómeno por medio de diferentes métodos como son: MEF (método de elemento finito), MPC (método de programación cuadrática), MSA (método semi-analítico) y MRD (método de reducción dimensional). Este trabajo aborda principalmente el MEF pero, se advierte que los métodos citados pueden ser un complemento muy valioso.

Los modelos se pueden clasificar en dos categorías: (1) Modelos mecánicos (basados en los mecanismos de falla de los materiales) y (2) modelos fenomenológicos (basados en la mecánica del contacto). Este trabajo utiliza la segunda de ellas ya que permiten una formulación diferencial, importante para discretizar la geometría y son relativamente fáciles de implementar dada la no-linealidad en el contacto. Además, una ventaja importante es que son escalables a aplicaciones más complejas que acoplan fenómenos de fatiga y fractura.

2.1. Modelos fenomenológicos

Los primeros modelos fenomenológicos aplicando el MEF para comprender el desgaste ‘fretting’, utilizaron la geometría cilindro sobre cuerpo rígido plano (*cylinder-on-flat*). Dichos modelos estaban restringidos a contactos metálicos ya que despreciaban el efecto de los residuos de desgaste (*debris*); esta simplificación posibilitaba que el problema se tradujese a uno puramente de tipo contacto donde era aplicable la ecuación clásica o la de energía en forma local. Una de las publicaciones fundacionales donde se describe la utilización del MEF, fue propuesta por (McColl, Ding y Leen, 2004). El modelo simula el desgaste, la evolución de las variables locales de contacto en la subsuperficie (deslizamiento relativo, presión de contacto y distribución de esfuerzos). La finalidad de esta herramienta fue de comparación experimental.

La elección del MEF se fundamentaba en la captura fehaciente de las variables de contacto en la subsuperficie durante el proceso de desgaste. Por lo tanto, era claro que la malla en la zona de contacto tenía que refinarse (un gran número de elementos en una zona pequeña), dado el componente tangencial; esto se logró vía un algoritmo de atenuación.

Debido a las limitaciones computacionales, no era conveniente modelar cada ciclo de manera explícita por lo que, se ideó una técnica de optimización, *técnica de saltos cíclicos*, bajo el supuesto que el desgaste es constante dentro de un número pequeño de ciclos. Este enfoque agiliza la simulación por medio de un factor ΔN (*cycle jumping factor*) que se multiplica por el desgaste incremental y permite usar un ciclo de desgaste computacional para modelar N ciclos reales.

Para calcular la profundidad local de desgaste, se tiene que definir en el modelo la geometría de contacto (*bulk geometry*), las propiedades mecánicas, la carga normal, el desplazamiento tangencial (*stroke*), el coeficiente de fricción μ , el coeficiente local de desgaste k_l , el número total de ciclos N y el factor de aceleración o saltos cíclicos ΔN . La Ec. 2.1 expresa de forma local la profundidad de desgaste $\Delta h_{i,j}$ en términos de la presión $p(x_j, t_k)$ y el desplazamiento $\Delta s(x_j, t_k)$ multiplicados por el factor de aceleración ΔN de uno a n incrementos.

$$\Delta h_{i,j} = \sum_{k=1}^{n_{inc}} \Delta N k_w p(x_j, t_k) \Delta s(x_j, t_k) \quad (2.1)$$

La Fig. 2.1 muestra dos resultados, (a) indica la presión de contacto ante el incremento de los ciclos de desgaste. Para $P=185\text{ N}$ la presión es casi 300 MPa y a medida que aumentan los ciclos el perfil de presión se aplanan en un intervalo de 0.6 mm . Este tipo de gráficos evolutivos tienen la ventaja que para el ciclo cero la solución numérica y analítica tienen que ser idénticas (primera validación). (b) Muestra qué tan dispar es la huella de desgaste (numérica y experimental con $P=185\text{ N}$) en un intervalo horizontal de 0.5 mm ; la profundidad de desgaste es casi igual de no ser por la rugosidad en la muestra real.

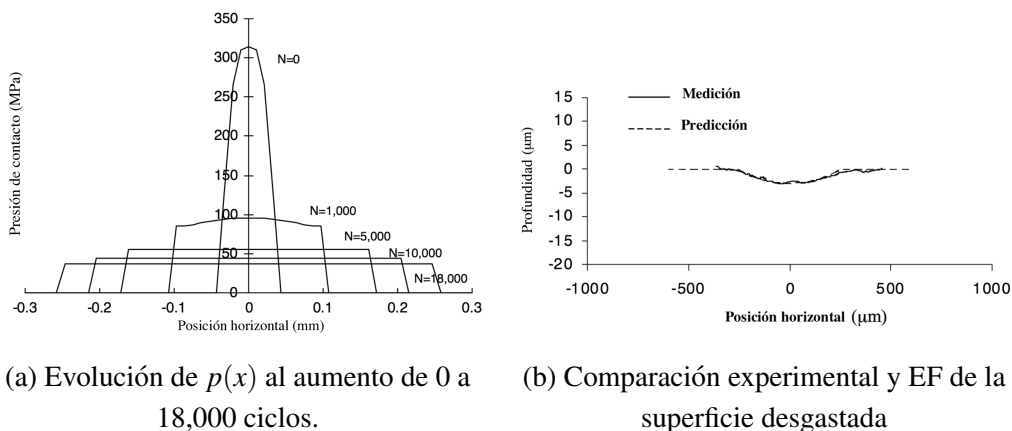


Figura 2.1: Resultados del modelo de McColl, Ding y Leen, 2004.

Utilizando la herramienta anterior, publicaciones posteriores ahondaron en el análisis del perfil de esfuerzos en la subsuperficie, (Ding, Leen y McColl, 2004). Los regímenes estudiados fueron el de deslizamiento pronunciado y parcial ($GS = \pm 10 \mu\text{m}$ y $PS = \pm 2.5 \mu\text{m}$) con la misma carga normal ($P = 1200 \text{ N}$), un coeficiente de desgaste local de $1.0 \times 10^{-7} \text{ MPa}^{-1}$ de una aleación experimental CrMoV y con 18,000 ciclos de desgaste.

La Fig. 2.2 muestra dos gráficas representativas del deslizamiento parcial (PS). En (a) se puede observar la distribución de la presión de contacto en la región de adherencia y en la región de deslizamiento (bordes) al aumento de 0 a 18,000 ciclos.

Se observa que la presión de contacto es más elevada en la zona de los bordes que en la región central (zona de adherencia); una conclusión es que al presentarse una presión excesiva en los bordes la nucleación y propagación de grieta tienden a ocurrir. Esto reafirmó lo que ya se sabía de manera experimental desde los años 60's del régimen de deslizamiento parcial.

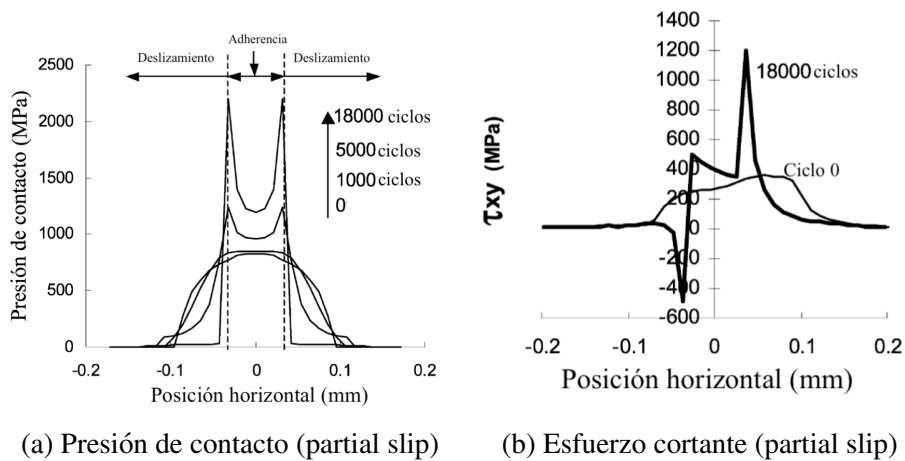


Figura 2.2: Resultados de deslizamiento parcial, (Ding, Leen y McColl, 2004)

Hyde, Leen y McColl, 2005, emplearon una metodología para simular experimentalmente las condiciones de 'fretting' en acoplamientos de ejes con geometría y condiciones de carga complejas, utilizando una probeta representativa que iba retroalimentándose de experimentos para capturar su diseño vía un proceso iterativo de EF.

El enfoque fue satisfactorio al imitar las interacciones esenciales en los dientes de un acoplamiento estriado. Asimismo, el enfoque ofrece una forma económica para desarrollar esquemas paralelos en la etapa de diseño para un análisis posterior. Este trabajo fue el iniciador del acoplamiento del fenómeno de fatiga.

Paulin, Fouvry y Meunier, 2008, desarrollaron un modelo en EF utilizando el enfoque basado en energía. Una de las ventajas del enfoque energético, es su independencia del coeficiente energético de desgaste con la carga normal y la amplitud de desplazamiento.

Tanto el enfoque clásico como el energético son adecuados para describir el desgaste en la condición de desplazamiento pronunciado (GS). Sin embargo, los resultados difieren bajo la condición de desplazamiento parcial (PS), donde el enfoque energético es más versátil debido a dicha independencia de variables además de su uso cuando el coeficiente de fricción no es constante.

El enfoque basado en energía (muy similar al clásico) se puede escribir por medio de la Ec. 2.2, donde las únicas variables que cambian son el coeficiente de desgaste energético α y la tracción cortante $q(x_j, t_k)$.

$$\Delta h_{i,j} = \sum_{k=1}^{n_{inc}} \Delta N \alpha q(x_j, t_k) \Delta s(x_j, t_k) \quad (2.2)$$

Para cuantificar la profundidad de desgaste local, los autores utilizaron un concepto útil en la implementación: la caja de desgaste (*wear box*) donde los nodos son trasladados una distancia normal a la superficie, la Fig 2.3 muestra este concepto aplicado a un espécimen desgastado. Para aplicar su modelo se necesita de la definición de un archivo de entrada (sin desgaste), el análisis de un ciclo ($i = 1$), el uso del factor de aceleración para llegar al número de ciclos totales. Muchos de estos esquemas hoy en día se han automatizado en scripts y el desgaste es solo una parte de un entramado más complejo.

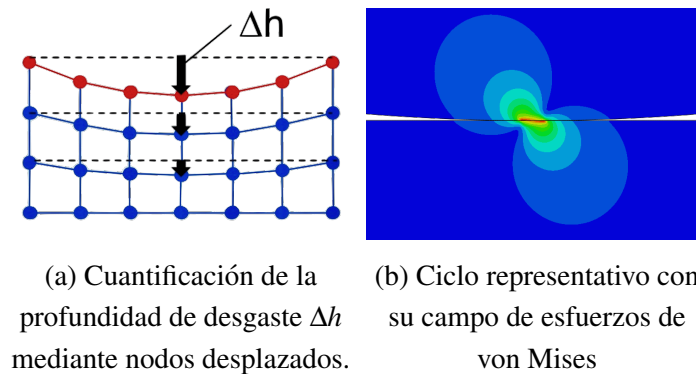
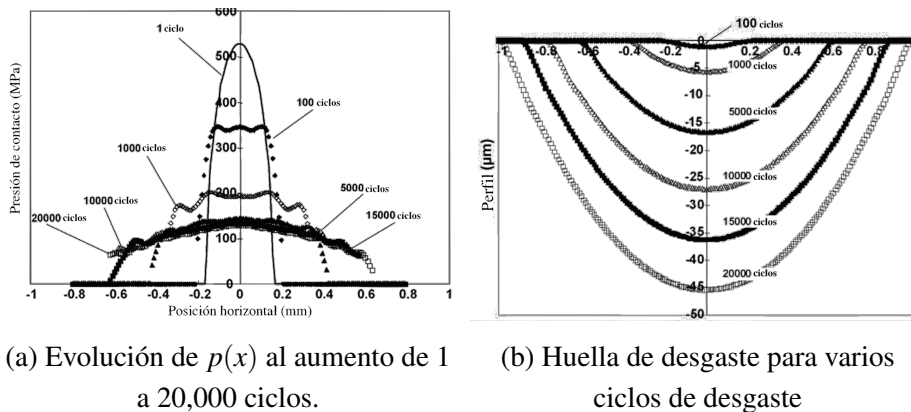


Figura 2.3: Concepto y aplicación de la ‘caja de desgaste’.

Los resultados numéricos del enfoque energético mostraron una buena correlación con los experimentales pero, se advirtió una ligera subestimación de la profundidad máxima debido a los fenómenos de adherencia y a la distribución del tercer cuerpo en algunos materiales estudiados. Por consiguiente, en trabajos posteriores se investigó la relación del desgaste global y local en varias formulaciones matemáticas complementando con EF.

Por ejemplo, para el par Ti-6Al-4V una aproximación más fidedigna necesitaba calibrar el tipo de mecanismo de desgaste (en dicho caso por ser de adherencia los resultados fueron adecuados, pero no lo hubiera sido, si el mecanismo predominantemente hubiera sido abrasivo u otro). Las propiedades mecánicas de su estudio resultaron: $E= 121$ GPa, $\nu= 0.29$, $\sigma_0= 950$ MPa y dureza $HV_{0.3}= 360$. Las sollicitaciones mecánicas del estudio mencionado establecieron: carga normal de 400 N, espesor de contacto de $160 \mu\text{m}$; encontrando una presión máxima de 525 MPa para $N= 1$.

La Fig. 2.4 muestra resultados de la presión de contacto contra la posición horizontal de 1 a 20,000 ciclos y el perfil de la huella de desgaste con los nodos desplazados. Los 20,000 ciclos ‘fretting’ corresponden a 200 cómputos iterativos. Los resultados obtenidos además de confirmar los estudios analíticos, sugieren que una distribución tipo meseta asociada al valor promedio de presión es adecuada para describir el campo de presión y esfuerzo cortante impuestos en el contacto.



(a) Evolución de $p(x)$ al aumento de 1 a 20,000 ciclos. (b) Huella de desgaste para varios ciclos de desgaste

Figura 2.4: Resultados del modelo de Paulin, Fouvry y Meunier, 2008.

Una mejora en el tiempo de cómputo fue propuesta por (Madge, Leen, McColl y Shipway, 2007). La mejora efectúa un ajuste espacial de los nodos de contacto, a través de la subrutina definida por el usuario UMESHMOTION (disponible en el código comercial de EF Abaqus), esta subrutina trabaja en el marco de la restricción de malla adaptativa para adaptarla a las geometrías en evolución.

Entre los diversos beneficios de esta subrutina, destaca que la actualización se realiza de forma incremental a lo largo del ciclo ‘fretting’, lo que proporciona resultados más estables en comparación con las actualizaciones realizadas al final del ciclo (técnicas de remallado).

Se pueden utilizar saltos cíclicos más grandes disminuyendo el tiempo de cómputo (resolver las ecuaciones de equilibrio) pero, tiene la desventaja que solamente da acceso a datos de presión de uno de los cuerpos; lo que evita el cálculo de desgaste en ambas partes. Lo anterior se ha evitado al transferir los datos de presión de la otra parte e interpolarlos. En publicaciones más recientes el enfoque energético se ha evaluado utilizando esta subrutina con buenos resultados.

Madge, Leen, McColl y Shipway, 2007; Madge, Leen y Shipway, 2007, 2008; Madge, 2009 desarrollaron una metodología para predecir los efectos del desgaste en la nucleación y propagación de grietas bajo condiciones de desgaste. La metodología combina el modelado de desgaste (UMESHMOTION) con la predicción de un plano crítico para identificar la nucleación de la grieta.

La metodología mencionada sirvió para comparar los resultados de ensayos tecnológicos de fatiga en materiales Ti-6Al-4V dentro de un rango de amplitudes de desplazamiento (PS, GS y combinado). Se demostró que un modelado por separado de la nucleación y la propagación de grieta en presencia de desgaste, puede afectar significativamente la predicción de la vida útil del componente; lo que concluyeron los autores fue que el desgaste juega un papel muy importante en estos análisis.

Los resultados obtenidos fueron consistentes con las observaciones experimentalmente sobre la influencia del desgaste en la fatiga: en la condición de GS el desgaste retarda significativamente la velocidad de propagación de grieta mientras que, en la condición de PS sucede lo contrario y la grieta se propaga más rápido a través de los bordes (zona de deslizamiento).

La metodología que implementaron Madge et al., Fig 2.5, se basa en tres instancias que se interrelacionan: Modelado de desgaste (utiliza la ecuación de desgaste clásica y la subrutina UMESHMOTION), la nucleación de grieta por medio del cálculo del plano crítico (parámetro SWT) y la tercera es cómo se va a comportar la propagación de la grieta junto con la cuantificación de la vida útil del componente mecánico.

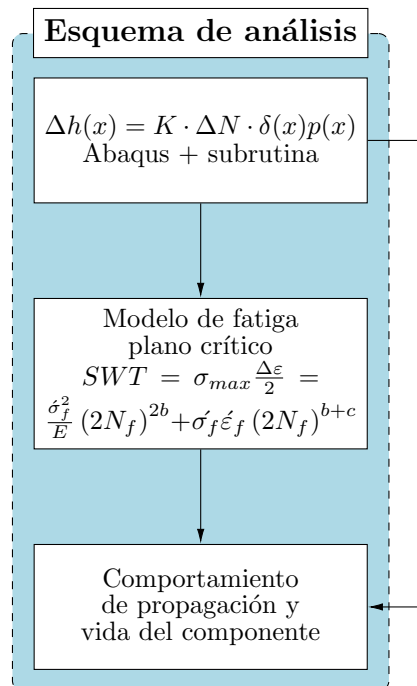


Figura 2.5: Metodología de la influencia del desgaste en la fatiga.

En dicho esquema, la vida total por fatiga se define como: $N_f = N_i + N_p$ donde N_i es el número previsto de ciclos para la nucleación de una grieta corta y N_p es el número previsto de ciclos para que esta grieta (corta) crezca hasta la falla; definida como el número de ciclos en los que la longitud de la grieta es igual a la mitad de la profundidad del espécimen de fatiga. El análisis de desgaste se utiliza para determinar la evolución del contacto y calcular los esfuerzos y deformaciones internas, que son utilizados para determinar la nucleación N_i y su ubicación. Luego se emplea un submodelo que se basa en la mecánica de la fractura para simular el crecimiento de grieta tomando en consideración el sitio establecido de la nucleación.

El modelo en EF se fundamenta en una prueba de fatiga fretting, en dicha prueba, los elementos a modelar son el espécimen y la superficie en contacto que la desgasta (pad). En el esquema desgaste-fatiga, un aspecto importante es la retroalimentación experimental. Por ejemplo, en este proceso las probetas fueron ensayadas experimentalmente en una aleación Ti-6Al-4V de fase dual: α HCP y β BCC tratada térmicamente a 935° por 1.75 h, enfriada en aire, recocida a 700° por 2 h en vacío y posteriormente enfriada en argón. El historial de carga experimental consta de tres sollicitaciones: una carga normal constante en el pad (la superficie de la probeta se traduce en una presión de contacto), un desplazamiento horizontal cíclico (seleccionando el régimen de deslizamiento GS o PS y que en la superficie es una tracción cortante cíclica) y un esfuerzo de fatiga cíclico (bulk).

Para el modelo en EF, el material fue modelado como elástico y lineal con $E = 126\text{GPa}$ y $\nu = 0.32$ y un valor estimado del coeficiente de desgaste de $2.75 \times 10^{-8} \frac{\text{mm}^3}{\text{Nmm}}$. La Fig. 2.6 muestra la evolución de la presión de contacto debido al desgaste para: a) GS de $8.7 \mu\text{m}$ y b) PS para un desplazamiento de $2.8 \mu\text{m}$. En a) se nota que a medida que aumentan los ciclos la presión de contacto decae gradualmente, el punto de contacto aumenta con el número de ciclos y el perfil no es simétrico en el rango de carga, en b) de 0 a 25,000 ciclos se desarrolla un pico localizado en frontera de la zona de adherencia y deslizamiento.

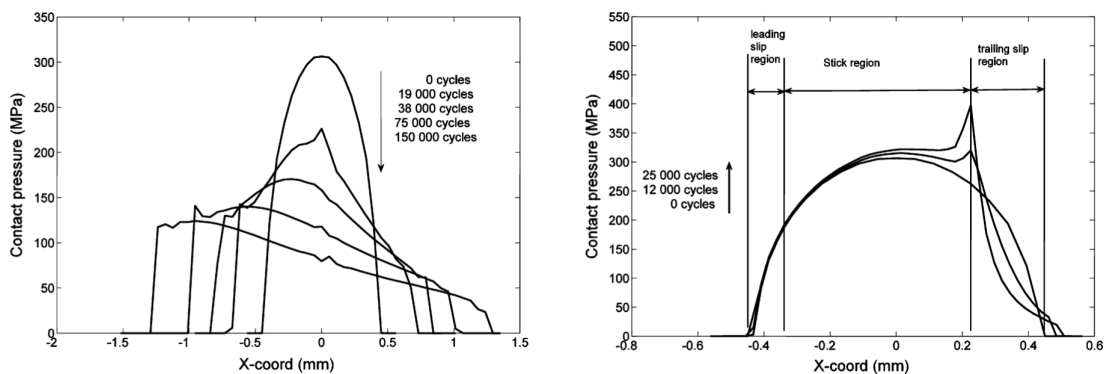


Figura 2.6: Resultados representativos de la influencia del desgaste en GS y PS, Madge, 2009

2.2. MEF: Aplicaciones

Hegadekatte, Huber y Kraft, 2004; Hegadekatte, Kurzenhäuser, Huber y Kraft, 2008 propusieron un proceso sistemático para cuantificar el desgaste en componentes mecánicos complejos. Su trabajo aborda el estudio de componentes micro-mecánicos, para obtener resultados experimentales utiliza tribómetros perno en disco (*pin-on-disc*) y disco doble (*twin-disc*) donde se asume que el desgaste ocurre en un solo disco.

En sus investigaciones se proponen diferentes métodos numéricos. El principal es un método computacional incremental a escala global (*global incremental wear model* - GIWM) y se obtiene la profundidad de desgaste usando el enfoque fenomenológico; algunos de sus avances son la captura del efecto del coeficiente de fricción y análisis del tipo de lubricación.

Para verificar la profundidad de desgaste que se obtiene con esta herramienta se comparó con dos herramientas de tipo local: un procesador de desgaste (*wear -processor*) y la subrutina UMESHMOTION. Los autores comprobaron que los resultados del GIWM era favorable a las dos herramientas, la diferencia entre las tres fue de 16% (resultados aceptables dadas las grandes incertidumbres experimentales y numéricas). La subrutina fue utilizada para el estudio de disco doble con resultados adecuados. La Fig. 2.7 muestra la comparación de los tres esquemas para obtener la profundidad de desgaste de un ZrO_2 .

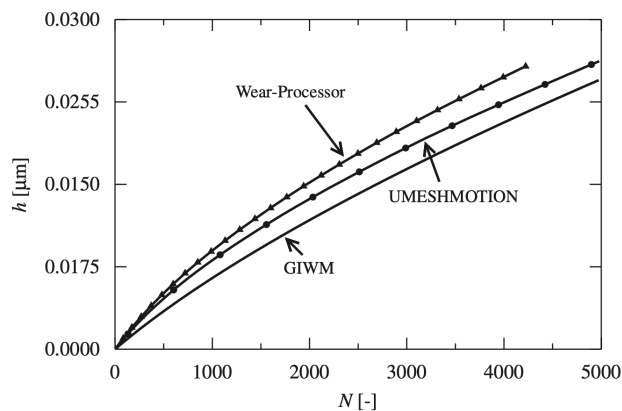


Figura 2.7: Métodos numéricos para la obtención de profundidad de desgaste.

GIWM:

- Una herramienta para una identificación rápida
- Modelo de desgaste a escala global
- Limitación en geométricas complejas y tipos de superficies
- Fácil de implementar

Wear-processor y UMESMOTION:

- Una herramienta para estudios de efectos localizados
- Modelo de desgaste a escala local
- Múltiples geometrías
- Computacionalmente muy demandante

Ding, McColl, Leen y Shipway, 2007 propusieron un modelo de EF que considera un tercer cuerpo como una capa de elementos con diferentes propiedades mecánicas que se forma en las filas superiores del cuerpo inferior. Las propiedades mecánicas del tercer cuerpo fueron calibradas al coincidir el modelo con las curvas de histéresis. La geometría de contacto se actualiza incrementalmente para tomar en cuenta la remoción material como función de la presión de contacto y el deslizamiento local.

Mary et. al (2007) presentaron el enfoque de energía para cuantificar los procesos de desgaste en dos planteamientos: el primero de tipo global y el segundo de tipo local. Para justificar lo anterior, utilizaron una única energía de fricción donde la remoción de material producida por el desgaste está relacionada por la energía de fricción disipada a través de la intercara. Sus preguntas fueron: ¿cómo un enfoque de energía puede ser formalizado para cualquier respuesta de desgaste que exhibe tanto comportamientos adhesivos como no adhesivos?, ¿cómo se puede predecir la cinética de la profundidad local y qué parámetros intervienen?, ¿cómo se puede predecir la durabilidad de la superficie? y ¿cómo se puede formalizar mediante una descripción energética de desgaste única?

Con las preguntas anteriores, mediante un estudio intensivo de materiales metálicos y cerámicos, geometrías de contacto de tipo cilindro/plano, esfera/ plano y plano/plano a escalas: micro-meso y macro los investigadores evaluaron la estabilidad del enfoque energético en situaciones de desgaste adhesivo como no adhesivo. Su formulación encontró que: la cinética del desgaste de un par no-adhesivo se puede cuantificar a través de una formulación de energía solo considerando la fricción, mientras que en el caso de desgaste adhesivo los comportamientos estaban mejor formulados por una descripción de deslizamiento reducida de energía. Algunas de las implicaciones que tiene lo anterior en esquemas de EF (que no integra la presencia de tercer cuerpo) implica que está restringido a intercargas de desgaste no-adhesivas y es aplicable el uso de la ecuación $h(x) = \alpha \Sigma E d(x)$ donde $h(x)$ es la profundidad local de desgaste en la posición x de la intercara.

Entre las conclusiones del trabajo de los autores se destaca: Para pares no-adhesivos como los de tipo cerámicos (TiC, TiN, etc), se pueden cuantificar aplicando la descripción de energía simple.

Para pares adhesivos (metales ligeros como Ti y Al) que consideran el proceso de eyección de partículas es mejor considerar una formulación de energía reducida (sliding reduced energy wear formulation) que en términos sencillos implica la normalización de la energía disipada con la amplitud de deslizamiento aplicada, lo que permite que la cinética de desgaste de ese tipo de contactos pueda trabajarse como una razón. En el caso de las simulaciones de EF, la conclusión es que la evolución de la intercara de contacto está controlada por la transición de una distribución elíptica a una homogénea de la cinética de la profundidad de desgaste en la huella.

Mary, Fouvry, Martin y Bonnet, 2011 estudiaron un par metálico de manera experimental para validar una regla de desgaste energética global y poderla aplicar a un modelo experimental de manera local. La configuración utilizada fue cilindro sobre plano con un tribo-par homogéneo Ti-Al-4V (propiedades mecánicas: $E=119$ GPa, $\nu = 0.33$ y $\sigma_{0.2}=970$ MPa). La equivalencia de profundidad de desgaste local está dada en función de la posición como: $h(x) = \gamma\Omega(x) \mu\text{m}$.

Mary et al. 2011 realizaron un ensayo experimental para emular las condiciones de contacto entre el rotor y los álabes de una turbina. Un elemento representativo (Ti17) con un recubrimiento por plasma CuNiIn fue analizado contra una aleación Ti6242 para identificar los regímenes de desgaste y los parámetros de influencia.

El CuNiIn se utiliza para proteger contra el ‘fretting’, dada su capacidad de acomodo por deformación plástica, en conjunto con un lubricante sólido de grafito para promover el deslizamiento mientras se disminuye el coeficiente de fricción.

La geometría experimental fue punzón sobre cuerpo rígido plano (*punch-on-plane*) para emular la presión pico generada por un contacto real (disco-álabe en la muesca). Los módulos de elasticidad de los materiales fueron Ti17= 102 GPa, Ti6242= 99 GPa y recubrimiento CuNiIn= 66 GPa.

La simulación fue utilizada para estimar la presión de contacto variable junto con el deslizamiento, el sustrato de Ti se seleccionó elástico y el recubrimiento elasto-plástico. Los resultados de su simulación indican un pico máximo de presión en los bordes laterales, Fig. 2.8; al final de cada ciclo se obtuvo la profundidad local incremental en el contacto.

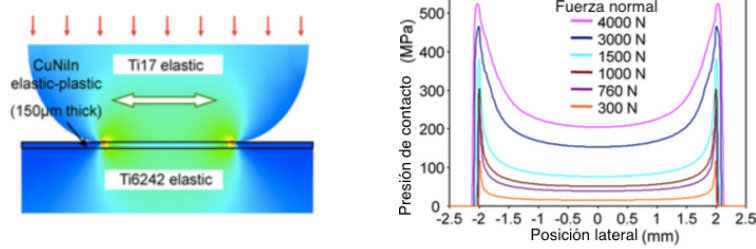


Figura 2.8: Modelo y su perfil de presiones: Ti17 con CuNiIn contra Ti6242 (Mary, Fouvry, Martin y Bonnet, 2011).

Cruzado, Urchegui y Gómez, 2014 efectuaron una serie de estudios de huellas de desgaste en cables de acero con diferentes ángulos de cruce, entre sus conclusiones se destaca una metodología para huellas de desgaste elípticas, correlacionando el modelo con el experimento y con predicciones efectivas inferiores al 15% de error para este sistema tribológico. Los cables utilizados fueron del tipo de 7 hilos con 19 cables individuales en cada uno.

Su diámetro de 0.45 mm, estirados en frío de acero al carbono eutectoide con 0.8% C y esfuerzo de cedencia superior a 2800 MPa. Su estudio experimental consistió en pruebas en un tribómetro para amplitudes de $130 \mu\text{m}$ con una carga de 1.0 N, los ángulos de cruce fueron: 15° , 30° , 45° y 60° . La Fig. 2.9 muestra el tamaño de huella obtenida experimentalmente y su modelo en EF.

En a) se muestra la profundidad de desgaste contra la posición longitudinal del eje del cable (las dos en mm) cercanas en los tres casos (modelo original, EF y experimental) a 0.02 mm. En b) se aprecia que los perfiles para los tres casos de la profundidad contra la posición longitudinal del eje de la huella son muy parecidos.

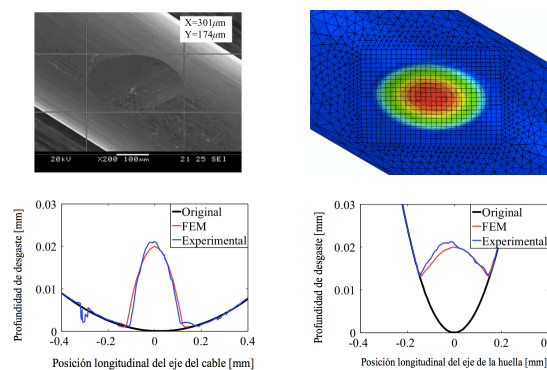


Figura 2.9: Profundidad de desgaste en cables de acero (Cruzado, Urchegui y Gómez, 2014).

Tobi et al. (2010) aplicaron el método de desgaste clásico donde la constante k_l (coeficiente local) fue obtenida usando un coeficiente promedio determinado por la huella de desgaste utilizando la siguiente ecuación:

$$k = \frac{V_{exp}}{4\delta_{actual} \times N_t P}$$

Donde, N_t es el número de ciclos, V_{exp} es el volumen de desgaste total estimado en la muestra, δ_{actual} es el desplazamiento y P la presión.

Su enfoque se resume en el desarrollo de un modelo predictivo de desgaste en recubrimientos sujetos a diferentes condiciones carga y desplazamiento utilizando constantes empíricas para ensayos representativos.

Algunas simplificaciones de su modelo son: El recubrimiento está representado como una película perfectamente adherente de una sola capa, sus propiedades se asumen homogéneas, el CoF se asume constante. Además, las partículas de desgaste (tercer cuerpo) no son incluidas en este modelo. Un aspecto importante de su desarrollo fue la inclusión de la automatización con Python para generar el perfil a 100,000, 300,000 y 600,000 ciclos.

Tobi et al. (2011) efectuaron estudios de un recubrimiento tipo carbono (estructura tipo diamante) en un acero de alta resistencia en condiciones GS para encontrar el efecto de algunos parámetros que intervienen en el desgaste como la carga, módulo de Young, espesor y CoF. La simulación del desgaste en los recubrimientos permitió la predicción del efecto de los esfuerzos del material removido en la superficie y en la subsuperficie.

Esta nueva metodología para predecir el desgaste en recubrimientos delgados en sustratos elásticos fue validada por huellas de desgaste con buenos resultados. Algunas conclusiones fueron: los espesores delgados son más resistentes a la delaminación por abolladura 'buckling' y cortante. También, son más resistentes a la fractura en tensión si se asume que el parámetro es fractura por deformación.

2.2.1. Resumen de modelos

La Tabla 2.1 muestra una recopilación de algunas aleaciones importantes en el estudio del desgaste. La primera columna muestra la composición del par, la segunda el modelo de desgaste, la tercera el tipo de experimento efectuado y la cuarta el coeficiente de desgaste (global).

Tabla 2.1: Coeficiente de desgaste para algunas aleaciones de estudio.

Aleación	Modelo	Experimento	Coeficiente (MPa ⁻¹)
Cobalto-cromo	Adhesivo	Simulador	Estado estable: 1.13×10^{-11}
Co-Cr-Mo	Adhesivo	Perno en disco	Estado estable: 0.12×10^{-11}
Co-Cr-Mo	Abrasivo	Simulador	Variable de: 0.95 a $1.24 [\times 10^{-6}]$
Cobalto (fundición)	Adhesivo	Perno en disco	3.8×10^{-9}
CoCr forjado	Adhesivo	Perno en disco	2.0×10^{-11}
Ti-6Al-4V	Fretting	MTS (servo)	3.703×10^{-7}
Ti-6Al-4V	Fretting	Cilindro en plano	GS: 8.5×10^{-9} y PS: 4.5×10^{-9}

La Tabla 2.2 muestra el coeficiente de desgaste de una aleación (en si misma) obtenida por varios experimentos así como de mediciones. Las tres primeras filas se obtuvieron utilizando el modelo de energía (α), mientras que los dos últimos con el modelo clásico (K); los datos de estos coeficientes se han utilizado para alimentar varios modelos reportados en la literatura.

Tabla 2.2: Coeficientes de desgaste.

Aleación	Modelo	Experimento	Desgaste medido	Coeficiente (MPa ⁻¹)
Ti-6Al-4V	Energético	Anillo (perno en disco)	Perfilómetro	2.9×10^{-8}
Ti-6Al-4V	Energético	Anillo electrodinámico	SEM	1.12×10^{-8}
Ti-6Al-4V	Energético	MTS (servo)	Perfilómetro	7.121×10^{-7}
Acero HR	Archard	Computacional	FEA	1.0×10^{-7}
				185 N: 2.8×10^{-8}
Acero HR	Archard	Cilindro en plano	Perfilómetro	500 N: 5.1×10^{-8}
				1670 N: 2.8×10^{-8}

La Tabla 2.3 resume los métodos que se encontraron en la literatura y sus limitaciones inherentes. Los algoritmos con los que se apoya este trabajo se basan en los tres últimos autores, las guías que aportan son invaluable en la implementación del código. La omisión de otros autores es entendible ya que mucho de su trabajo está sujeto a secreto de industria y algunas instituciones no permiten la publicación de sus códigos.

Tabla 2.3: Modelos utilizados en EF.

Método	Aplicaciones	Limitaciones	Autor
Abaqus + Matlab (Archard modificada)	Implantes ortopédicos	-Solo permite obtener desgaste volumétrico, no se presenta el patrón de daños	Abdelgaied et al. (2011)
Abaqus Malla adaptativa (Archard-fretting)	Pruebas fretting	-No aplicable a 3D, malla muy refinada y ajuste nodal. Considera solo el último incremento, precisión: 1 μ m.	Tobi et al. (2009)
Abaqus + Matlab (Archard-fretting)	Pruebas fretting Álabes de turbina	-No aplicable a 3D, malla muy refinada. Pérdida de coordenadas nodales por malla adaptativa. -No aplicable a 3D y malla muy refinada. Asume desplazamiento local, código no automatizado. Precisión: 5 μ m	Madge et al. (2008)
Abaqus + subrutina Malla adaptativa (Archard-fretting)	Pruebas fretting		McColl y Ding (2004)
Abaqus + subrutina Malla adaptativa (Energía-fretting)	Elevadores marinos	-No aplicable a 3D, malla muy refinada y precisión: 1 μ m	Zhang et al. (2011)

Capítulo 3

Código de programación

En esta sección se explica de manera detallada cada bloque de una subrutina de desgaste ‘fretting’, lo anterior permite conocer cómo opera y las características necesarias para utilizarla. El código se puede encontrar disgregado en diversas fuentes bibliográficas, por autores que lo han adaptado a sus estándares experimentales pero su base fundacional es el trabajo del profesor Madge (2009). Las subrutinas requieren una experiencia considerable para utilizarse y un amplio desarrollo y pruebas para validarse. En consecuencia, este trabajo encuentra pertinente ésta explicación para que la curva de aprendizaje en trabajos futuros sea más rápida dada la inexperiencia en la Unidad de Investigación y Asistencia Técnica en Materiales, UNAM (UDIATEM) con el uso de subrutinas.

3.1. Subrutinas: generalidades

Un programa en Fortran se puede escribir como una unidad completa, pero es preferible dividir el programa en unidades aún más manejables. Cada unidad (program unit) corresponde a una tarea que puede ser escrita, compilada y probada de manera aislada, este análisis facilita el despliegue de ciertas tareas repetitivas. Un programa completo debe tener como mínimo un ‘main program’, este puede contener declaraciones de todo tipo, pero una de las más importantes es la invocación o llamado (call) a programas subsidiarios conocidos como subprogramas.

Un subprograma define una función (function) o una subrutina (subroutine). La diferencia entre una función y una subrutina es que la primera regresa un valor (single object) y no altera los valores de los argumentos; su concepto es como una función matemática. En cambio, la segunda realiza tareas más complejas como regresar varios resultados a través de sus argumentos. Tanto las funciones como las subrutinas se conocen como procedimientos.

Sintaxis de una subrutina general en Fortran

```
SUBROUTINE subroutine-name(arg1,arg2,....,argn)
```

```
IMPLICIT NONE
```

```
    [specification part]
```

```
    [execution part]
```

```
    [subprogram part]
```

```
END SUBROUTINE
```

Una subrutina comienza con SUBROUTINE y termina con END SUBROUTINE. La mayoría de ellas tienen asignado un identificador o nombre con sus argumentos característicos acotados en paréntesis. Típicamente, en una subrutina se encuentran tres partes: una de especificación, de ejecución y de subprograma.

En la primera parte, la especificación generalmente es definir y establecer variables, en la segunda parte, operar o realizar un proceso, y finalmente en la de subprograma uno de retorno o despliegue de información.

Las subrutinas tienen el propósito de personalizar las capacidades de Abaqus ® para realizar alguna tarea específica definida por el usuario. Varias subrutinas pueden consultarse en la documentación del programa y pueden aplicarse a estándar y explícito.

Entre algunas de las más utilizadas para estándar se encuentra UMAT (material definido por el usuario), aplicado a modelos visco-elásticos y su equivalente VUMAT para explícito, que es más compleja en su implementación y se ha aplicado a modelos con leyes constitutivas elasto-plásticas.

Las subrutinas utilizan la sintaxis del lenguaje de programación de Fortran (algunas también C++) y necesitan un compilador para vincularse con Abaqus ®. Se pueden usar diferentes editores, una vez instalados el editor y el compilador se necesitan establecer las variables de entorno y configurar Abaqus CAE y la línea de comandos para cargar el compilador; por defecto (ifortvars). Finalmente, se verifican la ubicación del compilador de Fortran por medio del comando *abaqus info=system* y los errores mediante: *abaqus verify -user_std*.

3.2. Anotaciones de la subrutina

La subrutina realiza la actualización de las posiciones nodales normales a la superficie, de acuerdo a un sistema de coordenadas local de la malla adaptativa utilizando el modelo fenomenológico de Archard (la subrutina del enfoque energético es análoga a este proceso). La subrutina se puede dividir en 5 apartados o bloques para su esclarecimiento general.

El primer apartado, define el encabezado de la subrutina con las variables a utilizar. El segundo apartado, inicializa las variables para cuantificar el desgaste (el coeficiente de desgaste y el factor cíclico). El tercer apartado, captura la información de los nodos siendo la posición, la presión de contacto y el deslizamiento las fundamentales. El cuarto apartado, realiza los ciclos de iteración para actualizar los nodos maestros (master) y los nodos esclavos (slaves) para finalmente, calcular la profundidad de desgaste y trasladar la malla a una nueva posición. Finalmente, en el quinto apartado se puede extraer una lista de resultados.

3.2.1. Bloque 1

La subrutina comienza con el encabezado de UMESHMOTION con sus variables propias que a lo largo del código serán utilizadas para definir, guardar y operar en ciclos para cuantificar el desgaste y establecer las nuevas posiciones nodales.

Variable por definir

ULOCAL: Componentes del desplazamiento (o velocidad) del nodo de la malla adaptativa, descritos en el sistema de coordenadas local (de cada nodo)ALOCAL. ULOCAL se pasa a la rutina como valores determinados por el algoritmo de suavizado de malla.

Variabes que se pueden actualizar

PNEWDT: Relación entre el nuevo incremento de tiempo sugerido y el incremento de tiempo que se usa actualmente DTIME. PNEWDT, se establece en un valor grande antes de cada llamada a UMESHMOTION para facilitar la convergencia.

LSMOOTH: Indicador que especifica el suavizado de superficie, éste se realizará después de la aplicación de la restricción de movimiento de malla. Se establece LSMOOTH en 1 para habilitar este alisado de superficie. En este indicador, la restricción definida en ULOCAL será modificada por el algoritmo de suavizado. Este comando es opcional, algunas subrutinas no lo utilizan.

Variables de información

UREF: El valor del desplazamiento (o la velocidad) especificados por el usuario proporcionados como parte de la definición de restricción de malla adaptativa.

NODE: Número de nodo.

NNDOF: Número de grados de libertad en el nodo.

NODETYPE: Indicador (flag) de tipo de nodo, el tipo de nodo está numerado del 1 al 10 (consultar manual para el tipo de nodo). Por ejemplo: LNODETYPE = 1 indica que el nodo está en el interior de la región de malla adaptativa.

ALOCAL: Sistema de coordenadas local alineado con la tangente al dominio de malla adaptativa en el nodo. Si el nodo está en el interior del dominio de malla adaptativa, ALOCAL se establecerá en la matriz de identidad. En otros casos, la dirección 1 es a lo largo de un borde o en el plano de una superficie plana. Cuando NDIM = 2, la dirección 2 es normal a la superficie. Cuando NDIM= 3, la dirección 2 también se encuentra en el plano de una superficie plana o es arbitraria si el nodo está en un borde. Cuando NDIM= 3, la dirección 3 es normal a la superficie o es arbitraria si el nodo está en un borde.

NDIM: Número de dimensiones de coordenadas.

TIME (1): Valor del tiempo del paso.

TIME (2): Valor del tiempo total de la simulación.

TIME: Tamaño del incremento de tiempo.

KSTEP: Número de paso.

KINC: Número de incremento dentro del paso.

KMESHSWEEP: Número de barrido de malla.

JMATYP: Variable que debe pasarse a la rutina de la utilidad GETVRMAVGATNODE para acceder a los resultados locales en el nodo.

JGVBLOCK: Variable que debe pasarse a las rutinas de utilidades siguientes:

GETVRN, GETNODETOELEMCONN y GETVRMAVGATNODE para acceder a los resultados locales en el nodo.

La línea INCLUDE define la precisión de las variables de almacenamiento que se ubican en la sintaxis de la subrutina posteriores a common/wear.

```

SUBROUTINE UMESHMOTION(UREF,ULOCAL,NODE,NDOF,
&  LNODETYPE,ALOCAL,NDIM,TIME,DTIME,PNEWDT,
&  KSTEP,KINC,KMESHSWEEP,JMATYP,JGVBLOCK,
&  opcional: LSMOOTH)
C
    INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
!Variables definidas para UMESHMOTION (tamaño de los arreglos)
!Las dimensiones pueden ingresarse de manera explícita
!o por medio de un parámetro (MAXNELEMS).
!En las subrutinas estudiadas MAXNELEMS es de 100,000

    PARAMETER (MAXNELEMS=100000)

    DIMENSION ULOCAL(NDIM),JELEMLIST(MAXNELEMS),
& JELEMTYPE(MAXNELEMS)
    DIMENSION ALOCAL(NDIM,MAXNELEMS),TIME(2)
    DIMENSION JMATYP(MAXNELEMS),JGVBLOCK(MAXNELEMS)

```

Las variables que se utilizan durante toda la subrutina son: la presión de contacto CPRESS, el esfuerzo cortante por fricción CSHEAR, el contacto de deslizamiento CSLIP, la apertura de contacto COPEN y las coordenadas en el eje de las abscisas y el de las ordenadas XCOORD y YCOORD. Posterior a la definición de estas variables serán definidas las variables de interpolación tanto por izquierda como por derecha.

En subrutinas anteriores se definían las variables genéricas flag1 y un contador cnt1. Flag designaba si se trataba de un nodo maestro con un número uno (1) o si se trataba de un nodo esclavo (0). Estos valores, eran los que se utilizaban en el Bloque 3 y Bloque 4 para realizar todos los ciclos de identificación e interpolación.

```

!Variables de interpolación y gradientes
    REAL::CPRESS,CSHEAR,CSLIP,COPEN,XCOORD,YCOORD
!Variables para interpolar: izquierda (left) y derecha (right)
    REAL::CPRESS_L,CPRESS_R,delta_s_L,delta_s_R,
& grad_pr,grad_sl
& Xdist_L,Xdist_R,Xslave_L,Xslave_R
    INTEGER::s_L,s_R
!Arreglo que guarda las variables
    DIMENSION ARRAY(15)

```

En la definición de desgaste se encuentran: el coeficiente de desgaste k , la distancia de desgaste W_{dist} y una distancia crítica W_{dist_crit} . Y se agrega una variable $delta_s$ que es el deslizamiento incremental en el nodo. Y el número de ciclos de desgaste que se ingresa por el usuario es $delta_N$.

```
!Coeficiente de desgaste, profundidad de desgaste y profundidad
!de desgaste crítica
      REAL::k,W_dist,W_dist_crit
!Deslizamiento incremental en el nodo actual
      REAL::delta_s
!Factor de desgaste
      INTEGER::delta_N
```

El registro de nodos se aplica en las variables de almacenamiento `common/wear/`. La primera instancia realiza un conteo de los nodos esclavos y los nodos maestros. Se definen las dimensiones de los arreglos (matrices que se utilizan para almacenar múltiples valores en una sola variable) mayores al número de nodos de contacto.

```
common/wear/
!Contador de los nodos esclavos y de los nodos maestros
& isclock,
& imclock,

!Almacenamiento total de los nodos esclavos y los nodos maestros
& isnodes(2000),
& imnodes(2000),

!Registro de desplazamiento de nodos esclavos y nodos maestros

& oldslipm(2000),
& oldslips(2000),
& tempslip(2000),
```

A continuación, se registra la presión de contacto, la coordenada X y la coordenada Y (`spress`, `sxcrd` y `sycrd`) de todos los nodos esclavos. Y se define un número mayor a los nodos del modelo que serán el número global de nodos `slavereg` y `imasterreg`.

```
& spress(2000),  
& sxcrd(2000),  
& sycrd(2000),  
& slaverreg(100000),  
& imasterreg(100000),
```

3.2.2. Bloque 2

Para este bloque se inicializa un contador para realizar los ciclos `do/while`, se especifica el coeficiente de desgaste y el factor cíclico que se considere en la solución. Es práctico tener estas variables aisladas para solo cambiarlas en función del análisis. `NELEMS=MAXNELEMS` especifica el número máximo de elementos esperados en la malla adaptativa.

```
cnt=1  
alpha=8.20E-8  
delta_N=10,100,1000 etc  
NELEMS=MAXNELEMS
```

3.2.3. Bloque 3

Este bloque usa la rutina de utilidad GETVRMAVGATNODE, entre sus argumentos se encuentran JTYP que indica cómo la información material nodal es promediada. Si JTYP=0 se extrapolan los resultados utilizando funciones de forma y promediando los resultados en el nodo. También se usa: GETPARTINFO recupera la información dado un número de nodo o elemento global, GETNODETOELEMCONN recupera una lista de elementos conectados a un nodo específico y GETVRMAVGATNODE accede a la información del punto de integración del material promediado en el nodo.

```
!Utilidad para promediar en los nodos:  
JTYP = 0  
CALL GETPARTINFO(NODE, JTYP, CPNAME, LOCNUM, JRCD)  
CALL GETNODETOELEMCONN(NODE, NELEMS, JELEMLIST,  
& JELEMLIST, JRCD, JGVBLOCK)
```

El mismo procedimiento aplica a la extracción de los esfuerzos de contacto, los desplazamientos y las coordenadas, estas variables se guardan en arreglos.

```
!Extracción de los esfuerzos de contacto:  
JTYP = 0  
CALL GETVRMAVGATNODE(NODE, JTYP, 'CSTRESS', ARRAY, JRCD,  
& JELEMLIST, NELEMS, JMATYP, JGVBLOCK)  
CPRESS = ARRAY(1)  
CSHEAR = ARRAY(2)
```

```
!Extracción de los desplazamientos:  
CALL GETVRMAVGATNODE(NODE, JTYP, 'CDISP', ARRAY, JRCD,  
& JELEMLIST, NELEMS, JMATYP, JGVBLOCK)  
COPEN = ARRAY(1)  
CSLIP = ARRAY(2)  
  
!Extracción de las coordenadas:  
CALL GETVRN(NODE, 'COORD', ARRAY, JRCD, JGVBLOCK, LTRN)  
XCOORD = ARRAY(1)  
YCOORD = ARRAY(2)
```

Se identifican y almacenan los nodos de las superficies como nodos tipo maestro (master) y nodos de tipo esclavo (slave). Con un valor de inicialización nulo se asume que los nodos de la superficie son nodos esclavos. Pero, si se cumple que CPNAME es igual a la zona de contacto inferior (donde se define la superficie maestra) entonces, los nodos de la superficie se definen como de tipo nodos maestros. Posteriormente se enuncia un contador que cuantifica el número de veces que los nodos maestros son examinados en la interacción.

```
Sup=0
IF(CPNAME=='C4') THEN
Sup=1
imclock2=imclock2+1
```

Si el arreglo es nulo solo para el primer incremento, imclock (el cuantificador del número de nodos maestros) pasa al siguiente incremento y se guarda el número de nodos maestros en orden así como la posición de acuerdo a su número.

```
IF(imasterreg(NODE)==0) THEN
imclock=imclock+1
imnodes(imclock)=NODE
imasterreg(NODE)=imclock
END IF
```


Si por el contrario, CPNAME es igual a C3 (donde se define la superficie esclava), se enuncia un contador que cuntifica el número de veces que los nodos esclavos son examinados en la interacción. Como en el caso anterior, si el arreglo es nulo solo para el primer incremento, imclock2 pasa al siguiente incremento y se guarda el número de nodos esclavos en orden así como las posiciones de acuerdo a su número. Además se almacenan: la presión de contacto, las coordenadas y el desplazamiento.

```
ELSE IF(CPNAME=='C3') THEN
  isclock2=isclock2+1

  IF(slavereg(NODE)==0) THEN
    isclock=isclock+1
    snodes(isclock)=NODE
    slavereg(NODE)=isclock
  END IF

  spress(slavereg(NODE))=CPRESS
  sxcrd(slavereg(NODE))=XCOORD
  syncrd(slavereg(NODE))=YCOORD
  tempslip(slavereg(NODE))=CSLIP
  delta_s=CSLIP-oldslips(slavereg(NODE))
  oldslips(slavereg(NODE))=CSLIP

  END IF
```

3.2.4. Bloque 4

En este bloque del código se desarrolla la interpolación utilizando los nodos esclavos más cercanos para formar los valores de los nodos maestros. Para comenzar, se inicializan todas las variables que serán interpoladas en la vecindad del contacto, dichas variables para los nodos esclavos son: CPRESS, la distancia de deslizamiento y las coordenadas en X tanto por izquierda como por derecha de los nodos maestros.

La interpolación queda de la siguiente manera:

```
grad_pr=(CPRESS_R-CPRESS_L)/(X_R-X_L)
CPRESS=CPRESS+grad_pr*(XCOORD-X_L)

grad_sl=(INCSLIP_R-INCSLIP_L)/(X_R-X_L)
INCSLIP=INCSLIP_L+grad_sl*(XCOORD-X_L)
```

Si un identificador por izquierda y derecha son uno se tiene una igualdad para dos nodos esclavos y por lo tanto se puede proceder a interpolar. En las dos primeras líneas, se tiene el gradiente de presión respecto a X y la interpolación de presión en el nodo maestro. En las dos líneas siguientes se tiene el gradiente de deslizamiento con respecto a X y la interpolación de deslizamiento en el nodo maestro.

3.2.5. Bloque 5

Se realiza el cálculo del desgaste W_{dist} , si el primer paso (carga normal) es igual a uno se elimina el movimiento de la malla, $ULOCAL(2)$ cambia la ubicación de los nodos (posición nodal nueva interpretada como la posición desgastada). Finalmente, se escriben las variables de salida y se imprime en un formato de acuerdo a la sintaxis de Fortran.

```
W_dist=delta_N*alpha*(CPRESS)*ABS(INCSLIP)

IF(KSTEP==1) THEN
W_dist=0
END IF

ULOCAL(2)=ULOCAL(2)-W_dist

WRITE(7,*),'NODE CPRESS CSHEAR COPEN CSLIP XCOORD YCOORD'
!Declaración de formato
```

Entender cómo funciona la subrutina permite flexibilizar la generación de representaciones propias al incorporar geometrías, modelos constitutivos y restricciones físicas diversas.

Cualquier código por más complejo que sea debe analizarse línea por línea para que sea simple (quitarle lo que no aporta valor), claro (cada parte debe tener una función específica) y uniformizado (debe estar balanceado).

Muchas de las características anteriores se han manifestado al analizar cada bloque y son una manera útil de comprender un programa que su finalidad es automatizar una tarea.

El lector podrá notar que este código condensa algunas secciones ya que no pretende ser un manual de uso; por el contrario, quiere exhibir que un fenómeno tan complejo puede ser comprensible.

Capítulo 4

Metodología de modelado

En este capítulo se presenta el método general para crear un modelo válido de contacto lineal en EF que funciona con la subrutina de desgaste abordada en el Capítulo 3, con énfasis en el desgaste clásico ya que la subrutina de desgaste energético es análoga. Este capítulo pretende cubrir tres aspectos:

El primero, la creación de un modelo válido detallando los pasos más importantes de cada módulo (esto no pretende ser un manual). El segundo es la validación analítica tanto para el perfil de presiones, así como el de esfuerzos (esto valida una primera instancia e indica que el modelo funciona bien), y el tercero, es la aplicación de la subrutina en un ejemplo de 500, 1250 y 5000 ciclos de desgaste derivado de la literatura. Con esto último se procede a obtener algunos perfiles bajo estas condiciones y contrastarlos con los resultados de la literatura (McColl et al. 2004).

4.1. Creación del modelo

Se creó un modelo básico (Modelo F) en EF que utiliza el mallado adaptativo ALE con la subrutina UMESHMOTION para simular el desgaste ‘fretting’, utilizando la ecuación fenomenológica con ayuda del software Abaqus®. El código fue adaptado siguiendo la sintaxis de Fortran 90. Los resultados obtenidos fueron comparados con las referencias de las soluciones en el contacto y posteriormente el desplazamiento nodal de la superficie desgastada.

La configuración geométrica utilizada en el modelo fue cilindro sobre plano (*round-on-flat*) que corresponde al contacto lineal donde la carga normal está dada en unidades de fuerza sobre distancia. Se utilizó esta configuración porque es la base de varios ensayos experimentales y por la facilidad de obtener las sollicitaciones mecánicas.

El modelo fue de tipo bidimensional, considerando deformación plana y con ambos sólidos del mismo material. Los elementos se consideraron elásticos isotrópicos con las siguientes propiedades mecánicas: $E=200$ GPa, $\nu=0.3$ y $\sigma_y=1240$ MPa. La geometría utilizó las siguientes dimensiones: 6 mm para el radio del medio cilindro y para el espécimen una base de 12 mm, con una altura de 6 mm. El contacto lateral fue de 10 mm. Una parte importante del modelo es la completa descripción de la distribución de esfuerzos por lo que, fueron segmentadas regiones cercanas al contacto.

La segmentación tiene como razón principal que en las áreas más cercanas al contacto se requiere una malla extremadamente fina para capturar todo el fenómeno a diferencia del entorno circundante, donde el efecto mecánico es casi nulo. La región circundante no se puede omitir (*bulk geometry*) porque tiene una influencia en todo el modelo. Es decir, no solo basta con modelar la región de contacto. La región de segmentación rectangular en la zona de contacto fue de 1.2 mm de largo por 0.6 mm de altura (*caja de desgaste*). Cabe mencionar que esta zona de segmentación es arbitraria y que la transición de una malla muy fina a una muy gruesa, depende de la densidad que el usuario impone en el algoritmo bias.

La Fig. 4.1 muestra las tres mallas que se utilizaron. Las tres fueron adecuadas para validar el modelo. De la malla 1, se puede mencionar que necesita definiciones muy precisas del algoritmo bias para que no genere alertas. Las mallas 2 y 3, son las de mayor facilidad de construcción, si se tiene una correcta atenuación de la densidad de elementos y presentan una cantidad mínima de errores al finalizar la simulación; el ‘Modelo F’ utilizó la malla 1.

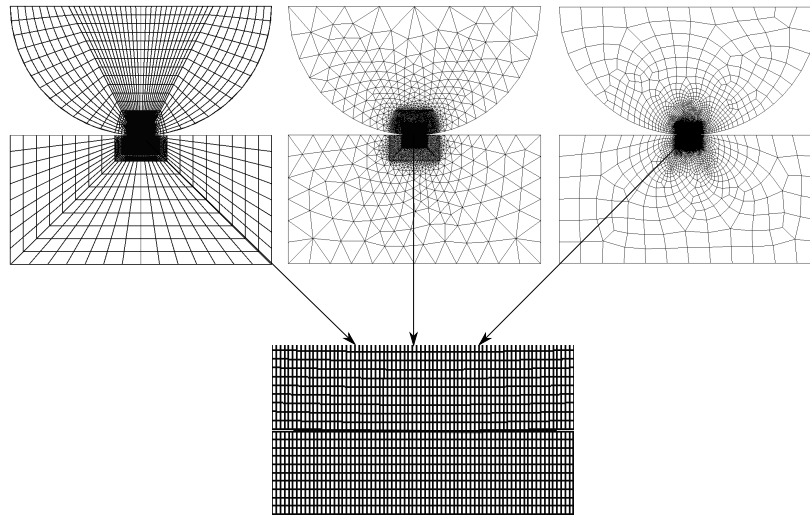


Figura 4.1: Mallas 1, 2 y 3 con la caja de desgaste

La técnica de contacto utilizada fue superficie maestra-esclava (*master-slave*). La superficie maestra es el radio del medio cilindro y la superficie esclava es la línea superior del espécimen. La selección de estas superficies no es arbitraria ya que, las variables nodales del espécimen pueden extraerse y utilizarse por medio de la subrutina y obtener la traslación nodal para simular el desgaste.

Para reforzar la condición de contacto, se utilizó una restricción de ajuste introducida por el usuario para evitar errores de convergencia cuando la carga normal es aplicada (si la profundidad de penetración permisible es $1 \mu\text{m}$ de tolerancia para la geometría inicial se especifica $0.001 \mu\text{m}$ en el par de contacto).

El contacto normal fue establecido como rígido (*hard contact*), mientras que el tangencial con una fricción isotrópica de Coulomb (Por ejemplo $\mu = 0.88$; para 185 N bajo los materiales estudiados).

Para obtener una mejor distribución de deslizamiento se reforzó la condición de adherencia en la zona de contacto utilizando multiplicadores de *Lagrange* en vez de *Penalty* ya que, la ley de Coulomb se asume para fricción deslizante, este método numérico implica un grado de libertad extra con lo que aumenta el tiempo de cómputo pero se ha visto adecuado para los cálculos de desgaste con la malla adaptativa (Mäntylä y Lönnqvist, 2009).

Las condiciones de frontera para el medio cilindro, se establecieron en un nodo maestro con un acoplamiento multi-punto que tomó la línea superior nodal contigua al punto medio superior que controló los pasos cinemáticos de la carga normal y los desplazamientos tangenciales como se indica en la Fig. 4.2 para un perfil de esfuerzos típico de von Mises, A) Esta controlado casi totalmente por la mecánica del contacto y B) por la simulación de los cilcos de desgaste con un perfil de histéresis característico (PS y GS). La única condición de frontera para el plano rígido fue la parte inferior por medio de un empotramiento.

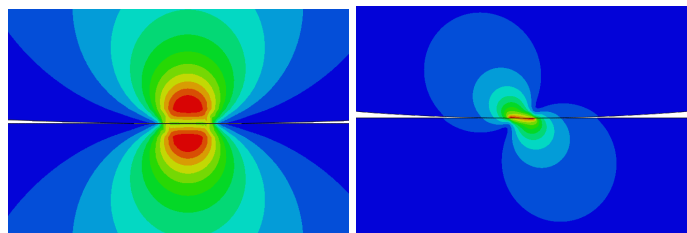


Figura 4.2: Esfuerzos de von Mises A) Carga normal y B) Carga tangencial

Los pasos explícitos del ciclo son:

- Etapa 1: Carga normal P' en el nodo medio del cilindro con la restricción de multi-punto y la condición reforzada de contacto.
- Etapa 2: Desplazamiento tangencial de un valor $+\delta$ manteniendo la fuerza normal.
- Etapa 3: Desplazamiento tangencial de un valor $-\delta$ manteniendo la fuerza normal (retorno al origen).
- Etapa 4: Desplazamiento tangencial de un valor $-\delta$ manteniendo la fuerza normal.
- Etapa 5: Desplazamiento tangencial de un valor $+\delta$ manteniendo la fuerza normal (retorno al origen).

4.2. Validación del modelo y análisis de resultados

Para el ‘Modelo F’ se probaron las siguientes condiciones:

- a) 185 N, 500 N y 1670 N
- b) 1200 N

a) La presión de contacto se resume en la Tabla 4.1. Las tres primeras columnas indican en orden: la carga normal, el coeficiente de fricción y la constante de desgaste; estos tres valores fueron obtenidos experimentalmente en la literatura, cabe señalar que en condiciones reales el coeficiente de fricción y el de desgaste no son constantes. La cuarta, quinta y sexta columna indican: la solución que se obtiene con la teoría de Hertz, la solución obtenida por el programa y el error que existe entre las dos soluciones.

Para ejemplificar la solución analítica del ancho a y de la presión de contacto P_0 , se utilizaron las ecuaciones de la sección 1.5.2 para el caso de 185 N, el procedimiento es similar para 500 N y 1670 N.

$$a = \sqrt{\frac{4 \left(\frac{185N}{0.01m} \right) (0.006m)}{\pi (109.89 \times 10^9 Pa)}} = 0.03586 \times 10^{-3} m = 0.03586 mm.$$

La presión de contacto máxima es:

$$p_0 = \sqrt{\frac{\left(\frac{185N}{0.01m} \right) (109.89 \times 10^9 Pa)}{\pi (0.006m)}} = 328.409 \times 10^6 Pa$$

Tabla 4.1: Resultados para diferentes cargas normales.

P (N)	μ	$k_{Archard}$ MPa ⁻¹	P_0 MPa (Hertz)	P_0 MPa (EF)	% de error
185	0.88	3×10^{-8}	328.409	328.8	0.1191
500	0.75	5.5×10^{-8}	539.900	541.3	0.2593
1670	0.68	3×10^{-8}	986.7	988.7	0.2026

Se advierte que en la carga de 185 N la presión inicial es prácticamente igual entre la solución analítica y numérica (EF) con una variación de 0.4 centésimas y 0.1 % de error entre ellas. Para las cargas de 500 N y 1670 N la variación de las presiones analítica y EF es de 1.4 y 2 respectivamente (con un porcentaje de error de 0.2 % en ambos casos). Entre la carga más baja y la más alta, existe una diferencia de 9 veces, el error es muy bajo ante las sollicitaciones mecánicas establecidas.

El espectro entre la solución analítica y numérica fue validado sin fluctuaciones que pudiesen generar inconsistencias numéricas. La Fig. 4.3 muestra los perfiles de presiones de 185 N y 500 N, las soluciones analíticas por medio de trazos continuos y la soluciones numéricas por medio de algunos puntos. En la superposición de los dos perfiles se advierte en los bordes un pequeño cambio; esto se debe a la sensibilidad de malla en dicha región.

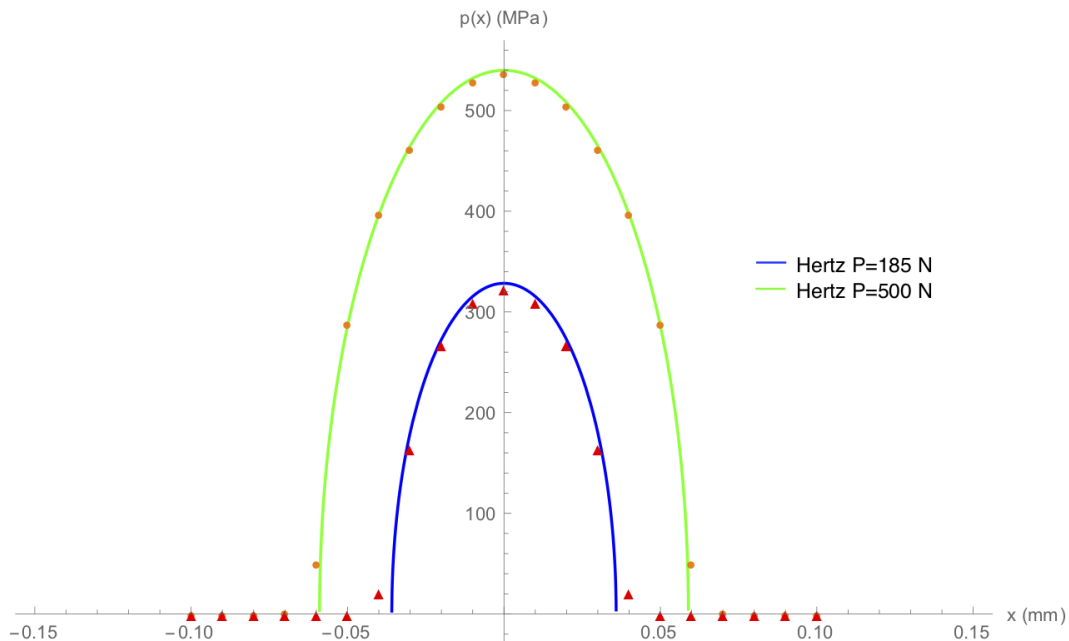


Figura 4.3: Presión de contacto: analítica y EF

4.2.1. Implementación del algoritmo de desgaste

Bajo el esquema desgaste-fatiga y para la finalidad de este trabajo, se desacoplaron los fenómenos y se restringió el análisis a solo el análisis de desgaste. A continuación se describen los pasos necesarios para implementar la subrutina como se ha indicado en el Capítulo 3. El análisis se instituye en el software Abaqus®, Fig. 4.4. Tres etapas se unen por medio de archivos: pre-procesamiento (input file: job.inp), la simulación o proceso (output files: job.odb, job.dat, job.res, job.fil) y el post-procesamiento.

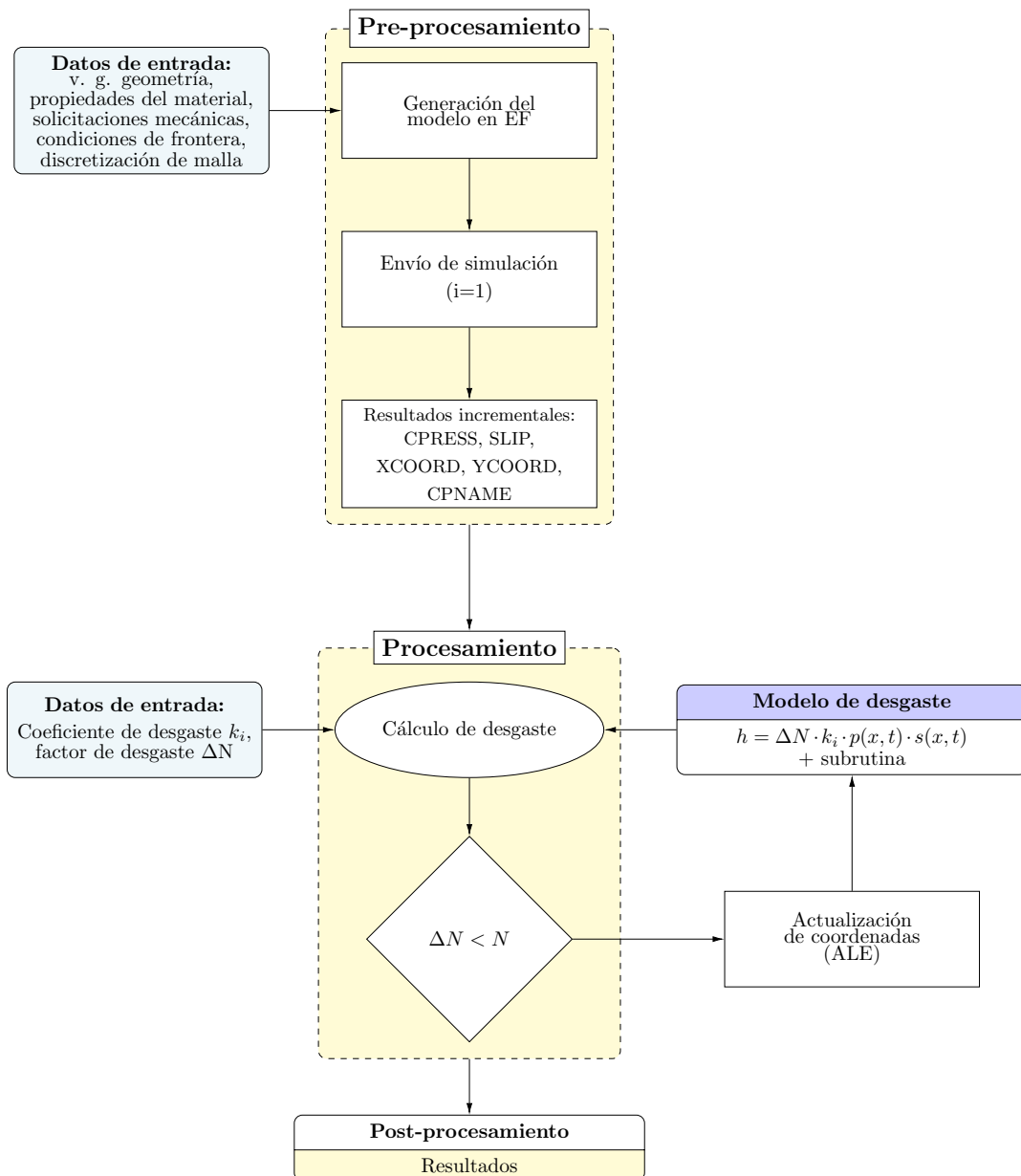


Figura 4.4: Algoritmo de la simulación de desgaste.

En el pre-procesamiento se debe definir el modelo físico y crear el archivo de entrada (input file). El modelo se puede crear en Abaqus/CAE o por un editor de textos. Los datos de entrada básicos son: la geometría, las propiedades del material, las solicitaciones mecánicas, las condiciones de frontera y la discretización de la malla. En esta etapa se calcula la presión de contacto, el deslizamiento y sus coordenadas con identificadores ($i = 1$).

En la simulación se resuelve el problema numérico (estándar/explicito). En dicha etapa se desarrolla el cálculo de desgaste con las entradas del coeficiente de desgaste y el factor de aceleración. Si el factor es menor a los ciclos requeridos se actualizan las coordenadas nodales vía un método especial de barrido de malla y se calcula de nuevo la profundidad de desgaste local con ayuda de una subrutina hasta que se completa el ciclo. Por último, se extraen los resultados.

El desgaste implementa una malla adaptativa ALE junto con la subrutina UMESH-MOTION, el remallado ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian, por sus siglas en inglés) es utilizado porque mantiene una malla topológicamente similar (los elementos no se crean o destruyen) y permite modelar el efecto del desgaste en donde el material es erosionado en la frontera; un inconveniente de estos análisis no-lineales es sin duda, el tiempo de cómputo que si no se balancea adecuadamente puede no ser del todo práctico; para una buena calibración se proponen análisis de sensibilidad.

La malla adaptativa consta de dos etapas: la primera es la creación de una nueva malla y la segunda el re-mapeo de las variables de solución de la malla antigua a una nueva por medio de un proceso denominado advección. Cuando las ecuaciones de equilibrio convergen se genera una nueva malla que se encuentra por barridos iterativos dentro del dominio de la malla adaptativa y los nodos son desplazados a una malla más suavizada. La nueva posición del nodo se obtiene como la posición original del nodo más el desplazamiento actual:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{X} + \mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{N}^N \mathbf{x}_i^N$$

Donde \mathbf{N}^N son las funciones de ponderación que minimizan el desplazamiento de la configuración original por mínimos cuadrados y \mathbf{x}_i^N , son las posiciones nodales vecinas obtenidas durante el barrido de malla previa. En la advección, las variables de solución son re-mapeadas de la malla antigua a una nueva integrando las ecuaciones de advección utilizando el método numérico Lax-Wendroff para la solución de ecuaciones diferenciales parciales hiperbólicas de segundo orden de precisión. El esquema lineal $f(u) = Au$ es:

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} A (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) + \frac{\Delta t^2}{2\Delta x^2} A^2 (u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n)$$

Donde i es el número de nodo en el dominio de la malla adaptativa, n el incremento de tiempo, A es la velocidad de advección, Δt el incremento en el tiempo, Δx incremento espacial y u es la variable solución.

La Fig. 4.5 muestra tres perfiles de presión de contacto que se obtuvieron al simular una carga normal de 1200 N/mm en condiciones de deslizamiento pronunciado. El modelo utilizó tres factores de aceleración (ΔN) en 50 pasos: 10, 25 y 100. En consecuencia, el número total de ciclos equivale a 500, 1250 y 5000 ciclos reales respectivamente.

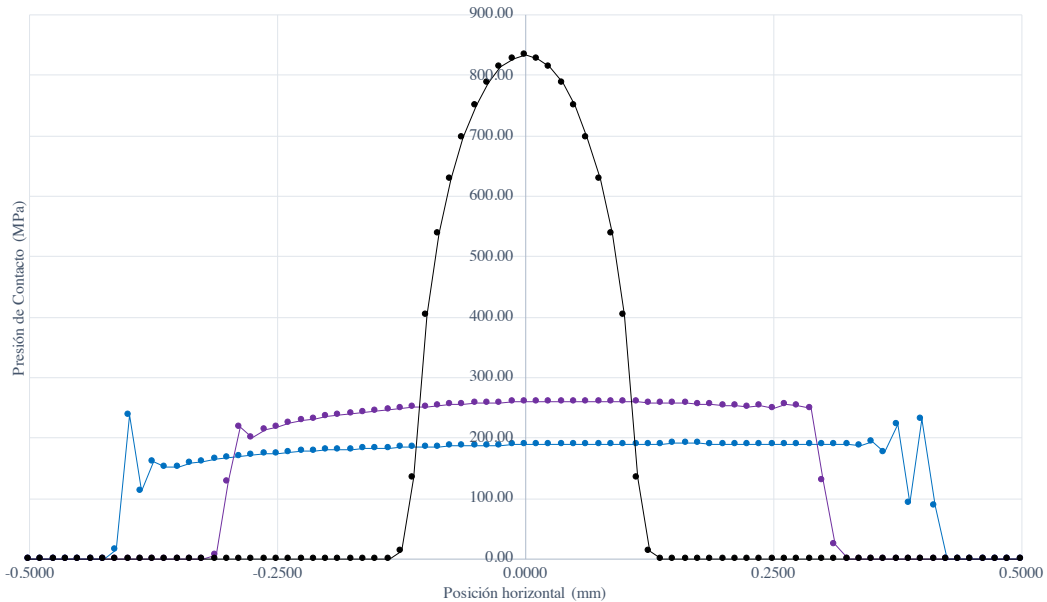


Figura 4.5: Presión de contacto de tres ciclos simulados.

La implementación fue validada exitosamente contra los perfiles de Madge et al. (2007) ya que la presión de contacto fue sensible a las variaciones pequeñas para el régimen GS con un perfil igual y en el mismo rango de valores (menor a 300 MPa para 1250 y 5000 ciclos). Aunque en este trabajo no se exponen los resultados de GS, ya que únicamente se verificó para desgaste, los resultados fueron similares a los perfiles reportados en la literatura para fatiga.

Se puede señalar que aún falta profundizar más en resultados que se han reportado en la literatura como lo son, el ajuste de los perfiles de esfuerzos y de las curvas de desgaste. Uno de los aspectos aún por investigar es el coeficiente de fricción variable (dependiente del tiempo) y las curvas de histéresis (la fuerza tangencial numérica como función del desplazamiento aplicado donde la fuerza tangencial está definida como la integral del componente de esfuerzo cortante a lo largo de la intercara).

Capítulo 5

Conclusiones

A continuación, se presentan las conclusiones numeradas de este trabajo, así como observaciones finales acompañadas de una perspectiva sobre esta línea de investigación.

1.- Se diseccionó una subrutina en cinco bloques con la base física del desgaste fenomenológico en un tribo-sistema metálico que simula desgaste en el régimen GS (gross-slip).

2.- Se calibró el modelo por medio de la mecánica del contacto para cargas normales de 185 N, 500 N y 1670 N para la solución analítica con errores menores al 0.2%.

3.- La subrutina de desgaste fenomenológico aplicada a una geometría de cilindro sobre plano con las consideraciones mecánicas del Capítulo 4 para 500, 1250 y 5000 ciclos reales dieron resultados equivalentes a lo reportado en la literatura para la presión de contacto (presiones máximas cercana a 850 MPa, 260 MPa y 200 MPa respectivamente para cada ciclo).

4.- El método presentado proporciona la evolución del contacto de la superficie para cualquier variable de interés y no está acotada al perfil de presiones, pero necesita una interpretación que está fuera del alcance de este trabajo.

El argumento de interpretación del código apeló a proporcionar una manera ordenada de análisis de cada bloque. Esto, permite una mayor claridad para comprender la operación, limitaciones y posibles mejoras de subrutinas más complejas.

Antes de aplicar la subrutina, el usuario puede validar su modelo de interés en EF y contrastarlo con las soluciones analíticas que existen en manuales para diversas geometrías ya estudiadas. Un complemento a EF se da en el Apéndice A.2. con las generalidades del método de reducción dimensional.

Perspectiva

En la línea de investigación de desgaste y modelos computacionales, se presentan algunas recomendaciones para continuar con su desarrollo:

Generación de una base de datos de modelos de contacto. Esta colección debe estar sustentada exhaustivamente en mecánica teórica y programada en un software de cómputo numérico.

Optimización de líneas de código para automatizar la entrada de datos, el control de parámetros y la visualización de salida. La finalidad es llegar a un sistema experto como en otros institutos de investigación e industria privada.

Experimentación para correlacionar datos y enriquecer los modelos computacionales.

Bibliografía

- Archard, J. & Hirst, W. (1956). The wear of metals under unlubricated conditions. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 236(1206), 397-410.
- Argatov, I. & Tatro, W. (2012). Asymptotic modeling of reciprocating sliding wear comparison with finite element simulations. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 34, 1-11.
- Bhushan, B. (2000). *Modern Tribology Handbook*. Mechanics and Materials Science. CRC Press.
- Bryggman, U. & Söderberg, S. (1986). Contact conditions in fretting. *Wear*, 110(1), 1-17. doi:[https://doi.org/10.1016/0043-1648\(86\)90148-1](https://doi.org/10.1016/0043-1648(86)90148-1)
- Cruzado, A., Urchegui, M. & Gómez, X. (2014). Finite element modeling of fretting wear scars in the thin steel wires: Application in crossed cylinder arrangements. *Wear*, 318(1), 98-105.
- Czichos, H. & Habig, K.-H. (2010). *Tribologie-Handbuch: Tribometrie, Tribomaterialien, Tribotechnik*. Springer-Verlag.
- Czichos, H., Saito, T. & Smith, L. (2007). *Springer Handbook of Materials Measurement Methods*. Springer Handbook of Materials Measurement Methods. Springer Berlin Heidelberg.
- Ding, J., Leen, S. & McColl, I. (2004). The effect of slip regime on fretting wear-induced stress evolution. *International journal of fatigue*, 26(5), 521-531.
- Ding, J., Leen, S., Williams, E. & Shipway, P. (2008). Finite element simulation of fretting wear-fatigue interaction in spline couplings. *Tribology-Materials, Surfaces & Interfaces*, 2(1), 10-24.
- Ding, J., McColl, I., Leen, S. & Shipway, P. (2007). A finite element based approach to simulating the effects of debris on fretting wear. *Wear*, 263(1-6), 481-491.
- English, R., Ashkanfar, A. & Rothwell, G. (2015). A computational approach to fretting wear prediction at the head–stem taper junction of total hip replacements. *Wear*, 338, 210-220.
- Fouvry, S., Duo, P. & Perruchaut, P. (2004). A quantitative approach of Ti–6Al–4V fretting damage: friction, wear and crack nucleation. *Wear*, 257(9-10), 916-929.
- Fouvry, S., Kapsa, P. & Vincent, L. (1995). Analysis of sliding behaviour for fretting loadings: determination of transition criteria. *Wear*, 185(1-2), 35-46.

- Fouvry, S., Kapsa, P. & Vincent, L. (1996). Quantification of fretting damage. *Wear*, 200(1-2), 186-205.
- Fouvry, S., Liskiewicz, T., Kapsa, P., Hannel, S. & Sauger, E. (2003). An energy description of wear mechanisms and its applications to oscillating sliding contacts. *Wear*, 255(1-6), 287-298.
- Fouvry, S., Paulin, C. & Liskiewicz, T. (2007). Application of an energy wear approach to quantify fretting contact durability: Introduction of a wear energy capacity concept. *Tribology International*, 40(10-12), 1428-1440.
- Fraldi, M., Esposito, L., Perrella, G., Cutolo, A. & Cowin, S. (2010). Topological optimization in hip prosthesis design. *Biomechanics and modeling in mechanobiology*, 9(4), 389-402.
- Fridrici, V., Fouvry, S. & Kapsa, P. (2001). Effect of shot peening on the fretting wear of Ti-6Al-4V. *Wear*, 250(1-12), 642-649.
- Gnecco, E. & Meyer, E. (2015). *Elements of friction theory and nanotribology*. Cambridge University Press.
- Hamrock, B. J., Schmid, S. R. & Jacobson, B. O. (2004). *Fundamentals of fluid film lubrication*. CRC press.
- Hegadekatte, V., Huber, N. & Kraft, O. (2004). Finite element based simulation of dry sliding wear. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 13(1), 57.
- Hegadekatte, V., Kurzenhäuser, S., Huber, N. & Kraft, O. (2008). A predictive modeling scheme for wear in tribometers. *Tribology International*, 41(11), 1020-1031.
- Heredia, S. & Fouvry, S. (2010). Introduction of a new sliding regime criterion to quantify partial, mixed and gross slip fretting regimes: correlation with wear and cracking processes. *Wear*, 269(7-8), 515-524.
- Hoffmann, H., Hwang, C. & Ersoy, K. (2005). Advanced wear simulation in sheet metal forming. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 54(1), 217-220.
- Hutchings, I. (1992). *Tribology: Friction and Wear of Engineering Materials*. E. Arnold.
- Hyde, T., Leen, S. & McColl, I. (2005). A simplified fretting test methodology for complex shaft couplings. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 28(11), 1047-1067.
- Johnson, K. (1987). *Contact Mechanics*. Cambridge University Press.
- Jost, H. P. (1990). Tribology—origin and future. *Wear*, 136(1), 1-17.
- Knahr, K. (2011). *Tribology in total hip arthroplasty*. Springer Science & Business Media.
- Lim, S. & Ashby, M. (1987). Overview no. 55 wear-mechanism maps. *Acta metallurgica*, 35(1), 1-24.
- Madge, J. (2009). *Numerical modelling of the effect of fretting wear on fretting fatigue* (Tesis doctoral, University of Nottingham).
- Madge, J., Leen, S., McColl, I. & Shipway, P. (2007). Contact-evolution based prediction of fretting fatigue life: effect of slip amplitude. *Wear*, 262(9-10), 1159-1170.

- Madge, J., Leen, S. & Shipway, P. (2007). The critical role of fretting wear in the analysis of fretting fatigue. *Wear*, 263(1-6), 542-551.
- Madge, J., Leen, S. & Shipway, P. (2008). A combined wear and crack nucleation-propagation methodology for fretting fatigue prediction. *International Journal of Fatigue*, 30(9), 1509-1528.
- Mang, T., Bobzin, K. & Bartels, T. (2011). *Industrial tribology: Tribosystems, friction, wear and surface engineering, lubrication*. John Wiley & Sons.
- Mäntylä, A. & Lönnqvist, C. (2009). Fretting simulation for crackshaft-counterweight contact. En *SIMULIA Customer Conference*.
- Mary, C. & Fouvry, S. (2007). Numerical prediction of fretting contact durability using energy wear approach: Optimisation of finite-element model. *Wear*, 263(1-6), 444-450.
- Mary, C., Fouvry, S., Martin, J. & Bonnet, B. (2011). Pressure and temperature effects on Fretting Wear damage of a Cu–Ni–In plasma coating versus Ti17 titanium alloy contact. *Wear*, 272(1), 18-37.
- McColl, I., Ding, J. & Leen, S. (2004). Finite element simulation and experimental validation of fretting wear. *Wear*, 256(11-12), 1114-1127.
- McColl, I., Waterhouse, R., Harris, S. & Tsujikawa, M. (1995). Lubricated fretting wear of a high-strength eutectoid steel rope wire. *Wear*, 185(1-2), 203-212.
- Öqvist, M. (2001). Numerical simulations of mild wear using updated geometry with different step size approaches. *Wear*, 249(1-2), 6-11.
- Paulin, C., Fouvry, S. & Meunier, C. (2008). Finite element modelling of fretting wear surface evolution: application to a Ti–6Al–4V contact. *Wear*, 264(1-2), 26-36.
- Pearson, S. & Shipway, P. (2015). Is the wear coefficient dependent upon slip amplitude in fretting? Vingsbo and Söderberg revisited. *Wear*, 330, 93-102.
- Podra, P. & Andersson, S. (1999). Simulating sliding wear with finite element method. *Tribology international*, 32(2), 71-81.
- Popov, V. L. (2010). *Contact mechanics and friction*. Springer.
- Rabinowicz, E. (1995). *Friction and Wear of Materials*. A Wiley-Interscience publication. Wiley.
- Ratsimba, C., McColl, I., Williams, E., Leen, S. & Soh, H. (2004). Measurement, analysis and prediction of fretting wear damage in a representative aeroengine spline coupling. *Wear*, 257(11), 1193-1206.
- Sackfield, A., Hills, D. & Nowell, D. (2013). *Mechanics of elastic contacts*. Elsevier.
- Stachowiak, G. (2006). *Wear: Materials, Mechanisms and Practice*. Tribology in Practice Series. Wiley.
- Stachowiak, G. & Batchelor, A. (2013). *Engineering Tribology*. Elsevier Science.
- Szeri, A. Z. (2010). *Fluid film lubrication*. Cambridge university press.
- Tobi, A. M., Ding, J., Bandak, G., Leen, S. & Shipway, P. (2009). A study on the interaction between fretting wear and cyclic plasticity for Ti–6Al–4V. *Wear*, 267(1-4), 270-282.

- Tobi, A. M., Ding, J., Pearson, S., Leen, S. & Shipway, P. (2010). The effect of gross sliding fretting wear on stress distributions in thin W-DLC coating systems. *Tribology International*, 43(10), 1917-1932.
- Vincent, L., Berthier, Y., Dubourg, M. & Godet, M. (1992). Mechanics and materials in fretting. *Wear*, 153(1), 135-148. doi:[https://doi.org/10.1016/0043-1648\(92\)90266-B](https://doi.org/10.1016/0043-1648(92)90266-B)
- Vingsbo, O. & Söderberg, S. (1988). On fretting maps. *Wear*, 126(2), 131-147.
- Zhang, T., McHugh, P. & Leen, S. (2011). Computational study on the effect of contact geometry on fretting behaviour. *Wear*, 271(9-10), 1462-1480.
- Zum Gahr, K.-H. (1987). *Microstructure and wear of materials*. Elsevier.
- Zum Gahr, K.-H. (1998). Wear by hard particles. *Tribology International*, 31(10), 587-596.

Apéndice A

Apéndice

A.1. Esfuerzos de contacto - plasticidad (contacto lineal)

Existen dos criterios de cedencia ampliamente utilizados: el de Tresca y el de von Mises.

Criterio de Tresca (esfuerzo cortante máximo): Sean σ_1 , σ_2 y σ_3 los esfuerzos principales ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$).

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}|\sigma_1 - \sigma_3| = k = \frac{1}{2}Y$$

Donde k es el esfuerzo de cedencia a cortante simple y Y es el esfuerzo de cedencia a tensión.

Criterio de von Mises (energía de distorsión, esfuerzo octaédrico máximo)

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6k^2 = 2Y^2 = 6J_2$$

La máxima diferencia entre estos criterios es de 15 %.

Para el contacto lineal de los cilindros: En el eje de simetría ($x = 0$), σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} son los esfuerzos principales:

Por Tresca $\tau_{max} = 1/2(\sigma_{xx} - \sigma_{zz}) = 0.30p_0 = k$, para cedencia:

$$(p_0)_Y = 3.3k = 1.67Y$$

Por von Mises $(p_0)_Y = 3.1k = 1.79Y$ tomando al presión inicial, la carga necesaria para el comienzo de la cedencia es:

$$P_Y \simeq \frac{8.8RY^2}{E^*}$$

A.2. Reducción dimensional

El método de reducción dimensional en mecánica de contacto ha cobrado mucha importancia debido a que en simulaciones por EF ‘fretting’, la mayor parte del tiempo se desperdicia en el cálculo de la solución normal y tangencial y no en el desgaste. Éste método reduce drásticamente el tiempo de la simulación, permite obtener un sentido más físico del fenómeno y sirve de complemento en los modelos por EF. Si se tiene considera un contacto entre un perfil rotacionalmente simétrico tridimensional $z = I(r)$ y un semi-espacio elástico. El perfil se puede transformar a uno de tipo unidimensional:

$$g(x) = |x| \int_0^{|x|} \frac{I'(r)dr}{\sqrt{x^2 - r^2}} \quad (\text{A.1})$$

Su respectiva transformación esta dada por:

$$I(r) = \frac{2}{\pi} \int_0^r \frac{g(x)dx}{\sqrt{r^2 - x^2}} \quad (\text{A.2})$$

Si el perfil es presionado una profundidad d en una superficie de resortes independientes con espaciamiento Δx donde su rigidez normal y tangencial esta dada respectivamente por: $k_z = E^* \Delta x$ y $k_x = G^* \Delta x$. Suponiendo que hay similitud elástica para desacoplar el contacto normal del tangencial. Si geoméricamente se obtiene el desplazamiento vertical de un resorte individual y con ella se obtiene la densidad de fuerza lineal con la condición $g(a) = d$ la fuerza normal se obtiene por integración sobre todos los resortes y de acuerdo con una transformación integral la distribución normal de presión queda como:

$$p(r) = \frac{E^*}{\pi} \int_r^a \frac{g'(x)dx}{\sqrt{x^2 - r^2}} \quad (\text{A.3})$$

Si el indentador se mueve una dirección tangencial $u_x^{(0)}$ los resortes en contacto se adhieren produciendo una fuerza tangencial $f_x = k_x u_x^{(0)}$ hasta que esta fuerza tiene un valor crítico μf_z donde μ es el coeficiente de fricción. Para cambios incrementales del desplazamiento tangencial: $\Delta u_x(x) = \Delta u_x^{(0)}$ si $|k_x u_x(x)| < \mu f_z$. Y $u_x(x) = \pm \frac{\mu f_z(x)}{k_x}$. Por un procedimiento análogo los esfuerzos tangenciales 3d son:

$$\tau(r) = -\frac{G^*}{\pi} \int_r^\infty \frac{u_x'(x)dx}{\sqrt{x^2 - r^2}} \quad (\text{A.4})$$

Para el cálculo de desgaste utilizando la ecuación de tipo Archad donde el cambio lineal del perfil 3d es:

$$\Delta I(r) = \frac{k_{Desgaste}}{\sigma_0} \left(\Delta u_x^{(3d)}(r) - \Delta u_x^0 \right) \quad (\text{A.5})$$