



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Análisis y caracterización de un  
yacimiento naturalmente fracturado  
con acuífero de alta energía**

**TESIS**

Que para obtener el título de  
**Ingeniero Petrolero**

**P R E S E N T A**

Donovan Abraham  
Mendoza Dajio

**DIRECTOR(A) DE TESIS**

M.I. Horacio Andrés  
Ortega Benavides



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2022.**



## **Agradecimientos**

*Agradezco a la vida por darme la oportunidad de llegar a este momento.*

*A mi mamá, gracias por ser el sostén más importante en mi vida, por tu amor incondicional y por tu apoyo, por ser una fuente de inspiración para mí, por tu esfuerzo, por tu aliento en momentos difíciles, por tu comprensión y sobre todo por darme la vida, te amo mamá.*

*A mi papá, por proveerme de las herramientas necesarias para realizar mis metas y sueños, por tu amor incondicional, por tus consejos, por siempre estar para mí, estoy muy agradecido contigo por dedicar tu vida a mi crecimiento y por darme los valores que me permitan ser un buen ser humano, te amo papá.*

*A mis hermanos Alan y Cristian por ser mis compañeros de vida y mis mejores amigos, por su amor y su apoyo.*

*A mi familia, con una mención especial para mis abuelitos que donde sea que estén espero se sientan orgullosos de mí. También una mención especial para mi tío Pepe y mi tía Edith, por siempre apoyarme, aconsejarme y estar para mí.*

*A mis amigos, y todas aquellas personas que a lo largo de la vida me han brindado su amistad sincera, sería injusto no mencionar a todos, pero con un profundo aprecio agradezco a Toño López, Chucho, Gabriel, Daniel Herrera, Luis Mastache, Bryan Arizmendi, Memo Severiano, Diana Flores, Cristian Herrera, Andrés, Toño Espino, Pirlo (César), Muxu (Arturo), Samy, César, Pepe, Brenda, gracias por su amistad incondicional y su apoyo en todos los buenos y malos momentos.*

*Agradezco infinitamente a la Universidad Nacional Autónoma de México y a la Facultad de Ingeniería, por ser mi casa durante tanto tiempo, por haberme dado la oportunidad de superarme y aprender todo lo que hoy me convierte en lo que soy como profesional y como ser humano. Además, quiero agradecer a los profesores que tuve a través de mi paso por la universidad, que dedican su tiempo a formar nuevos Ingenieros y sobre todo mejores personas.*

*Un agradecimiento muy especial al Mtro. Héctor Erick Gallardo Ferrera, gracias por sus enseñanzas, por compartir sus grandes conocimientos, por su amistad que apreció mucho, por compartir conmigo su tiempo, por su paciencia, por sus consejos, por haberme*

*aceptado para realizar este trabajo bajo su tutela, ha sido un gran honor para mí y no tengo manera de agradecerle todo el apoyo brindado, muchas gracias.*

*Al Mtro. Horacio Andrés Ortega Benavides por aceptar ser mi director de tesis. Al Mtro. Ulises Neri, al Mtro. Gaspar Franco, al Ing. Víctor Juan López y al Ing. Julio Trejo, muchas gracias por ser parte del grupo de sinodales en la defensa de este trabajo.*

*Un agradecimiento muy especial al Dr. Carlos Alberto Avendaño Salazar, por su amistad, por sus consejos, por el apoyo y por ser tan buena persona conmigo.*

*Por último, quiero agradecer al Colegio de Ingenieros Petroleros de México A.C., por abrirme las puertas y por el apoyo en la realización de este trabajo.*

# Índice

Resumen .....	I
Abstract .....	III
Objetivo .....	V
Alcances .....	V
Introducción .....	VI
1. Revisión de la literatura .....	1
1.1 Marco de clasificación para los Yacimientos Naturalmente Fracturados .....	1
1.2 Efectos del vaciamiento acelerado en yacimientos con un CAA dinámico .....	3
1.3 Causas e impactos de una irrupción temprana en pozos de aceite .....	5
1.4 Gasto crítico en Yacimientos Naturalmente Fracturados .....	5
1.5 Modelo de Doble Porosidad .....	6
1.6 Otras problemáticas asociadas a la producción de agua .....	8
1.7 Detección de irrupción temprana de agua en pozos de un yacimiento naturalmente fracturado .....	9
2. Descripción del yacimiento .....	24
2.1 Características geológicas .....	24
2.2 Propiedades de los fluidos .....	26
2.3 Propiedades petrofísicas .....	30
2.4 Comportamiento de la producción .....	31
3. Metodología de análisis .....	35
3.1 Gráficos de balance de materia .....	35
3.2 Análisis de la irrupción de agua .....	41
3.3 Comportamiento adimensional de la recuperación de hidrocarburos .....	45
3.4 Análisis del gasto crítico de los pozos .....	47
3.5 Análisis del inverso de la producción .....	49
3.6 Estimación de la posición del contacto agua-aceite en el yacimiento .....	52

4. Análisis e interpretación de los resultados.....	55
Conclusiones.....	57
Anexo I.....	58
Anexo II.....	67
Anexo III.....	70
Anexo IV.....	71
Referencias.....	73

## Lista de figuras

Figura 1.1 Clasificación de YNF basado en el aporte de porosidad y permeabilidad de la matriz y las fracturas (Modificado de Nelson, 2001).....	2
Figura 1.2 Esquematación de casos de conificación en pozos productores de hidrocarburos (Gallardo, 2020). .....	4
Figura 1.3 Sensibilidad a la altura adimensional del cono de agua (Samaniego-Posadas, 2015) .....	8
Figura 1.4 Comportamiento de RAA y RAA' para sistemas con problemas de canalización (Modificado K. S. Chan, 1995) .....	12
Figura 1.5 Comportamiento de RAA y RAA' para sistemas con problemas de conificación (Modificado K. S. Chan, 1995) .....	13
Figura 1.6 Comportamiento de RAA y RAA' para sistemas con problemas de conificación y canalización (Modificado de K. S. Chan, 1995) .....	13
Figura 1.7 Esquematación del uso de las curvas de Tong para evaluar la extracción de hidrocarburos en presencia de agua (Modificado de Tong, 2015).....	15
Figura 1.8 Comportamiento del inverso del gasto respecto tiempo de balance de materia en un gráfico cartesiano (modificado de Blasingame, 2007) .....	16
Figura 1.9 Comportamiento típico de la curva de diagnóstico del inverso del gasto (Blasingame, 2007).....	17
Figura 1.10 Comportamiento log-log del método de Arps y Fetkovich (1980) .....	18
Figura 1.11 Método gráfico de Campbell (Campbell, 1978) .....	20
Figura 1.12 Modelo de un acuífero (Dake, 1978) .....	22
Figura 1.13 Aproximación de la geometría regular de un cono truncado a la de un yacimiento de trampa anticlinal (González y Morán, 2017) .....	23
Figura 2.1 Envoltorio de fases del análisis PVT, yacimiento Kin.....	28
Figura 2.2 Factor de volumen del aceite contra presión, yacimiento Kin .....	29
Figura 2.3 Relación de solubilidad contra presión, yacimiento Kin .....	29
Figura 2.4 Densidad del aceite contra presión, yacimiento Kin .....	30
Figura 2.5 Viscosidad del aceite contra presión, yacimiento Kin .....	30
Figura 2.6 Historia de producción, yacimiento Kin.....	32
Figura 2.7 Historia de producción de aceite, yacimiento Kin .....	33
Figura 2.8 Historia de producción de gas, yacimiento Kin.....	33
Figura 2.9 Historia de producción de agua, yacimiento Kin.....	34

Figura 2.10 Comportamiento de la presión estática del yacimiento Kin.....	34
Figura 3.1 Ajuste del modelo de Dake para un yacimiento volumétrico.....	36
Figura 3.2 Ajuste del modelo de Campbell para un yacimiento cerrado .....	37
Figura 3.3 Ajuste del modelo de balance de materia para un yacimiento con entrada de agua .....	38
Figura 3.4 Modelo de Havlena-Odeh, yacimiento Kin .....	39
Figura 3.5 Entrada de agua calculada por Balance de Materia y método de Fetkovich....	40
Figura 3.6 Modelo de Havlena-Odeh con entrada de agua calculada por método de Fetkovich. ....	41
Figura 3.7 Histórico de producción de aceite y corte de agua, yacimiento Kin .....	42
Figura 3.8 Curvas de Chan, yacimiento Kin .....	43
Figura 3.9 Curvas de Tong, yacimiento Kin .....	44
Figura 3.10 Historia de producción log-log, yacimiento Kin .....	45
Figura 3.11 Método de coincidencia de curvas, yacimiento Kin .....	46
Figura 3.12 Comportamiento del inverso de la producción con respecto del tiempo de balance de materia, yacimiento Kin .....	50
Figura 3.13 Comportamiento de la curva de diagnóstico del inverso de la producción, yacimiento Kin .....	51
Figura 3.14 Cimas diagramáticas de los pozos del yacimiento Kin y posición original y actual del CAA, yacimiento Kin .....	52
Figura 3.15 Comparativa del histórico de producción reportado y estimado, yacimiento Kin .....	54
<i>Tabla 2-1 Composición original del fluido contenido en el yacimiento Kin.....</i>	<i>26</i>
<i>Tabla 2-2 Datos generales del estudio PVT del yacimiento Kin .....</i>	<i>27</i>
<i>Tabla 2-3 Propiedades petrofísicas del yacimiento Kin .....</i>	<i>31</i>
<i>Tabla 3-1 Datos para cálculo del gasto crítico, yacimiento Kin.....</i>	<i>47</i>
<i>Tabla 3-2 Gastos críticos calculados y reportados, yacimiento Kin .....</i>	<i>48</i>
<i>Tabla 3-3 Últimos gastos reportados y gastos críticos, yacimiento Kin .....</i>	<i>48</i>
<i>Tabla 3-4 Gastos críticos calculados a partir de la distancia al CAA reportada y estimada. ....</i>	<i>53</i>



## Nomenclatura

$B_g$	Factor de volumen del gas, $rbl/stb$
$B_{gi}$	Factor de volumen inicial del gas, $rbl/stb$
$B_o$	Factor de volumen del aceite, $rbl/stb$
$B_{oi}$	Factor de volumen inicial del aceite, $rbl/stb$
$B_w$	Factor de volumen del agua, $rbl/stb$
$B_t$	Factor de volumen total, $rbl/stb$
$B_{tg}$	Factor de volumen total del gas, $rbl/stb$
$B_{to}$	Factor de volumen total del aceite, $rbl/stb$
$C_f$	Compresibilidad de la formación, $psia^{-1}$
$C_w$	Compresibilidad del agua, $psia^{-1}$
$C_{fra}$	Compresibilidad de fractura, $psia^{-1}$
$C_m$	Compresibilidad de matriz, $psia^{-1}$
$D_b$	Distancia desde el contacto agua-aceite original hasta la parte inferior de las perforaciones, $ft$
$E_{fw}$	Expansión del agua de formación, $rbl/stb$
$E_g$	Expansión del gas, $rbl/scf$
$E_o$	Expansión del aceite, $rbl/stb$
$F$	Producción acumulada, $Bbl$
$F_{bc}$	Factor para mala/buena cementación
$F_r$	Factor de recuperación
$G$	Volumen de gas inicial en el yacimiento @C.E., $scf$
$G_m$	Volumen de gas presente en la matriz @C.E., $scf$
$G_f$	Volumen de gas presente en la fractura @C.E., $scf$
$G_{fg}$	Volumen de gas libre instantáneo @C.E., $scf$
$G_{fgi}$	Volumen de gas libre inicial @C.E., $scf$
$G_p$	Volumen de gas producido acumulado @C.E., $scf$
$h_o$	Espesor de la zona de aceite, $ft$
$h_p$	Espesor del intervalo perforado, $ft$
$h_{wc}$	Altura del cono de agua, $ft$
$k_{ro}$	Permeabilidad relativa al aceite, $md$
$k_h$	Permeabilidad horizontal, $md$

$k_v$	Permeabilidad vertical, <i>md</i>
$k_f$	Permeabilidad de la fractura, <i>md</i>
$k_m$	Permeabilidad de la matriz, <i>md</i>
$m$	Relación del volumen inicial ocupado por la capa de gas respecto del volumen original de aceite en el yacimiento, <i>rbl/rbl</i>
$N$	Volumen original de aceite @C.E., <i>stb</i>
$N_m$	Volumen original de aceite en la matriz @C.E., <i>stb</i>
$N_f$	Volumen original de aceite en la fractura @C.E., <i>stb</i>
$N_{fo}$	Volumen de aceite libre instantáneo @C.E., <i>stb</i>
$N_{foi}$	Volumen de aceite libre inicial @C.E., <i>stb</i>
$N_p$	Volumen de aceite producido acumulado @C.E., <i>stb</i>
$P$	Presión del yacimiento, <i>psia</i>
$P_i$	Presión inicial del yacimiento, <i>psia</i>
$\Delta P$	Caída de presión total en el yacimiento, <i>psia</i>
$q_{ocw}$	Gasto crítico, <i>bpd</i>
$q_{CD}$	Gasto adimensional, <i>adim</i>
$q_o$	Gasto de aceite, <i>bpd</i>
$q_w$	Gasto de agua, <i>bpd</i>
$R_s$	Relación de solubilidad, <i>scf/stb</i>
$R_{si}$	Relación de solubilidad inicial, <i>scf/stb</i>
$R_p$	Relación gas-aceite producido acumulado = $G_p/N_p$ , <i>scf/stb</i>
$R_v$	Relación de aceite volátil-gas, <i>stb/scf</i>
$R_{vi}$	Relación de aceite volátil-gas inicial, <i>stb/scf</i>
$r_e$	Radio de drene, <i>ft</i>
$r_w$	Radio de pozo, <i>ft</i>
$r_{De}$	Radio efectivo adimensional, <i>adim</i>
$r_D$	Radio adimensional, <i>adim</i>
$RAA$	Relación agua-aceite, <i>fracción</i>
$S_w$	Saturación de agua, <i>fracción</i>
$S_{wi}$	Saturación de agua inicial, <i>fracción</i>
$S_{wmi}$	Saturación de agua inicial en la matriz, <i>fracción</i>
$S_{wfi}$	Saturación de agua inicial en la fractura, <i>fracción</i>
$t_{hwc}$	Tiempo de formación de cono de agua, <i>meses</i>

$V_i$	Volumen inicial, $ft^3$
$V_p$	Volumen poroso, $rbl$
$V_{pi}$	Volumen poroso inicial, $ft^3$
$V_r$	Volumen remanente, $ft^3$
$W_e$	Entrada de agua del acuífero @C.Y., $rbl$
$W_p$	Producción acumulada de agua, @C.Y., $rbl$
$\rho_o$	Densidad del aceite, $lb/ft^3$
$\rho_w$	Densidad del agua, $lb/ft^3$
$\rho_g$	Densidad del gas, $lb/ft^3$
$\mu_o$	Viscosidad del aceite, $cp$
$\mu_w$	Viscosidad del agua, $cp$
$\mu_g$	Viscosidad del gas, $cp$
$\psi_w$	Función adimensional de agua, $adim$
$\psi_g$	Función adimensional del gas, $adim$
$\xi$	Longitud perforada, $adim$
$\delta_w$	Radio de cono de agua, $adim$
$\omega$	Capacidad de almacenamiento
$\lambda$	Factor de flujo entre porosidades
$\alpha$	Factor de forma de bloque de matriz, $ft^2$

## Resumen

Este trabajo presenta una metodología de análisis y caracterización de la entrada de agua en yacimientos naturalmente fracturados con base en el análisis de datos de producción combinado con técnicas de balance de materia, gráficos de diagnóstico y análisis del inverso del gasto de producción.

Inicialmente se presenta un marco de clasificación para los yacimientos naturalmente fracturados que, de acuerdo con el grado de aporte de fluidos y capacidad de flujo de la matriz y las fracturas son clasificados en cinco tipos de yacimientos naturalmente fracturados. Además, se presentan conceptos, entre los que se incluyen los efectos provocados por la producción acelerada de aceite, las causas e impactos de la irrupción temprana de agua, el concepto de gasto crítico en yacimientos naturalmente fracturados y como se calcula mediante correlaciones; además, se exponen algunas de las problemáticas asociadas a la producción de agua en pozos de aceite, así como algunos métodos que son utilizados para detectar y prever la irrupción temprana de agua.

Para la metodología de análisis son necesarios los datos de producción reportados de un yacimiento, así como sus características (petrofísicas, propiedades de los fluidos y estudios PVT), de tal manera que, con dicha información fue posible realizar un análisis mucho más adecuado de acuerdo con las condiciones del yacimiento.

La metodología inicia con los estudios de balance de materia, donde se busca, en primera instancia, identificar el o los mecanismos de empuje presentes en el yacimiento, así como la existencia de un acuífero asociado, a partir del uso de los modelos propuestos por Dake (1978) y Campbell (1978). A su vez, utilizando el modelo de Havlena-Odeh (1963) se estimó el volumen original de aceite y la entrada de agua en el yacimiento, que también fue calculada mediante el modelo de balance de materia propuesto por Fetkovich (1971) el cual permitió identificar y representar al acuífero.

El siguiente paso en la metodología fue identificar mediante los gráficos de Chan (1995) la existencia de una irrupción de agua en los pozos del yacimiento, con estos gráficos fue posible determinar si dicha irrupción fue provocada por una canalización, por una conificación o por ambas, teniendo así más evidencia para determinar las causas de una mala o buena eficiencia de extracción de hidrocarburos en el yacimiento.

Siguiendo la metodología y mediante los gráficos de Tong (2015) se pudo cuantificar la eficiencia de la estrategia de extracción de los hidrocarburos del yacimiento con el objetivo de determinar si esta estrategia ha sido eficiente.

Posteriormente, se presentó el cálculo de la recuperación final estimada (EUR) mediante un análisis de curvas tipo de Fetkovich (1980), además para este cálculo también se utilizó el análisis del inverso de la producción con el objetivo de determinar la cantidad de reservas recuperadas al momento final del proyecto y poder reconocer si la estrategia utilizada fue efectiva y eficiente de acuerdo con las condiciones operativas del yacimiento.

Posteriormente se calcularon los gastos críticos mediante tres correlaciones y con el objetivo principal de encontrar las causas de la irrupción temprana de agua, teniendo como premisa la producción descontrolada de aceite en el yacimiento.

Con el uso de un modelo de balance de materia fue posible identificar y dar seguimiento a la posición del contacto agua-aceite, utilizando los datos de producción, una vez que fue identificada la posición del contacto se recalcularon los gastos críticos pero esta vez utilizando las distancias obtenidas del modelo para cada pozo del yacimiento, con el objetivo de comparar los cálculos reportados por el operador y los obtenidos de los modelos, es conveniente mencionar que se utilizaron los mismos datos reportados (propiedades petrofísicas y de los fluidos), únicamente y como se mencionó anteriormente, se utilizaron las distancias resultantes del modelo de balance de materia.

Se presentó un análisis de los resultados obtenidos en la metodología justificando la determinación del análisis de acuerdo con la estrategia de extracción y su eficiencia.

Finalmente se presentaron las conclusiones del análisis que agrupan las ideas principales del presente trabajo.

## Abstract

This work presents a methodology for the analysis and characterization of water breakthrough in naturally fractured reservoirs based on the analysis of production data combined with material balance techniques, diagnostic graphs, and an analysis of the inverse production.

Initially, a classification framework for naturally fractured reservoirs is presented, which, according to the degree of fluid contribution and flow capacity of the matrix and the fractures, are classified into five types of naturally fractured reservoirs. In addition, concepts are presented, among which are include the effects caused by the accelerated oil production, the causes and impacts of the early water breakthrough, the concept of critical rate in naturally fractured reservoirs and how it's calculated through correlations; in addition, some of the problems associated with the water production in oil wells are exposed, as well as some methods that are used to detect and anticipate the early water breakthrough.

For the analysis methodology, the reported production data of a reservoir are necessary, as well as its characteristics (petrophysics, fluid properties and PVT studies), in such a way that, with said information, it was possible to carry out a much more adequate analysis according to with the reservoir conditions.

The methodology begins with the studies of material balance, where it's sought, in the first instance, to identify the thrust mechanism present in the reservoir, as well as the existence of an associated aquifer, based on the use of models proposed by Dake (1978) and Campbell (1978). In turn, using the Havlena-Odeh (1963) model, the original oil volume, and the inflow of water into the reservoir were estimated, which was also calculated using the material balance model proposed by Fetkovich (1971), which allowed identify and represent the aquifer.

The next step in the methodology was to identify, through Chan's graphs (1995), the existence of water breakthrough in reservoir's wells, with these graphs it was possible to determine if water breakthrough was caused by a channeling, by a coning, or by both, having more evidence to determine the causes of poor or good hydrocarbon extraction efficiency in the reservoir.

Following the methodology and using Tong's graphs (2015), it was possible to quantify the efficiency of strategy for extracting hydrocarbons from the reservoir to determine if this strategy has been efficient.

Subsequently, the calculation of the estimated final recovery (EUR) was presented through an analysis of type curves by Fetkovich (1980), in addition, for this calculation, the analysis of inverse production was also used to determine the amount of reserve recovered at final moment of the project and to be able to recognize if the strategy used was effective and efficient according to the reservoir's operating conditions.

Subsequently, the critical rates were calculated through three correlations and with the main objective of finding the causes of the early water breakthrough, taking as a premise the uncontrolled oil production in the reservoir.

With the use of a material balance model, it was possible to identify and monitor the position of the water-oil contact, using the production data. Once the contact position was identified, the critical rates were recalculated, but using the distances obtained from the model for each well in the reservoir, to compare the calculations reported by the operator and those obtained from the models, it's convenient to mention that the same reported data (petrophysical and fluid properties) were used, as mentioned previously, the distances resulting from the material balance model were used.

An analysis of the results obtained in the methodology was presented justifying the determination of the analysis according to the extraction strategy and its efficiency.

Finally, the conclusions of the analysis that group the main ideas this work presented.

## Objetivo

Presentar el análisis y caracterización de la entrada de agua en un yacimiento carbonatado naturalmente fracturado, considerando los datos de presión y producción, a través de métodos basados en modelos de balance de materia y declinación.

## Alcances

- Realizar un diagnóstico de los mecanismos de producción presentes en un yacimiento.
- Identificar la influencia de un acuífero activo y caracterizar sus parámetros mediante modelos de balance de materia.
- Establecer la localización del contacto agua-aceite (en adelante, CAA) en un yacimiento con empuje hidráulico.
- Estimar valores para el gasto crítico y establecer un límite operativo que sirva como referencia para evaluar los gastos históricos de producción en el yacimiento.
- Determinar las causas de la irrupción temprana de agua en el yacimiento analizado.



## Introducción

En promedio, en el mundo se producen hasta tres barriles de agua por cada barril de aceite, con condiciones operativas en las que existe un corte de agua hasta del 80% (*Jasinski, 2007*). Esto ha motivado que el control de agua en los pozos productores de aceite sea un problema ampliamente estudiado en la industria; sin embargo, dado que su origen no se puede asociar a una única causa, la implementación de una solución específica requiere de identificar el origen de la irrupción en los pozos.

En los yacimientos de aceite que poseen un acuífero potente asociado, que se manifiesta a través de una entrada de agua basal, la existencia de un contacto agua-aceite dinámico debe ser considerada y monitoreada como parte de su estrategia de desarrollo. En estos casos, se deben reconocer los efectos de la permeabilidad vertical y el ritmo de extracción sobre el desplazamiento del contacto y el tiempo de irrupción del agua, ya que los esquemas de producción acelerados pueden provocar que el agua ingrese al yacimiento de forma anticipada, irrumpiendo primero por los canales de alta permeabilidad y llegando después en los pozos (*Walsh, 2007*).

En los yacimientos con características como las indicadas previamente, los ritmos de extracción controlados permiten que el avance del agua sea homogéneo, retrasando la irrupción de este fluido y favoreciendo un drenado más eficiente del medio poroso (*Garaicochea, 1987*). Por otro lado, cuando la estrategia se enfoca en un vaciamiento acelerado, el avance del agua es heterogéneo, y la difusión del gradiente de presión provoca que esta se manifieste anticipadamente en los pozos (*Chierici y Ciucci, 1964*).

Los casos que se describen anteriormente pueden explicarse mediante los fenómenos de conificación y canalización de agua. El primero de ellos es un término que se usa para describir un ascenso focalizado del agua desde el contacto agua-aceite hacia los pozos y que se forma con una geometría de cono o cresta, según el tipo de pozo. Por otro lado, el segundo refiere a la irrupción del agua a través de uno o más canales preferenciales que conectan al pozo con el agua, ya sea por efectos mecánicos derivados del mal estado de una cementación o por el fracturamiento intenso de los yacimientos (*Jasinski, 2007*). Es importante señalar que, de acuerdo con las características del medio poroso, estos fenómenos pueden ocurrir en forma conjunta dentro de los yacimientos.

Por ejemplo, en aquellos yacimientos naturalmente fracturados (en adelante, YNF) en los que las redes de fracturas aportan la principal vía de comunicación entre los pozos y el medio poroso, la irrupción acelerada del agua puede reducir sensiblemente la recuperación final de aceite (*Allan y Sun, 2003*), ya que al acortarse el tiempo en el que se manifiesta este fluido en los pozos, conforme se invaden las secciones más permeables del yacimiento (que corresponden con la red de fracturas) se dificulta la expulsión del aceite de la matriz, quedando atrapado y dificultándose su recuperación. En consecuencia, muchas veces se deben reducir las reservas del yacimiento.

El problema que se estudia en este trabajo se centra en la detección de los mecanismos de entrada de agua y la evaluación de la eficiencia de la estrategia de extracción considerada en un YNF de tipo II (conforme a la clasificación de *Nelson, 2001*) homogéneo con permeabilidad en las fracturas y porosidad en la matriz. Para ello se utilizarán métodos de análisis de datos de producción medidos durante la operación diaria de los pozos, mismos que se integrarán para definir una metodología base.

# 1. Revisión de la literatura

Existen métodos que permiten diagnosticar las causas de la irrupción del agua en los pozos. Al hacerlo, es posible identificar estrategias para mitigar sus efectos sobre la producción y maximizar la recuperación de los hidrocarburos a condiciones de viabilidad económica.

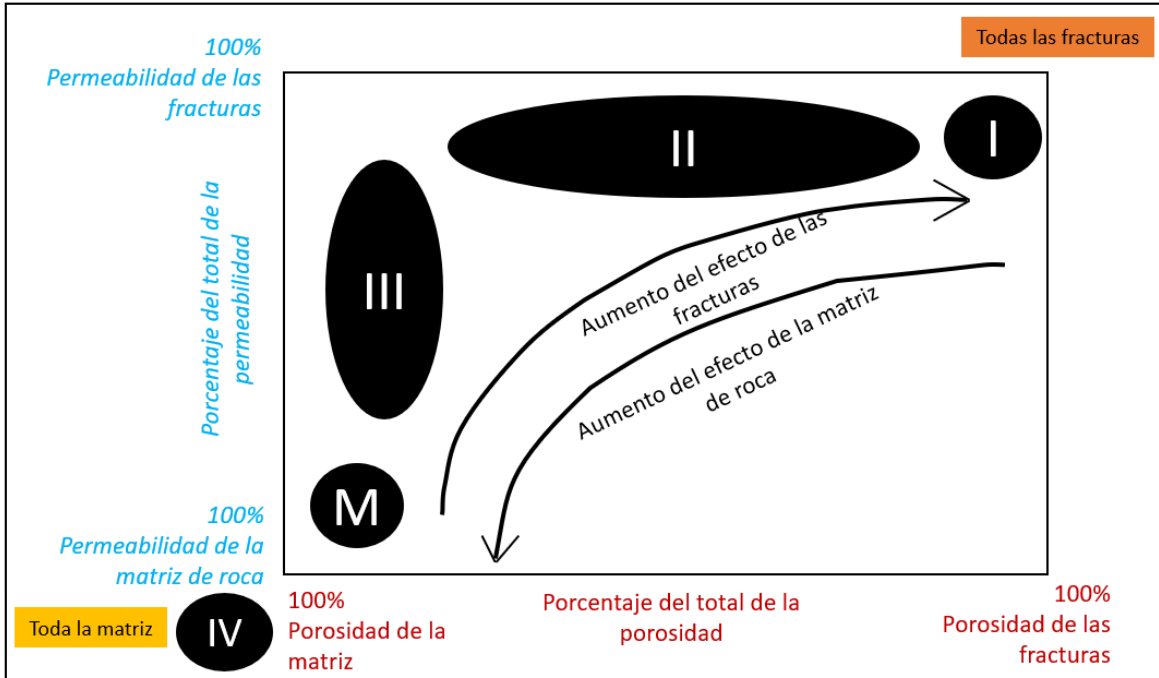
A continuación, se brinda un marco para definir los términos que se desarrollan a lo largo de este trabajo. Asimismo, se discuten algunos aspectos relevantes sobre la detección de la irrupción del agua y su control en un YNF con un contacto agua-aceite dinámico y sensible a las condiciones de producción.

## 1.1 Marco de clasificación para los Yacimientos Naturalmente Fracturados

De acuerdo con *Nelson (2001)*, un YNF se define como aquel sistema que, debido a la existencia de un campo de esfuerzos y los cambios naturales que experimenta el sistema a lo largo de su historia geológica (ya sea por motivos tectónicos, térmicos, eventos locales, cambios en las propiedades de los fluidos que contienen u otros), además de deformaciones, presenta discontinuidades mecánicas en los materiales que le constituyen. A esta falta de continuidad se le denomina fractura.

Considerando que prácticamente todos los yacimientos presentan fracturas, es importante indicar que en términos de la ingeniería petrolera se define como un Yacimiento Naturalmente Fracturado a aquel en donde las fracturas inciden activamente en la producción, ya sea como canales complejos que comunican diferentes intervalos, barreras impermeables, porosidad activa y/o permeabilidad dominante (*Aguilera, 1980; Nelson, 2001*). Por su naturaleza, además, estos se refieren a sistemas heterogéneos en sus atributos.

En este trabajo, se usará el marco de referencia establecido por *Nelson (2001)*. De esta manera, se establece que un YNF se puede clasificar conforme al grado de aporte de fluidos y capacidad de flujo de la matriz y las fracturas hacia la producción total del yacimiento, así como por su nivel de heterogeneidad, **Figura 1.1 Clasificación de YNF basado en el aporte de porosidad y permeabilidad de la matriz y las fracturas (Modificado de Nelson, 2001)**.



**Figura 1.1 Clasificación de YNF basado en el aporte de porosidad y permeabilidad de la matriz y las fracturas (Modificado de Nelson, 2001)**

Los tipos de yacimientos que se indican en la **Figura 1.1** son:

1. **Yacimiento fracturado Tipo I.** En estos yacimientos las fracturas proveen completamente tanto la permeabilidad y la porosidad al medio poroso. Habitualmente poseen grandes áreas de drene en cada pozo, debido a que las fracturas mantienen un volumen pequeño respecto a la matriz, y al encontrarse la mayor parte de los canales comunicados (sólo hay porosidad por las fracturas), se favorece que el drene de los pozos ocurra en forma eficiente y en un menor tiempo.
2. **Yacimiento Fracturado Tipo II.** En este tipo de yacimientos podemos encontrar que las fracturas aportan el total de la permeabilidad en tanto que la matriz de la roca aporta un porcentaje del total de la porosidad y contiene en ella la mayor cantidad de volumen de hidrocarburos. En estos tipos de yacimientos el volumen de hidrocarburos contenido en la matriz suele ser mayor al de las fracturas, por lo que, para optimizar la recuperación, se debe caracterizar la interacción matriz-fractura.
3. **Yacimiento Fracturado Tipo III.** Para este tipo de yacimientos encontramos que el sistema de fracturas aporta un porcentaje del total de la permeabilidad del sistema y la matriz aportará el 100% de la porosidad del sistema, de tal manera que la

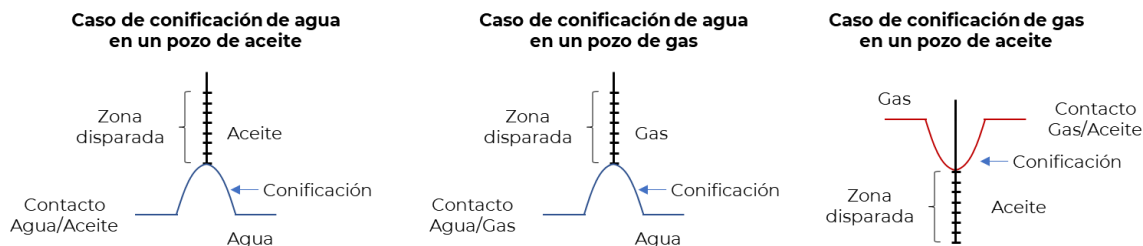
capacidad de drene de las fracturas disminuye. Al igual que en el tipo II se deberá determinar la interacción matriz-fractura para poder saber si el volumen contenido en la matriz podrá ser drenado por el sistema de fracturas.

4. **Yacimiento Fracturado Tipo M.** En este tipo de yacimientos encontramos que la porosidad es aportada únicamente por la matriz de la roca en tanto que la permeabilidad será aportada en pequeñas cantidades por el sistema de fracturas y en su mayoría también será aportada por la matriz de la roca. De tal manera que el drene del volumen contenido en la matriz a través de las fracturas será menor al de los tipos anteriores.
5. **Yacimiento Fracturado Tipo IV.** En este tipo de yacimientos tanto la permeabilidad y la porosidad serán aportadas únicamente por la matriz de la roca. De tal manera que el volumen de hidrocarburos estará almacenado en vugulos de la matriz y en la misma matriz, el drene de hidrocarburos a través de las fracturas será prácticamente nulo. El sistema de fracturas no proporcionará porosidad y permeabilidad adicionales significativas, por el contrario, constituirán una anisotropía del yacimiento (barreras para el flujo).

## **1.2 Efectos del vaciamiento acelerado en yacimientos con un CAA dinámico**

Idealmente, durante la extracción se busca que el avance del CAA ocurra en forma homogénea, semejante a un desplazamiento de tipo pistón. No obstante, en la práctica el ascenso ocurre, de acuerdo con el tipo de pozo, a través de una serie de conos o crestas. Si bien, estos pueden formarse de forma controlada (ya sea que el gradiente de presión provocado por la extracción de un pozo se distribuye en un área de drene mayor o se reduzca el gradiente sobre una misma área); en caso de que el vaciamiento sea acelerado, cuando el gradiente se distribuye de manera desigual, se favorece la formación de un cono o cresta que avanza rápidamente hacia el pozo.

En un yacimiento de hidrocarburos con presencia de uno o más contactos móviles entre las fases gas, aceite y agua, la producción desbalancea las fuerzas de presión y gravitacionales del yacimiento (*Lee, 2007*). Una vez que este desbalance se propaga y se manifiesta en el o los contactos, se provoca su desequilibrio que se manifiesta como un cono (cuando los pozos son verticales) o una cresta (si los pozos son desviados), **Figura 1.2 Esquematación de casos de conificación en pozos productores de hidrocarburos (Gallardo, 2020).**



**Figura 1.2 Esquematización de casos de conificación en pozos productores de hidrocarburos (Gallardo, 2020).**

Las variables que pueden afectar la conificación son:

- Diferencia entre las densidades de las fases (fuerzas gravitacionales);
- Viscosidades de los fluidos y permeabilidades relativas;
- Permeabilidades horizontales y verticales;
- Distancia de los contactos a las perforaciones.

Cuando se forma un cono controlado, el avance del contacto agua-aceite guarda semejanza a un movimiento de tipo pistón. Por otro lado, cuando se favorece la formación de conos no controlados, el avance es más bien heterogéneo, teniendo altitudes diferentes del contacto en diferentes puntos del yacimiento. Esto último, a su vez, puede permitir que exista digitación del agua en formaciones con contrastes grandes de permeabilidad y capilaridad, provocando que volúmenes grandes de aceite queden atrapados en el yacimiento.

En un YNF, esto se explica en forma similar; no obstante, dependiendo del tipo de fracturas en el sistema, y de acuerdo con la heterogeneidad de cada yacimiento, la irrupción del agua puede acelerarse considerablemente, ya que los fluidos viajan por la sección más permeable del medio poroso (que suelen ser las fracturas) y se comunican con los pozos. Además, en un YNF, puede facilitarse la canalización del agua a los pozos.

De esta manera, dado que, cuando las fracturas proveen la principal permeabilidad del yacimiento, estas generan canales de flujo preferenciales y, si los ritmos de extracción no son optimizados adecuadamente, se puede acelerar la irrupción temprana de los fluidos en los pozos, ya que favorecen la conexión directa entre los pozos y los contactos. Más aún, cuando la matriz provee la porosidad principal, el agua puede provocar que se formen regiones aisladas con grandes cantidades de hidrocarburos que, por las condiciones de capilaridad y mojabilidad, así como por las curvas de permeabilidad relativa, pueden quedar

atrapadas y sin posibilidad de ser desalojadas e incorporarse a las fracturas, o que lo hacen a tasas que pueden no ser rentables. En consecuencia, las reservas de los yacimientos pueden reducirse.

De esta manera, la detección, prevención y mitigación de los efectos de la producción no deseada de agua como prácticas dentro de la gestión de los yacimientos permiten extender la vida productiva de un pozo.

### **1.3 Causas e impactos de una irrupción temprana en pozos de aceite**

El reto de la Ingeniería para mantener y mejorar los gastos de producción comienza a partir de la detección y el control temprano de las causas de la irrupción de agua. El agua puede ingresar al pozo por distintas razones:

- Caída de presión.
- Flujo preferencial a través de zonas de alta permeabilidad.
- Conificación de agua.
- Fracturas o fallas que comuniquen con la zona productora.
- Filtraciones en las tuberías de revestimiento, producción o empacadores.
- Permeabilidades verticales altas.
- Capa segregada por gravedad.

El ritmo de extracción es una de las principales causas de la irrupción temprana de agua, esto debido a que se produce a gastos mayores a un valor límite operativo, que normalmente se denomina como “gasto crítico,” lo que favorecerá a la aparición de agua en el pozo.

### **1.4 Gasto crítico en Yacimientos Naturalmente Fracturados**

Teóricamente se puede estimar un valor de gasto máximo por encima del cual puede desarrollarse la irrupción temprana de agua o gas por efecto de la conificación, el valor de este gasto toma el nombre de “gasto crítico”. Así, para un pozo productor de aceite en un yacimiento con empuje hidráulico basal, en forma práctica -más no única- el gasto crítico se traduce en un valor de referencia que indica un límite operativo para el cual un pozo puede fluir sin producir agua debido a la conificación.

Existen teorías y modelos que están dirigidos a encontrar el valor de este gasto, relacionado a esto, se han realizado diversas correlaciones para su cálculo, demostrando que el cálculo de este valor tiene una importancia particular en el análisis y desarrollo de las soluciones sobre la conificación de agua.

El gasto crítico intenta explicar -con base en la dinámica de los fluidos en el yacimiento- las condiciones de operación máximas a las que puede extraerse aceite sin que se presenten problemas de producción de agua por efecto de su conificación desde el contacto, siendo las siguientes consideraciones esenciales en este parámetro (gasto crítico):

1. El gasto crítico marcará un límite operativo de extracción para mantener en equilibrio las fuerzas de presión y gravitacionales.
2. A gastos de explotación inferiores al gasto crítico, el cono de agua no alcanzará al pozo de manera prematura, permitiendo una óptima recuperación de hidrocarburos
3. Si se explota por arriba del gasto crítico el cono de agua alcanzará al pozo, eventualmente aumentará la producción de agua a través del tiempo.

En el **Anexo I** se presentan algunas correlaciones típicamente utilizadas para el cálculo del gasto crítico en los yacimientos.

### **1.5 Modelo de Doble Porosidad**

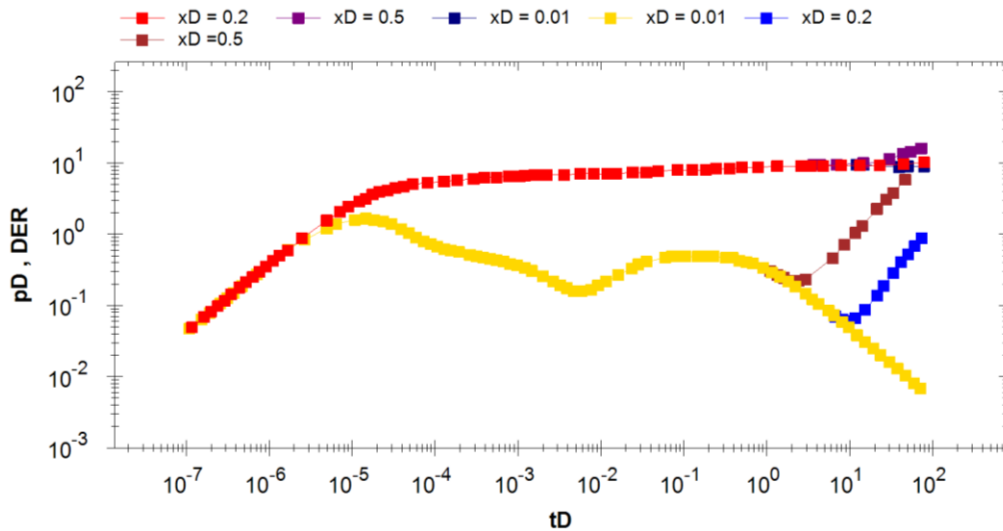
Muchos YNF de tipo II y algunos de tipo III pueden ser considerados como sistemas de doble porosidad, en donde la matriz, que normalmente posee una permeabilidad baja, es la que soporta la porosidad y la red de fracturas es la que aporta la permeabilidad y comunica a los pozos. En general, el modelo de doble porosidad más utilizado para representar el comportamiento de estos yacimientos es el propuesto por *Warren y Root (1963)*, que se basa en una solución a la ecuación de difusividad acoplada para representar el flujo de las fracturas a los pozos (flujo en la porosidad secundaria) y la transferencia de la matriz a las fracturas (flujo entre la porosidad primaria y secundaria).

Idealmente, los valores utilizados para caracterizar este modelo se obtienen mediante datos petrofísicos de registros y núcleos, así como a través del análisis de pruebas de presión y el análisis de datos de producción, que son conjuntados y ajustados con ayuda de herramientas numéricas y de simulación.



Cabe precisar que el modelo de Warren y Root (**Anexo II**) representa a un YNF como un sistema idealizado, y considera que el flujo hacia el pozo ocurre sólo en la red de fracturas, mientras que la matriz alimenta continuamente al sistema de fracturas bajo condiciones de flujo pseudoestacionario. En general, los parámetros del modelo (que dependen de la permeabilidad, porosidad y compresibilidad de los sistemas de porosidad primaria y secundaria, así como del factor de forma, tamaño y geometría de los bloques de matriz) pueden agruparse en los conjuntos definidos por la capacidad de almacenamiento ( $\omega$ ) y factor de flujo interporoso ( $\lambda$ ).

En presencia de una frontera a presión constante (un acuífero o un casquete de gas), *Al-Khalifa y Odeh (1989)* señalan que el comportamiento de la presión de un pozo fluyente en un yacimiento de doble porosidad diferirá del comportamiento idealizado por Warren y Root, ya que la interfase de los contactos suele representarse a través de un plano, lo que difiere de la realidad en los pozos, donde podemos encontrar efectos de conificación. Al respecto, *Samaniego y Posadas (2015)*, proponen una solución analítica a la condición descrita por *Al-Khalifa y Odeh (1989)*, donde aplican el principio de superposición con ayuda del inversor numérico de *Stehfest (1970)* para estudiar las soluciones obtenidas en el espacio de Laplace, para diferentes valores de altura adimensional de un cono ( $x_D$ ); los resultados obtenidos se presentan en la **Figura 1.3 Sensibilidad a la altura adimensional del cono de agua (Modificado de Samaniego-Posadas, 2015)**, donde se observa que para un valor muy pequeño de altura del cono se obtiene la solución para una frontera a presión constante.



**Figura 1.3 Sensibilidad a la altura adimensional del cono de agua (Modificado de Samaniego-Posadas, 2015)**

## 1.6 Otras problemáticas asociadas a la producción de agua

La aparición temprana de agua afecta a la productividad de los pozos por la disminución de la movilidad de aceite, el aumento en el gradiente hidrostático en la tubería y, por lo tanto, la necesidad de mayor energía para transportar los fluidos a través de esta.

En los pozos productores, el agua que irrumpe provoca problemas como:

- **Incrustaciones:** este problema se presenta cuando existe producción de agua que actúa como solvente de muchas sustancias y puede transportar cantidades considerables de minerales.
- **Emulsiones:** estos problemas se agravan cuando el yacimiento presenta presencia de agua en el pozo, esto por ende aumenta los costos en la producción del pozo.
- **Bloqueos por agua:** el agua obstaculiza los canales por lo que pudiera viajar el aceite, esto es un problema mayor, ya que al aumentar la permeabilidad efectiva del agua la del aceite disminuye y por ende se volverá muy difícil producir aceite.
- **Corrosión:** está ligada a la cantidad de sustancias corrosivas como lo son el oxígeno, ácido sulfhídrico, bióxido de carbono y sales.

Todos estos efectos suelen estar relacionados a la producción de arena en el pozo. Otro efecto en la producción con el exceso de agua es que aumenta la carga hidrostática de los fluidos contenidos en el pozo, esto requiere una capacidad de elevación artificial,

repercutiendo en los costos para la explotación de aceite mientras los volúmenes de agua crecen.

### **1.7 Detección de irrupción temprana de agua en pozos de un yacimiento naturalmente fracturado**

El control de agua es una de las problemáticas más comunes en los yacimientos petroleros (*Jasinski, 2007*). En consecuencia, existe una amplia cantidad de modelos, métodos y metodologías que pueden usarse para pronosticar la irrupción del agua, y de ellos se ha estudiado la sensibilidad a la variación en sus parámetros.

El historial de producción se puede usar de diferentes maneras, en primer lugar, se encuentra el “diagrama de recuperación”, un diagrama de la RAA en función de la producción acumulada, este diagrama permitirá la extrapolación de la RAA límite (donde la producción de agua es igual a la producción de aceite).

Si la producción extrapolada es aproximadamente igual a las reservas esperadas, el pozo está teniendo una producción “buena” de agua y no será necesario el control de agua. A su vez podemos presentar un gráfico de la producción de aceite y de producción de aceite acumulado. Un aumento en la disminución podría indicar un problema de presencia de agua o un agotamiento severo en la energía del yacimiento. El análisis de cierre y estrangulamiento de los datos fluctuantes de la RAA puede proporcionar pistas al tipo de problema. Problemas como la conificación pueden conducir a una RAA más baja durante el estrangulamiento o el cierre.

Algunos de los métodos que pueden ser utilizados para prever la irrupción de agua y valorar la eficiencia de la estrategia de extracción son los siguientes:

1. Medición continua de los parámetros operativos de los pozos (aumentos repentinos de la relación agua-aceite, RAA, o la disminución de la producción podría indicar un problema por presencia de agua o un agotamiento severo en la energía del yacimiento), así como adquisición periódica de datos de fondo para verificar el avance de los niveles de contactos o cambios en la distribución de las fases en las cercanías del pozo (*Loi et al., 2012*).
2. Análisis de la producción a nivel de pozo para determinar el gasto crítico de operación. Esta es, como se indica con anterioridad, una de las prácticas más aceptadas para prevenir la irrupción acelerada de agua, ya que la figura del gasto

crítico sirve como una referencia operativa con la que identificar un límite máximo para la producción de los pozos.

3. Al respecto del último punto, la literatura recomienda extensamente el uso del gasto crítico, e indica que su determinación debe realizarse conforme al nivel de conocimiento de los parámetros del sistema productor estudiado (*Lee, 2007; Walsh, 2007; y Pacheco, 2016*).
4. Análisis del comportamiento de las curvas de producción agua-aceite y su derivada respecto del tiempo conforme a los patrones reportados por *Chan (1995)*. La ventaja de este método es que además permite estimar las posibles causas de la entrada de agua (en específico si se trata de conificación o canalización).
5. Uso de los gráficos para el análisis de la producción propuestos por *Tong (1981)* o alguna de las modificaciones propuestas para evaluar la eficiencia de extracción. Una ventaja de este tipo de gráfico es que permite evaluar la eficiencia en la extracción al utilizar curvas tipo para estimar la recuperación final del campo (los cambios súbitos de la línea base a otras de menor valor, ubicadas en la parte izquierda superior del gráfico, implican una estrategia inadecuada).
6. Análisis del inverso del gasto respecto al tiempo de balance de materia (*Blasingame et al., 2007*), a través del cual se puede determinar el cambio en las reservas a lo largo de la vida productiva y las condiciones de declinación de los pozos.
7. Estudios de balance de materia asistidos de gráficos especializados como los de *Dake (1978)* y *Campbell (1978)*, que permiten identificar la existencia de un acuífero activo en los yacimientos de aceite, así como su nivel de influencia sobre la producción.

Se debe precisar que aún y cuando la irrupción de agua durante la producción de hidrocarburos puede ser un evento esperado en campos con presencia de un acuífero potente, el ritmo de producción afectará directamente el tiempo en el que ocurrirá la irrupción del agua en los pozos, ya que existe una relación directa entre el gasto y la caída de presión, y en consecuencia la correspondencia es inversa respecto del tiempo de irrupción. Más aún, en los YNF en los que la permeabilidad del sistema proviene de las fracturas, la relación que guarda el ritmo de extracción con la irrupción del agua es mucho mayor (*Pacheco, 2016*), ya que:

- se tiene un medio altamente conductivo para los fluidos:
- el gradiente de presión se comunica de manera acelerada a través de las fracturas;

- el agua tiene mayor facilidad para moverse en las fracturas; y la conificación a su vez promueve la canalización del agua a los pozos.

De esta manera, al reducirse el tiempo de irrupción del agua e incrementar la producción en los yacimientos con un empuje hidráulico no se obtiene la misma recuperación final que al administrar el ritmo de extracción.

Considerando lo anterior, para este trabajo existen dos parámetros de gran importancia para la detección y posterior control de agua, estos se establecen a partir de la medición directa y la interpretación de comportamientos, y son: la relación agua-aceite y la profundidad del contacto agua-aceite.

### 1.7.1 Curvas de Chan

*K. S. Chan (1995)* propuso una metodología en el diagnóstico del comportamiento de la entrada de agua en los pozos petroleros, esta metodología utiliza variables como la relación agua-aceite (RAA) y su derivada (RAA') a través de gráficos especializados. La manifestación de agua en los pozos mantiene una relación intrínseca con la posición estructural, el grado de fracturamiento y el fallamiento cercano, de esta manera se pueden identificar patrones de flujo de agua en determinadas zonas dentro del yacimiento.

La metodología propuesta por Chan es la siguiente:

1. Determinar la relación agua-aceite (RAA) por pozo

$$RAA = \frac{F_w}{1 - F_w} = \frac{q_w}{q_o}, \dots\dots\dots (1.1)$$

para este punto es recomendable usar datos reportados de corte de agua.

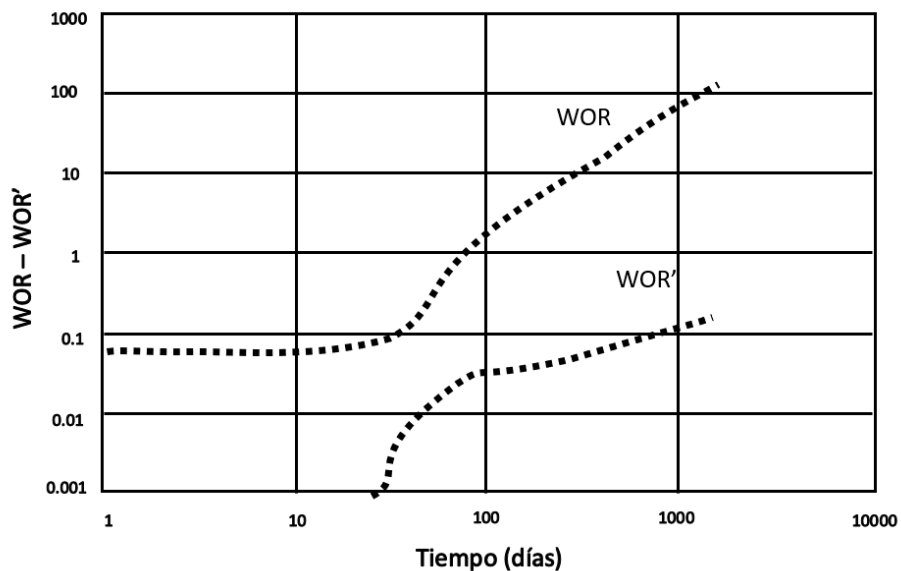
2. Calcular la derivada de RAA (RAA')

$$RAA' = \frac{RAA_2 - RAA_1}{t_2 - t_1}, \dots\dots\dots (1.2)$$

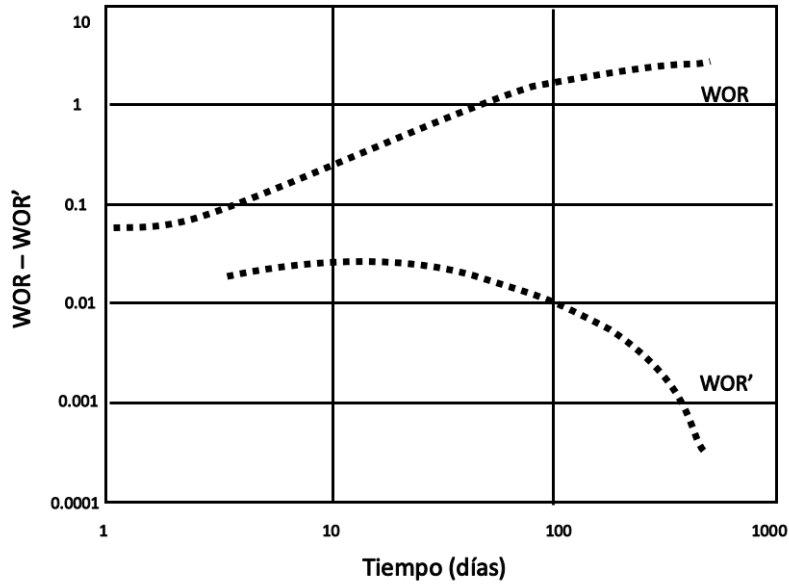
donde *RAA* representa la relación agua-aceite,  $t_2$  y  $t_1$  representan tiempo y sus unidades serán determinadas por el periodo de los datos, pueden ser en [meses], [días]

3. Obtener los gráficos propuestos por Chan, con ellos es posible asociar patrones de comportamiento con sets de diagnóstico por grupo de pozos en diferentes zonas, esta información se analiza en conjunto con el uso de secciones sísmicas para ubicar y correlacionar a los pozos con el fallamiento cercano, es necesario conocer la historia de producción de cada pozo.
4. Finalmente, es posible identificar zonas de baja, moderada o alta permeabilidad en base a los diferentes comportamientos de la RAA por grupo de pozos, lo que permite definir óptimas estrategias de explotación.

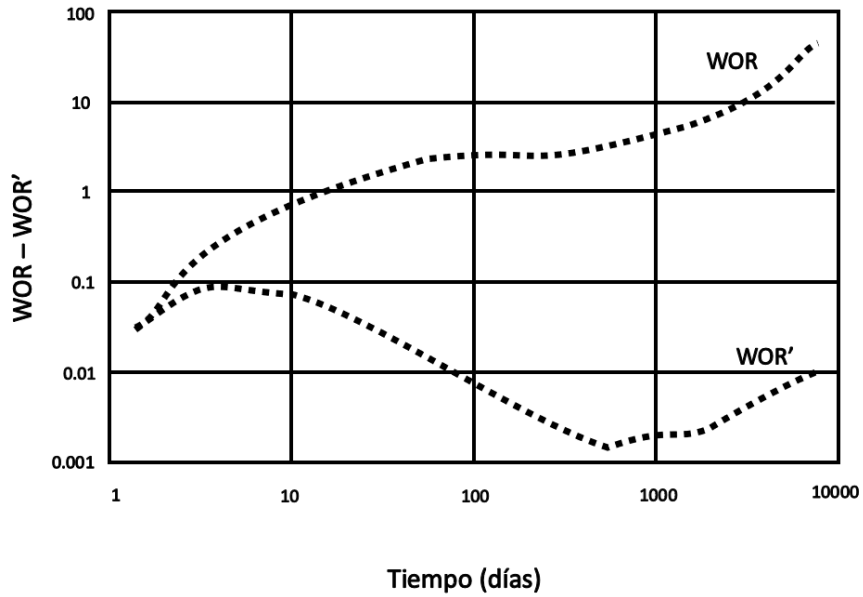
Esta metodología permite identificar los mecanismos de producción de agua, está basada en estudios de simulación numérica en yacimientos que presentan conificaciones y canalizaciones, se deben utilizar gráficos (log-log) que relacionen la RAA contra tiempo. El comportamiento de RAA' asocia una pendiente positiva a una canalización, **Figura 1.4 Comportamiento de RAA y RAA' para sistemas con problemas de canalización (Modificado K. S. Chan, 1995)**, mientras que una pendiente negativa a una conificación, **Figura 1.5 Comportamiento de RAA y RAA' para sistemas con problemas de conificación (Modificado K. S. Chan, 1995)**.



**Figura 1.4 Comportamiento de RAA y RAA' para sistemas con problemas de canalización (Modificado K. S. Chan, 1995)**



**Figura 1.5** Comportamiento de RAA y RAA' para sistemas con problemas de conificación (Modificado K. S. Chan, 1995)



**Figura 1.6** Comportamiento de RAA y RAA' para sistemas con problemas de conificación y canalización (Modificado de K. S. Chan, 1995)

### 1.7.2 Curvas de Tong

Tong (2015) presentó una revisión estadística del comportamiento de diferentes campos petroleros con problemas de irrupción de agua. Esta revisión tiene por objetivo cuantificar la eficiencia de las estrategias de extracción. Tong propuso una relación entre el corte de agua medio (ecuación 1.4) y el factor de recuperación del sistema (ecuación 1.5), teniendo como resultado de esta relación la ecuación 1.3:

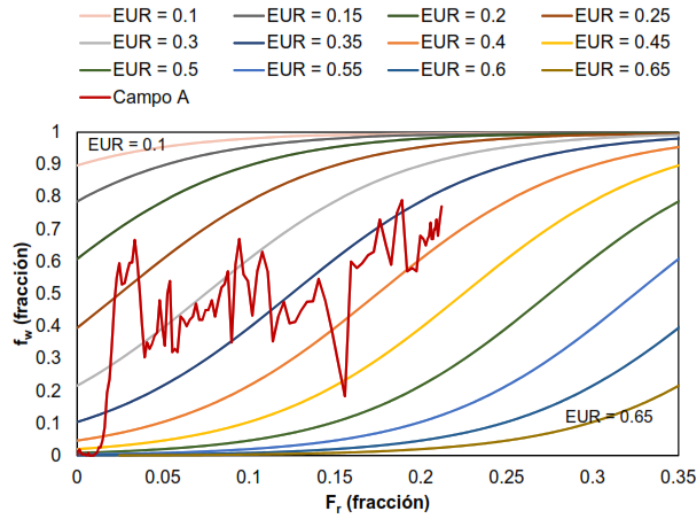
$$\log\left(\frac{f_w}{1-f_w}\right) = 7.5 \times (Fr - EUR) + 1.69 , \quad \dots\dots\dots (1.3)$$

$$f_w = \frac{q_w}{q_w + q_o} , \quad \dots\dots\dots (1.4)$$

$$Fr = \frac{N_p}{N} \quad \dots\dots\dots (1.5)$$

En la **Figura 1.7 Esquematización del uso de las curvas de Tong para evaluar la extracción de hidrocarburos en presencia de agua (Modificado de Tong, 2015)**, se observa el uso de estas curvas tipo y podemos notar que, a través de la historia de producción de un yacimiento, el comportamiento de la recuperación puede aproximarse a diferentes tendencias. Esto obedece a la irrupción de agua y las operaciones para controlarla.





**Figura 1.7 Esquemática del uso de las curvas de Tong para evaluar la extracción de hidrocarburos en presencia de agua (Modificado de Tong, 2015).**

Dicho esto, podemos concluir que existe un incremento descontrolado del corte de agua en el campo conforme la curva característica del yacimiento se traslade en dirección a las curvas del lado izquierdo del gráfico. Caso contrario, cuando la curva se traslade hacia la derecha del gráfico nos encontraremos con un mejor manejo o control en el agua producida en el campo.

### 1.7.3 Inverso del gasto

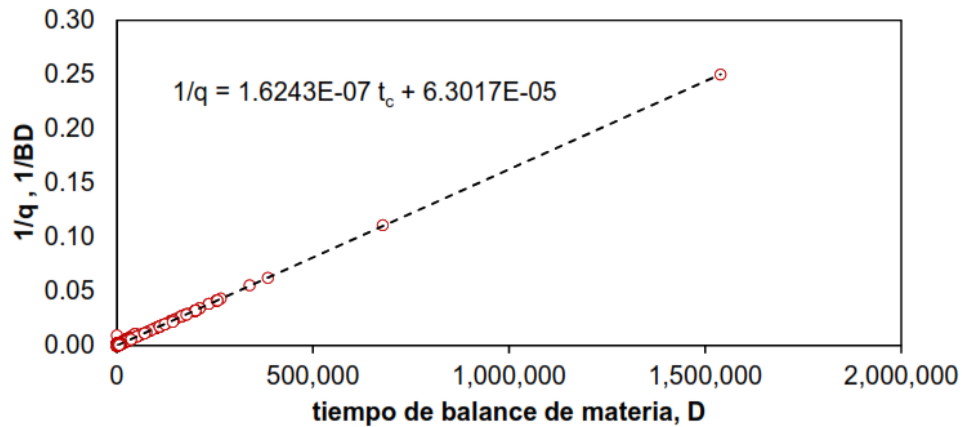
Blasingame (2007) propone un método para estimar las reservas usando datos de *gasto-tiempo* de producción, este método es tolerante a cambios en la presión de fondo fluyente del pozo y requiere una gráfica entre el inverso del gasto ( $1/q$ ) y el tiempo de balance de materia ( $t_a = N_p/q$ ). Esta metodología se ha aplicado en campos con alta producción de agua, obteniendo resultados consistentes.

El procedimiento de esta metodología es el siguiente:

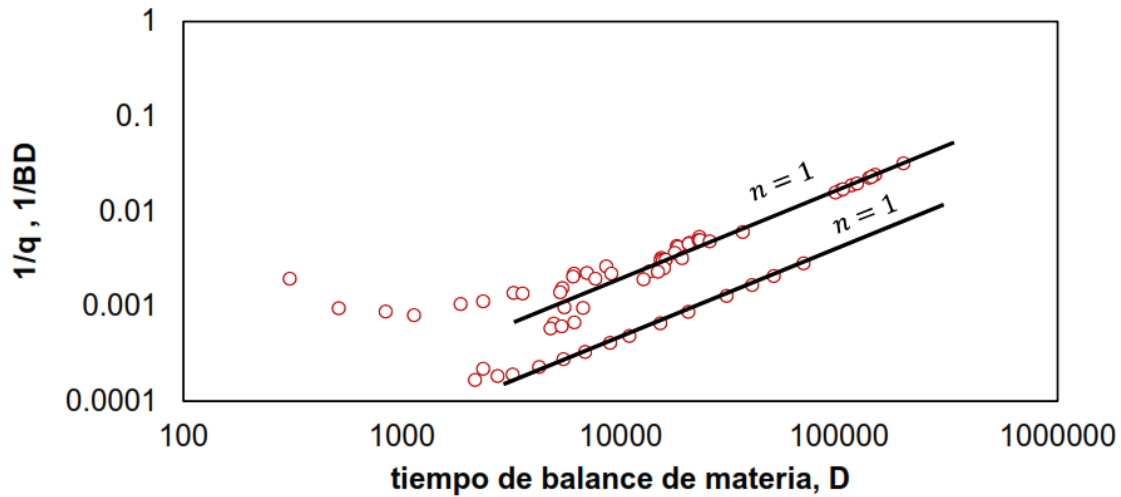
1. Graficar  $1/q$  contra  $t_a$ .
2. Estimar la pendiente de la línea de tendencia de los datos ( $m$ )
3. Tomar el inverso de la pendiente ( $1/m$ ) como la estimación del volumen técnico que se producirá hasta el agotamiento del yacimiento (en un régimen de flujo dominado por las fronteras).

4. Realizar la evaluación del volumen técnico a un valor de abandono (definido en términos de las condiciones económicas existentes).

La **Figura 1.8 Comportamiento del inverso del gasto respecto tiempo de balance de materia en un gráfico cartesiano (modificado de Blasingame, 2007)** muestra el comportamiento cartesiano típicamente observado en estos gráficos. Asimismo, la **Figura 1.9 Comportamiento típico de la curva de diagnóstico del inverso del gasto (Blasingame, 2007)** muestra el comportamiento típico del gráfico diagnóstico del inverso del gasto, observando que existen dos pendientes unitarias ( $n = 1$ , características de condiciones de producción gobernadas por las fronteras), esto se debe a que existieron cambios en las condiciones de producción del sistema.



**Figura 1.8 Comportamiento del inverso del gasto respecto tiempo de balance de materia en un gráfico cartesiano (modificado de Blasingame, 2007)**

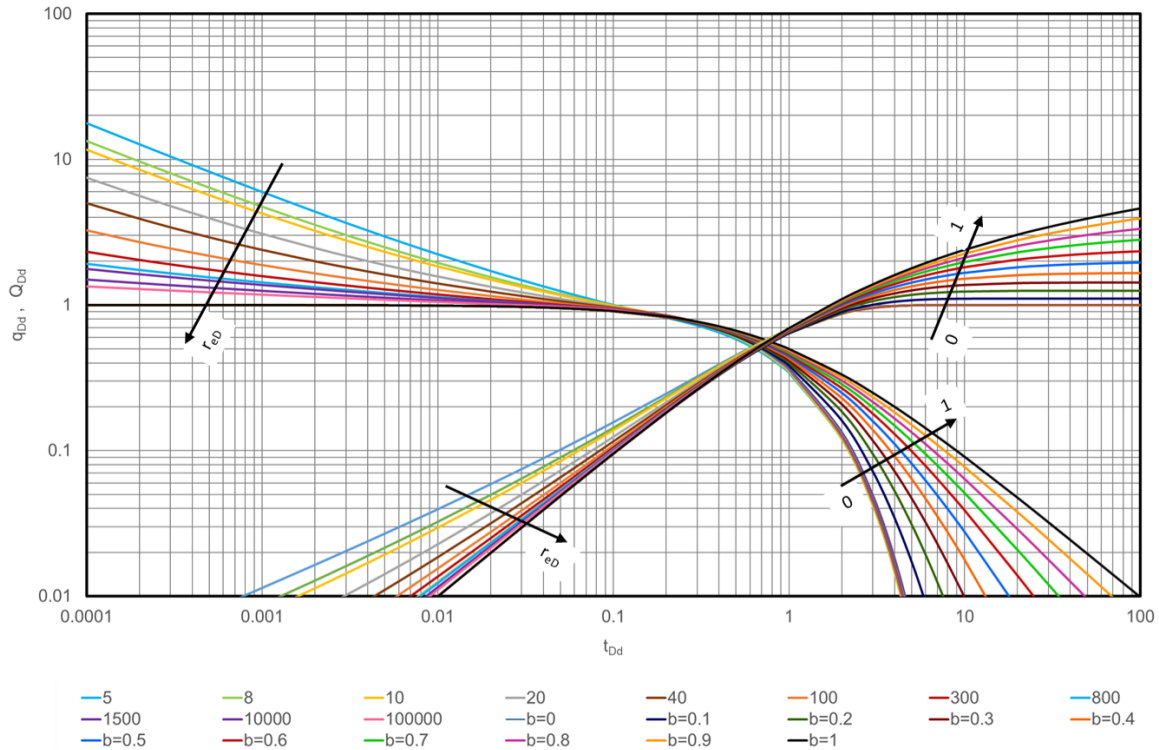


**Figura 1.9 Comportamiento típico de la curva de diagnóstico del inverso del gasto (Blasingame, 2007)**

#### 1.7.4 Curvas Tipo para el Análisis de la Declinación

El análisis de curvas tipo propuesto por Arps (1945) solo puede ser utilizado para el análisis de datos de producción en un periodo de tiempo dominado por límites. Sin embargo, para extender su aplicación, Fetkovich (1980) utilizó soluciones analíticas de la ecuación de difusividad e incluyó un método de análisis basado en curvas de tipo log-log, permitiendo estudiar el comportamiento de la producción tanto para el periodo de flujo transitorio como para el gobernado por las fronteras, acoplando para ello las soluciones de Arps. De esta manera, con el uso combinado de las curvas de Arps y Fetkovich se puede pronosticar el rendimiento futuro junto con estimaciones de petróleo original in-situ (OOIP) y de la recuperación final estimada (EUR).

En la **Figura 1.10 Comportamiento log-log del método de Arps y Fetkovich (1980)**, se muestra el comportamiento log-log del método de Arps y Fetkovich.



**Figura 1.10 Comportamiento log-log del método de Arps y Fetkovich (1980)**

A continuación, se presenta el proceso de solución del método de coincidencias de curvas tipo, donde el objetivo fue el cálculo de las reservas al tiempo de abandono.

1. Graficar las curvas de gasto-tiempo ( $q-t$ ) y la curva de producción acumulada-tiempo ( $N_p - t$ ), conviene mencionar que ambas curvas están en escala log-log:
2. Superponer la historia de producción del yacimiento con las curvas tipo:
3. Calcular el gasto adimensional sustituyendo los valores encontrados de la coincidencia de las curvas:

$$q_{Dd} = \frac{q}{q_i} = e^{-t_{Dd}}, \quad \dots \quad (1.6)$$

4. Calcular la declinación inicial:

$$D_i = \frac{t_{Dd}}{t}, \quad \dots \quad (1.7)$$

5. Estimar la relación gasto-tiempo:

$$q = q_i e^{-D_i t}, \quad \dots\dots\dots (1.8)$$

6. Calcular el gasto acumulado al tiempo de abandono:

$$Q_f = \frac{q_i - q}{D_i}, \quad \dots\dots\dots (1.9)$$

7. Por último, estimar la recuperación final estimada (EUR) al tiempo de abandono:

$$EUR = Np + Q_f. \quad \dots\dots\dots (1.10)$$

### 1.7.5 Balance de materia

El balance de materia en yacimientos petroleros es utilizado para estimar los volúmenes originales de petróleo o gas en cualquier etapa de producción del yacimiento. A partir del balance de materia y del uso de gráficos especializados como los de *Dake (1978)* y *Campbell (1978)* es posible detectar los mecanismos de empuje del yacimiento.

A continuación, se describen algunos de los métodos de análisis de balance de materia.

#### a) Gráficos de Campbell y Dake

*Campbell (1978)* propuso un método gráfico a partir de un modelo de balance de materia con el que es posible estimar el comportamiento del yacimiento y con ello determinar si tiene entrada de agua o se trata de un yacimiento volumétrico.

El método parte de la Ecuación de Balance de Materia de la siguiente manera:

$$\frac{F}{E_T} = N + \frac{We}{E_T}, \quad \dots\dots\dots (1.11)$$

donde:

$$F = N_p [B_t + (R_p - R_s) B_g] + W_p, \quad \dots\dots\dots (1.12)$$

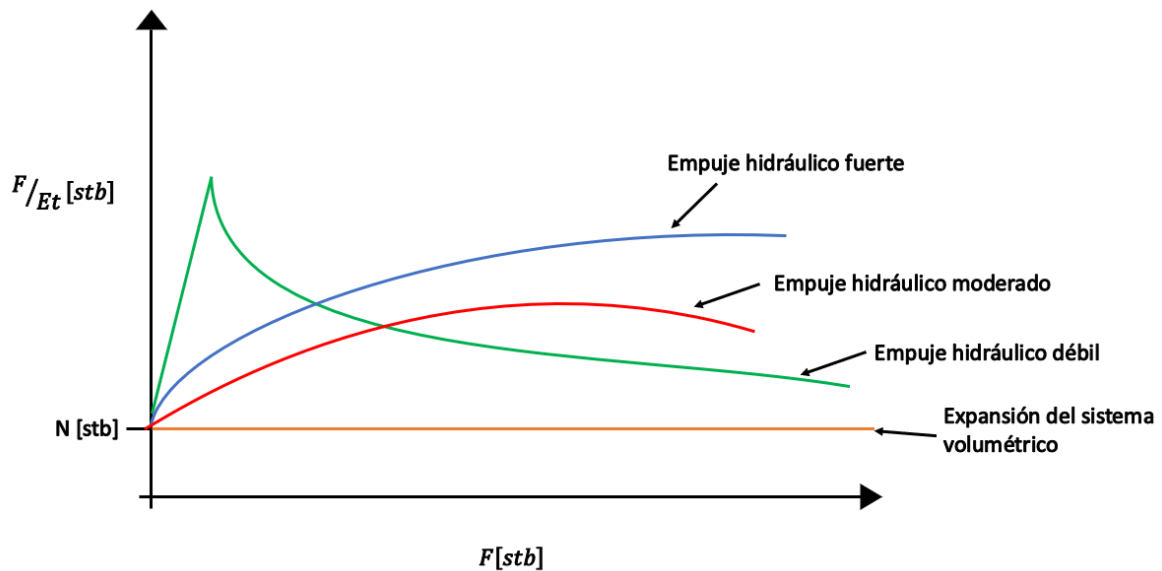
$$E_T = E_o + mE_g + E_w, \quad \dots\dots\dots (1.13)$$

$$E_o = B_t - B_{ti}, \quad \dots\dots\dots (1.14)$$

$$E_g = \frac{B_{ti}}{B_{gi}} (B_g - B_{gi}), \quad \dots\dots\dots (1.15)$$

$$E_w = B_{ti} (1 + m) \frac{S_{wi} C_w C_f}{(1 - S_{wi})} (P_i - P), \quad \dots\dots\dots (1.16)$$

En este caso, al graficar  $F/E_T$  contra  $N_p$ , se observa que la intersección de los puntos graficados respecto al eje de las ordenadas será igual al volumen original  $N$ . Además, como se observa en la **Figura 1.11 Método gráfico de Campbell (Campbell, 1978)**, con base en el comportamiento de las variables analizadas se pueden identificar los mecanismos de empuje dominantes en el yacimiento.



**Figura 1.11 Método gráfico de Campbell (Campbell, 1978)**

De acuerdo con *Dake (1978)*, en un yacimiento con entrada de agua, la caída de presión provocada por la producción de hidrocarburos provoca que el acuífero se expanda y exista flujo al yacimiento. De tal manera que, para un acuífero muy grande, habrá un periodo de tiempo corto entre la caída de presión y la respuesta de todo el acuífero, por lo que la entrada de agua depende del tiempo y, si los fluidos del yacimiento se producen rápido, el acuífero no tendrá oportunidad de estabilizarse al cambio de presión. En consecuencia, el grado de mantenimiento de la presión será menor que cuando la producción es controlada.

**b) Gráfico especializado de Havlena y Odeh para entrada de agua**

La ecuación de balance de materia puede reescribirse como indica *Havlena y Odeh (1963)*:

$$F = N(E_o + mE_g + E_{fw}) + We . \dots\dots\dots (1.17)$$

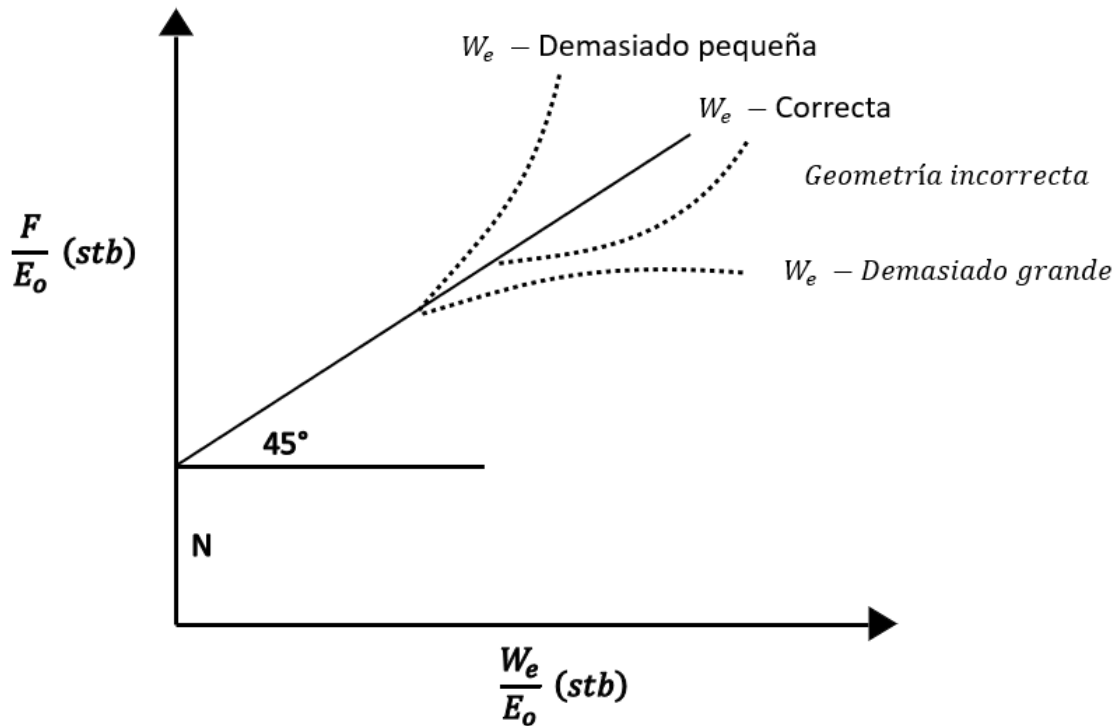
*Dake (1978)* cuando se tiene una entrada de agua, si el acuífero permite un mantenimiento efectivo de la presión, puede despreciarse el efecto de la compresibilidad del agua y de la formación. Además, cuando no existe una capa de gas inicial en el yacimiento, la **ecuación (1.12)** se puede reducir a:

$$F = N(E_o) + We , \dots\dots\dots (1.18)$$

Para aplicar el método gráfico de *Dake (1978)* se usa la siguiente expresión:

$$\frac{F}{E_o} = N + \frac{We}{E_o} , \dots\dots\dots (1.19)$$

Entonces, al graficar  $F/E_o$  contra  $We/E_o$ , el comportamiento esperado es el que se muestra en la **Figura 1.12 Modelo de un acuífero (Dake, 1978)**, siendo  $N$  la ordenada al origen.



**Figura 1.12 Modelo de un acuífero (Dake, 1978)**

En el gráfico anterior se observa que, mientras las dimensiones y propiedades del acuífero no sean las correctas, el comportamiento se desviará de una línea con pendiente de  $45^\circ$ , exhibiendo una desviación hacia abajo cuando el volumen utilizado para ajustar el comportamiento del acuífero sea muy grande y hacia arriba cuando el volumen sea muy pequeño. Por otro lado, cuando los datos de producción se acomodan en forma de "S," el modelo de flujo utilizado para el acuífero es incorrecto (Dake, 1978).

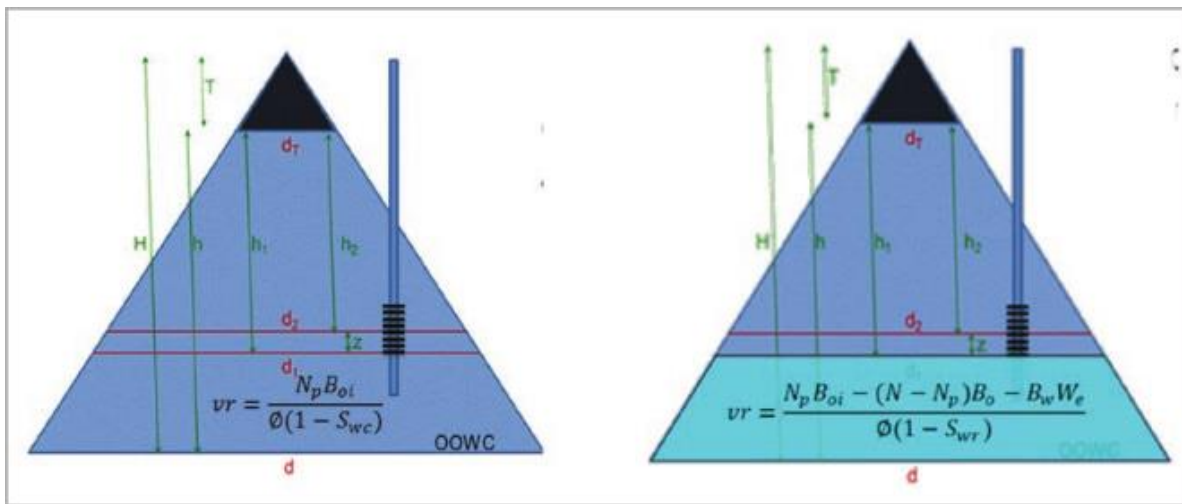
Para representar el comportamiento de  $W_e$  pueden usar diferentes modelos, para este trabajo, se considera el de Fetkovich, mismo que se expone en el **Anexo III**.

### **c) Estimación de la posición del contacto agua-aceite**

González y Morán (2017) propusieron un modelo analítico que permite dar seguimiento al avance del contacto agua-aceite en un yacimiento con empuje hidráulico, mediante la combinación de técnicas de balance materia y una representación geométrica de una trampa anticlinal como un cono truncado. Además, para estimar el avance del CAA será importante contar con los intervalos disparados de cada pozo, la producción acumulada del



yacimiento, la porosidad, la saturación de agua connata, el área del yacimiento y el factor de volumen del aceite.



**Figura 1.13 Aproximación de la geometría regular de un cono truncado a la de un yacimiento de trampa anticlinal (González y Morán, 2017)**

El método de estimación se explica en el **Anexo IV**.

## 2. Descripción del yacimiento

En esta sección se presenta la descripción del yacimiento Kin (K'iin), que será estudiado a través de los métodos presentados en el capítulo anterior.

### 2.1 Características geológicas

El yacimiento *Kin* está constituido principalmente por rocas del tipo Packestone-Grainstone oncolitos y estromatolitos, con facies sedimentarias del tipo Supramarea-Intermarea. La edad a la que fue encontrado este yacimiento corresponde al Jurásico Superior Kimmeridgiano.

#### Marco geológico

El yacimiento está caracterizado estructuralmente por diapiros, paredes, lengüetas y toldos de sal. Las rocas correspondientes al Mesozoico y al Paleógeno están estructuradas por plegamiento y fallamiento con dirección noreste-suroeste y convergencia hacia el noroeste o por rotación en las capas de pedestales de los diapiros salinos.

#### Marco tectónico

La evolución tectónica está caracterizada por una subsidencia lenta con comienzo en el Jurásico Medio. Durante este periodo se depositaron varios kilómetros de espesor de sedimentos carbonatados en las plataformas someras de la cuenca.

En el Mioceno Medio-Tardío tiene lugar un evento mismo que formó un cinturón plegado, su despegue corresponde a la sal del Calloviano caracterizado por pliegues orientados NW-SE con convergencia al noreste. Se movilizó un volumen importante de sal hacia el norte-noroeste produciendo que las estructuras del cinturón se movilizarán en la misma dirección, en los depocentros creados de tal movilización se depositaron varios kilómetros de espesor de sedimentos clásticos.

Posteriormente se desarrollaron depocentros, en los que la sal fue desalojada debido a la carga litostática de los sedimentos que se depositaban en estos. Los espacios fueron ocupados por sedimentos del Neógeno que se fueron deslizando conforme continuaba el depósito, formando estructuras del tipo roll-over.

Finalmente, en el Pleistoceno, las cuencas recién formadas sufren una compresión, desarrollándose pliegues de inversión tectónica.

### **Marco sedimentario**

La columna estratigráfica regional cubre discordantemente un basamento que es descrito como granitoides y esquistos del Paleozoico pertenecientes a una corteza continental que conforma horst, grabens y medios grabens. La columna sedimentaria se inicia con depósitos sedimentarios provenientes de la erosión del basamento y rocas volcánicas, depositadas en grabens y medios grabens en el Triásico Tardío y Jurásico Temprano. Se acumularon gruesos depósitos de sal sobre los sedimentos continentales por la evaporación de aguas marinas.

En el Oxfordiano superior, se depositaron calizas ricas en materia orgánica que se reconocen como rocas generadoras de hidrocarburos y capas delgadas de grainstones oolíticos.

Durante el Kimmeridgiano se depositaron carbonatos de alta y baja energía en una rampa distalmente pronunciada donde se forma una franja entre los bancos oolíticos y sus facies asociadas que alternan con paquetes terrígenos siliciclásticos. Para el Tithoniano tiene presencia una transgresión marina la cual produce el retroceso de las facies carbonatadas someras y los clásticos continentales hacia el sur y oriente de la provincia, donde se depositaron Mudstone arcillo-carbonosos y capas de lutitas calcáreas negras que constituyen la principal roca generadora.

### **Sistema petrolero**

El elemento principal de roca generadora asociada al sistema Tithoniano-Kimmeridgiano/Tithoniano corresponde al Jurásico Superior Tithoniano, mismo que está constituido por lutitas y mudstone arcilloso y bituminoso que cargan a rocas del Jurásico Superior Kimmeridgiano y Jurásico Superior Tithoniano, estos corresponden a bancos oolíticos y mudstone-Wackestone ligeramente dolomíticos y/o fracturados respectivamente. Las trampas presentes en este sistema son del tipo combinado, su desarrollo inicia en el Mastrichtiano, alcanzando su máximo desarrollo durante el Mioceno Medio. La roca sello está conformada por una secuencia de lutitas bentoníticas, con una extensa distribución lateral y de calizas arcillosas del Paleoceno. Se estima que el proceso de generación-migración ocurre a partir del Oligoceno Superior hasta la actualidad.

## 2.2 Propiedades de los fluidos

Para efectos del presente trabajo se determinó una composición original del fluido contenido en el yacimiento, dicha composición sirvió para determinar las propiedades PVT del fluido original. A continuación, se presenta en la **Tabla 2-1** la composición original del fluido del yacimiento.

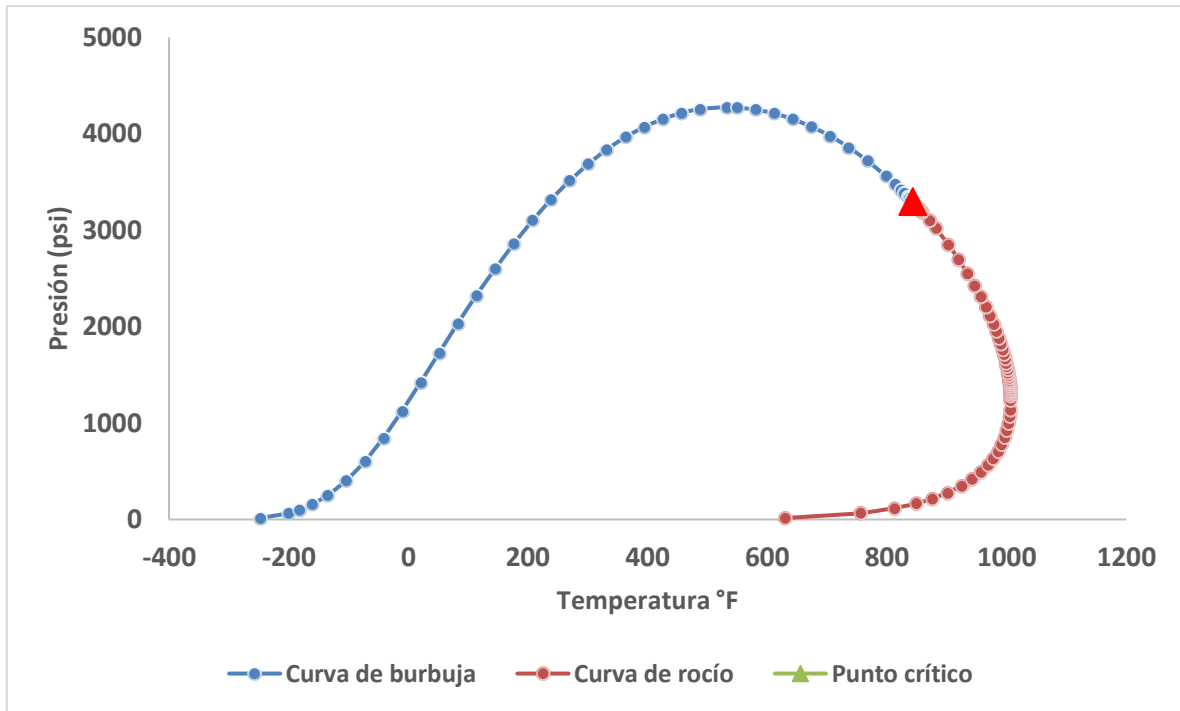
**Tabla 2-1 Composición original del fluido contenido en el yacimiento Kin**

Componente	% mol
Nitrógeno	0.520
Dióxido de carbono	1.530
Ácido sulfhídrico	0.470
Metano	41.17
Etano	10.330
Propano	7.010
Iso-butano	1.340
n-butano	3.500
Iso-pentano	1.380
n-pentano	2.020
Hexanos	2.700
Heptanos	2.800
Octanos	2.650
Nonanos	2.830
Decanos	2.530
Undecanos	2.230
Dodecanos y más	14.990
Total	100

El yacimiento *Kin* fue encontrado a una presión de 16210.8 psi y una temperatura de 309.2 °F. Se determinó la composición del fluido original de yacimiento y mediante un estudio de liberación diferencial el fluido fue clasificado como un fluido del tipo aceite negro, con una relación de solubilidad de 1080.9048 scf/stb, un Boi de 1.7840 rb/stb, una densidad de 36.7 °API y una presión de saturación de 2175.66 psi. En la **Tabla 2-2** se resumen los datos del estudio PVT del yacimiento.

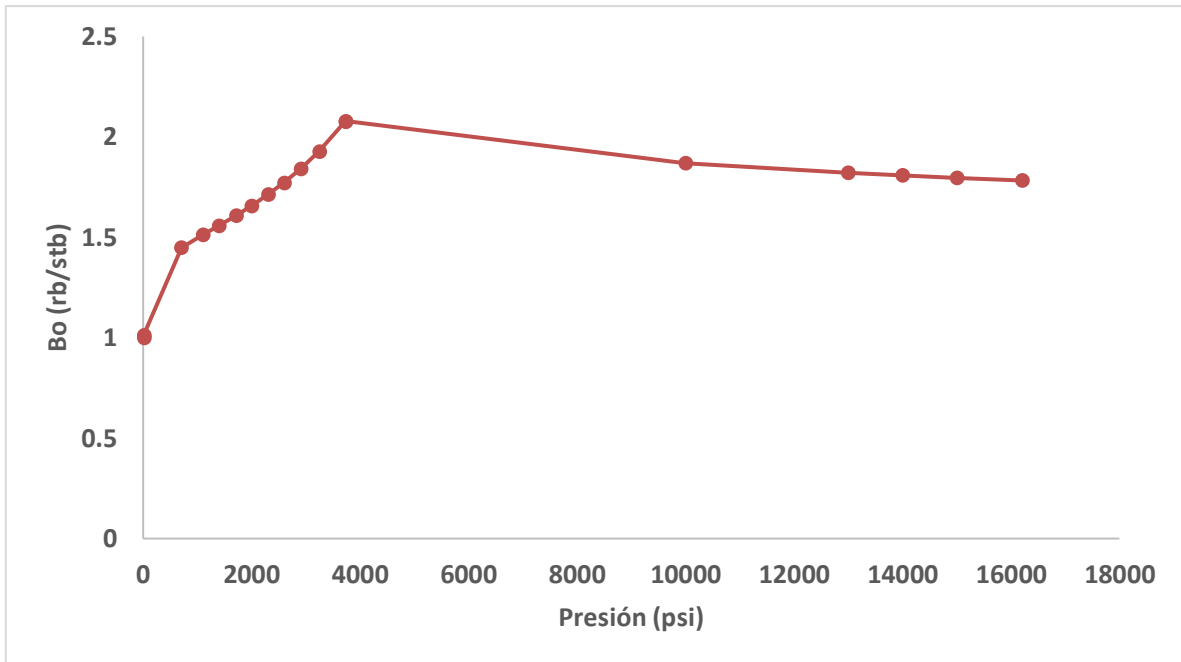
**Tabla 2-2 Datos generales del estudio PVT del yacimiento *Kin***

<b>Datos generales</b>	
<b>Formación</b>	Jurásico Superior Kimmerdigiano
<b>Presión inicial (psia)</b>	16210.8
<b>Temperatura °F</b>	309.2
<b>Tipo de fluido</b>	Aceite negro
<b>Presión de saturación (psia)</b>	2175.66
<b>°API</b>	36.7
<b>Densidad del aceite @ Pb (lb/ft<sup>3</sup>)</b>	36.328512
<b>Viscosidad del aceite @ Pb (cp)</b>	0.385594
<b>Factor de volumen del aceite @ Pb (rb/stb)</b>	2.0779687
<b>Relación de solubilidad @ Pb (scf/stb)</b>	1080.904862

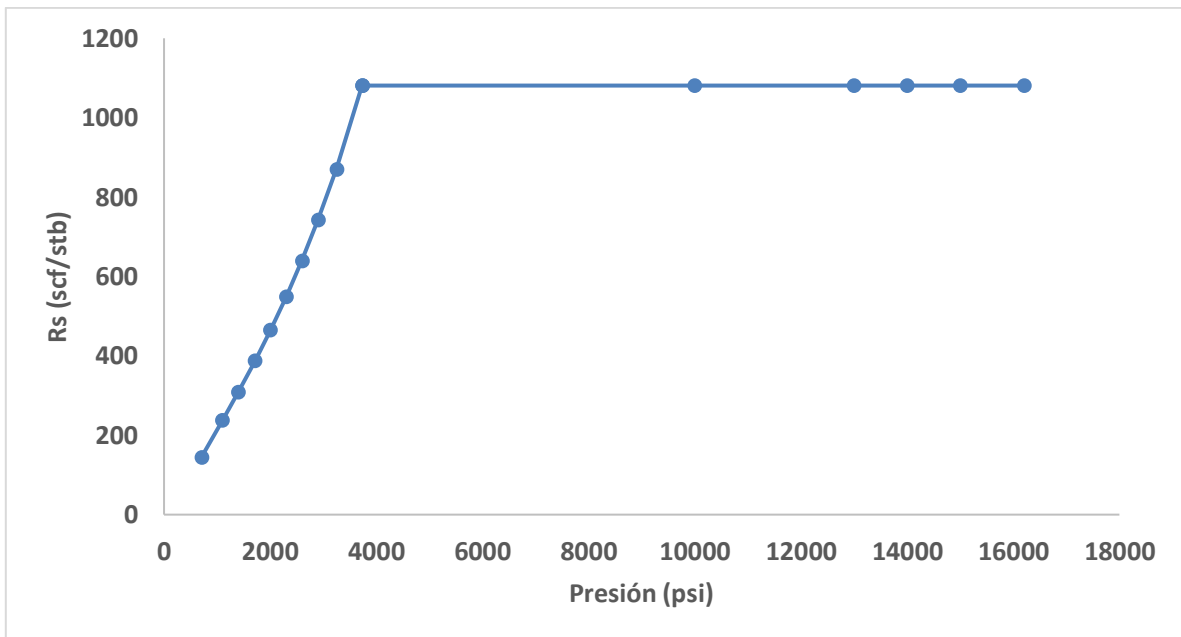


**Figura 2.1 Envoltente de fases del análisis PVT, yacimiento Kin**

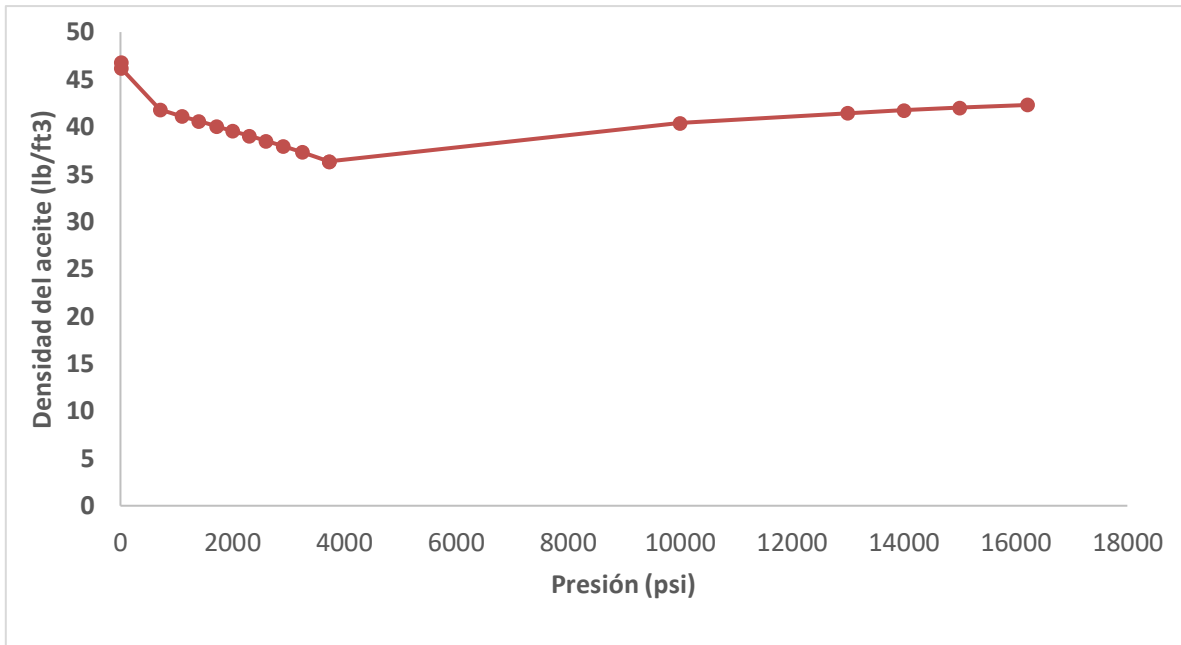
Las propiedades volumétricas calculadas y medidas para el análisis PVT se muestran en la **Figura 2.2 Factor de volumen del aceite contra presión, yacimiento Kin**, **Figura 2.3 Relación de solubilidad contra presión, yacimiento Kin**, **Figura 2.4 Densidad del aceite contra presión, yacimiento Kin** y **Figura 2.5 Viscosidad del aceite contra presión, yacimiento Kin**.



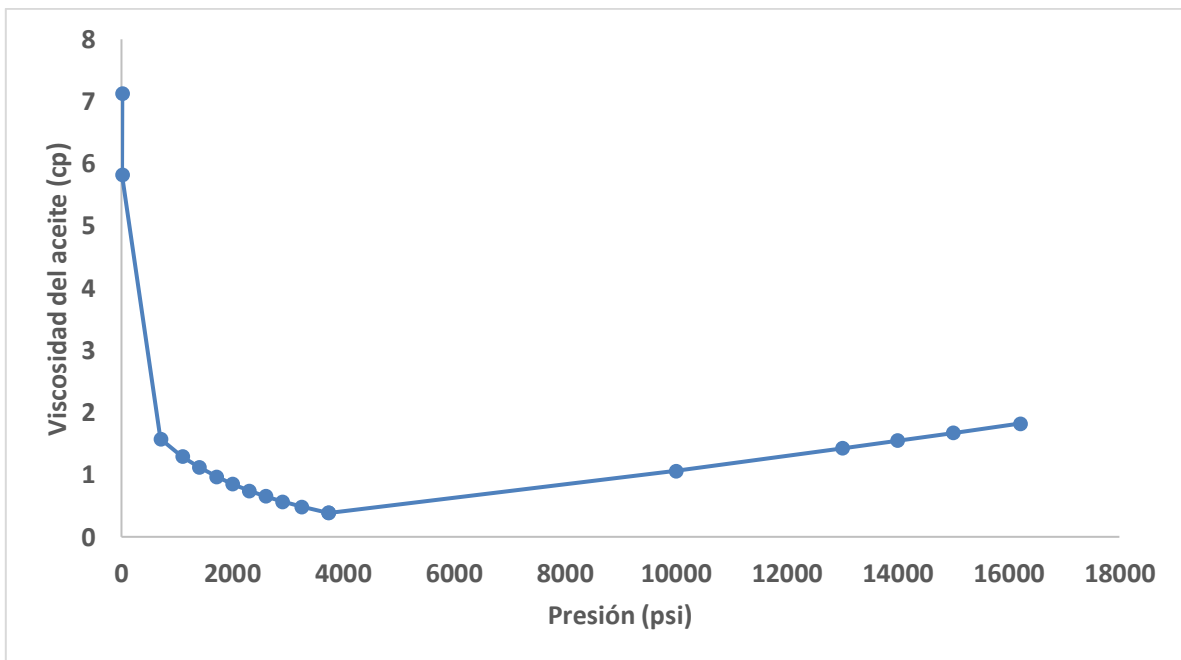
**Figura 2.2 Factor de volumen del aceite contra presión, yacimiento Kin**



**Figura 2.3 Relación de solubilidad contra presión, yacimiento Kin**



**Figura 2.4 Densidad del aceite contra presión, yacimiento Kin**



**Figura 2.5 Viscosidad del aceite contra presión, yacimiento Kin**

### 2.3 Propiedades petrofísicas

En la **Tabla 2-3** se muestran las propiedades petrofísicas del yacimiento *Kin*:

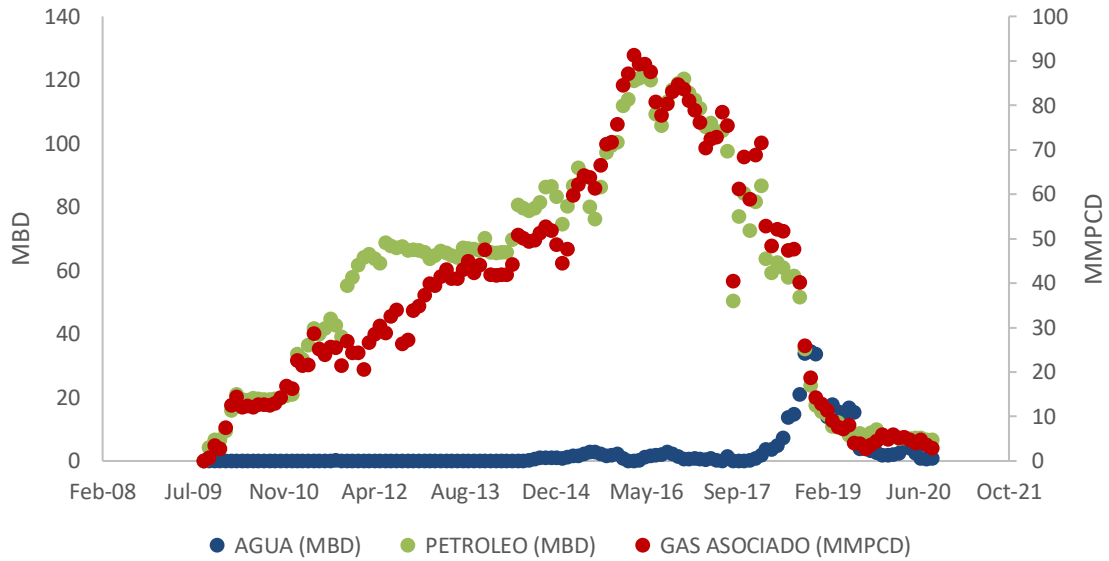


**Tabla 2-3 Propiedades petrofísicas del yacimiento Kin**

<b>Propiedades Petrofísicas</b>	<b>Yacimiento Kin</b>
<b>Mineralogía</b>	Calizas parcialmente dolomitizadas
<b>Saturación de agua inicial (%)</b>	20
<b>Saturación de aceite inicial (%)</b>	80
<b>Porosidad (%) y tipo</b>	6 / efectiva promedio
<b>Permeabilidad promedio horizontal (md)</b>	231
<b>Espesor neto y bruto promedio (m)</b>	214/239
<b>Relación neto/bruto</b>	0.63

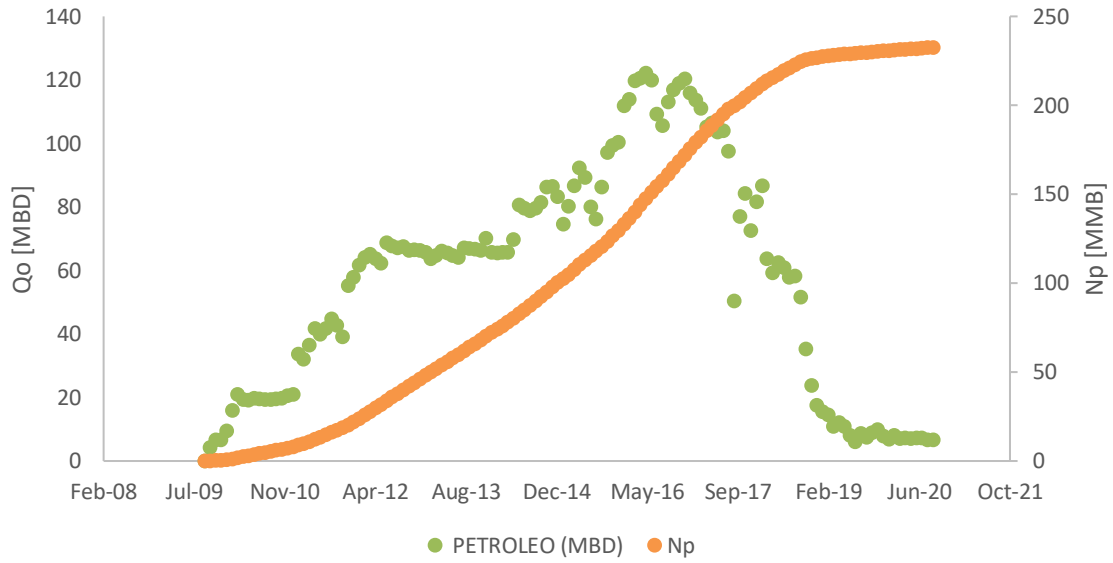
## 2.4 Comportamiento de la producción

La **Figura 2.6 Historia de producción, yacimiento Kin**, muestra la historia de producción del yacimiento *Kin*, la producción máxima de aceite se encuentra en el mes de marzo del 2016 con 120.6382 [MBD]; la producción de gas fue de 91.3907 [MMPCD] en el mes de febrero de 2016, mientras que la producción de agua alcanzó su punto máximo en noviembre de 2018 y fue de 33.7186 [MBD]. En la historia de producción se puede notar que, una vez alcanzada la producción máxima de aceite se presentó una declinación en la producción en un corto periodo de tiempo, al compás de esta declinación la producción de agua fue aumentando y a partir de octubre de 2018 ya era mayor que la producción de aceite y gas. Conviene mencionar que la declinación en la producción es algo natural en la vida productiva de un yacimiento petrolero, sin embargo, lo ideal sería que la declinación se presente de manera prolongada y no de manera tan precoz como en este caso de estudio.

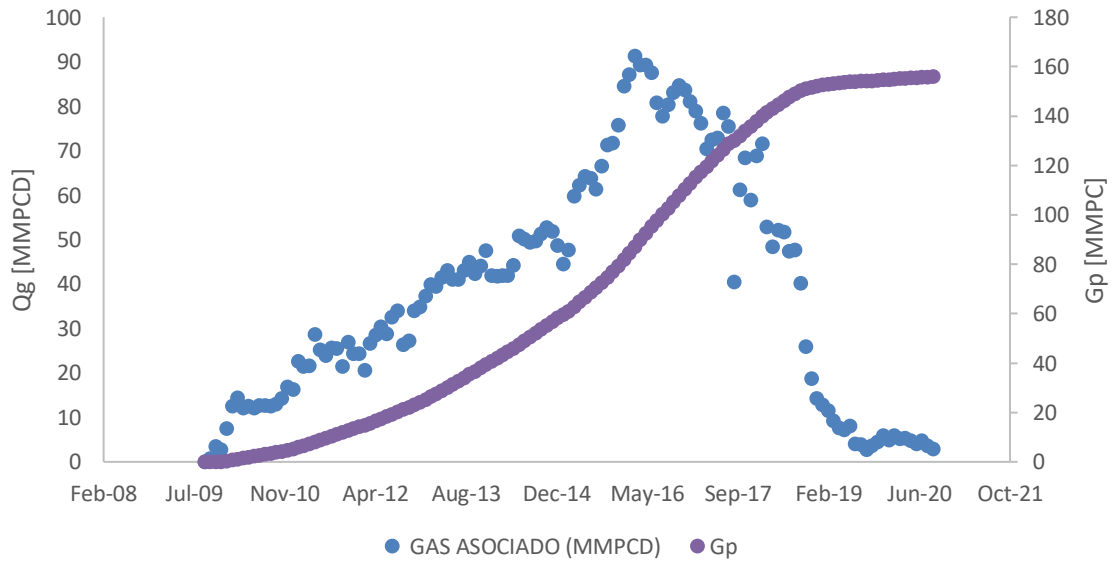


**Figura 2.6 Historia de producción, yacimiento Kin**

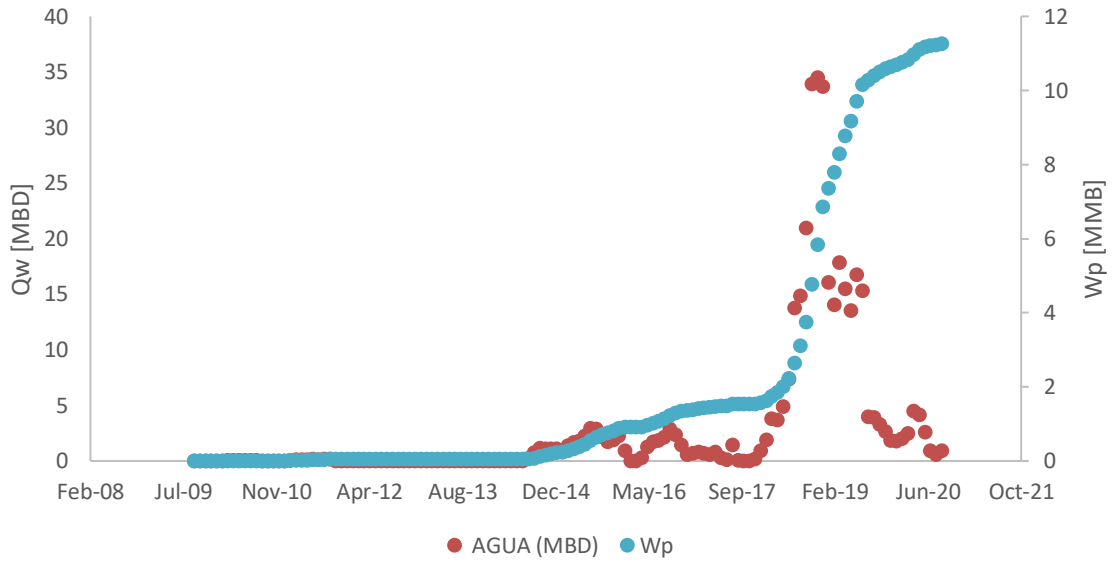
Esto sugiere dos situaciones, la primera, una pérdida de energía en el yacimiento derivado de la producción de hidrocarburos que disminuye la producción de aceite y favorece la producción de agua y la segunda en la que los pozos productores del yacimiento *Kin* han sido invadidos por agua. La **Figura 2.10 Comportamiento de la presión estática del yacimiento Kin** muestra el comportamiento de la presión en el yacimiento a lo largo de su historia de producción, se puede observar que la caída de presión no ha sido tan pronunciada a través de la vida productiva del yacimiento y de cierta manera no se presenta caída de presión tan abrupta, dicho esto se puede descartar que la declinación en la producción de aceite sea consecuencia de la pérdida de energía del yacimiento y se puede concluir que la declinación se deriva de la irrupción temprana de agua en los pozos del yacimiento.



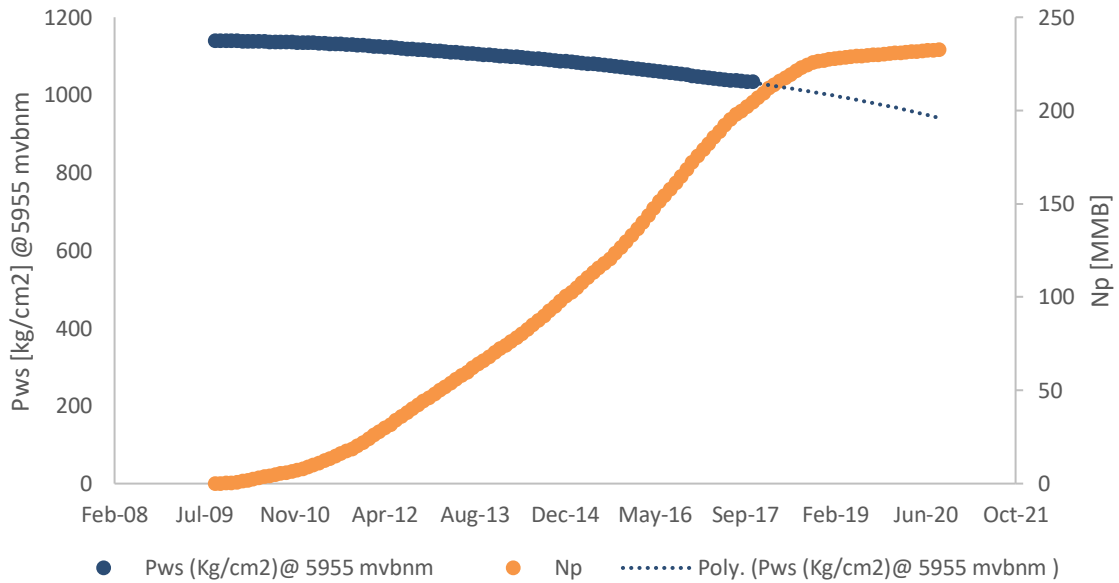
**Figura 2.7 Historia de producción de aceite, yacimiento Kin**



**Figura 2.8 Historia de producción de gas, yacimiento Kin**



**Figura 2.9 Historia de producción de agua, yacimiento Kin**



**Figura 2.10 Comportamiento de la presión estática del yacimiento Kin**

### 3. Metodología de análisis

En este capítulo se presenta la metodología de análisis para el yacimiento *Kin* de acuerdo con las condiciones del yacimiento, así como de lo presentado en el Capítulo 1 Revisión de la Literatura.

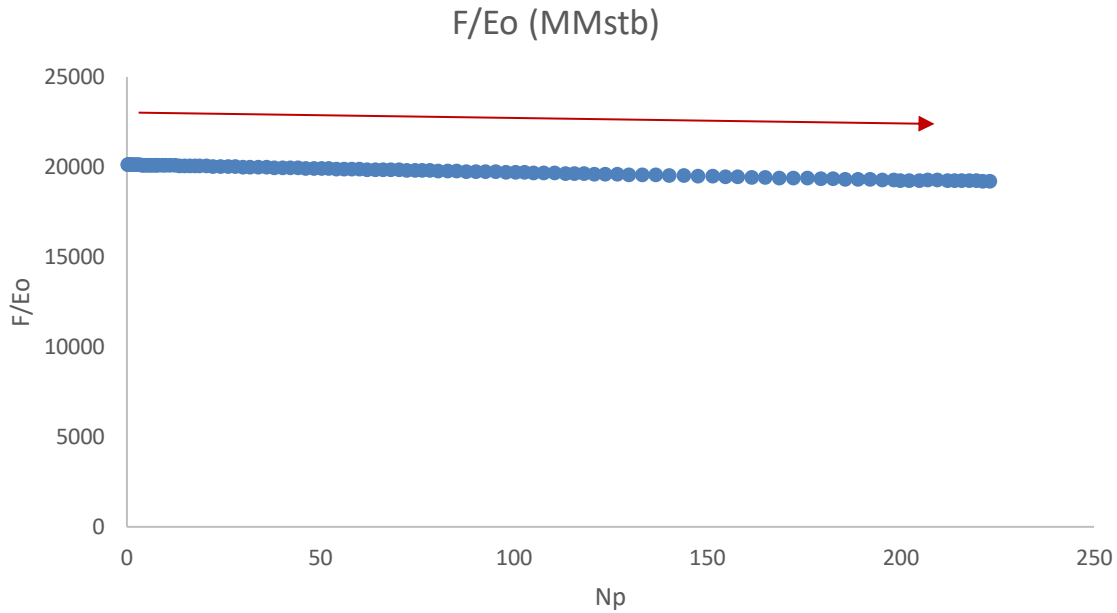
#### 3.1 Gráficos de balance de materia

A partir del método propuesto por *Havlena y Odeh (1963)* y con apoyo de los datos de producción reportados es posible estimar el volumen original de aceite y así realizar un análisis de Balance de materia para posteriormente utilizar los métodos de *Dake (1978)*, *Campbell (1978)*, *Havlena y Odeh (1963)* para determinar los mecanismos de empuje presentes en el yacimiento y poder comprobar la existencia e influencia de un acuífero en el yacimiento *Kin*. Se puede asumir que *Kin* es un yacimiento bajo saturado, con fundamento en el comportamiento de la presión estática donde se puede observar que el último valor de presión reportado está muy por arriba del valor de la presión de saturación también reportada en la **Tabla 2-2 Datos generales del estudio PVT del yacimiento Kin**.

El primer ajuste que se realizó es el correspondiente al método de *Dake*, donde se deben considerar las condiciones de un yacimiento volumétrico:

$$N = \frac{N_p B_o}{E_o}, \dots\dots\dots (3.1)$$

De acuerdo con el modelo el gráfico diagnóstico es el siguiente:



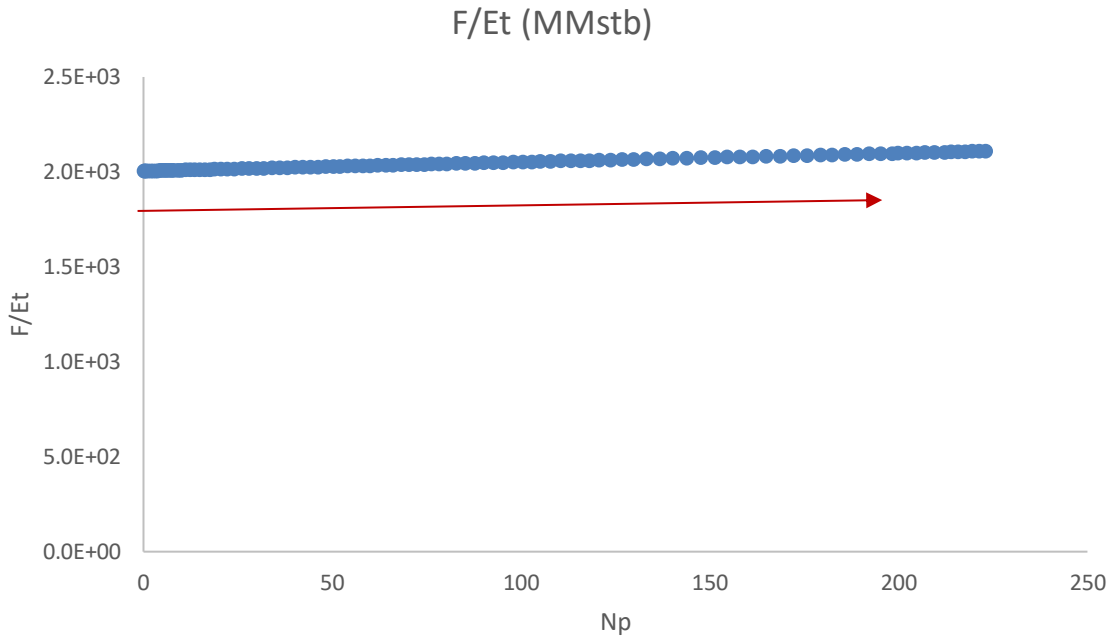
**Figura 3.1 Ajuste del modelo de Dake para un yacimiento volumétrico**

Se concluyó que el modelo no se ajusta a las condiciones del yacimiento, ya que su pendiente es negativa y de acuerdo con los modelos de balance la pendiente debe ser igual a cero, por lo tanto, se determinó que el yacimiento no es volumétrico.

Después se consideraron las condiciones de un yacimiento cerrado y se utilizó el modelo propuesto por Campbell:

$$N = \frac{N_p B_o}{E_o + E_{fw}}, \dots\dots\dots (3.2)$$

Para este modelo el gráfico diagnóstico es el siguiente:



**Figura 3.2 Ajuste del modelo de Campbell para un yacimiento cerrado**

Recordando nuevamente que la pendiente de este modelo también debe ser igual a cero, se observó que la pendiente resultante es diferente de cero, por lo tanto, se concluyó que el yacimiento tampoco es cerrado y se consideró que existe entrada de agua en el yacimiento.

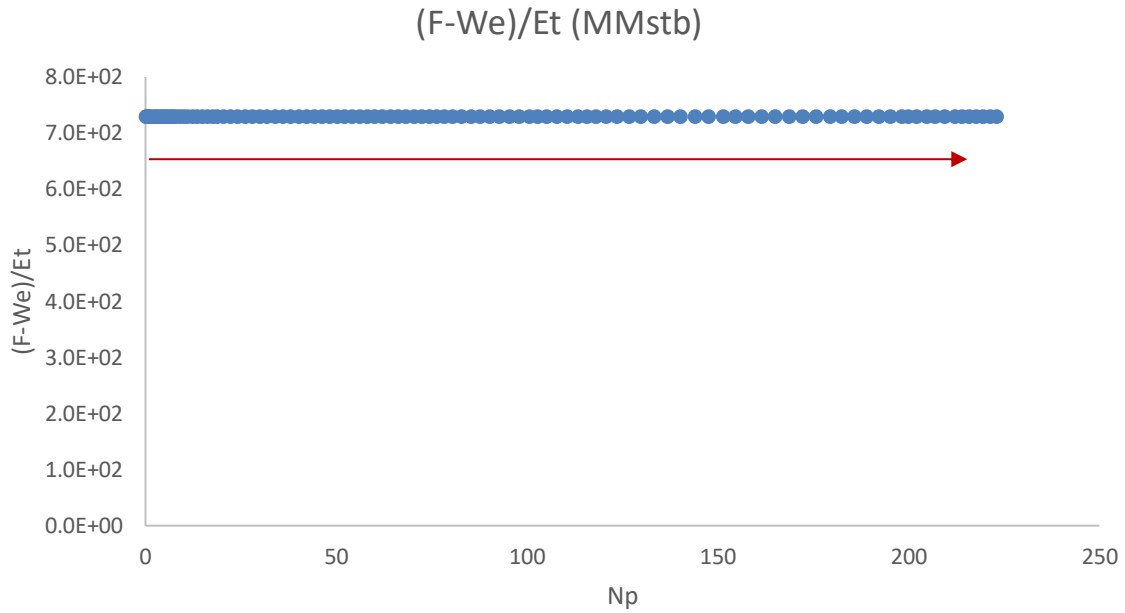
La entrada de agua en yacimiento puede ser calculada de la siguiente forma:

$$W_e = N_p B_o + W_p B_w - N(E_o + E_{fw}), \quad \dots \quad (3.3)$$

Para el análisis del modelo, la ecuación de balance de materia es la siguiente:

$$N = \frac{N_p B_o + W_p B_w - W_e}{E_o + E_{fw}}, \quad \dots \quad (3.4)$$

El gráfico resultante para este modelo es el siguiente:



**Figura 3.3 Ajuste del modelo de balance de materia para un yacimiento con entrada de agua**

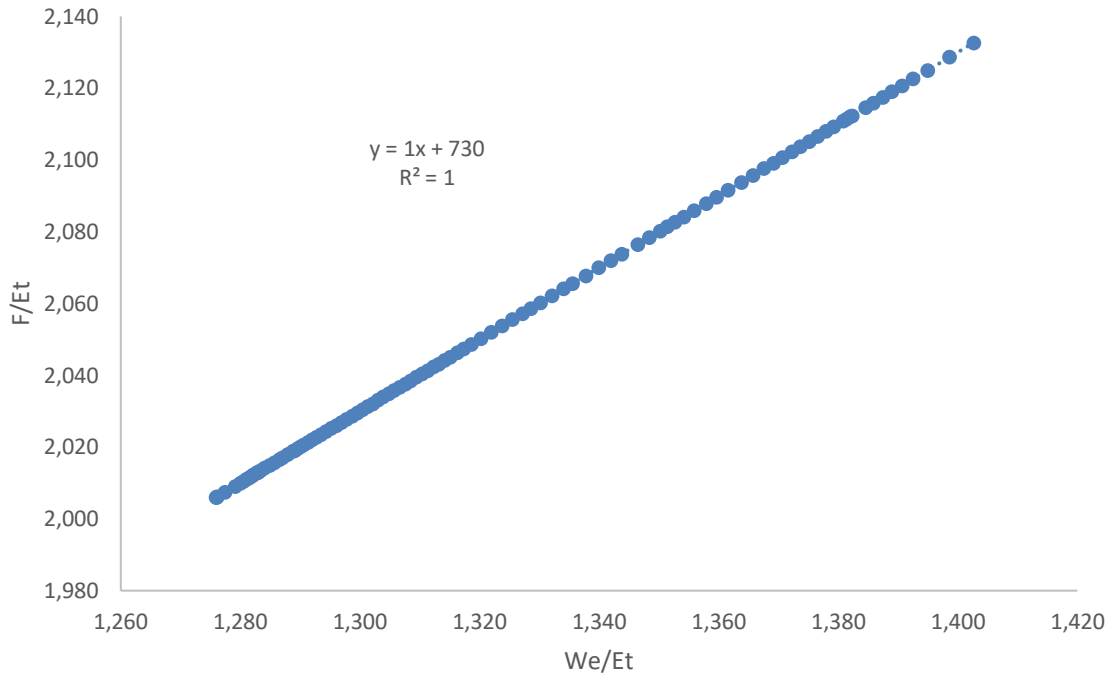
De la figura anterior se observó que la pendiente del gráfico resultó igual a cero, por lo tanto, este modelo se ajusta a las condiciones del yacimiento y, podemos decir que es un yacimiento con mecanismos de empuje combinados, expansión roca-fluido e hidráulico.

A continuación, para estimar el volumen original de aceite en el yacimiento se utilizó el Método de Havlena-Odeh (1963):

$$N + \frac{W_e}{E_o + E_{fw}} = \frac{F}{E_o + E_{fw}}, \dots\dots\dots (3.5)$$

El gráfico diagnóstico para el modelo de Havlena-Odeh es el siguiente:



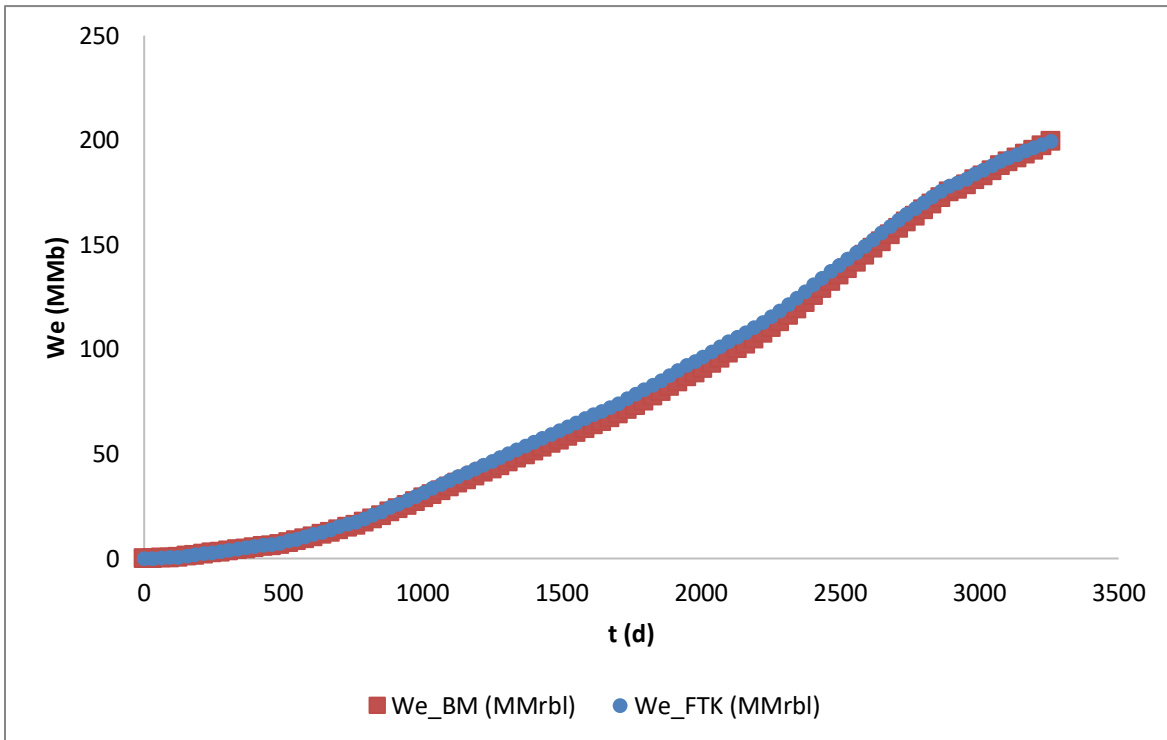


**Figura 3.4 Modelo de Havlena-Odeh, yacimiento Kin**

De acuerdo con el gráfico se estima que el volumen original de aceite del yacimiento es igual a 730 [MMstb].

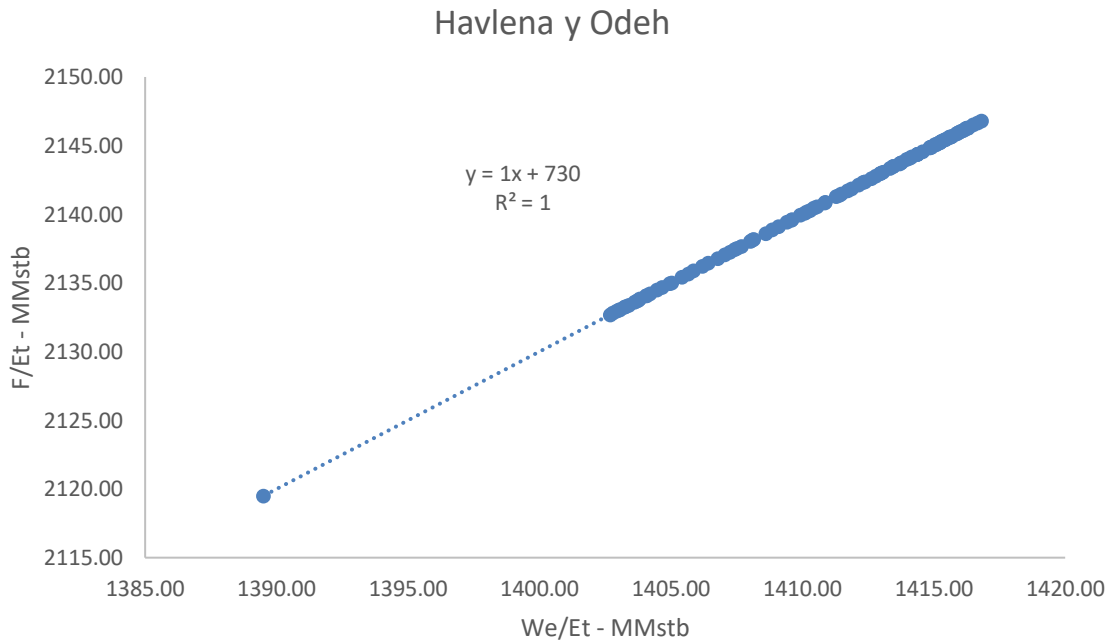
Para representar la entrada de agua en el yacimiento se utilizó el modelo propuesto por Fetkovich (1971) para poder estimar como ha avanzado a través del tiempo, además la entrada calculada en este modelo se ajustó con los valores calculados en el modelo de balance de materia.

El ajuste logrado mediante un modelo de regresión lineal aplicado al modelo de Fetkovich se muestra en la **Figura 3.5 Entrada de agua calculada por Balance de Materia y método de Fetkovich.**



**Figura 3.5 Entrada de agua calculada por Balance de Materia y método de Fetkovich**

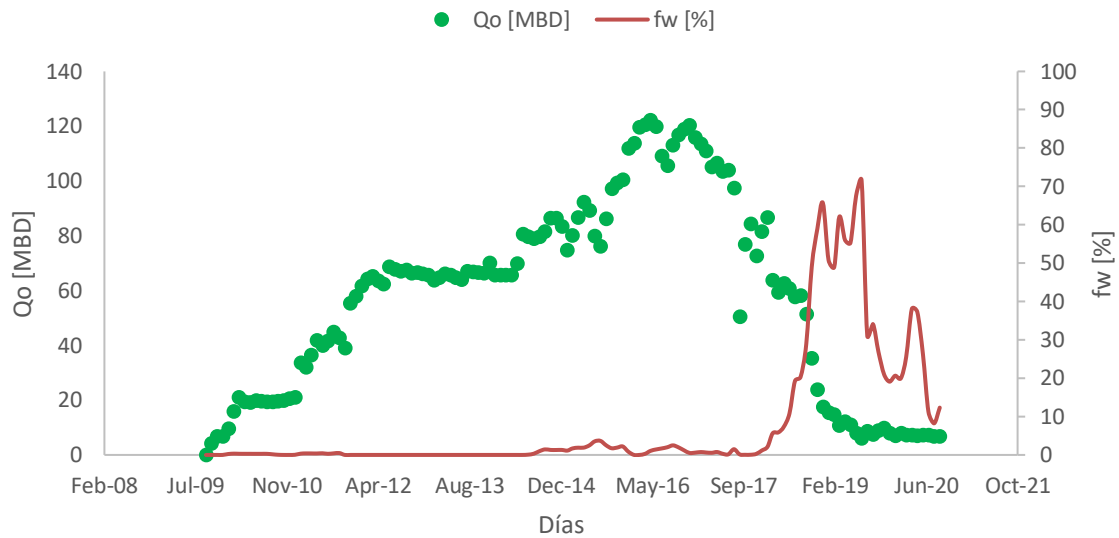
La entrada de agua calculada mediante el método de Fetkovich (1971) se ajustó a la calculada mediante Balance de Materia y para validarlo fue necesario realizar el modelo de Havlena-Odeh (1963) con el valor de la entrada de agua obtenido por el método de Fetkovich (1971), a continuación, se presenta el gráfico diagnóstico obtenido de dicha validación:



**Figura 3.6 Modelo de Havlena-Odeh con entrada de agua calculada por método de Fetkovich.**

### 3.2 Análisis de la irrupción de agua

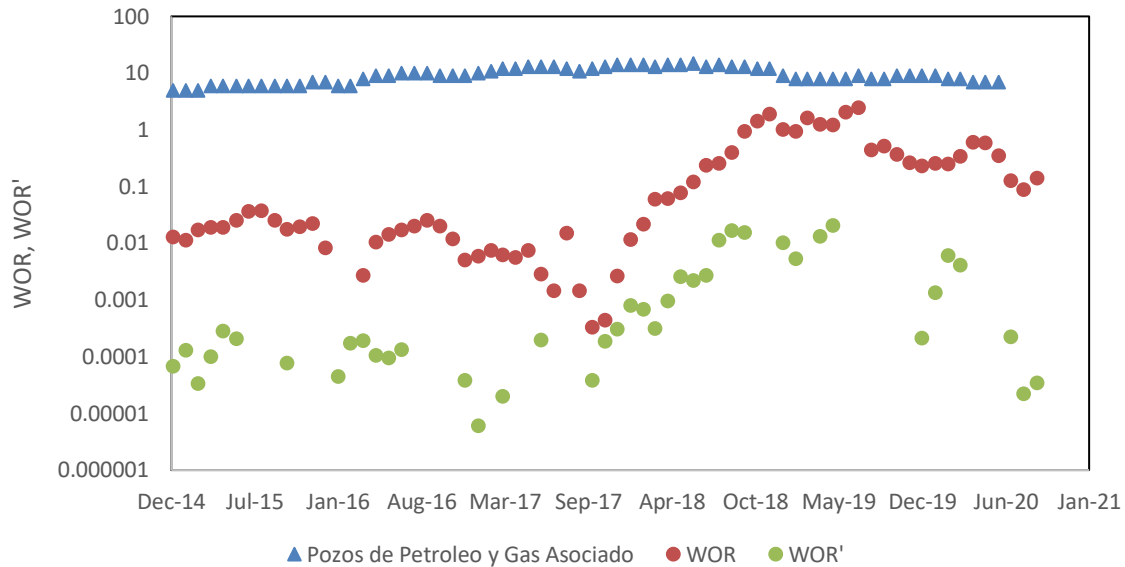
A partir de los datos de producción reportados se analizó si el yacimiento *Kin* sufrió una irrupción temprana de agua que pudiera haber afectado el proyecto de desarrollo de este. La **Figura 3.7 Histórico de producción de aceite y corte de agua, yacimiento Kin** muestra el histórico de producción de aceite frente al flujo fraccional de agua del yacimiento *Kin*, anteriormente se mencionó que al alcanzarse la producción máxima de aceite se presentó una declinación en la producción de manera muy rápida y que a la par de esta declinación hubo un aumento en la producción de agua, esto se corrobora con el comportamiento del flujo fraccional de agua que alcanza valores mayores al 70%.



**Figura 3.7 Histórico de producción de aceite y corte de agua, yacimiento Kin**

Para determinar si en el yacimiento *Kin* existe una irrupción temprana de agua se utilizó el método de *Chan (1995)* y de esta manera determinar si se tiene origen en una canalización, conificación o en ambas.

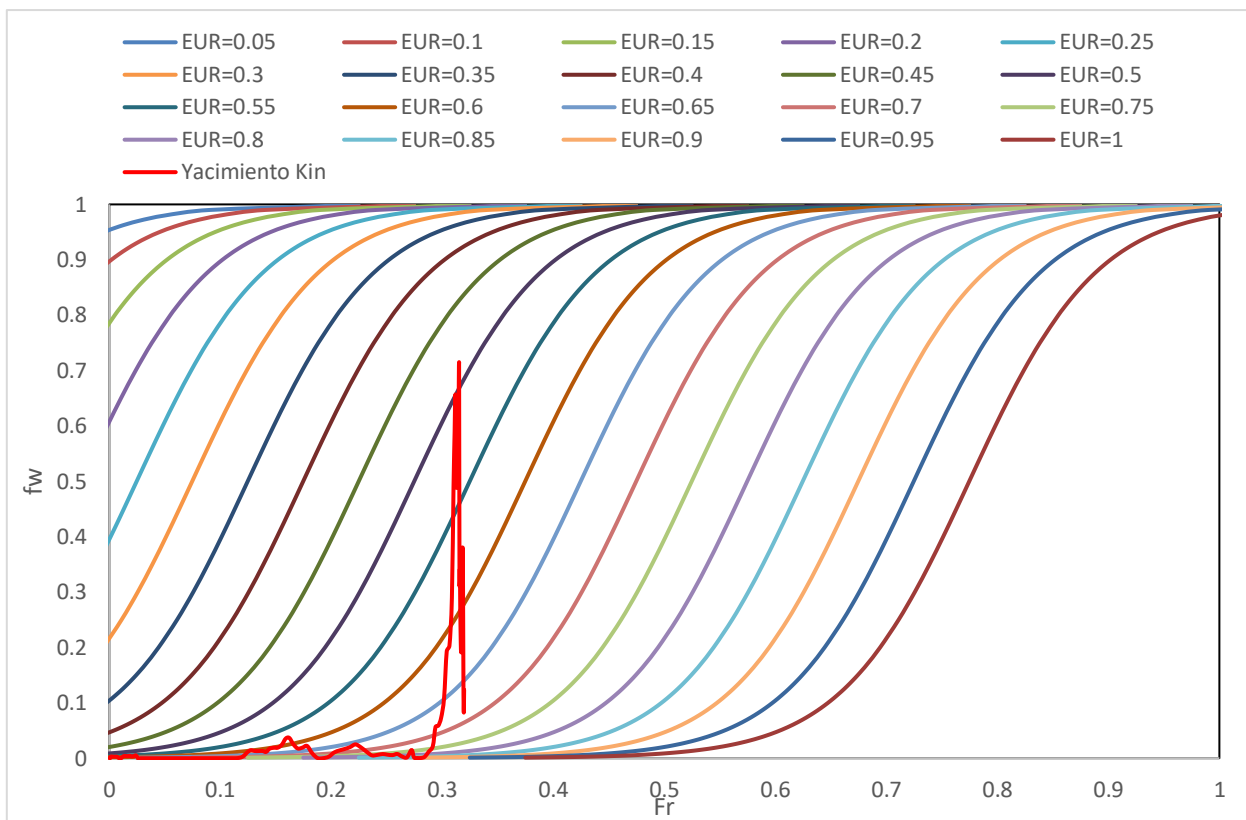
A continuación, la **Figura 3.8 Curvas de Chan, yacimiento Kin** muestra el comportamiento del yacimiento *Kin* para el método de *Chan (1995)*, se utilizaron datos de producción reportados y se realizaron los cálculos descritos en el capítulo anterior.



**Figura 3.8 Curvas de Chan, yacimiento Kin**

Se observó que en los pozos del yacimiento hay presencia de canalización y de conificación con base en la combinación de pendientes negativas y positivas de la derivada de la relación agua-aceite,  $RAA'$ . También es notorio que a la fecha en la que se tienen más pozos aumento la  $RAA$  llegando a valores que difícilmente se redujeron.

Con el método de *Tong (2015)* se pudo cuantificar la eficiencia de la estrategia de extracción del yacimiento *Kin* a partir de la construcción de curvas características que describan que tan eficientemente se han recuperado hidrocarburos de acuerdo con el comportamiento del factor de recuperación del yacimiento a través de las curvas características.



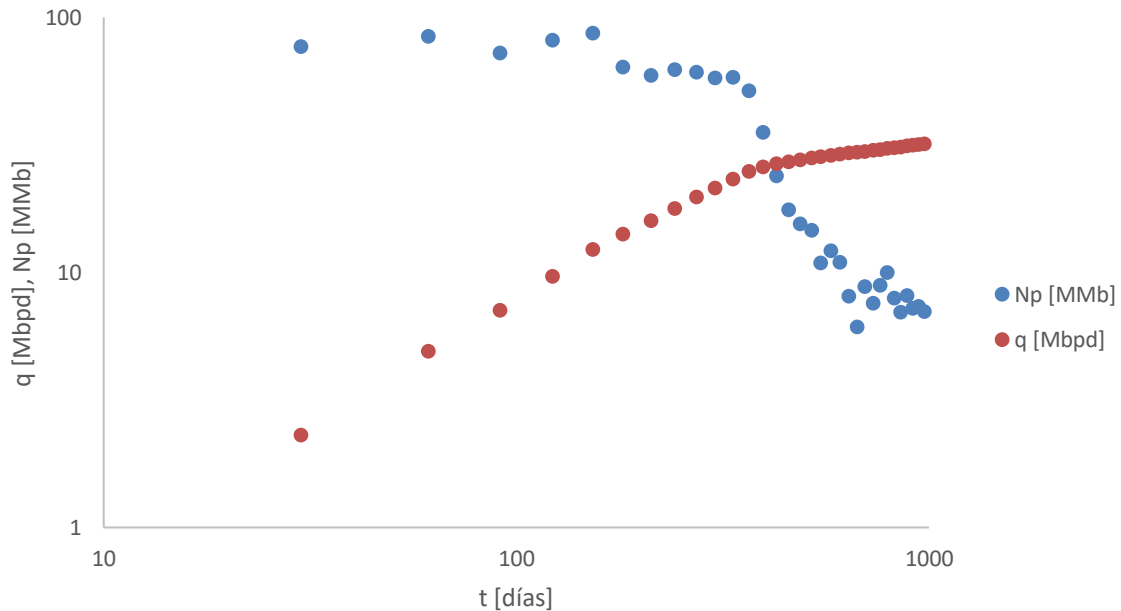
**Figura 3.9 Curvas de Tong, yacimiento Kin**

De acuerdo con lo dicho anteriormente, la curva roja representa el factor de recuperación del yacimiento *Kin* se observa que la estrategia de extracción del yacimiento seguía una tendencia con un flujo fraccional de agua muy bajo, sin embargo, en un periodo de tiempo muy corto el flujo fraccional de agua aumento significativamente teniendo un efecto muy sensible en la recuperación de hidrocarburos y provocando que la estrategia empleada únicamente alcanzará un factor de recuperación cercano al 32%. Según *Allan (2003)* para yacimientos con las condiciones de *Kin* los factores de recuperación oscilan entre 7% y 44%, pero es conveniente mencionar que la mayoría de los yacimientos estudiados por el autor tienen implementados sistemas artificiales de producción o métodos de recuperación secundaria/mejorada, para el caso particular de *Kin* no es así, ya que el acuífero influye en mantener la energía del yacimiento favoreciendo el drenado de los hidrocarburos desde la matriz hasta los pozos del yacimiento. Sin embargo, los efectos que tuvo la irrupción temprana de agua han disminuido considerablemente el porcentaje de hidrocarburos recuperados al final del proyecto, que, a pesar de encontrarse dentro del rango propuesto por el autor, pudieron alcanzar valores más grandes.

### 3.3 Comportamiento adimensional de la recuperación de hidrocarburos

Cuando la producción de un pozo petrolero comienza a declinar, es necesario, basado en los datos de producción reportados, el uso de diferentes métodos de análisis de curvas de declinación, además de la determinación de los parámetros de declinación.

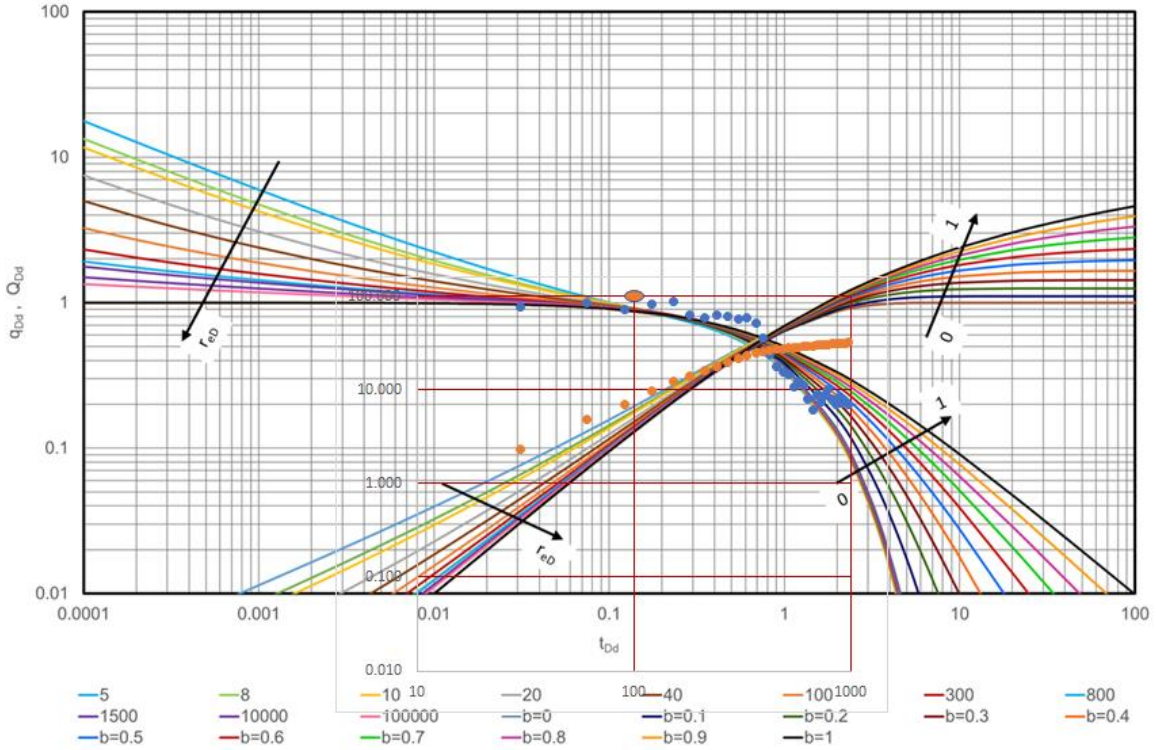
El método parte de las curvas de declinación adimensional del gasto y de la declinación adimensional de la producción acumulada, siendo estas curvas donde buscó la coincidencia de los datos de producción del yacimiento *Kin*. En la **Figura 3.11 Método de coincidencia de curvas, yacimiento Kin** se muestra el comportamiento de la producción y su acumulada en escala log-log.



**Figura 3.10 Historia de producción log-log, yacimiento Kin**

Asimismo, la sobreposición de las curvas se incluye en la **Figura 3.12 Comportamiento del inverso de la producción con respecto del tiempo de balance de materia, yacimiento Kin**. Se calculó el gasto adimensional sustituyendo los valores encontrados de la coincidencia de las curvas:

$$q_{Dd} = e^{-0.1} = 0.9048 . \quad \dots\dots\dots (3.6)$$



**Figura 3.11 Método de coincidencia de curvas, yacimiento Kin**

De esta manera, se calculó la declinación inicial como:

$$D_i = \frac{0.1}{100} = 0.001 \left[ \frac{1}{\text{días}} \right], \dots\dots\dots (3.7)$$

Se estimó la relación gasto-tiempo:

$$q = 120.6382 \text{ [Mbpd]}, \dots\dots\dots (3.8)$$

Se calculó el gasto acumulado al tiempo de abandono:

$$Q_f = 43.7432 \text{ [MMb]}, \dots\dots\dots (3.9)$$

Por último, se estimó la recuperación final estimada (EUR) al tiempo de abandono:

$$EUR = 232.7378 \text{ [MMb]}, \dots\dots\dots (3.10)$$



### 3.4 Análisis del gasto crítico de los pozos

En los YNF, la caída de presión alrededor de un pozo productor de aceite es muy baja, debido a la elevada transmisibilidad del sistema fractura, donde la producción es controlada por un complejo mecanismo que regula la interacción del sistema matriz-fractura. Sabemos que la matriz tiene un valor muy bajo de permeabilidad, y que la caída de presión por barril de aceite producido es baja derivado de la expansión de los fluidos, y el proceso de imbibición; además que la matriz proporciona aceite al sistema de fracturas. Dicho esto, debido a las bajas porosidades que se tienen en la matriz de la roca estos tipos de yacimientos tienen zonas de transición reducidas, por lo que la producción de agua, independientemente si proviene de un acuífero activo, se presenta por canalización a través del sistema de fracturas donde forma un cono que depende estrictamente del gasto de extracción del fluido.

En el *capítulo 1* Revisión de la literatura se habló acerca de un valor de gasto de producción máximo el cual representaba el límite al cual se puede operar sin presentar producción de agua, el gasto crítico, además, se presentaron algunas correlaciones con las que se puede estimar el gasto crítico en un pozo productor de aceite; para el caso de *Kin* se seleccionaron las correlaciones de *Meyer-Garder (1954)*, *Schols (1972)* y *Pérez-Rodríguez (2012)*. Conviene mencionar que los resultados obtenidos para cada correlación son diferentes además de tener un comportamiento diferente que depende de la distancia al contacto agua-aceite.

Los datos utilizados para los cálculos del gasto crítico son las siguientes:

**Tabla 3-1 Datos para cálculo del gasto crítico, yacimiento *Kin***

Datos para cálculo de gasto crítico	
<b>Ko [md]</b>	16.62
<b><math>\rho_o</math> [g/cc]</b>	0.63
<b><math>\rho_w</math> [g/cc]</b>	1.04
<b><math>\mu_o</math> [cp]</b>	0.544
<b>Bo [stb/scf]</b>	1.203
<b>Kf [md]</b>	87.07

De esta manera, se utilizaron las correlaciones presentadas en el capítulo anterior y se calcularon los diferentes gastos críticos para los pozos del yacimiento *Kin*. Los resultados, respecto de los gastos reportados y la distancia al CAA se presentan en la **Tabla 3-2 Gastos críticos calculados y reportados, yacimiento Kin**.

**Tabla 3-2 Gastos críticos calculados y reportados, yacimiento Kin**

Pozo	Último gasto reportado [Mbpd]	Schols [Mbpd]	Meyer-Garder [Mbpd]	Pérez-Rodríguez [Mbpd]	Distancia al CAA (mV)
K-1DL	8.4	14.9	6.5	13.3	428
K-3	20.4	7.8	3.4	54.7	311
K-13	0	0.6	0.3	2.4	99
K-22	0.2	4.8	2.0	47.6	220
K-36	0.2	5.5	2.5	13.0	280
K-53	11.8	6.9	3.1	29.3	309
K-500	11.9	4.6	2.1	27.6	255

El valor del gasto crítico dependerá de la distancia del intervalo productor al contacto agua-aceite, del espesor de la formación y del área de drene de los pozos. Para la determinación de un gasto crítico de cada pozo se realizó el promedio de los tres valores calculados a partir de las correlaciones.

**Tabla 3-3 Últimos gastos reportados y gastos críticos, yacimiento Kin**

Pozo	Gasto al momento de la irrupción de agua [Mbpd]	Gasto actual [Mbpd]	Gasto crítico [Mbpd]
K-13	1.1	0.0	0.4
K-36	5.8	0.2	3.8
K-22	16.1	0.2	3.2
K-1DL	5.5	8.4	10.0
K-53	12.9	11.8	4.7
K-3	22.7	20.4	5.2
K-500	11.9	11.9	3.2

Queda en evidencia que en todos los pozos se está produciendo por arriba del gasto crítico y tiene fundamento en el hecho de que en los pozos donde esto ocurre se ha producido agua. Una estrategia para este problema es la estrangulación de los pozos para mitigar el

aumento de la producción de agua, sin embargo, adicionar más pozos en el yacimiento podría permitir un cono más uniforme en todo el yacimiento y con ello un mejor control del ascenso del contacto agua-aceite.

### 3.5 Análisis del inverso de la producción

El análisis del inverso de la producción o gasto nos permitió estimar la máxima recuperación de un sistema cuando el gasto sea igual a cero (*EUR*), tomando los datos de producción reportados. Se partió de la ecuación típica de una recta:

$$y = mx + b, \dots\dots\dots (3.11)$$

La variable *y* estará representada por el inverso de la producción ( $1/q$ ) mientras que la variable *x* es el tiempo de balance de materia (*ta*), dicho esto, se sustituyeron estas variables:

$$\frac{1}{q} = m ta + b, \dots\dots\dots (3.12)$$

sustituyendo, *ta* por  $\frac{Np}{q}$ ,

$$\frac{1}{q} = m \left(\frac{Np}{q}\right) + b, \dots\dots\dots (3.13)$$

cómo se mencionó anteriormente, es necesario conocer estos datos cuando el gasto sea igual a cero, entonces:

$$\left(\frac{1}{q}\right) |_{q=0} = m \left(\frac{Np}{q}\right) |_{q=0} + b, \dots\dots\dots (3.14)$$

despejando a *q* y evaluando en  $q=0$ :

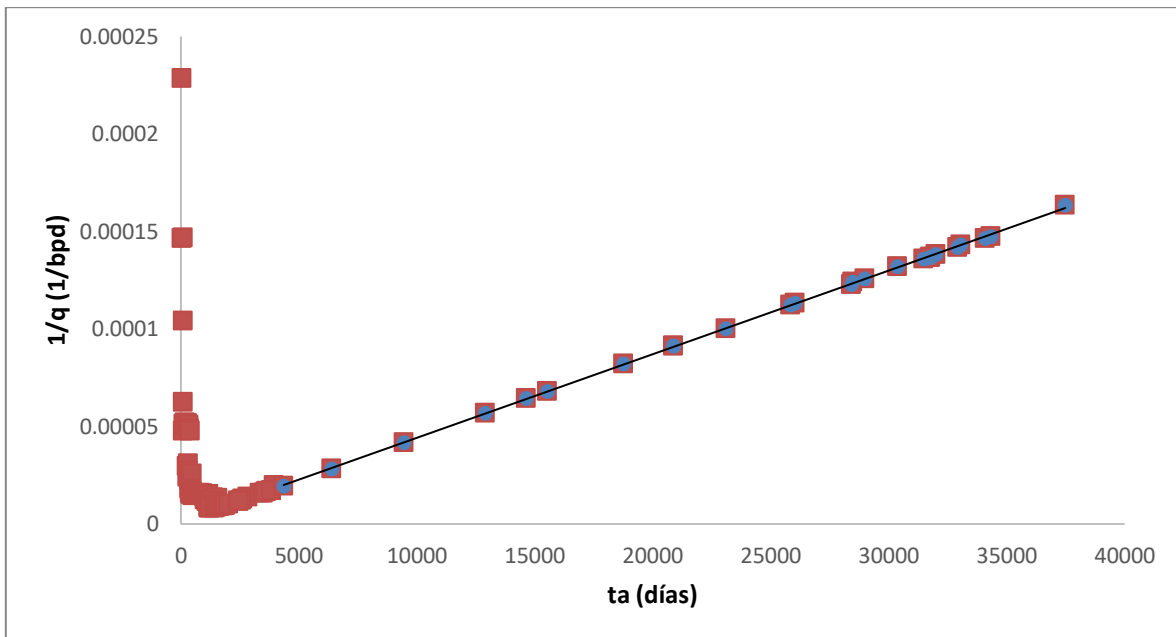
$$1 = m \left(\frac{Np}{q}\right) |_{q=0} (q|_{q=0}) + bq|_{q=0}, \dots\dots\dots (3.15)$$

$$1 = mNp|_{q=0} = mEUR, \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

despejando:

$$EUR = \frac{1}{m}, \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

La **Figura 3.12 Comportamiento del inverso de la producción con respecto del tiempo de balance de materia, yacimiento Kin** muestra el comportamiento de la curva del inverso del gasto con respecto del tiempo de balance de materia para el yacimiento *Kin*.



**Figura 3.12 Comportamiento del inverso de la producción con respecto del tiempo de balance de materia, yacimiento Kin**

La ecuación correspondiente a estos datos es la siguiente:

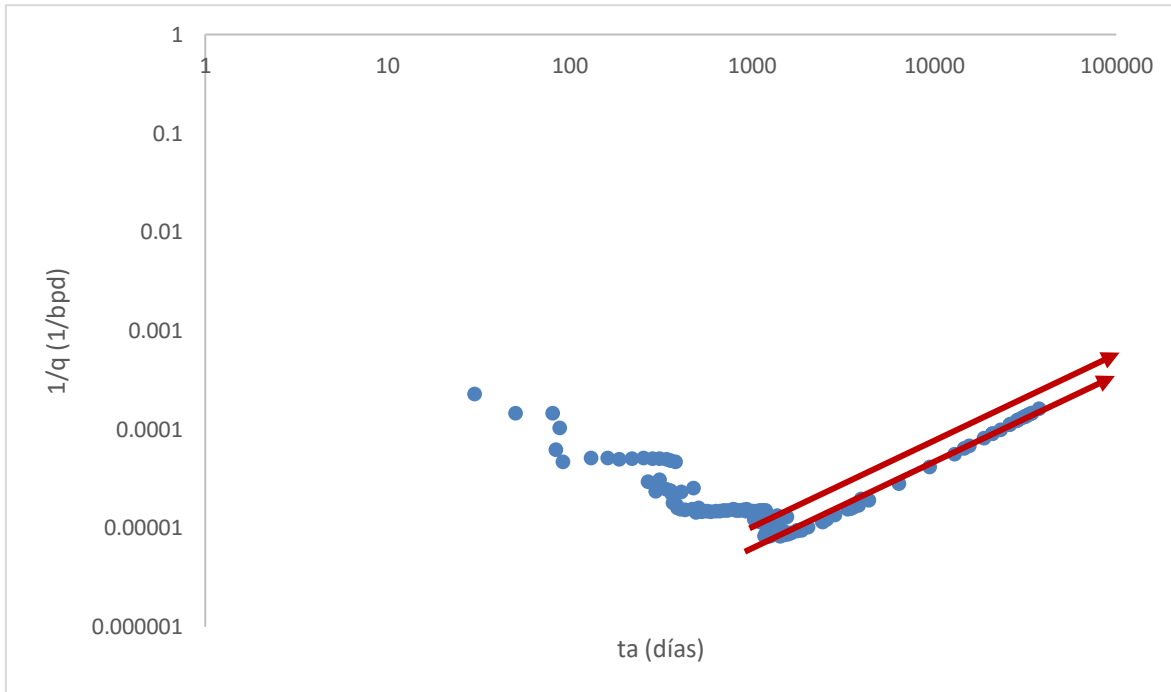
$$\left(\frac{1}{q}\right) = 4.28694 \times 10^{-9} \left(\frac{Np}{q}\right) + 1.32260 \times 10^{-6}, \quad \dots\dots\dots (3.18)$$

Por lo tanto, la Máxima recuperación cuando el gasto sea igual a cero es:

$$EUR = \frac{1}{4.28694 \times 10^{-9}}, \quad \dots\dots\dots (3.19)$$

$$EUR = 233.2666191 [MMB], \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

$$\Delta Np = EUR - Np|_{abandono} = 0.60586, \quad \dots\dots\dots (3.21)$$



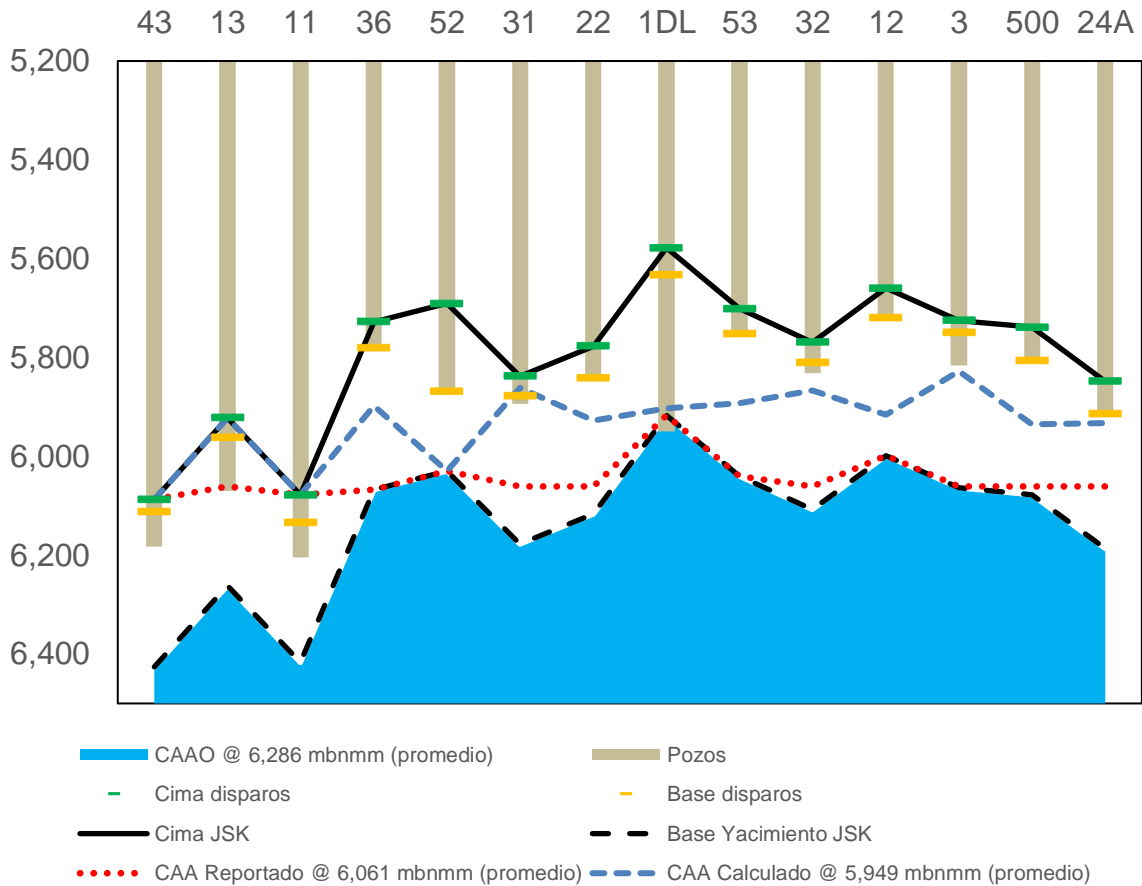
**Figura 3.13 Comportamiento de la curva de diagnóstico del inverso de la producción, yacimiento Kin**

En el comportamiento de la curva de diagnóstico del inverso de la producción se pueden observar dos tendencias, lo que significa que existieron cambios en los patrones de flujo, esto sugiere que pudo haber correcciones en la explotación del campo, dicho de otra manera, hubo un cambio en los gastos de producción del yacimiento y que como podemos observar en los históricos de producción fueron para aumentar los gastos de producción. De tal manera que, se recuperó mucho aceite en muy poco tiempo y como se menciona con anterioridad, fueron rebasados los gastos críticos establecidos favoreciendo la irrupción de agua en los pozos del yacimiento.

Una vez que los pozos han sido invadidos por el agua y que se han abandonado se ha quedado dentro del yacimiento un gran número de reservas que será muy complicado recuperar con las condiciones actuales del yacimiento.

### 3.6 Estimación de la posición del contacto agua-aceite en el yacimiento

Con el objetivo de dar seguimiento al contacto agua-aceite para saber los efectos que ha tenido el acuífero y la entrada de agua en la producción del yacimiento, se siguió la metodología propuesta por González y Morán (2017) se aproximó la geometría del yacimiento a la de un cono truncado que combinado con técnicas de balance de materia anteriormente utilizadas permitió dar seguimiento al avance del CAA. Los resultados se muestran en la **Figura 3.14**.



**Figura 3.14 Cimas diagramáticas de los pozos del yacimiento Kin y posición original y actual del CAA, yacimiento Kin**

Se observó que el avance del agua en el yacimiento ha sido heterogéneo, favoreciendo la irrupción temprana de agua en algunos pozos y también fue posible observar que están por ser alcanzados e invadidos otros tantos pozos del yacimiento.

Con los valores determinados de la altura real del CAA, se terminó el gasto crítico nuevamente, para compararlo respecto de los valores considerados por el Operador (correspondientes con la Correlación de Pérez et al.) y los previamente calculados, los resultados se presentan en la **Tabla 3-4**.

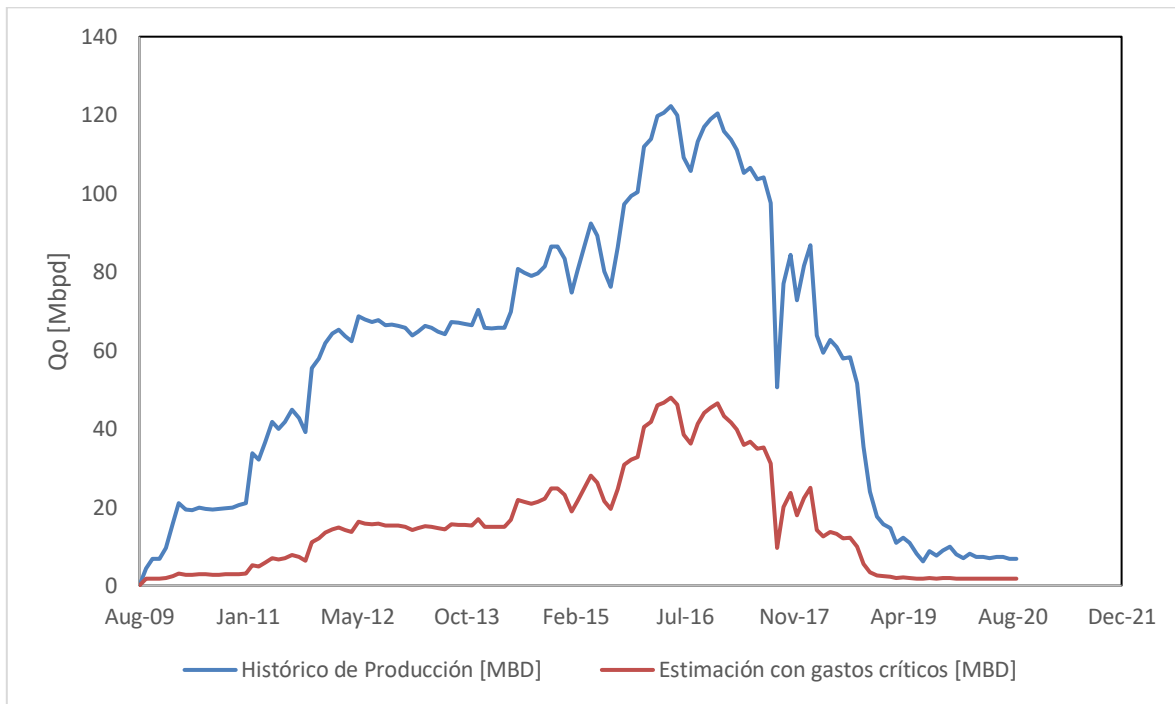
**Tabla 3-4 Gastos críticos calculados a partir de la distancia al CAA reportada y estimada.**

<b>Pozo</b>	<b>Gasto al momento de la irrupción [Mbpd]</b>	<b>Último Gasto reportado [Mbpd]</b>	<b>Gasto crítico considerado por el Operador @ 6061 m [Mbpd]</b>	<b>Gasto crítico promedio con distancia al CAA reportada @ 6061 m [Mbpd]</b>	<b>Gasto crítico con distancia al CAA calculada @ 5,949 m [Mbpd]</b>
K-13	1.1	0.0	2.4	2.4	2.4
K-36	5.8	0.2	13.0	13.0	2.2
K-22	16.1	0.2	47.6	47.6	7.3
K-1DL	5.5	8.4	13.3	13.3	5.3
K-53	12.9	11.8	29.3	29.3	6.0
K-3	22.7	20.4	54.7	54.7	3.4
K-500	11.9	11.9	27.6	27.6	7.1

Utilizar la distancia al CAA que fue estimada mediante el modelo anteriormente presentado representa una gran herramienta al momento de comparar los valores reportados por el operador, con el objetivo de determinar cuáles son los valores reales y precisar los efectos que ha tenido la producción descontrolada en los pozos del yacimiento. Se observó que al utilizar la distancia constante al CAA (6061 m.v.b.n.m.), como fue reportado, los gastos son mayores y, al realizar la comparación la distancia al CAA estimada por los modelos de balance de materia propuestos por González y Morán (2017), encontramos valores de gasto crítico menores, es conveniente mencionar que el contacto estimado es heterogéneo en todos los pozos e incluso ya ha invadido algunos pozos como se puede observar en la **Figura 3.14 Cimas diagramáticas de los pozos del yacimiento Kin y posición original y actual del CAA, yacimiento Kin**, además, los gastos reales reportados están muy por encima de los gastos críticos, favoreciendo la hipótesis de que una de las causas de la

irrupción temprana de agua en el yacimiento *Kin* es el drenado descontrolado de los pozos del yacimiento causando pérdidas económicas y efectos desfavorables en la operación del proyecto.

Con el objetivo de realizar un mejor análisis de la administración del yacimiento, se realizó un pronóstico de un hipotético histórico de producción donde se hubiera explotado el yacimiento por debajo de los gastos críticos. Dicho pronóstico se estimó utilizando los gastos críticos calculados anteriormente (con la distancia al CAA estimada mediante balance de materia). A continuación, se muestra la comparativa entre el histórico de producción reportado por el operador y el histórico de producción hipotético del mismo yacimiento, pero produciendo bajo los gastos críticos de producción.



**Figura 3.15 Comparativa del histórico de producción reportado y estimado, yacimiento *Kin***

El comportamiento observado en la figura anterior sugiere que bajo un esquema de producción donde el yacimiento es explotado bajo los límites operativos la producción de hidrocarburos es menor sí, pero es posible obtener mejores resultados en el largo plazo con base en una mejor administración del yacimiento evitando la irrupción temprana de agua en los pozos del yacimiento y favoreciendo una recuperación mayor de los hidrocarburos del yacimiento.



#### 4. Análisis e interpretación de los resultados

Una de las premisas de la metodología presentada en este trabajo, es poder identificar y determinar la eficiencia con la que han sido explotados yacimientos naturalmente fracturados con problemas de irrupción de agua, de tal manera que, para el caso particular del yacimiento Kin y mediante el análisis previamente realizado se puede decir en primera instancia que al evaluar la existencia de un acuífero asociado, este influye en el mantenimiento de la presión del yacimiento, sin embargo, al avanzar el agua a través de los canales preferenciales de flujo del yacimiento se han quedado muchos moles de aceite dentro de la matriz de la roca y que no podrán recuperarse, afectando al plan inicial de extracción y por supuesto afectando también a la proyecciones económicas.

Con los modelos de balance de materia se pudo observar que además de contar con un mecanismo de empuje combinado, el yacimiento cuenta con un gran volumen original de hidrocarburos. Para este punto se tiene certeza de la existencia de un acuífero asociado y de su influencia en el yacimiento, sin embargo, no en todos los casos significará que en los pozos del yacimiento estén siendo afectados por la irrupción temprana de agua, ya que en este punto es posible que el acuífero únicamente sea influyente como un mecanismo de empuje y no invada los canales preferenciales de flujo en el yacimiento.

Los gráficos especializados de Chan nos permitieron identificar la existencia de irrupción de agua en los pozos del yacimiento, además de saber cuál es la causa de dicha irrupción, este caso, la presencia de canalización y conificación. La primera hace referencia a la invasión de agua a través de uno o más canales preferenciales que conectan a los pozos con el yacimiento, un fenómeno muy común en yacimientos con un fracturamiento intenso como el caso de *Kin* siendo un YNF del tipo II. La conificación presente en este yacimiento pudo ser provocada por una distribución desigual del gradiente de presión derivado de la extracción de los pozos. observando los datos de producción, las lecturas de los gastos críticos calculados y el seguimiento del CAA se concluyó que efectivamente, hubo un drenado desigual en los diferentes pozos del yacimiento favoreciendo la formación de conos y posteriormente la irrupción descontrolada de agua en los pozos.

Con el método de Tong fue posible estimar la eficiencia de la recuperación de las reservas del yacimiento, donde se obtuvo un valor cercano al 20%, *Allan (2003)* presenta un rango de valores de factores de recuperación correspondientes al YNF del tipo II de acuerdo con la clasificación de *Nelson (2001)* y que van desde 7.6% hasta el 44% algunos de los

yacimientos presentados por *Allan (2003)* tienen proyectos de recuperación secundaria o mejorada y tienen diferente mecanismo de empuje pero nos sirven de referencia para saber si *Kin* se encuentra dentro del rango de valores para este tipo de yacimientos y teniendo en cuenta que en *Kin* la recuperación presente es primaria.

De acuerdo con los resultados que se obtuvieron para este trabajo se puede concluir que *Kin* se encuentra dentro del rango presentado por *Allan (2003)*, sin embargo, es conveniente mencionar que las condiciones del yacimiento son favorables para una buena recuperación debido a su gran presión y al acuífero que disminuye el valor de la caída de presión y prolonga la misma.

Para poder determinar si las reservas recuperadas han sido favorables para el proyecto, fue utilizar el método del inverso del gasto el cual permitió calcular la recuperación final estimada. Para el caso específico se obtuvo un valor de 233.2666 [MMB], que comparado con el valor de las reservas calculadas a partir del balance de materia es un valor aproximado al 32% de las reservas originales, estando en el rango presentado por *Allan (2003)*. Para sustentar esta estimación se recurrió al método de análisis de curvas de declinación de Fetkovich-Arps (1980) y el resultado no fue muy diferente, teniendo como resultado un valor de 232.73 [MMB] de tal manera que, de acuerdo con la metodología de análisis, han quedado aproximadamente 494.06 [MMB] dentro del yacimiento y que no podrán ser recuperados.

Por último, mediante el uso de las técnicas de balance de materia en combinación con la aproximación geométrica del yacimiento fue posible estimar la posición actual del contacto agua-aceite en el yacimiento, se observó que el avance ha sido desigual en los pozos del yacimiento, donde algunos ya han sido invadidos por el agua mientras que en otros tantos el agua está próxima a invadir dichos pozos. Con apoyo de los gastos críticos obtenidos se observó que hay pozos del yacimiento con una producción acelerada y agregando que la geología del yacimiento el cual esta intensamente fracturado, se concluyó que los canales preferenciales de flujo están siendo invadidos heterogéneamente por el agua, favoreciendo la irrupción temprana de agua y afectando la producción del yacimiento.

## Conclusiones

- La evaluación y consideración de la existencia de un contacto agua-aceite dinámico, así como el seguimiento de este son aspectos importantes como parte de las estrategias de desarrollo en los yacimientos productores de petróleo y no deben obviarse en ningún sentido.
- Los modelos de balance de materia, el inverso del gasto y el análisis de las curvas de declinación permiten realizar cálculos de la estimación de las reservas originales de un yacimiento, para el caso específico han sido herramientas muy útiles en la estimación de estas reservas mismas que son parte fundamental para el cumplimiento del objetivo de este trabajo.
- La influencia de un acuífero en un yacimiento naturalmente fracturado tiene una relevancia especial, de acuerdo con la naturaleza de este tipo de yacimientos el agua puede invadir canales de flujo que pudieran ser ocupados por aceite, esto resultaría en un gran volumen de hidrocarburos atrapados en la matriz de la roca y en la red de fracturas invadida por agua. Identificar esta influencia y desarrollar los yacimientos de manera más controlada permitirá obtener recompensas mayores al largo plazo.
- El uso del valor teórico del gasto crítico es importante para cualquier proyecto petrolero, si bien, la irrupción de agua es eventual e inevitable, el cálculo del gasto crítico sugiere un control sobre la producción de hidrocarburos, favoreciendo un avance controlado del agua hacia los pozos del yacimiento. Los resultados de estimar y utilizar los valores de gastos críticos no solo son favorables para la recuperación de hidrocarburos, también lo son para la integridad de las instalaciones, así como una reducción en los costos de reparaciones derivadas de problemas de irrupción de agua.

## Anexo I

### AI.1 Método de Meyer-Garder

Meyer y Garder (1954) sugieren que la conificación se debe al flujo radial de aceite y la disminución de la presión alrededor de un pozo productor. Los modelos desarrollados, válidos para sistemas homogéneos, son los siguientes:

#### Conificación de Gas

$$q_{oc_w} = 0.246 \times 10^{-4} \left[ \frac{\rho_o - \rho_g}{\ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)} \right] \frac{k_{ro} (h_o^2 - h_p^2)}{\mu_o}, \dots\dots\dots (AI.1)$$

#### Conificación de Agua

$$q_{oc} = 0.246 \times 10^{-4} \left[ \frac{\rho_w - \rho_o}{\ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)} \right] \frac{k_{ro} (h_o^2 - h_p^2)}{\mu_o}, \dots\dots\dots (AI.2)$$

#### Conificación combinada de gas y agua

Si el espesor efectivo de la columna de aceite se encuentra entre una capa de gas y un nivel de agua libre, el gasto crítico debe considerar la posible conificación de ambas fases. Para modelar esto, Pirson (1977) combinó las ecuaciones de Mayer-Garder y obtuvo la siguiente expresión simplificada para estimar el gasto máximo para evitar la irrupción del gas y agua:

$$q_{oc_{wg}} = 0.246 \times 10^{-4} \frac{k_{ro} (h_o^2 - h_p^2)}{\mu_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)} \times \left[ (\rho_w - \rho_o) \left( \frac{\rho_o - \rho_g}{\rho_w - \rho_g} \right)^2 + (\rho_o - \rho_g) \left( 1 - \frac{\rho_o - \rho_g}{\rho_w - \rho_g} \right)^2 \right], \dots\dots\dots (AI.3)$$

## AI.2 Método de Chierici-Ciucci

Chierici y Ciucci (1964) propusieron los siguientes modelos para estudiar la conificación de agua:

$$q_{oc_w} = 0.492 \times 10^{-4} \left[ k_h \frac{k_{ro} h^2}{\mu_o B_o} (\rho_w - \rho_o) \right] \times \psi_w(r_{eD}, \xi, \delta_w) , \quad \dots\dots\dots (AI.4)$$

$$q_{oc_g} = 0.492 \times 10^{-4} \left[ k_h \frac{k_{ro} h^2}{\mu_o B_o} (\rho_o - \rho_g) \right] \times \psi_g(r_{eD}, \xi, \delta_g) , \quad \dots\dots\dots (AI.5)$$

Para el cálculo de los parámetros adimensionales los autores proponen las siguientes ecuaciones:

### Radio efectivo adimensional, $r_{De}$

$$r_{De} = \frac{r_e}{h_o} \sqrt{\frac{k_h}{k_v}} , \quad \dots\dots\dots (AI.6)$$

Los autores señalan que este parámetro solo es válido en el siguiente rango:

$$5 \leq r_{De} \leq 80 , \quad \dots\dots\dots (AI.7)$$

### Longitud perforada adimensional, $\xi$

$$\xi = \frac{h_p}{h_o} , \quad \dots\dots\dots (AI.8)$$

El parámetro es válido en el siguiente rango de valores:

$$0 \leq \xi \leq 0.75 , \quad \dots\dots\dots (AI.9)$$

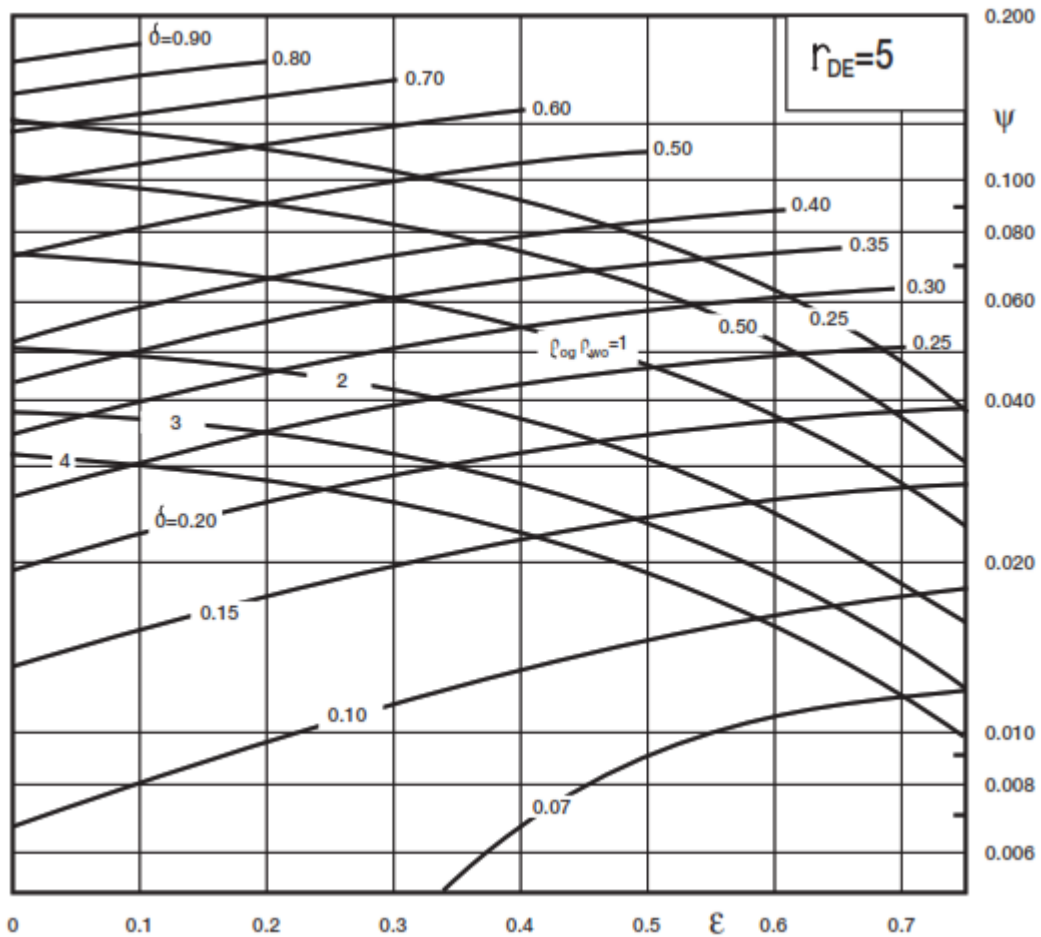
### Radio del cono de agua adimensional, $\delta_w$

$$\delta_w = \frac{D_b}{h_o}, \quad \dots\dots\dots \text{(AI.10)}$$

Al igual que en los parámetros anteriores, este parámetro es válido en el siguiente rango de valores:

$$0.07 \leq D_b \leq 0.9, \quad \dots\dots\dots \text{(AI.11)}$$

Los autores proporcionaron un conjunto de gráficos de trabajo para determinar la función adimensional  $\psi_g$  y  $\psi_w$  a partir de los parámetros adimensionales calculados  $r_{De}$ ,  $\delta_w$  y  $\xi$ . Estos gráficos se muestran en la **Figura Al. 1**. Este conjunto de curvas solo debe aplicarse a formaciones homogéneas.



**Figura Al. 1** Funciones adimensionales para  $r_{De} = 5$  (Chierici, Ciucci y Pizzi, 1964)

### AI.3 Métodos de Hoyland-Papatzacos-Skjaeveland

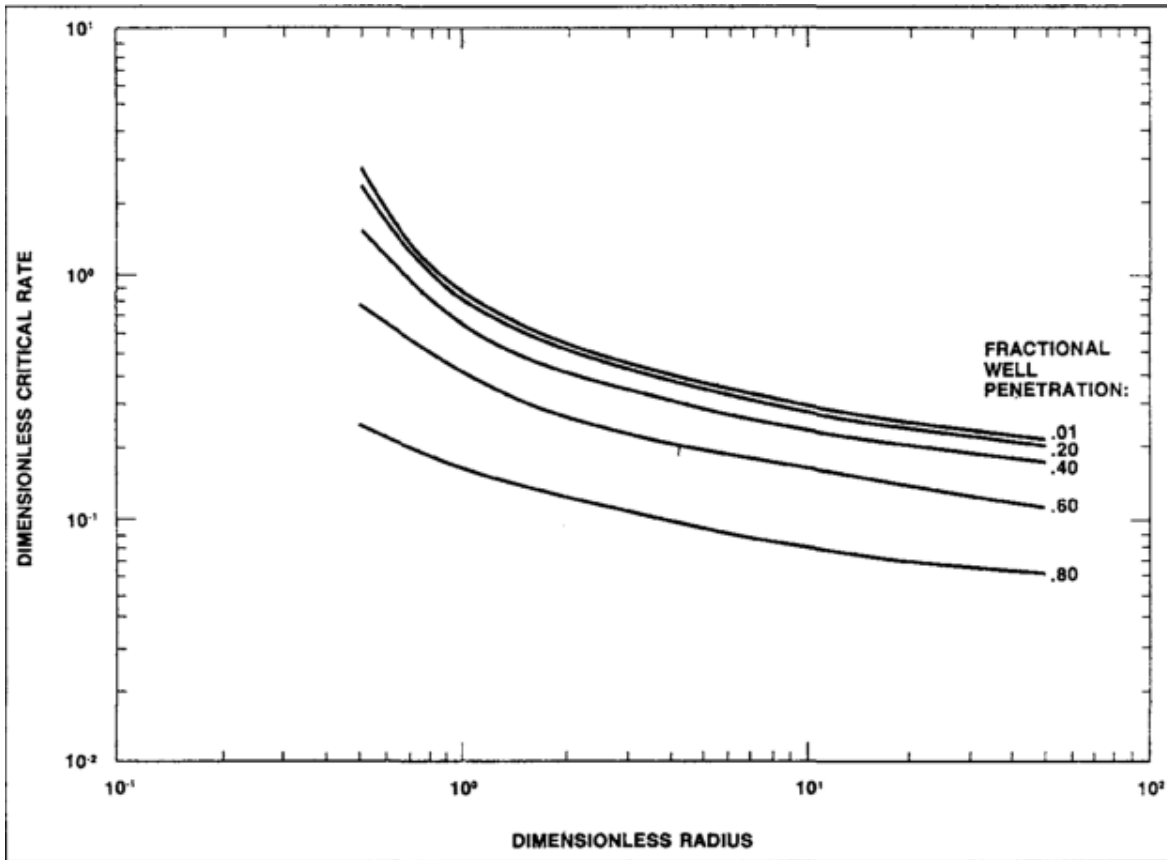
Hoyland, Papatzacos y Skjaeveland (1989) propusieron dos métodos para predecir el gasto crítico de aceite para la conificación de agua en formaciones anisótropas y homogéneas, donde el pozo es terminado en la parte superior. El primero, es una solución analítica al problema de conificación, y el segundo, es una numérica.

#### **Método Analítico**

La solución analítica está basada en el modelo propuesto por Muskat y Wyckoff (1953) para flujo monofásico, en la cual se debe graficar el gasto y el radio adimensionales para cinco penetraciones fraccionales de pozo, las ecuaciones a usar son las siguientes:

$$q_{CD} = \left[ \frac{40667.25\mu_o B_o}{h_o^2 (\rho_w - \rho_o) k_h} \right] q_{oc} , \quad \dots\dots\dots \text{(AI.12)}$$

$$r_D = \left( \frac{r_e}{h_o} \right) \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} , \quad \dots\dots\dots \text{(AI.13)}$$



**Figura A1. 2 Gasto crítico mediante solución analítica (Hoyland-Papatzacos-Skjaeveland, 1989)**

**Método Numérico**

Este método resulta de utilizar modelos de regresión aplicados a los resultados obtenidos de simulaciones numéricas para predecir el gasto crítico en un sistema. En este caso, considerando que  $k_h = k_v$ , se tiene que:

$$q_{ocw} = \frac{k_h(\rho_w - \rho_o)}{10822\mu_o B_o} \left[ 1 - \left( \frac{h_p}{h_o} \right)^2 \right]^{1.325} h_o^{2.238} [\ln(r_e)]^{-1.99}, \dots\dots\dots \text{(A1.14)}$$

**A1.4 Método de Chaperson**

Chaperson (1986) propuso un método para estimar el gasto crítico en una formación anisotrópica ( $k_h \neq k_v$ ) por efecto de la conificación de gas, aunque su método también puede ser aplicado para casos de conificación por agua. El autor supuso que el pozo posee



una penetración parcial, por lo que podría representarse como un punto fuente (flujo hemisférico). La correlación obtenida es la siguiente:

$$q_{ocw} = 0.0783 \times 10^{-4} \left[ \frac{k_h (h_o - h_p)^2}{\mu_o B_o} \right] \Delta \rho (q_c^*), \quad \dots \quad \text{(AI.15)}$$

Para facilitar y extender el uso de este modelo, *Joshi (1991)* correlacionó el coeficiente  $q_c^*$  para considerar diferentes fracciones de penetración en la formación. Para ello uso el parámetro  $\alpha''$  como:

$$q_c^* = 0.7311 + \left( \frac{1.943}{\alpha''} \right), \quad \dots \quad \text{(AI.16)}$$

$$\alpha'' = \left( \frac{r_e}{h_o} \right) \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}, \quad \dots \quad \text{(AI.17)}$$

### AI.5 Método de Schols

*Schols (1972)* desarrolló una ecuación empírica, basada en resultados obtenidos de simuladores numéricos y experimentos de laboratorio, con la que pudo estimar el gasto crítico como se señala a continuación:

$$q_{ocw} = 0.0783 \times 10^{-4} \times \frac{(\rho_w - \rho_o) k_{ro} (h_o^2 - h_p^2)}{\mu_o B_o} \left[ 0.432 + \frac{3.142}{\ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)} \right] \left( \frac{h_o}{r_e} \right)^{0.14}, \quad \dots \quad \text{(AI.18)}$$

### AI.6 Método de Pérez-Samaniego-Rodríguez

*Pérez et. al. (2012)* desarrollaron este método para determinar la conificación en YNF, en donde se identifica la altura máxima del cono formado, misma que aparece en el momento que el cono de agua irrumpe dentro de la zona disparada del pozo.

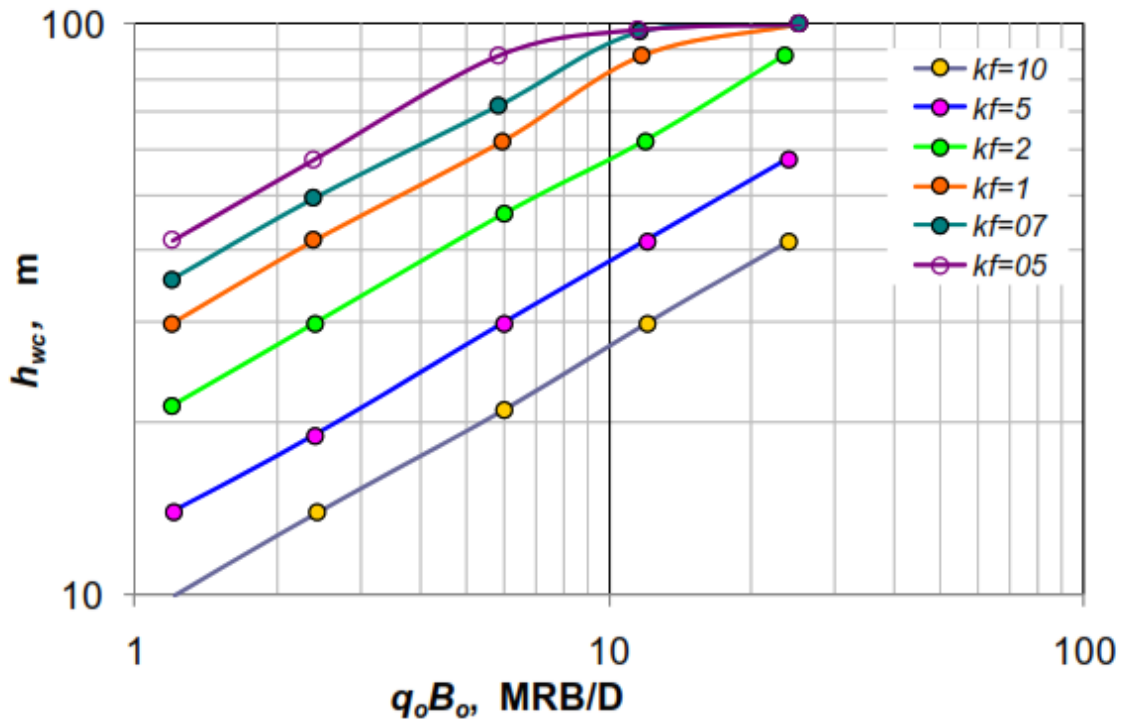
Los autores modelan a detalle la conificación alrededor de un pozo con o sin cemento, además desarrollaron una ecuación para determinar la altura máxima del cono de agua y

el tiempo que tarda en formarse el cono de agua. Primeramente, el modelo parte de dos ecuaciones que describen la altura de un cono de agua en un pozo bien cementado (**Ecuación AI.19**) y en otro mal cementado (**Ecuación AI.20**), estas ecuaciones son las siguientes:

$$h_{wc} = 2.963 \left[ \frac{q_o B_o \mu_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}{k_f \Delta \rho} \right]^{0.5}, \dots\dots\dots (\text{AI.19})$$

$$h_{wc} = 3.180 \left[ \frac{q_o B_o \mu_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}{k_f \Delta \rho} \right]^{0.5}, \dots\dots\dots (\text{AI.20})$$

La altura del cono de agua también puede determinarse relacionando la misma altura del cono con la permeabilidad de la fractura de la formación, la **Figura AI. 3** muestra esta relación de la siguiente manera:



**Figura AI. 3** Curvas de altura del cono de agua en función de la permeabilidad de la fractura (Pérez-Samaniego-Rodríguez, 2012)

El factor por mala cementación  $F_{bc}$  se relaciona directamente con la altura o distancia vertical adicional que tiene la conificación de agua en pozos mal cementados ( $\Delta h_{wc}$ ) debido al flujo libre de fluidos que se presenta detrás de la T. R. en el espacio anular sin cemento. Al restarle a la ecuación AI.20 la ecuación AI.19 se obtiene dicho factor:

$$\Delta h_{wc} = (3.180 - 2.963) \left[ \frac{q_o B_o \mu_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}{k_f \Delta \rho} \right]^{0.5}, \dots\dots\dots \text{(AI.21)}$$

$$\Delta h_{wc} = 0.217 \left[ \frac{q_o B_o \mu_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}{k_f \Delta \rho} \right]^{0.5}, \dots\dots\dots \text{(AI.22)}$$

por lo tanto, el factor por mala cementación  $F_{bc}$  toma los siguientes valores:

$$F_{bc} = 0.217, \text{ para un pozo mal cementado} \dots\dots\dots \text{(AI.23)}$$

$$F_{bc} = 0, \text{ para un pozo bien cementado} \dots\dots\dots \text{(AI.24)}$$

entonces, para determinar el gasto crítico mediante el método de Pérez-Rodríguez-Samaniego es necesario despejar  $q_o$  de la ecuación de la altura del cono de agua, el valor obtenido de dicho despeje será determinado como el gasto crítico del pozo con condiciones específicas de operación.

Para un pozo bien cementado:

$$q_{ocw} = \left[ \frac{h_{wc}}{(2.963 + F_{bc})} \right]^2 \frac{k_f \Delta \rho}{\mu_o B_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}, \dots\dots\dots \text{(AI.25)}$$

$$F_{bc} = 0, \dots\dots\dots \text{(AI.26)}$$

Para un pozo mal cementado:

$$q_{ocw} = \left[ \frac{h_{wc}}{(3.180 + F_{bc})} \right]^2 \frac{k_f \Delta \rho}{\mu_o B_o \ln \left( \frac{r_e}{r_w} \right)}, \quad \dots \quad \text{(A1.27)}$$

$$F_{bc} = 0.217, \quad \dots \quad \text{(A1.28)}$$

El tiempo de formación del cono de agua se determina de la siguiente manera:

$$t_{h_{wc}} = 182.9 \left( \frac{k_f}{\mu_o} \right)^{-0.26} (q_o B_o)^{-0.72}, \quad \dots \quad \text{(A1.29)}$$

## Anexo II

### Pruebas de presión

El análisis de pruebas de presión es usualmente utilizado como una técnica de caracterización dinámica de yacimientos, teniendo como principales objetivos la evaluación, administración y descripción del yacimiento.

Los tipos de pruebas de presión dependerán de los objetivos de cada prueba y de las condiciones del pozo, a continuación, se enlistan algunos tipos de pruebas de presión:

- Pruebas de decremento de presión
- Pruebas de incremento de presión
- Pruebas de inyektividad
- Pruebas Falloff
- Pruebas de impulso
- Pruebas de gasto múltiple
- Pruebas de interferencia
- Pruebas de interferencia vertical

El modelo matemático de Warren y Root para un YNF o de doble porosidad es la ecuación de continuidad para un yacimiento fracturado en 2D y un fluido ligeramente compresible:

$$\frac{\partial^2 P_{fD}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial P_{fD}}{\partial r_D} = (1 - \omega) \frac{\partial P_{mD}}{\partial t_D} + \omega \frac{\partial P_{fD}}{\partial t_D}, \quad \dots\dots\dots \text{(AII.1)}$$

$$(1 - \omega) \frac{\partial P_{mD}}{\partial t_D} = \lambda (P_{fD} - P_{mD}), \quad \dots\dots\dots \text{(AII.2)}$$

donde:

$$\lambda = \alpha \frac{k_m}{k_f} r_w^2, \quad \dots\dots\dots \text{(AII.3)}$$

$$\omega = \frac{\phi_f C_f}{\phi_m C_m + \phi_f C_f}, \quad \dots\dots\dots (AII.4)$$

$$P_D = \left( \frac{2\pi k_f h}{q\mu} \right) [P_i - P(r, t)], \quad \dots\dots\dots (AII.5)$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad \dots\dots\dots (AII.6)$$

$$t_D = \frac{k_f t}{[(C_m \phi_m + C_f \phi_f) \mu r_w^2]}, \quad \dots\dots\dots (AII.7)$$

donde  $\alpha$  = factor que depende de la forma del bloque de matriz, [ft<sup>2</sup>],  $k_m$  = permeabilidad de la matriz, [md],  $k_f$  = permeabilidad de la fractura, [md],  $r_w$  = radio del pozo, [ft]

Este modelo considera que el flujo de la matriz al sistema de fracturas es proporcional a la diferencia de presión entre los dos medios.

*Warren y Root (1963)* concluyeron que son suficientes los parámetros  $\omega$  y  $\lambda$  a fin de describir el comportamiento de doble porosidad.

Un valor para  $\omega$  cercano a uno implica la presencia en el yacimiento de una matriz de baja porosidad, por lo tanto, el volumen de hidrocarburos producidos dependerá de la porosidad de las fracturas. En tanto que un valor bajo de  $\omega$  indica que las fracturas tienen una capacidad para almacenar fluidos muy pobre, y su importancia radica en su funcionamiento como vía de escape de dichos fluidos hacia el pozo.

El factor de flujo ( $\lambda$ ) entre porosidades está relacionado con la razón de permeabilidades de la matriz y las fracturas. Usualmente se espera encontrar con un yacimiento que posea un valor alto de  $\lambda$  ( $\approx 0.1$ ), ya que esto implicará que la transferencia de fluidos desde la matriz hacia las fracturas se producirá a un ritmo más semejante a aquel con el cual las fracturas conducen el fluido hasta el pozo.

Conviene mencionar que a pesar de que la matriz de un YNF posea un volumen de reservas que augure el éxito económico, el factor de flujo de porosidades es quien define si se podrá tener acceso a estas reservas. Un valor de ( $\lambda = 10^{-9}$ ) deja ver que existen dificultades para

que se produzcan hidrocarburos desde el interior de la matriz hacia las fracturas, si la permeabilidad de la matriz es baja, los fluidos no tendrán capacidad de fluir hacia las fracturas, por lo menos a un gasto que justifique la producción de un pozo. También a medida que las dimensiones del bloque de matriz se hacen más grandes, es decir, cuando existe una baja intensidad de fracturamiento en el área de drene, el factor  $\alpha$  se hará menor, siendo proporcional al número de sistemas de fracturas ortogonales e inversamente proporcional a una dimensión característica del bloque de matriz.

Una vez conocidos los valores de estos parámetros es posible usar el modelo de simulación para validar el modelo estático, y refinar aquellos aspectos sobre los cuales existe incertidumbre.

### Anexo III.

Por otra parte, Fetkovich (1971) propuso un modelo basado en el balance de materia con el que es posible simplificar los cálculos de la entrada de agua en un yacimiento. Este modelo elimina el uso de la superposición y, por lo tanto, es mucho más simple que el método de Everdingen-Hurst. En este método se asume un estado pseudopermanente y se debe especificar un tamaño del acuífero finito. A continuación, se describen los pasos para aplicar en el método:

1.- Calcular el volumen de agua acumulable máximo de entrada:

$$W_{ei} = P_i \times C_t \times \frac{\pi(r_{ac}^2 - r_{yac}^2)h\phi}{5.615}, \dots \quad \text{(AIII.1)}$$

2.- Calcular el índice de productividad  $J$ , para el flujo del acuífero al yacimiento:

$$J = 0.007082 \frac{k_{ac}h_{ac}}{\mu \left( \ln \left| \frac{r_{ac}}{r_{yac}} \right| \right)}, \dots \quad \text{(AIII.2)}$$

3.- Calcular el incremento de la entrada de agua,  $\Delta W_{ej}$ , desde el acuífero durante el intervalo de tiempo:

$$\Delta W_{ej} = \frac{W_{ei}}{P_{aci}} \times (P_{acj-1} - P_j) \times \left( 1 - \exp \left( -J \times \frac{P_{aci}}{W_{ei}} \times \Delta t_j \right) \right), \dots \quad \text{(AIII.3)}$$

4.- Calcular  $W_e$

$$W_e = \sum_{j=1}^n \Delta W_{ej}, \dots \quad \text{(AIII.4)}$$



## Anexo IV.

Para aproximar la geometría del yacimiento a la de un cono truncado se considera que:

$$\frac{Ah}{3} = \frac{NpB_{oi}}{\phi(1 - S_{wc})} \dots\dots\dots \text{(AIV.1)}$$

Además, la altura total del cono ( $H$ ) se obtiene como:

$$H = 3 \left[ \frac{NpB_{oi}}{A\phi(1 - S_{wc})} \right] \dots\dots\dots \text{(AIV.2)}$$

A su vez,  $h$  se determina con el espesor del yacimiento  $y$ , una vez que se haya calculado  $H$ , el valor del truncamiento ( $T$ ) mediante es:

$$T = H - h, \dots\dots\dots \text{(AIV.3)}$$

Las alturas  $h_1$  y  $h_2$  se pueden calcular de la siguiente manera:

$$h_1 = \text{Base de los disparos [m]} - \text{Cima de disparos [m]}, \dots\dots\dots \text{(AIV.4)}$$

$$z = \text{intervalo expuesto [m]} - \% \text{ de agua en intervalo}, \dots\dots\dots \text{(AIV.5)}$$

$$h_2 = h_1 - z \dots\dots\dots \text{(AIV.6)}$$

Por su parte, el diámetro  $d_1$  se calcula como:

$$d_1 = \sqrt{\frac{12(h_1 + T)^2 \frac{\Delta NpBo}{\phi Fr_{EUR}(1 - S_{wc})}}{\pi[(h_1 + T)^3 - (h_2 + T)^3]}} \dots\dots\dots \text{(AIV.7)}$$

Para estimar la altura actual del contacto agua-aceite se utiliza la siguiente ecuación:

$$h^i = \frac{h_1 + T}{d_1} \sqrt{\frac{12(h^i + T)^2 \frac{NpBo}{\phi Fr_{EUR}(1 - S_{wc})}}{\pi[(h^i + T)^3 - (h_2 + T)^3]} - T} \dots\dots\dots \text{(AIV.8)}$$

Es necesario resolver mediante métodos numéricos, la técnica numérica que se utilizó es la de aproximaciones sucesivas en una sucesión convergente. Para iniciar se debe suponer que:

$$h^0 = h_1, \dots\dots\dots \text{(AIV.9)}$$

y se inicia un proceso recursivo usando:

$$h^{i+1} = (1 + e) \times h^i, \dots\dots\dots \text{(AIV.10)}$$

el método se detendrá una vez que  $|h^{i+1} - h^i|$  tenga un valor muy pequeño, entonces  $h = h^{i+1}$  y ese será el valor del CAA actual en el cono.

$$h [m] = \frac{h_{modelo} [m] \times Base\ de\ yacimiento [m]}{H [m]}, \dots\dots\dots \text{(AIV.11)}$$

## Referencias

1. Nelson R. A. (2001), *Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs 2nd Edition*, EUA, Gulf Professional Publishing
2. Allan J., Sun Q. (2003), *Controls on Recovery factor in Fractured Reservoirs: Lesson learned from 100 Fracture Fields*, Paper SPE 84590
3. Campbell R. A., Campbell J. M., *Mineral property economics, Vol. 3: Petroleum Property Evaluation*, Campbell Petroleum Series, Norman, Oklahoma, 1978
4. Batton et al. (2006), *La naturaleza de los yacimientos naturalmente fracturados*, obtenido de:  
[https://www.slb.com/~media/files/resources/oilfield\\_review/spanish06/aut06/naturally\\_fract\\_reservoirs.pdf](https://www.slb.com/~media/files/resources/oilfield_review/spanish06/aut06/naturally_fract_reservoirs.pdf)
5. Aguilera R. (1995), *Naturally Fractured Reservoir*, 2nd Edition, Tulsa, Oklahoma: Penwell Books
6. Garaicochea F., *Apuntes de comportamiento de los yacimientos*, UNAM, Ciudad de México, 1972
7. Garaicochea F., *Temas selectos sobre caracterización y explotación de yacimientos carbonatados*, Colegio de Ingenieros Petroleros de México A. C., Ciudad de México, 1988
8. Castillo H., *Cuaderno de apuntes de geología de yacimientos naturalmente fracturados*, UNAM, Ciudad de México, 2018
9. Lelf A. Høyland, Papatzacos P., *Critical rate for water coning: correlation and analytical solution*, SPE Reservoir Engineering, Vol. 4, No. 4, 1989
10. Chierici G., Ciucci G., Pizzi G., *A systematic study of gas and water coning by potentiometric models*, JPT, Vol. 16, No. 8, 1964
11. Meyer H., Garder A., *Mechanics of two immiscible fluids in porous media*, Journal Appl. Phys. 1954
12. Pérez E., De la Garza F., Samaniego F., *Water coning in naturally fractured carbonate heavy oil reservoir – A simulation study*, SPE Latin America and Caribbean Petroleum Engineering Conference, SPE, 2012
13. Schols R., *An empirical formula for the critical oil-production rate*, Erdoel-Erdgas, 88(1), 1972

14. Chaperson I., *Theoretical study of coning toward horizontal and vertical wells in anisotropic formations: Subcritical and critical rates*, SPE annual technical conference and exhibition, SPE, 1986
15. Dake L. P., *Fundamentals of reservoir engineering*, Amsterdam, Elsevier, 1978
16. Jasinski R., *Well production problems*, capítulo 9 en *Petroleum Engineering Handbook*, Vol. IV, Production Operations Engineering, Lake W. SPE, Texas, EUA, 2007
17. Lee W. J., Wattenbarger R., *Gas Reservoir Engineering*, SPE Textbook, Richardson, Texas, 1996
18. Walsh M. P., Lake L. W., *A generalized approach to primary hydrocarbon recovery*, Elsevier, Amsterdam, 2003
19. Sánchez B. J. L., Cinco L. H., *Análisis de pruebas de presión en yacimientos naturalmente fracturados*, Revista Ingeniería Petrolera, 1990
20. Warren J. E., Root P. J., *The behavior of naturally fractured reservoirs*, SPEJ, 1963
21. Padilla S. R., Toledo P. R., *Evaluación de yacimientos naturalmente fracturados y retos por resolver*, Revista Ingeniería Petrolera, 2013
22. Al-Khalifa A. J., Odeh A. S., *Well test analysis in oil reservoirs with gas cap and/or water aquifers*, SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas, SPE-19842-MS, 1989
23. Stehfest H., *Algorithm 368: Numerical inversion of Laplace transforms [D5]*, Magazine communications of the ACM, 1970
24. Posadas M. R., Samaniego V. F., *Comportamiento de la presión en pozos de yacimientos naturalmente fracturados con efectos de fronteras mediante pozos imagen*, Revista Ingeniería Petrolera, 2015
25. Padilla S. R. et al., *Efectos petrofísicos y entrada de agua en el comportamiento y predicción de la producción en yacimientos fracturados carbonatados*, Revista Ingeniería Petrolera, Vol. XLVIII, No. 3, p. 6-18, 2007
26. Chan K. S., *Water control diagnostic plots*, SPE 30775, 1995
27. Tong K, Ge L., Shi F., Zhu Z., Nie L., *A novel analytical curve for forecasting and monitoring gasflood performance*, The Open Petroleum Engineering Journal, 2015
28. Blasingame T. A., Reese P. D., Ilk D., *Estimation of reserves using the reciprocal rate method*, Rocky Mountain Oil & Gas Technology Symposium, Denver Colorado, 2007
29. Blasingame T. A., Doublet L. E., Pande P. K., McCollum T. J., *Decline curve-analysis using type curve. Analysis of oil well production data using material balance time:*

- applications to field cases*, SPE-28688, Petroleum Conference and Exhibition, Veracruz, México, 1994
30. Van Everdingen A. F., Hurst W., *The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs*, SPE J Pet Tech, 1949
  31. Sandoval M. P, *Ecuación generalizada para balance de materia en yacimientos naturalmente fracturados*, Universidad Industrial de Santander, Facultad de Ingenierías Fisicoquímicas, 2008
  32. Gallardo E., *Apuntes de comportamiento de yacimientos*, Ciudad de México, 2014
  33. Lee J., Wattenbarger R., *Gas reservoir engineering 5th edition*, Richardson, Texas, 2010
  34. Penuela G., Idrubo E. A., Ordonez A., Medina C. E., Meza N. S., *A new material-balance equation for naturally fractured reservoirs using a dual-system approach*, SPE 68831-MS, presentado en la Reunión Regional Occidental, Bakersfield, California, 2001
  35. Niz E., *La ecuación de balance de materiales de doble porosidad: análisis, proyección y planteamiento de un modelo para sistemas con capa de gas inicial*, Revista Fuentes, El reventón energético, 2003
  36. Schilthuis R. J., *Active oil and reservoir energy*, Transactions of the AIME, 1936
  37. Campbell, R.A., Campbell, J. M., Sr.: *Mineral Property Economics, Vol. 3: Petroleum Series*, Norman, OK (1978)
  38. Havlena, D. and Odeh, A.S.: "The Material Balance as an Equation of a Straight-Line." JPT (Agosto 1963) 896-900. Trans. AIME 228.
  39. González, T., Morán, O., "Modelo analítico para estimar el volumen original y dar seguimiento al avance del contacto agua-aceite en un yacimiento con empuje hidráulico, por medio de una combinación técnicas de balance de materia y una representación geométrica de la trampa anticlinal.", México (2017)