



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Monitoreo de la salud  
estructural de un edificio alto a  
través de mediciones GPS  
durante un periodo de 10 años**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniero Civil**

**P R E S E N T A**

Cruz Gervacio José Luis

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Gerardo Rodríguez Gutiérrez



**Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2023**

Página en blanco

# **Monitoreo de la salud estructural de un edificio alto a través de mediciones GPS durante un periodo de 10 años**

Cruz Gervacio José Luis

Página en blanco

**Con cariño  
para mi familia**

Página en blanco

# Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México, mi segunda casa, por todas las oportunidades de crecimiento y desarrollo personal, académico y profesional que me brindó.

A la Facultad de Ingeniería por desempeñar el papel principal en mi formación académica y profesional.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por la beca otorgada para la realización de este trabajo y las oportunidades de investigación.

Al Dr. Gerardo Rodríguez Gutiérrez, mi director de tesis, por su apoyo ilimitado, su compromiso con mi desarrollo, por haber fomentado en mí la investigación y las habilidades que conlleva, por compartir su conocimiento, por su profesionalismo y su amabilidad.

A mis sinodales, el Dr. Mauro Pompeyo Niño Lázaro, el M.I. Miguel Ángel Mendoza García, el M.I. Rodrigo Takashi Sepúlveda Hirose y a la Ing. a Ximena Penélope Amezcua Pastrana por su revisión y comentarios a este trabajo.

A mi familia por su apoyo absoluto, sacrificios, y enseñanzas, por todo el bienestar y cuidado que me concedieron, por guiar mis pasos, por ser el soporte de mi vuelo y por impulsar mis sueños, porque gracias a todo ello me permitieron definir mi carácter y alcanzar este gran logro.

A mis amigos y compañeros por compartir conmigo las experiencias de esta etapa tan importante.

Finalmente, a todas las personas que de alguna manera fueron participes en este proceso.

Página en blanco

# Índice

|   |             |
|---|-------------|
| <b>Agradecimientos</b>  | <b>VII</b>  |
| <b>Índice</b>   | <b>IX</b>   |
| <b>Lista de figuras</b>   | <b>XI</b>   |
| <b>Lista de tablas</b>  | <b>XIII</b> |
| <b>Lista de abreviaturas</b>  | <b>XV</b>   |
| <b>1. Introducción</b>  | <b>17</b>   |
| 1.1 Antecedentes  | 17          |
| 1.2 La instrumentación y el Monitoreo de la Salud Estructural           | 18          |
| 1.3 Monitoreo de la Salud Estructural basado en el GPS: Estado del Arte | 20          |
| 1.4 Objetivos   | 24          |
| <b>2. El Sistemas de Posicionamiento Global (GPS)</b>                   | <b>25</b>   |
| 2.1 Introducción  | 25          |
| 2.1.1 Breve historia  | 25          |
| 2.1.2 Constelación satelital GPS  | 25          |
| 2.1.3 Servicios GPS   | 25          |
| 2.1.4 Otros sistemas de navegación satelital                            | 26          |
| 2.2 Descripción del sistema   | 26          |
| 2.2.1 Segmento espacial   | 26          |
| 2.2.2 Segmento de control   | 26          |
| 2.2.3 Segmento de usuarios  | 26          |
| 2.3 Principios de operación del GPS                                     | 27          |
| 2.3.1 Geodesia  | 29          |
| 2.3.2 Geoide, elipsoide y campo gravitacional                           | 29          |
| 2.3.3 Sistema de referencia, marco de referencia y datum geodésicos     | 29          |
| 2.3.4 El World Geodetic System 1984 (WGS-84)                            | 29          |
| 2.3.5 Sistemas de coordenadas   | 32          |
| 2.3.6 Sistema de coordenadas locales                                    | 32          |
| 2.3.7 Transformación entre datums                                       | 32          |
| 2.3.8 Proyecciones cartográficas y coordenadas planas                   | 32          |
| 2.4 Las señales GPS   | 33          |
| 2.4.1 Características de las señales GPS                                | 33          |
| 2.4.2 Estructura de las señales GPS                                     | 33          |
| 2.5 Observaciones GPS   | 35          |
| 2.5.1 Rango geométrico  | 35          |
| 2.5.2 Pseudorangos y fases portadoras                                   | 35          |
| 2.6 Tiempo Real Cinemático (RTK)  | 36          |
| 2.6.1 Posicionamientos puntual y relativo                               | 37          |
| 2.6.2 La diferenciación   | 38          |
| 2.7 Errores comunes en señales GPS                                      | 39          |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>3. Descripción e instrumentación del edificio en estudio</b>               | <b>41</b> |
| 3.1 Acerca del edificio   | 41        |
| 3.2 Acerca de la instrumentación  | 43        |
| <b>4. Principios para el análisis de señales GPS</b>                          | <b>47</b> |
| 4.1 El ruido en señales   | 47        |
| 4.2 Características del ruido en las señales GPS                              | 47        |
| 4.3 El efecto multitrayectoria  | 52        |
| <b>5. Metodología</b>   | <b>55</b> |
| 5.1 Antecedentes  | 55        |
| 5.2 Bases metodológicas   | 55        |
| 5.2.1 Descomposición Empírica en Modos (EMD)                                  | 56        |
| 5.2.2 Análisis de Fluctuación sin Tendencia (DFA)                             | 57        |
| 5.2.3 Transformada wavelet (WT)   | 58        |
| 5.3 Preprocesamiento de datos   | 60        |
| 5.3.1 Procesamiento de datos crudos   | 60        |
| 5.3.2 Calidad de Posición (PQ) y Calidad de Coordenada (CQ)                   | 60        |
| 5.3.3 Desplazamientos aparentes   | 60        |
| 5.4 Propuesta metodológica: Parte 1 - Determinación de la respuesta dinámica  | 64        |
| 5.4.1 Mitigación del ruido de color (ruido de bajas frecuencias)              | 64        |
| 5.4.2 Mitigación del ruido blanco (ruido de altas frecuencias)                | 66        |
| 5.5 Propuesta metodológica: Parte 2 - Determinación de la verticalidad        | 66        |
| 5.6 Implementación de las metodologías  | 68        |
| 5.6.1 Remoción del ruido de bajas frecuencias (ruido de color)                | 68        |
| 5.6.2 Remoción del ruido de altas frecuencias (ruido blanco)                  | 68        |
| <b>6. Resultados y análisis</b>   | <b>69</b> |
| 6.1 Análisis de la respuesta dinámica ante eventos sísmicos                   | 69        |
| 6.2 Análisis de la respuesta dinámica bajo condiciones de vibración ambiental | 82        |
| 6.3 Análisis de la verticalidad de la estructura: 2011 - 2020                 | 87        |
| <b>7. Conclusiones</b>  | <b>91</b> |
| <b>Referencias</b>  | <b>93</b> |

# Lista de figuras

|  |    |
|--|----|
| Figura 1-1. Estrategias SHM en estructuras civiles. ....   | 19 |
| Figura 2-1. Segmentos del sistema GPS. ....  | 27 |
| Figura 2-2. Principio de operación del GPS. ....   | 28 |
| Figura 2-3. Mediciones de pseudorange. ....  | 28 |
| Figura 2-4. Geoide, elipsoide y superficie terrestre. ....   | 30 |
| Figura 2-5. El World Geodetic System 84 (WGS-84). ....   | 30 |
| Figura 2-6. Sistemas de coordenadas. ....  | 33 |
| Figura 2-7. Espectro electromagnético. ....  | 34 |
| Figura 2-8. Rango geométrico del satélite al receptor. ....  | 36 |
| Figura 2-9. Observaciones fundamentales GPS. ....  | 36 |
| Figura 2-10. Modos de posicionamiento. ....  | 37 |
| Figura 2-11. Diferenciación en el posicionamiento relativo. ....   | 39 |
| Figura 3-1. Edificio en estudio. ....  | 42 |
| Figura 3-2. Instrumentación del edificio en estudio. ....  | 44 |
| Figura 3-3. Configuración de la instrumentación GPS. ....  | 44 |
| Figura 3-4. Sistema de instrumentación GPS montado en el edificio. ....  | 45 |
| Figura 4-1. PSD representativo del ruido de una señal GPS. ....  | 50 |
| Figura 4-2. Ejemplos de series de tiempo fractales con distintos parámetros de Hurst. ....   | 50 |
| Figura 4-3. Distribución espectral del ruido en una señal GPS. ....  | 51 |
| Figura 4-4. Distribución de efectos en una señal GPS. ....   | 51 |
| Figura 4-5. Efecto multitrayectoria. ....  | 52 |
| Figura 4-6. Desplazamientos en la dirección Longitudinal (Este) en el GPS-2 durante el mes de julio, 2004. ....  | 53 |
| Figura 5-1. Esquema de la metodología: parte 1 y parte 2. ....   | 59 |
| Figura 5-2. Registro GPS2 de 1 hora el día 1 de noviembre 2011. ....   | 62 |
| Figura 5-3. Registro GPS3 de 1 hora el día 1 de noviembre 2011. ....   | 63 |
| Figura 6-1. Evento sísmico registrado por el GPS-2 (en esquina SE en azotea) el 4 julio de 2014. Desplazamientos aparentes en Este, Norte, Vertical, QC, QP y número de satélites, de arriba abajo. ....   | 71 |
| Figura 6-2. Descomposición del desplazamiento aparente en sus correspondientes modos IMF a través del algoritmo de iCEEMDAN. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014. El residuo podría ser totalmente atribuido al efecto multitrayectoria. .... | 73 |
| Figura 6-3. Estimación del exponente $\alpha$ para la señal (entera) en dirección longitudinal mediante DFA-1. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014. ....  | 74 |
| Figura 6-4. Estimación del exponente $\alpha$ (relacionado con H) de cada IMF mediante DFA-1. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014. ....   | 74 |
| Figura 6-5. Estimación del exponente $\alpha$ de cada IMF. En rojo verde los valores que se conservan y en rojo los que se descartan. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014. ....   | 75 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 6-6. Comparativa de Residuales al aplicar iCEEMDAN para una ventana de duración sidérea (23 h 56 m 04 s) y una ventana de análisis de 40 minutos. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.....   | 75 |
| Figura 6-7. Reducción de ruido blanco (ruido de altas frecuencias) mediante wavelet aplicado al IMF1. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014. ....   | 75 |
| Figura 6-8. (a) Desplazamiento aparente en la dirección (L) (Este). (b) Desplazamiento estimado en la dirección (L) (Este) después de la metodología. (c) Comparativa entre los desplazamientos aparente y estimado. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014. ....  | 76 |
| Figura 6-9. (a) Desplazamiento aparente en la dirección (T) (Norte). (b) Desplazamiento estimado en la dirección (T) (Norte) después de la metodología. (c) Comparativa entre los desplazamientos aparente y estimado. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014..... | 77 |
| Figura 6-10. Algunos eventos registrados por la instrumentación GPS luego de la metodología en la dirección Longitudinal (Este). (En su mayoría, los datos corresponden al GPS2). ....   | 78 |
| Figura 6-11. Algunos eventos registrados por la instrumentación GPS luego de la metodología en la dirección Transversal (Norte). (En su mayoría, los datos corresponden al GPS2). ....   | 79 |
| Figura 6-12. Estimación de la densidad espectral mediante Lomb-Scargle, Welch y el algoritmo de MUSIC. (a) Dirección longitudinal (Este). (b) Dirección transversal (Norte). Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.....   | 81 |
| Figura 6-13. Metodología aplicada a un registro en condiciones de vibración ambiental ....   | 83 |
| Figura 6-14. Espectrogramas de la señal. (a) Desplazamiento aparente (Este). (b) Desplazamiento estimado (Este). Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014. ....  | 84 |
| Figura 6-15. Determinación de la amplitud mínima. Desplazamiento estimado (Este). Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014. ....   | 86 |
| Figura 6-16. Variación de la verticalidad de la torre registrada por el GPS2 (en esquina SO en azotea). ....   | 88 |
| Figura 6-17. Variación de la verticalidad de la torre registrada por el GPS3 (en esquina NE en azotea). ....   | 88 |
| Figura 6-18. Estimación de la densidad espectral (PSD) de las series de tiempo diarias del GPS2 y GPS3. ....   | 89 |

# Lista de tablas

|  |    |
|--|----|
| Tabla 2-1. Definición del WGS-84.....  | 31 |
| Tabla 2-2. Parámetros del WSG-84.....  | 31 |
| Tabla 2-3. Errores comunes en las señales GPS.....   | 40 |
| Tabla 5-1. Coordenadas de referencia.....  | 61 |
| Tabla 6-1. Características de los sismos registrados por la instrumentación sísmica (acelerómetros)..... | 70 |
| Tabla 6-2. Variación del a verticalidad de la torre.....   | 87 |

Página en blanco

# Lista de abreviaturas

| Simbología | Significado   |
|------------|---|
| A-S        | Anti-Spoofing   |
| BDS-3      | Beidou Navigation Satellite System  |
| CN         | Ruido de Color  |
| CQ         | Calidad de Coordenada   |
| CTP        | Polo Terrestre Convencional   |
| CTRS       | Sistema de Referencia Terrestre Convencional  |
| CWT        | Transformada Wavelet Continua   |
| DD         | Diferenciación Doble  |
| DFA        | Análisis de Fluctuación sin Tendencia   |
| DMA        | Agencia de Defensa en Cartografía de los Estados Unidos                               |
| DOD        | Departamento de Defensa de los Estados Unidos   |
| DWT        | Transformada Wavelet Discreta   |
| ECEF       | Centrado en la Tierra, Fijo a Tierra  |
| EMD        | Descomposición Empírica en Modos  |
| fBm        | Movimiento Browniano Fractal  |
| fGn        | Ruido Gaussiano Fractal   |
| GBAS       | Ground-Based Augmentation System  |
| GLONASS    | GLObalnaya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema                                       |
| GNSS       | Sistemas Satelitales de Navegación Global   |
| GPS        | Sistema de Posicionamiento Global   |
| iCEEMDAN   | Descomposición Empírica en Modos por Conjuntos Completa con Ruido Adaptativo Mejorada |
| IMF        | Funciones de Modo Intrínseco  |
| IOC        | Capacidad Operativa Inicial   |
| IRNSS      | Indian Regional Navigation Satellite System   |
| ITRS       | Sistema Referencia Terrestre Internacional  |
| LLQ        | NMEA de posición Local Leica y Calidad  |
| LRD        | Dependencia de Largo Alcance  |
| LS         | Mínimos Cuadrados   |
| MA         | Media Móvil   |
| MLE        | Estimación por Máxima Verosimilitud   |
| MRA        | Análisis de multiresolución   |
| MUSIC      | Clasificación de Señales Múltiples  |
| NGA        | Agencia Nacional de Inteligencia Geoespacial de los Estados Unidos                    |
| NMEA       | National Marine Electronics Association   |
| NNSS       | Sistema de Navegación Satelital Naval   |
| PPS        | Servicio Preciso de Posicionamiento   |
| PQ         | Calidad de Posición   |
| PSD        | Densidad Espectral de Potencia  |
| QZSS       | Quasi-Zenith Satellite System   |
| RINEX      | Receiver Independent Exchange Format  |
| RMS        | Varianza residual   |

|        |   |
|--------|---|
| RNSS   | Regional Navigation Satellite Systems   |
| RTK    | Tiempo Real Cinemático                  |
| RW     | Ruido Random Walk                       |
| SA     | Disponibilidad Selectiva                |
| SBAS   | Satellite-Based Augmentation Systems    |
| SD     | Diferenciación Simple                   |
| SHM    | Monitoreo de la Salud Estructural       |
| SPS    | Servicio Estándar de Posicionamiento    |
| STFT   | Transformada de Fourier de Tiempo Corto |
| STM    | Dependencia de Corto Alcance            |
| SV     | Vehículo Satelital                      |
| TD     | Diferenciación Triple                   |
| UTC    | Tiempo Universal Coordinado             |
| UTM    | Universal Transversa de Mercator        |
| WGS-84 | World Geodetic System 1984              |
| WN     | Ruido Blanco                            |

# 1. Introducción

## 1.1 Antecedentes

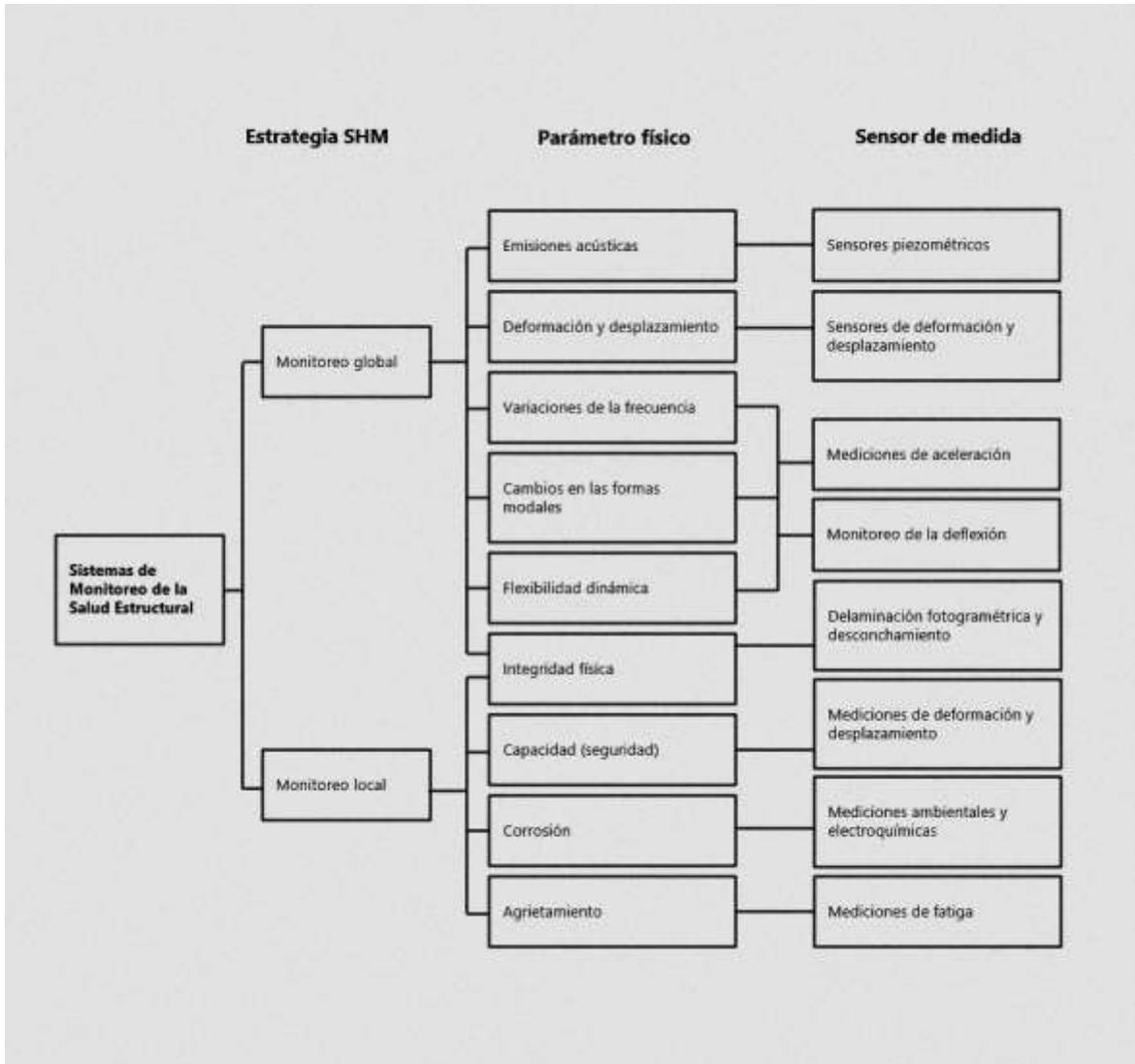
En 1995, en Kobe, Japón, ocurrió uno de los sismos más catastróficos, que dejó alrededor de 6,000 pérdidas humanas y 40,000 edificios dañados. Muchos edificios de acero no fueron diagnosticados con daño, específicamente en las juntas viga-columna, directamente después de una inspección visual, sino hasta después de remover la protección de pintura en las juntas. Tampoco era posible identificar fácilmente el daño en la cimentación, era necesario excavar (Mita, 1999). Algo semejante, había sucedido, en 1994 después del sismo de Northridge, California. Alrededor de 100,000 edificios que fueron visualmente inspeccionados y diagnosticados conforme a las guías y manuales, en su mayoría fueron catalogados sin daño en las conexiones de acero, pero semanas después redescubiertas con daños severos (Vanik, 1997). Están también, los casos del puente de Tacoma Narrows, en Estados Unidos, que en 1940 colapsó tras la inestabilidad inducida por el viento; o el colapso de la carretera Nicoll Highway, durante la excavación de una línea de metro, en 2004, en Singapur. Estos son algunos ejemplos de daños mal identificados o fallas estructurales probablemente evitables, cuyas metodologías fueron inexactas y subjetivas, y que evidencian la necesidad de una herramienta capaz de monitorear el estado de una estructura.

## 1.2 La instrumentación y el Monitoreo de la Salud Estructural

Al proceso de implementar una estrategia de identificación de daño para la infraestructura civil, aeroespacial y mecánica se denomina Monitoreo de la Salud Estructural (SHM) (Structural Health Monitoring). El daño se define como los cambios en el material y/o propiedades geométricas de estos sistemas, incluyendo los cambios en las condiciones límites y la conectividad del sistema, la cual adversamente afecta el desempeño del sistema (Farrar y Worden, 2007). Por otro lado, salud estructural puede designarse como su capacidad actual para proporcionar el nivel de servicio previsto de una manera segura y rentable contra los peligros esperados durante su vida útil (Chen y Ni, 2018).

Actualmente, la infraestructura civil conforma sustancialmente nuestro entorno e influye en el desarrollo de diferentes actividades sociales, y tiene impactos ecológicos, económicos y culturales, sobre todo, dentro de las grandes ciudades. Por lo tanto, un buen diseño, una construcción de calidad, durabilidad y seguridad en puentes, edificios, torres, túneles, entre otros, son objetivos relevantes dentro de la ingeniería estructural (López-Higuera et al., 2011). Sin embargo, a lo largo de su vida útil, las estructuras se ven expuestas a múltiples factores internos (corrosión, fatiga, envejecimiento, deterioro) y externos (sismos, viento, nieve, cargas de impacto). Así que es necesario monitorear la ubicación, ocurrencia, grado de deterioro desde el punto de vista de la seguridad como del desempeño (Sivasuriyan, et al., 2021). De este modo puede afirmarse que la motivación en implementar estrategias SHM recae en el potencial de garantizar la seguridad estructural y el impacto económico. Su implementación, por ejemplo, minimizaría la incertidumbre asociada con la evaluación del daño luego de la ocurrencia de un sismo significativo, que en general, obedece a metodologías subjetivas e inexactas en términos cuantitativos (inspecciones visuales). Además de proveer algún método cuantificable para la determinación de la seguridad de un edificio para su reocupación. Se distinguen cinco niveles en el SHM, cuya complejidad incrementa conforme lo hace también el nivel y es acumulativa. En el nivel I, detección; en el nivel II, localización (posición); en el nivel III clasificación (tipo); en el nivel IV, evaluación (extensión de daño); y en el nivel V, pronóstico (seguridad estructural, vida útil restante) (Farrar y Worden, 2007).

Una estrategia SHM (categorizada en dos grandes grupos: local y global) consiste en varios componentes importantes que incluyen una red de sensores, procesamiento y análisis de información, evaluación de daño y toma de decisiones (**Figura 1-1**) (Chen y Ni, 2018). No obstante, es sustancial mencionar que el desarrollo del SHM está limitado por diversos factores, como la confiabilidad del sistema, el almacenamiento y sobrecarga de datos, factores ambientales, observaciones contaminadas con ruido, procesamiento de datos y presentación de la información (Shen et al., 2019).



**Figura 1-1. Estrategias SHM en estructuras civiles.**  
 Extraído de (Chen y Ni, 2018).

### 1.3 Monitoreo de la Salud Estructural basado en el GPS: Estado del Arte

Actualmente existen distintas tecnologías disponibles para el Monitoreo de la Salud Estructural, entre ellas, las basadas en el GPS. Sus ventajas y posibilidades, sobre tecnologías tradicionales, han despertado el interés de muchos investigadores, por lo que, diversos experimentos, aplicando esta tecnología, se han realizado en distintos tipos de estructuras, algunos de ellos, particularmente aquellos enfocados en edificios, se describen a continuación:

En (Celebi y Sanli, 2002) se expone el caso del monitoreo dinámico continuo de un edificio alto de 34 pisos con ubicación en San Francisco, Estados Unidos. Para ello un sistema GPS acompañado de acelerómetros se instaló permanentemente en el edificio. Dos unidades GPS y dos acelerómetros se colocaron cada uno en esquinas diagonales en la azotea para detectar la respuesta traslacional y torsional, además de una tercera unidad como referencia (a 450 m) sobre un edificio muy rígido de un solo nivel para evaluar el desplazamiento relativo. El objetivo de colocar permanentemente sensores GPS en edificios, señalan los autores, consiste en obtener dinámicamente desplazamientos durante fuertes eventos de movimiento (sismos o vientos fuertes) en tiempo real o casi real y analizar los cambios en las características dinámicas. Sin embargo, ante la ausencia de tales eventos, los resultados presentados en dicho trabajo tratan el análisis de información adquirida durante un día de viento que en el que se produjeron registros de desplazamientos de pequeñas magnitudes e información muy ruidosa. Ambos enfoques, tanto de sensores GPS como acelerómetros, proveyeron mediciones de desplazamiento relativo lo suficientemente precisas para que las características dinámicas de la estructura pudieran ser identificadas.

En (Brownjohn et al., 2005) se describen las experiencias adquiridas tras haber instrumentado el Republic Plaza, un edificio alto de 280 metros de altura con uso de oficinas ubicado en Singapur cuyo sistema estructural consiste en marco tubular con un núcleo interno de un muro de concreto reforzado conectado a un anillo de 16 columnas externas de acero a través de un sistema de marcos de acero horizontales en cada piso. En 1995 el edificio fue instrumentado con acelerómetros y anemómetros, y luego en el 2000, fue complementado con un sistema GPS. El objetivo de varios años de monitoreo consistió en identificar la variación lenta de la componente quasi-dinámica de la respuesta inducida por viento para compararla con los efectos sísmicos en el edificio, proveer mediciones directas de las deflexiones para calibrar las predicciones de carga de los códigos de diseño de las contribuciones relativas de las deflexiones inducidas por viento, y probar la capacidad del sistema GPS para resolver las deflexiones esperadas relativamente pequeñas. La forma en que responde la estructura ante las variaciones lentas y medias del viento, señalan los autores, no es clara y podría deberse a un comportamiento altamente no lineal.

En (Bashor et al., 2006), como parte del Chicago Full-Scale Monitoring Project, se expone el análisis de tres edificios de diferentes sistemas estructurales y materiales, que fueron instrumentaron mediante acelerómetros y sensores GPS. Todos los edificios están localizados en la misma zona del centro de Chicago. El programa ofreció la oportunidad de verificar la tecnología GPS contra sensores tradicionales en escala real. El propósito del estudio radicó en monitorear los desplazamientos a través de ambas tecnologías para obtener las características dinámicas (in-situ) de la estructura y compararlas con aquellos valores asumidos durante el proceso de diseño. Lo anterior les permitió establecer una validación sistemática del desempeño en edificios altos y, por consiguiente, contribuir con el fin de reducir la incertidumbre asociada con la estimación de la respuesta en estructuras similares para permitir la mejora de las prácticas de diseño. Las frecuencias naturales y las

relaciones de amortiguamiento fueron estimadas por medio de técnicas de análisis de sistemas. Además, el desempeño de la tecnología GPS es examinado al medir tanto la componente dinámica como la componente estática de la respuesta.

En (Seco et al., 2007) son presentados los resultados de un estudio realizado en 2003 para conocer las posibilidades del monitoreo de desplazamiento en edificios, a través de técnicas de posicionamiento GPS. El experimento contempló instrumentar un edificio de concreto reforzado con una altura de 30 metros ubicado en el centro de Pamplona en España llamado Fuerte Príncipe. Durante seis meses de monitoreo, los autores no hallaron fallas en el equipo ni pérdida de información, confirmando la confiabilidad de la tecnología GPS para operar en cualquier condición climática, no obstante, también resaltan la dificultad de encontrar lugares adecuados para colocar los receptores GPS en áreas urbanas. Por otro lado, los autores señalan que los errores GPS no son aleatorios, de hecho, se repiten cada 24 horas coincidiendo con el periodo de la constelación satelital. Además, entre las observaciones de desplazamiento y las variables climáticas estudiadas no se han encontrado correlaciones estadísticas. En futuros experimentos y con el objetivo de extender las conclusiones de esta tecnología, los autores recomiendan elegir edificios con desplazamientos esperados mayores.

En (Park et al., 2008) se presenta el caso de un edificio alto (high-rise building) de 66 pisos, aproximadamente de 234 metros de altura. Se describe un método para evaluar el nivel de servicio de la estructura a través del monitoreo de los desplazamientos laterales y los niveles de aceleración horizontal, pues de acuerdo con ellos la calidad del diseño estructural en este tipo de estructuras depende más en satisfacer los criterios de servicio que aquellos de colapso establecidos por los códigos de diseño. Además, debido a la configuración del edificio, el desplazamiento lateral está acompañado de desplazamiento torsional. El sistema de monitoreo consiste en sensores GPS, acelerómetros, anemógrafos y veletas (wind vains). Los autores presentan el análisis de la respuesta de la estructura ante eventos importantes de viento: una tormenta de arena y un tifón, aunque, el edificio se monitoreo a lo largo de casi un año. A través de los registros obtuvieron el periodo fundamental de la estructura, el mismo tanto para aquellos obtenidos por los sensores GPS como para aquellos de los acelerómetros. Adicionalmente, lograron comprobar que el nivel de servicio de la estructura fue adecuado antes tales cargas de viento analizadas.

En (Yigit et al., 2010) la estructura en estudio es un edificio alto de concreto reforzado de 30 niveles, aproximadamente de 100 metros de altura sobre el nivel de calle, ubicado en la ciudad de Konya, Turquía. Se le instaló un sistema de monitoreo compuesto de sensores GPS, inclinómetros y anemómetros. Las observaciones para el análisis de la respuesta provinieron de cargas por viento de magnitud pequeña. Se detectaron las frecuencias naturales de la estructura mediante el estudio de los registros derivados por los sensores GPS e inclinómetros, cuyos valores encontrados fueron idénticos. Con relación al valor estimado, usando un modelo de elemento finito, se encontró una variación del orden del 7%. Además, la comparativa en magnitud del desplazamiento no concordó. Los autores señalan que la razón recae en haber considerado una expresión, para el cálculo de los desplazamientos con inclinómetros, que no reflejó el movimiento real del edificio, es decir, una respuesta no lineal. También indican que las mediciones GPS aparecen muy ruidosas en las bajas frecuencias atribuyéndolo a observaciones que están contaminadas por errores de efecto multitrayectoria.

En (Chatzi y Fuggini, 2012) los autores proponen un método enfocado en monitorear el movimiento rotacional inducido por eventos de fuertes vientos en un rascacielos (super-tall

tower) en China. La torre de alrededor de 610 metros de altura es una estructura en forma de tubo en tubo, que comprende un tubo exterior e interior de acero y concreto reforzado, respectivamente. El sistema de monitoreo está integrado por sensores GPS, pero también por acelerómetros, colocados estratégicamente para poder evaluar la respuesta torsional. El monitoreo de la respuesta estructural se basa en fusionar las mediciones obtenidas a partir de los dos tipos de sensores a través de un algoritmo que no sólo considera la naturaleza de las diferentes frecuencias de muestreo disponibles, sino que también considera la no linealidad de las relaciones. Y aunque por sí sólo, este algoritmo no le permite ser un método en tiempo real - porque requiere tener disponible un tramo importante de información anterior, los autores proponen modificarlo y complementarlo para lograr que el método funcione en tiempo real y sea sujeto de aplicaciones de control activo, es decir, que permitan evaluar y ejecutar decisiones ante los resultados obtenidos.

En (Yi et al., 2013) se obtienen las características dinámicas (frecuencias naturales y relaciones de amortiguamiento) a través de la respuesta inducida por viento (aceleraciones y desplazamientos), particularmente por el paso de tifones, de otro edificio alto (high tall building) de 420 metros de altura y 88 pisos, localizado en la zona central de la costa norte de la isla de Hong Kong. El edificio adicionalmente cuenta con 5 niveles de sótanos. El sistema estructural se conforma de un muro central de concreto reforzado unido por vigas de acero y outriggers a ocho mega columnas exteriores. El sistema de monitoreo, que incluye sensores GPS, acelerómetros y anemómetros, se instaló desde el 2007, sin embargo, la información que se analiza corresponde al registro de cinco tifones ocurridos entre el 2008 y 2011. Su estudio pretende proveer información confiable sobre las cargas de viento y la respuesta en la estructura para adquirir un mejor entendimiento del diseño por viento y aplicarlo en estructuras similares en el futuro, además de contribuir en la mejora de las técnicas en pruebas de túnel de viento y simulaciones numéricas. Los autores encontraron gran semejanza entre los registros de los sensores GPS y los acelerómetros, así como valores casi idénticos en las frecuencias naturales del edificio. También señalan que, aunque en las mediciones GPS la componente resonante (dinámica) del desplazamiento sea más amplia que la componente estática, esta última no puede ser ignorada en la respuesta total. Esta distinción es una ventaja que los registros provenientes de los GPS pueden proveer pero que los acelerómetros no. Finalmente, con la estimación de las variaciones de las relaciones de amortiguamiento, los autores encuentran características de disipación de energía no lineales en el edificio.

Una colección más detallada sobre trabajos similares con tecnología GPS, puede encontrarse en: 1) (Kaloop et al., 2017) cuyo enfoque es más genérico, considerando a todos los tipos de estructuras, sobre el análisis del ruido en la series de tiempo GPS de estudios previos, las técnicas de monitoreo GPS utilizadas y métodos para la evaluación del comportamiento dinámico de la estructuras; 2) (Shen et al., 2019) cuya comprensión, también general, se enfoca en recolectar y discutir trabajos sobre las tecnologías basadas, no sólo en el GPS, sino en general en los GNSS, para el monitoreo del comportamiento dinámico de las estructuras y el mejoramiento de éstas. En ese sentido, presentan trabajos que basados en técnicas multi-GNSS, es decir que combinan las señales de distintas constelaciones satelitales, así como en el uso de receptores GNSS con una alta frecuencia de muestreo y la integración entre estos últimos con acelerómetros. Adicionalmente, resumen los algoritmos para eliminar tendencias y ruido en las observaciones GPS; 3) (Yu et al., 2020) se enfoca en resumir los estudio en los que se aplican técnicas de adquisición de información a través de múltiples constelaciones y múltiples sensores, así como de las distintas perspectivas para la mitigación de errores y los métodos para la identificación de parámetros modales de las estructuras, especialmente de torres, chimeneas, edificios y puentes; y 4) (Sivasuriyan et al.,

2021) donde, más allá de sensores GPS, los autores recapitulan diversos trabajos del monitoreo de la salud estructural, enfocados sólo en edificios, mediante distintos tipos de sensores como acelerómetros, sensores piezoeléctricos, sensores magneto-elásticos, MEMS, inclinómetros, sensores de temperatura, strain gauges, anemómetros, sensores de emisión acústica, sensores Fiber Bragg Grating (FBG), amortiguadores MR, sensores de fibra óptica, entre otros.

## 1.4 Objetivos

1. Verificar la confiabilidad, estabilidad y precisión de la tecnología GPS para el Monitoreo de la Salud Estructural, de manera específica en el caso de la estructura estudiada.
2. Establecer una metodología para el análisis y procesamiento de las mediciones GPS, para estimar la respuesta de desplazamiento de la estructura en sus componentes dinámica y estática.
3. Analizar la respuesta dinámica de la estructura para la identificación del periodo fundamental del edificio ante eventos sísmicos y condiciones de vibración ambiental.
4. Analizar la respuesta estática para el monitoreo de la verticalidad del edificio.
5. Evaluar el desempeño de la instrumentación GPS en un edificio durante un periodo de 10 años.

# 2. El Sistemas de Posicionamiento Global (GPS)

## 2.1 Introducción

El Sistema de Posicionamiento Global o GPS<sup>1</sup> (por sus siglas en inglés) es un sistema de navegación satelital cuyo principal propósito es proveer servicios de posicionamiento, navegación y tiempo a usuarios militares y civiles de forma continua en todo el mundo. El GPS es propiedad del Gobierno de los Estados Unidos y su diseño, desarrollo, adquisición, operación, mantenimiento y modernización está a cargo de la Fuerza Espacial de los Estados Unidos (USG, 2020).

### 2.1.1 Breve historia

El GPS es la segunda generación de sistemas de navegación satelital desarrollado por el Departamento de Defensa de los Estados Unidos (DOD) (Lu et al., 2014). Su concepción fue el resultado de la formación de un programa conjunto que forzó a trabajar y consolidar los esfuerzos independientes de los distintos servicios militares del DOD. El primer sistema de navegación satelital operacional se llamó Sistema de Navegación Satelital Naval (NNSS) o simplemente Transit (AIAA, 1996). Dicho proyecto, en conjunto con otros programas, como el Timation y el Proyecto 621B, son considerados las bases esenciales del GPS. Inicialmente, el GPS fue desarrollado como un sistema que se ajustó a las necesidades militares, pero más tarde también se habilitó para usuarios civiles. El GPS consiste, nominalmente, en una constelación de 24 satélites operativos conocida como Capacidad Operativa Inicial (IOC), completada en 1993 (El-Rabbany, 2002).

### 2.1.2 Constelación satelital GPS

Desde su primer lanzamiento en 1978, el GPS ha tenido cinco generaciones de satélites. La constelación actual es una mezcla de viejos y nuevos satélites, actualmente el sitio oficial del GPS reporta un total de 30 satélites operativos en la constelación (sin incluir los repuestos en órbita dados de baja). Detalles disponibles en [www.gps.gov](http://www.gps.gov).

### 2.1.3 Servicios GPS

El GPS ofrece dos servicios: el Servicio Estándar de Posicionamiento (SPS) y el Servicio Preciso de Posicionamiento (PPS). El SPS es ofrecido a usuarios civiles y el segundo se reserva para usuarios militares, algunas agencias gubernamentales de los Estados Unidos y usuarios civiles específicamente aprobados por el gobierno estadounidense. Para ofrecer

---

<sup>1</sup> Oficialmente NAVSTAR GPS (Navigation Satellite Timing and Ranging Global Positioning System)

el servicio a usuarios civiles, la precisión del SPS es degradada intencionalmente a través del Anti-Spoofing (A-S) y Disponibilidad Selectiva (SA). El A-S es un mecanismo destinado a vencer el engaño mediante el cifrado de las señales militares y el SA se encarga de aplicar *dithering* al reloj del satélite (alterar el tiempo ligeramente para corromper la precisión de la medición) además de introducir errores en los parámetros de transmisión de datos de navegación (Kaplan y Hegarty, 2006).

#### 2.1.4 Otros sistemas de navegación satelital

En el mundo existen, de acuerdo con su alcance, global o regional, los Sistemas Satelitales de Navegación Global (GNSS) y los Sistemas Satelitales de Navegación Regional (RNSS), respectivamente. El GPS (América desde 1993) junto con los sistemas GLONASS<sup>2</sup> (Rusia desde 1996), Galileo (Estados Unidos desde 2020) y BDS-3 (China desde 2020) conforman los sistemas GNSS, mientras que los sistemas QZSS (Japón desde 2018) e IRNSS (India desde 2018) conforman los sistemas RNSS. Adicionalmente, existen otros sistemas, los *Satellite-Based Augmentation Systems* (SBAS) y los *Ground-Based Augmentation System* (GBAS), utilizados para mejorar la precisión, integridad, continuidad y eficacia de las mediciones de los sistemas GNSS (Shen et al., 2019).

## 2.2 Descripción del sistema

El GPS está constituido por tres grandes componentes: 1) los satélites orbitando la Tierra, denominados como segmento espacial; 2) la infraestructura que monitorea y opera los satélites, denominada como segmento de control; y 3) los usuarios de las señales emitidas por los satélites, denominados como segmento de usuarios (Ogaja, 2011). La **Figura 2-1** ilustra la interacción entre los segmentos.

### 2.2.1 Segmento espacial

El segmento espacial consiste en una constelación nominal de 24 satélites (incluidos 3 de repuesto) que están distribuidos en 6 planos orbitales a 20,200 kilómetros sobre la superficie terrestre. Los satélites están en orbitas circulares con un periodo orbital de 12 horas y un ángulo de inclinación de 55 grados. Esta orientación provee de un mínimo de cinco satélites en vista sin importar el lugar ni el momento.

### 2.2.2 Segmento de control

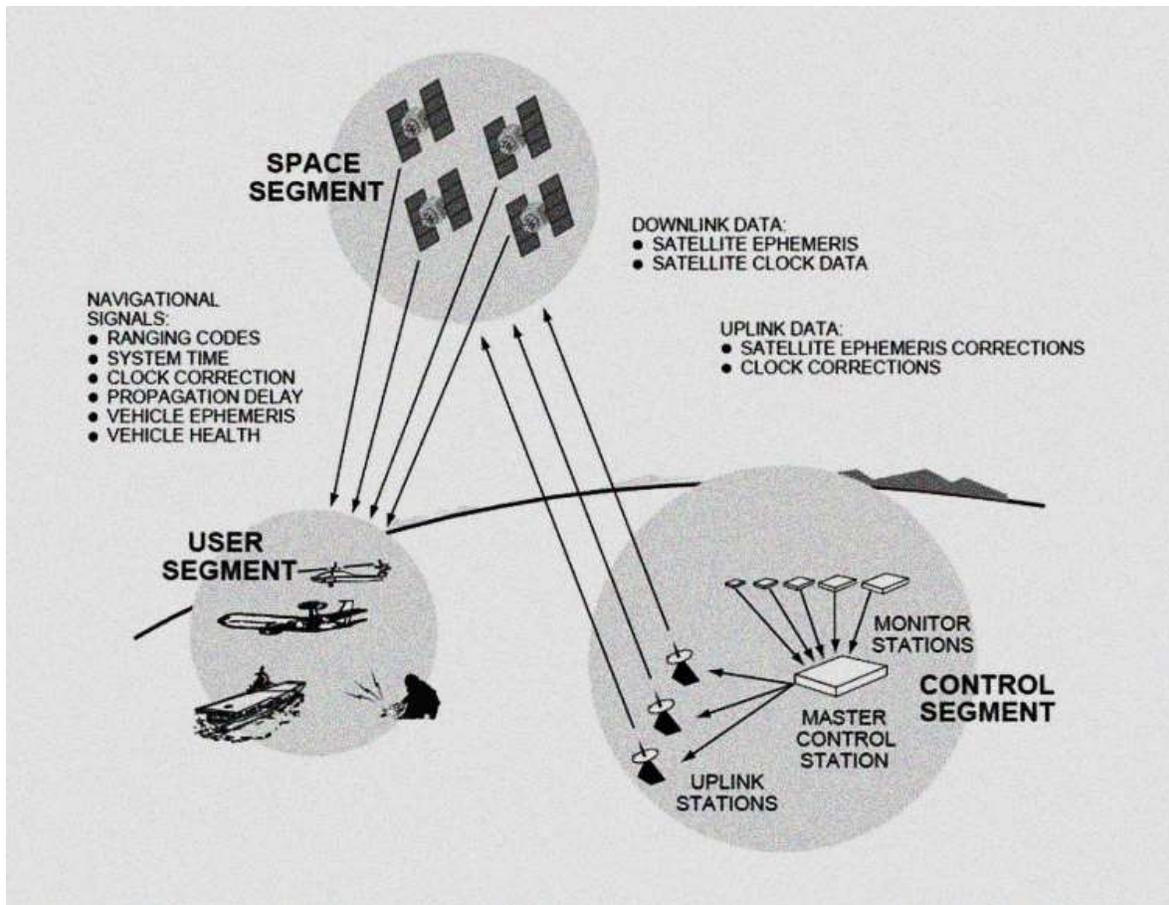
El segmento de control consiste en una Estación de Control Maestro en la ciudad de Colorado Springs y un número de estaciones de monitoreo ubicadas alrededor del mundo. Cada estación de monitoreo rastrea todos los satélites en vista y pasa la medición de la señal a la Estación de Control Maestro para que determine las efemérides precisas y los errores del reloj de los satélites. Esta información es retransmitida a cada satélite y subsecuentemente emitida por éstos como parte del mensaje de navegación.

### 2.2.3 Segmento de usuarios

El segmento de usuarios son todos los receptores GPS y el equipo de apoyo como antenas y procesadores. Este equipo le permite al usuario recibir, decodificar y procesar la información necesaria para obtener mediciones precisas de posición, velocidad y tiempo.

---

<sup>2</sup> Véase [[Lista de abreviaturas](#)] para conocer el significado de los acrónimos.

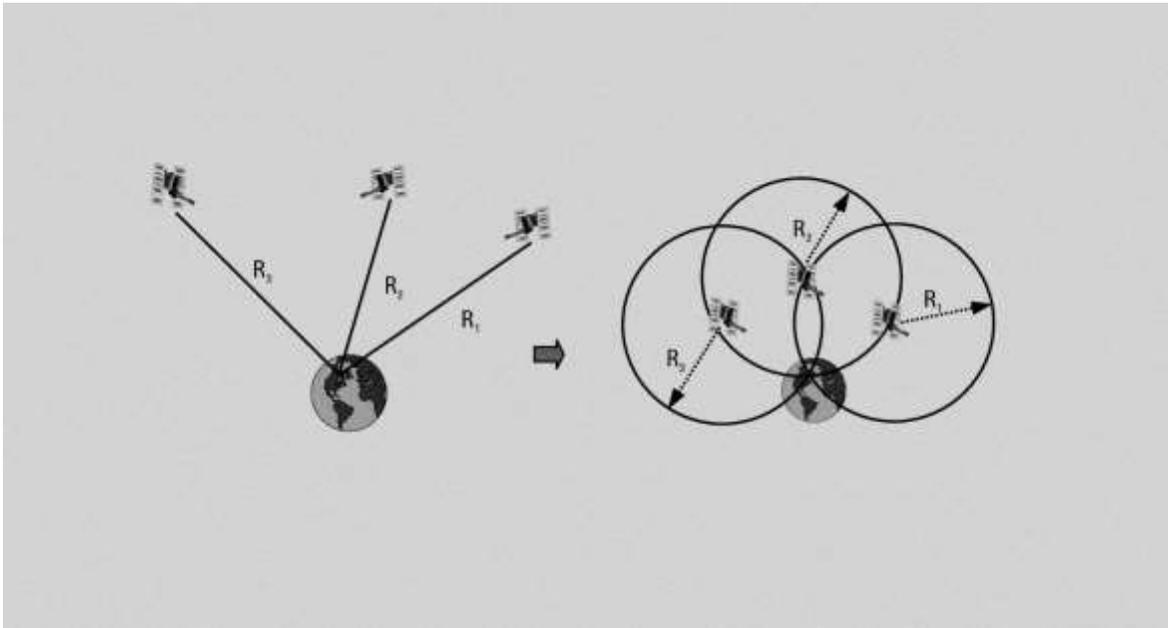


**Figura 2-1. Segmentos del sistema GPS.**

Arriba, el segmento espacial; abajo a la derecha, el segmento de control; y abajo a la izquierda, el segmento de usuario. Extraído de (Ogaja, 2011).

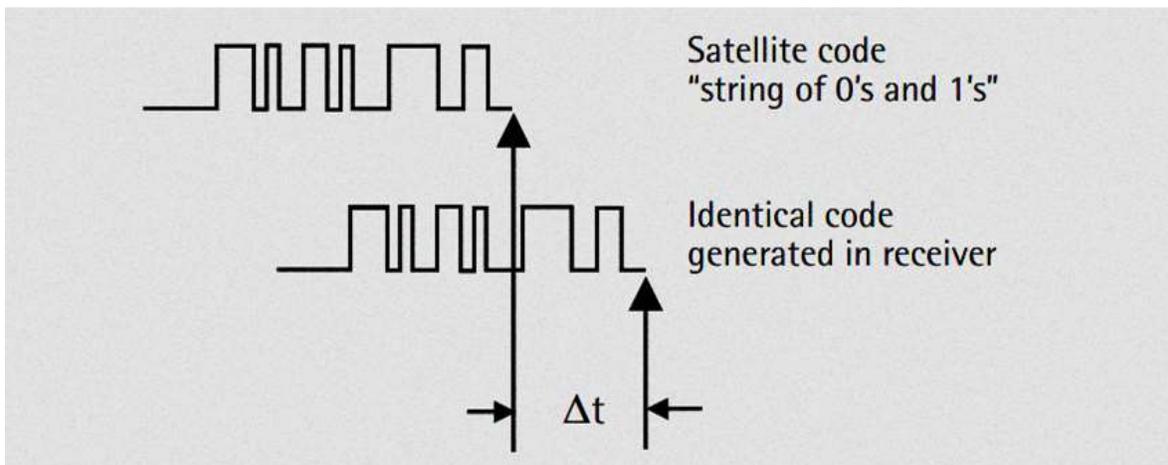
### 2.3 Principios de operación del GPS

El funcionamiento de la tecnología detrás del GPS se basa en el principio de rango y el principio geométrico de la trilateración (**Figura 2-2**). El primer principio se sustenta en el concepto de distancia como función de velocidad y tiempo, y consiste en determinar el rango (o distancia) entre las antenas de un satélite GPS y un receptor GPS, a través de medir el tiempo que tarda en viajar la señal de radio emitida por el satélite en el espacio hasta el receptor en la Tierra, considerando que ésta viaja a la velocidad de la luz. La posición exacta se logra aplicando el principio de trilateración, que requiere, por lo menos, las medidas de rango de tres puntos conocidos. No obstante, un receptor GPS no mide el rango sino más bien el pseudorango (Blewitt, 2007). Es decir, en realidad éstos miden el desfase de tiempo entre el código que modula a la onda portadora transmitida por el satélite y una réplica idéntica del código generada por el receptor, multiplicado por la velocidad de la luz (Leica, 2008) (**Figura 2-3**). De este modo, el posicionamiento puntual GPS requiere mediciones de pseudorango de al menos cuatro satélites (3 para las variables de posición y una para el sesgo del reloj).



**Figura 2-2. Principio de operación del GPS.**

El principio de la trilateración requiere de la intersección de tres mediciones de rango para determinar la ubicación del usuario (o posición del receptor); Sin embargo, el posicionamiento puntual GPS requiere cuatro satélites que determinen las coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  y el sesgo del reloj del receptor. Extraído de (El-Rabbany, 2002).



**Figura 2-3. Mediciones de pseudorango.**

La diferencia entre la señal generada por el reloj del satélite y la señal generada por el reloj del receptor multiplicada por la velocidad de la luz se conoce como pseudorango. Extraído de (El-Rabbany, 2002).

### 2.3.1 Geodesia

La Geodesia es la disciplina que se encarga de la medición y representación de la Tierra, incluyendo su campo gravitacional, en un espacio tridimensional que varía con el tiempo (Vaníček y Krakiwsky, 1986). Para sus propósitos es necesario determinar del elipsoide de la Tierra, la forma del geoide, sus diversos sistemas de coordenadas y datos asociados con la medición de distancias terrestres (Hessler, 2009).

### 2.3.2 Geoide, elipsoide y campo gravitacional

El geoide es la superficie equipotencial del campo gravitacional de la Tierra que coincide con la superficie del nivel medio del mar (Ramillien et al., 2016) (en ausencia de corrientes, variaciones de la presión del aire y otros fenómenos perturbadores) (Hessler, 2009). Con el fin de resolver problemas geométricos, como el posicionamiento puntual, se aproxima una figura matemática a la forma y tamaño de la Tierra a la que se le denomina elipsoide de referencia (**Figura 2-4**). Un elipsoide se define por la longitud de su semiejes mayor y menor o su achatamiento.

### 2.3.3 Sistema de referencia, marco de referencia y datum geodésicos

El movimiento y posición son conceptos relativos descritos por un sistema de referencia. Matemáticamente, se logra proponiendo un sistema de coordenadas, pero físicamente, debe existir una relación de observación entre el punto y los objetos físicos que son usados para obtener sus coordenadas (Kovalevsky et al., 2012).

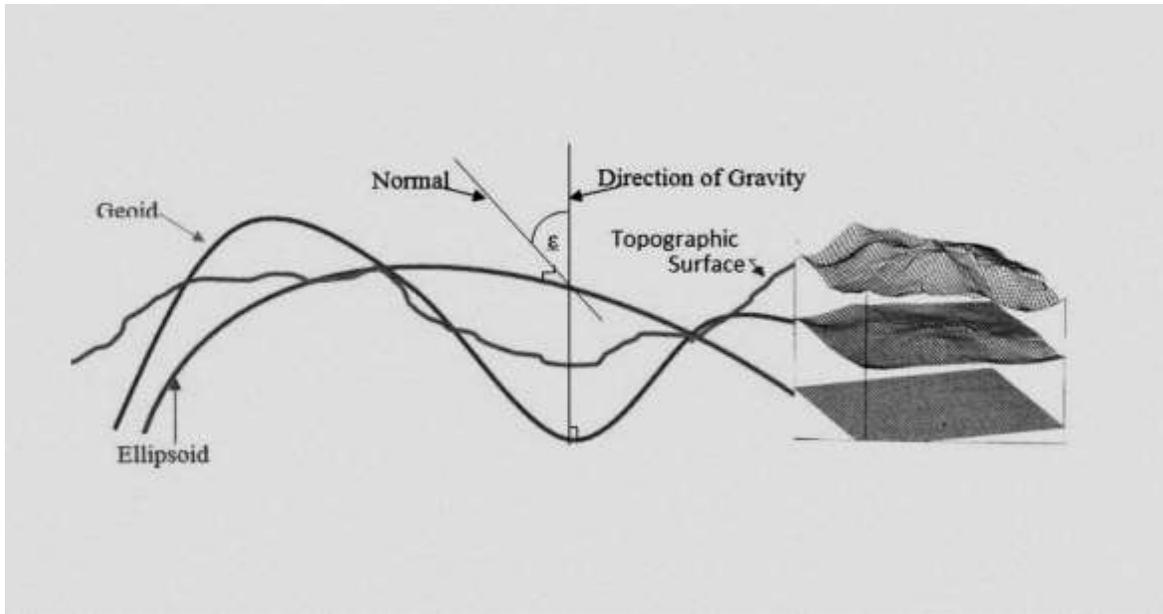
Un sistema de referencia es un conjunto de definiciones de constantes, convenciones, modelos y parámetros, que sirven como base necesaria para la representación matemática de cantidades geométricas y físicas (Drewes, 2009).

Un marco de referencia provee los medios para materializar un sistema de referencia para que pueda ser usado para la descripción cuantitativa de puntos y movimientos (Kovalevsky et al., 2012).

Un datum es un marco de referencia geodésico (IERS Conventions, 2010). Existen datums horizontales y verticales, utilizados para describir un punto en la superficie de la Tierra (en latitud y longitud u otras coordenadas apropiadas) y para describir elevaciones o profundidades del lugar, respectivamente.

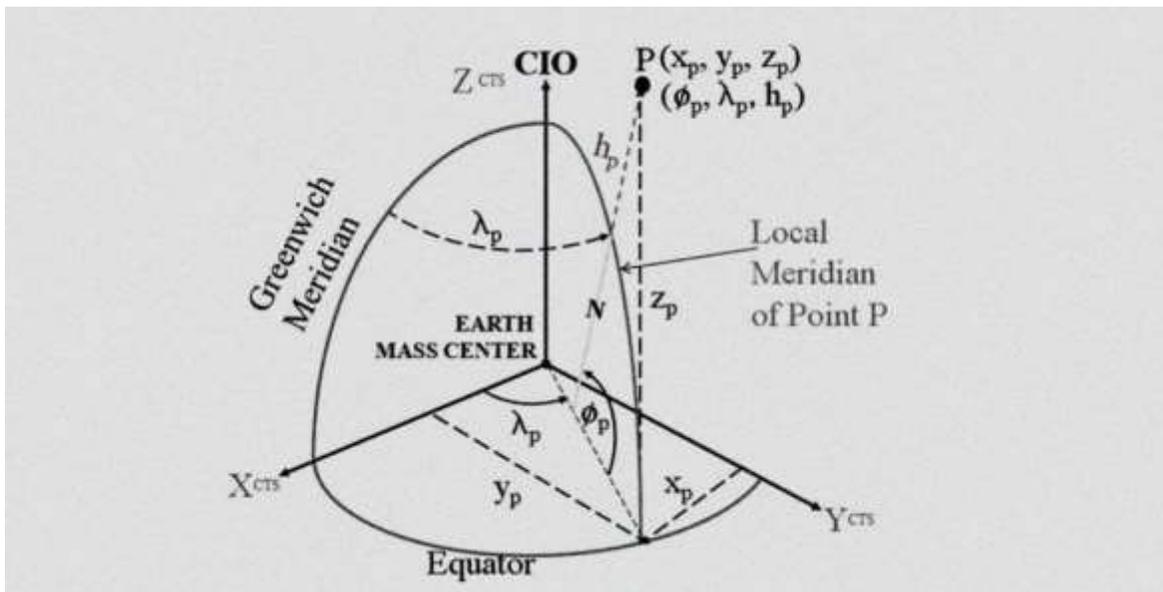
### 2.3.4 El World Geodetic System 1984 (WGS-84)

El World Geodetic System 1984 (WGS-84) es el sistema de referencia oficial del GPS. El WGS-84 es un Sistema de Referencia Terrestre Convencional (CTRS) desarrollado por la antigua Agencia de Defensa en Cartografía (DMA) de los Estado Unidos, actualmente la Agencia Nacional de Inteligencia Geoespacial (NGA) (**Figura 2-5**). Su definición se resume en la Tabla 2-1 y Tabla 2-2. Para la realización de un marco de referencia geodésico global, como el WGS-84, se debe establecer un conjunto de coordenadas de estaciones. Históricamente, las coordenadas de los sitios de rastreo GPS se han determinado mediante el uso de mediciones Doppler del sistema de navegación satelital Transit. Los datos, observados durante largos períodos, se han procesado para derivar coordenadas precisas de estaciones. El origen y la orientación de los ejes de coordenadas en el WGS-84 están definidos por las coordenadas X, Y, Z de las estaciones de monitoreo GPS (ICAO, 2002).



**Figura 2-4. Geoide, elipsoide y superficie terrestre.**

Extraído de (Badejo et al., 2016).



**Figura 2-5. El World Geodetic System 84 (WGS-84).**

Extraído de (Ogaja, 2011).

**Tabla 2-1. Definición del WGS-84.**

|                     |   |
|---------------------|---|
| Origen              | Centro de masa de la Tierra (geocéntrico)   |
| Eje Z               | Es la dirección de Polo Terrestre Convencional (CTP) para el movimiento polar, como los define la BIH con base a las coordenadas adoptadas por las estaciones del International de l'Heure (BIH).                           |
| Eje X               | Es la intersección de el plano meridiano de referencia y el plano ecuatorial del CTP. EL meridiano de referencia es el meridiano cero, definido por el BIH con base a las coordenadas adoptadas por las estaciones del BIH. |
| Eje Y               | Completa un sistema coordenado ortogonal, derecho, centrado en la Tierra (earth-centered), fijo a Tierra (earth-fixed) (ECEF), medido en el plano ecuatorial del CTP, a 90° este del eje X.                                 |
| Escala              | Se obtiene mediante un modelado relativista apropiado.  |
| Orientación         | Establecida por la orientación de 1984 del BIH. Se alinea con el Sistema Referencia Terrestre Internacional (ITRS).   |
| Tiempo de evolución | Su tiempo de evolución no creará rotación residual global con respecto a la corteza.  |

Fuente: Basado en las notas técnicas No. 36 del IERS (IERS Conventions, 2010) y el Doc. 9674 AN/946 Manual del WGS-84 del ICAO (ICAO, 2002).

**Tabla 2-2. Parámetros del WSG-84.**

| Parámetro  | Notación        | WGS-84                                       |
|--|-----------------|--|
| Semi eje mayor*  | $a$             | 6 378 137 m                                  |
| Velocidad angular  | $\Omega$        | $7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$ |
| Constante gravitacional geocéntrica (masa de la atmósfera incluida)                  | $GM$            | $398 600.5 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$      |
| Coefficiente armónico zonal de segundo grado normalizado del potencial gravitacional | $\bar{C}_{2,0}$ | $-484.16685 \times 10^{-6}$                  |
| Achatamiento*  | $f$             | 1/298.257223563                              |

\*El elipsoide de referencia es el elipsoide WGS-84.

Fuente: Basado en las notas técnicas No. 36 del IERS (IERS Conventions, 2010) y el Doc. 9674 AN/946 Manual del WGS-84 del ICAO (ICAO, 2002).

### 2.3.5 Sistemas de coordenadas

Las coordenadas geodésicas de un punto se expresan mediante la latitud geodésica ( $\varphi$ ), la longitud geodésica ( $\lambda$ ) y la altura elipsoidal ( $h$ ). A veces también se las denomina coordenadas geográficas (Ogaja, 2011). Un método alternativo para definir la posición de un punto es utilizando el sistema de Coordenadas Cartesiano, empleando las distancias sobre los ejes X, Y y Z desde el origen o centro del esferoide (Leica, 2008).

Para situar un punto en el espacio se requiere de cinco elementos que definen un sistema de coordenadas son: 1) un modelo de geoide; 2) un elipsoide; 3) una transformación; 4) una proyección; y 5) un modelo CSCS (tablas con valores de corrección para convertir directamente las coordenadas WGS-84 a coordenadas de cuadrícula local, sin necesidad de conocer los parámetros de transformación (Leica, 2010).

### 2.3.6 Sistema de coordenadas locales

Generalmente, las coordenadas existentes están en el sistema de coordenadas locales, por lo que las coordenadas GPS deben ser transformadas a este sistema local. Las coordenadas geodésicas locales están basadas en un elipsoide local, diseñado para coincidir con el geoide del área. Cada país ha definido un marco de referencia basado en un elipsoide local. Cuando se utiliza GPS, las coordenadas de las posiciones calculadas están basadas en el elipsoide WGS-84. (Leica, 2008).

### 2.3.7 Transformación entre datums

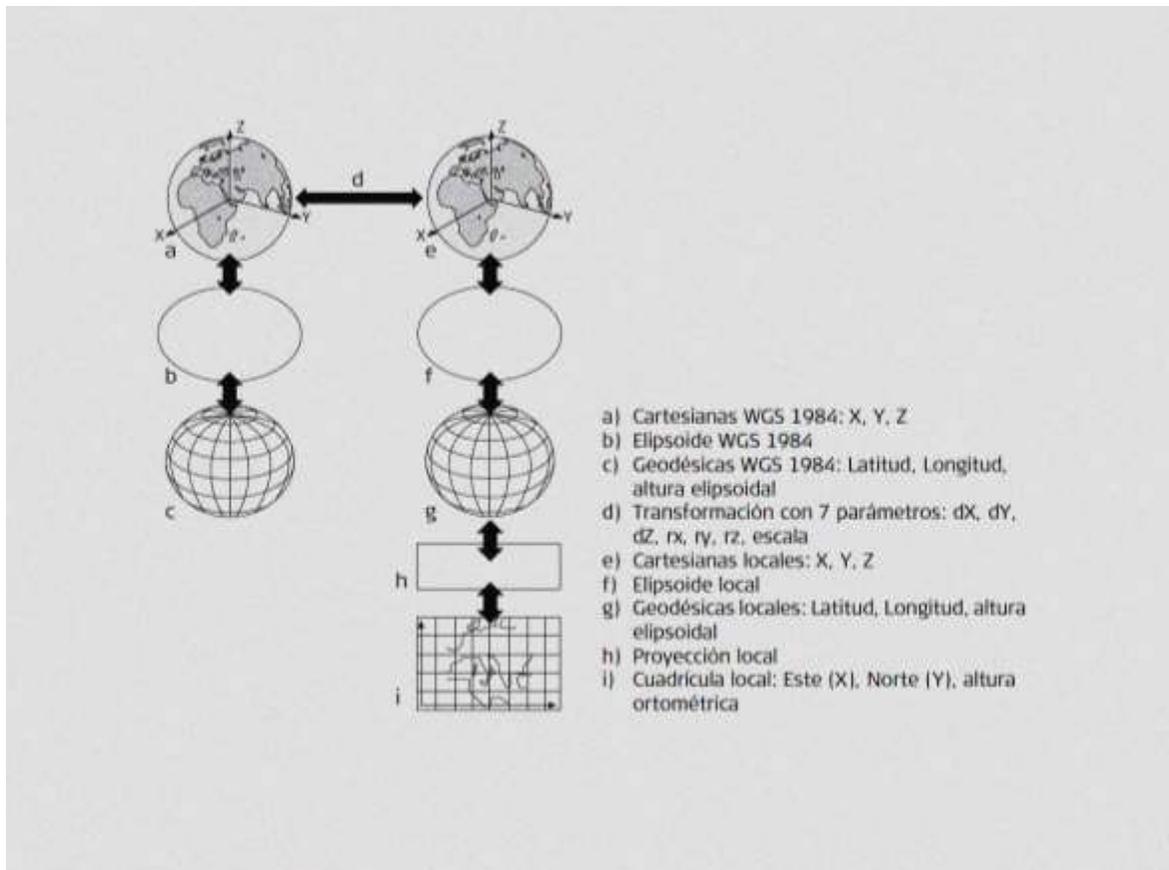
Para convertir coordenadas entre un datum y otro (por ejemplo, entre el WGS-84 y un datum local como el NAD-83) se requieren aplicar una transformación. La transformación de siete parámetros es la más usada (Ogaja, 2011). Esta transformación conserva la precisión de las mediciones GPS y las coordenadas locales. El desplazamiento en el espacio de X, Y y Z desde un origen hasta el otro, puede ser determinado, seguido de una rotación alrededor de los ejes X, Y y Z y cualquier cambio en la escala entre los dos elipsoides (Leica, 2008).

### 2.3.8 Proyecciones cartográficas y coordenadas planas

Se utiliza una proyección cartográfica para transformar información mapeada de tres a dos dimensiones, proyectándola desde un elipsoide a una superficie plana (Ogaja, 2011). Estas proyecciones se muestran como planos, pero realmente definen pasos matemáticos para especificar las posiciones sobre un elipsoide en términos de un plano (Leica, 2008).

Una de las proyecciones más comunes es la proyección Universal Transversa de Mercator (UTM). Ésta es una proyección conforme (mantiene la forma de un área durante la transformación de la Tierra a mapa) basada en un cilindro que es ligeramente más pequeño que el esferoide y después se desarrolla en forma horizontal. Se adapta especialmente a países grandes cerca del ecuador (Leica, 2008). El sistema de coordenadas UTM se refiere a la cuadrícula de la proyección con el mismo nombre.

A continuación, la **Figura 2-6** presenta un resumen de las relaciones o secuencias para representar un punto en el espacio.



**Figura 2-6. Sistemas de coordenadas.**  
Extraído de (Leica, 2010).

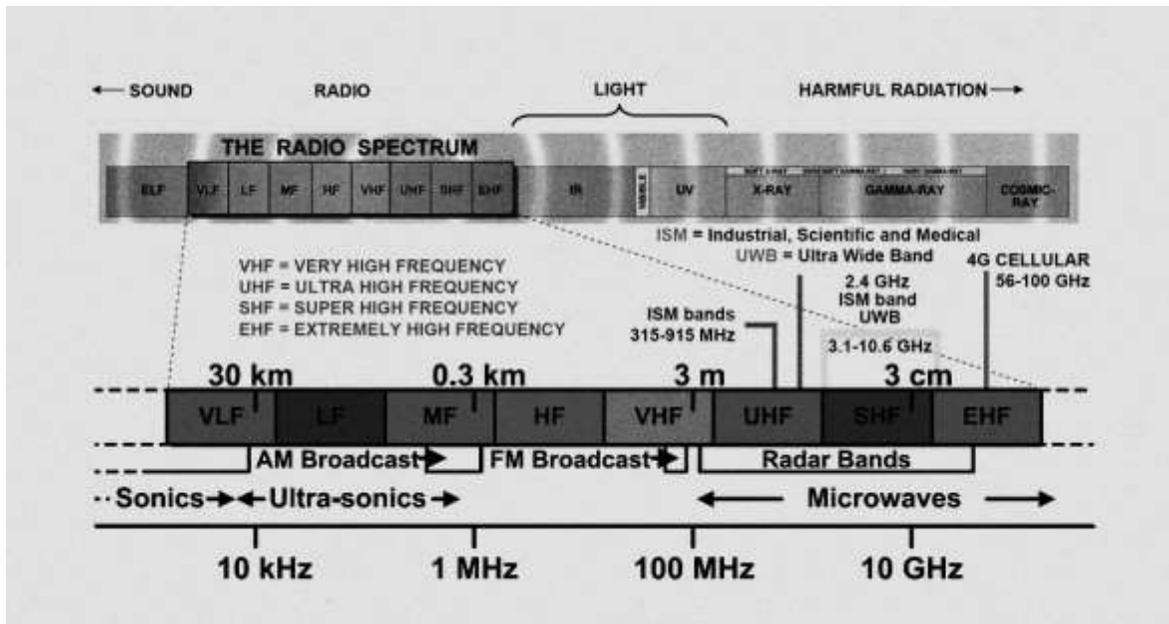
## 2.4 Las señales GPS

### 2.4.1 Características de las señales GPS

Los satélites emiten señales de radio que le permiten determinar ubicación y tiempo al receptor GPS. Algunas de las propiedades requeridas en las señales GPS son las siguientes (Langley, 1990): trabajar con medidas de un solo sentido; servir a millones de usuarios tanto militares como civiles; proveer medidas de rango, precisas, inequívocas y en tiempo real; proveer medidas precisas de desfase Doppler, de la fase portadora y un mensaje de difusión y corrección de retardo ionosférico; permitir medidas simultáneas de varios satélites; así como, contar con protección contra interferencia y tolerancia multitrayectoria.

### 2.4.2 Estructura de las señales GPS

Todas las señales GPS se encuentran en la banda L del espectro de frecuencia: entre 1 y 2 GHz. Las señales de rango de GPS se transmiten en dos frecuencias principales en el rango de las microondas del espectro electromagnético (**Figura 2-7**): una señal portadora primaria, Link 1 o  $L_1$ , en 1575.42 (o  $154 f_0$ ) MHz; y señal portadora secundaria, Link 2 o  $L_2$ , en 1227.60 (o  $120 f_0$ ) MHz, donde  $f_0$  es la frecuencia fundamental: 10.23 MHz (las señales GPS son fundamentalmente generadas por un reloj atómico) (AIAA, 1996).



**Figura 2-7. Espectro electromagnético.**

Definido como la representación gráfica de las ondas electromagnéticas ordenadas de acuerdo con su longitud de onda (Luo, 2016). Extraído de (Ali et al., 2020).

Las señales GPS incluyen: **1)** las señales de rango usadas para medir la distancia satélite-receptor y **2)** los mensajes de navegación que contienen datos de efemérides e información sobre el tiempo y el estatus de la constelación satelital (Ogaja, 2011). Para que los componentes de las señales GPS viajen del satélite al receptor, éstas deben ser moduladas en señales portadoras (carrier signals). Esto se logra mediante la modulación de fase (Ogaja, 2011). En esencia, las señales portadoras son moduladas por: **1)** dos códigos digitales, el Código C/A (Coarse/Acquisition Code) y el Código P (Precise Code); y **2)** el mensaje de navegación. Las señales transmitidas por el satélite *i* tienen la siguiente forma (AIAA, 1996):

$$S_{L_1}^i(t) = \sqrt{2P_c} XG_i(t) D_i(t) \cos(\omega_1 t + \phi_1) + \sqrt{2P_{p_1}} X P_i(t) D_i(t) \sin(\omega_1 t + \phi_1) \quad \text{Ec. 2.1}$$

$$S_{L_2}^i(t) = \sqrt{2P_{p_2}} X P_i(t) D_i(t) \cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad \text{Ec. 2.2}$$

donde

*i* es el *i*-ésimo satélite

$\omega_1$  y  $\omega_2$  son las frecuencias  $L_1$  y  $L_2$ , respectivamente

$\phi$  representa un pequeño error de fase y la componente de deriva del oscilador

$P_c$  es la potencia de la señal C/A

$P_{p_1}$ ,  $P_{p_2}$  es la potencia de la señal P

$D(t)$  es el mensaje de información a 50 bps

XG es el código C/A (una secuencia pseudoaleatoria binaria)

XP es el código P (una secuencia pseudoaleatoria binaria)

## 2.5 Observaciones GPS

### 2.5.1 Rango geométrico

El rango es el principio base de la tecnología GPS. En términos de coordenadas WGS-84, el rango geométrico (real) se representa como (Ogaja, 2011) (**Figura 2-8**):

$$\rho_r^s = |r^s - r_r| = \sqrt{(x^s - x_r)^2 + (y^s - y_r)^2 + (z^s - z_r)^2} \quad \text{Ec. 2.3}$$

donde

s es el satélite

r es el receptor

$\rho_r^s$  es el rango geométrico del receptor al satélite (m)

$r^s$  es el vector de posición del satélite referenciado al WGS-84 (m)

$r_r$  es el vector de posición del receptor referenciado al WGS-84 (m)

$x^s, y^s, z^s$  son las coordenadas WGS-84 del satélite

$x_r, y_r, z_r$  son las coordenadas WGS-84 del receptor

### 2.5.2 Pseudorangos y fases portadoras

Los pseudorangos (o pseudoranges, en inglés) y las fases portadoras (o carrier phases, en inglés) son las observaciones fundamentales del GPS (**Figura 2-9**). Las ecuaciones que los describen son (Ogaja, 2011):

$$P_r^s = \rho_r^s + d\rho^s + c(dt^s - dT_r) + d_i^s + d_t^s + \varepsilon(p_{rx}) + \varepsilon(p_m)_r^s \quad \text{Ec. 2.4}$$

$$\Phi_r^s = \rho_r^s + d\rho^s + c(dt^s - dT_r) - d_i^s + d_t^s - \lambda N_r^s + \varepsilon(\Phi_{rx}) + \varepsilon(\Phi_m)_r^s \quad \text{Ec. 2.5}$$

donde

$P_r^s$  es la medida de pseudorango del receptor GPS al satélite (m)

$\Phi_r^s$  es la medida de la fase portadora del receptor GPS al satélite (m)

$\rho_r^s$  es el rango real o geométrico (m)

$d\rho^s$  es el término de error de órbita (m)

$dt^s$  es el error del reloj del satélite (m)

$dT_r$  es el error del reloj del receptor (m)

$d_i^s$  es el término del retraso ionosférico (m)

$d_t^s$  es el término del retraso troposférico (m)

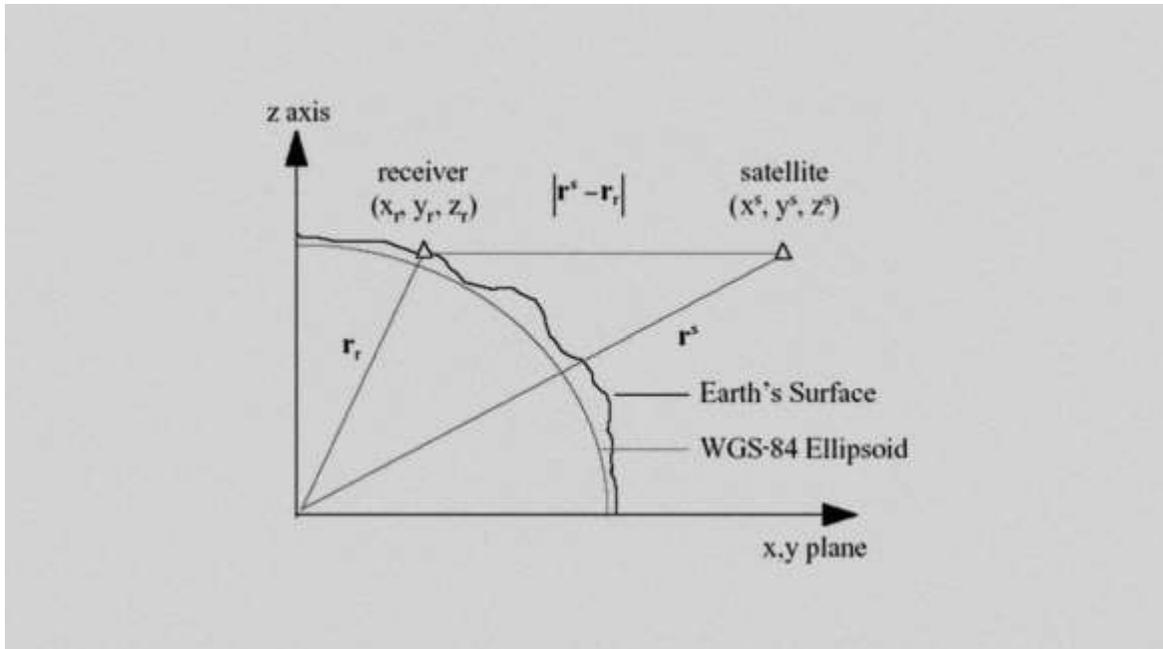
$N_r^s$  es la ambigüedad de la fase portadora (ciclos)

$\lambda$  es la longitud de la fase portadora (m)

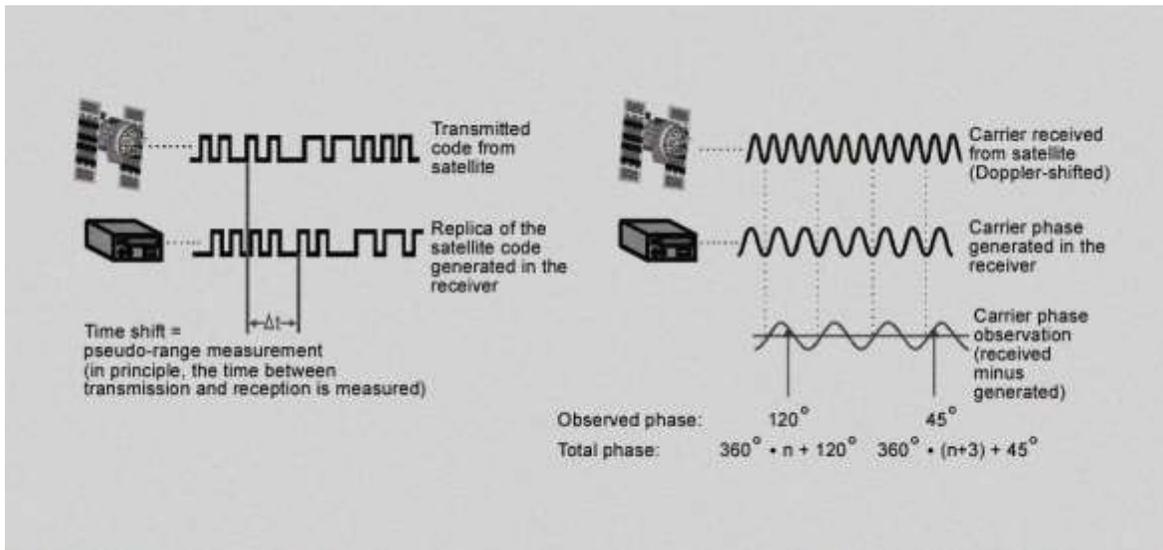
$\varepsilon(p_{rx})$  es el error debido al efecto multirayectoria (m)

$\varepsilon(p_m)_r^s$  es el error debido al ruido del receptor (m)

c es la velocidad de la luz ( $\text{ms}^{-1}$ )



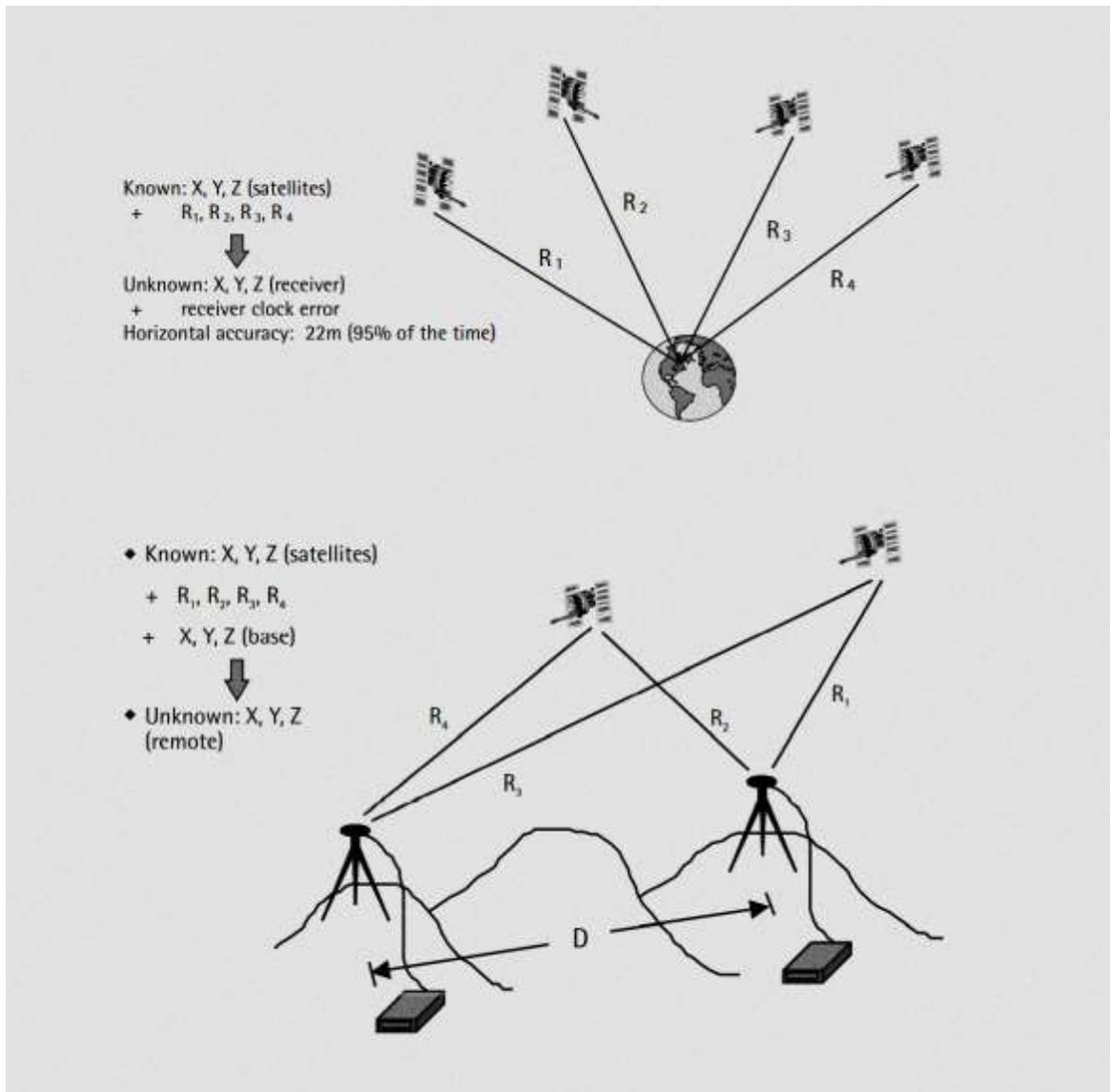
**Figura 2-8. Rango geométrico del satélite al receptor.**  
Extraído de (Ogaja, 2011).



**Figura 2-9. Observaciones fundamentales GPS.**  
Izquierda, pseudorange; derecha, fases portadoras. Extraído de (ICAO, 2002).

## 2.6 Tiempo Real Cinemático (RTK)

Existen dos formas de realizar el posicionamiento en el GPS: con el posicionamiento puntual o con el posicionamiento relativo (**Figura 2-10**). El Tiempo Real Cinemático (Real-Time Kinematic) (RTK) es una técnica de posicionamiento relativo (de fase portadora).



**Figura 2-10. Modos de posicionamiento.**

Arriba, posicionamiento puntual; y abajo, posicionamiento relativo. Extraído de (El-Rabbany, 2002).

### 2.6.1 Posicionamientos puntual y relativo

En el posicionamiento puntual se utiliza un único receptor GPS, que simultáneamente rastrea al menos cuatro satélites para determinar sus propias coordenadas. Por otro lado, el posicionamiento relativo emplea dos receptores GPS, ambos rastreando los mismos satélites para determinar sus coordenadas relativas. En ésta última, uno de los receptores es establecido como la estación de referencia (base) y el otro es usado para determinar sus propias coordenadas con respecto al anterior (rover). La distancia entre las estaciones base y rover se denomina línea base.

## 2.6.2 La diferenciación

Las observaciones fundamentales GPS se resuelven a través de la diferenciación, ya sea entre las mediciones hechas al mismo satélite por dos receptores al mismo tiempo, o entre las mediciones de dos satélites hechas por el mismo receptor al mismo tiempo (**Figura 2-11**). La más básica es la diferenciación simple (SD), pero se necesita de la diferenciación doble (DD) para cancelar ciertas variables. También existe la diferenciación triple (TD), pero es más común utilizar la anterior. La diferenciación simple se define como:

$$\nabla P_{r_1 r_2}^j = P_{r_1}^j - P_{r_2}^j = \nabla \rho_{r_1 r_2}^j + c \nabla dT_{r_1 r_2} - \nabla d_{i_{r_1 r_2}}^j + \nabla d_{t_{r_1 r_2}}^j + \nabla \epsilon(p_{rx})_{r_1 r_2}^j + \nabla \epsilon(p_m)_{r_1 r_2}^j \quad \text{Ec. 2.6}$$

$$\nabla \Phi_{r_1 r_2}^j = \Phi_{r_1}^j - \Phi_{r_2}^j = \nabla \rho_{r_1 r_2}^j + c \nabla dT_{r_1 r_2} + \nabla d_{i_{r_1 r_2}}^j + \nabla d_{t_{r_1 r_2}}^j - \lambda \nabla N_{r_1 r_2}^j + \nabla \epsilon(p_{rx})_{r_1 r_2}^j + \nabla \epsilon(p_m)_{r_1 r_2}^j \quad \text{Ec. 2.7}$$

donde

$\nabla$  denota el operador de diferenciación simple (SD)

$j$  es el satélite al que los receptores  $r_1$  y  $r_2$  simultáneamente rastrean.

$r_1$  es el receptor uno (punto A) (rover)

$r_2$  es el receptor uno (punto B) (estación)

$\nabla P_{r_1 r_2}^j$  es la diferenciación simple entre dos medidas de pseudorange

$\nabla \Phi_{r_1 r_2}^j$  es la diferenciación simple entre dos medidas de fase portadora

$\nabla \rho_{r_1 r_2}^j = \rho_{r_1}^j - \rho_{r_2}^j$  es la diferencia entre medidas de rango

$\nabla dT_{r_1 r_2} = dT_{r_1} - dT_{r_2}$  es la diferencia entre errores del reloj del satélite

$\nabla d_{i_{r_1 r_2}}^j = d_{i_{r_1}}^j - d_{i_{r_2}}^j$  es la diferencia entre los retrasos ionosféricos

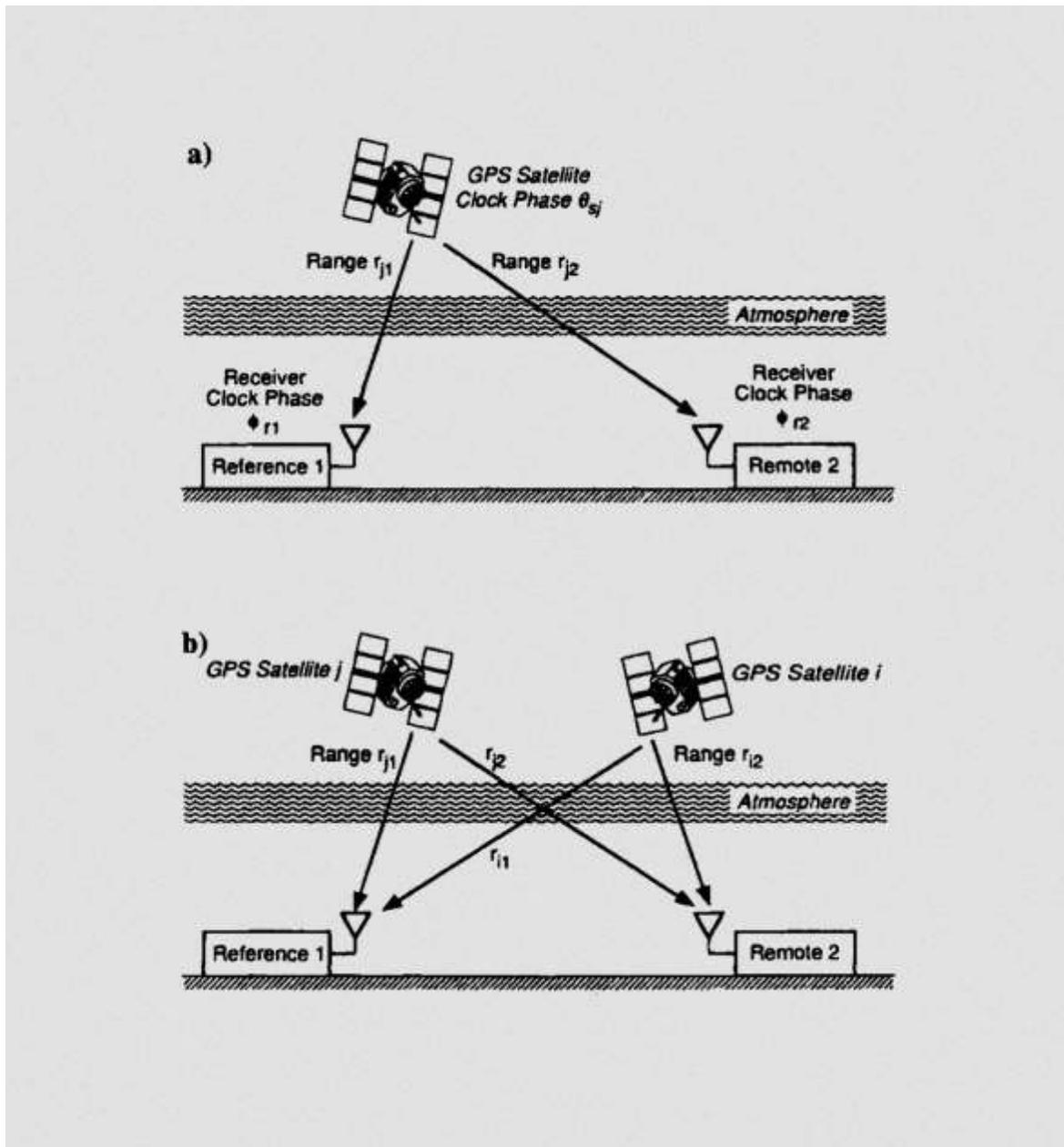
$\nabla d_{t_{r_1 r_2}}^j = d_{t_{r_1}}^j - d_{t_{r_2}}^j$  es la diferencia entre los retrasos troposféricos

$\nabla \epsilon(p_{rx})_{r_1 r_2}^j = \epsilon(p_{rx})_{r_1}^j - \epsilon(p_{rx})_{r_2}^j$  es la diferencia entre errores de ruido de los receptores

$\nabla \epsilon(p_m)_{r_1 r_2}^j = \epsilon(p_m)_{r_1}^j - \epsilon(p_m)_{r_2}^j$  es la diferencia entre errores de efectos multitrayectoria

$c$  es la velocidad de la luz ( $\text{ms}^{-1}$ )

Del mismo modo que las SD, se definen las DD y las TD.



**Figura 2-11. Diferenciación en el posicionamiento relativo.**

a) Diferenciación simple y b) diferenciación doble. Extraído de (AIAA, 1996).

## 2.7 Errores comunes en señales GPS

Las mediciones de observaciones, ya sea pseudorangos o fases portadoras, están afectadas por distintos errores y sesgos. Las principales fuentes de error que contribuyen a la degradación de la precisión de la posición se agrupan varias categorías. La **Tabla 2-3** resume y muestra su impacto: las condiciones troposféricas e ionosféricas típicamente introducen los mayores errores, mientras que las mediciones del receptor inducen el menor error. Las categorías son:

1. Datos de efemérides (errores en la transmisión de la ubicación del satélite). La posición de los satélites, que es incluida en transmisión de los mensajes de navegación, es predicha a través de observaciones anteriores en las estaciones de control en tierra. Normalmente se superponen cuatro horas de información para estimar los elementos orbitales satelitales para un periodo de una hora. (El-Rabbany, 2002). No obstante, por la naturaleza de tal proceso complejo, la estimación de la posición de los satélites resulta inexacta.
2. Reloj del satélite (errores en la transmisión de tiempo). Aunque los relojes atómicos a bordo de los satélites (normalmente osciladores de rubidio y cesio) poseen una gran precisión y estabilidad, el sesgo del reloj es aún inevitable. Todos los usuarios que rastrean un mismo satélite miden un error idéntico del reloj del satélite (AIAA, 1996).
3. Ionosféricos (errores que afectan la propagación de la señal). Los electrones libres en la ionosfera son los responsables de provocar el retraso en las señales GPS, al provocar que éstas viajen a una velocidad cada vez más alejada de la velocidad de la luz en el vacío. La cantidad de electrones depende de factores como la ubicación geográfica, la época, el tiempo, la actividad solar y el campo geomagnética.
4. Troposféricos (errores que afectan la propagación de la señal). En la troposfera las señales GPS también se ven retrasadas. La velocidad de éstas se ve desviada de la velocidad de la luz en el vacío. Este retraso depende de las variaciones en temperatura, presión y humedad, así como de elevación y altitud del receptor.
5. Error multitrayectoria (errores causados por la reflexión de las señales). Este error ocurre cuando la señal GPS llega a la antena del receptor a través de distintos caminos. Pueden ser de una trayectoria directa o de una reflejada (las señales GPS no pueden penetrar objetos sólidos, por lo que se ven reflejadas).
6. Receptor (errores causados por ruido, precisión de software y sesgos entre canales). Uno de los errores en las mediciones de los receptores es el ruido que es una mera limitación de los dispositivos electrónicos. Por otro lado, el sesgo del reloj de receptor también es una fuente de error, esto porque los relojes atómicos en los satélites tienen una precisión de hasta 11 decimales mientras que los relojes ordinarios en los receptores solo tienen una precisión de 6 decimales (Ogaja, 2011). La limitación en la precisión de los softwares de los receptores también contribuye a errores de precisión.

**Tabla 2-3. Errores comunes en las señales GPS.**

| Fuente de error         | Sesgo (m) | Aleatorio (m) | Total (m) |
|-------------------------|-----------|---------------|-----------|
| Datos de efemérides     | 2.1       | 0.0           | 2.1       |
| Reloj del satélite      | 2.0       | 0.7           | 2.1       |
| Ionosfera               | 4.0       | 0.5           | 4.0       |
| Troposfera              | 0.5       | 0.5           | 7.0       |
| Efecto multitrayectoria | 1.0       | 1.0           | 1.4       |
| Mediciones del receptor | 0.5       | 1.2           | 0.5       |

Fuente: (AIAA, 1996).

# 3. Descripción e instrumentación del edificio en estudio

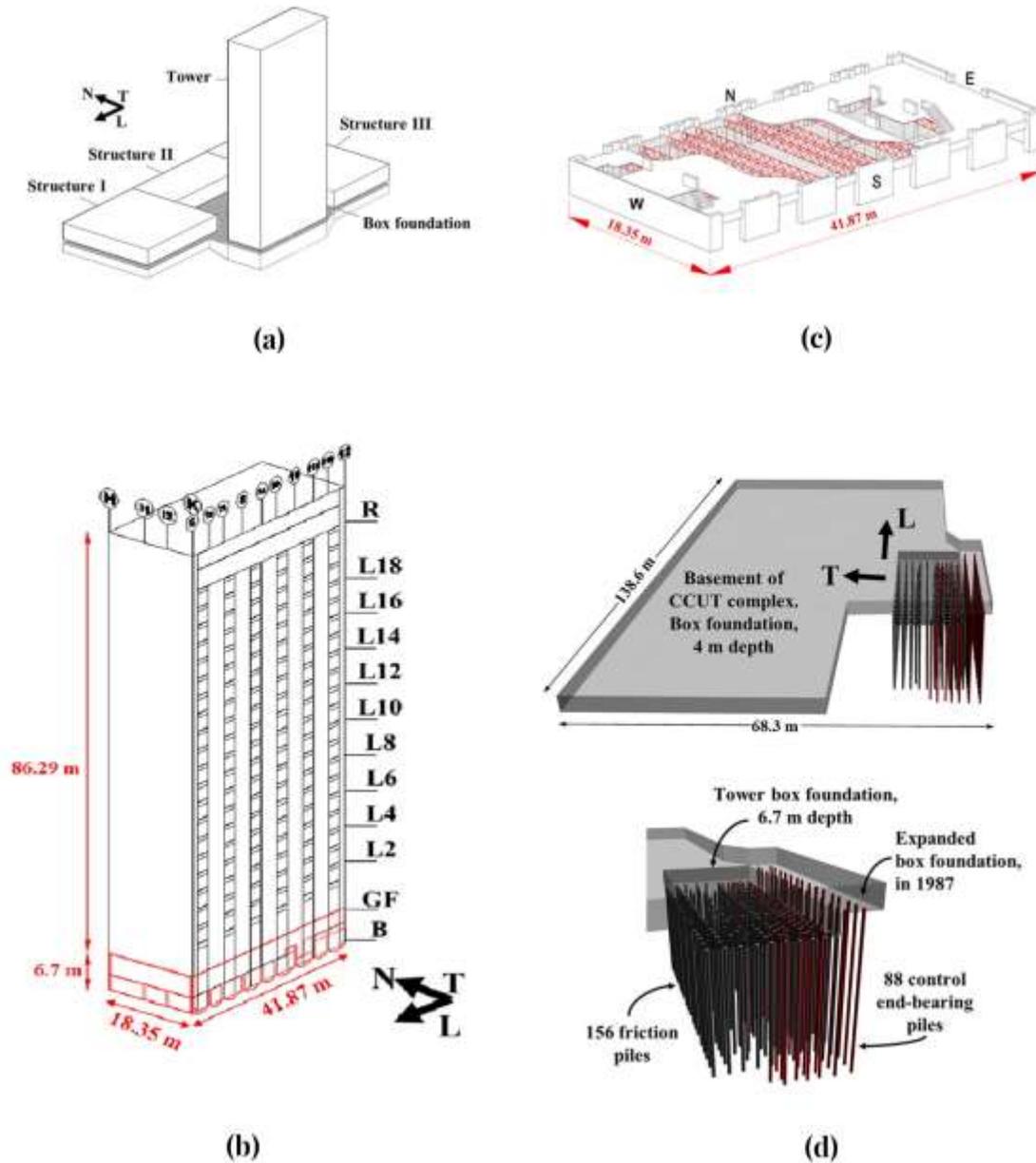
## 3.1 Acerca del edificio

El edificio en estudio corresponde a un recinto ubicado en la Ciudad de México. Su diseño es característico de la arquitectura de los años sesenta, su construcción se finalizó en 1964. Se trata de una torre que forma parte de un complejo que comprende además tres cuerpos bajos de dos niveles cada uno (**Figura 3-1 (a)**). La torre se conforma por 22 niveles con entrepisos de 3.6 m de altura, resultando en una altura de 86 m sobre el nivel de terreno (incluyendo un apéndice para helipuerto) (**Figura 3-1 (b)**).

La planta tipo es de forma rectangular con dimensiones de 41.87 m por 18.35 m en sus direcciones longitudinal (L) y transversal (T), respectivamente. En la dirección longitudinal, tanto las fachadas Norte y Sur se componen por muros de concreto reforzado en forma de E (un muro formado por el conjunto de tres columnas conectadas por muros delgados) y se conectan entre sí por medio de vigas de acoplamiento. En la dirección transversal, la fachada Oeste se compone de un sólo muro (continuo) de concreto reforzado, y la fachada Este por dos muros con columnas de borde unidos por vigas de acoplamiento. En esa misma dirección, los muros E se unen por medio de vigas metálicas (armaduras). El sistema de piso se soporta en estas vigas y se conforma de una losa maciza (**Figura 3-1 (c)**).

Tanto la torre, como los cuerpos bajos, comparten un cajón de cimentación con una superficie de 8 528 m<sup>2</sup> y una profundidad de 4 m. En el caso de la torre la altura del cajón es de 6.7 m, su base tiene forma de cascarón en la dirección longitudinal y se combina con 156 pilotes de fricción de concreto reforzado a 25 m de profundidad (**Figura 3-1 (d)**). El edificio se ubica en el suelo blando de la Ciudad de México. Las frecuencias fundamentales del sitio están entre 1.5 y 2 s.

El edificio ha presentado problemas de hundimientos diferenciales, desplomos y emersiones de cuerpos bajos a lo largo de su historia, lo que han llevado a realizar cuatro recimentaciones y una reestructuración, entre ellas, se han añadido 86 pilotes de control a la cimentación original y diagonales de acero en la dirección transversal para rigidizar el edificio. Los detalles se pueden consultar en (Murià-Vila et al., 2021) o (Murià-Vila et al., 2020).



**Figura 3-1. Edificio en estudio.**

(a) Configuración del recinto; (b) Dimensiones generales; (c) Configuración estructural; y (d) Sistema de cimentación. Extraído de (Murià-Vila et al., 2020).

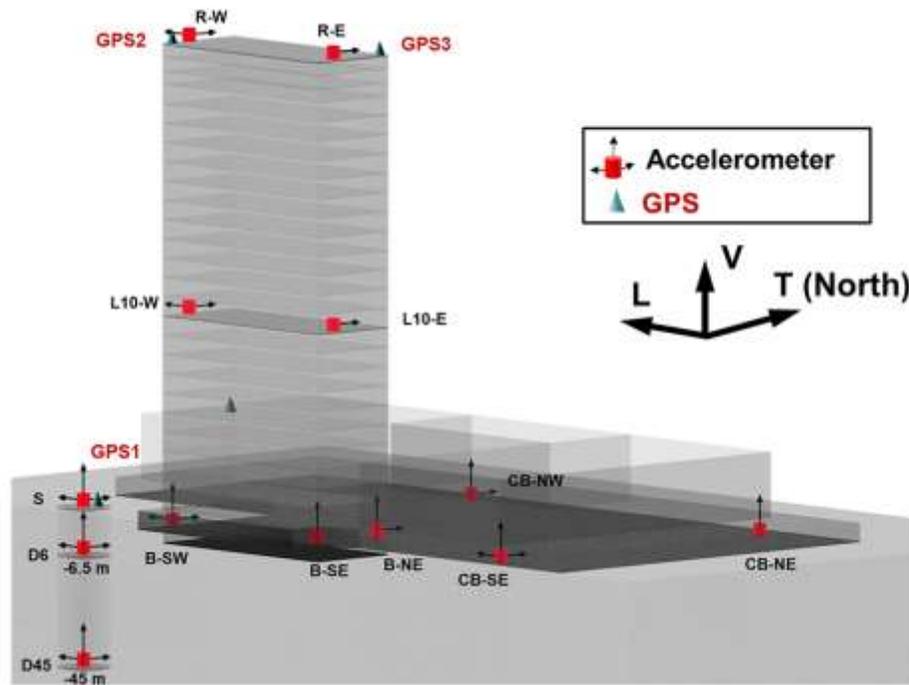
## 3.2 Acerca de la instrumentación

Con el objetivo de monitorear su respuesta estructural, la torre ha sido instrumentada en forma permanente. Los sistemas de monitoreo instalados comprenden dos tipos de instrumentación: una basada en acelerómetros y otra en tecnología GPS (**Figura 3-2**).

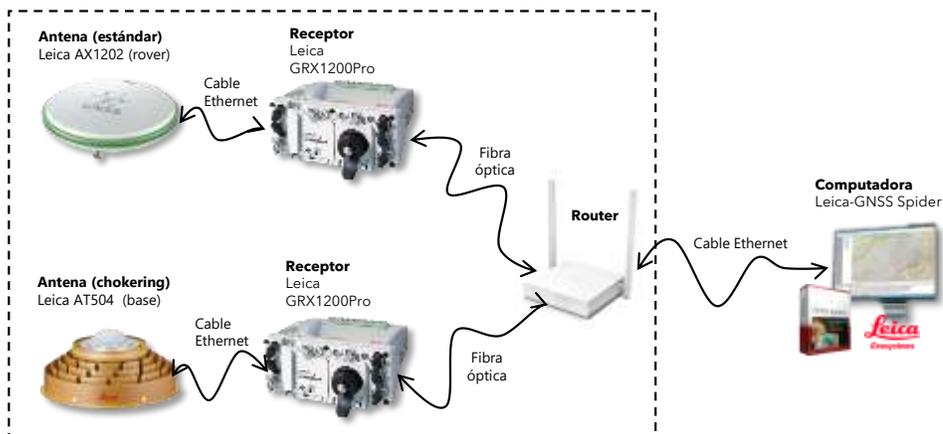
El sistema de instrumentación sísmica se compone por una red de acelerómetros. Su operación inició a partir de diciembre de 2008. Los acelerómetros están distribuidos en diferentes entresijos de la torre, cimentación, terreno y en el subsuelo. Su resolución es adecuada para medir tanto sismos de alta intensidad, como para realizar pruebas de vibración ambiental. Las especificaciones pueden consultarse en (Murià-Vila et al., 2021), en este trabajo el énfasis se hace en la instrumentación GPS.

El sistema de instrumentación GPS se incorporó al edificio con el objetivo de monitorear la verticalidad de la torre (debido a los problemas de desplomo), pero también para medir el desplazamiento relativo entre la azotea y un punto de referencia aparentemente fijo. La instrumentación se basa en un sistema GPS de receptores Leica de la Serie 1200, que se conforma por unidades receptoras GPS tipo GRX1200Pro para dos antenas estándares AX1202 y una antena choke ring AT504. El sistema funciona bajo el principio de posicionamiento relativo RTK: dos antenas AX1202 actúan como puntos móviles (rover) y se ubican en la azotea de la torre en esquinas opuestas SO y NE, denominados como GPS2 y GPS3, respectivamente; y una antena choke ring AT504 se establece como el punto fijo (base) ubicada en la azotea de un cuerpo bajo y se denomina como GPS1 (**Figura 3-3**). El procesamiento de las mediciones de los receptores se realiza con referencia a la misma estación base (GPS1), en modo RTK usando ambas frecuencias L1/L2 y ángulos de elevación del SV GPS mayores a 15°. De acuerdo con Leica, para la Serie Leica GRX1200, la precisión post proceso en mediciones de fase, es de 5 mm + 0.5 ppm y 10 mm + 0.5 ppm en dirección horizontal y vertical, respectivamente). Algunas vistas de la instrumentación montada se pueden observar en la (**Figura 3-4**).

El sistema de instrumentación GPS comenzó a operar a partir del 2009 de manera experimental, pero fue hasta el año 2011, tras el acondicionamiento de las instalaciones necesarias para su funcionamiento permanente, que la instrumentación operó de manera continua. Desde entonces la configuración de adquisición de datos continua hasta ahora: registros con duración de 10 minutos a una tasa de muestreo de 20 Hz con autoguardado.



**Figura 3-2. Instrumentación del edificio en estudio.**  
Extraído de (Murià-Vila et al., 2021).



**Figura 3-3. Configuración de la instrumentación GPS.**



**Figura 3-4. Sistema de instrumentación GPS montado en el edificio.**

Página en blanco

# 4. Principios para el análisis de señales GPS

## 4.1 El ruido en señales

Las observaciones registradas por cualquier tipo de sensor se pueden representar como señales compuestas por la suma de la cantidad física medida más los errores inherentes por el proceso y la tecnología usados para su medición. En términos generales, el análisis y procesamiento de señales establece para sus fines, un modelo funcional que describa matemáticamente al fenómeno y un modelo estocástico que describa la dispersión de los errores medidos, es decir:

$$y = g(x,t) + w \quad \text{Ec. 4.1}$$

En donde,  $y$  representa al vector de observaciones,  $g(x,t)$  al modelo matemático definido por  $x$  parámetros y el tiempo  $t$ , y  $w$  al vector de error o ruido. Ahí, la función  $g(x,t)$  representa al modelo funcional y  $w$  al modelo estocástico. Así que, aquellos efectos catalogados como determinísticos conformarán al modelo funcional y los que no se hayan podido introducir en dicho modelo, conformarán al modelo estocástico. De tal forma que el problema consiste en la correcta formulación (identificación y estimación) de ambos modelos. Para ello se suelen implementar métodos como la Estimación por Máxima Verosimilitud (MLE) o Mínimos Cuadrados (LS) (Amiri-Simkooei, 2020).

## 4.2 Características del ruido en las señales GPS

La precisión, exactitud y confiabilidad de las mediciones GPS dependen de distintos factores, generalmente relacionados con los satélites, la propagación de las ondas o el receptor. Por lo que, las observaciones fundamentales GPS, pseudorángos ( $P_r^{\hat{\rho}}$ ) y fases portadoras ( $\Phi_r^{\hat{\phi}}$ ), deben definirse como la suma de los rangos geométricos más las fuentes de error (Ver **Ec. 2.4** y **Ec. 2.5**).

En el GPS, el posicionamiento relativo se logra a través de la diferenciación doble (DD) (**Ver sección 2.6.2**), descrita como (Ogaja, 2011):

$$\Delta \nabla P_{r_1 r_2}^{jk} = \Delta \nabla \rho_{r_1 r_2}^{jk} - \Delta \nabla d_{r_1 r_2}^{jk} + \Delta \nabla d_{r_1 r_2}^{jk} + \Delta \nabla \epsilon(p_{rx})_{r_1 r_2}^{jk} + \Delta \nabla \epsilon(p_m)_{r_1 r_2}^{jk} \quad \text{Ec. 4.2}$$

$$\Delta \nabla \Phi_{r_1 r_2}^{jk} = \Delta \nabla \rho_{r_1 r_2}^{jk} + \Delta \nabla d_{r_1 r_2}^{jk} + \Delta \nabla d_{r_1 r_2}^{jk} - \lambda \Delta \nabla N_{r_1 r_2}^{jk} + \Delta \nabla \epsilon(p_{rx})_{r_1 r_2}^{jk} + \Delta \nabla \epsilon(p_m)_{r_1 r_2}^{jk} \quad \text{Ec. 4.3}$$

En dónde  $\Delta \nabla$  denota el operador de la DD. (Y si la línea base es corta, entonces):

$$\Delta \nabla d_{r_1 r_2}^{jk} \approx 0 \quad \text{y} \quad \Delta \nabla d_{t_1 t_2}^{jk} \approx 0 \quad \text{Ec. 4.4}$$

La DD logra reducir o cancelar parte de los errores inherentes de la tecnología GPS. Con la DD, tanto el error del reloj del satélite como el error del reloj de receptor se eliminan, y si la línea base es corta, entonces los errores debido a los retrasos ionosféricos y troposféricos casi se cancelan. Aun así, no es posible modelar todos los errores sistemáticos en el modelo funcional (por. ej. el error debido al efecto multitrayectoria continúa con una presencia importante.), por lo que, es de igual relevancia la formulación del modelo estocástico para una respuesta adecuada. Generalmente, el procesamiento de información GPS se plantea como un problema de mínimos cuadrados (Jin et al., 2005): la DD provee un modelo funcional (simplificado) y la construcción de la matriz de covarianza de las mediciones GPS doblemente diferenciadas se basa en la propagación de varianza-covarianza (Wang et al., 1998).

La solución del posicionamiento GPS a través de la DD, es el primer enfoque para reducir los errores propios del GPS, pero también se puede realizar un análisis bajo los mismos principios (identificación y estimación de los modelos funcional y estocástico) ahora para series de tiempo GPS de algún fenómeno específico (típicamente diarias en aplicaciones geodésicas).

En el estudio de series de tiempo geodésicas, es sabido (Agnew, 1992) y (Williams et al., 2004) que el espectro de potencia del ruido de una señal GPS decae exponencialmente en las frecuencias bajas y posee igual potencia en las frecuencias altas. En una escala logarítmica-logarítmica, se observaría un decaimiento lineal en la potencia de la señal. Se dice entonces que el espectro sigue una ley de potencia, esto es, si se ajusta un modelo a los datos, un modelo de potencia o exponencial describiría adecuadamente su comportamiento (**Figura 4-1 (a)**), en término matemáticos:

$$P(f) \propto \frac{1}{f^\beta} \quad \text{Ec. 4.5}$$

En donde,  $P(f)$  es la potencia de la frecuencia  $f$  y  $\beta$  se denomina índice espectral (o pendiente, si se linealiza la ecuación). En un PSD del ruido, a la parte que sigue un comportamiento de ley de potencias se le denomina ruido de color, mientras que aquella con igual potencia se le denomina ruido blanco. Una señal puede estar contaminada por una combinación de ruidos de color y ruido blanco, y en efecto, el ruido en las series de tiempo GPS puede ser descrito de una mejor forma por dicha combinación (He et al., 2017). En tal caso, su comportamiento podría ajustarse a un modelo como (**Figura 4-1 (b)**) (Langbein y Johnson, 1997):

$$P(f) \propto \frac{1}{f^\beta} + \frac{1}{f_0^\beta} \quad \text{Ec. 4.6}$$

En donde,  $f_0$  es la frecuencia de transición que marca el punto del espectro en que ambos procesos tienen el mismo nivel (el espectro comienza a verse plano). Al ruido se le atribuye un nombre, según el índice espectral, si  $\beta=1$  se le denomina ruido rosa (o flicker noise), si  $\beta=2$  se le denomina ruido random walk y si  $\beta=0$ , simplemente se le denomina ruido blanco. El índice espectral, no está limitado a ser un número entero, éste puede ser de hecho un número fraccional, en cuyo caso se dice que el ruido presente es una combinación de ruidos

de color. Y cuando el índice espectral es cero,  $\beta=0$ , el ruido presente será únicamente blanco. Además, un proceso de ruido con  $-1 \leq \beta \leq 1$ , indica que el proceso estocástico será estacionario (su media y su varianza son constantes en el tiempo), fuera de esos límites el proceso estocástico será no estacionario.

El ruido de color implica una relación entre cada valor de ruido, esto significa una dependencia entre variables aleatorias (el ruido se modela como proceso estocástico), y, por lo tanto, una matriz de covarianza no diagonal. La matriz de covarianza se puede definir como la suma del ruido de color y el ruido blanco (Williams, 2003):

$$C_w = \sigma_c^2 \times J(\beta) + \sigma_b^2 \times I \quad \text{Ec. 4.7}$$

En donde  $J(\beta)$  es la matriz de covarianza general asociada al ruido de color con índice espectral  $\beta$ ,  $I$  es la matriz identidad, y finalmente  $\sigma_c^2$  y  $\sigma_b^2$  son las amplitudes del ruido de color y ruido blanco, respectivamente.

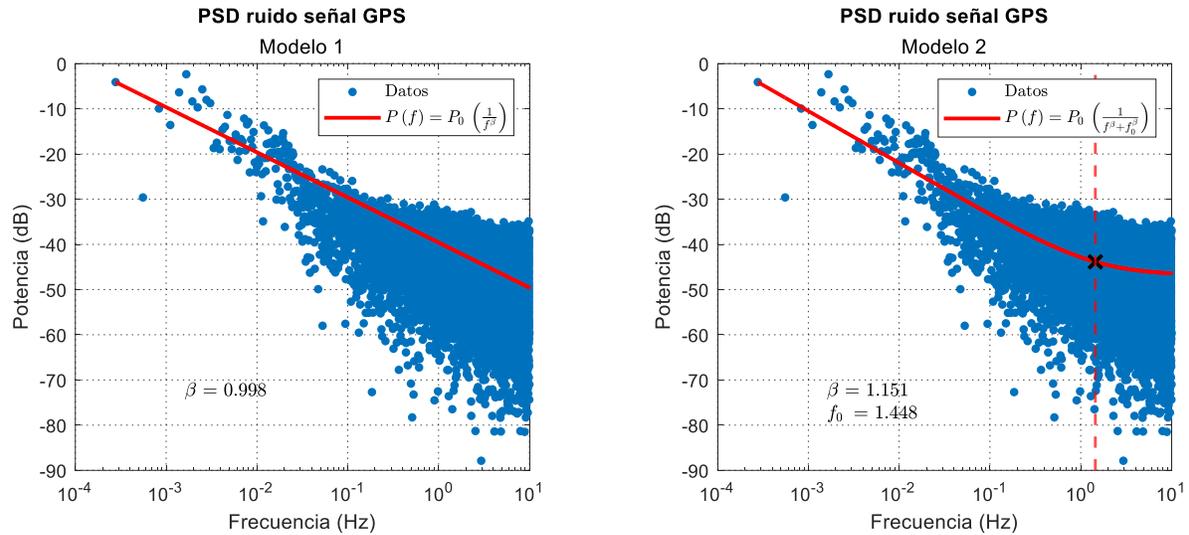
El comportamiento  $1/f^\beta$  tiene implicaciones más profundas, una ley de potencia tiene propiedades (asociadas con sistemas complejos): autosimilitud, escala, dimensión fractal e interacciones de largo alcance, entre otras (Cioffi-Revilla y Midlarsky, 2004). Por lo cual, el ruido en las series de tiempo GPS puede ser modelado bajo el enfoque de procesos fractales, generalmente se suponen de la familia de procesos llamados de movimiento Browniano fractal (fBm) o ruido Gaussiano fractal (fGn) (**Figura 4-2**). Dichas propiedades pueden ser explicadas primero definiendo el concepto de parámetro (o exponente) de Hurst,  $H$ . El exponente de Hurst, es una de las medidas de complejidad fractal.  $H$  puede derivarse directamente de la característica fractal más conocida: la dimensión fractal,  $D$ . La dimensión fractal determina la irregularidad de la señal, indica que tan suave o áspera es la traza del gráfico (Krakovská, 2018). El parámetro de Hurst también es usado para medir la dependencia de largo alcance (LRD) (o persistencia) (Tarnopolski, 2016). Las propiedades del parámetro de Hurst son:

1.  $0 < H < 1$
2.  $H > 1/2$  para un proceso persistente (LRD, correlacionado).
3.  $H < 1/2$  para un proceso antipersistente (STM, no correlacionado).

La autosimilitud describe el fenómeno donde ciertas propiedades sobre el proceso se preservan respectivamente de la escala en tiempo y espacio (Karagiannis et al., 2006). La autosimilitud es una propiedad de escala de las distribuciones de dimensión finita (Taqq, 1986). Por definición un proceso estocástico  $X$  es llamado autosimilar con parámetro  $H$  si:

$$X(t) \doteq \sigma^{-H} X(\sigma t) \quad \text{Ec. 4.8}$$

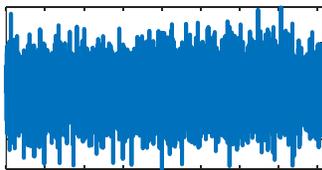
En donde  $\doteq$  denota igualdad en distribución y  $\sigma$  es una constante. Por otro lado, se dice que un proceso  $X$  tiene LRD si su función de autocorrelación decae muy lentamente a cero y su suma no converge. La LRD y la autosimilitud no son equivalentes en general, sin embargo, cuando  $1/2 < H < 1$ , la autosimilitud implica una dependencia de largo alcance y viceversa. La determinación de  $H$  se aborda en los próximos capítulos (Ver **sección 5.2.2**).



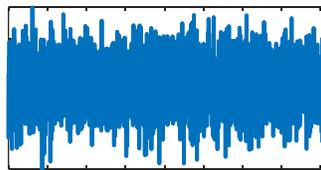
**Figura 4-1. PSD representativo del ruido de una señal GPS.**

A la izquierda, modelo de potencia; y a la derecha, modelo de potencia modificado.

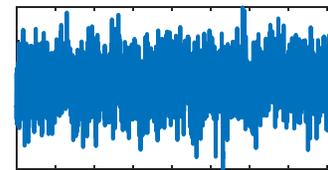
#### Ruidos Fraccional Gaussiano (fGn)



H = 0.25

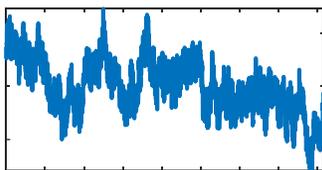


H = 0.50

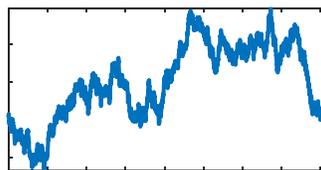


H = 0.75

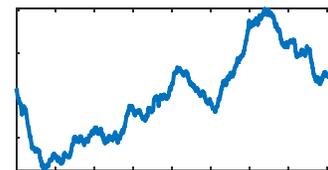
#### Movimientos Fraccional Browniano (fBm)



H = 0.25



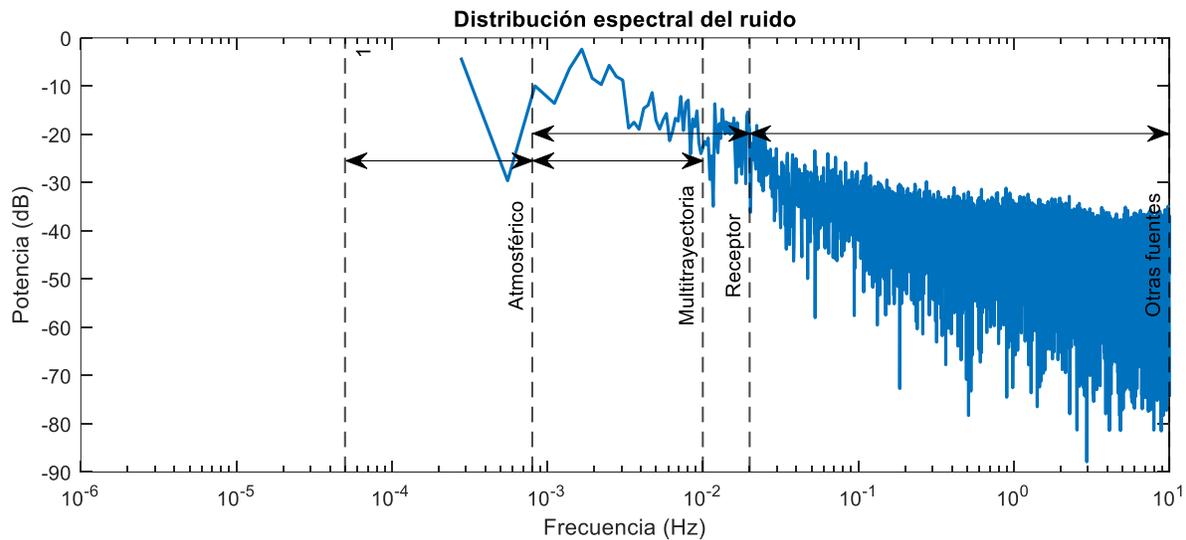
H = 0.50



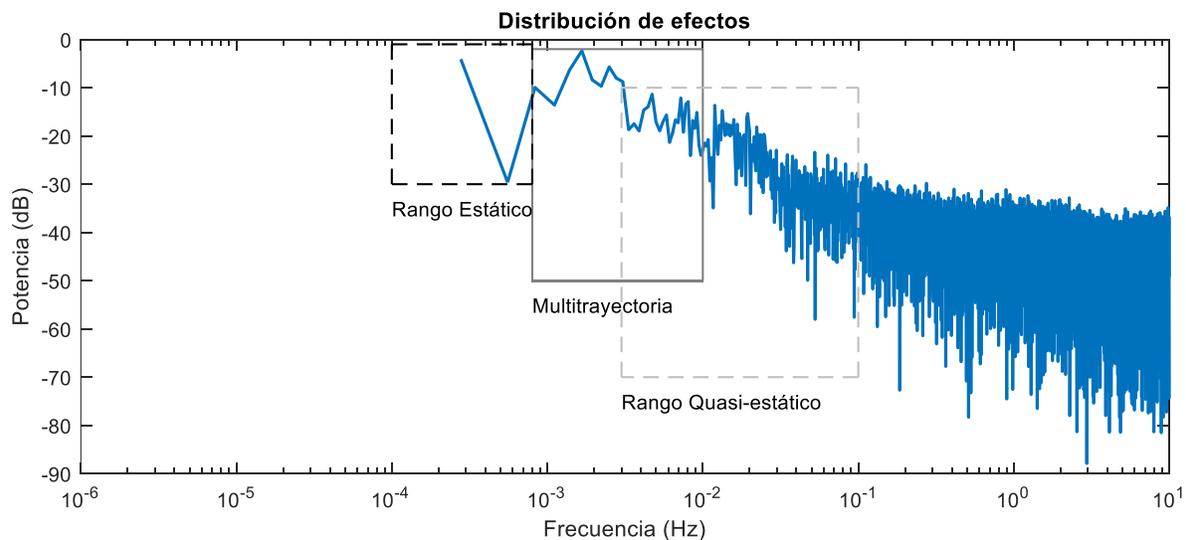
H = 0.75

**Figura 4-2. Ejemplos de series de tiempo fractales con distintos parámetros de Hurst.**

En series de tiempo GPS, (Han y Rizos, 1997) proponen la siguiente distribución espectral del ruido: ruido atmosférico de  $5 \times 10^{-5}$  a  $8 \times 10^{-4}$  Hz, efecto multitrayectoria de  $8 \times 10^{-4}$  a  $10^{-2}$  Hz, ruido del receptor de  $8 \times 10^{-4}$  a  $2 \times 10^{-2}$  Hz y el ruido de varias fuentes de 0 a 10 Hz (**Figura 4-3**). Asimismo, (Rizos, 2008) señala que las frecuencias bajas (0-0.1Hz) se componen por los efectos estático y semi estático (**Figura 4-4**), siendo atribuidos, el primero principalmente a cargas de viento, y el segundo a factores ambientales como el cambio de temperatura.



**Figura 4-3. Distribución espectral del ruido en una señal GPS.**  
Basado en (Han y Rizos, 1997).



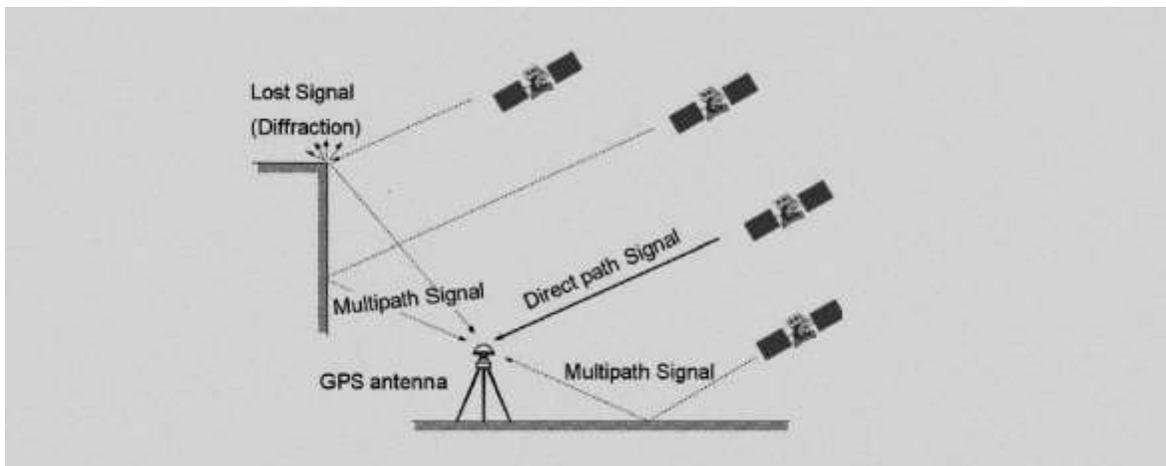
**Figura 4-4. Distribución de efectos en una señal GPS.**  
Basado en (Ke, 2017).

### 4.3 El efecto multitrayectoria

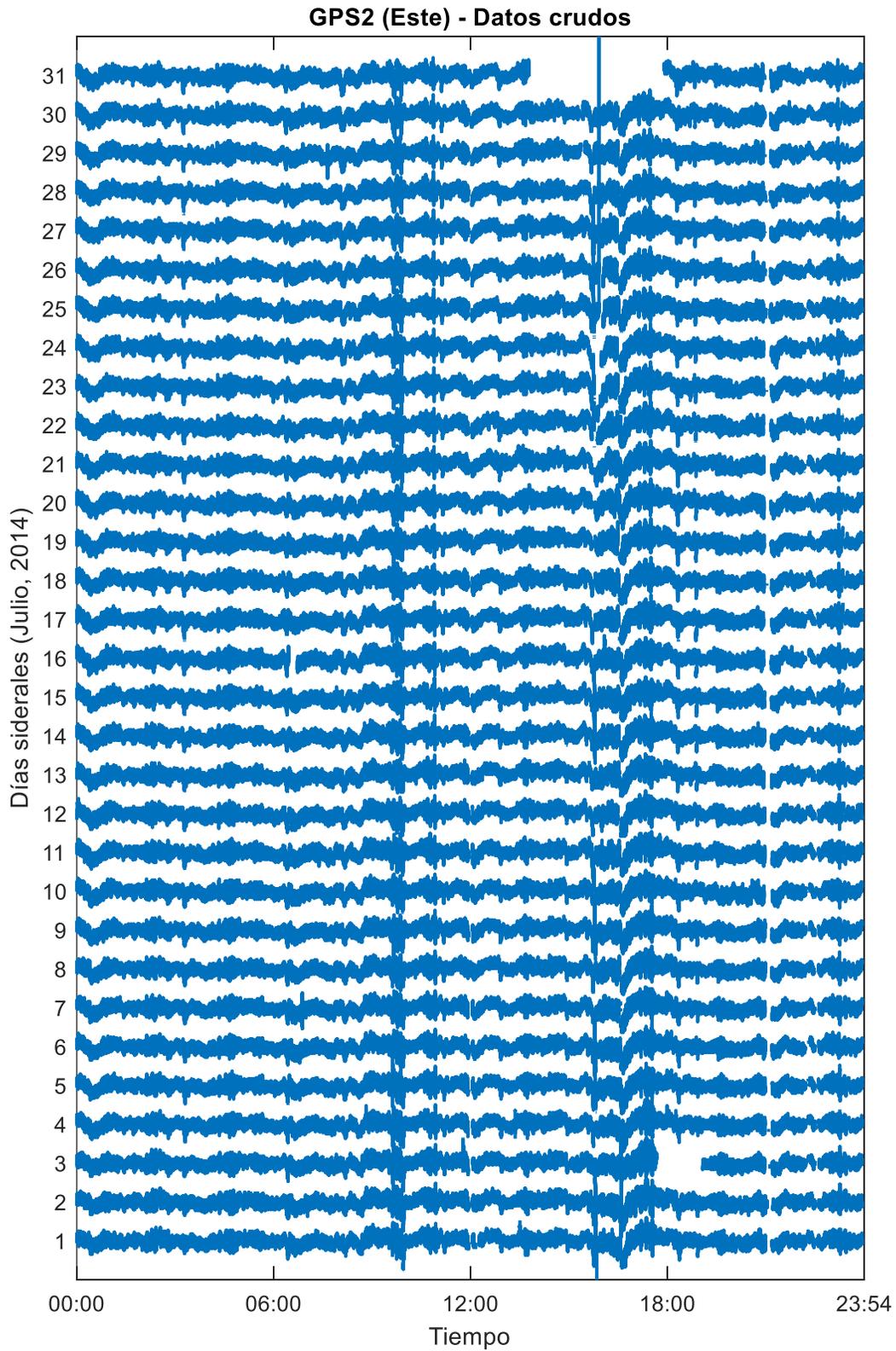
La antena GPS recibe señales no sólo de trayectos directos, sino también de trayectos indirectos causados por la reflexión o difracción de la señal en los objetos circundantes, lo que resulta en las diferencias de fase y amplitud de las señales (Shen et al., 2020) (**Figura 4-5**). El resultado de recibir una señal duplicada con un pequeño retraso ocasiona una distorsión de periodo largo en los datos. A este fenómeno se conoce como efecto multitrayectoria y es uno de los principales inconvenientes de la tecnología GPS, ya que compromete la precisión del posicionamiento. Debido a ello, su uso se puede ver limitado en aplicaciones de alta precisión. Las dobles diferencias (DD) (del posicionamiento relativo) de las observaciones GPS pueden eliminar satisfactoriamente varios de los inconvenientes GPS cuando la línea base es pequeña, sin embargo, los errores multitrayectoria no pueden ser removidos usando esta técnica, por lo tanto, este fenómeno es una de las fuentes de errores más difíciles de manejar.

El efecto multitrayectoria puede ser reducido a través de una cuidadosa selección del sitio (proponiendo una ubicación alejada de reflectores potenciales), soluciones basadas en hardware a través del uso de tipos de antena especiales (p.ej. choke-ring, advanced pinwheel compact controlled reception pattern antenna), pero también, soluciones basadas en software, como el mapeo del entorno, analizando la relación señal-ruido (SNR) del satélite GPS y mediante filtros (p.ej. filtros Kalman, filtros FIR, filtros wavelet, filtros Vondrak) (Zhong et al., 2008). Por otro lado, el impacto del efecto multitrayectoria debe ser caracterizado bajo el contexto de un ambiente dado y una aplicación determinada. Lo que es seguro, es que este fenómeno distorsiona la fase de la señal recibida que conduce a un error de medición de la fase portadora (Shengxiang et al., 2006).

Es sabido que los errores causados por el efecto multitrayectoria del sistema de posicionamiento global (GPS) repiten todos los días siderales si la geometría relativa de los satélites, los reflectores, receptores y las antenas permanece invariables entre días siderales (Ge et al., 2000). Para las mediciones GPS del edificio en estudio, este fenómeno se puede ver en la (**Figura 4-6**).



**Figura 4-5. Efecto multitrayectoria.**  
Extraído de (Ogaja, 2011).



**Figura 4-6. Desplazamientos en la dirección Longitudinal (Este) en el GPS-2 durante el mes de julio, 2004.**  
La señal se repite cada día sidéreo.

Página en blanco

# 5. Metodología

## 5.1 Antecedentes

A lo largo de su historia, el edificio ha sufrido una serie de problemas que incluyen hundimientos diferenciales, desplomos y emersión de los cuerpos bajos, además de daños ocasionados por eventos sísmicos. Para controlar estos problemas, el edificio se ha intervenido con cuatro recimentaciones (en 1964, 1965, 1983 y 1987) y una rehabilitación (entre 2008 y 2009).

En 1964, a los pocos meses de finalizar su construcción, la torre comenzó a sufrir de hundimientos diferenciales e inclinación hacia la dirección suroeste, al mismo tiempo que los cuerpos bajos comenzaron a emerger. Así que, entre ese año y 1965, se llevaron a cabo las primeras dos intervenciones: la instalación de 73 pilotes metálicos y el aumento de balastro en varias partes del cajón de cimentación a 4 m de profundidad. Luego, en 1983, se agregaron 52 pilotes de control de concreto reforzado, además de que se reforzaron los muros de las fachadas laterales. Para 1987, el lado sur de la cimentación expandió su ancho en 6.18 m. Y finalmente, entre 2008 y 2009, la estructura se rigidizó empleando diagonales de acero interiores en la dirección transversal casi a todo lo largo de la altura del edificio. Más información en (Murià-Vila et al., 2021) y (Murià-Vila et al., 2020).

Debido a los inconvenientes presentados en la torre, en la última intervención, en 2008, la instrumentación GPS fue propuesta para medir la verticalidad del edificio, y a partir del año 2011, el sistema GPS fue acondicionado para instalarse de manera permanente con el objetivo de que funcionará como un sistema de monitoreo continuo del desplomo de la torre y al mismo tiempo evaluará la respuesta dinámica ante eventos sísmicos. Desde entonces se han registrado y procesado poco más de 10 años de información que ha permitido trazar el posible desplomo de la torre, al mismo tiempo que mediciones topográficas externas se ha llevado a cabo con el mismo objetivo.

## 5.2 Bases metodológicas

El GPS para el monitoreo estructural posee, a diferencia de otros métodos tradicionales (por ejemplo, los que incluyen acelerómetros), la ventaja de medir las componentes de desplazamiento de altas frecuencias (dinámica), así como las componentes de desplazamiento de bajas frecuencias (estática y semi estática). Sin embargo, la precisión del GPS para medir el desplazamiento queda comprometida por los diversos factores o fuentes de errores característicos de este método (número de satélites, condiciones ionosféricas y troposféricas, error del reloj, efecto multitrayectoria, ruido del receptor). Por lo que, para el análisis del comportamiento estructural, se requiere del procesamiento previo de las señales. El procesamiento de señales enfocado en reducir el ruido y mejorar la precisión de las mediciones GPS es un proceso complejo de implementar. En GPS, los trabajos principales deben realizarse como se describe a continuación (Kaloop y Kim, 2016): análisis de ruido GPS; separación del ruido de color de las series de tiempo GPS; mejora de

la precisión de la serie de tiempo GPS; y mejora de la fiabilidad en la detección de eventos de movimiento.

Para el desarrollo de este trabajo se propone aplicar una metodología en dos partes (**Figura 5-1**): la primera enfocada en la respuesta dinámica y la segunda en la respuesta estática. La primera parte está basada en una técnica de análisis multiresolución de señales (MRA) a través de la aplicación de la versión mejorada de la Descomposición Empírica en Modos por Conjuntos Completa con Ruido Adaptativo (iCEEMDAN). La idea general consiste en descomponer la señal en varios subcomponentes, denominados Funciones de Modo Intrínseco (IMF), para luego reconstruirla por medio de la selección de los modos adecuados. El criterio para considerar si un modo debe conservarse o eliminarse es con base en el análisis de procesos estocásticos fractales, proposición que se atribuye a las señales GPS por la ley de potencia que sigue la forma de su PSD. Esto a través del análisis del exponente de Hurst,  $H$ , que describe el nivel de autosimilitud estadística de la serie de tiempo. Valores de  $H > 0.5$  implican que la señal está contaminada con dependencias de largo alcance (LRD), al contrario de  $H < 0.5$ , que implica que la señal está contaminada con dependencias de corto alcance (STM). La estimación del parámetro de Hurst se realiza de acuerdo con el Análisis de Fluctuación sin Tendencia de ajuste lineal (DFA-1). Luego, puede asumirse que el ruido residual es ruido blanco y está contenido en los primeros IMFs de la descomposición iCEEMDAN, para luego mitigarse mediante un análisis de la señal aplicando la transformada wavelet. Finalmente, el análisis espectral se estima a través de las estimaciones espectrales de Welch, Lomb-Sargle y MUSIC. La segunda parte, que corresponde a la obtención de la respuesta estática, se propone simplemente como el promedio horario de la señal y un filtrado de media móvil.

### 5.2.1 Descomposición Empírica en Modos (EMD)

EMD (Huang et al., 1998) es una técnica de análisis de multi-resolución que se basa en descomponer una señal en múltiples elementos a diferentes resoluciones (bandas de frecuencia) en la misma escala de tiempo que la original. A estos modos se les denomina Funciones de Modo Intrínseco (IMF). La suma de todos los IMF y el residuo devuelven la señal original, en términos matemáticos, se expresa como:

$$x(t) = r(t) + \sum_{k=1}^K d_k(t) \quad \text{Ec. 5.1}$$

En donde  $d_k(t)$  es el  $k$ -ésimo IMF y  $r(t)$  es el residuo de la señal analizada  $x(t)$ . El proceso EMD es un proceso adaptativo, es decir, basado en las características locales de los propios datos, por lo que su aplicabilidad se extiende también a procesos no lineales y no estacionarios. La idea básica consiste en conceptualizar a la señal como un compuesto de oscilaciones rápidas superpuestas a oscilaciones lentas. Dichas oscilaciones rápidas se determinan como el promedio entre la envolvente de los valores máximos y la envolvente de los valores mínimos de la señal base. Así, una vez extraída la oscilación rápida, el componente residual de oscilación lenta pasa a ser la nueva señal, que una vez más puede considerarse bajo el mismo principio de oscilación rápida superpuesta sobre oscilación lenta. De este modo, se pone en marcha un proceso iterativo que se detiene hasta cumplir con algún criterio de finalización.

Aunque por definición esta técnica genera componentes con diferentes resoluciones (anchos de banda), éstos no pueden ser previamente especificados para que por

conveniencia se encuentren en determinado modo IMF. La idea básica de extraer la oscilación rápida es ocasionar que las frecuencias contenidas en el siguiente IMF sean menores, es decir, las componentes de mayor frecuencia quedan contenidas en los primeros IMFs y las componentes de menor frecuencia en los últimos modos.

Para ampliar la información sobre la técnica y conocer los detalles sobre la implementación del algoritmo y sus variantes (EEMD, CEEMD, CEEMDAN, ICEEMDAN), se sugiere también consultar a (Flandrin y Goncalves, 2004) y (Colominas et al., 2014).

### 5.2.2 Análisis de Fluctuación sin Tendencia (DFA)

DFA (Peng, et al., 1993) es una técnica que permite determinar el grado de autosimilitud de una serie de tiempo estocástica no estacionaria. Asimismo, el DFA permite cuantificar la memoria de un proceso o dependencia de largo alcance a través de la estimación del exponente de Hurst. Esta técnica plantea medir la variabilidad de un proceso en determinada escala de tiempo. Su metodología consiste en estimar la tendencia de la señal integrada y centrada en la media por medio de un ajuste de mínimos cuadrados de un modelo polinomial, a menudo, de primer orden, en diferentes escalas o duraciones de ventanas de tiempo, para luego medir la variabilidad residual entre las mediciones y el modelo de tendencia ajustado. El grado de autosimilitud se calcula como la pendiente de un gráfico  $\log_2$ - $\log_2$  de la varianza residual contra el tamaño de la escala.

Para su implementación, primero la señal  $x(t)$  se integra en  $X$  con respecto a su media  $\bar{x}$  (Ec. 5.2). Enseguida, se define la escala de análisis, es decir, la señal se segmenta en  $k$  ventanas de tiempo con duración  $n$ . El objetivo es ajustar un modelo polinomial  $\hat{X}_k(n)$  por mínimos cuadrados en cada segmento  $k$  de la escala de análisis de duración  $n$ , para después calcular la fluctuación o varianza residual (RMS)  $F_k(n)$  entre la señal acumulada  $X$  y el modelo polinomial ajustado  $\hat{X}_k(n)$  para cada segmento  $k$  en la escala de análisis de duración  $n$  (Ec. 5.3). Después, se calcula la varianza residual promedio  $\bar{F}(n)$  para la escala de análisis de duración  $n$  (Ec. 5.4). Y finalmente, se ajusta un modelo lineal al comportamiento entre el  $\log_2(F(n))$  y el  $\log_2(n)$ . La pendiente de la recta,  $\alpha$ , es el exponente estimado de Hurst.

$$X = \sum_{j=1}^t x(j) - \bar{x} \quad \text{Ec. 5.2}$$

$$F_k(n) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \hat{X}_j(n))^2} \quad \text{Ec. 5.3}$$

$$\bar{F}(n) = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (F_k(n))^2} \quad \text{Ec. 5.4}$$

Los procesos autosimilares usados para modelar la dependencia de largo alcance (LRD) se refieren comúnmente a la familia de los procesos fractales de ruido gaussiano fraccional (fGn) y de movimiento fraccional browniano (fBm). En el fGn, el exponente  $\alpha$  comprende valores entre 0 y 1, mientras que para el fBm los valores se encuentran entre 1 y 2. El exponente  $\alpha$  está relacionado con el parámetro de Hurst de la siguiente manera (Delignieres et al., 2006)

$$\hat{H}=\alpha, \text{ para } fGn \quad \text{Ec. 5.5}$$

$$\hat{H}=\alpha-1, \text{ para } fBm \quad \text{Ec. 5.6}$$

Para ampliar la información sobre la técnica y conocer los detalles sobre la implementación del algoritmo se recomienda consultar (Ihlen, 2012).

### 5.2.3 Transformada wavelet (WT)

La transformada wavelet es usada en la representación de señales en el dominio de tiempo-frecuencia. La WT se desarrolló para superar algunos problemas relacionados con la resolución de la STFT (Transformada de Fourier de Tiempo Corto). Es posible analizar cualquier señal utilizando un enfoque alternativo llamado análisis de multiresolución (MRA) (analiza la señal a diferentes frecuencias con diferentes resoluciones), por lo que, la resolución tiempo - frecuencia es variable, particularmente, brinda una buena resolución temporal pero una deficiente resolución frecuencial en altas frecuencias y una buena resolución frecuencial pero una deficiente resolución temporal en bajas frecuencias (Zapirain et al., 2012). La transformada wavelet descompone una señal en el dominio del tiempo en sus coeficientes wavelet a través de una función wavelet madre (Grobbelaar et al., 2022). La definición de la transformada wavelet continua (CWT) es como sigue (El-Shimy et al., 2003):

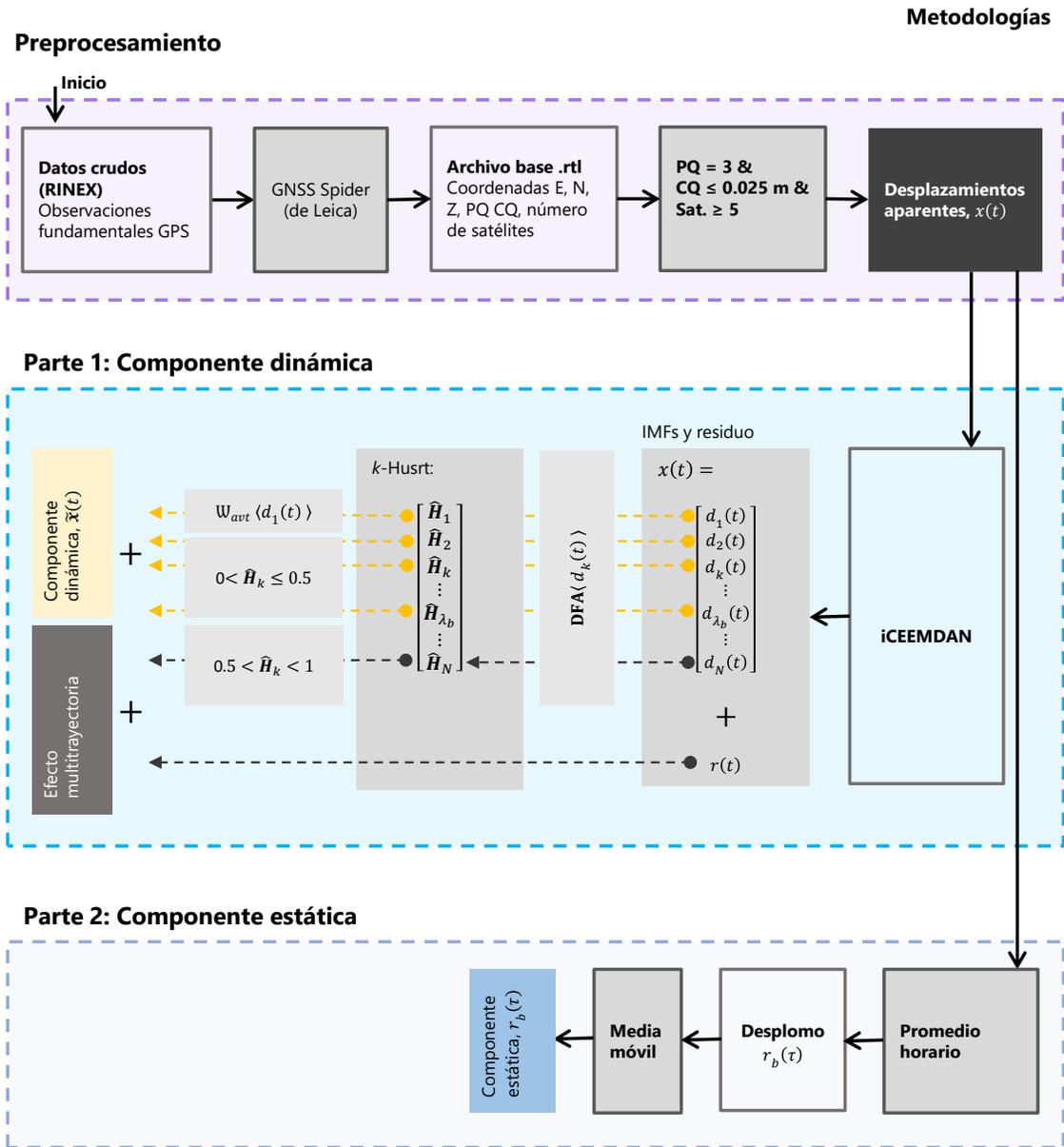
$$\frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad \text{Ec. 5.7}$$

Donde  $a$  es el factor de escalamiento;  $b$  es el parámetro de desplazamiento;  $x(t)$  es la señal; y  $\psi$  es la wavelet madre. Las wavelets hijas pueden ser obtenidas escalando y desplazando la wavelet madre. Por otro lado, la transformada wavelet discreta (DWT) se define como (El-Shimy et al., 2003):

$$\frac{1}{\sqrt{a_0^m}} \sum_k x[k] \psi[a_0^{-m}n-k] \quad \text{Ec. 5.8}$$

Donde  $x[k]$  es la señal;  $\psi[-]$  es la wavelet madre; el entero  $m$  es el parámetro de escalamiento; el entero  $n$  es el parámetro de desplazamiento; y  $a_0$  es el paso de escala.

La WT también es ampliamente utilizada en la eliminación de ruido y la detección de valores atípicos. La reducción de ruido a través de wavelet consiste en los siguientes pasos (Shen, et al., 2019): **1**) transformada wavelet (calcular los coeficientes de la transformada); **2**) umbralización (comparar magnitud de los coeficientes con un umbral); y **3**) transformada inversa (realizar transformada wavelet inversa utilizando los coeficientes sin ruido).



**Figura 5-1. Esquema de la metodología: parte 1 y parte 2.**

## 5.3 Preprocesamiento de datos

### 5.3.1 Procesamiento de datos crudos

La información cruda captada por el sistema de medición GPS se procesa utilizando el software comercial GNSS - Spider de Leica Geosystems. Las medidas generadas en los Sistemas Globales de Navegación Satelital se almacenan en archivos de formato estandarizado denominado RINEX (Receiver Independent Exchange Format). Una vez que la información en los RINEX es procesada, GNSS Spider genera un fichero de texto con extensión «\*.rtl» que posee una estructura de línea basada en códigos de mensaje NMEA (National Marine Electronics Association). En este caso, por la conveniencia de los parámetros que se incluyen, se seleccionó, como archivo de salida, un formato local del proveedor (provee parámetros adicionales a los estándares): al tipo “F.12 - De posición Local Leica y Calidad (LLQ)”. LLQ incluye tiempo y fecha UTC, este y norte de la cuadrícula, calidad de posición (PQ), número de satélites, calidad de coordenada (CQ) y altitud de la posición del marcador, entre otros. Adicionalmente, se fijó un autoguardado de archivos con duración de 10 minutos a la mayor frecuencia de muestreo disponible, es decir, a 20 Hz.

### 5.3.2 Calidad de Posición (PQ) y Calidad de Coordenada (CQ)

Dos parámetros incluidos en el LLQ son de particular interés: por un lado, la PQ, que se refiere a un estatus asignado a la resolución de ambigüedades, esto es, a la resolución por mínimos cuadrados del número ambiguo entero de ciclos en la medición de fase de la portadora del sistema de ecuaciones planteado a través de las DD, se sugiere consultar (Torrecillas Lozano & Martínez García, 1999); y por el otro lado, la CQ, que de acuerdo con (Leica, 2010), puede entenderse no sólo como un indicador de la calidad de las observaciones, sino también como un indicador de la constelación actual de los satélites y de las diversas condiciones ambientales, y es calculada de tal forma que por lo menos existen dos terceras partes de probabilidad que la posición calculada se desvíe de la posición verdadera en menos del valor CQ (es diferente de la desviación estándar).

### 5.3.3 Desplazamientos aparentes

Una vez procesadas las observaciones fundamentales GPS, la información obtenida por el software proporciona posición en términos de coordenadas UTM (Este, Norte y Vertical), además del tiempo UTC y tres indicadores (PQ, CQ y número de satélites). La **Figura 5-2** y **Figura 5-3** muestran el registro de las antenas GPS2 y GPS3 de un periodo de 1 hora del día 1 de noviembre del 2011, respectivamente. Conocida la posición, la variación de las coordenadas es el desplazamiento relativo de la antena, en otras palabras: el desplazamiento relativo es la diferencia entre unas coordenadas de referencia y las coordenadas registradas en cada instante:

$$d(t)=X(t)-X(t_0)$$

**Ec. 5.9**

En dónde  $d(t)$  es el vector de desplazamiento relativo de la antena en el tiempo  $t$  y  $X(t)$  es el vector de coordenadas de posición en un instante de referencia  $t_0$ . El cálculo de los desplazamientos puede determinarse estableciendo unas coordenadas de referencia arbitrarias aplicables a todos los registros futuros, sin embargo, en términos de desplomos, se requiere de establecer un sistema de referencia cuyas coordenadas sean bien conocidas y que, por lo tanto, permitan definir un valor inicial correcto del desplomo. De acuerdo con

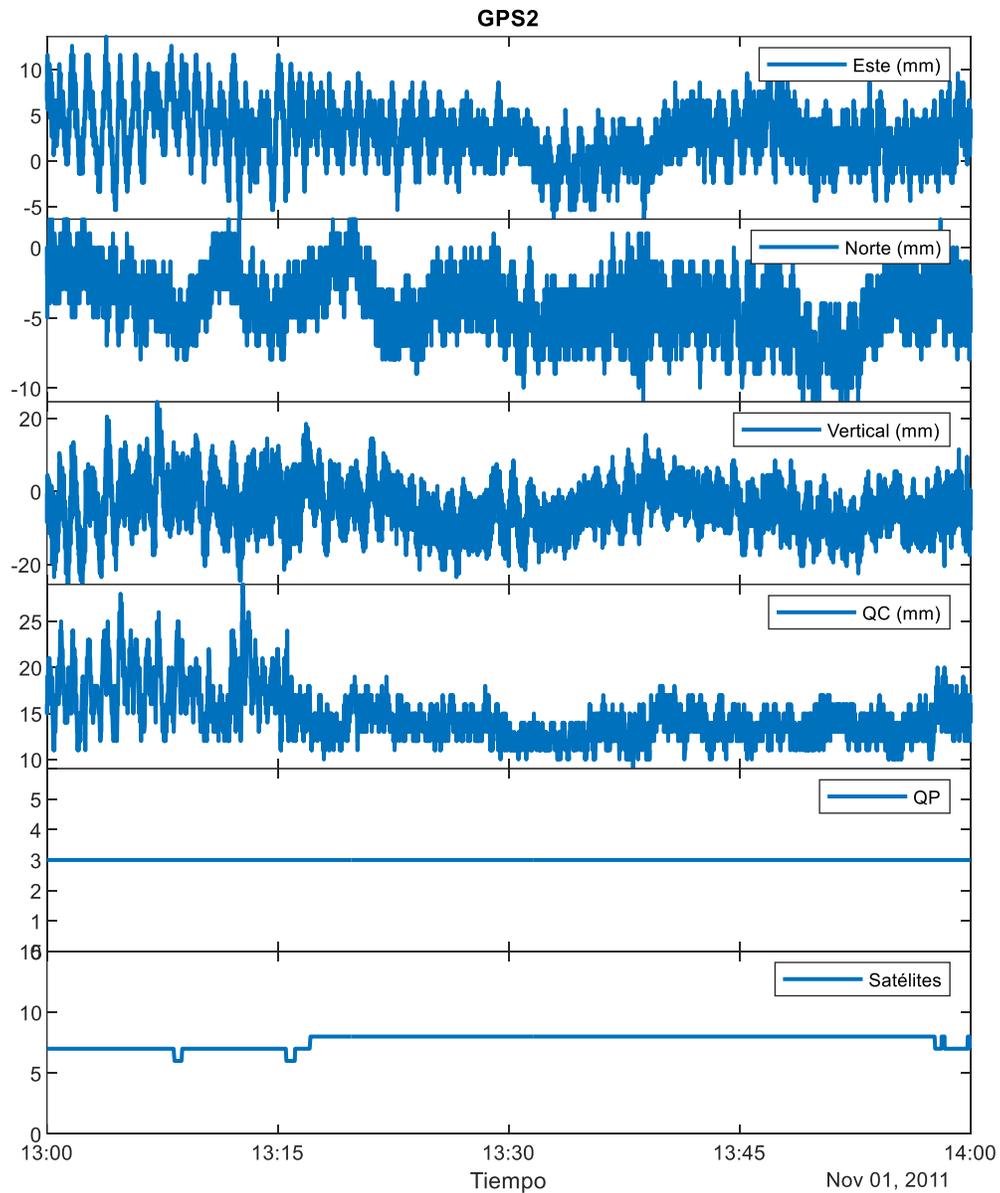
(Kijewski-Correa, 2005), la posición de línea base se establece registrando posiciones de GPS durante la noche, ya que se minimizan los efectos de expansión térmica y las ráfagas de viento. La posición promedio de la estructura bajo repetidas observaciones y en las condiciones anteriores producirá con mayor precisión una línea base estática para ser utilizada como referencia en mediciones futuras. De este modo, se realizó un registro continuo de alrededor de 1 hora a partir del día 30 de octubre de 2011, en donde el promedio de las coordenadas se consideró como las coordenadas de referencia. En la **Tabla 5-1** se muestran los valores de coordenadas obtenidos. Experimentos similares se realizaron con anterioridad con la intención de definir las coordenadas de referencia (Murià-Vila et al., 2009).

**Tabla 5-1. Coordenadas de referencia.**

| Receptor                 | Este (m)     | Norte (m)      | Vertical (m) |
|--------------------------|--------------|----------------|--------------|
| GPS2 – Azotea SO (móvil) | 485 537.0916 | 2 150 617.4320 | 2 307.8615   |
| GPS3 – Azotea NE (móvil) | 485 581.3013 | 2 150 623.0716 | 2 308.2387   |

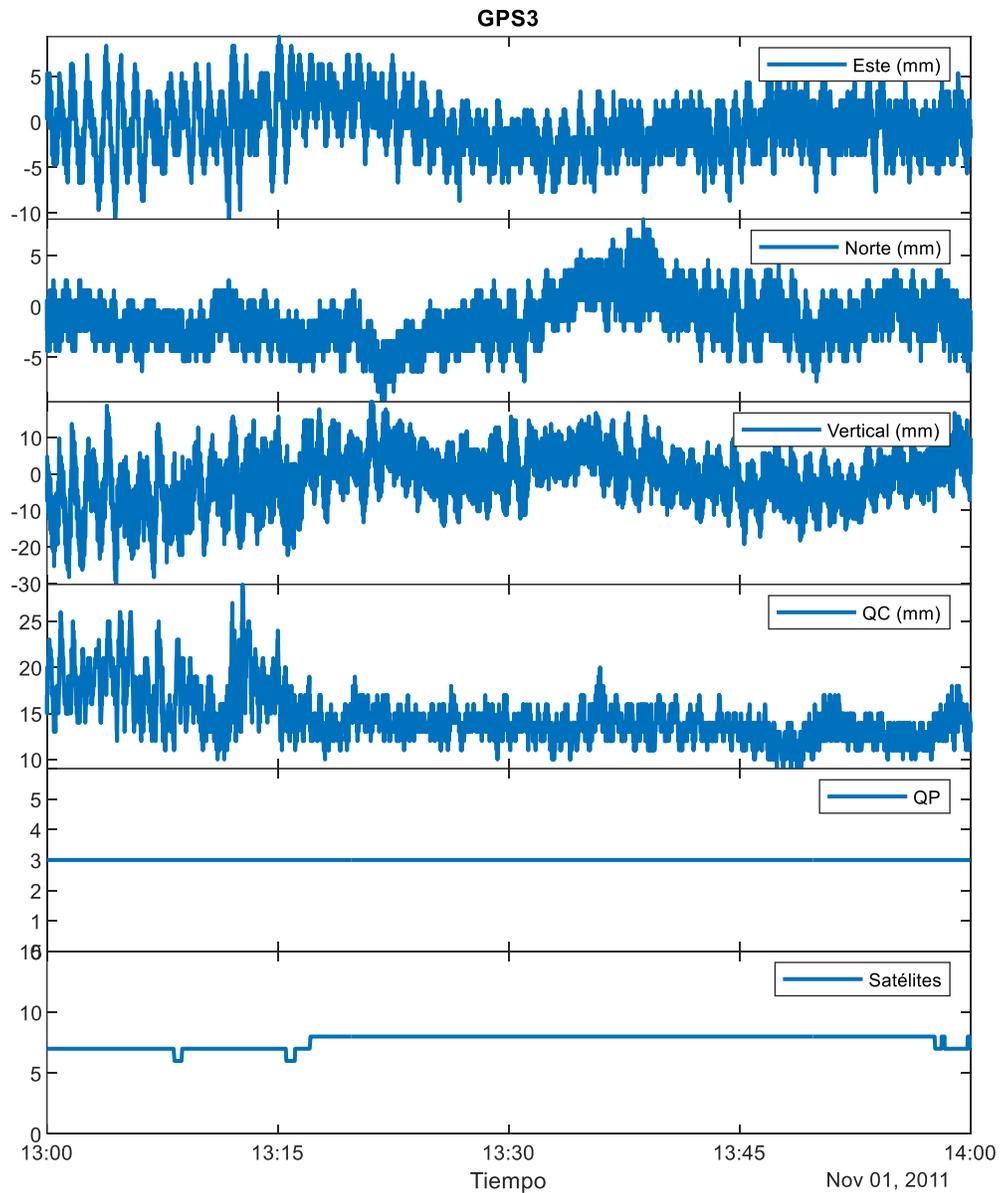
Nota(s): Fecha: 30 de octubre de 2011. Duración: 1 hora. Hora: 10-11 PM

La señal base (señal de salida del GNSS spider) en ocasiones se observa corrupta, es decir, aparecen deslizamientos/saltos abruptos en los desplazamientos. Este fenómeno se justifica por una o más de las siguientes condiciones sucediendo simultáneamente o no: que el valor de la PQ no sea el adecuado, que la QC sea alta y/o que el número de satélites sea bajo. En realidad, deben de establecerse límites mínimos y/o requeridos de los parámetros para reforzar la idea de que dicho valor puede representar al verdadero desplazamiento. De este modo, se establecieron los siguientes criterios: **1)** el valor de PQ se fijó es un estatus con valor en 3 (la resolución de ambigüedades debe ser Posición en Tiempo Real, Ambigüedades Fijas); **2)** el valor de CQ debía ser menor o igual a 0.025 m (valor experimental, la señal parece eliminar los desfases abruptos); y **3)** y el número de satélites utilizados en el cálculo fuese de al menos 4 (el principio de funcionamiento de la tecnología GPS establece que al menos se necesitan 4 satélites para resolver el posicionamiento). De ahí que se hayan seleccionado LQQ como formato de salida.



**Figura 5-2. Registro GPS2 de 1 hora el día 1 de noviembre 2011.**

Los tres primeros ejes muestran la variación de las coordenadas en el tiempo (Local: Ciudad de México) en Este, Norte y Vertical. El cuarto eje se refiere a la calidad de coordenada (CQ), el quinto a la calidad de posición (PQ) y finalmente el sexto eje al número de satélites ocupados en el cálculo.



**Figura 5-3. Registro GPS3 de 1 hora el día 1 de noviembre 2011.**

Los tres primeros ejes muestran la variación de las coordenadas en el tiempo (Local: Ciudad de México) en Este, Norte y Vertical. El cuarto eje se refiere a la calidad de coordenada (CQ), el quinto a la calidad de posición (PQ) y finalmente el sexto eje al número de satélites ocupados en el cálculo.

## 5.4 Propuesta metodológica: Parte 1 - Determinación de la respuesta dinámica

### 5.4.1 Mitigación del ruido de color (ruido de bajas frecuencias)

Siguiendo la distribución espectral del ruido propuesta por (Han y Rizos, 1997), el ruido de bajas frecuencias ( $5 \times 10^{-5} \sim 2 \times 10^{-2} \text{ Hz}$ ) debería ser atribuido al ruido atmosférico, el efecto multitrayectoria y ruido del receptor (**Figura 4-3**). Asimismo, (Rizos, 2008) señala que las frecuencias bajas (0~0.1Hz) se componen por los efectos estático y semi estático (**Figura 4-4**), siendo atribuidos, el primero principalmente a cargas de viento, y el segundo a factores ambientales como el cambio de temperatura.

Por un lado, aislar los efectos de bajas frecuencias, sobre todo con el objetivo de remover los errores y estimar el comportamiento estático, es complejo, principalmente porque las vibraciones inducidas son débiles y el ruido, esencialmente debido al efecto multitrayectoria, es significativo. En la mayoría de los casos, el enfoque para el análisis de las componentes de bajas frecuencias se inclina hacia la búsqueda de únicamente disminuir el efecto multitrayectoria, asumiendo que la estimación del efecto estático puede ser comprometido o eliminado durante el procesamiento de la señal. Por otro lado, el modelo espectral que sigue una señal GPS también tiene implicaciones para el análisis del movimiento dinámico de una estructura. De acuerdo con (Moschas y Stiros, 2013), si a la señal se le aplicará un filtro paso banda a partir del límite del ruido de color, por ejemplo, a partir de la frecuencia de transición ( $0.4 \text{ Hz} \lesssim f_0 \lesssim 2.5 \text{ Hz}$ ) la componente de periodo corto del desplazamiento aparente prácticamente contendría sólo el desplazamiento dinámico más ruido blanco. Por el contrario, si el filtro paso banda se aplicará a partir de un límite de ruido estáticamente significativo ( $0.2 \text{ Hz} \lesssim f_0 \lesssim 0.4 \text{ Hz}$ ), la información estaría caracterizada por ruido blanco más ruido de color estadísticamente no significativo. En este sentido, la dificultad de estimar adecuadamente la respuesta dinámica queda determinada por el hecho de si la frecuencia de vibración efectiva, en este caso, la frecuencia de la estructura se encuentra en la misma banda que la frecuencia del ruido.

Es de notarse que la frecuencia de transición,  $f_0$ , puede ser menor a la frecuencia de la estructura,  $f_n$ , pero según el intervalo  $f_0$  hay gran posibilidad de que ésta sea muy cercana o supere a  $f_n$ . Como consecuencia, si se aplicará un filtro pasa-banda directamente para eliminar el ruido de color, también podría suceder que en el proceso éste suprimiera además a la frecuencia de la estructura. Y aunque, para el caso de eventos sísmicos resulta ventajosos que el orden de las amplitudes registradas se encuentre más allá del ruido, se propone estudiar otras estrategias con el mismo objetivo de remover dichas componentes.

Algunos ejemplos de metodologías halladas en la literatura para estimar y remover las componentes de periodo corto son: (Hristopoulos et al., 2007) presentan una técnica de eliminación de tendencia lineal por partes (sugiriendo ventanas con valores de  $0.1 \leq \lambda \leq 3$  minutos); (Moschas y Stiros, 2011) proponen una estimación basada en un filtrado derivado de técnicas de aprendizaje supervisado (filtrado de primer nivel); (Foorootan et al., 2021) aplican un filtro de Kalman y un filtro de media móvil, entre otros.

Para lidiar con el inconveniente del ruido de bajas frecuencias, se propone abordar el tema bajo el enfoque de un análisis de multiresolución (MRA) de la señal. La idea básica de aplicar este tipo de técnica radica en la posibilidad de obtener una señal total o reconstruida a partir de la suma total o parcial de los componentes. De esto modo, se puede proceder de dos formas: **1**) reconstruir la señal mediante la selección de los componentes adecuados; o

2) reconstruir la señal con todos los componentes, pero previamente filtrados. El resultado en ambos casos correspondería a una señal con dichos inconvenientes mitigados.

La idea de reducir el ruido mediante EMD se presenta en (Flandrin et al., 2004); (Baykut et al., 2009); (Chen et al., 2010); (Montillet et al., 2012); (Kermarrec y Schön, 2020). Sin embargo, para el desarrollo de este trabajo se propone aplicar una forma más robusta de EMD, que considere las principales dificultades (superposición modal, confusión modal, ruido residual, y/o modos esporádicos) de ésta y otras versiones menos robustas. Se aplica la versión (i)CEEMDAN, pero se retoman varias de las ideas de las propuestas de dichos autores.

Ahora bien, reescribiendo la **Ec. 5.1**, el desplazamiento puede ser expresado como:

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\lambda_b-1} d_k(t) + \left\{ \sum_{k=\lambda_b}^N d_k(t) + r(t) \right\} \quad \text{Ec. 5.10}$$

Considerando que la descomposición en modos por iCEEMDAN causará por un lado, que el primer IMF,  $d_1(t)$ , contenga a los componentes frecuenciales más altos, y por el otro, que el último IMF,  $d_n(t)$ , contenga a los componentes frecuenciales más bajos; y asumiendo que los componentes de altas frecuencias son esencialmente atribuibles al efecto multitrayectoria, el ruido de bajas frecuencias puede ser estimado si se calcula el umbral  $\lambda_b$ , y quedaría representado por  $\{\bullet\}$ . Por ejemplo, en (Chen et al., 2010) el efecto multitrayectoria se halló contenido en el último IMF y el residuo. Pero para lograr una mejor aproximación es oportuno establecer un criterio que justifique seleccionar uno u otro modo. Para lidiar con ello, se propone establecer un criterio basado en el análisis fractal de la señal. Este análisis se aplica a series cuyos PSD siguen una ley de potencia, y en efecto, las series de tiempo GPS caen en dicho caso. Muchas señales que parecen fractales, al tener autosimilitud en un amplio rango de sus densidades espectrales de potencia, son análogas a una de las dos clases de series de tiempo fractales (Eke et al., 2000): ruido gaussiano fraccional (fGn) o movimiento browniano fraccional (fBm). Idealmente, un proceso fGn podría clasificarse como estacionario y un proceso fBm como no estacionario. Y por supuesto, al utilizar observaciones reales es importante comprobar si el ruido es fGn o fBm para evitar una errónea interpretación de los resultados. La diferencia entre ambos procesos se visualiza en la (Figura 4-2).

El criterio se centra en estimar el exponente de Hurst. La aplicabilidad de la metodología a emplear depende del tipo de ruido presente. De acuerdo con (Delignieres et al., 2006), los siguientes cuatro métodos: SD, lowPSDwe, DFA, and SSC, parecen ser capaces de distinguir entre fGn y fBm, al menos cuando los verdaderos exponentes  $H$  están lo suficientemente lejos del límite  $1/f$  (frontera fGn/fBn), y en tal caso, sugieren entender los resultados de la siguiente manera: un proceso clasificado como fGn con exponente cercanos a 1 es en realidad un proceso fBm, y lo contrario, también es válido.

La idea para establecer un criterio de selección consiste en aprobar o descartar determinado IMF de acuerdo con su valor estimado de  $H$ . Retomando las propiedades del exponente, cuando  $H > 0.5$  el proceso es persistente o posee LRD, por el contrario, cuando  $H < 0.5$ , el proceso es antipersistente o STM. Lo fundamental en esto, radica en distinguir que las fluctuaciones aleatorias presentes en la señal son ruido (con características fractales) y no el puro comportamiento real de la medición. De tal forma que, para un IMF con  $H > 0.5$ , éste se descarta. Se propone emplear DFA-1 (ajuste con tendencia lineal) para estimar  $H$ . El

parámetro  $\alpha$  de la metodología DFA se relaciona con el  $\beta$ , del modelo de potencia, y consecuentemente con  $H$ , de la siguiente forma (Heneghan y McDarby, 2000):

$$\begin{cases} H=(\beta+1)/2 & | \beta \in [-1, +1]; H=\alpha & | \alpha \in [0, 1] & \text{Para fGn} \\ H=(\beta-1)/2 & | \beta \in [+1, +3]; H=\alpha-1 & | \alpha \in [1, 2] & \text{Para fBm} \end{cases} \quad \text{Ec. 5.11}$$

En este sentido, dado que el umbral no interfiere para distinguir entre fGn o fBm, basta con emplear a un estimador de  $H$  aplicable en ambas circunstancias. De esta forma,  $\lambda_b$  en la Ec. 5.10, se puede representar como sigue:

$$\lambda_b = \min(J) \quad | \quad J = \{ k \mid 0.5 < \hat{H}_k = \text{DFA}(d_k(t)) < 1 \} \quad \text{Ec. 5.12}$$

#### 5.4.2 Mitigación del ruido blanco (ruido de altas frecuencias)

Luego de tratar el ruido de las bajas frecuencias, se procede a mitigar el ruido residual. La descomposición en modos sigue siendo de utilidad en esta parte del procesamiento. Se asume que el ruido residual es ruido blanco y que se encuentra principalmente contenido en el primer IMF (Kermarrec y Schon, 2020). Este inconveniente se puede atacar desde una perspectiva de reducción de ruido a través de la transformada wavelet.

Considerando lo anterior, en resumen, la metodología queda dada por:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= W_{\text{avt}}(d_1(t)) + \sum_{k=2}^{\lambda_b-1} d_k(t) + \left\{ \sum_{k=\lambda_b}^N d_k(t) + r(t) \right\}; \\ \lambda_b &= \min(J) \quad | \quad J = \{ k \mid 0.5 < \hat{H}_k = \text{DFA}(d_k(t)) < 1 \} \end{aligned} \quad \text{Ec. 5.13}$$

En dónde:  $\tilde{x}(t)$  es la estimación del desplazamiento;  $W_{\text{avt}}(\bullet)$  denota reducción de ruido a través de la transformada wavelet;  $\{\bullet\}$  es el efecto multitrayectoria;  $\text{DFA}(\bullet)$  denota la estimación del parámetro de Hurst,  $\hat{H}_k$ , para el  $k$ -ésimo IMF,  $d_k(t)$ , mediante el método DFA-1 ( $m=1$ , lineal);  $J$  se refiere al subconjunto de índices  $k$  en los que el correspondiente valor de  $\hat{H}_k$  se encuentra entre 0.5 y 1; y  $\lambda_b$  es el menor índice (valor) del conjunto  $J$  que representa el umbral a partir del cual el ruido es persistente.

### 5.5 Propuesta metodológica: Parte 2 - Determinación de la verticalidad

El desplomo se refiere a la variación entre un punto y su proyección sobre la vertical en ese plano de referencia. En este caso, las mediciones se refieren a la variación de las esquinas de la torre más cercanas a las antenas GPS. Dado un punto de referencia, la diferencia entre la distancia de la esquina en azotea y la distancia de la esquina en base respecto a ese mismo punto y en una misma dirección horizontal (longitudinal o transversal), corresponde al desplomo del punto en observación en esa dirección. Debido a que las ubicaciones de las antenas no eran precisamente esquinas del edificio, la distancia entre la antena y el punto de referencia debe ser corregida por la distancia de la antena a la esquina de interés. De este modo para monitorear la verticalidad del edificio, la variación del desplomo se puede calcular como un desplomo inicial más el desplazamiento aparente registrado por la antena GPS más la distancia de la antena a la esquina en azotea, es decir:

$$r_b(\tau) = \bar{d}(\tau) + r_0 = \frac{1}{n} \sum_{t=\tau}^{\tau+1} d(t) + r_0 \quad \text{Ec. 5.14}$$

En dónde  $r_b$  es al desplomo de la torre en la dirección  $b$  del edificio en el tiempo  $\tau$  con  $\Delta\tau=1h$ ;  $\bar{d}(t)$  es el promedio horario de desplazamiento aparente; y  $r_0=r_{b_0}+r_{a-e}$  es una constante inicial, definida como la suma del desplomo inicial  $r_{b_0}$  y la distancia de la antena a la esquina de interés  $r_{a-e}$ .

La serie de tiempo sobre la verticalidad del edificio puede ser similar, en análisis, a otras con aplicaciones geodésicas y geofísicas. La cantidad más fundamental (y común) que los geofísicos desean medir a partir de observaciones geodésicas es la velocidad secular (tectónica), que es la tendencia lineal de una serie de tiempo (Floyd y Herring, 2020). En series de tiempo GPS de larga duración, el análisis se basa en la identificación y estimación de los modelos funcional y estocástico. El modelo funcional, en términos generales, está descrito por la tendencia progresiva de la trayectoria, los saltos instantáneos de posición y los desplazamientos periódicos o cíclicos (Bevis et al., 2020). El modelo estocástico toma en consideración los efectos no determinísticos omitidos en el modelo funcional. Y el método de mínimos cuadrados se aplica para identificar los errores no modelados y estimar los parámetros tanto en el modelo funcional como en el estocástico (Amiri-Simkooei, 2020). El ejercicio de estimar la verdadera trayectoria es un proceso complejo y para el cual las técnicas empleadas son bastante robustas y de alta carga computacional.

Se ha establecido con anterioridad que las series de tiempo medidas con GPS se componen por una combinación de ruido blanco y ruido de color. El principal efecto del ruido correlacionado temporalmente sobre la tasa secular es disminuir la precisión formal (aumenta las incertidumbres formales) al estimar una tendencia (Floyd y Herring, 2020), sin embargo, el impacto debe ser analizado bajo el contexto de una aplicación determinada.

Para la estimación de la verticalidad de la torre, no es de interés medir una tasa del movimiento secular, y, por lo tanto, la precisión no es la que se requiere en los análisis que miden la velocidad de las placas tectónicas. Se propone describir la tendencia y los desplazamientos estacionales en la serie de tiempo mediante un análisis menos robusto al proceso tradicional para series de tiempo de larga duración de aplicaciones geofísicas, simplemente a través del suavizado de los datos mediante un filtro de media móvil (MA):

$$\tilde{r}(t) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M x(t+j) \quad \text{Ec. 5.15}$$

En donde  $x(t)$  es la señal,  $j$  el tiempo correspondiente al final de la ventana,  $M$  el tamaño de la ventana de análisis y  $\tilde{r}(t)$  es el desplazamiento estimado con el filtro de MA.

## 5.6 Implementación de las metodologías

### 5.6.1 Remoción del ruido de bajas frecuencias (ruido de color)

La implementación del algoritmo iCEEMDAN, se realizó a través de la función en MATLAB “ceemdan.m” de (Torres et al., 2011) basada en el algoritmo de EMD y su función “emd.m” propuesto por (Rilling et al., 2003); ambos códigos disponibles en <http://perso.ens-lyon.fr/patrick.flandrin/emd.htm>, particularmente por las implicaciones que conlleva su correcta implementación (p.ej. en la selección de un criterio adecuado de finalización usado en el proceso “sifting”). Las consideraciones para definir los parámetros fueron las siguientes: se eligió un método de interpolación tipo “spline”; se fijaron 100 interacciones máximas para el proceso de sifting; tomando como base las generalidades en (Flandrin et al., 2004) y (Flandrin et al., 2005) para EMD, el número máximo de modos también se consideró como el número común de modos en iCEEMDAN, por lo que se establecieron 7 modos máximos; la desviación estándar (amplitud) del ruido se fijó en 0.2; y el tamaño de ensamblajes en 50 realizaciones, de acuerdo con las recomendaciones en (Torres et al., 2011).

Por otro lado, el algoritmo para realizar la técnica de DFA es con base al algoritmo de (Ihlen, 2012) en MATLAB (“code 5”). Se consideró que las escalas definidas tomarán longitudes de  $n$  desde  $2^4$  a  $2^{10}$  puntos, es decir, la señal se seccionó en  $m = \text{round}(N/n)$  segmentos que comprendieran desde 16 a 1024 puntos, respectivamente. En cada segmento y para todas las escalas se ajustó un polinomio de grado uno ( $m = 1$ ). El valor de  $\bar{F}(n)$  se determinó como el promedio de la varianza residual de cada ventana,  $F(n)$ , para la longitud  $n$  del segmento dado. El parámetro  $\alpha$  se calculó como la pendiente de un modelo lineal ajustado a los datos del  $\log_2(\bar{F}(n))$  y el  $\log_2(n)$ . El valor estimado del exponente de Hurst,  $\hat{H}$ , se estimó de acuerdo con la relación entre  $H$  y  $\alpha$  establecida en la **Ec. 5.11**.

### 5.6.2 Remoción del ruido de altas frecuencias (ruido blanco)

El algoritmo de wavelet para reducción de ruido se implementó siguiendo lo descrito en (Chao et al., 2009). Para ello, se empleó la función disponible en la librería de MATLAB: “wdenoise.m”. Los parámetros asociados son los siguientes: La familia wavelet corresponde a la familia ortogonal de Daubechies (dbN), en concreto, a la ‘db3’, con tres momentos de fuga, con una longitud de filtro de 6 y un ancho de bloque de 5. La regla de reducción es a través del umbral universal de tipo “soft”.

# 6. Resultados y análisis

## 6.1 Análisis de la respuesta dinámica ante eventos sísmicos

Aunque el objetivo primordial de la instrumentación GPS reside en el monitoreo de la verticalidad de la torre, igualmente ha permitido registrar en algunas ocasiones, una serie de eventos sísmicos a lo largo de su funcionamiento en poco más de 10 años. Desde sus inicios en agosto de 2011, hasta hace un par de años, los sistemas de instrumentación han registrado la presencia de al menos 25 sismos (**Tabla 6-1**).

En esta sección se analizan los resultados medidos por el GPS2 durante el evento sísmico 14-1, ocurrido el 7 de julio de 2014. La duración elegida para el registro comprende 40 minutos de información (48000 puntos) a una frecuencia de muestreo  $F_s=20$  Hz. Se comentan principalmente los resultados obtenidos al aplicar la metodología en la dirección L (Este) de la estructura (Ver **Figura 3-2**), pero también se hacen comentarios generales.

Los datos de la (**Figura 6-1**) presenta lo registrado, se muestran todas las variables transmitidas en los mensajes de navegación NMEA-LQQ, tanto en las tres direcciones principales de la estructura, como en las variables complementarias. Todos los casos, se visualiza sin pérdida de información. Sin embargo, en otros eventos sísmicos (**Tabla 6-1**), por ejemplo, en los sismos 13-3 y 14-1 existen pequeños instantes o a veces lapsos significativos con datos no registrados, generalmente durante las fases más intensas de los sismos. Esto, por lo regular sucede cuando aparece un valor alto de la CQ o un número bajo de satélites y a veces por un estatus erróneo en la PQ. Probablemente, el valor de la CQ supera los límites predefinidos (de 0.025 m) debido a que la estación de referencia no es estrictamente estacionaria, sino que, en realidad, se encuentra sujeta al desplazamiento en azotea del cuerpo bajo (edificio pequeño de 2 niveles) en el que la antena está montada (Ver **Figura 3-2**). Como consecuencia se falta al principio de posicionamiento del RTK comprometiendo la precisión, desde luego, con mayor evidencia ante mayores desplazamientos como los inducidos durante un evento sísmico. En vista de que, en el evento mostrado, la CQ es adecuada, el número de satélites suficiente y el PQ indica un cálculo correcto en la resolución del ajuste por mínimos cuadrados, se registra una señal prácticamente sin pérdida de datos y el prefiltrado produce las mismas señales crudas (solamente centradas con respecto a las coordenadas de referencia) como desplazamientos aparentes.

Una vez obtenidos los desplazamientos aparentes, se procede a implementar el algoritmo iCEEMDAAN. Se presentan los resultados correspondientes a la dirección L del edificio. La descomposición en múltiples resoluciones de la serie de tiempo del evento se muestra en 7 modos más el residuo (**Figura 6-2**). Durante el procesamiento de la información se ha visto que, por lo general, la descomposición iCEEMDAN alcanza a producir 7 componentes IMF, lo que significa que, el valor fijado para modos máximos es un buen punto de partida. Esto, por un lado, permite continuar con el siguiente paso del análisis, confirmando seguridad de que no se ha confundido alguna componente de baja frecuencia como parte del ruido y, por lo tanto, que no se ha eliminado información útil. Y, por otro lado, también contribuye a disminuir el tiempo de procesamiento computacional. Visualmente, el último eje

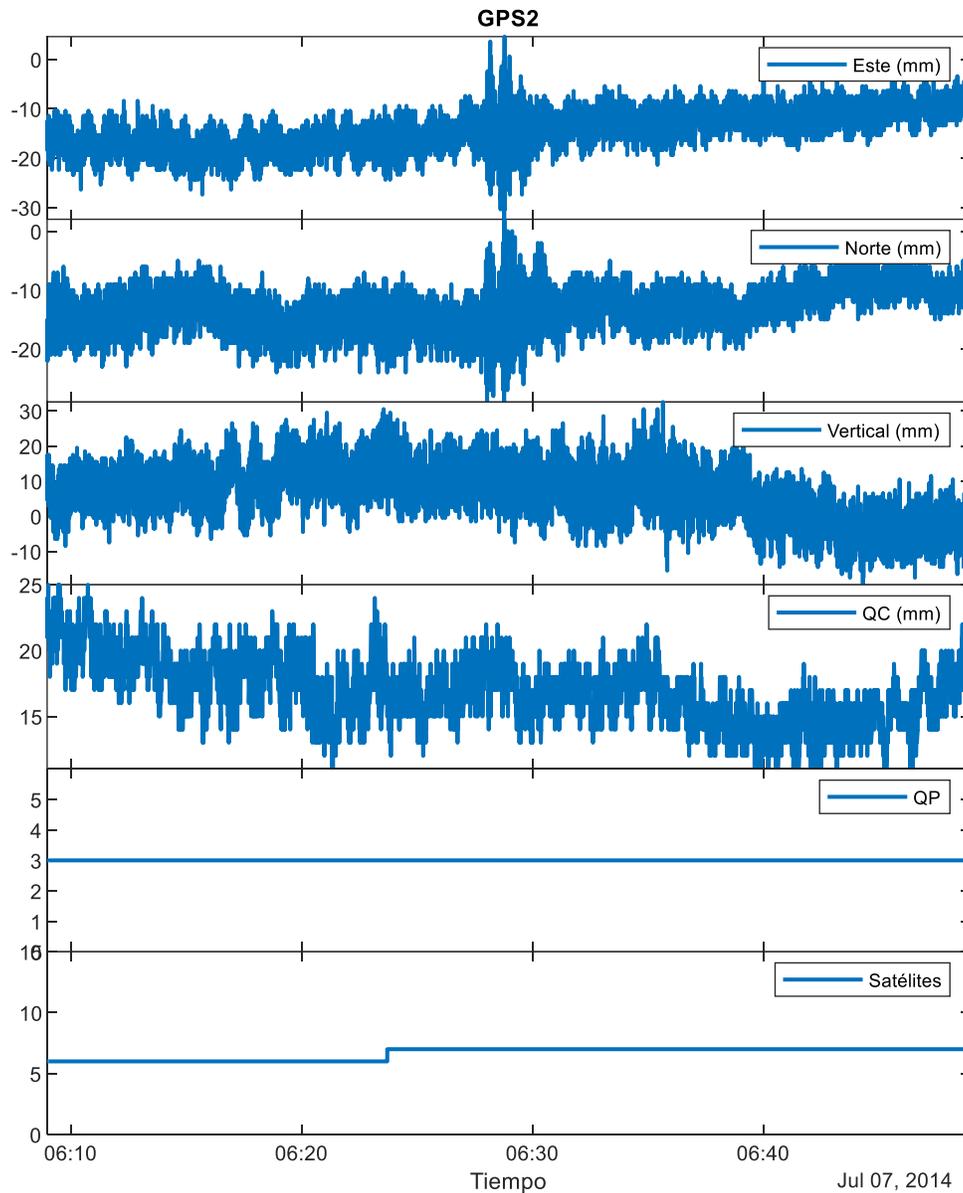
correspondiente al residuo parece ya captar toda la tendencia de la señal, lo que podría llevar a pensar que  $\lambda_b > IMF_{max}$  y por lo tanto  $\{ \lambda \} = f(f)$  (Ver **Ec. 5.10**). Por otro lado, también a primera vista, el IMF-3, IMF-4 e IMF-5 parecen almacenar prácticamente toda la respuesta estructural debida al sismo.

**Tabla 6-1. Características de los sismos registrados por la instrumentación sísmica (acelerómetros).**

Extraída de (Murià-Vila et al., 2021).

| Evento | Fecha     | M    | Depic<br>km | PGA<br>cm/s <sup>2</sup> | I <sub>h-Arias</sub><br>cm/s | A <sub>b-max</sub><br>cm/s <sup>2</sup> |       | f<br>Hz |      |
|--------|-----------|------|-------------|--------------------------|------------------------------|---|-------|---------|------|
|        |           |      |             |                          |                              | L                                       | T     | L       | T    |
| 11-1   | 25 feb 11 | 6.0  | 430         | 0.9                      | 0.02                         | 4.8                                     | 6.7   | 0.67    | 0.59 |
| 11-2   | 07 abr 11 | 6.7  | 539         | 1.6                      | 0.08                         | 13.3                                    | 15.0  | 0.64    | 0.58 |
| 11-3   | 10 dic 11 | 6.5  | 214         | 17.2                     | 2.85                         | 57.7                                    | 78.3  | 0.62    | 0.57 |
| 11-4   | 16 dic 11 | 4.6  | 364         | 0.4                      | <0.01                        | 2.0                                     | 2.0   | 0.66    | 0.58 |
| 12-1   | 20 mar 12 | 7.4  | 358         | 31.8                     | 15.04                        | 176.3                                   | 163.0 | 0.56    | 0.55 |
| 12-2   | 02 abr 12 | 6.0  | 356         | 7.9                      | 0.41                         | 27.2                                    | 35.3  | 0.56    | 0.55 |
| 12-3   | 11 abr 12 | 6.4  | 475         | 5.0                      | 0.42                         | 32.5                                    | 27.9  | 0.57    | 0.55 |
| 12-4   | 15 nov 12 | 6.1  | 225         | 6.1                      | 0.52                         | 15.2                                    | 33.4  | 0.58    | 0.56 |
| 13-1   | 21 abr 13 | 5.8  | 392         | 7.8                      | 0.57                         | 42.7                                    | 59.4  | 0.57    | 0.55 |
| 13-2   | 16 jun 13 | 5.8  | 162         | 20.6                     | 3.44                         | 73.4                                    | 108.1 | 0.57    | 0.54 |
| 13-3   | 21 ago 13 | 6.0  | 305         | 8.9                      | 0.95                         | 39.5                                    | 54.0  | 0.54    | 0.54 |
| 140    | 09 mar 14 | 5.8  | 408         | 1.3                      | 0.05                         | 8.4                                     | 16.7  | 0.57    | 0.55 |
| 14-1   | 18 abr 14 | 7.2  | 352         | 30.0                     | 12.86                        | 132.2                                   | 192.9 | 0.53    | 0.53 |
| 14-2   | 08 may 14 | 6.4  | 336         | 29.4                     | 8.50                         | 99.0                                    | 168.8 | 0.56    | 0.53 |
| 14-3   | 10 may 14 | 6.1  | 345         | 8.5                      | 0.92                         | 42.3                                    | 46.7  | 0.56    | 0.54 |
| 14-4   | 07 jul 14 | 6.9  | 844         | 2.1                      | 0.17                         | 15.7                                    | 18.2  | 0.55    | 0.54 |
| 14-5   | 29 jul 14 | 6.4  | 392         | 3.4                      | 0.16                         | 16.6                                    | 24.3  | 0.55    | 0.55 |
| 15-1   | 20 mar 15 | 5.4  | 168         | 3.8                      | 0.09                         | 7.8                                     | 13.6  | 0.59    | 0.56 |
| 17-1   | 07 sep 17 | 8.2  | 750         | 22.3                     | 11.11                        | 157.0                                   | 104.3 | 0.55    | 0.55 |
| 17-2   | 19 sep 17 | 7.1  | 124         | 85.6                     | 89.26                        | 336.5                                   | 359.3 | 0.50    | 0.52 |
| 17-3   | 23 sep 17 | 6.1  | 569         | 1.8                      | 0.08                         | 10.3                                    | 13.6  | 0.50    | 0.53 |
| 18-4   | 25 dic 18 | 5.0  | 750         | 0.4                      | <0.01                        | 1.7                                     | 3.0   | 0.55    | 0.55 |
| 18-1   | 16 feb 18 | 72.0 | 372         | 20.8                     | 6.43                         | 107.3                                   | 107.8 | 0.52    | 0.53 |
| 18-2   | 17 feb 18 | 5.9  | 408         | 2.4                      | 0.05                         | 10.1                                    | 13.0  | 0.51    | 0.52 |
| 18-3   | 18 feb 18 | 6.0  | 383         | 4.5                      | 0.28                         | 15.9                                    | 30.2  | 0.52    | 0.53 |

M: Magnitud, D<sub>epic</sub>: Distancia epicentral al edificio; PGA: Aceleración pico del suelo, I<sub>h-Arias</sub>: Intensidad de Arias, A<sub>b-max</sub>: Máxima aceleración en el edificio, f: frecuencia natural del edificio, NA: No aplicable.



**Figura 6-1. Evento sísmico registrado por el GPS-2 (en esquina SE en azotea) el 4 julio de 2014. Desplazamientos aparentes en Este, Norte, Vertical, QC, QP y número de satélites, de arriba abajo.**

Luego, el análisis fractal de la serie de tiempo se muestra en las **Figura 6-3** y **Figura 6-4**. En la **Figura 6-3**, la técnica DFA-1 se implementa en la serie de tiempo como entidad, y en la **Figura 6-4**, en cada IMF de la descomposición. Por un lado, el modelo ajustado por mínimos cuadrados, descrito por la relación  $F(n) \propto n^{\alpha}$ , visto en las gráficas  $\log_2$ - $\log_2$ , produce un polinomio de grado uno con un valor de pendiente de  $\alpha=0.85$  para la señal como entidad. Lo que significa que la familia de ruido presente en la serie de tiempo (completa),  $x(t)$ , corresponde a la del ruido fGn. De acuerdo con la relación entre exponentes para dicho tipo de ruido (ver **Ec. 5.11**), el exponente estimado que sigue el espectro de potencia corresponde a  $\hat{\beta}_x=0.70$  y el parámetro estimado de Hurst es igual a  $\hat{H}_x=0.85$ . Por otro lado, para el caso individual de los componentes IMF, los valores de  $\alpha$  se encuentran entre 0.16 y

1.68, lo que implica que dichos componentes estarían descritos tanto por ruido fGn como por ruido fBm.

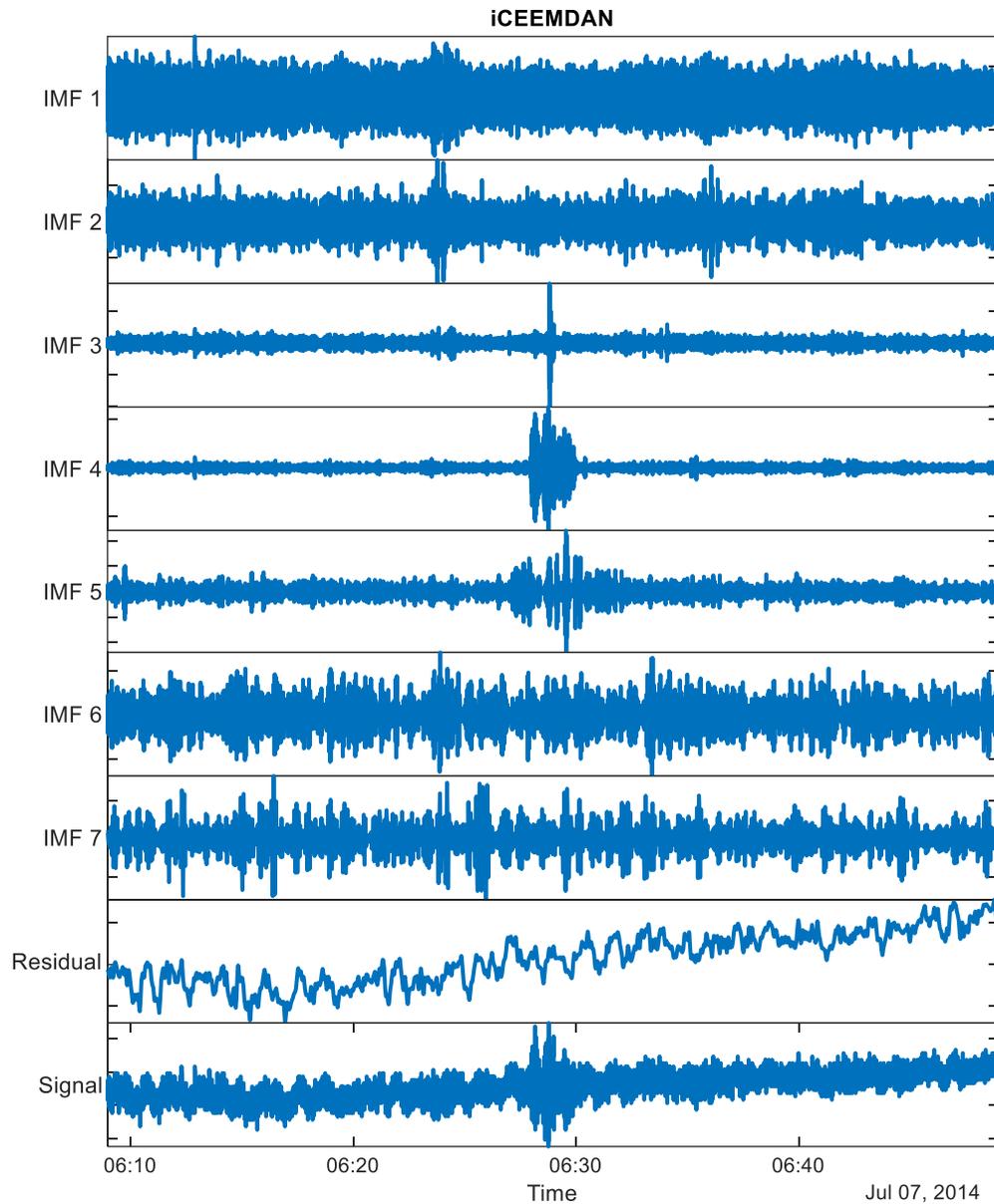
En vista de lo obtenido por DFA-1 en la estimación de dichos valores, se establece que el umbral que permite llevar a cabo la estimación del ruido de bajas frecuencias ocurre cuando  $\lambda_b=7$ , lo que significa que los componentes IMF del 1 al 6 teóricamente contribuyen al verdadero desplazamiento, y sólo el componente IMF 7 forma parte del ruido de bajas frecuencias (o, en otras palabras, se descarta como componente efectivo). Un resumen de los exponentes de  $\alpha$  se presenta en la **Figura 6-5**.

La dificultad para estimar la respuesta estática, principalmente debido a los errores sistemáticos introducidos en dicha banda de frecuencias y a las posibles amplitudes de éstos con relación a la probable respuesta de la estructura, conlleva a pensar que el efecto medido en las bajas frecuencias es debido meramente al ruido, y en mayor medida, atribuible al efecto multitrayectoria. De este modo, surge la pregunta de si el efecto multitrayectoria debería ser determinado a través de una señal con duración igual al tiempo en que se repite su ciclo, es decir, en ventanas de un día sidéreo (23h, 56m y 4s), en vez de ventanas de una duración mucho menor. Para ello, la metodología se aplicó tanto a la señal de duración sidérea como a ventanas más pequeñas en duración, y el resultado mostró que la estimación utilizando estas últimas es prácticamente igual a la producida por la señal de mayor duración (**Figura 6-6**). Desde luego, ya que EMD, es un proceso adaptativo (totalmente basado en las características locales de los propios datos), esto tiene mucho sentido. Por lo tanto, la estimación del efecto multitrayectoria en la ventana de duración elegida es una aproximación suficiente.

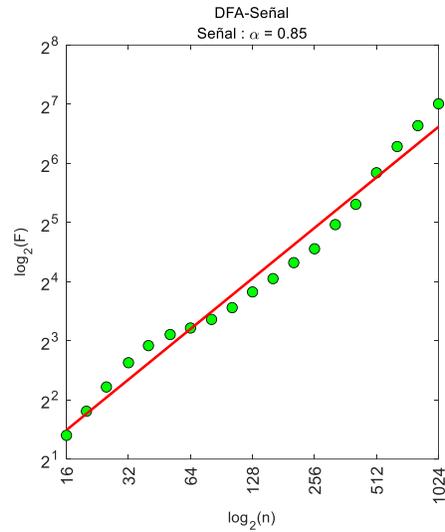
Una vez definidos los modos IMF que contribuyen al desplazamiento estimado, queda pendiente la reducción del ruido de altas frecuencias. La suposición es que el ruido de altas frecuencias se concentra en su mayoría en el primer IMF, así que, lo que sigue es procesar dicha componente mediante la transformada wavelet. En la **Figura 6-7** se presenta la comparativa entre el primer IMF y la señal estimada de dicho componente. Ésta última corresponde a la aportación real del IMF 1 para conformar el desplazamiento aparente.

El principio de la metodología se basa en reconstruir la señal solamente tomando en cuenta las aportaciones reales y no el ruido. Por consiguiente, el desplazamiento estimado se calcula como la suma de los IMF efectivos y la aportación real del primer modo. El resultado se muestra en la **Figura 6-8** para la dirección L y en la **Figura 6-9** para la dirección T. El desplazamiento aparente en la dirección longitudinal tiene media de -14.30 mm y desviación estándar de 3.73 mm, después de la metodología, el desplazamiento estimado tiene media cero y desviación estándar de 1.71 mm. Para el caso de la dirección transversal, las medias son de -13.22 mm y cero, y la desviación estándar de 3.30 y 1.61 mm, para los desplazamientos aparente y estimado, respectivamente. Además, debido a este evento sísmico, los mayores desplazamientos registrados en el edificio son de 17.4 mm y 14.8 mm en la dirección longitudinal y transversal, respectivamente.

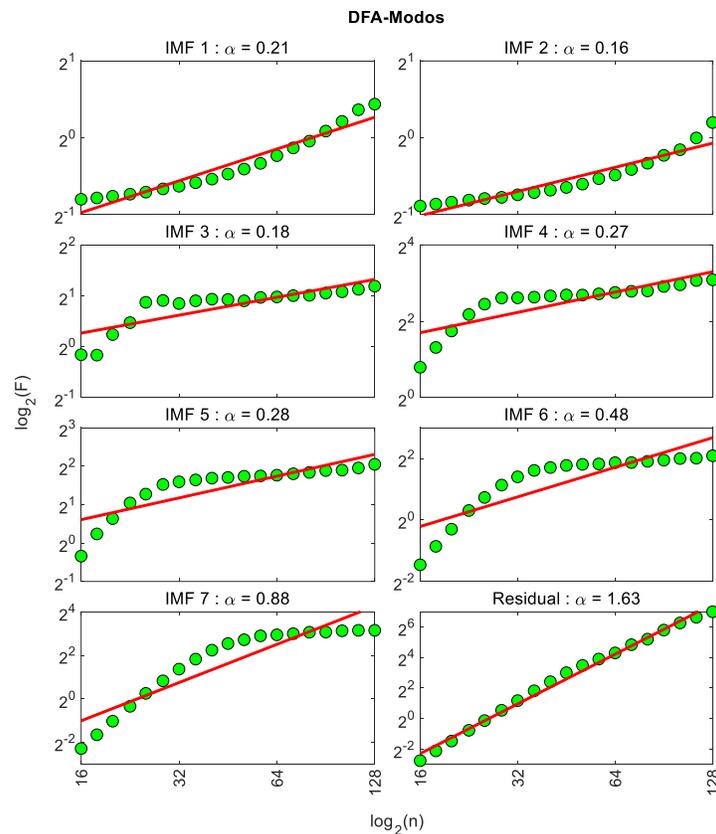
La forma de la señal de otros eventos sísmicos luego de la metodología se muestra en la **Figura 6-10** y **Figura 6-11** para la dirección L y T, respectivamente. La mayoría corresponde al GPS2, aunque en algunos casos, cuando la información no se registró, se muestran los datos del GPS3.



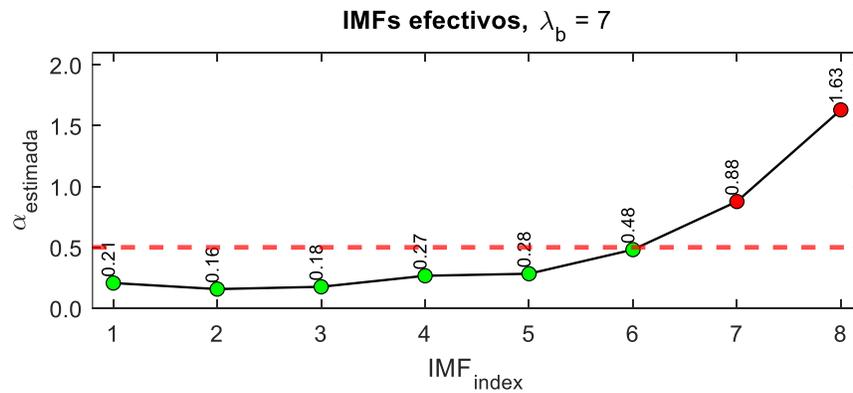
**Figura 6-2. Descomposición del desplazamiento aparente en sus correspondientes modos IMF a través del algoritmo de iCEEMDAN. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014. El residuo podría ser totalmente atribuido al efecto multitrayectoria.**



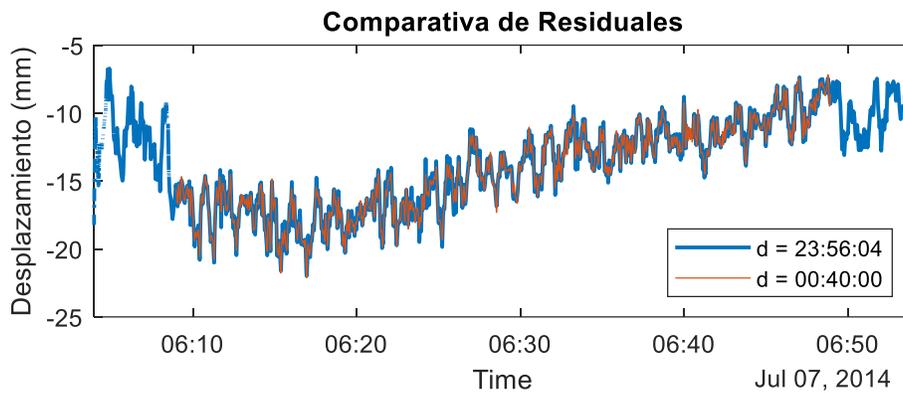
**Figura 6-3. Estimación del exponente  $\alpha$  para la señal (entera) en dirección longitudinal mediante DFA-1. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.**



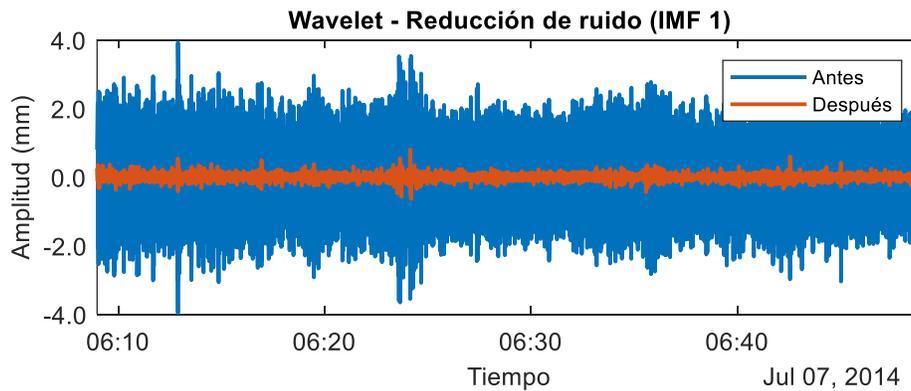
**Figura 6-4. Estimación del exponente  $\alpha$  (relacionado con H) de cada IMF mediante DFA-1. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.**



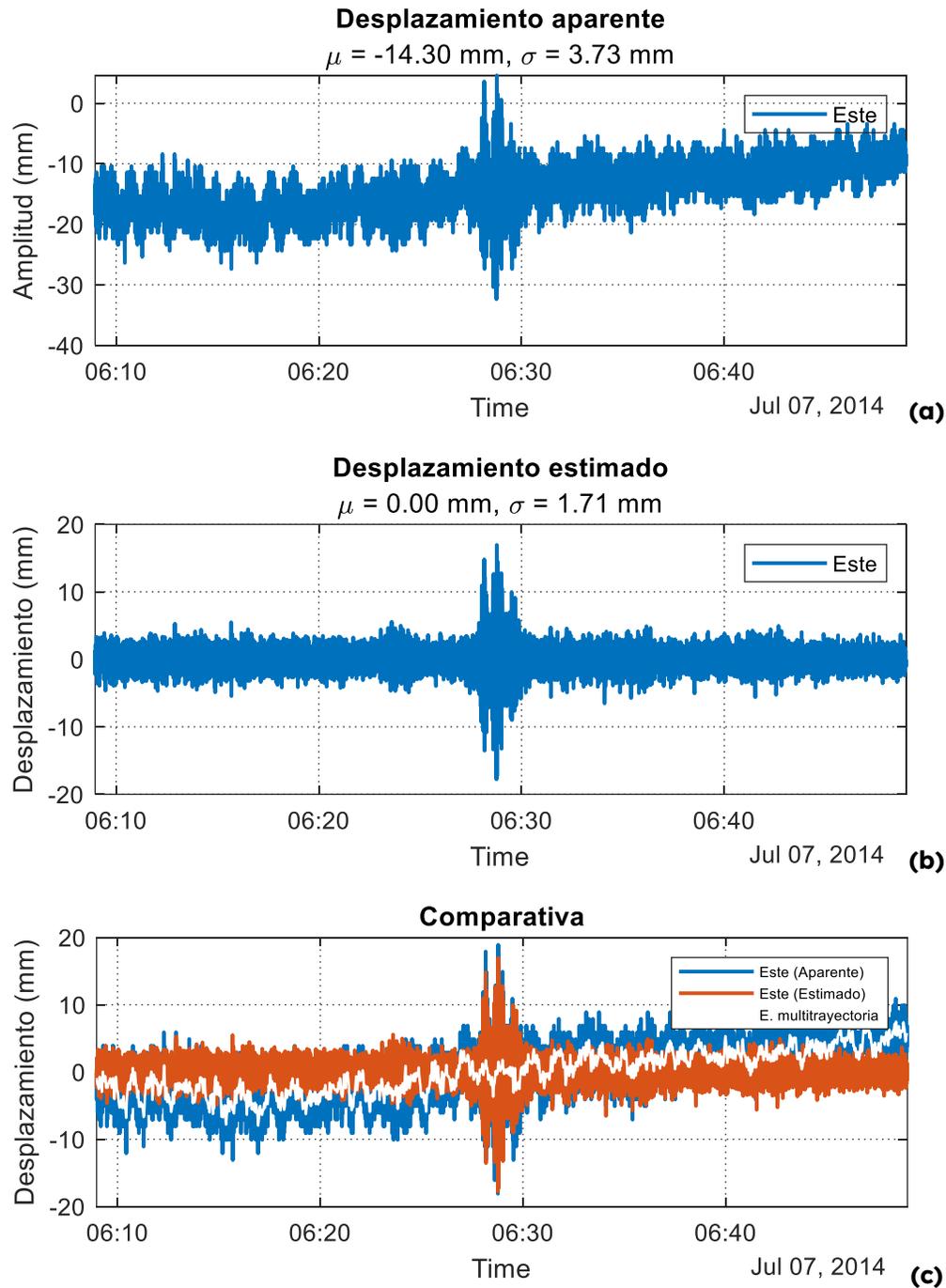
**Figura 6-5. Estimación del exponente  $\alpha$  de cada IMF. En rojo verde los valores que se conservan y en rojo los que se descartan. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.**



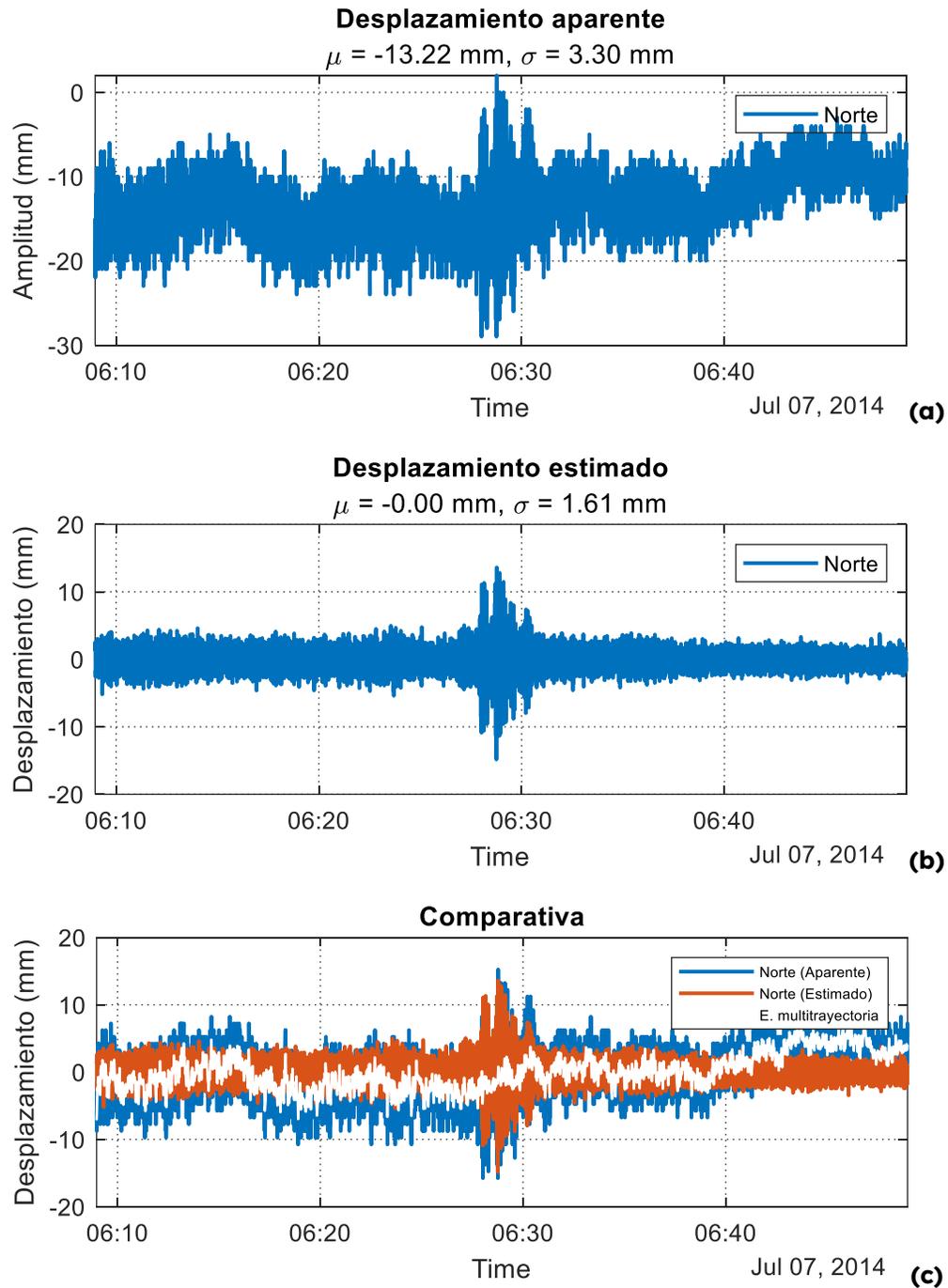
**Figura 6-6. Comparativa de Residuales al aplicar iCEEMDAN para una ventana de duración sidérea (23 h 56 m 04 s) y una ventana de análisis de 40 minutos. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.**



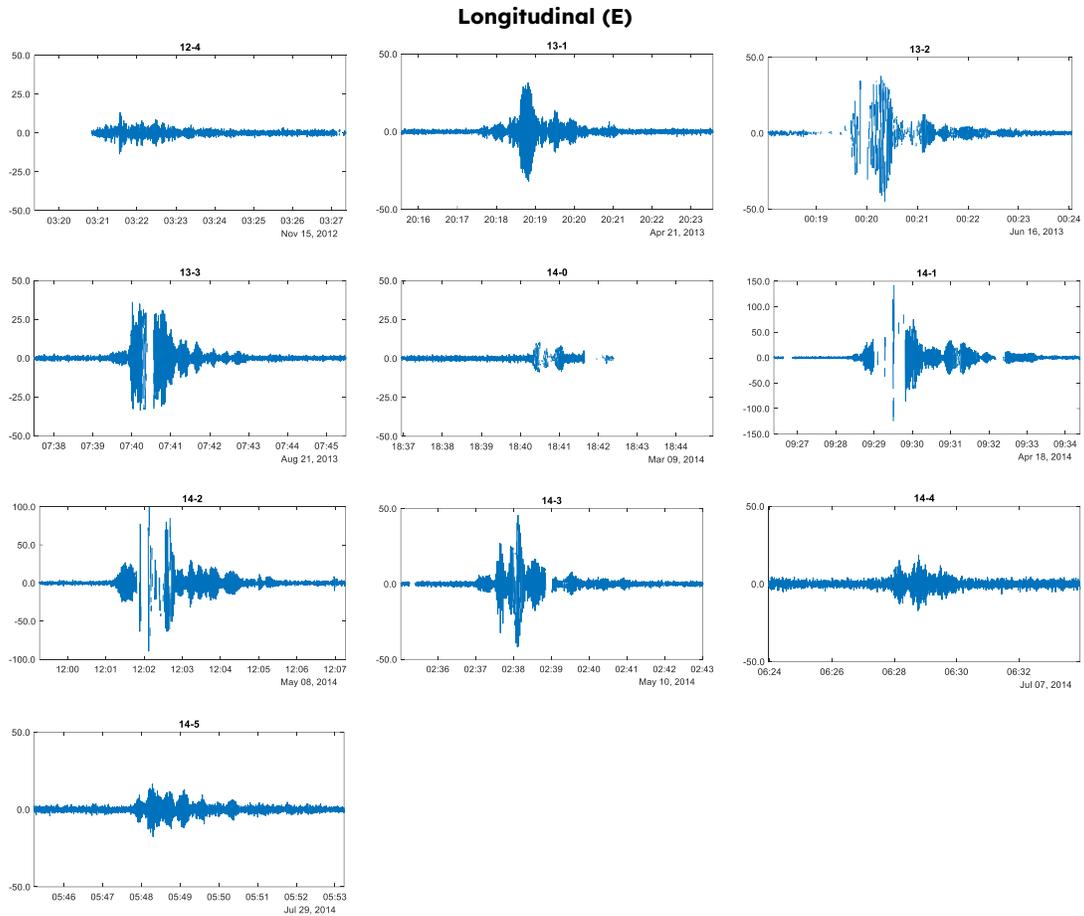
**Figura 6-7. Reducción de ruido blanco (ruido de altas frecuencias) mediante wavelet aplicado al IMF1. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.**



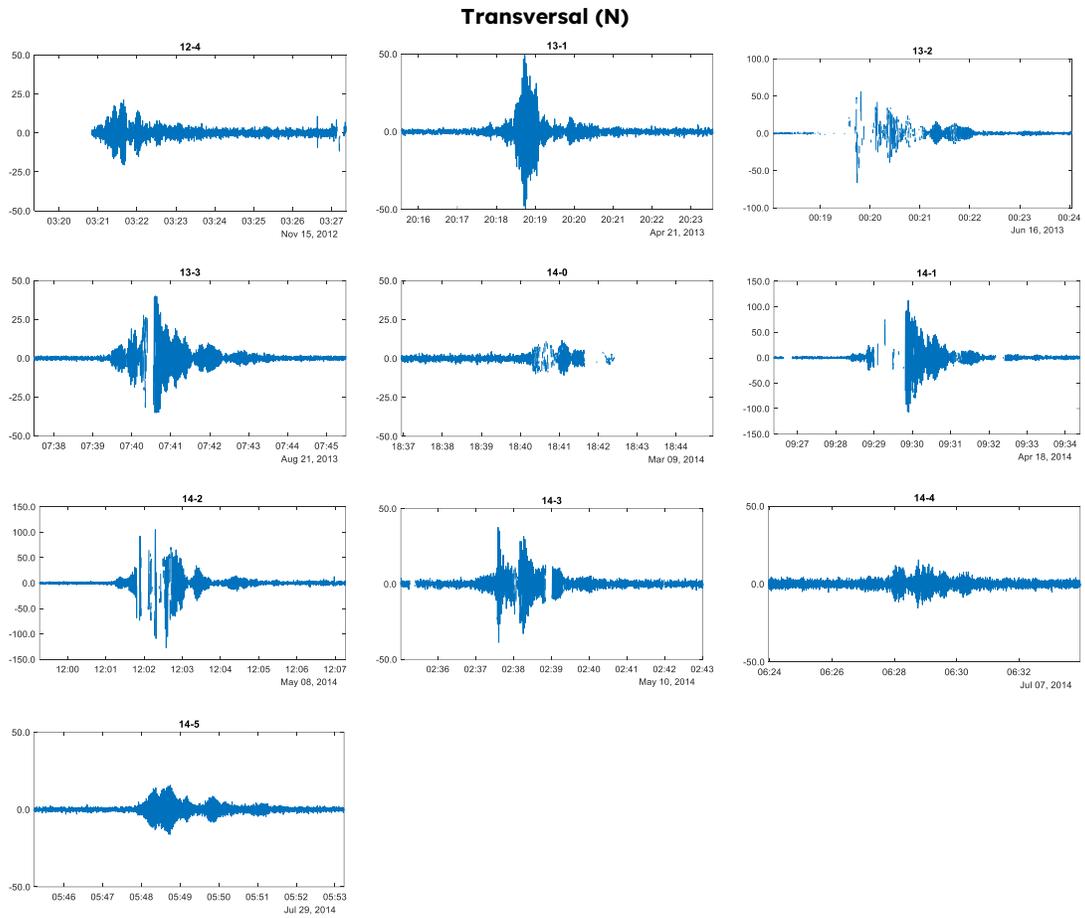
**Figura 6-8. (a) Desplazamiento aparente en la dirección (L) (Este). (b) Desplazamiento estimado en la dirección (L) (Este) después de la metodología. (c) Comparativa entre los desplazamientos aparente y estimado. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.**



**Figura 6-9. (a) Desplazamiento aparente en la dirección (T) (Norte). (b) Desplazamiento estimado en la dirección (T) (Norte) después de la metodología. (c) Comparativa entre los desplazamientos aparente y estimado. Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.**



**Figura 6-10. Algunos eventos registrados por la instrumentación GPS luego de la metodología en la dirección Longitudinal (Este). (En su mayoría, los datos corresponden al GPS2).**

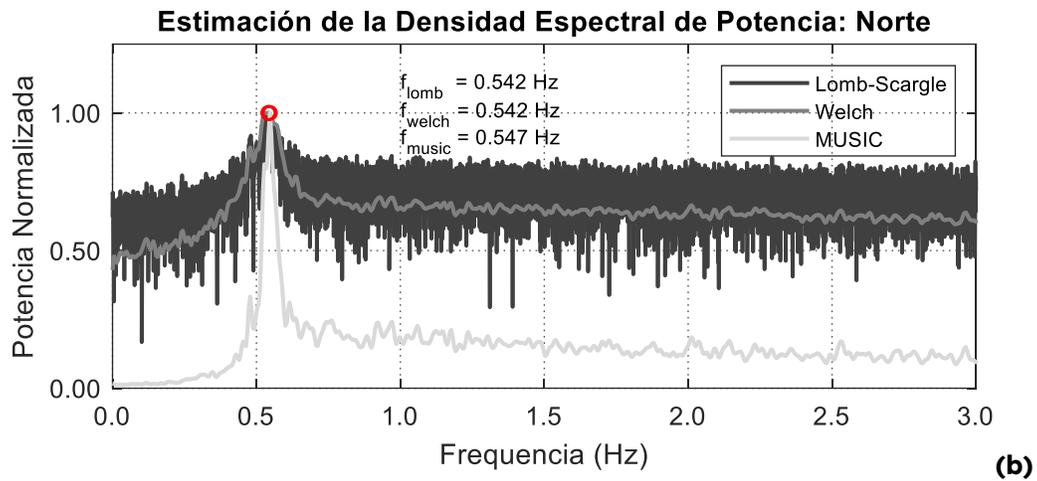
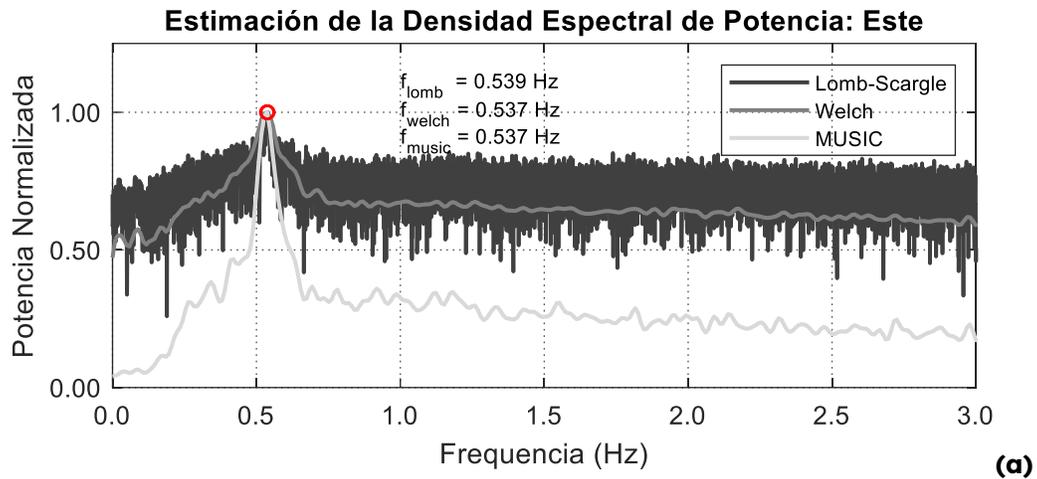


**Figura 6-11. Algunos eventos registrados por la instrumentación GPS luego de la metodología en la dirección Transversal (Norte). (En su mayoría, los datos corresponden al GPS2).**

El análisis espectral de la señal permitirá calcular el periodo de vibración de la estructura. Para determinar el contenido espectral en las diferentes direcciones de desplazamientos estimados, la estimación de la densidad espectral se realizó mediante tres métodos: Welch, el algoritmo de Clasificación de señales múltiples (MUSIC) y Lomb-Scargle. La razón de emplear los últimos dos se basa en que, por un lado, el algoritmo de MUSIC es un método efectivo en la detección de sinusoides enterrados en el ruido, especialmente cuando las relaciones señal/ruido son bajas; y por el otro, Lomb-Scargle posee la ventaja de que para su implementación no es necesario que la señal se encuentre uniformemente espaciada en el tiempo, o, en otras palabras, no es requisito que haya sido muestreada a una tasa constante, ni tampoco que la señal esté completa en información, lo que significa que en los casos en que la señal presente una pérdida de información considerable, este algoritmo de estimación espectral podría proveer de una aproximación suficiente de la potencia aportada por las diferentes frecuencias y de los máximos.

El análisis espectral aplicando los tres métodos al desplazamiento estimado para la dirección Este se presenta en la **Figura 6-12 (a)**. Para fines comparativos, las potencias se normalizaron a un rango de valores de entre 0 y 1. La distribución de la potencia, en los tres casos, muestra la existencia de un pico máximo (al parecer con mayor prominencia en el algoritmo de MUSIC) que se atribuye a la frecuencia natural de la estructura. Las frecuencias correspondientes a los valores máximos obtenidos son: 0.539 Hz, 0.537 Hz y 0.537 Hz, para Lomb-Scargle, Welch y MUSIC, respectivamente. Las tres estimaciones espectrales prácticamente señalan que la frecuencia principal de la estructura en esa dirección es  $f_n^E=0.54$  Hz. En el caso en que no exista pérdida de información, como en este evento, no se distingue una diferencia significativa en la ubicación de los valores máximos de la potencia, pero en otros eventos donde la pérdida de información es importante, la diferencia, sí es evidente. Para esos casos, la técnica de Lomb-Scargle parece proveer estimaciones más cercanas a los valores medidos por los acelerómetros. En la **Figura 6-12 (b)**, también se presenta la estimación espectral para la dirección Transversal (Norte) del desplazamiento estimado del evento sísmico 14-1. El máximo indica que  $f_n^T=0.54$  Hz. Las frecuencias naturales para el mismo evento sísmico pero calculados utilizando las medidas registradas por los acelerómetros son de 0.55 Hz y 0.54 Hz (Murià-Vila et al., 2021) (Ver **Tabla 6-1**).

Este análisis, en el dominio de la frecuencia, indica que el contenido frecuencial de la estructura en efecto está presente, sin embargo, aparentemente sólo la contribución de la frecuencia principal es distinguible, pues no se observan otros máximos que señalen la presencia de frecuencias que pertenezcan a los siguientes modos de vibrar.



**Figura 6-12. Estimación de la densidad espectral mediante Lomb-Scargle, Welch y el algoritmo de MUSIC. (a) Dirección longitudinal (Este). (b) Dirección transversal (Norte). Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.**

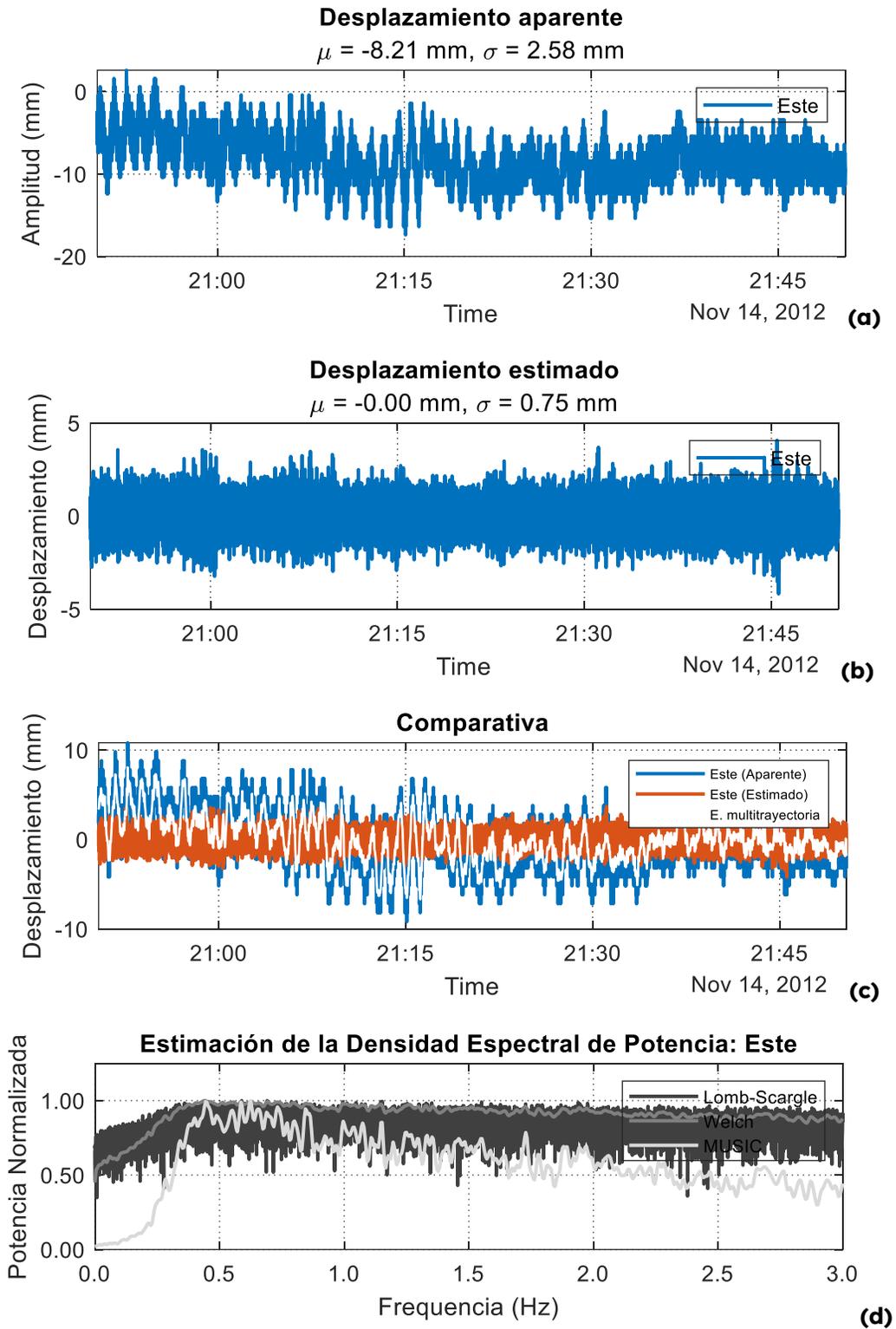
## 6.2 Análisis de la respuesta dinámica bajo condiciones de vibración ambiental

En algunos trabajos pioneros relacionados con la aplicación de los sistemas GPS en el monitoreo estructural, existen experimentos controlados en los cuales se ha obtenido la respuesta en desplazamiento de una antena GPS previamente montada sobre una pequeña mesa vibradora. Los resultados muestran que comportamientos sinusoidales con amplitudes milimétricas, en algunos casos menores a la precisión dada por el fabricante de la instrumentación empleada en el edificio estudiado en este trabajo; y de frecuencias cercanas a la frecuencia natural de esta estructura, han podido ser extraídas. Algunos ejemplos en los que se emplea instrumentación similar son (Chan et al., 2006) y (Kochly, 2006). (De acuerdo con Leica, para la Serie Leica GRX1200, la precisión post proceso en mediciones de fase, es de 5 mm + 0.5 ppm y 10 mm + 0.5 ppm en dirección horizontal y vertical respectivamente). De acuerdo con ello, surge la inquietud de analizar la respuesta dinámica de la estructura bajo condiciones de amplitudes de vibración ambiental, principalmente con el objetivo de identificar el periodo natural de la estructura.

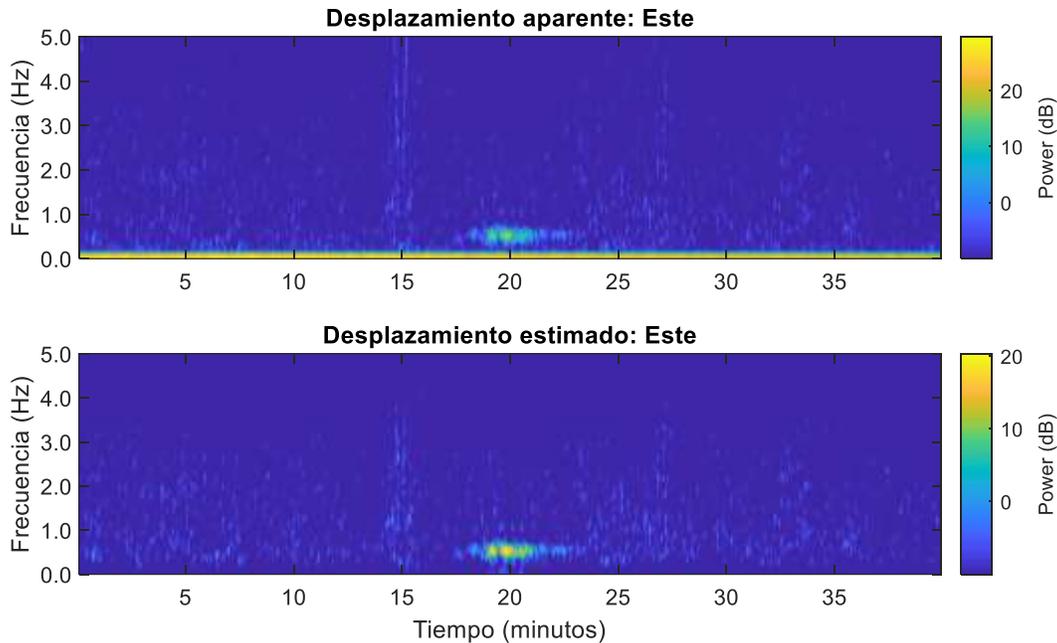
Se analiza el desplazamiento aparente medido por el GPS2 en la dirección L (Este) durante el 14 de noviembre de 2014. La duración elegida para el registro comprende 60 minutos de información (72 000 puntos) a una frecuencia de muestreo  $F_s=20$  Hz. El registro se muestra en la **Figura 6-13 (a)**. Inicialmente los valores de la media y desviación estándar (del desplazamiento aparente) son de -8.21 mm y 2.58 mm, respectivamente. Una vez aplicada la metodología, los valores de la media y desviación estándar del desplazamiento estimado cambian a 0 mm (la serie de tiempo está centrada en la media) y 0.75 mm. Una distribución normal de la serie de tiempo indicaría que aproximadamente el 99% de los datos se encuentra en el rango de  $\pm 3\sigma$ , es decir, para el desplazamiento aparente el rango varía entre  $\pm 7.54$  mm y para el desplazamiento estimado entre  $\pm 2.25$  mm. La metodología aplicada a este registro se presenta en la **Figura 6-13 (b)**. Y la **Figura 6-13 (c)** presenta la comparativa de desplazamiento antes y después de la metodología.

El análisis espectral de la serie de tiempo no muestra algún valor máximo para ninguno de los tres métodos, incluso para el algoritmo MUSIC cuyo potencial está en su ventaja de distinguir frecuencias enterradas en ruido blanco cuando la relación amplitud/ruido es muy pequeña. Esto se percibe incluso si el registro es de diferente duración (mayor). La estimación espectral se muestra en **Figura 6-13 (d)**. Se han analizado múltiples registros bajo estas condiciones (de vibración ambiental), y el resultado sigue siendo el mismo: en ninguno de ellos se ha podido determinar la frecuencia natural de la estructura.

Nuevamente, se plantea analizar el ejemplo de la sección anterior (evento sísmico 14-1), pero ahora bajo una perspectiva en el dominio del tiempo-frecuencia a través del cálculo de su espectrograma. Debido a que un espectrograma permite visualizar la variación del contenido frecuencial a lo largo del tiempo, el resultado de la estimación permite señalar lo siguiente: el contenido frecuencial de la estructura es evidente durante la ocurrencia del sismo, pero no antes, ni después del evento esto se puede observar en la **Figura 6-14 (b)** para el desplazamiento aparente. Incluso si se realiza el espectrograma previo a la metodología, como se ve en la **Figura 6-14 (a)**, se observa que antes y después del sismo, o en realidad, a lo largo de todo el registro, predominan las frecuencias de periodo largo (se sigue el modelo de potencia). Además, no se detecta información adicional.



**Figura 6-13. Metodología aplicada a un registro en condiciones de vibración ambiental**



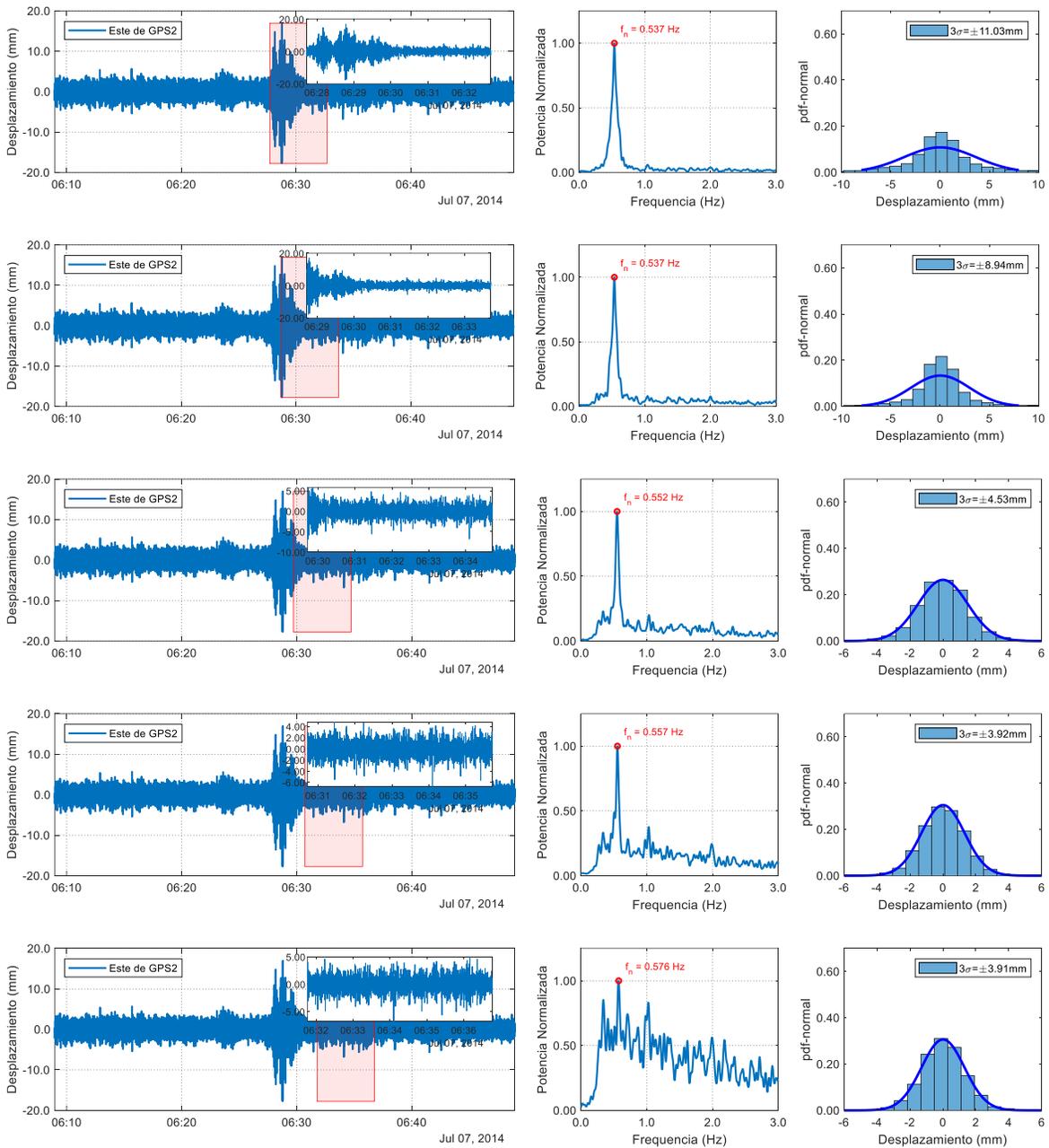
**Figura 6-14. Espectrogramas de la señal. (a) Desplazamiento aparente (Este). (b) Desplazamiento estimado (Este). Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.**

La amplitud del desplazamiento estimado bajo condiciones de vibración ambiental siempre resulta en valores que se encuentran por debajo de la precisión del fabricante ( $\approx 5\text{mm}$ ), y aunque en experimentos de otros autores haya sido posible extraer aproximadamente bien la forma del desplazamiento inducido (original) de amplitudes similares o menores a este umbral, el contexto seguramente es diferente a este trabajo, sobre todo con respecto a lo que concierne al efecto multitrayectoria.

En vista de que la vibración de la estructura debida a un evento dinámico permite identificar sus características dinámicas (porque la amplitud es lo suficientemente grande para salir del ruido), los eventos sísmicos podrían ser utilizados para corroborar la amplitud mínima para la cual los sensores GPS pueden identificar dichas propiedades. Teóricamente, si la fase final de un evento sísmico corresponde a la vibración libre de la estructura, y ahí la respuesta de desplazamiento decae exponencialmente hasta volverse cero, o en realidad, hasta que las mediciones se confundan con el ruido, posiblemente podría hallarse, con mejor aproximación, dicha amplitud en la fase final del evento. Con base en el criterio anterior, se propone analizar un segmento del final de un evento sísmico.

Una vez más, dado que se registró sin pérdida de información y que en comparación con otros sucesos es de los de menor amplitud, el evento 14-1 se toma como ejemplo. Como resultado, en la **Figura 6-15** se muestra el desplazamiento estimado, una ampliación de la ventana seleccionada, la estimación espectral mediante el algoritmo de MUSIC y el ajuste de una distribución normal a los datos. Todo ello, para cinco iteraciones. El procedimiento consiste en mover la ventana de análisis hasta que la frecuencia natural de la estructura se deje de percibir, bajo tales circunstancias se asume que se ha encontrado la amplitud mínima. Entre cada segmento analizado, el desfase es de 1 minuto y la ventana comprende una duración de 5 minutos.

Se observa que los datos siguen adecuadamente una distribución normal, por lo cual el 99% de los datos estará dentro del rango de  $\pm 3\sigma$ . De las gráficas, los valores de  $\pm 3\sigma$  para cada iteración son:  $\pm 11.03$  mm,  $\pm 8.94$  mm,  $\pm 4.53$  mm,  $\pm 3.92$  mm,  $\pm 3.91$  mm. En las primeras dos iteraciones, el máximo en la estimación espectral es evidente y es igual al calculado si se considera la señal de duración completa (40 minutos). Ahí la potencia máxima corresponde a una frecuencia de 0.537 Hz. En las siguientes dos iteraciones, el máximo continúa siendo distinguible, pero la aportación de las potencias de las otras frecuencias ya no se observa tan cercana al cero, además la frecuencia correspondiente al pico se ha movido a 0.552 Hz y 0.557 Hz. En la quinta iteración, el espectro de potencia parece mostrar un máximo en 0.576 Hz, sin embargo, el máximo no es claro, parece más bien, que la distribución de las potencias es parecida en todas las frecuencias. Conforme a ello, se supone que, a partir de ahí, la frecuencia de la estructura no es distinguible, y se asume que ese es el umbral de precisión de la instrumentación bajo el contexto en el que está operando. En tal caso, la serie de tiempo a analizar debería tener datos mayores a 4 mm (3.91 mm), y en términos prácticos, se puede confirmar que el valor dado por el fabricante (5 mm) es adecuado.



**Figura 6-15. Determinación de la amplitud mínima. Desplazamiento estimado (Este). Evento sísmico registrado por el GPS2 (en esquina SE en azotea) el 7 julio de 2014.**

### 6.3 Análisis de la verticalidad de la estructura: 2011 - 2020

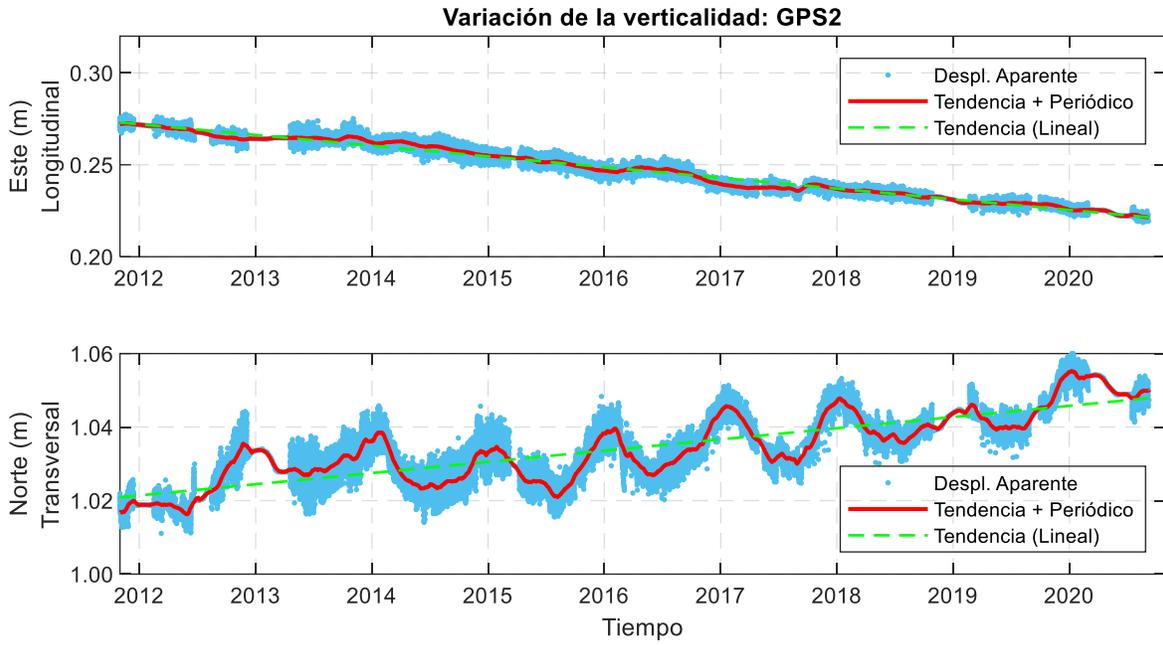
Las series de tiempo de los GPS2 (SO) Y GPS3 (NE) se muestran en la **Figura 6-16** y **Figura 6-17**, respectivamente. El comportamiento típico de series de tiempo GPS incluye la tendencia progresiva de la trayectoria, los saltos instantáneos de posición y los desplazamientos periódicos o cíclicos (Bevis et al., 2020). En algunos casos las señales estacionales reflejan la señal geofísica. Por ejemplo, algunos sitios experimentan un movimiento estacional real asociado con los efectos ambientales locales, como la lluvia, la temperatura, la superficie carga y bombeo de acuíferos (Davis et al., 2012). Posiblemente las componentes periódicas medidas por la instrumentación GPS del edificio puedan ser atribuidas a este último fenómeno. En este sentido, se observa que la componente T (Norte) se describe por una tendencia progresiva lineal, aunque se percibe casi nulamente su componente periódica. Por el contrario, la componente L (Este) también parece seguir una tendencia progresiva lineal, pero su componente periódica es más evidente. Se percibe una periodicidad anual en dicha componente. Este comportamiento aparece en las mediciones tanto de la antena GPS2 como de la GPS3.

Por un lado, en la dirección longitudinal, la verticalidad de la torre ha variado desde un desplomo inicial de 0.272 m hasta un desplomo final de 0.221 m, es decir, perdiendo 5.1 cm, en el punto medido por el GPS2. Para esa misma dirección, pero para el punto medido por el GPS3, las variaciones han ido de 0.309 m a 0.248 m, o lo que es, 6.1 cm que la torre ha recuperado. Por el otro lado, en la dirección transversal, el desplomo inicial es de 1.017 m y el final de 1.050 m, en total 3.3 cm a favor del desplomo, para el GPS2, sin embargo, los valores máximos y mínimo, por la oscilación de la componente periódica son de 1.055 m y 1.016 m, respectivamente. Asimismo, con relación al GPS3, el desplomo en esa dirección ha variado de 1.018 m a 1.026 m, la torre se ha recuperado 0.07 cm, aunque los desplazamientos máximos y mínimos históricos debidos a la componente periódica corresponden a 1.008 m y 1.031 m, respectivamente. La dirección longitudinal presenta mayor variación desde 2011 hasta 2020 en el punto de GPS3 mientras que la dirección transversal presenta mayores variaciones en el de GPS2. En resumen:

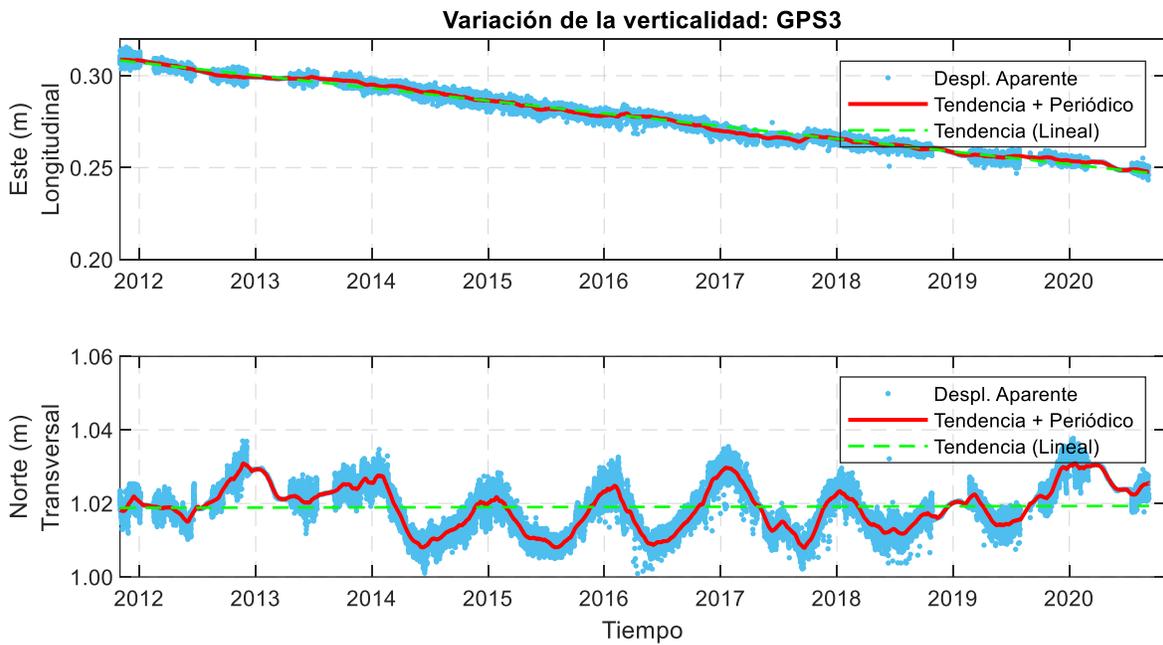
**Tabla 6-2. Variación del a verticalidad de la torre.**

| Referencia/Dirección   | GPS2  |        | GPS3  |        |
|------------------------|-------|--------|-------|--------|
|                        | L (m) | T (m)  | L (m) | T (m)  |
| Inicial (2011)         | 0.272 | 1.017  | 0.309 | 1.018  |
| Final (2020)           | 0.221 | 1.050  | 0.248 | 1.026  |
| Variación* (2011-2020) | 0.051 | -0.033 | 0.061 | -0.007 |
| Mínimo                 | 0.221 | 1.016  | 0.248 | 1.008  |
| Máximo                 | 0.273 | 1.055  | 0.309 | 1.031  |

Nota(s): \*Corresponde a la variación entre el desplomo inicial y final, no entre el máximo y el mínimo.

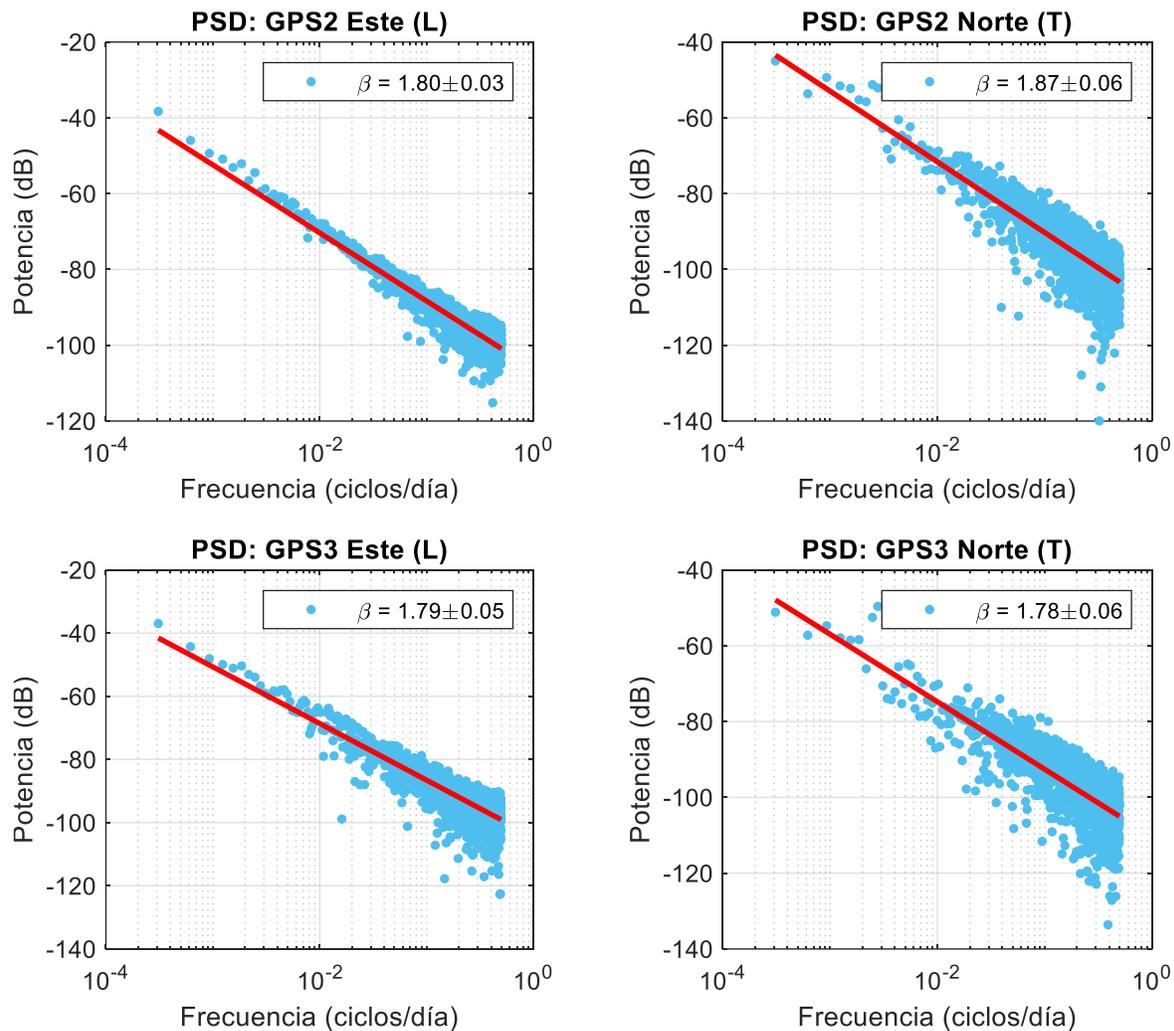


**Figura 6-16. Variación de la verticalidad de la torre registrada por el GPS2 (en esquina SO en azotea).**



**Figura 6-17. Variación de la verticalidad de la torre registrada por el GPS3 (en esquina NE en azotea).**

Con relación a las características espectrales de las series de tiempo GPS diarias, el modelo de potencia,  $P \propto 1/f^\beta$ , ajustado a las estimaciones de la densidad espectral (PSDs), indican que los exponentes  $\beta$  corresponden a valores de 1.80 y 1.87 en las direcciones longitudinal y transversal para el GPS2. Para el caso del GPS3, los índices espectrales corresponden a 1.79 y 1.78 en las direcciones longitudinal y transversal, respectivamente (Ver **Figura 6-18**). En general, valores del índice espectral entre 1 y 2 indican que el ruido en la señal es una combinación de ruido de color (CN) y ruido blanco (WN). Además, estos valores corresponden a los ruidos de tipo random walk (RW) o a la familia de ruidos de fBm, por lo que, podría suponerse que el modelo estocástico se describe mejor por un modelo de ruido blanco y ruido random walk, es decir, WN + RW.



**Figura 6-18. Estimación de la densidad espectral (PSD) de las series de tiempo diarias del GPS2 y GPS3.**

Página en blanco

# 7. Conclusiones

La instrumentación GPS puede ser usada para medir la respuesta de desplazamiento estática y dinámica de edificios, pero su aplicabilidad debe ser analizada con atención. El ruido de color puede ser un inconveniente sumamente complicado (depende del contexto) cuando se está buscando estimar el desplazamiento verdadero.

El análisis de señales GPS para la determinación de la respuesta dinámica estructural permite identificar características dinámicas de la estructura, pero la estimación tanto del desplazamiento como de dichas propiedades, se vuelven más difíciles de estimar en tanto la frecuencia de transición del ruido de color a ruido blanco se acerque o sobrepase a la frecuencia natural de la estructura. Ante lo cual, la metodología propuesta, iCEEMDAN-Hurst-Wavelet, aplicada para estimar la respuesta dinámica, consigue reducir aceptablemente el ruido de la señal.

Ante eventos de amplitudes considerables (sismos), el PSD de la señal procesada muestra con claridad la predominancia de la frecuencia natural de la estructura. La estimación de la densidad espectral a través de MUSIC distingue con mayor prominencia dicho pico, y en los registros con muestras faltantes, el algoritmo de Lomb-Scargle es una alternativa adecuada. La tasa de muestreo actual (20 Hz) permite identificar la frecuencia fundamental de la estructura, pero no es suficiente para identificar las frecuencias superiores de los siguientes modos. Actualmente, los receptores GPS ya permiten tasas de muestreo mayores a la actual, de hasta 100 Hz.

Por otro lado, el análisis de los registros bajo condiciones de vibración ambiental muestra que las propiedades dinámicas de la estructura no pueden para el caso de estudio, ser determinadas por medio de la instrumentación GPS instalada. Por lo general, los desplazamientos laterales estimados (después de aplicar la metodología) de las señales en determinadas condiciones muestran valores menores a  $\pm 3.5$  mm. Se ha estimado, a partir de la fase final de un evento sísmico, que el desplazamiento posiblemente debería de ser mayor a  $\pm 4$  mm. El fabricante establece una precisión nominal de 5 mm + 0.5 ppm en dirección horizontal. Por lo cual, las características de los datos parecen indicar que la amplitud de la frecuencia de la estructura no supera el umbral del ruido.

La estimación de la respuesta estática de la estructura también supone un ejercicio complejo de resolver, si se buscan ser muy preciso (mm). El análisis de series de tiempo con aplicaciones geodésicas hace énfasis en la determinación de la tendencia secular del fenómeno, en realidad de la tasa de cambio, de ahí que se busque tanta precisión. Sin embargo, para el monitoreo de la verticalidad de la torre, se permite una precisión más accesible. Los datos muestran que existe una tendencia secular de recuperación en la dirección L (Este) y de pérdida en la dirección T (Norte), ambos GPS concuerdan. Y la componente periódica (anual) es muy visible en esta última dirección. Posiblemente dichas componentes estén asociadas a la infiltración del agua precipitada en temporada de lluvia.

La precisión GPS se ve alterada por múltiples fuentes y en gran medida debido al efecto multitrayectoria. El uso de antenas “choke ring” favorece la disminución de la interferencia por dicho efecto. Y aunque, este tipo de antenas bloquea las señales que provienen de elevaciones bajas y por debajo de su plano, las señales reflejadas que provienen de elevaciones altas aún se reciben.

En el contexto espacial de la torre, la antena estándar AT504 (base), ubicada en los cuerpos bajos, podría estar sujeta en gran medida a los efectos producidos por la reflexión de las señales debido a las características de la fachada Norte, principalmente por los grandes cristales que van desde piso a techo. Asimismo, para las antenas estándar AX1202 (rover), ubicadas en esquinas opuesta en azotea, los equipos cercanos y componentes de la instalación de aire acondicionado (con acabado galvanizado) podrían representar una fuente importante de reflexión. Por otra parte, la confiabilidad y estabilidad de las precisiones podrían verse comprometidas por la antena base montada sobre un punto que estrictamente no estaría fijo, sobre todo en eventos sísmicos en donde los cuerpos bajos también vibran.

# Referencias

- Agnew, D. C. (1992). The time-domain behavior of power-law noises. *Geophysical research letters*(19(4)), 333-336.
- AIAA. (1996). *Global Positioning System: Theory and Applications* (Vol. I). (B. Parkinson, & J. Spilker, Eds.) Washington DC, United States: AIAA.
- Ali, M. F., Jayakody, D. N., Chursin, Y. A., Affes, S., & Dmitry, S. (2020). Recent advances and future directions on underwater wireless communications. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 27(5), 1379-1412.
- Amiri-Simkooei, A. (2020). Least Squares Contribution to Geodetic Time Series Analysis. In *Geodetic Time Series Analysis in Earth Sciences* (pp. 185-209). Springer, Cham.
- Badejo, O. T., Aleem, K. F., & Olaleye, J. B. (2016). Replacing orthometric heights with ellipsoidal heights in engineering surveys. *Nigerian Journal of Technology*, 35(4), 761-768. Obtenido de <http://dx.doi.org/10.4314/njt.v35i4.10>
- Bashor, R. E., Kijewski-Correa, T. L., Kochly, M., & Kareem, A. (2006). Full-scale monitoring of wind-induced response of tall buildings. In *Proc. 4th World Conf. on Structural Control and Monitoring*. San Diego, CA.
- Baykut, S., Akgul, T., & Ergintav, S. (2009). EMD-based analysis and denoising of GPS data. *2009 IEEE 17th Signal Processing and Communications Applications Conference* (págs. 644-647). IEEE.
- Bevis, M., Bedford, J., & Caccamise II, D. J. (2020). The art and science of trajectory modelling. En *Geodetic Time Series Analysis in Earth Sciences* (págs. 1-27). Springer, Cham.
- Blewitt, G. (2007). 3.11 GPS and Space-Based Geodetic Methods. In G. Schubert (Ed.), *Treatise on Geophysics* (pp. 351-390). Elsevier. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/B978-044452748-6.00058-4>.
- Brownjohn, J., Stringer, M., Tan, G., Poh, Y. K., Ge, L., & Pan, T. C. (2005). Experience with RTK-GPS system for monitoring wind and seismic effects on a tall building. *Structural Health monitoring of Intelligent Infrastructure (SHMII-2), Shenzhen*, 265-275.
- Celebi, M., & Sanli, A. (2002). GPS in pioneering dynamic monitoring of long-period structures. *Earthquake Spectra*, 18(1), 47-61.
- Chan, W. S., Xu, Y. L., Ding, X. L., Xiong, Y. L., & Dai, W. J. (2006). Assessment of dynamic measurement accuracy of GPS in three directions. *Journal of Surveying Engineering*, 132(3), 108-117.
- Chao, L., Feng, Z., & Yan, L. (2009). GPS/Pseudolites technology based on EMD-wavelet in the complex field conditions of mine. *Procedia Earth and Planetary Science*, 1(1), 1293-1300.
- Chatzi, E., & Fuggini, C. (2012). Structural identification of a super-tall tower by GPS and accelerometer data fusion using a multi-rate Kalman filter. *Proceedings of the 3th International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering (IALCCE 2012)*, (pp. 3-6).
- Chen, H., & Ni, Y. Q. (2018). Chapter 1: Introduction to Structural Health Monitoring. En H. Chen, & Y. Q. Ni, *Structural Health Monitoring of Large Civil Engineering Structures* (págs. 1-14). John Wiley & Sons Ltd. Obtenido de <https://doi.org/10.1002/9781119166641.ch1>

- Chen, J., Shang, X., & Zhao, X. (2010). GPS multipath effect mitigation algorithm based on empirical mode decomposition. *Earth and Space 2010: Engineering, Science, Construction, and Operations in Challenging Environments*, 2395-2404.
- Cioffi-Revilla, C., & Midlarsky, M. I. (2004). Power laws, scaling, and fractals in the most lethal international and civil wars. *The scourge of war: New extensions on an old problem*, 3-27.
- Colominas, M. A., Schlotthauer, G., & Torres, M. E. (2014). Improved complete ensemble EMD: A suitable tool for biomedical signal processing. *Biomedical Signal Processing and Control*, 14, 19-29.
- Davis, J. L., Wernicke, B. P., & Tamisiea, M. E. (2012). On seasonal signals in geodetic time series. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117(B1).
- Delignieres, D., Ramdani, S., Lemoine, L., Torre, K., Fortes, M., & Ninot, G. (2006). Fractal analyses for 'short' time series: a re-assessment of classical methods. *Journal of mathematical psychology*, 50(6), 525-544.
- Drewes, H. (2009). Reference systems, reference frames, and the geodetic datum. *Observing our changing Earth*, 3-9.
- Eke, A., Herman, P., Bassingthwaite, J., Raymond, G., Percival, D., Cannon, M., . . . Ikrényi, C. (2000). Physiological time series: distinguishing fractal noises from motions. *Pflügers Archiv*, 439(4), 403-415.
- El-Rabbany, A. (2002). *Introduction to GPS: the Global Positioning System*. Boston: Artech House.
- El-Shimy, N., Osman, A., Nassar, S., & Noureldin, A. (2003). Wavelet Multiresolution Analysis. *GPS World*, 60.
- Farrar, C. R., & Worden, K. (2007). An introduction to structural health monitoring. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365(1851), 303-315.
- Flandrin, P., & Gonçalves, P. (2004). Empirical mode decompositions as data-driven wavelet-like expansions. *International journal of wavelets, multiresolution and information processing*, 2(04), 477-496.
- Flandrin, P., Gonçalves, P., & Rilling, G. (2004). Detrending and denoising with empirical mode decompositions. *2004 12th European signal processing conference* (pp. 1581-1584). IEEE.
- Flandrin, P., Gonçalves, P., & Rilling, G. (2005). EMD equivalent filter banks. *Hilbert-Huang transform and its*, 57-74.
- Flandrin, P., Rilling, G., & Gonçalves, P. (2004). Empirical mode decomposition as a filter bank. *IEEE signal processing letters*, 11(2), 112-114.
- Floyd, M. A., & Herring, T. A. (2020). Fast statistical approaches to geodetic. In *Geodetic Time Series Analysis in Earth Sciences* (pp. 157-183). Springer, Cham.
- Forootan, E., Farzaneh, S., Naderi, K., & Cederholm, J. P. (2021). Analyzing GNSS Measurements to Detect and Predict Bridge Movements Using the Kalman Filter (KF) and Neural Network (NN) Techniques. *Geomatics*, 1(1), 65-80.
- Ge, L., Chen, H. Y., Han, S., & Rizos, C. (2000). Adaptive filtering of continuous GPS results. *Journal of Geodesy*, 74(7), 572-580.
- Grobbelaar, M. P., Ghaderpour, E., Struck, A. F., Sinha, N., Ghosh, R., & Ahmed, M. Z. (2022). A Survey on Denoising Techniques of Electroencephalogram Signals Using Wavelet Transform. *Signals*, 3(3), 577-586.
- Han, S., & Rizos, C. (1997). Multipath effects on GPS in mine environments. *Xth international congress of the int. soc. mine*, (págs. 447-457). Fremantle, Australia.
- He, X., Montillet, J. P., Fernandes, R., Bos, M., Yu, K., Hua, X., & Jiang, W. (2017). Review of current GPS methodologies for producing accurate time series and their error sources. *Journal of Geodynamics*(106), 12-29.

- Heneghan, C., & McDarby, G. (2000). Establishing the relation between detrended fluctuation analysis and power spectral density analysis for stochastic processes. *Physical review*, *62*(5), 6103.
- Hessler, J. (2009). Geodesy. En R. Kitchin, & N. Thrift (Edits.), *International Encyclopedia of Human Geography* (págs. 390-393). Elsevier. Obtenido de <https://doi.org/10.1016/B978-008044910-4.00028-6>
- Hristopulos, D. T., Mertikas, S. P., Arhontakis, I., & Brownjohn, J. M. (2007). Using GPS for monitoring tall-building response to wind loading: filtering of abrupt changes and low-frequency noise, variography and spectral analysis of displacements. *GPS Solutions*, *11*(2), 85-95.
- Huang, N. E., Shen, Z., Long, S. R., Wu, M. C., Shih, H. H., Zheng, Q., . . . Liu, H. H. (1998). The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: mathematical, physical and engineering sciences*, *454*(1971), 903-995.
- ICAO. (2002). *World Geodetic System - 1984 (WGS-84) Manual. Doc 9674 AN/946* (2nd ed.). Montreal, Canada.
- IERS Conventions. (2010). *IERS Technical Note ; 36*. (G. Petit, & B. Luzum, Eds.) Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie.
- Ihlen, E. A. (2012). Introduction to multifractal detrended fluctuation analysis in Matlab. *Frontiers in physiology*, *3*, 141.
- Jin, S., Wang, J., & Park, P. H. (2005). An improvement of GPS height estimations: stochastic modeling. *Earth, planets and space*(57(4)), 253-259.
- Kalooop, M. R., & Kim, D. (2016). De-noising of GPS structural monitoring observation error using wavelet analysis. *Geomatics, Natural Hazards and Risk*, *7*(2), 804-825.
- Kalooop, M. R., Elbeltagi, E., Hu, J. W., & Elrefai, A. (2017). Recent advances of structures monitoring and evaluation using GPS-time series monitoring systems: A review. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, *6*(12), 382.
- Kaplan, E., & Hegarty, C. (Eds.). (2006). *Understanding GPS: principles and applications* (2nd ed.). Massachusetts, Norwood, United States: Artech house.
- Karagiannis, T., Molle, M., & Faloutsos, M. (2006). Understanding the limitations of estimation methods for long-range dependence. *University of California*.
- Ke, L. (2017). Denoising GPS-based structure monitoring data using hybrid EMD and wavelet packet. *Mathematical Problems in Engineering*.
- Kermarrec, G., & Schön, S. (2020). On the determination of the atmospheric outer scale length of turbulence using GPS phase difference observations: the Seewinkel network. *Earth, Planets and Space*, *72*(1), 1-16.
- Kijewski-Correa, T. (2005). GPS: A new tool for structural displacement. *APT bulletin*, *36*(1), 13-18.
- Kochly, M. C. (2006). *Validation of global positioning systems for monitoring civil infrastructure systems: performance assessment and removal of multipath effects*. Doctoral dissertation, University of Notre Dame.
- Kovalevsky, J., Mueller, I., & Kolaczek, B. (Edits.). (2012). *Reference Frames in Astronomy and Geophysics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Krakovská, A. (2018). Power laws in stock market and fractal. *International Conference on Time Series and Forecasting*. Granada (Spain).
- Langbein, J., & Johnson, H. (1997). Correlated errors in geodetic time series: Implications for time-dependent deformation. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*(102(B1)), 591-603.
- Langley, R. (1990). Why is the GPS Signal so complex? *GPS world*, *1*(3), 56-59.
- Leica. (2008). *Introducción al Sistema GPS (Sistema de Posicionamiento Global)*. Suiza: Leica Geosystems.

- Leica. (2010). *Leica Viva Series: Manual de Referencia Técnica*. Heerbrugg, Suiza: Leica Geosystems.
- López-Higuera, J. M., Cobo, L. R., Incera, A. Q., & Cobo, A. (2011). Fiber optic sensors in structural health monitoring. *Journal of lightwave technology*, 29(4), 587-608.
- Lu, Z., Qu, Y., & Qiao, S. (2014). *Geodesy: Introduction to Geodetic Datum and Geodetic Systems*. Berlin: Springer.
- Luo, M. (2016). *Encyclopedia of color science nad technology*. Springer Reference.
- Mita, A. (1999). Emerging needs in Japan for health monitoring technologies in civil and building structures. *Second International Workshop on Structural Health Monitoring*, (pp. 56-67).
- Montillet, J. P., Tregoning, P., McClusky, S., & Yu, K. (2012). Extracting white noise statistics in GPS coordinate time series. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 10(3), 563-567.
- Moschas, F., & Stiros, S. (2011). Measurement of the dynamic displacements and of the modal frequencies of a short-span pedestrian bridge using GPS and an accelerometer. *Engineering structures*, 33(1), 10-17.
- Murià-Vila, D., Aldama-Sánchez, B. D., García-Illescas, M. Á., & Rodríguez Gutiérrez, G. (2021). Monitoring of a rehabilitated building in soft soil in Mexico and structural response to the September 2017 earthquakes: Part 1: structural health monitoring system. *Earthquake Spectra*, 37(4), 2737-2766.
- Murià-Vila, D., Arnau Delgado, O., Aguilar Silva, G. G., Arias Lara, D., & Pérez-Liévana, K. (2020). Monitoring of a rehabilitated building in soft soil in Mexico and structural response to September 2017 earthquakes: Part 2: Numerical simulation. *Earthquake Spectra*(36(2)), 238-261.
- Murià-Vila, D., Rodríguez, G., Mendoza, M., Aldama, B., Loera, S., & Camargo, J. (2009). *Instrumentación del Centro Cultural*. Ciudad de México: Gobierno del Distrito Federal.
- Ogaja, C. A. (2011). *Applied GPS for engineers and project managers*. Estados Unidos: ASCE.
- Park, H. S., Sohn, H. G., Kim, I. S., & Park, J. H. (2008). Application of GPS to monitoring of wind-induced responses of high-rise buildings. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 17(1), 117-132.
- Peng, C. K., Mietus, J., Hausdorff, J. M., Havlin, S., Stanley, H. E., & Goldberger, A. L. (1993). Long-range anticorrelations and non-Gaussian behavior of the heartbeat. *Physical review letters*, 70(9), 1343.
- Ramillien, G., Frappart, F., & Seoane, L. (2016). Chapter 6. Space Gravimetry Using GRACE Satellite Mission: Basic Concepts. In N. Baghdadi, & M. Zribi (Eds.), *Microwave Remote Sensing of Land Surface* (pp. 285-302). Elsevier. Retrieved from <https://doi.org/10.1016/B978-1-78548-159-8.50006-2>
- Rilling, G., Flandrin, P., & Goncalves, P. (2003). On empirical mode decomposition and its algorithms. *IEEE-EURASIP workshop on nonlinear signal and image processing*, 3(3), 8-11.
- Rizos, C. (2008). Multi-constellation GNSS/RNSS from the perspective of high accuracy users in Australia. *Journal of spatial science*, 53(2), 29-63.
- Seco, A., Tirapu, F., Ramírez, F., García, B., & Cabrejas, J. (2007). Assessing building displacement with GPS. *Building and environment*, 42(1), 393-399.
- Shen, N., Chen, L., Liu, J., Wang, L., Tao, T., Wu, D., & Chen, R. (2019). A review of global navigation satellite system (GNSS)-based dynamic monitoring technologies for structural health monitoring. *Remote Sensing*, 11(9), 1001. doi:<http://dx.doi.org/10.3390/rs11091001>

- Shen, N., Chen, L., Wang, L., Lu, X., Tao, T., Yan, J., & Chen, R. (2020). Site-specific real-time GPS multipath mitigation based on coordinate time series window matching. *Gps Solutions*, 24(3), 1-14.
- Shengxiang, H., Xiangsheng, J., & Baocen, Y. (2006). Characteristics of multipath effects in GPS dynamic deformation monitoring. *Geo-Spatial Information Science*, 79-83, 79-83.
- Sivasuriyan, A., Vijayan, D. S., Górski, W., Wodzyński, Ł., Vaverková, M. D., & Koda, E. (2021). Practical implementation of structural health monitoring in multi-story buildings. *Buildings*, 11(6), 263. doi:<https://doi.org/10.3390/buildings11060263>
- Taqqu, M. S. (1986). A bibliographical guide to self-similar processes and long-range dependence. In *Dependence in probability and statistics* (pp. 137-162). Boston, MA: Springer Science+Buisness Media, LLC.
- Tarnopolski, M. (2016). Tarnopolski, M. (2016). On the relationship between the Hurst exponent, the ratio of the mean square successive difference to the variance, and the number of turning points. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 461, 662-673.
- Torrecillas Lozano, C., & Martínez García, J. J. (1999). Resolución de ambigüedades GPS: comparación del método lambda y el redondeo al entero en aplicaciones geodésicas (I). *Mapping*, 53, 66-72.
- Torres, M. E., Colominas, M. A., Schlotthauer, G., & Flandrin, P. (2011). A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise. *2011 IEEE international conference on acoustics, speech and signal processing (ICASSP)* (pp. 4144-4147). IEEE.
- USG. (2020). *Global Positioning System Standar Positioning Service Perfomance Standard*. Washington DC.
- Vaniček, P., & Krakiwsky, E. (1986). *Geodesy: The Concepts* (II ed.). North-Holland, Amsterdam.
- Vanik, M. W. (1997). Bayesian probabilistic approach to structural health monitoring. *Thesis of phD*.
- Wang, J., Stewart, M. P., & Tsakiri, M. (1998). Stochastic modeling for static GPS baseline data processing. *Journal of Surveying Engineering*(124(4)), 171-181.
- Williams, S. D. (2003). The effect of coloured noise on the uncertainties of rates estimated from geodetic time series. *Journal of Geodesy*, 76(9), 483-494.
- Williams, S. D., Bock, Y., Fang, P., Jamason, P., Nikolaidis, R. M., Prawirodirdjo, L., . . . Johnson, D. J. (2004). Error analysis of continuous GPS position time series. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 109(B3).
- Yi, J., Zhang, J. W., & Li, Q. S. (2013). Dynamic characteristics and wind-induced responses of a super-tall building during typhoons. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 121, 116-130. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1016/j.jweia.2013.08.006>
- Yigit, C. O., Li, X., Inal, C., Ge, L., & Yetkin, M. (2010). Preliminary evaluation of precise inclination sensor and GPS for monitoring full-scale dynamic response of a tall reinforced concrete building. *Journal of Applied Geodesy*, 4, 1-11.
- Yu, J., Meng, X., Yan, B., Xu, B., Fan, Q., & Xie, Y. (2020). Global Navigation Satellite System-based positioning technology for structural health monitoring: a review. *Structural Control and Health Monitoring*, 27(1). doi:<https://doi.org/10.1002/stc.2467>
- Zapirain, B. G., Ruiz, I., & Mendez, A. (2012). Oesophageal Speech's Formants Measurement Using Wavelet Transform. *Advances in Wavelet Theory and Their Applications in Engineering, Physics and Technology*.

Zhong, P., Ding, X. L., Zheng, D. W., Chen, W., & Huang, D. F. (2008). Adaptive wavelet transform based on cross-validation method and its application to GPS multipath mitigation. *GPS solutions*, 12(2), 109-117.