



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Tormentas espejo en Mercurio y  
el uso de filtros para su estudio**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniera Geofísica**

**P R E S E N T A**

Jessica Raquel Méndez Ortiz

**DIRECTORA DE TESIS**

Dra. Diana Ivett Rojas Castillo



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2025



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y  
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL  
(Titulación con trabajo escrito)**



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado TORMENTAS ESPEJO EN MERCURIO Y EL USO DE FILTROS PARA SU ESTUDIO, que presenté para obtener el título de INGENIERO GEOFÍSICO es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

---

**JESSICA RAQUEL MENDEZ ORTIZ**  
Número de cuenta: 317248542

---

*“Cuanto más comprensible parece el universo, tanto más un sinsentido parece también”.*  
*–Steven Weinberg–*

---

## Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por brindarme la oportunidad de formarme académicamente en un entorno de excelencia.

A la Dra. Diana Rojas, directora de tesis, por su invaluable guía, paciencia y compromiso, fundamentales en el desarrollo de esta investigación. Sus observaciones y sugerencias no solo fortalecieron el trabajo académico, sino que también fueron una fuente de crecimiento personal e inspiración, por lo cual existirá un eterno agradecimiento.

Al Comité de Sinodales —la Dra. Xóchitl Blanco, el Dr. Mario Rodríguez, el M.C. Julián Zapotitla y el M.C. Manuel Ortiz— por su tiempo, dedicación y valiosas aportaciones, que han enriquecido este trabajo y servido como un puente entre las Ciencias Espaciales y la Geofísica. A la Dra. Iza Canales, por su orientación y amistad durante la licenciatura.

A mis padres, Javier Méndez y Luz Ortiz, por su amor, confianza y apoyo incondicional. A la familia -Silvia, Roberto, Erick, Gabriela, Miriam y Netza- por ser una fuente de sabiduría y un modelo a seguir. Dedicado a Guadalupe Corona por sembrar en silencio las semillas que hoy florecen en este camino.

A Alexandra Rodríguez, por transformar la incertidumbre en calma, por escuchar lo no dicho y, por ser la brújula en este camino. A Zyanya, Luisa y Jacqueline por su apoyo emocional. A Jesús por su ayuda en problemas prácticos. A Emiliano por su habilidad de convertir los obstáculos en escalones. A Xala, Mario y Yisus, por las aventuras compartidas.

Investigación realizada gracias a los siguientes apoyos a cargo de la Dra. Diana Ivett Rojas Castillo:

- PAPIIT IA-105223 “Ondas e inestabilidades en plasmas heliosféricos: el caso de los planetas terrestres”.
- CONAHCyT CF-2023-I-1264 “Reconexión magnética e inestabilidades en plasmas heliosféricos”.

---

## Resumen

Este trabajo se enfoca en el estudio de la inestabilidad espejo en la magnetofunda de Mercurio. La inestabilidad espejo, presente en regiones de plasma con anisotropía térmica ( $T_{\perp}/T_{\parallel} > 1$ ) y beta del plasma elevada ( $\beta > 1$ ), se caracteriza por estructuras con anticorrelación entre dos parámetros: la magnitud del campo magnético y la densidad de partículas. Para analizar esta anticorrelación en este estudio, se utilizan datos *in-situ* de la misión espacial MESSENGER registrados dentro de la magnetofunda de Mercurio.

Se inspeccionaron poco más de 8,000 cruces de la magnetofunda de Mercurio para generar un catálogo de eventos de modos espejo. En estos cruces, se hallaron 787 intervalos con estructuras espejo y de estos, 84 casos fueron seleccionados como tormentas espejo.

La inspección visual fue robustecida con técnicas de filtrado de señales para mejorar la identificación de estructuras espejo en las señales de campo magnético y densidad. Se propone el análisis de Fourier, la transformada de ondícula y la descomposición empírica en modos para obtener los valores de fondo de ambas señales. Estos análisis se aplican a cinco estudios de caso representativos de la muestra total de tormentas espejo.

Además de generar un catálogo de posibles tormentas espejo en la magnetofunda de Mercurio, los resultados muestran que el filtro de ondícula es el más útil para identificar el mayor número de estructuras de modo espejo al calcular de mejor manera el campo magnético y densidad de fondo.

---

## Abstract

The mirror mode instability is present in heliospheric plasmas with temperature anisotropy ( $T_{\perp}/T_{\parallel} > 1$ ) and high plasma beta ( $\beta > 1$ ). The mirror structures that result from the instability are characterized by an anticorrelation between two signals: the magnetic field magnitude and the ion density. The mirror instability and its structures are a common phenomenon within planetary magnetosheaths, where the plasma conditions allow its growth.

This work focused on studying the mirror instability in Mercury's magnetosheath, particularly mirror mode storms. To identify and analyze these phenomena, *in-situ* data from the MESSENGER space mission is used. Over 8,000 magnetosheath crossings are visually inspected to create a mirror mode events catalog. From all the crossings, only 787 intervals have the presence of mirror mode structures, from which 84 cases were classified as mirror mode storms.

The visual inspection was accompanied by signal filtering techniques to improve the identification of the mirror modes in the magnetic field and density signals. Fourier analysis, wavelet method, and empirical mode decomposition are used to obtain the background values of both signals. These techniques are applied to a subset of five case studies of mirror mode storms.

In addition to creating a catalog of potential mirror mode storms in Mercury's magnetosheath, the results show that the wavelet filter is the most effective for identifying the largest number of mirror mode structures by more accurately calculating the magnetic field and background density.

---

# Índice general

<b>Resumen</b>	4
<b>Abstract</b>	5
<b>I Introducción</b>	1
<b>1 Interacción del viento solar con Mercurio</b>	3
1.1 Nuestra estrella principal: el Sol	3
1.1.1 Estructura interna	5
1.1.2 Estructura externa	5
1.2 El viento solar	6
1.3 Mercurio	8
1.3.1 Interior	8
1.3.2 Superficie	10
1.3.3 Exosfera	11
1.3.4 Campo magnético interno	11
1.4 La interacción del viento solar con Mercurio	12
1.4.1 Choque de proa	14
1.4.2 Magnetofunda	14
1.4.3 Magnetósfera	15
<b>2 Inestabilidad modo espejo</b>	17
2.1 Macroinestabilidades	17
2.2 Inestabilidad espejo	17
2.2.1 Observaciones de modos espejo	20
2.3 Inestabilidad espejo en Mercurio	21
2.4 Tormentas de modo espejo	25
2.5 Planteamiento del problema	26

<b>II</b>	<b>Análisis de datos</b>	<b>28</b>
<b>3</b>	<b>Diseño de filtros</b>	<b>30</b>
3.1	Análisis de Fourier . . . . .	30
3.1.1	Serie de Fourier en tiempo continuo . . . . .	31
3.1.2	Serie de Fourier en tiempo discreto . . . . .	32
3.1.3	Transformada de Fourier continua . . . . .	32
3.1.4	Transformada de Fourier discreta . . . . .	33
3.1.5	Diseño de filtros con Fourier . . . . .	34
3.1.6	Filtro Butterworth . . . . .	35
3.1.7	Transformada de Fourier de tiempo corto . . . . .	37
3.2	Análisis de ondícula . . . . .	38
3.2.1	Transformada de ondícula continua . . . . .	39
3.2.2	Transformada de ondícula discreta . . . . .	39
3.2.3	Familias de ondículas . . . . .	40
3.2.4	Filtro de ondícula . . . . .	43
3.3	Análisis de Hilbert . . . . .	44
3.3.1	Transformada de Hilbert continua . . . . .	44
3.3.2	Descomposición empírica en modos . . . . .	44
3.3.3	Filtro de descomposición empírica en modos . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Análisis de datos: tormentas de modo espejo</b>	<b>48</b>
4.1	Identificación de la magnetofunda de Mercurio . . . . .	48
4.2	Identificación de estructuras espejo y tormentas . . . . .	50
4.3	Uso de filtros en estudios de caso . . . . .	53
4.3.1	Estudio de caso 1 . . . . .	55
4.3.2	Estudio de caso 2 . . . . .	60
4.3.3	Estudio de caso 3 . . . . .	64
4.3.4	Estudio de caso 4 . . . . .	68
4.3.5	Estudio de caso 5 . . . . .	71

<b>III Resultados</b>	<b>76</b>
<b>5 Discusión</b>	<b>77</b>
5.1 Catálogo de tormentas de modo espejo . . . . .	77
5.2 Análisis de filtros . . . . .	79
5.3 Ejemplos de tormentas espejo en Mercurio . . . . .	81
5.4 Otras consideraciones . . . . .	83
<b>6 Conclusiones</b>	<b>87</b>
<b>Referencias</b>	<b>91</b>
<b>Apéndice</b>	<b>99</b>
<b>A La misión espacial MESSENGER</b>	<b>100</b>
A.1 Objetivos . . . . .	101
A.2 Órbita . . . . .	101
A.3 Instrumentos . . . . .	103
<b>B De Fourier a ondícula</b>	<b>107</b>

**I**

**Introducción**

---

En esta primera parte se introducen los procesos físicos mediante los cuales el viento solar interactúa con los planetas del sistema solar, particularmente con Mercurio, y la inestabilidad espejo presente en el ambiente cercano a este planeta.

Mercurio es el planeta más cercano al Sol. Con dimensiones menores a la Tierra, su diámetro es aproximadamente un tercio del terrestre y su momento dipolar magnético es mucho más débil al de la Tierra. Por tanto, alrededor del planeta se forma una magnetósfera y asociada a esta, la onda de choque, magnetopausa y la magnetofunda. En esta última región, es donde se presenta la inestabilidad espejo.

La inestabilidad de tipo espejo se presenta en el plasma cuando existe cierta anisotropía térmica. Se ha observado en regiones del viento solar, magnetósferas planetarias e incluso en las magnetocolas donde las condiciones de anisotropía térmica son las adecuadas. Una de las principales características de las estructuras que se forman en la inestabilidad espejo, es la anticorrelación entre la magnitud del campo magnético y la densidad de iones.

## Interacción del viento solar con Mercurio

Un plasma es un gas que se encuentra a muy altas temperaturas (hasta los  $10^{10}$  K), en la Figura 1.1 se muestran algunos de los plasmas presentes del universo, lo que hace que en sus átomos están separados los electrones (carga  $-e$ , masa  $m_e$ ) de los iones (carga  $+e$ , masa  $m_i$ ). Además, se trata de un material que es eléctricamente neutro puesto que la cantidad de electrones por unidad de volumen es igual a la cantidad de iones. Por lo anterior, el plasma es susceptible a la presencia de campos eléctricos y magnéticos. Los plasmas se pueden describir a gran escala, pero también a pequeña escala, esto es en términos cinéticos donde las partículas se consideran como una función de distribución. Así, es posible establecer la energía térmica asociada al movimiento aleatorio de las partículas, desde la energía cinética promedio por partícula en un gas ideal establecida en la Ecuación 1.1 (Meyer-Vernet, 2007):

$$\frac{m\langle v^2 \rangle}{2} = \frac{3k_B T}{2} \quad (1.1)$$

donde  $k_B$  es la constante de Boltzmann,  $T$  la temperatura,  $m$  la masa de la partícula. Entre mayor sea la masa  $m$ , menor será la energía cinética si la velocidad permanece constante.

Dado que el plasma constituye la mayor parte de la materia observable en el universo, resulta fundamental comprender sus propiedades para estudiar nuestro Sol o cualquier cuerpo conformado por o embebido en un plasma.

### 1.1. Nuestra estrella principal: el Sol

El Sol, la estrella principal de nuestro sistema solar, es una esfera de plasma que alcanza temperaturas muy altas y con una edad de  $10^9$  años. Nuestra estrella, ver Figura 1.2, se compone de diferentes capas y tiene una composición química global de 92.1 % de hidrógeno, 7.8 % de helio y 0.1 % de elementos pesados como: carbono, nitrógeno, oxígeno, neón, magnesio, sili-

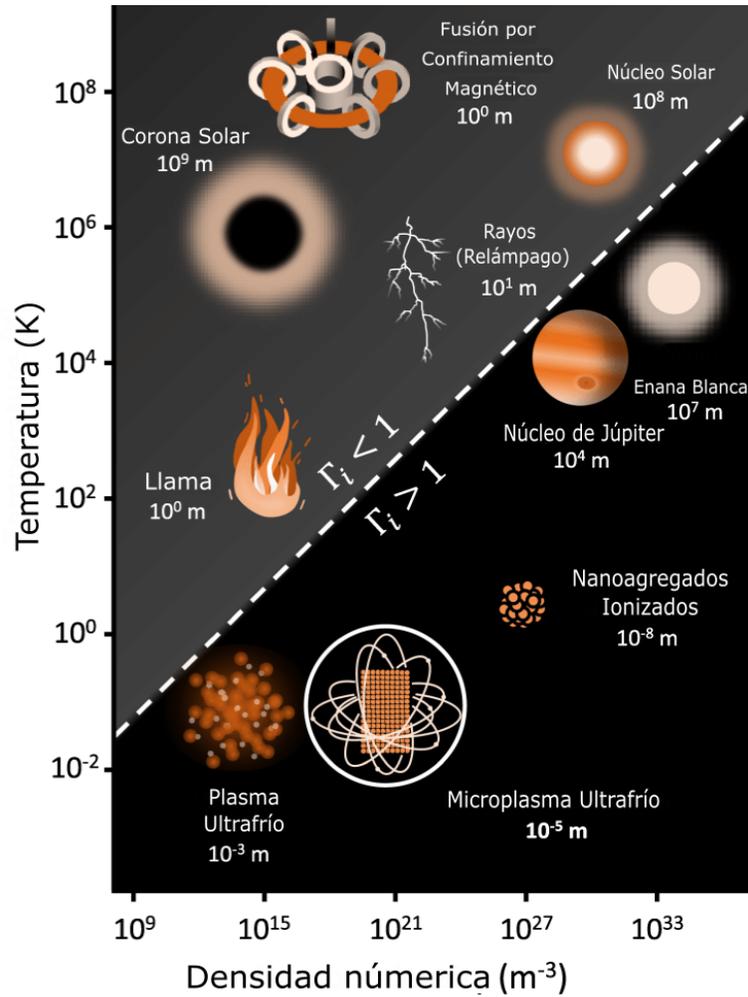


Figura 1.1: Diagrama de la densidad numérica y temperatura de diferentes plasmas presentes en el universo. Adaptada de Kroker et al. (2021).

cio, azufre y hierro. La distancia desde el Sol hasta la Tierra es de  $\sim 150 \times 10^6$  km, conocida como unidad astronómica (1 UA); mientras que la distancia del Sol a Mercurio es de tan solo 0.3 UA. Algunas de las propiedades más importantes del Sol se presentan en la Tabla 1.1

Propiedades	Valores
Edad [años]	$4.57 \times 10^9$
Radio [km]	695,508
Masa [kg]	$1.989 \times 10^{30}$
Luminosidad [W]	$3.84 \times 10^{26}$
Temperatura [K]	Núcleo $15 \times 10^6$ Fotosfera 5,800 Corona $1 \times 10^6$

Tabla 1.1: Propiedades típicas (promedio) del Sol (Piel, 2010).

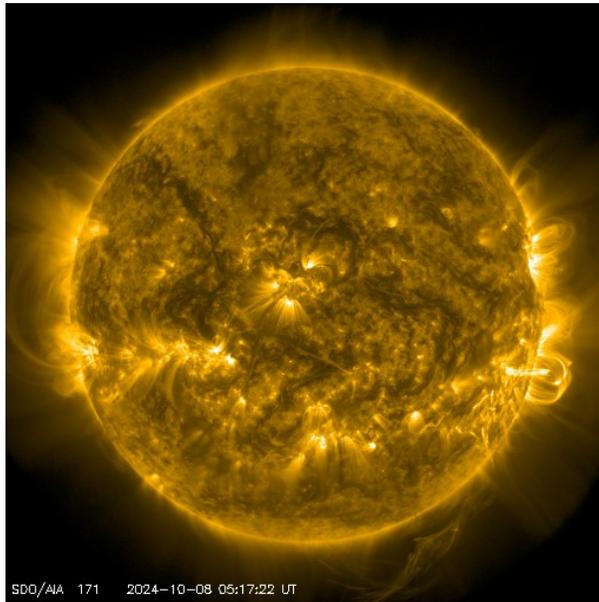


Figura 1.2: Imagen del Sol capturada el 8 de octubre de 2024 por el Observatorio de Dinámica Solar (SDO) de la NASA. La longitud de onda AIA 171 (que proporciona ese característico color dorado) revela detalles de la atmósfera solar superior. (NASA/SDO, 2024).

### 1.1.1. Estructura interna

La estructura interna del Sol se compone de tres capas (de adentro hacia afuera): núcleo, zona radiactiva y zona convectiva, ver Figura 1.3. En la primera capa, el hidrógeno se convierte en helio a una temperatura de  $\sim 15 \times 10^6 K$ . Por otro lado, en la zona radiactiva, la energía se transporta principalmente por difusión radiactiva, es decir, los fotones con energías de rayos X duros (del orden de keV) se dispersan, absorben y reemiten (Galland & Bagenal, 2007). Finalmente, en la capa externa de la estructura interna, la energía es transportada principalmente por convección.

### 1.1.2. Estructura externa

La estructura externa del Sol se compone por tres capas: la fotosfera, la cromosfera y la corona solar, ver Figura 1.3. La fotosfera es una capa delgada en la superficie solar que se observa en luz blanca, los fotones (partículas de luz) pueden escapar directamente hacia el espacio. Por tanto, emite luz y calor que proviene del interior de la estrella. En la misma región, las manchas solares oscuras se relacionan con la existencia de un campo magnético global de origen interno e indican una mayor magnitud del campo. Se sabe que este campo magnético es producido por un mecanismo de dínamo (Piel, 2010).

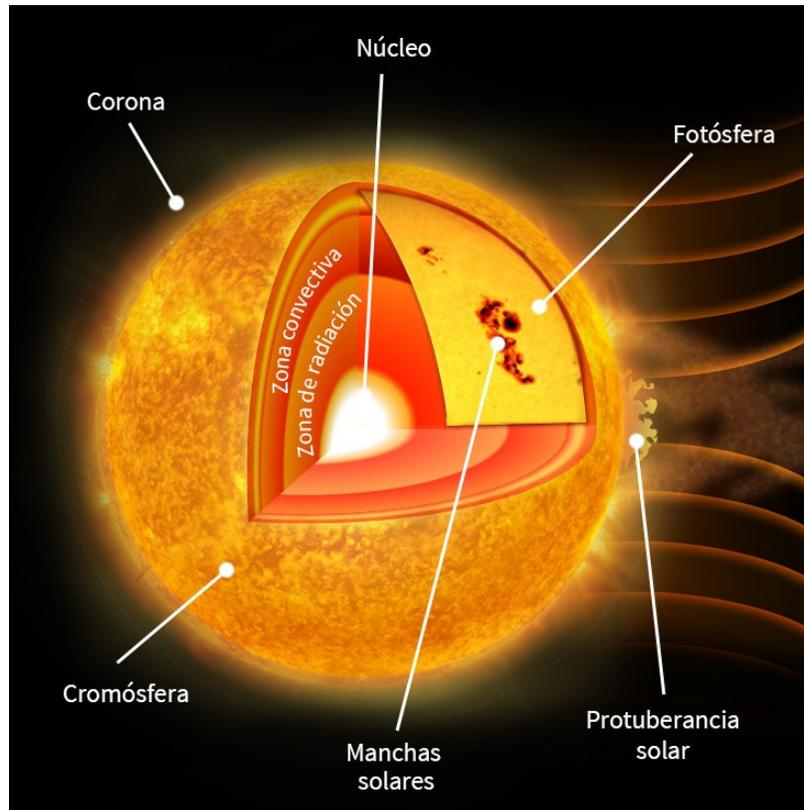


Figura 1.3: Imagen artística de la configuración estratificada del Sol. Adaptada de Doddol (2021).

Por otro lado, la cromósfera (del griego “esfera de color”) es la parte media de la atmósfera solar, limitada entre la fotosfera y la corona que se extiende hasta una altura media de  $\sim 2000$  km sobre la fotosfera. Finalmente, la capa más externa es la corona.

## 1.2. El viento solar

El Sol no solo emite radiación electromagnética, también emite un flujo continuo de plasma denominado viento solar, ver Figura 1.4. Este plasma se expande radialmente desde la corona solar y por todo el sistema solar.

En 1958, Eugene Parker presentó un modelo de viento solar a partir de la corona solar como una expansión continua de ésta hacia fuera. Este modelo considera un caso isotérmico no-estático, pues considera una expansión radial en estado estacionario donde las propiedades físicas del plasma varían con la distancia heliocéntrica (Parker, 1958).

El viento solar se describe como un plasma magnetizado de baja densidad que se propaga radialmente hacia afuera del Sol a velocidades supersónicas. Existe como consecuencia de la expansión supersónica de la corona solar, que al ser tan caliente supera la fuerza gravitacional del Sol (Galland & Bagenal, 2007). Un año después de la publicación del modelo de Parker, la nave rusa Luna confirmó la existencia del viento solar a través de las mediciones de energía y densidad de iones que emanaba continuamente el Sol.

De acuerdo con el modelo de Parker (1958), la magnitud del campo magnético, la densidad, la temperatura y la velocidad del plasma dependen directamente de la distancia heliocéntrica. A medida que aumenta la distancia, la magnitud del campo magnético, la temperatura y la densidad disminuyen puesto que se distribuyen en un volumen mayor. La velocidad también se reduce levemente, aunque se puede interpretar que se mantiene constante debido a la conservación del flujo de masa.

Con la puesta en marcha de nuevas y más misiones espaciales estudiando el Sol y el viento solar, se ha podido caracterizar dos tipos de este flujo: el viento solar rápido -que emerge del centro de los hoyos coronales en altas latitudes solares y alcanza velocidades en un intervalo de 400 a 800 km/s- y el viento solar lento -que surge cerca de los cascós coronales con una velocidad inferior a 400 km/s en bajas latitudes solares (Meyer-Vernet, 2007). Las principales características del viento solar rápido y lento se presentan en la Tabla 1.2.

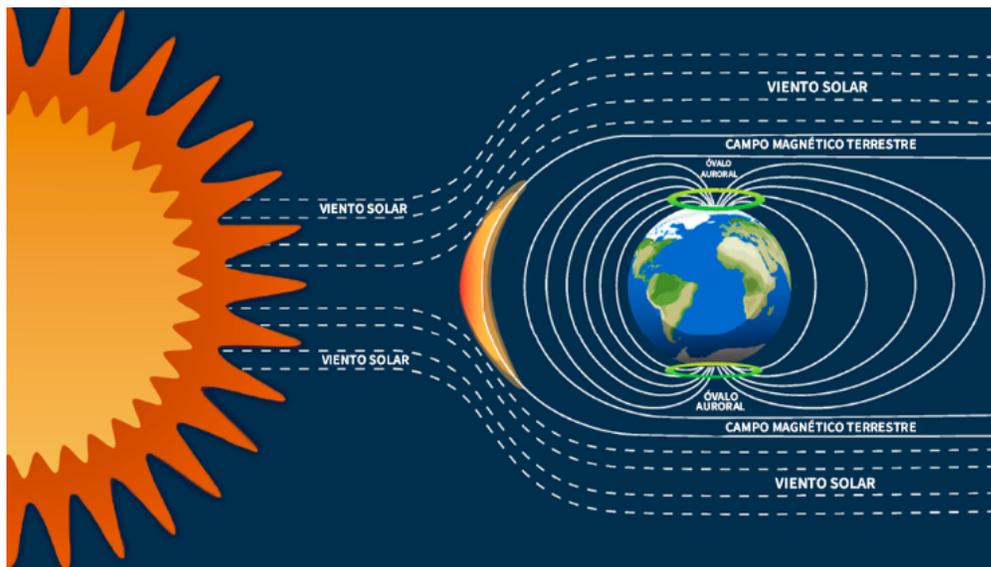


Figura 1.4: Imagen artística del viento solar y su interacción con la Tierra. (UNAM, 2024).

Propiedades del Viento Solar	Rápido	Lento
Velocidad [ $km \cdot s^{-1}$ ]	400 – 800	< 400
Densidad de protones [ $m^{-3}$ ]	$2.47 \times 10^6$	$(5 - 15) \times 10^6$
Temperatura de protones [ $K$ ]	$1.86 \times 10^5$	
Temperatura de electrones [ $K$ ]	$0.84 \times 10^5$	

Tabla 1.2: Propiedades del viento solar a 1 AU (Piel, 2010).

El viento solar juega un papel importante para la formación de magnetósferas planetarias y las colas de los cometas, puesto que este se expande en todo el sistema solar interactuando con cada uno de los objetos que encuentra a su paso. Debido al enfoque de este trabajo, en la siguiente sección se describe el planeta Mercurio, desde su composición interna hasta su interacción con el viento solar.

## 1.3. Mercurio

Mercurio es un planeta rocoso (ver Figura 1.5) y siendo el más cercano al Sol, su órbita es de menor extensión que la órbita de la Tierra como se muestra en la Figura 1.6. Su periodo de traslación alrededor del Sol es de 88 días terrestres con un ángulo de inclinación orbital de  $\sim 3.38^\circ$  (Sun et al., 2022). Respecto a su eje de rotación, completa una vuelta en 59 días terrestres. Esto último, implica que el planeta tenga una resonancia 3:2, en otras palabras, realiza tres rotaciones en su eje por cada dos órbitas alrededor del Sol. Esta resonancia es el resultado de una compleja interacción entre las fuerzas gravitacionales del Sol, las fuerzas de marea que genera, la estructura interna del planeta y los procesos de disipación de energía a lo largo de su historia.

Mercurio presenta cráteres y regolito sobre su superficie de manera similar a como lo presenta nuestro satélite natural, la Luna. De hecho, el tamaño de ambos cuerpos es muy parecido. En relación con la Tierra, sus propiedades se comparan en la Tabla 1.3.

### 1.3.1. Interior

El núcleo de Mercurio tiene un diámetro de unos 4060 km y representa el 83% del diámetro del planeta, mientras que el núcleo de la Tierra solo representa un 58% de esta. Se divide en

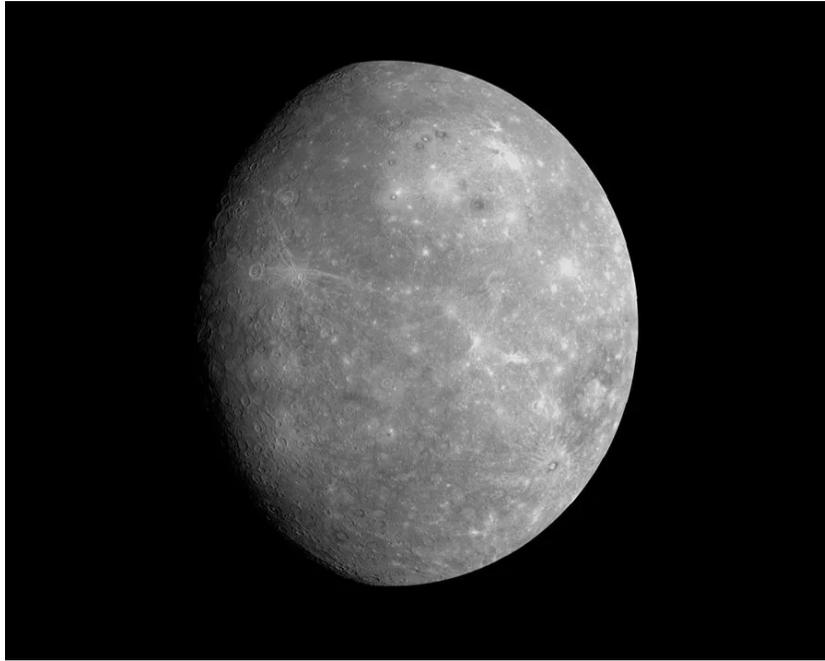


Figura 1.5: Imagen de la superficie de Mercurio obtenidas durante el primer sobrevuelo de la misión MESSENGER. (NASA & Carnegie Institution of Washington, 2007).

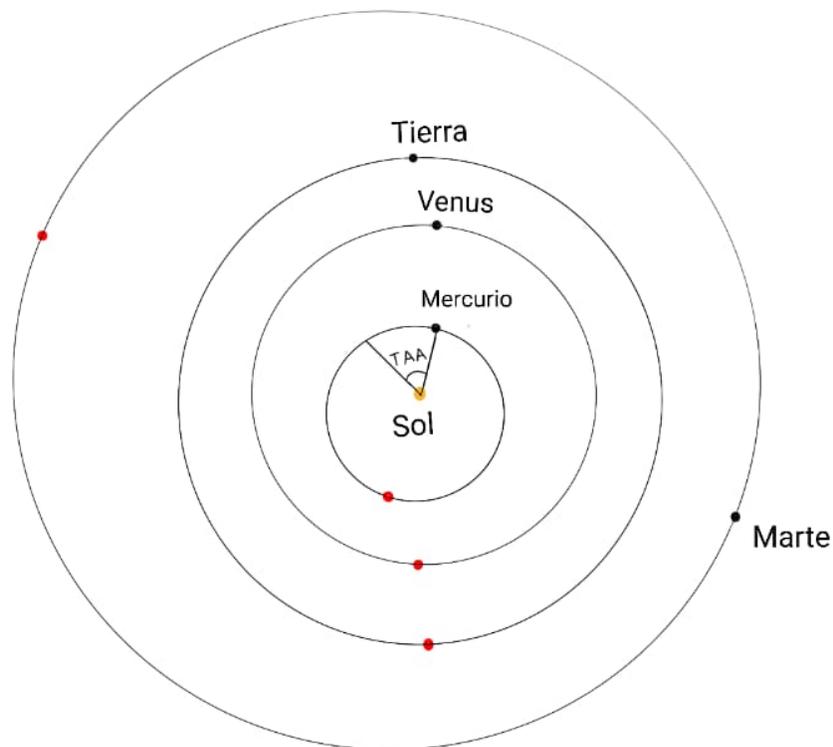


Figura 1.6: Las órbitas de Mercurio, Venus, la Tierra y Marte alrededor del Sol. Los puntos negros y rojos representan el perihelio y el afelio de cada planeta, respectivamente. Adaptada de Park et al. (2021).

Características	Mercurio	Tierra
Masa [kg]	$3.301 \times 10^{23}$	$5.97 \times 10^{24}$
Distancia del Sol [AU]	0.31	1
Diámetro [km]	4,880	12,742
Perihelio [AU]	0.307	0.983
Afelio [AU]	0.467	1.017
Excentricidad	0.206	0.016
Período de rotación [día]	59	1
Período de traslación [día]	88	360
Momento magnético dipolar [ $Tcm^3$ ]	$3.1624 \times 10^{12}$	$7.906 \times 10^{15}$

Tabla 1.3: Propiedades principales de Mercurio comparadas con las de la Tierra (Galland & Bagenal, 2007).

núcleo solido interno y núcleo liquido externo. Está compuesto esencialmente de hierro (Fe), con una conductividad de  $\geq 10^6 S/m$  (Hood & Schubert, 1979). Por otro lado, el espesor del manto compuesto de silicato y la corteza juntos es de 410 km, estas tres capas se observan en la Figura 1.7. De acuerdo con las mediciones del campo gravitacional y topografía, se estima que la corteza tiene una densidad de  $200 kg/m^3$ , de menor densidad al manto. Globalmente, el espesor de la corteza cerca del ecuador varía entre 50 a 80 km, mientras que, en el polo norte, varía de 20 a 40 km.

### 1.3.2. Superficie

La superficie tiene una morfología única, diferente a otros planetas y donde se distinguen tres unidades geológicas. La primera unidad se caracteriza de llanuras lisas sin presencia de cráteres. La segunda se caracteriza por inter-cráteres, cráteres en cúmulos cubriendo una gran extensión. Por último, la tercera surge del material eyectado por impactos de asteroides, conocido como regolito. De acuerdo con la literatura, como Spohn et al. (2014), el origen de los cráteres puede deberse al impacto de asteroides o actividad volcánica; de este modo, los cráteres irregulares son estructuras colapsadas posterior a una intensa erupción.

La misión MESSENGER de la NASA, ha permitido extender lo que sabemos del planeta Mercurio. De acuerdo con Solomon, 2015, entre sus hallazgos más importantes se encuentran:

- Existencia de elementos volátiles debido a las altas concentraciones de potasio en el polo norte y azufre en la zona ecuatorial.

- Presencia de aparentes flujos rápidos de lava enfriados en superficie, que tienen un contenido homogéneo de silicio con magnesio y aluminio, indicando vulcanismo.
- Presencia de formaciones tectónicas en la superficie que se originaron por el acortamiento horizontal, como consecuencia del enfriamiento interior del planeta.

### 1.3.3. Exosfera

Mercurio no posee una atmósfera como tal, sino más bien una exosfera que se genera a partir de tres procesos: desorción térmica, pulverización térmica e impactos de meteoroides. En la desorción térmica, la luz del sol calienta la superficie provocando que los materiales volátiles sueltos se evaporen. La pulverización catódica ocurre cuando los iones del viento solar o de la magnetósfera de Mercurio impactan en la superficie. Por último, los impactos de meteoroides son la tercera fuente primaria que nutre la exosfera. La exosfera neutra de Mercurio, que incluye Na, Ca y K, presenta variaciones estacionales en un período de 88 días terrestres (Sun et al., 2022).

### 1.3.4. Campo magnético interno

El campo magnético interno de Mercurio se origina por un proceso de dinamo entre el núcleo externo líquido y el núcleo interno sólido. En este, la presencia de un conductor eléctrico induce un campo magnético. Si el núcleo tuviera una composición solamente de hierro y níquel, el enfriamiento interno del planeta impediría la existencia de un núcleo líquido y, por lo tanto, impediría el cierre de las líneas de campo. Los elementos silicio y azufre disminuyen la temperatura de fusión del núcleo y permite la existencia del núcleo líquido.

Este campo magnético se modela como un dipolo, cuyas líneas de campo “salen” del polo sur para “entrar” por el polo norte de manera similar a una barra de imán como se ilustra en la Figura 1.7. El centro del dipolo está desplazado hacia el norte desde el centro del planeta en unos 480 km, o sea un 20% del radio del planeta. Cerca de la superficie del planeta, la magnitud del campo magnético es de 190 nT.

La intensidad del campo magnético interplanetario -el campo magnético solar que se expande en todo el sistema solar- a la altura de la órbita de Mercurio varía de 15 a 45

$nT$ , que es cuatro a diez veces la intensidad media del campo magnético en la órbita de la Tierra ( $4 nT$ ) (Sun et al., 2022). El momento dipolar magnético de Mercurio se calcula de  $2 - 6 \times 10^{12} T/m^3$ , a diferencia de la Tierra  $8 \times 10^{15} T/m^3$ , indicando que Mercurio tiene un campo magnético mucho menor que nuestro planeta.

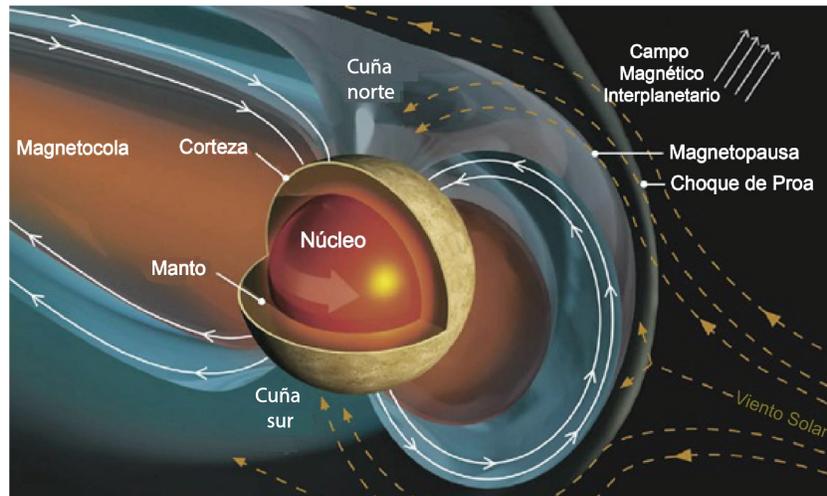


Figura 1.7: Interpretación artística del campo magnético dipolar de Mercurio, muestra la magnetósfera y su interacción con el viento solar. Adaptada de Slavin (2014).

## 1.4. La interacción del viento solar con Mercurio

Como se mencionó antes, Parker (1958) estableció que el viento solar se expande radialmente desde la corona a sus alrededores. De este modo, este plasma y su campo magnético alcanzan la órbita de Mercurio ( $0.31 \text{ UA}$ ), de la Tierra ( $1 \text{ UA}$ ) y de todos los demás planetas y cuerpos en el sistema solar. Sus propiedades varían respecto a la distancia heliocéntrica de manera que Mercurio y la Tierra tiene diferentes valores, como se enlista en la Tabla 1.4. Las variaciones en los valores reflejan que el viento solar se va diluyendo conforme se aleja del Sol fluyendo en el medio interplanetario.

La presión ejercida por el campo magnético de Mercurio sobre el plasma del viento solar excluye a este último de la región cercana al planeta (donde domina su campo magnético); de tal modo que se forma una magnetósfera. Esta magnetósfera es similar a la Tierra en cuanto a su origen y formación, pero es 20 veces más pequeña.

Propiedades del viento solar	Mercurio	Tierra
Densidad [ $cm^{-3}$ ]	30 a 120	4.5
Velocidad [ $Km/s$ ]	330	390
Temperatura [ $K$ ]	$3 \times 10^4 - 1.5 \times 10^5$	$7.2 \times 10^4$
Presión dinámica [ $nPa$ ]	0.55	3.5 a 9
Campo magnético [ $nT$ ]	35	5
Velocidad de Alfvén [ $km/s$ ]	120	49

Tabla 1.4: Propiedades del viento solar principales a distancias de Mercurio y Tierra (Galland & Bagenal, 2007).

Como el viento solar es un flujo supermagnetosónico, delante del planeta y su magnetósfera se forma una onda de choque conocida como choque planetario o choque de proa. En este choque el viento solar es modificado, pues se encuentra al obstáculo de la magnetósfera y entonces se desacelera y desvía alrededor de aquella. La envolvente o frontera que separa a la magnetósfera del resto del material interplanetario es la magnetopausa. El material -viento solar modificado por el choque de proa- que queda entre la magnetopausa y el choque conforma la región conocida como magnetofunda. Todas estas regiones se pueden identificar en la Figura 1.8.

De acuerdo con lo anterior, si el choque de proa y la magnetopausa son desplazados por variaciones en la presión del viento solar, el tamaño de la magnetofunda se modifica y consecuentemente, el tamaño de la magnetósfera. En virtud de las observaciones *in-situ* de las naves espaciales Mariner 10 y MESSENGER, la magnetósfera de Mercurio se reconfigura constantemente.

Una característica a notar de la interacción del viento solar con Mercurio, es la gran cantidad de actividad ondulatoria que se genera en el sistema de interacción; desde las ondas inducidas por el choque planetario río arriba (en el antechoque las ondas de ultrabaja frecuencia) y abajo de este (en la magnetofunda los modos espejo y las ondas ión ciclotrón), como las ondas Kelvin-Helmholtz en la magnetopausa, y las ondas ion-Bernstein en la magnetocola (Boardsen et al., 2009, 2010, 2012; Fairfield & Behannon, 1976; Le et al., 2013; Sundberg et al., 2012, 2013, 2015).

### 1.4.1. Choque de proa

El choque de proa es la primera barrera que el viento solar se encuentra cuando alcanza un planeta; este límite desacelera, desvía y calienta el viento solar alrededor del obstáculo (ver Figura 1.7). Para Mercurio, el choque presenta una mayor deformación debido a su cercanía al Sol y parámetros del viento solar, como la densidad y la velocidad, son mayores que a la altura de la órbita de Marte o Júpiter. Esto porque tales parámetros disminuyen con la distancia heliocéntrica. El choque se desplaza hacia el planeta cuando el número de Mach Alfvénico del viento solar es mayor que el promedio, mientras que la magnetopausa se desplaza hacia el planeta durante períodos de alta presión dinámica del viento solar (Winslow et al., 2013).

### 1.4.2. Magnetofunda

Como se mencionó antes, la magnetofunda es la región que se encuentra limitada por el choque de proa planetario y la magnetopausa; contiene el plasma del viento solar perturbado y este fluye alrededor de la magnetósfera como se muestra más adelante en la Figura 1.8. La magnetofunda es una parte importante de la interacción viento solar-magnetósfera, ya que mediará la dinámica del viento solar antes de que interactúe con la magnetopausa y la transferencia de energía del viento solar a la magnetósfera (Sundberg et al., 2015).

Las propiedades del plasma en la magnetofunda dependen de los parámetros del viento solar, especialmente del número de Mach del choque y del ángulo entre la normal al choque y el campo magnético interplanetario ( $\theta_{Bn}$ ). En particular, la anisotropía de temperatura  $T_{\perp}/T_{\parallel}$  disminuye a medida que  $\theta_{Bn}$  se vuelve menos oblicuo (Ellacott & Wilkinson, 2007; Herčík et al., 2013). En la Tabla 1.5 se presentan las propiedades del plasma en la magnetofunda de Mercurio, comparadas con la magnetofunda de la Tierra.

Propiedades del plasma	Mercurio	Tierra
Densidad [ $cm^{-3}$ ]	120	15
Campo magnético [ $nT$ ]	40	20
Temperatura [ $K$ ]	$6 \times 10^5$	$3 \times 10^5$
Velocidad de Alfvén [ $km/s$ ]	80	113

Tabla 1.5: Propiedades cinéticas del plasma en la magnetofunda de Mercurio comparadas con la magnetofunda de la Tierra (Herčík et al., 2013).

### 1.4.3. Magnetósfera

En 1959, Thomas Gold fue el primer astrofísico en incluir el término magnetósfera, como la región sobre la ionosfera dónde el campo magnético de la Tierra controla el movimiento de las partículas cargadas. La magnetósfera de Mercurio es extremadamente pequeña debido al campo magnético débil del planeta y a la cercanía al Sol, puesto que el viento solar es muy denso cerca de la estrella y por tanto su presión dinámica es mayor y ejerce mayor compresión sobre el entorno planetario, ver la Figura 1.8.

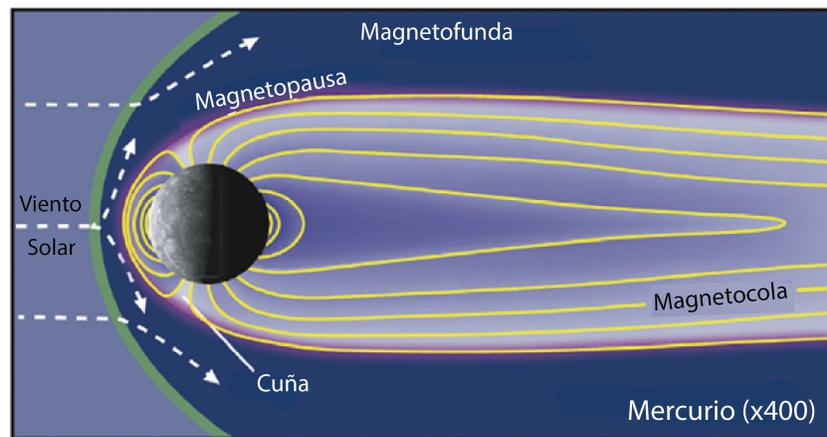


Figura 1.8: Regiones básicas que se forman con la interacción del viento solar y Mercurio. Adaptada de Bartlett (2014).



### Inestabilidad modo espejo

Una inestabilidad se genera a partir de la redistribución de energía del plasma, de tal forma que este pierde su estado de equilibrio. Las fuentes de energía libre pueden permanecer en un estado estable o transformarse en un estado inestable, dependiendo de la exposición a perturbaciones.

Entorno al planeta Tierra -por ejemplo- la magnetósfera es perturbada por la entrada de energía, momento y masa del viento solar. A escala macroscópica esto produce gradientes y heterogeneidades tanto del plasma como del campo magnético. A escala microscópica genera deformaciones y desviaciones de las funciones de distribución de partículas. En el primer caso se producen macroinestabilidades, mientras que en el segundo se generan microinestabilidades (Treumann & Baumjohann, 1997).

#### 2.1. Macroinestabilidades

Las macroinestabilidades se estudian a partir del marco teórico de fluidos del plasma. No obstante, en algunos casos, considerar los efectos cinéticos ofrece una comprensión más profunda. La inestabilidad que resulta de interés para este trabajo es la inestabilidad de modo espejo; la cual manifiesta sus efectos en bajas frecuencias.

#### 2.2. Inestabilidad espejo

La inestabilidad espejo manifiesta sus efectos en la escala de bajas frecuencias (típicamente por debajo de 1 Hz) en los parámetros macroscópicos del plasma; sin embargo, no es suficiente describirla con un enfoque magnetohidrodinámico (gran escala), puesto que se debe considerar un movimiento libre de las partículas tanto paralelo como perpendicular al cam-

po magnético que queda fuera de la aproximación magnetohidrodinámica. Por lo tanto, se utilizan métodos cinéticos en el límite de bajas frecuencias (Treumann & Baumjohann, 1997).

La inestabilidad tipo espejo surge en un plasma con anisotropía térmica, donde la temperatura perpendicular ( $T_{\perp}$ ) al campo magnético es mayor que la temperatura paralela  $T_{\parallel}$ , esto es  $T_{\perp} > T_{\parallel}$ .

El parámetro beta del plasma,  $\beta$ , es otro parámetro del plasma que juega un rol importante en la inestabilidad. La  $\beta$  es la relación entre la presión térmica y la presión magnética del plasma (Baumjohann & Treumann, 1996):

$$\beta = \frac{P_T}{P_B} = \frac{2\mu_0 N_i k_B T_{i\perp}}{|B|^2} \quad (2.1)$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética,  $N_i$  y  $T_i$  son la densidad y temperatura de iones,  $k_B$  es la constante de Boltzmann. Si  $\beta = 1$  existe un balance entre la presión térmica y la presión magnética, de otro modo, si  $\beta > 1$  el plasma domina sobre el campo magnético, y si  $\beta < 1$  el campo magnético arrastra el plasma. Para la inestabilidad modo espejo, se debe cumplir que  $\beta > 1$ .

Entonces, en plasmas donde existe anisotropía térmica del tipo  $T_{\perp} > T_{\parallel}$  y además  $\beta > 1$  la inestabilidad espejo puede desarrollarse generando fluctuaciones magnéticas cuasi-estáticas del tipo compresivo, conocidas como modos espejo o estructuras espejo. De acuerdo a Hasegawa (1969), la condición de la inestabilidad espejo se puede expresar como:

$$1 + \sum_i \beta_{i\perp} \left( 1 - \frac{T_{i\perp}}{T_{i\parallel}} \right) < 0 \quad (2.2)$$

El modo espejo crecerá si la energía libre de la anisotropía de presión es lo suficientemente grande y satisface la condición anterior (Treumann & Baumjohann, 1997).

Consideremos un plasma magnetizado que cumple la condición de cuasi-neutralidad, es decir que tiene el mismo número de iones y electrones. Si el plasma se compone mayormente de hidrógeno, los iones son entonces protones. Para este plasma plasma, Gary et al. (1976) establece que los electrones presentan una distribución simple maxwelliana, mientras que en

ocasiones los protones una distribución bimaxwelliana donde  $T_{\perp p} > T_{\parallel p}$ . Cabe mencionar que, en tales circunstancias, dos inestabilidades pueden crecer a partir de la energía libre disponible en la anisotropía de los protones. De acuerdo a la Ecuación 2.2, valores altos de  $\beta$  y anisotropía térmica relativamente baja promueven el crecimiento de la inestabilidad espejo. En un caso contrario, valores moderadamente bajos de  $\beta$  y anisotropías altas, promueve la segunda inestabilidad: ion ciclotrón (Gary et al., 1976). Finalmente, como ya se había mencionado, una tasa de crecimiento positiva requiere que la presión perpendicular sea mayor que la presión paralela (Treumann & Baumjohann, 1997).

En resumen, el modo espejo se presenta cuando las partículas tienen un movimiento perpendicular al campo B. Como la presión perpendicular es mayor a la presión paralela, se reconfiguran las líneas de campo magnético en estructuras simétricas conocidas como botellas magnéticas. En la Figura 2.1(a) se muestran dos botellas formadas. De esta manera, las partículas quedan atrapadas en el centro de estas configuraciones magnéticas y rebotan entre los puntos espejo (donde el campo magnético aumenta). Las estructuras espejo entonces se observan como depresiones o incrementos en la magnitud del campo magnético.

Si una nave espacial atraviesa una región donde existan botellas magnéticas asociadas a un plasma inestable al modo espejo, la firma de las observaciones de la nave, es decir, las

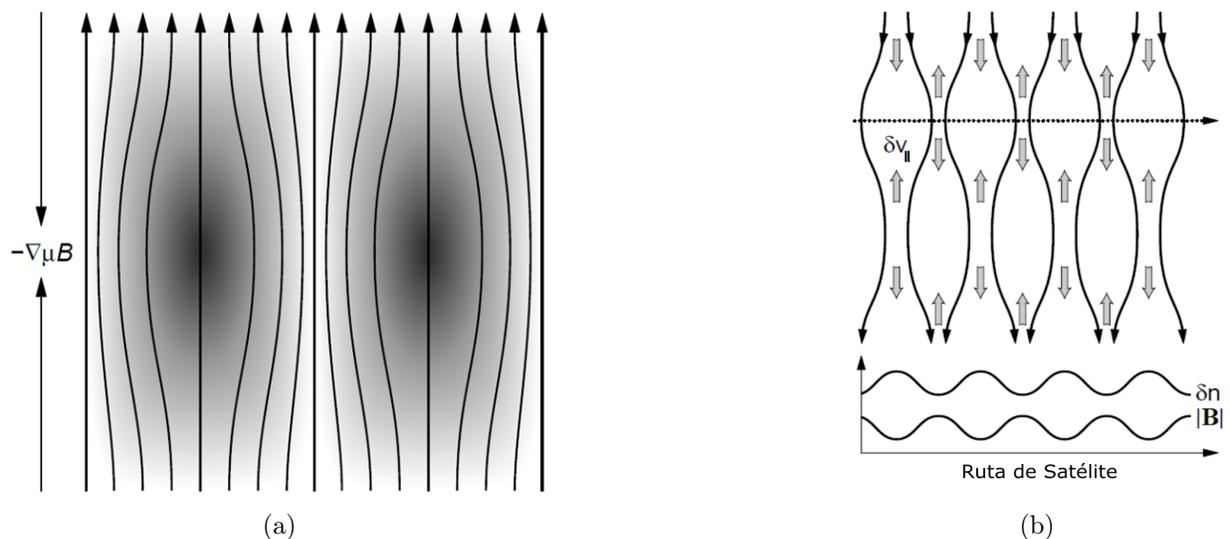


Figura 2.1: (a) Líneas de campo magnético y densidad de plasma en estructuras o modos espejo. (b) Mediciones de un supuesto satélite en una región inestable a modo espejo. Adaptada de Treumann y Baumjohann (1997).

señales de la magnitud del campo magnético  $|B|$  y la distribución de partículas  $\delta n$  están anticorrelacionadas. Lo anterior se representa en la Figura 2.1(b), la línea horizontal punteada representa la ruta que sigue la nave espacial, mientras que las flechas grises verticales establecen la redistribución del plasma.

### 2.2.1. Observaciones de modos espejo

Las estructuras asociadas a la inestabilidad espejo han sido observadas en diferentes ambientes en el sistema solar. Aunque la teoría mostró que las estructuras son del tipo hoyos (decrementos en  $|B|$ ) o picos (incrementos en  $|B|$ ) (Gary et al., 1976; Hasegawa, 1969), las observaciones han mostrado que la morfología es variada. Joy et al. (2006) mostró estructuras espejo en la magnetofunda de Júpiter usando datos de la misión Galileo, ver la Figura 2.2, donde se muestra que además de hoyos y picos existe una tercera categoría correspondiente a una mezcla de las otras estructuras, algo más bien del tipo sinusoidal.

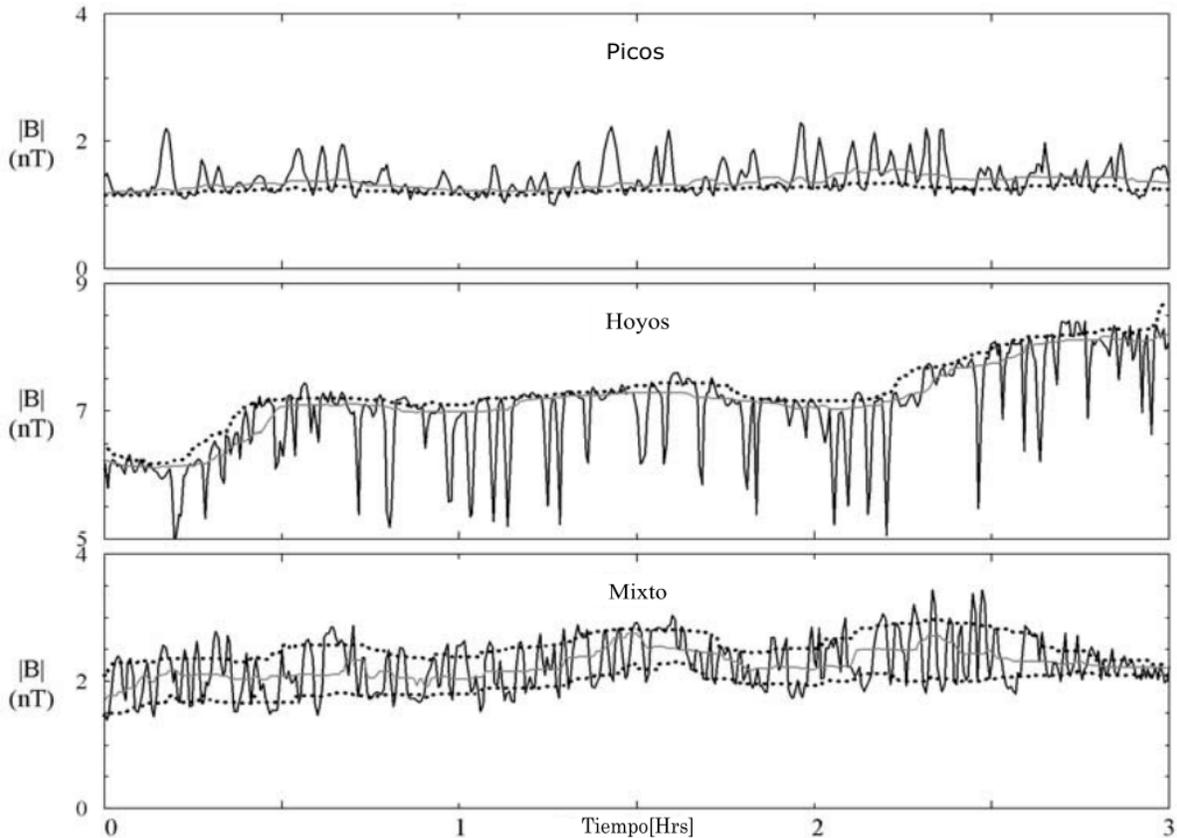


Figura 2.2: Estructuras espejo en la magnetofunda de Júpiter con las que se describe la morfología diversa de los modos espejo. Adaptada de Joy et al. (2006).

La inestabilidad espejo se ha estudiado ampliamente en la magnetofunda de la Tierra donde puede desarrollarse la anisotropía térmica necesaria para su crecimiento. El viento solar chocado moviéndose río abajo del choque de proa y hasta la magnetopausa, se calienta adiabáticamente de manera preferencial en la dirección perpendicular al campo magnético, esto río abajo del choque cuasi-perpendicular. Al mismo tiempo, el flujo alineado con el campo se distribuye hacia los flancos de la magnetopausa enfriando el plasma adiabáticamente en la dirección paralela (Treumann & Baumjohann, 1997). En observaciones de la magnetofunda terrestre, se ha mostrado que la inestabilidad puede comenzar a crecer justo detrás del choque donde la anisotropía térmica es mayor y evolucionar a medida que las estructuras son convectadas hacia la magnetopausa (Génot et al., 2009).

Esto último implica que la primera fuente potencial de anisotropía térmica esencial para los modos espejo es el choque de proa cuasi-perpendicular, donde la disipación conduce a esta anisotropía de temperatura (Herčík et al., 2013; Sckopke, 1995; Sckopke et al., 1983). La segunda posible fuente de anisotropía de presión (y por tanto de temperatura) está relacionada con cambios en las propiedades del plasma debido a su flujo alrededor de la magnetopausa (Herčík et al., 2013; Tsurutani et al., 1982). Otra fuente que podrían generar la anisotropía de temperatura es la compresión del campo magnético y del plasma (Herčík et al., 2013).

## 2.3. Inestabilidad espejo en Mercurio

Al día de hoy no existe ningún reporte contundente de la observación de modos espejo en el ambiente de Mercurio, ni en la funda ni dentro de la magnetósfera. La literatura que existe al respecto solo sugiere la existencia de la inestabilidad en la magnetofunda de Mercurio mediante el análisis de la señal de campo magnético, sin asegurar que se trate de ella. Como la magnetofunda de Mercurio presenta condiciones turbulentas de fondo que introducen ruido de alta y baja frecuencia en el campo magnético, esto probablemente complica la detección de la inestabilidad espejo. Por otro lado, para la identificación total de estructuras usando el criterio de inestabilidad o la anticorrelación típica de campo magnético y densidad, los datos de campo magnético y plasma deben estar disponibles. Lo que es más, en el caso de la misión

MESSENGER que sí incluye datos de plasma, el período de las ondas es probablemente más corto que el período de muestreo del instrumento del plasma haciendo aún más difícil de realizar la identificación.

En la Figura 2.3 se muestran observaciones de ondas en la magnetofunda de Mercurio reportadas por Sundberg et al. (2015) con datos de MESSENGER. En la gráfica se observa que existen ondas de gran amplitud, también de baja amplitud; los autores sugieren que existen estructuras espejo asociadas al plasma, pero debido a la polarización que estas exhibieron (elíptica y circular) se descartaron como modos espejo (cuya polarización típica es lineal).

Además de las observaciones *in-situ*, también se ha estudiado la inestabilidad espejo en Mercurio mediante el uso de simulaciones numéricas. Herčík et al. (2013) presenta un análisis de simulaciones híbridas tridimensionales de la interacción entre el viento solar y Mercurio, enfocándose en la actividad de modos espejo en la magnetofunda. Para realizar esas simula-

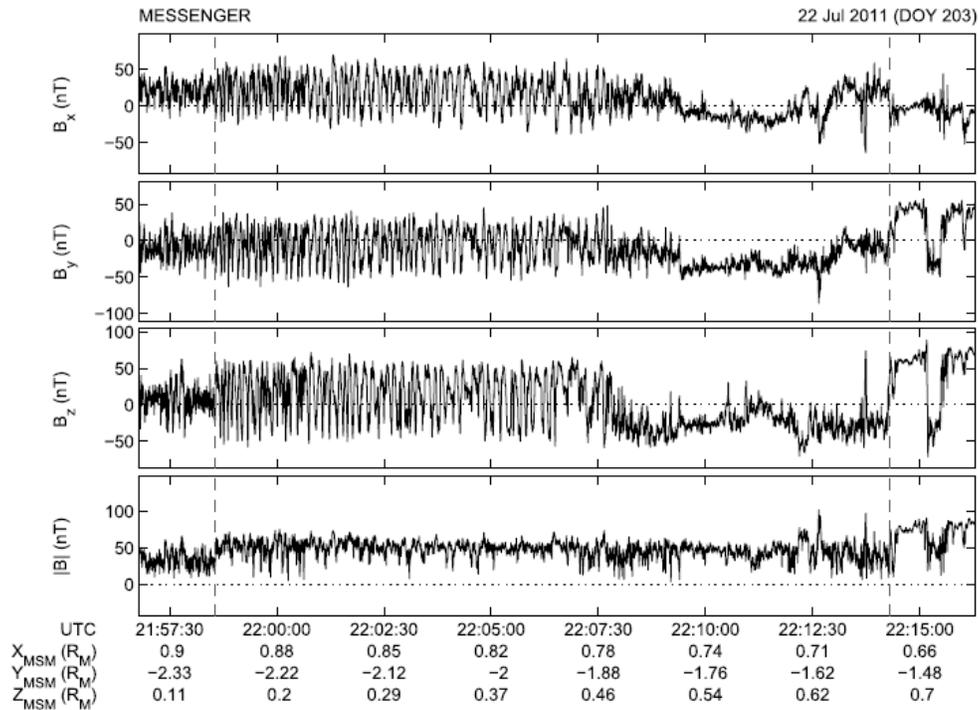


Figura 2.3: Oscilaciones de gran amplitud vistas en la magnetofunda de Mercurio el día el 22 de julio de 2011. Los paneles muestran las componentes del campo magnético x, y, z y la magnitud. Las líneas verticales discontinuas marcan la ubicación aproximada del choque de proa (izquierda) y de la magnetopausa (derecha). (Sundberg et al., 2015).

ciones, los valores de beta del plasma  $\beta$  en Mercurio se establecieron entre 0.2 a 0.9, aunque la  $\beta$  puede alcanzar valores de hasta 10.

De acuerdo con los resultados, los modos espejo observados en el lado amanecer/atardecer para la orientación sur/norte del campo magnético interplanetario, probablemente son generados cerca de la región de la magnetopausa del lado diurno (Herčík et al., 2013).

Como la identificación de los modos es prioridad para estas simulaciones, los modelos usados se diseñan dentro de la magnetofunda de Mercurio cerca del plano ecuatorial magnético para estimar el efecto de la asimetría, generando dos simulaciones según la orientación del campo magnético interplanetario: una donde se dirige al norte (NIMF, del inglés *Northward Interplanetary Magnetic Field*) y la otra hacia el sur (SIMF, del inglés *Southward Interplanetary Magnetic Field*), las cuales se presentan en la Figura 2.4. Se observaron correlaciones entre el campo magnético y la densidad en las dos simulaciones, indicativas de la ocurrencia de modos espejo, aunque en diferentes regiones. Para el caso del campo magnético interplanetario sur (SIMF), la magnetofunda del lado amanecer (recuadro negro) parece ser más gruesa con  $\beta$  más alta que en el lado atardecer (recuadro blanco). Es en la región amanecer

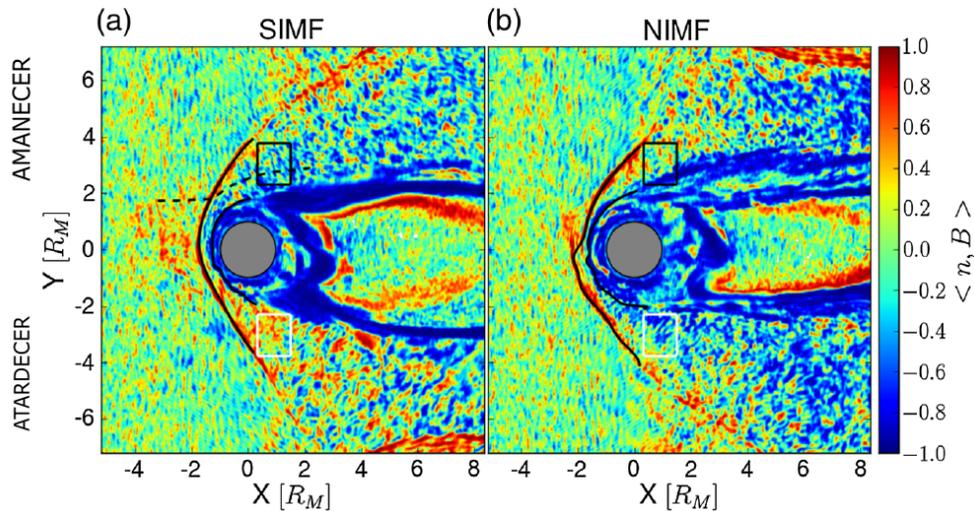


Figura 2.4: Gráficos de escala de color de correlación entre campo magnético y densidad  $\langle N_p, B \rangle$  para la simulación (a) SIMF y (b) NIMF. Los gráficos se presentan en el plano ecuatorial magnético (0.2 RM por encima del plano ecuatorial hacia el polo norte). Las líneas negras sólidas indican ubicaciones estimadas del choque de proa y la magnetopausa. Dos regiones de la magnetofunda, indicadas por los rectángulos negro (amanecer) y blanco (atardecer), se destacan para referencia adicional, así como una línea de flujo mostrada en la línea discontinua negra.

Adaptada de Herčík et al. (2013).

donde se observan correlaciones negativas -es decir, anticorrelaciones- indicando actividad de modos espejo. De manera opuesta, para el caso NIMF, el lado atardecer es el que presenta la magnetofunda más gruesa, con alta  $\beta$  y correlaciones  $|B| - N$  negativas apuntando a la presencia de modos espejo en esta región.

En la Figura 2.5, se muestran datos de la simulación SIMF detrás del choque de proa en la región amanecer donde se observa que el campo magnético y la densidad muestran anticorrelaciones típicas de los modos espejo. Además, el plasma tiene anisotropía térmica del tipo  $T_{\perp} > T_{\parallel}$  (panel e) y beta por arriba de 2 (panel d), apoyando la identificación de modos espejo. Finalmente, el panel (c) muestra que la condición de inestabilidad  $\Gamma = \beta_{\perp} \left( \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} - 1 \right) - 1 > 0$  se satisface positivamente y por tanto la identificación es inequívoca.

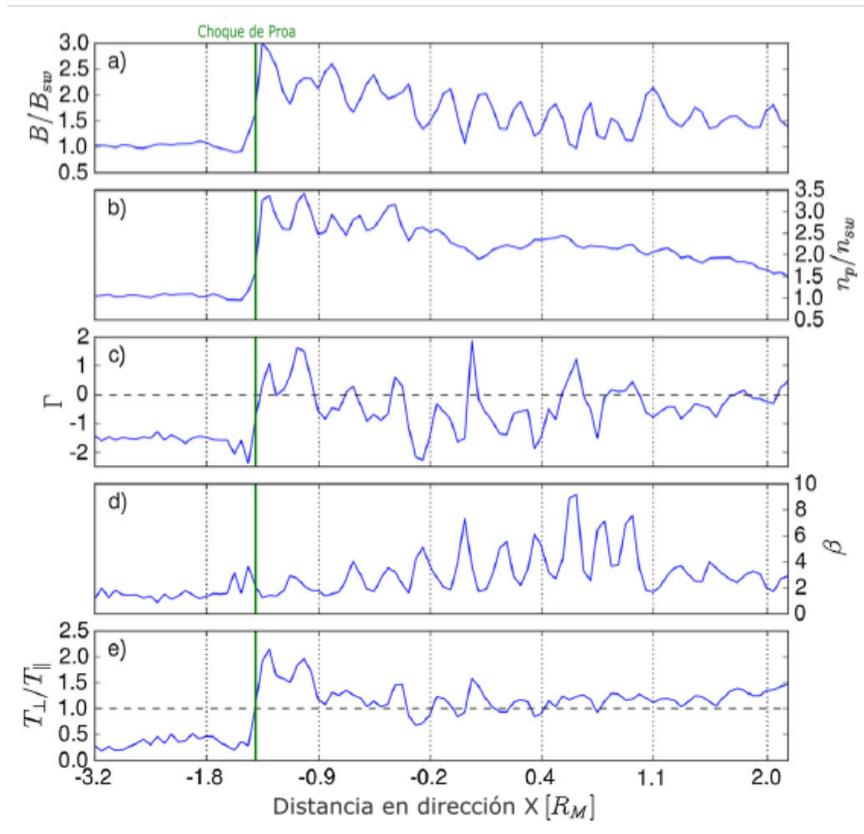


Figura 2.5: Datos de la simulación SIMF a lo largo de una línea de flujo (la línea discontinua negra de la Figura 2.4) que cruza la región del amanecer. Los paneles son: (a) Amplitud del campo magnético normalizada al campo magnético del viento solar, (b) densidad de protones normalizada a la densidad del viento solar, (c) condición de inestabilidad espejo, (d) beta y (e) anisotropía de temperatura. La línea vertical verde sólida indica la posición de un choque de proa.

Adaptada de Herčík et al. (2013).

## 2.4. Tormentas de modo espejo

En el primer artículo publicado sobre las tormentas modo espejo, Russell et al. (2009) define estos eventos como largos intervalos de tiempo donde se observan estructuras espejo de manera continua. Esta definición, más bien descriptiva del evento, no establece criterios numéricos estrictos para su identificación.

En la Sección 2.2.1, se explicó que los modos espejo pueden aparecer como estructuras aisladas, ya sea del tipo hoyo (depresiones en la magnitud del campo magnético) o pico (aumentos en la magnitud del campo). Cuando estos hoyos o picos magnéticos se repiten en un intervalo forman un tren de modos espejo, considerando la presencia de al menos un segundo hoyo magnético en un intervalo posterior/anterior de 300 segundos (esto de acuerdo a Zhang et al., 2008). Por otro lado, las tormentas de modo espejo implican una mayor densidad de estructuras espejo en el tren de modos que puede durar horas (Russell et al., 2009).

En la Figura 2.6 se presenta un ejemplo de tormenta de modos espejo reportada por Russell et al. (2009). Esta se observa detrás de un choque interplanetario detectado por la nave STEREO B el día 16 de diciembre de 2007. Los modos espejo -principalmente del tipo hoyo- se observan inmediatamente después del cruce del choque (00:16:30 UT), en la

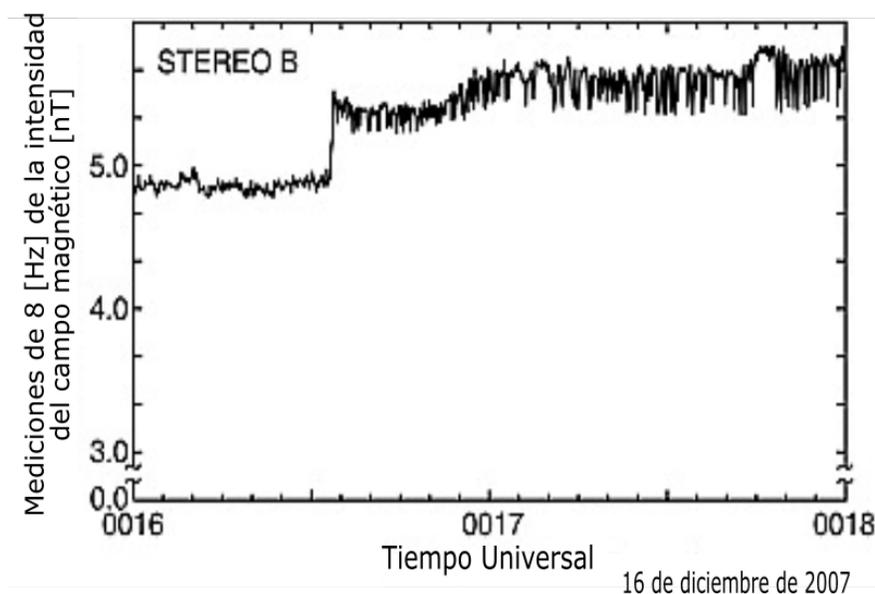


Figura 2.6: Ejemplo de una tormenta de modos espejo inmediatamente detrás de un choque interplanetario observado por la misión STEREO B el 16 de diciembre de 2007. Las estructuras son del tipo hoyo: depresiones en la magnitud del campo magnético. Adaptada de Russell et al. (2009).

funda. Este evento con morfología tipo hoyos es similar al presentado en la Figura [2.2](#). Las estructuras aumentan su amplitud de 00:17:00 UT a 00:18:00 UT, haciéndose hoyos más profundos.

## 2.5. Planteamiento del problema

En los capítulos anteriores se ha mostrado que al igual que la Tierra, Mercurio posee una magnetósfera y choque de proa asociado. Es claro también que ambos planetas poseen una magnetofunda donde las condiciones son aptas para el crecimiento de diferentes ondas e inestabilidades. En la magnetofunda de la Tierra la inestabilidad espejo es comúnmente observada, mientras que en su contraparte en Mercurio el estudio de los modos espejo ha sido limitado por la baja resolución de datos de campo magnético y también por la poca disponibilidad de datos de plasma, que al tener una baja tasa de muestreo no permiten resolver las estructuras espejo.

Por lo que retomar el estudio de la inestabilidad espejo es pertinente, usando metodologías que permitan un análisis más fino de los datos disponibles.

En este sentido, el objetivo de este trabajo es procesar la señal de campo magnético medida por la misión MESSENGER de la NASA para identificar estructuras de modo espejo en la magnetofunda de Mercurio. Además, se explora la posible existencia de tormentas de modos espejo en esa región.

Este trabajo representará un paso importante en preparación a los datos que obtenga la misión BepiColombo de la Agencia Espacial Europea que comenzará a monitorear el ambiente hermeano en el año 2027.



## II

### Análisis de datos

---

En este capítulo se exponen los fundamentos teóricos para el diseño de filtros de las señales obtenidas con la nave espacial MESSENGER que exploró el ambiente cercano a Mercurio, incluyendo su magnetósfera.

Las señales de interés serán aquellas que permitan la visualización de la anticorrelación entre la magnitud del campo magnético y la densidad. La magnitud del campo magnético tiene una frecuencia de muestreo de 20 muestras por segundo, mientras que la densidad calculada presenta lagunas de datos y la densidad observada tiene mayor cobertura en datos con una frecuencia de muestreo de 0.1 muestra por segundo.

Con los filtros seleccionados, se analizarán las señales de campo magnético y densidad para identificar estructuras espejo en la magnetofunda de Mercurio y posibles casos de tormentas de modo espejo similares a las reportadas en la literatura.

### 3.1. Análisis de Fourier

De acuerdo a los estudios de Joseph Fourier, una señal es la representación de una suma infinita de una serie de senos y cosenos. Esta señal puede representar un fenómeno físico en función del tiempo, mientras que, de manera matemática se puede describir como funciones de una o varias variables independientes. La principal clasificación de señales se distingue entre señal continua o discreta, la continua se refiere a la sucesión continua de valores para la variable independiente, mientras que la discreta solo está definida en valores específicos y aislados de la variable independiente. La Figura 3.1 presenta una señal continua, seguida de una señal discreta representada por líneas verticales no continuas. Otra clasificación, refiere un señal periódica o discontinua. Si  $x(t)$  es continua, entonces las series de Fourier convergen uniformemente a  $x(t)$  y corresponde a una señal periódica. Caso contrario, las series no convergen en un punto de la discontinuidad, presenta un salto en su valor medio (Oppenheim et al., 1998).

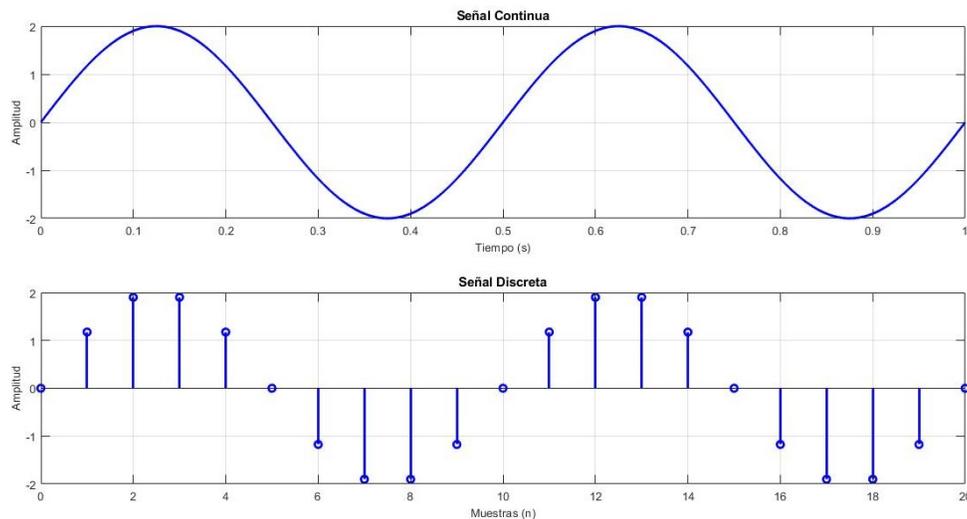


Figura 3.1: Representación de la función seno. En señal continua presenta una amplitud  $A=2$ , frecuencia  $f=2$  Hz. En señal discreta: 20 muestras,  $A=2$ , ciclos  $q=1$ , muestras en  $q$  ciclos  $r=20$ .

Antes de continuar con la descripción de señales de Fourier, se deben mencionar los parámetros que describen una señal, la Figura 3.2 pretende facilitar su visualización:

1. **Amplitud:** Es el valor que toma la señal en cada instante de tiempo.
2. **Frecuencia:** Es el número de ciclos en una unidad de tiempo  $f = N/t(s)$ . Su unidad es Hertz (Hz).
3. **Periodo:** Es el tiempo que tarda una señal en realizar un ciclo completo. Es el inverso de la frecuencia  $T = 1/f$ . Por tanto, su unidad es segundos (s).
4. **Fase:** Es un ángulo que se representa dentro de un círculo completo, cada ciclo completo de la señal es igual a 2 radianes (rad).

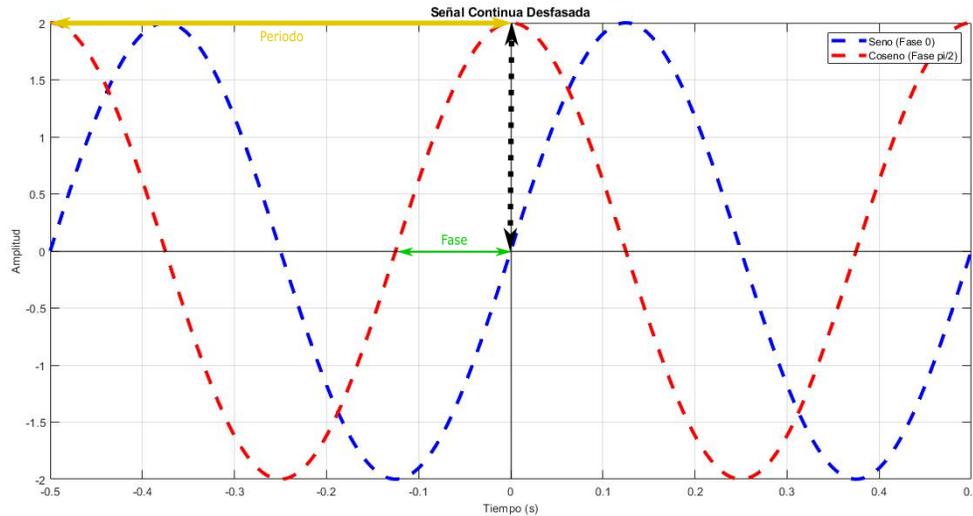


Figura 3.2: Representación de la función seno (azul) y su señal desfasada, la función coseno (rojo). De este modo es posible observar el término fase y desfase respecto al origen (flecha verde). Adicionalmente, el periodo (flecha amarilla) y amplitud (flecha punteada negra). Al tener dos periodos completos en un segundo, se expresa como una frecuencia de 2 Hz.

### 3.1.1. Serie de Fourier en tiempo continuo

Una serie de Fourier es una expansión de una función periódica en términos de una suma infinita de senos y cosenos. El uso de una serie de Fourier nos permite descomponer una función periódica arbitraria en un conjunto de términos simples que pueden resolverse individualmente y luego reconstruirla con el fin de obtener la solución al problema original con el nivel de precisión deseado (Shima & Nakayama, 2009). La función en cuestión debe cumplir con

tres características que garantizan la existencia de la serie/transformada de Fourier: de ser integrable, máximos y mínimos en un periodo, y un número de discontinuidades en un periodo.

La serie de Fourier en tiempo continuo representa señales periódicas como la suma ponderada de exponenciales complejas armónicamente relacionadas, cuyas frecuencias son múltiplos enteros unas de otras (Hernández et al., 2017).

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk(2\pi/T)t} \quad ; \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad (3.1)$$

### 3.1.2. Serie de Fourier en tiempo discreto

Una señal discreta periódica se puede definir como la superposición de un número finito de exponenciales complejas, que pueden estar ponderadas y desplazadas, definida como (Hernández et al., 2017):

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad (3.2)$$

donde  $a_k$  son los coeficientes espectrales que representan la amplitud y fase de cada componente frecuencial. Mientras que,  $k$  es el índice del armónico<sup>1</sup>.

### 3.1.3. Transformada de Fourier continua

La transformada de Fourier permite transformar una señal en el dominio del tiempo a un dominio de frecuencias, cuya transformación es reversible<sup>2</sup>. Las señales no periódicas pueden considerarse, en cierto sentido, como señales periódicas con periodo infinito de acuerdo a Hernández et al. (2017). Si  $T \rightarrow \infty$ , entonces la suma se define como una integral donde se define  $k\omega_0 \approx \omega$  como una variable continua y la diferencial de la integral es con respecto a la frecuencia  $\omega$ .

La transformada de Fourier en tiempo continuo, también conocida como la representación integral de Fourier, se establece respecto a una función periódica integrable  $f(x)$  en su forma compleja. De acuerdo a la definición que presenta Shima y Nakayama, 2009,  $F(k) = \sqrt{2\pi}c(k)$  de este modo la integral se establece de la siguiente forma:

<sup>1</sup>Señal periódica con una frecuencia fundamental  $f_0 = 1/T$ , donde los armónicos son múltiplos de  $f_0$ .

<sup>2</sup>La existencia de su transformada inversa es esencial para llamarse transformada.

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx} dx \quad (3.3)$$

### 3.1.4. Transformada de Fourier discreta

En el ámbito computacional, las señales continuas no son aptas para un análisis, por ello se requieren secuencias discretas con un muestreo establecido. En este caso, la transformada de Fourier se aplica a una función con número finito de sus puntos muestreados.

Para un conjunto de mediciones realizadas a intervalos  $\Delta$  de tiempo. La secuencia de valores muestreados se establece como  $f_k = f(t_k)$ ,  $t_k = k\Delta$  donde ( $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ ) y por simplicidad, se asume que  $N$  es par (Shima & Nakayama, 2009). Entonces, en lugar de estimar la transformada de Fourier  $F(\omega)$  en todo el rango de frecuencias ( $\omega$ ), se estima solo en los valores discretos  $\omega = \omega_n$  con  $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ , de la siguiente forma que considera valores discretos  $f_k$  (Shima & Nakayama, 2009):

$$F_n = F(\omega_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(t_k)e^{-i\omega_n t_k} \quad (3.4)$$

donde  $F_n$  está asociado con la frecuencia  $\omega_n$ , este último se define como:

$$\omega_n \equiv \frac{2\pi n}{N\Delta} \quad (3.5)$$

donde  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ .

De acuerdo al índice de  $n$  de la ecuación 3.5, este tiene un rango de 0 a  $N$ . Asimismo, la función  $F_n$  es periódica en  $n$  con un periodo  $N$  implica que también la frecuencia  $\omega_n$  sea periódica en  $n$  con  $N$ . Por lo tanto, los dos valores extremos de  $\omega_n$  (Shima & Nakayama, 2009):

$$\omega_{-N/2} = -\frac{\pi}{\Delta} \quad y \quad \omega_{N/2} = \frac{\pi}{\Delta} \quad (3.6)$$

estas dos frecuencias se conocen como las frecuencias críticas de Nyquist. El teorema de muestreo describe la condición de Nyquist, por tanto, la frecuencia de muestreo debe ser

superior a la frecuencia máxima de la señal. La frecuencia crítica de Nyquist se define como (Shima & Nakayama, 2009):

$$\omega_c = \frac{\pi}{\Delta} \quad (3.7)$$

donde  $\Delta$  es el intervalo de muestreo:  $t_k = k\Delta$  ( $k = 0, 1, \dots, N-1$ ). Si la frecuencia de muestreo es inferior al doble de la frecuencia máxima  $f_N = 1/2\Delta t$  en el espectro de la señal, se presenta el fenómeno de solapamiento<sup>3</sup>, de modo que la señal no se reconoce.

Hernández et al. (2017) pronuncia la importancia del teorema de Parseval, este determina la propiedad de simetría conjugada entre dominio temporal y de frecuencias. Esto es, la conservación de energía al realizar la transformada de Fourier: la misma energía en dominio temporal será representada en términos de frecuencias.

### 3.1.5. Diseño de filtros con Fourier

La transformada de Fourier tiene dos importantes aplicaciones generales: el filtrado de señales y la solución de ecuaciones diferenciales lineales. El diseño de filtros digitales surge de la necesidad de disminuir o realzar ciertas características de las señales, tanto continuas como discretas en el tiempo.

La transformada de Fourier en el dominio del tiempo se representa como una convolución de funciones, mientras que en el dominio de frecuencias es la multiplicación de la señal por una función que modula las amplitudes en una región deseada. Si  $\varphi(t)$  es la función filtro, entonces el efecto de filtrar una función  $f(t)$  con la función  $\varphi(t)$  resulta en una nueva función  $g(t)$  definida por la convolución (Vázquez, 2022):

$$g(t) = \varphi(t) * f(t) \quad (3.8)$$

donde la convolución de  $g(t)$  en el dominio de las frecuencias, se plantea como:

$$G(\omega) = \Psi(\omega)F(\omega) \quad (3.9)$$

donde la función filtro  $\Psi(\omega)$  modifica las amplitudes de la función  $F(\omega)$ . Por tanto, un filtro se diseña a partir de las funciones 3.8 y 3.9.

---

<sup>3</sup>del inglés *aliasing*

Para ejemplificar el diseño de filtros con la transformada de Fourier y la función pulso rectangular, se realiza un diseño de filtro pasa banda mostrado en la Figura 3.3 con una señal continua compuesta de tres frecuencias: frecuencia de 0.5 Hz con una amplitud de 10, frecuencia de 10 Hz con una amplitud de 2 y Frecuencia de 5 Hz con una amplitud de 5. Para su procesamiento computacional, la señal se discretiza con  $N$  muestras,  $N$  se determina con la longitud del vector de tiempo  $t$ . Enseguida, se aplica la transformada con el propósito de filtrar en el dominio de frecuencias, siendo las frecuencias de corte inferior y superior: 1 Hz y 6 Hz respectivamente. Se aplica la transformada inversa al espectro de amplitudes de la señal filtrada (frecuencias entre 1 Hz a 6 Hz) para reconstruirla en el dominio del tiempo. Finalmente, se obtiene una señal de frecuencia de 5 Hz y una amplitud de 5. De la señal original de tres frecuencias, solo se destaca una.

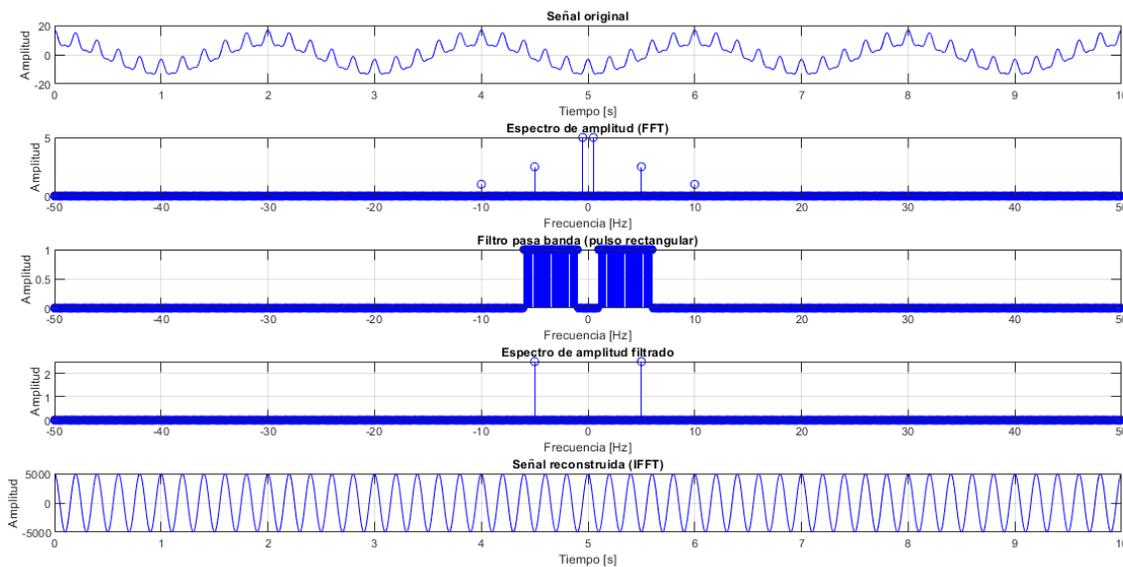


Figura 3.3: Representación de un diseño de filtros para una señal continua de tres frecuencias dominantes (0.5, 10, 5 Hz) y para la que se busca destacar solo una (5 Hz). Se presentan los paneles, de arriba a abajo: señal sin procesar en dominio temporal, espectro de amplitud en el dominio de frecuencias, diseño de filtro pasa banda con la función pulso rectangular, espectro de amplitud de la señal filtrada en el dominio de frecuencias y señal filtrada en dominio temporal.

### 3.1.6. Filtro Butterworth

El filtro Butterworth es un filtro pasa-baja y su característica principal es que la respuesta de magnitud es máximamente plana en la banda de paso (Oppenheim et al., 2010), monótona en la pasa-banda y en la rechaza-banda. Este filtro de orden  $N$  tiene una respuesta en frecuencia

extremadamente suave en la banda de paso, debido a que las primeras  $(2N-1)$  derivadas de la magnitud al cuadrado son igual a cero en la frecuencia cero ( $\Omega = 0$ ). La función de potencia (magnitud al cuadrado) representa la potencia de una señal a distintas frecuencias:

$$|H_c(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\Omega/j\Omega_c)^{2N}} \quad (3.10)$$

Esta ecuación arrojará una gráfica como la mostrada en la Figura 3.4, donde las abscisas representan las frecuencias de muestreo y las ordenadas la amplitud normalizada. En la Figura la señal filtrada corresponde al valor normalizado de 1, es decir, la pasa-banda. La señal en valor 0 es la rechaza-banda. Finalmente, la región entre la pasa-banda y la rechaza-banda, cuando la señal cambia gradualmente de 1 a 0, se conoce como región de transición.

Si el parámetro  $N$  en la ecuación 3.10 aumenta, las características del filtro son mayormente planas; se mantienen cerca de uno en una mayor parte de la banda de paso y se acercan a cero más rápidamente en la banda de rechazo. Es importante describir que la función de potencia en la frecuencia de corte ( $\Omega_c$ ), esta siempre será igual a un medio debido a la naturaleza de la ecuación 3.10. Por tanto, en la Figura 3.5 se muestra la transición al variar los órdenes del filtro para  $N = 2$ ,  $N = 4$  y  $N = 8$ ; de acuerdo a lo anterior, el orden 8 muestra una respuesta de señal mayormente plana que intenta aproximarse a las líneas punteadas.

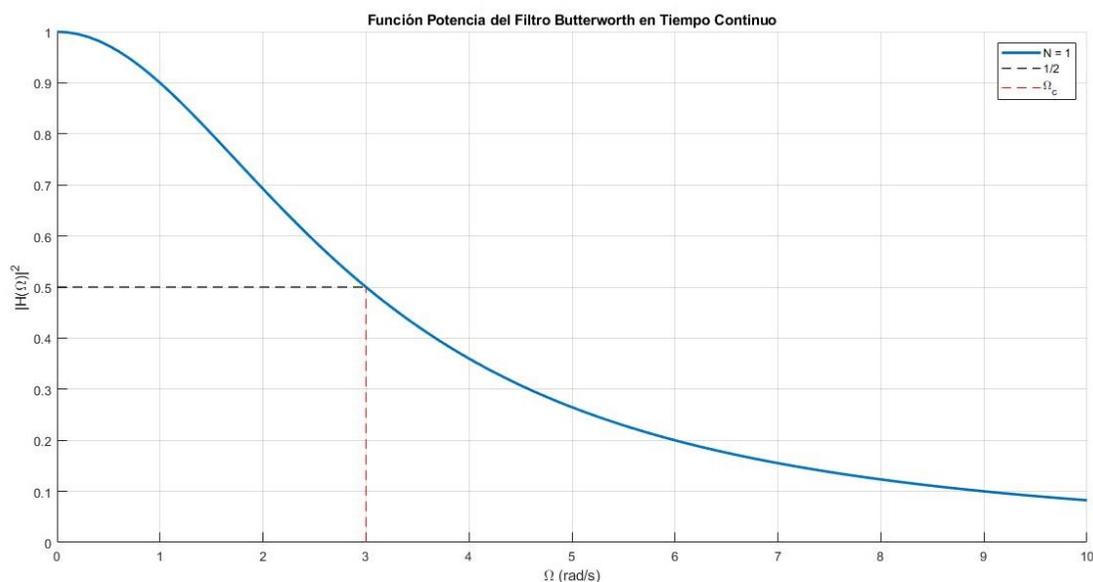


Figura 3.4: Función potencia de filtro Butterworth de tiempo continuo de acuerdo a la ecuación 3.10, cuya frecuencia de corte  $\Omega_c$  es 3 Hz.

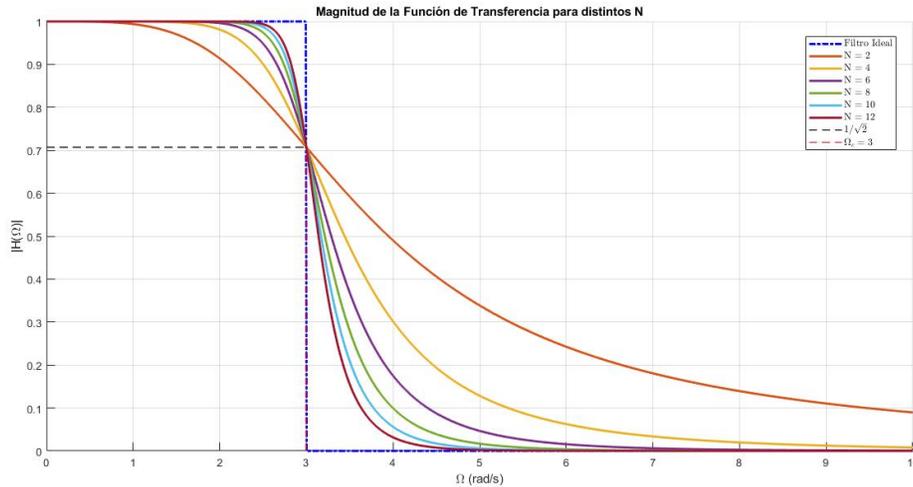


Figura 3.5: Dependencia del filtro Butterworth de acuerdo al orden establecido para  $N = 2$ ,  $N = 4$ ,  $N = 6$ ,  $N = 8$ ,  $N = 10$  y  $N = 12$  con  $\Omega_c = 3$ . En la misma, se presenta la comparación de un filtro ventana cuadrada (filtro ideal), donde el orden mayor  $N = 12$  se aproxima mayormente a este que otros ordenes menores. Esto representa la suavidad de atenuación del filtro Butterworth.

Para el diseño de filtro Butterworth, se implementa la función `butter_lowpass`<sup>4</sup>, se necesita al menos tres parámetros de entrada que definen la señal filtrada de salida:

- **Orden:** Determina la pendiente de la respuesta de frecuencia. A mayor orden, más pronunciada es la atenuación de las frecuencias fuera del rango de paso.
- **Frecuencia de muestreo:** En unidades Hz. Es necesario para calcular la frecuencia de Nyquist (la mitad de la frecuencia de muestreo), que ayuda a normalizar la frecuencia de corte.
- **Frecuencia de corte:** También en Hz. Es el límite en el rango de frecuencias en el que el filtro comienza a actuar. En este caso, las señales que tienen una frecuencia inferior a esta pasarán a través del filtro casi sin cambios, mientras que las frecuencias superiores serán reducidas o eliminadas.

### 3.1.7. Transformada de Fourier de tiempo corto

La transformada de Fourier de tiempo corto (STFT) se aplica a una señal continua para analizar solo un pequeño segmento de ésta en una ventana de tiempo. La Ecuación 3.11 de la STFT es, de acuerdo a Yang et al. (2019):

<sup>4</sup>Implementada en la biblioteca *SciPy* con módulo especializado en procesamiento de señales *scipy.signal*.

$$STFT(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} S(\tau)h^*(\tau - t)e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.11)$$

donde  $t$  y  $f$  son tiempo y frecuencia, respectivamente.  $S(t)$  se considera la señal;  $h(t)$  denota función de ventana y  $*$  representa el conjugado. Esta transformada carece de su inversa por lo que no es posible reconstruir la señal posterior a un filtrado. Por lo anterior se desarrolla el análisis por ondícula, en el apéndice [B](#) se retoma las limitantes de la STFT.

## 3.2. Análisis de ondícula

Aunque efectivo en muchos aspectos, el análisis de Fourier tiene algunas limitaciones debido a que las funciones de senos y cosenos descomponen parcialmente las señales variables en el tiempo y brindan un espectro de frecuencias de forma global. Por otro lado, el análisis de ondícula u ondeleta (del inglés *wavelet*) permite descomponer con señales no estacionarias y muestra aquellas frecuencias que dominan en cada instante de la línea temporal de la señal, es decir, analiza la señal en el dominio del tiempo y frecuencia simultáneamente. Mientras que Fourier emplea funciones elementales como seno y coseno, en este análisis se emplea la función ortogonal de la transformación (ondícula).

Para Shima y Nakayama, [2009](#), una ondícula es una función de valor real  $\psi(t)$  que tiene una forma de onda localizada que satisface los siguientes criterios:

1. La integral de  $\psi(t)$  es cero:  $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0$
2. La integral del cuadrado de  $\psi(t)$  es uno:  $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)^2 dt = 1$
3. La transformada de Fourier  $\Psi(\omega)$  de  $\psi(t)$  satisface la condición de admisibilidad expresada por:

$$C_{\Psi} = \int_0^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (3.12)$$

donde  $C_{\Psi}$  es la constante de admisibilidad, cuyo valor depende de la ondícula elegida.

La transformada de ondícula aplica la función  $\psi$  a una escala determinada, que se desplaza a lo largo de la señal de forma que la transformada descompone la señal en ondículas respecto a la ondícula madre que se encuentra sin escalar ni trasladar (Valens, [1999](#)). La ondícula madre se puede representar como:

$$\Psi_{a,b} = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi \left( \frac{t-b}{a} \right) \quad (3.13)$$

donde  $(a)$  es el escalamiento y  $(b)$  es el desplazamiento de la ondícula que caracteriza la descomposición de la señal  $f(t)$ .

La transformada de ondícula se utiliza de manera eficaz para analizar ondas pequeñas. Es una herramienta que descompone la señal original en varios componentes en diferentes bandas de frecuencia. Mediante esta se cambia la extensión temporal desplazando y escalando las señales, y puede aplicarse -por ejemplo- en la eliminación de ruido mediante técnicas como la Transformada de Ondícula Continua (TOC), la Transformada de Ondícula Discreta (TOD) y la transformada de Ondícula desde paquetes (TOP).

### 3.2.1. Transformada de ondícula continua

La transformada de ondícula  $T(a, b)$  de una señal continua  $x(t)$  con respecto a la ondícula  $\psi(t)$  se define de forma simplificada como (Shima & Nakayama, 2009):

$$T(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{a,b}(t) dt \quad (3.14)$$

donde  $x(t)$  se descompone en ondículas que se rigen por la ondícula madre  $\Psi_{a,b}(t)$ , retomando la Ecuación 3.13. El escalamiento controla la dilatación/compresión de la ondícula madre ( $a > 1$  dilata,  $0 < a < 1$  comprime) y se encuentra en dominio de frecuencias; mientras que la traslación  $(b)$  desplaza la ondícula a lo largo del eje temporal para analizar la señal localmente.

### 3.2.2. Transformada de ondícula discreta

En este caso, la función de entrada  $x(t)$  es unidimensional<sup>5</sup> y dada la escala de tiempo  $(a, b)$  la función de salida es bidimensional. La transformada de ondícula para una señal no continua requiere discretizar los parámetros  $(a, b)$  a  $(m, n)$  puesto que sus valores varían continuamente, tal que  $a_0^m$  y  $\Delta b = b_0 a_0^m$ . Por tanto, la transformada discreta se expresa como (Shima & Nakayama, 2009):

<sup>5</sup>Típicamente unidimensional para procesamiento de señales, puede ser n-dimensional de acuerdo al objetivo de análisis (imágenes, videos, análisis de datos volumétricos.)

$$T_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi_{m,n}(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)2^{m/2}\psi(2^m t - n)dt \quad (3.15)$$

donde  $\psi_{m,n}(t) = 2^{m/2}\psi(2^m t - n)$ . Esta escala logarítmica de la potencia-dos de los pasos de la escala  $a$ , se conoce como el arreglo de cuadrícula diádica<sup>6</sup>. Se obtiene sustituyendo  $a_0 = 1/2$  y  $b_0 = 1$ .

Así como la transformada de Fourier, la transformada discreta de ondícula es una operación lineal aplicada a una señal para obtener una señal modificada de salida. En la Tabla 3.1 se enlistan algunas diferencias entre la transformada de Fourier y la transformada de ondícula. Sin embargo, la más importante es que Fourier determina de forma global las frecuencias presentes en la señal, mientras que ondícula muestra los cambios de frecuencias en la línea temporal de la señal, permitiendo encontrar patrones de frecuencias en la señal.

<b>Transformada</b>	<b>Fourier</b>	<b>Ondícula</b>
Salida	Espectro de la señal	Coefficientes de ondícula
Dominio	Frecuencia	Tiempo-Escala
Base	Exponencial compleja	Familias de ondícula
Aplicable	solo una vez	N veces, depende de la señal

Tabla 3.1: Comparación de transformadas: Fourier y ondícula (Ballesteros & Renza, 2018).

### 3.2.3. Familias de ondículas

A partir de la ondícula madre es posible establecer diversas familias de ondículas con propiedades específicas para realizar distintos análisis de señales. Algunas de estas familias son: Haar, Daubechies, Symlet y Morlet. La principal diferencia entre familias es el número de momentos nulos pues esto modifica la forma de la ondícula madre y le brinda la capacidad de suprimir un polinomio requerido; de este modo se elige aquella que se aproxime a la forma de la señal de entrada.

<sup>6</sup>El muestreo diádico se refiere a la división en escalas y frecuencias en intervalos de potencias de 2 (por ejemplo:  $a = 2^j$  y  $b = k2^j$ ).

Cada familia presenta al menos las siguientes cuatro propiedades:

- **Momentos nulos:** Determina el orden de la transformada.
- **Simetría:** Permite que el filtro aplicado sea de fase lineal, es decir, evita el desfase en el desvanecimiento de la señal.
- **Soporte compacto:** Implica que la señal finita, reduciendo su complejidad.
- **Ortogonalidad:** La señal se descompone en un filtro pasa-alto y un pasa-bajo.

La Figura 3.6 permite comparar la ondícula madre con las ondas dominantes de la señal original y elegir aquella con mayor cercanía.

La familia Daubechies es importante para este trabajo; se caracteriza por ser un filtro de espejo conjunto real  $h$ , tal que  $h(\omega)$  tiene  $p$  ceros en  $\omega = \pi$  y tiene al menos  $2p$  coeficientes no nulos. Adicionalmente, estas ondículas están descritas en intervalos finitos y fuera de estos, es cero. Presenta el mayor número de momentos nulos para un determinado ancho de ventana. En la Tabla 3.2 se presentan las propiedades de la familia Daubechies.

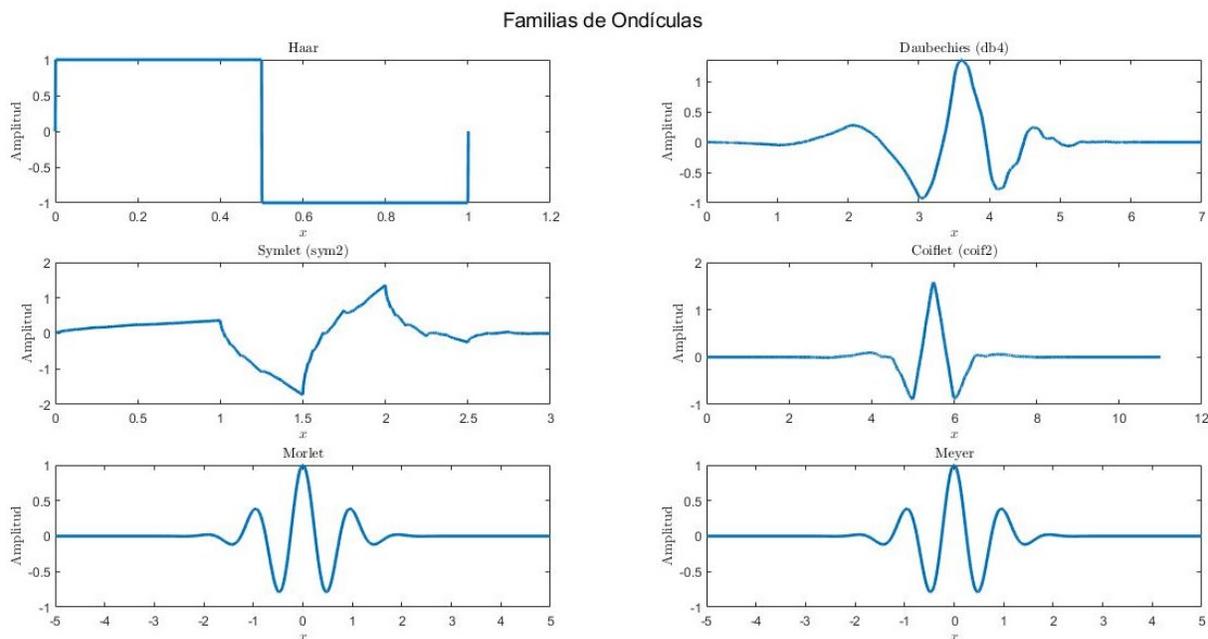


Figura 3.6: Familias de Ondículas: Haar, Daubechies, Symlet, Coiflet, Morlet y Meyer.

Propiedades	Daubechies
Nombre abreviado	dB
Orden (N)	N - entero positivo
Ondícula dB	db1, db2, ..., db10
Ortogonal	✓
Biortogonal	✓
Soporte compacto	✓
CWT	✓
DWT	✓
Ancho de ventana	$2N-1$
Longitud del filtro	$2N$
Periodicidad	$\approx 0.2N$
Simetría	Poco simétrica

Tabla 3.2: Propiedades de la Familia de Ondículas Daubechies (Pinto-Moreno, 2012).

Respecto a la familia Daubechies, se elige un integrante de la familia con mayor similitud a la señal de acuerdo a los momentos de desvanecimiento. Entre menor sea el número de desvanecimiento, la ondícula madre será mayormente plana. La más utilizada es db4, sin embargo, la familia se presenta de db4 a db10 en la Figura 3.7.

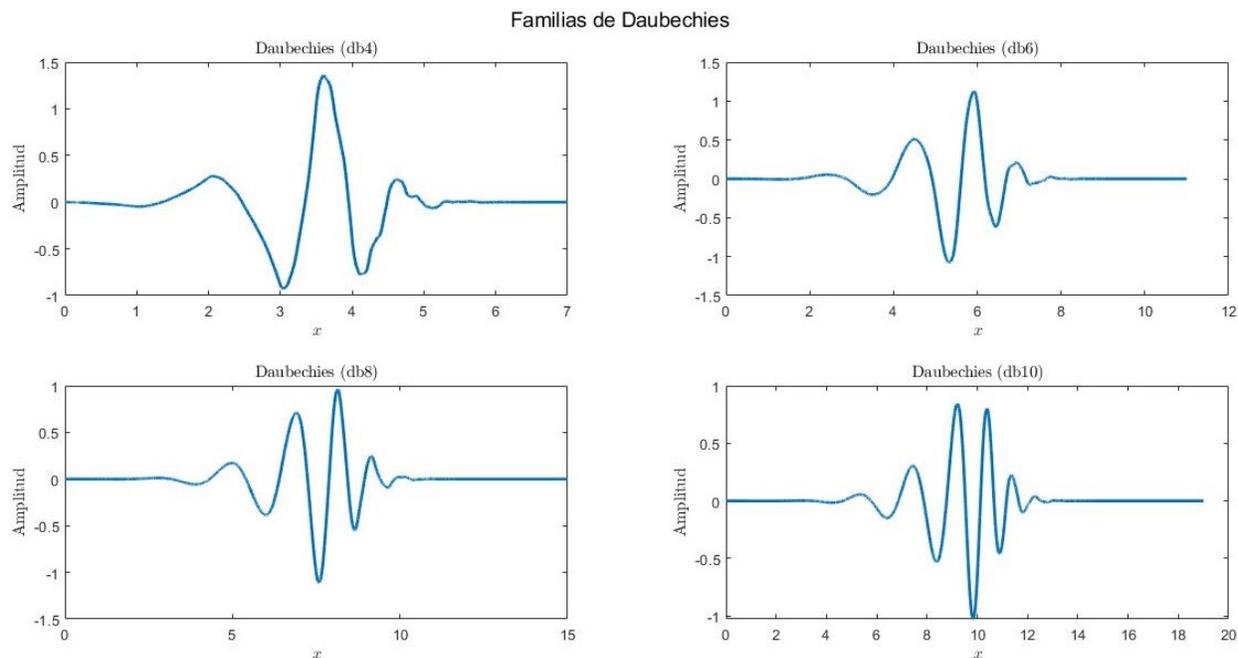


Figura 3.7: Momentos nulos db4, db6, db8 y db10.

### 3.2.4. Filtro de ondícula

El diseño del filtro digital aplica la transformada discreta de ondícula, usando la familia de ondícula Daubechies y sus niveles de descomposición. Por tanto, este diseño se establece en el dominio de frecuencias, obteniendo filtros de carácter pasa-bajo y pasa-alta. Desde la transformada se extraen tanto las bajas frecuencias como altas frecuencias, representadas como componentes de aproximación y componentes de detalle, respectivamente. La calidad del filtro depende de la recursividad de este por medio de niveles de descomposición por bandas.

Para descomponer la señal por medio de la transformada de ondícula discreta se aplica la función de Python llamada `pywt.wavedec`<sup>7</sup>, mientras que `pywt.waverec` aplica la inversa de la transformada, es decir, reconstruye la señal original a partir de los coeficientes obtenidos con `wavedec`. Finalmente, se reconstruye la señal solo con las componentes de aproximación, es decir, se aplica la función `pywt.waverec` a las señales de color rojo mostradas en la Figura 3.8.

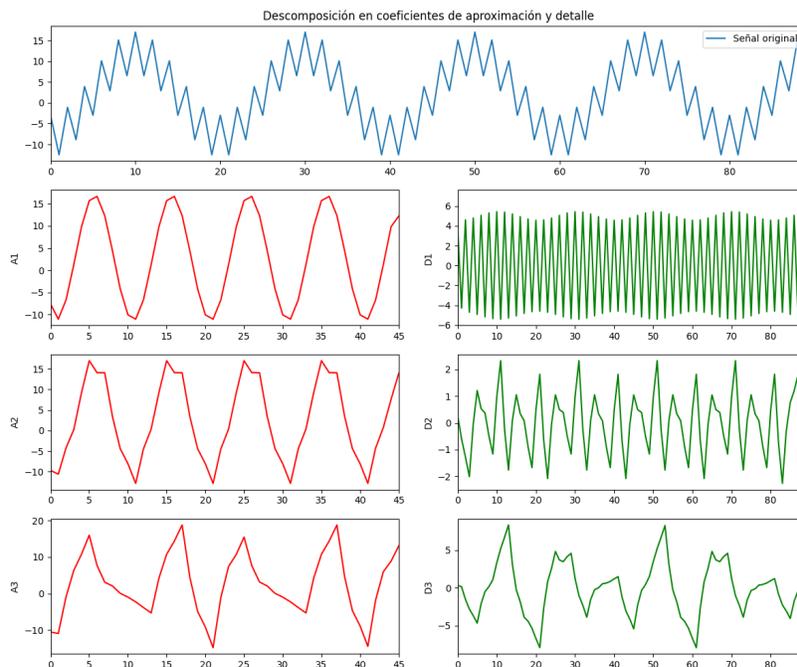


Figura 3.8: Señal con tres frecuencias dominantes (0.5, 10, 5 Hz) (azul) mostrada en la Figura 3.3. Se descompone con la función `pywt.wavedec`: del lado izquierdo se presentan las componentes de aproximación (rojo) y del lado derecho se presentan las componentes de detalle (verde).

<sup>7</sup>En conjunto con `pywt.waverec` pertenecen a la biblioteca *PyWavelets* (`pywt`).

### 3.3. Análisis de Hilbert

A diferencia del análisis de Fourier y de ondícula, Hilbert permite aplicarse en señales no lineales y no estacionarias. Por lo que, este método permite adaptarse por completo a la señal gracias a su característica intuitiva.

#### 3.3.1. Transformada de Hilbert continua

La transformada de Hilbert  $H(x(t))$  de una señal continua definida como  $x(t)$ , se describe a continuación, donde  $P$  es el valor principal de Cauchy (Zeiler et al., 2010):

$$H(x(t)) = \frac{1}{\pi} P \int \frac{x_i(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (3.16)$$

#### 3.3.2. Descomposición empírica en modos

La descomposición empírica en modos (EMD por sus siglas en inglés) establece la descomposición de una señal temporal en una suma de funciones de modo intrínseco (IMF por sus siglas en inglés) en una amplitud media cero con componentes modulados en frecuencia. Para obtener cada IMF se obtienen los valores máximos y los valores mínimos de la señal, se aplica una interpolación *spline* cúbica, de este modo, se obtiene una envolvente de solo valores máximos y una de mínimos, como se muestra en la Figura 3.9. Se obtiene el promedio las dos envolturas (trazas verdes) como IMF (línea roja); el proceso es iterativo hasta que el valor medio sea cercano a uno.

La descomposición EMD posee dos propiedades (Zeiler et al., 2010):

- Tiene solo un extremo por cada dos cruces de cero; este número de mínimo y máximo de la señal difiere como máximo de uno.
- Tiene un valor medio nulo, requiriendo que la señal sea estacionaria para la simplicidad de su análisis. Aunque se puede modular la amplitud y cambiar las frecuencias.

Por tanto, el proceso de filtrado a través del algoritmo de EMD busca la reconstrucción de la señal  $x(t)$  en la suma de cada IMF  $x_n(t)$  adicionando la residual  $r(t)$ . Lo anterior se

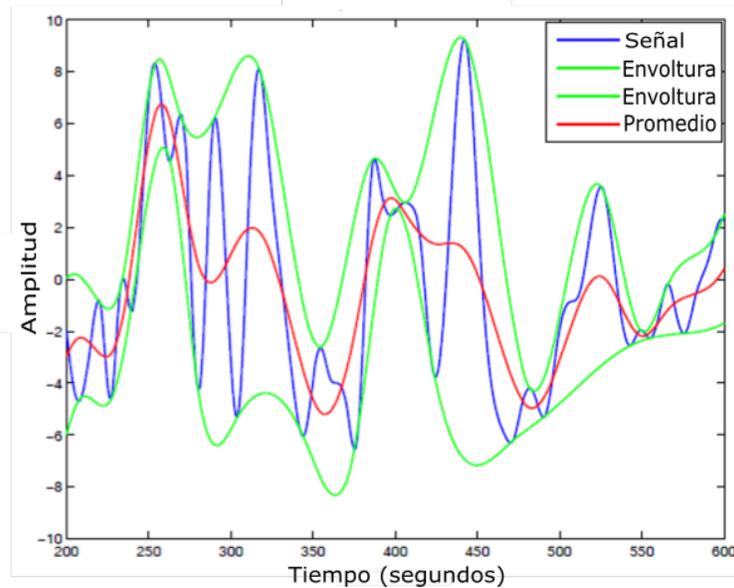


Figura 3.9: Obtención de una IMF por medio de máximos y mínimos. Adaptada de Wu (s.f.).

ilustra en la Figura 3.10 donde la señal original, su descomposición de IMFs (primero de las altas hasta las más bajas frecuencias) y el residual se expresan como:

$$x(t) = \sum_n x_n(t) + r(t) \quad (3.17)$$

### 3.3.3. Filtro de descomposición empírica en modos

El filtrado de una señal puede diseñarse a través de la reconstrucción con las primeras IMFs, pues la señal de salida es de alta frecuencia mientras que las últimas IMFs con el residual se obtendrá la tendencia de la señal de entrada. En otras palabras, esta descomposición permite aplicar un filtro pasa-altas o un filtro pasa-bajas. Para este trabajo, se atenúan altas frecuencias. Por tanto, se aplican las funciones `emd.sift.sift`<sup>8</sup> de Python que descomponen la señal en un arreglo IMF. Cada columna de este arreglo  $IMF[:, i]$  representa un Modo Intrínseco (IMF) de la señal, ordenado desde las componentes de mayor frecuencia a las de menor frecuencia. Finalmente, la reconstrucción de la señal consiste en la suma de los últimos IMFs.

<sup>8</sup>Implementada en la biblioteca *PyEMD* y descompone la señal mediante el algoritmo SIFT (Sifting Process).

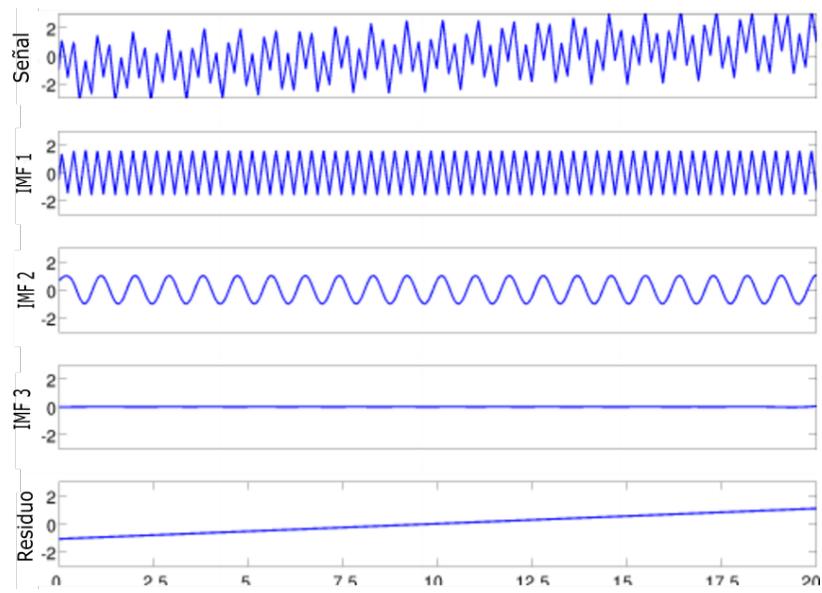


Figura 3.10: La reconstrucción de la señal es la suma de cada IMF y el residual. Adaptada de Zeiler et al. (2010).



### Análisis de datos: tormentas de modo espejo

En este capítulo se presenta el análisis de datos de la misión MESSENGER realizado para la búsqueda de estructuras espejo en la magnetofunda de Mercurio y posteriormente potenciales candidatos de tormentas de modo espejo.

#### 4.1. Identificación de la magnetofunda de Mercurio

El primer paso consistió en identificar en los datos de MESSENGER<sup>1</sup> las regiones del choque de proa, magnetofunda, magnetopausa y magnetósfera. Esto con el objetivo de poder diferenciar claramente la región de interés: la magnetofunda.

Para esto se empleó la plataforma *Automated Multi-Dataset Analysis* (AMDA) la cual permite realizar gráficas y análisis simple en una gran variedad de datos de misiones espaciales (Génot et al., 2021) en una interfaz gráfica de uso sencillo. Mediante esta plataforma se accedió a los datos de la misión MESSENGER, para elaborar gráficos de campo magnético, densidad, temperatura y espectros de energía de iones.

La resolución de los datos disponibles en AMDA son de 0.05, 1 y 60 segundos para los datos de campo magnético del instrumento MAG (Anderson et al., 2007), 60 segundos para densidad observada, 60 segundos para densidad calculada, 60 segundos para temperatura, y 7 a 67 segundos para el espectro de energías, todo estos provenientes del instrumento FIPS (Andrews et al., 2007). Para cada órbita de la misión se realizaron gráficos como el de la Figura 4.1 para identificar las regiones antes mencionadas. Se siguió la identificación planteada por Winslow et al., 2013, esto por inspección visual y considerando lo siguiente:

---

<sup>1</sup>El apéndice A presenta información más detallada de la misión, como su órbita e instrumentos a bordo.

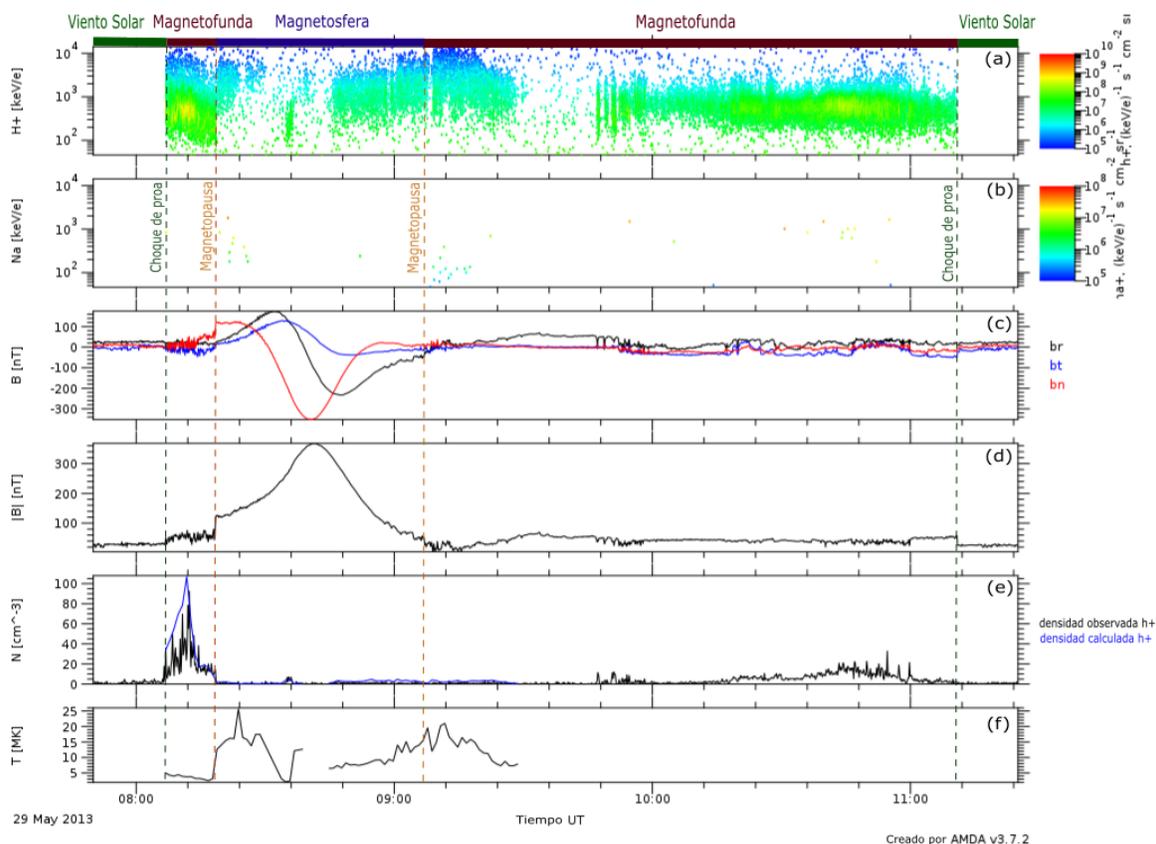


Figura 4.1: Identificación de regiones de interacción entre el viento solar y la magnetósfera de Mercurio, observadas el día 29 de Mayo de 2013. Los paneles muestran: (a) espectro de energía de protones y (b) iones de sodio, (c) componentes del campo magnético, (d) magnitud del campo magnético, (e) densidad de protones y (f) temperatura de protones.

- El choque de proa se detecta como un incremento abrupto en la magnitud del campo magnético, la densidad y la temperatura de iones (protones) típicas del viento solar en la órbita hermeana, esto considerando los valores de la Tabla [1.4](#).
- La magnetofunda se caracteriza también por incrementos de los mismos parámetros que el choque y la podemos identificar, además, por el ensanchamiento del espectro de energía de protones lo que es indicativo de la presencia del plasma del viento solar chocado en la magnetofunda que ya fue termalizado.
- La magnetopausa se observa nuevamente como un segundo salto o incremento los parámetros de campo magnético y plasma. El flujo de protones disminuye abruptamente en su espectro de energía.
- La magnetósfera se identifica por un aumento continuo en la magnitud de campo magnético, la disminución en la densidad de protones, el aumento en la temperatura

de iones. Además, el flujo de protones se mantiene en un nivel mínimo en comparación con el choque y comienza a aumentar el flujo de especies planetarias como los iones de sodio ( $Na^+$ ).

Cabe mencionar que la disponibilidad de datos de plasma en AMDA no es constante, particularmente con los datos de plasma como la densidad y la temperatura por lo que en ocasiones la identificación se hace mayormente con base a los datos de campo magnético y el espectro de energía de protones y iones de sodio.

En la Figura [4.1](#) se muestra un ejemplo de la identificación de regiones realizada en este trabajo. Las líneas verticales discontinuas corresponden a las fronteras: choque de proa (verde) y magnetopausa (naranja). Al ver la serie de tiempo para una órbita completa es fácil identificar la magnetósfera por la firma característica en la magnitud de campo magnético, pues la traza de este parámetro emula una montaña o campana.

## 4.2. Identificación de estructuras espejo y tormentas

Una vez que se identifica la magnetofunda, se buscan intervalos donde los parámetros de densidad de protones y la magnitud de campo magnético gráficos presenten una anticorrelación, aquella que es típica de las estructuras espejo. En la Figura [4.2](#) se muestra un ejemplo de un intervalo de seis minutos del cruce completo de la magnetofunda, que dura 2 horas. En la Figura se observan las estructuras espejo encontradas; las líneas verticales muestran la anticorrelación entre la magnitud del campo magnético y la densidad de protones. En este mismo gráfico es posible observar la diferencia de resolución, que dificulta la detección de un mayor número de estructuras. La duración del intervalo de tiempo donde se encuentren las estructuras con anticorrelación, así como el número de estructuras halladas será relevante para caracterizar una tormenta, un tren o solo estructuras aisladas de modo espejo, como se discutirá más adelante.

Mediante inspección visual se identificaron intervalos con estructuras espejo que además fueran potenciales candidatos a ser tormentas espejo, esto último basado en la duración del intervalo. Para considerar que un intervalo atañe a un candidato de tormenta espejo, se

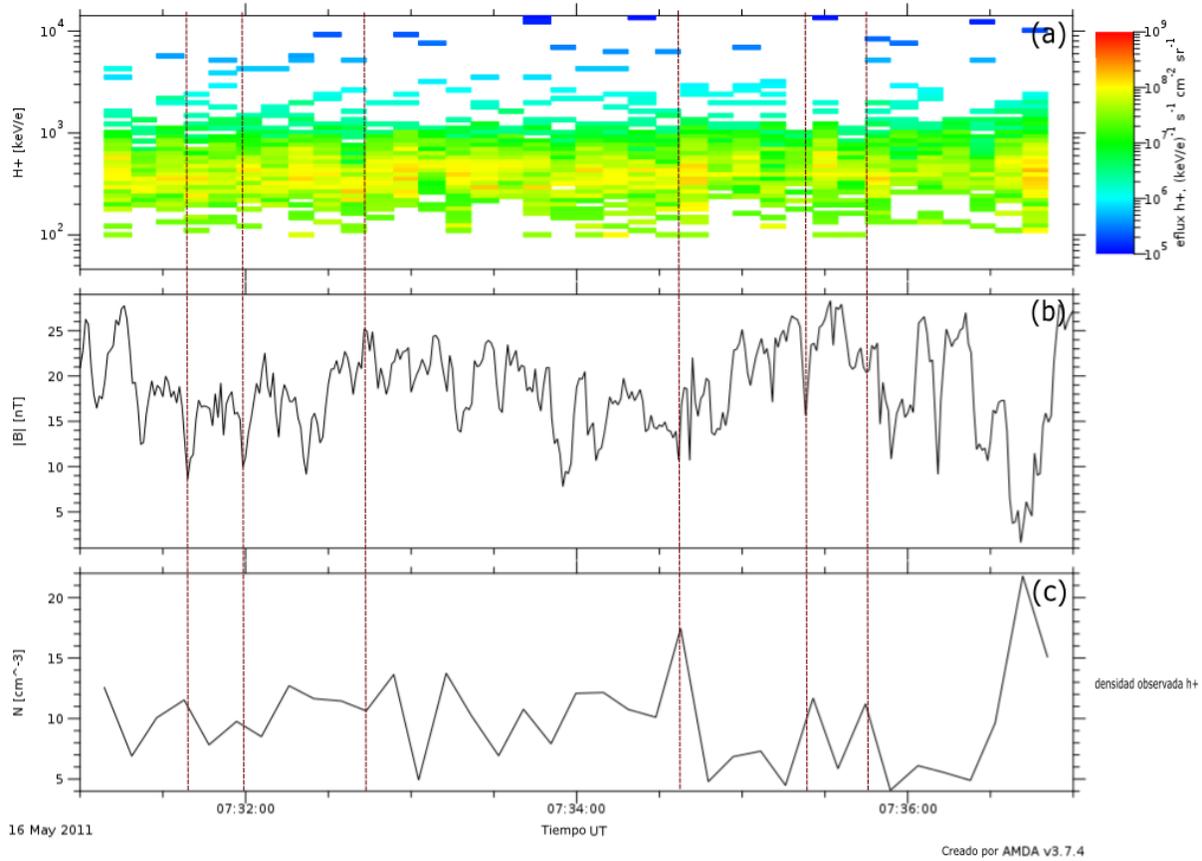


Figura 4.2: Identificación de estructuras modo espejo en una pequeña sección de la magnetofunda de Mercurio el día 16 de Mayo de 2011 de 07:31 a 7:37 UT. Los paneles muestran, de arriba a abajo: (a) espectro de energía de protones, (b) magnitud de campo magnético y (c) densidad de protones. Las líneas punteadas en rojo indican una estructura modo espejo donde se distingue la anticorrelación entre el campo magnético y la densidad observada de protones.

consideraron dos simples criterios:

- Intervalo de tiempo mayor a 10 minutos.
- Una estructura modo espejo por minuto.

Estos criterios se eligieron de manera empírica, considerando que las tormentas reportadas por Russell et al., [2009](#) son del orden de al menos 10 minutos y a diferencia de aquel trabajo, aquí se solicita una estructura por minuto en lugar de al menos dos estructuras en un intervalo de 5 minutos.

Para obtener el catálogo se exploraron visualmente los datos de MESSENGER mediante las gráficas obtenidas con AMDA, desde el año 2011 hasta 2015. Una lista del número de eventos seleccionados se presenta en la Tabla [4.1](#). En la primera columna se presenta el año

<b>Año</b>	<b>Magnetofunda</b>	<b>Eventos espejo</b>	<b>Tormentas espejo</b>
2011	1099	51	23
2012	1955	190	20
2013	2182	534	38
2014	2164	12	3
2015	694	—	—
<b>Total</b>	<b>8094</b>	<b>787</b>	<b>84</b>

Tabla 4.1: Desglose del número de eventos explorados en la magnetofunda de Mercurio. Más detalles se encuentran en el texto.

seguido del número total de porciones de la órbita donde la nave espacial estaba en la región de la magnetofunda. La tercera columna corresponde a aquellos eventos de la magnetofunda en los que se observaron estructuras espejo en un intervalo definido, esto sin diferenciar el número de estructuras individuales. Finalmente, en la última columna los números expresados corresponden con el total de posibles tormentas espejo determinados de acuerdo a los criterios anteriormente descritos. Debe mencionarse que en los años 2014 y 2015 existen periodos sin datos de campo magnético, por lo que se reportan muy pocos candidatos a tormentas espejo en dichos periodos.

El catálogo final se compone de dos partes: un archivo de datos y una carpeta que contiene los gráficos de cada evento. El archivo presenta una estructura tabular en orden cronológico de cada evento, incluye: número de evento, dirección de la trayectoria (entrada o salida de la magnetofunda), órbita a la que corresponde, fecha, tiempo de entrada, coordenadas de entrada  $\text{MSO}(x_e, y_e, z_e)$ , tiempo de salida y coordenadas de salida  $\text{MSO}(x_s, y_s, z_s)$ . El tiempo se presenta con el siguiente formato *aaaa-mm-ddThh:mm:ss.000*. Por otro lado, cada archivo de gráfica presenta una nomenclatura con información alfanumérica de la órbita, fecha y trayectoria separados por guiones bajos.

Es importante recalcar que el catálogo se elaboró por inspección visual mediante la herramienta AMDA, identificando regiones de la funda donde se observará anticorrelación entre los datos de la magnitud del campo magnético y la densidad. Es pertinente entonces aclarar que se trata de un catálogo de candidatos a tormentas de modo espejo, se enfatiza el nombre de “candidatos” debido a que se determinaron únicamente por inspección visual y a que la baja resolución de los datos de la densidad o la falta de estos dificulta enormemente el cálculo de la condición de inestabilidad espejo dada por la Ecuación [2.2](#)

### 4.3. Uso de filtros en estudios de caso

Como se mencionó anteriormente, la baja resolución en los datos de plasma impide un cálculo preciso de la condición de inestabilidad. Por ello, se incluye el cálculo de un nuevo parámetro para robustecer la identificación de las estructuras espejo a partir de la compresibilidad de la estructura y de anticorrelación de las señales de campo y densidad. Este parámetro, que ha sido usado en estudios de modo espejo en Venus (Volwerk et al., 2016), Marte (Simon Wedlund et al., 2022) y Júpiter (Joy et al., 2006), considera una estructura compresiva consistente con una estructura espejo como aquella con grandes fluctuaciones alrededor del campo magnético de fondo:

$$\frac{\Delta|B|}{B_0} = \frac{|B| - B_0}{B_0} \quad (4.1)$$

considerando un umbral entre 0.1 y 0.2. Por ejemplo, Volwerk et al., 2016 considera como umbral  $\Delta|B|/B_0 \geq 0.2$  para identificar modos espejo en Venus y Simon Wedlund et al., 2022 de  $\geq 0.15$  en Marte.

Para Venus, Volwerk et al., 2016 obtienen el parámetro  $\Delta|B|/B_0$  después de aplicar un filtro Butterworth pasa-bajas para calcular el campo magnético de fondo  $B_0$ . El filtro se construye con una ventana 2 minutos, frecuencia de 1/120 Hz, *ripple* de banda de 2 dB y atenuación de la banda de parada de 20 dB. Una variación de esto es usada para Marte por Simon Wedlund et al., 2022.

En el trabajo de Simon Wedlund et al., 2022 se describe este parámetro de forma más general del parámetro 4.1 con el propósito de aplicarlo a magnitud de campo magnético y densidad del plasma, y así poder ayudar a la visualización de la anticorrelación al uniformizar la resolución de ambas señales. Se considera entonces el parámetro:

$$\frac{dX}{X} = \frac{X - X_0}{X_0} \quad (4.2)$$

donde  $X$  corresponde a  $|B|$  o  $N$  y  $X_0$  a la magnitud del campo magnético o densidad de fondo. Así, al aplicar el parámetro 4.2 a esos parámetros tendremos  $dB/B$  y  $dN/N$ . Además, este parámetro permite determinar el tipo de estructura espejo:  $dB/B > 0$  corresponde a

un tipo pico y  $dB/B < 0$  a un tipo hoyo. Este nuevo parámetro también es utilizado por Vaquero, [2024](#) en su estudio de tormentas de ondas espejo en Marte.

En este trabajo, una vez concluido el catálogo de candidatos a tormentas espejo en Mercurio, se explora la construcción de diferentes filtros para calcular el campo magnético y la densidad de fondo a ser utilizados en el cálculo de  $dB/B$  y  $dN/N$ . Se diseñaron varios filtros para verificar la versatilidad de cada uno, sus ventajas y desventajas. Para el análisis se eligen solo cinco candidatos del catálogo hecho a los cuáles se les aplicó tres filtros: Butterworth, ondícula y descomposición empírica en modos. Los dos últimos se agregaron pues en las primeras pruebas de análisis, el campo de fondo obtenido con el filtro Butterworth mostraba deficiencia para eliminar oscilaciones de alta frecuencia. Con los filtros aplicados, se obtiene el campo magnético y densidad de fondo (señales con la menor perturbación posible) para determinar el parámetro  $dX/X$  que facilita la identificación de las estructuras espejo.

En las siguientes secciones, se detallará los estudios de caso listados en la Tabla [4.2](#) como candidatos a tormentas espejo, haciendo énfasis en los filtros aplicados, comparándolos y resaltando las variaciones en la calidad de los resultados obtenidos con cada uno de ellos.

Cabe mencionar que para los estudios de caso las gráficas fueron realizadas usando un programa en Python desarrollado para este propósito. Se usaron los datos de campo magnético del instrumento MAG con una resolución de 20 muestras por segundo (20 Hz) y los datos de plasma de FIPS con una resolución de una muestra cada 10 segundos (0.1 Hz). En este mismo programa se aplicaron los filtros Butterworth, ondícula y descomposición empírica de modos para el cálculo de  $dX/X$ .

Caso	Órbita	Dirección	Día	Tiempo inicial	Tiempo final	Duración
1	367	Salida	17/09/2011	05:16:30	05:50:30	34 min
2	569	Salida	21/12/2011	04:29:30	05:00:00	30 min
3	1638	Entrada	21/01/2013	13:59:30	14:55:00	56 min
4	1826	Salida	25/03/2013	09:37:00	10:19:00	42 min
5	2257	Salida	16/08/2013	01:55:30	02:20:30	25 min

Tabla 4.2: Estudios de caso seleccionados. Se indica el número de la órbita y si era la sección de entrada o salida de esta, el día de observación, así como el tiempo inicial y final del evento de tipo tormenta y la duración de esta.

### 4.3.1. Estudio de caso 1

El primer caso que se presenta se observó durante el 17 de septiembre de 2011 en la órbita 367 de MESSENGER, cuando la nave salía de la magnetósfera y recorría la magnetofunda en su paso hacia el viento solar. La Figura 4.3 muestra el gráfico del evento, cuyos paneles -de arriba a abajo- corresponden al espectro de energía de iones de hidrógeno, las componentes del campo magnético  $B_x$ ,  $B_y$  y  $B_z$  en las coordenadas MSO <sup>2</sup>, la magnitud del campo magnético  $|B|$ , la densidad de protones observada  $N$  y finalmente los parámetros  $dB/B$  y  $dN/N$ . En los paneles de  $|B|$  y  $N$ , las trazas rojas corresponden al campo de fondo  $B_0$  y la densidad de fondo  $N_0$ , respectivamente. Estos fueron calculados mediante un filtrado de ondícula que atenúa altas frecuencias siguiendo lo establecido en la Sección 3.2.

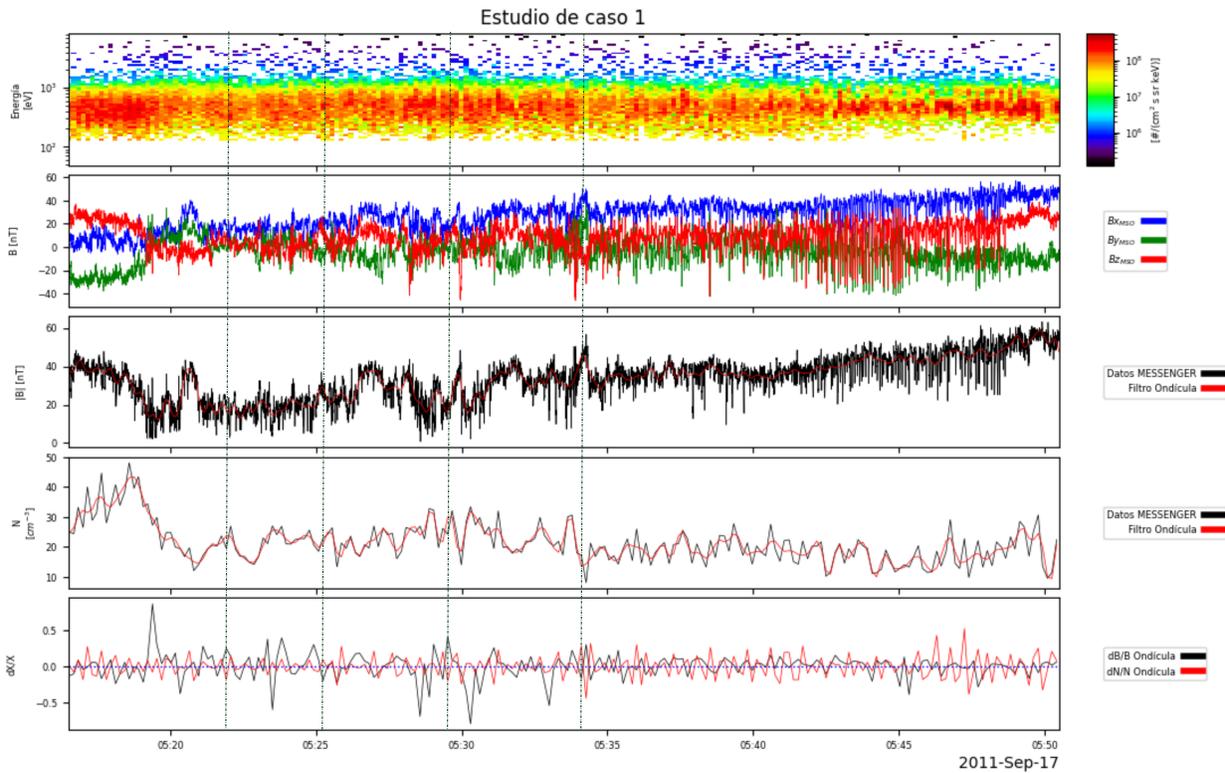


Figura 4.3: Posible tormenta espejo observada el 17 de septiembre de 2011. Los paneles muestran, de arriba a abajo: espectro de energía de protones, componentes de campo magnético y magnitud, densidad de protones y los parámetros  $dB/B$  y  $dN/N$ . Las trazas rojas en los paneles de  $|B|$  y  $N$  corresponden al campo magnético de fondo y la densidad de fondo.

<sup>2</sup>Se trata de las coordenadas centradas en el planeta donde la dirección X queda definida como aquella que apunta hacia el Sol, Z es perpendicular a la eclíptica, Y completa el sistema derecho apuntando contra el movimiento orbital de Mercurio alrededor del Sol

En este primer caso, que tuvo una duración de 34 minutos, se aprecian depresiones de gran amplitud en la magnitud del campo magnético de modo similar a las de la Figura 2.6 de la Sección 2.4 que presentan estructuras espejo del tipo hoyo; específicamente las estructuras de este caso entre las 05:38 y las 05:49 UT en los paneles de campo magnético de la Figura 4.3 muestran gran similitud en su morfología. La baja resolución de la densidad observada  $N$  permite apreciar algunas estructuras con una clara anticorrelación con  $|B|$ . Sin embargo, cuando se calculan  $dB/B$  y  $dN/N$  es posible apreciar que hay numerosas estructuras con anticorrelación entre  $dB/B$  y  $dN/N$ , como las indicadas por líneas verticales verdes en el último panel de la Figura, que se tratan de estructuras espejo. Es importante mencionar que al calcular los parámetros  $dX/X$  pueden perderse algunas estructuras pues los datos se tienen que interpolar a los de menor cadencia, en este caso a los de densidad; y en este proceso algunas estructuras no podrán resolverse de manera individual.

En el último panel de la Figura 4.3, se cuantifican aproximadamente 26 estructuras con anticorrelación en el intervalo completo. Debido a la alta densidad de estructuras espejo y a la duración del evento (34 minutos), este fue catalogado como un buen candidato a ser una tormenta de modo espejo según nuestros criterios de selección y lo definido por Russell et al., 2009.

Este caso tiene dos características interesantes en cuanto a las estructuras espejo. Por un lado, muestra como la amplitud de las estructuras tipo hoyos va cambiando con el tiempo. Comienzan entre las 05:22 y 05:25 UT con amplitudes de aproximadamente 10-20 nT y luego la amplitud va en aumento, de forma que los hoyos al final del intervalo de observación tienen amplitudes de 50 nT. Por otro lado, en la sección donde los hoyos tienen mayor amplitud de las 05:40 a las 05:49 UT, se alcanza a distinguir cierta modulación en el flujo de protones de entre 700 eV y 1 keV en fase con algunas de las estructuras espejo.

Como se indicó antes, en la Figura 4.3 se muestra un filtro de ondícula para  $|B|$  y  $N$ , este se eligió debido a su alta efectividad para destacar estructuras modo espejo. Para dar cuenta de ello, este resultado se comparó con dos filtros adicionales: el filtro Butterworth y el filtro de descomposición en modos. En la Figura 4.4 se presenta el filtro Butterworth, en la Figura 4.5 el filtro de ondícula y finalmente en la Figura 4.6 el de descomposición en modos.

En las gráficas para cada filtro empleado, Figuras [4.4](#), [4.5](#) y [4.6](#), los paneles de arriba a abajo muestran: las señales originales de magnitud de campo magnético y densidad con sus señales filtradas, seguidos de los paneles con la señal filtrada para así poder visualizar el grado de suavizado o atenuación de altas frecuencias, y finalmente el panel inferior muestra los parámetros  $dX/X$  donde el parámetro de fondo  $X_0$  se calculó con el filtro correspondiente. Las figuras para los demás estudios de caso siguen los mismos formatos que las presentadas para este caso.

El filtro pasa bajas Butterworth (ver Figura [4.4](#)) tiene un orden máximo de 4, ya que un aumento en el orden implica que el filtro pierda su fase lineal. Para la señal  $|B|$  se establece una frecuencia de muestreo ( $fs$ ) de 20 Hz y una frecuencia de corte (*cutoff*) de 0.1 Hz; mientras que para la señal  $N$  estos valores son 0.1 Hz y 0.025 Hz, respectivamente. La frecuencia de corte del campo magnético se establece desde el origen de la inestabilidad espejo, una característica que destaca entre las demás macroinestabilidades, esta se desarrolla en bajas frecuencias, mientras que la frecuencia de corte de la densidad se establece a partir de la frecuencia de Nyquist. Los resultados que comparan  $|B|$  y  $B_0$  muestran que Butterworth resultó tener dificultades para filtrar altas frecuencias debidamente.

El filtro de ondícula discreta, mostrada en la Figura [4.5](#), reconstruye la señal solo con las componentes de aproximación (CA) de cada nivel de descomposición. Se seleccionan CA asociadas a bajas frecuencias, pues en esas frecuencias opera la inestabilidad espejo. En este caso, para  $|B|$  se elige una familia Daubechies 10 (db10) a un nivel de descomposición 8, que atenúa altas frecuencias conservando al máximo la tendencia de la señal. Para  $N$ , se aplica Daubechies 8 (db8) y nivel 1 debido a que presenta en su mayoría bajas frecuencias. Los resultados de este filtro muestran que es bastante eficaz para atenuar altas frecuencias.

Finalmente, la descomposición en modos (ver Figura [4.6](#)) resalta 10 funciones de modo intrínseco (IMFs) para la magnitud de campo magnético y 5 IMFs para la densidad. De tal forma, se reconstruye la señal con los últimos IMFs con el fin de eliminar altas frecuencias, para  $|B|$  con IMF[5] a IMF[9]; mientras que para la señal  $N$  se reconstruye con IMF[1] a IMF[4].

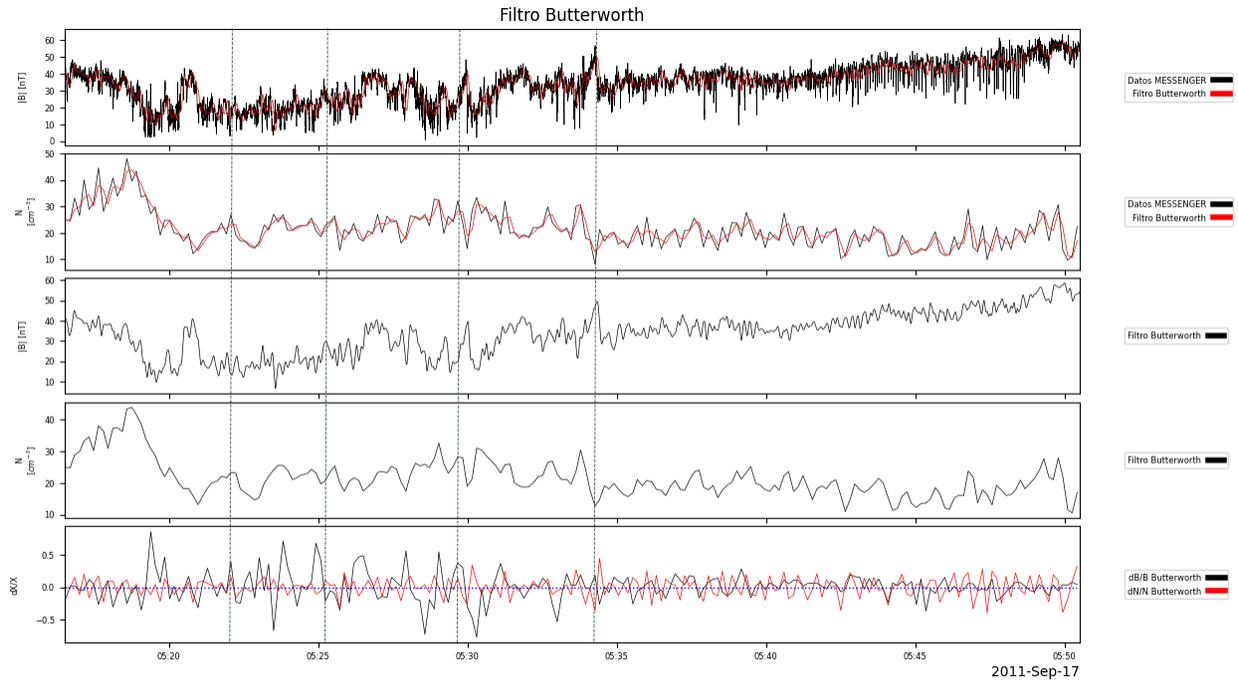


Figura 4.4: Filtro pasa bajas Butterworth para el estudio de caso 1 en la Figura 4.3. Para  $|B|$  se consideró orden = 4,  $f_s = 20$  y cutoff = 0.1. Para  $N$  se consideró orden = 1,  $f_s = 0.1$  y cutoff =  $0.5(f_s/2)$ .

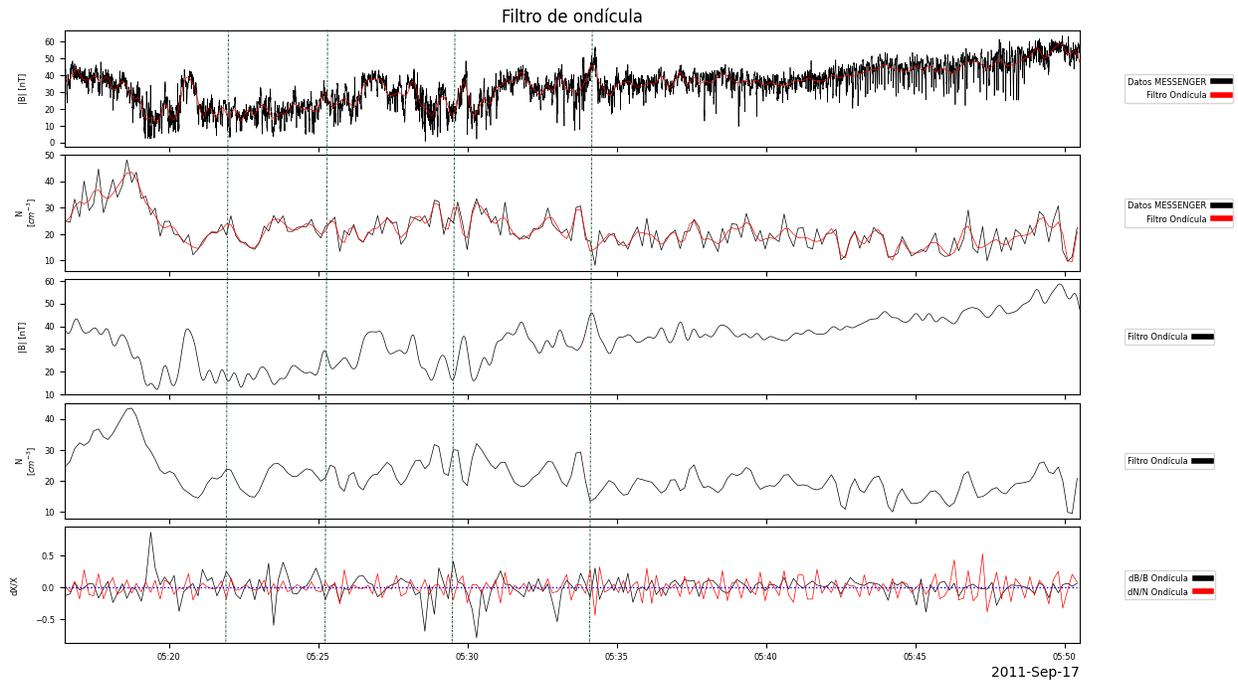


Figura 4.5: Filtro de Ondícula para el estudio de caso 1. Para la magnitud de campo magnético se consideró db10 y  $N = 8$ , para la densidad db8 y  $N = 1$ .

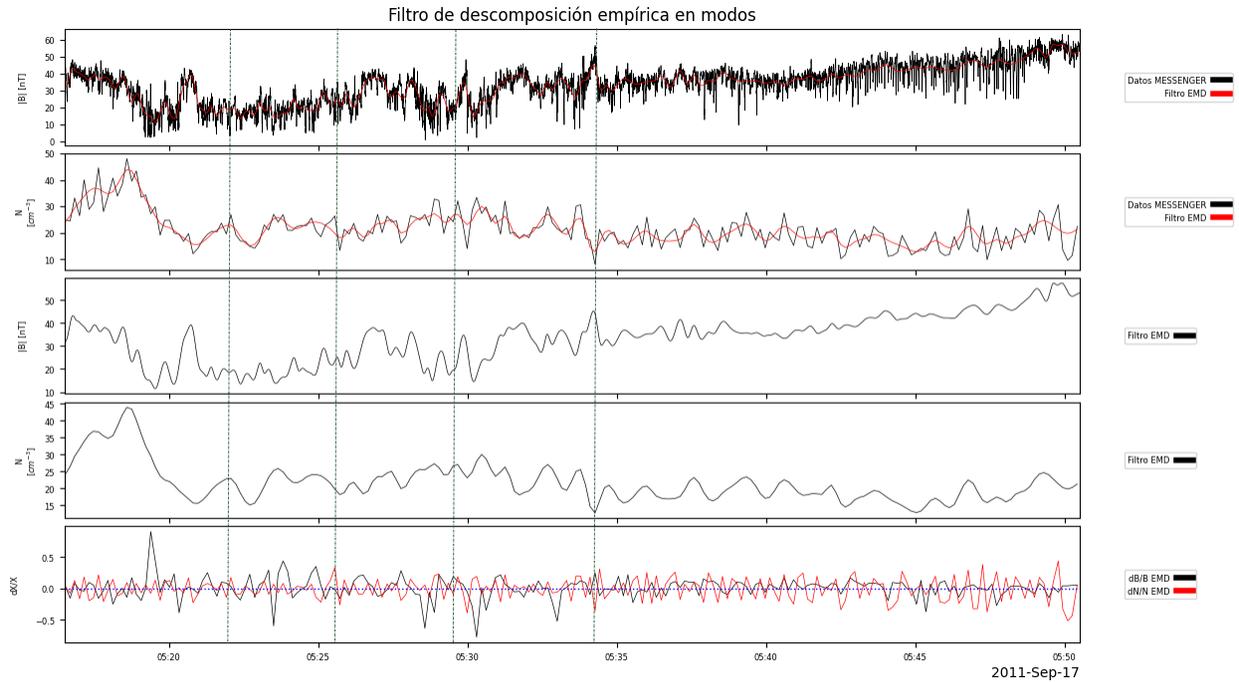


Figura 4.6: Filtro de descomposición empírica en modos para el caso de la Figura 4.3. Para  $B$  la señal se reconstruye de IMF[5] a IMF[9], para  $N$  de IMF[1] a IMF[4].

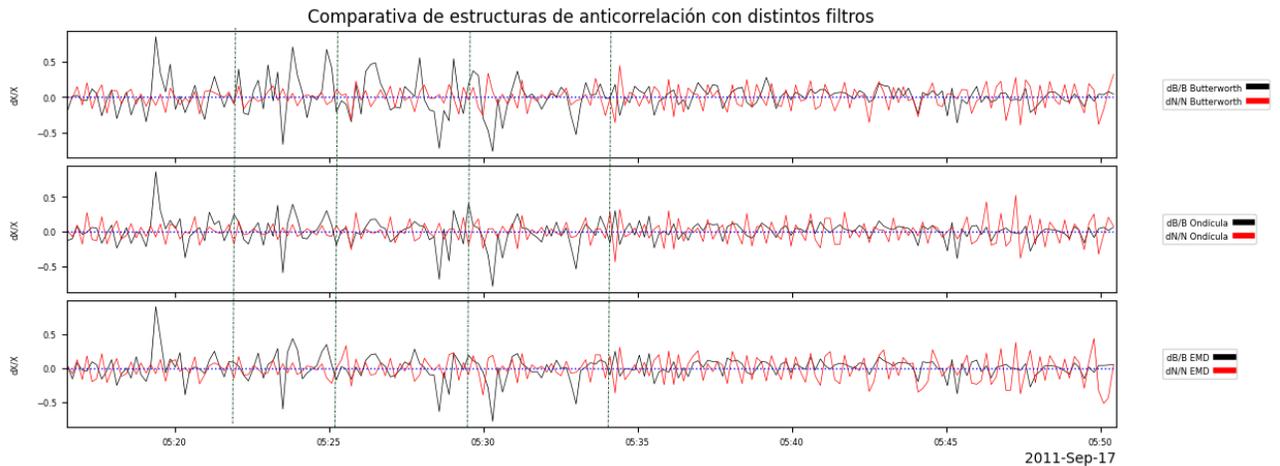


Figura 4.7: Comparación de los filtros Butterworth, ondícula y EMD en el cálculo de los parámetros  $dB/B$  y  $dN/N$  del caso 1. Se identifican visualmente 14, 26 y 19 estructuras (anticorrelaciones), respectivamente.

En la Figura 4.7 se muestra la comparación entre los tres filtros aplicados. De las Figuras 4.4 a 4.7, se observa que el filtro Butterworth conserva un mayor número de incrementos del campo magnético, pero no de anticorrelaciones, probablemente por su limitada capacidad para filtrar frecuencias altas las cuales están presentes en este caso. En contraste, el filtro EMD muestra una alta eficiencia en la eliminación de frecuencias altas, especialmente en

$N$  y al anular solo tres IMFs. Esto tiene como consecuencia que se reduzca el número de anticorrelaciones  $dX/X$ . Finalmente, el filtro de ondícula da resultados más equilibrados respecto a los otros dos filtros. Se identifican por inspección visual 26 y 19 estructuras modo espejo (mediante las anticorrelaciones de  $dX/X$ ) en ondícula y EMD, respectivamente. Con Butterworth se identifican apenas 14 estructuras.

### 4.3.2. Estudio de caso 2

El caso del día 21 de diciembre de 2011 tiene una duración total de 30 minutos. En esta órbita, la número 559, la nave salió de la magnetósfera hacia el viento solar cruzando por la magnetofunda donde se encontró el intervalo de interés. En la Figura 4.8 se identifica la presencia de hoyos en los paneles de campo magnético en casi todo el intervalo, de los cuales se destacan los últimos ocho minutos cuyos hoyos alcanzan amplitudes de 30 nT. Se tratan de depresiones muy marcadas en el panel de  $|B|$ . Para este evento se observa también una densidad de protones de  $\sim 50 \text{ part/cm}^3$  que es más alta que en los otros casos estudiados, excepto el caso 4. En la Figura 4.8 se puede observar anticorrelación entre la densidad y la magnitud del campo, principalmente en las amplias depresiones u hoyos, indicando que se tratan de estructuras espejo. Estas anticorrelaciones también se pueden apreciar en el panel de los parámetros  $dX/X$ ; aunque por el suavizado de los datos se observa un menor número de estructuras que en la traza de  $|B|$ . Con un número de  $\sim 30$  estructuras con anticorrelación visualmente reconocibles en  $dB/B$  y  $dN/N$  durante los 30 minutos de observación, este evento puede considerarse una tormenta de modos espejo. De igual forma, solo algunas anticorrelaciones se resaltan con líneas verticales color verde.

El espectro de energía de iones en la Figura 4.8 se destaca una modulación en el flujo entre las 04:39 a las 04:44 UT. En este intervalo el flujo alcanza los  $10^9 \text{ cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{sr} \cdot \text{keV}$ ; este aumento se ve reflejado en la densidad de protones que también se ve incrementada en el mismo intervalo. También se observa que el flujo se mantiene entre 100 a 300 eV a excepción de los últimos 10 minutos, donde este decrece en un orden de magnitud a la par de la presencia de hoyos profundos en la magnitud del campo magnético.

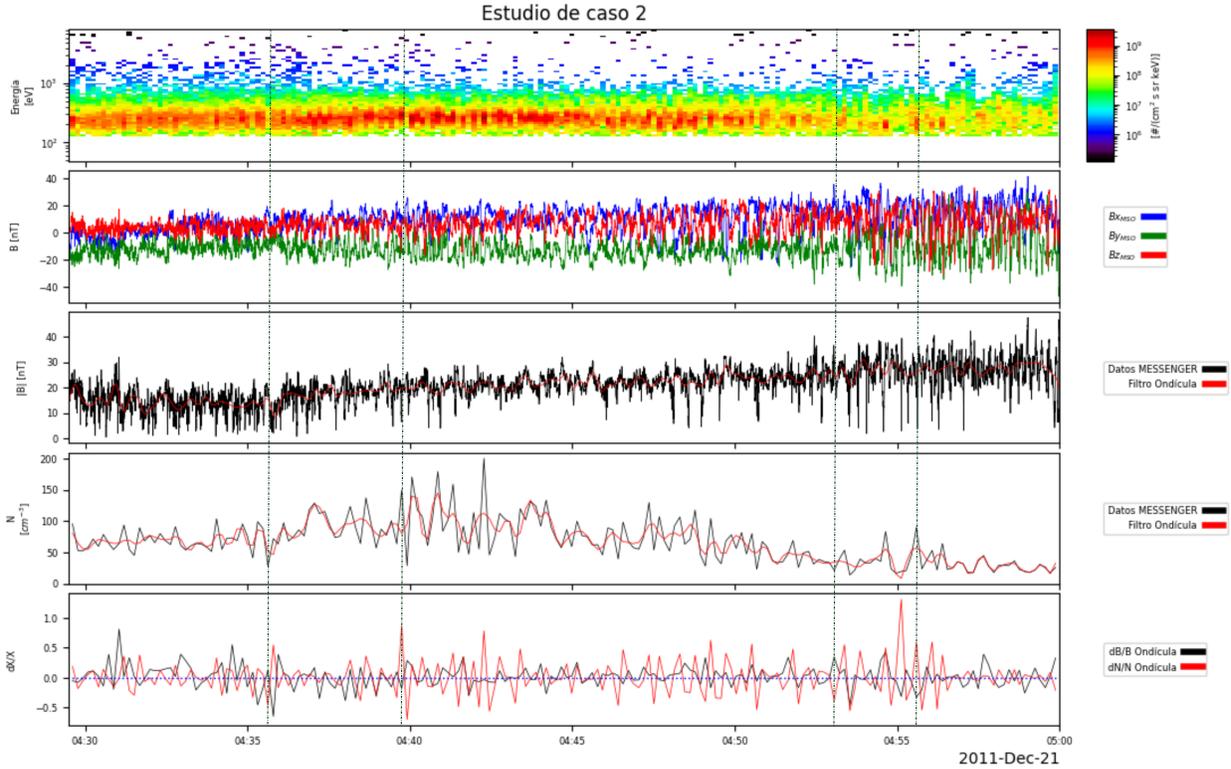


Figura 4.8: Segundo caso de una posible tormenta espejo, detectada el día 21 de diciembre de 2011. Se sigue el mismo formato que en la Figura 4.3.

Para este caso se establecen los mismos parámetros de los filtros Butterworth y ondícula que para el caso 1, dado que corresponden con las mismas frecuencias de muestreo 20 Hz y 0.1 Hz para  $B$  y  $N$ , respectivamente. Lo mismo para el filtro de descomposición empírica: para  $B$  en 10 IMFs y para  $N$  en 5 IMFs.

Similar al estudio de caso 1, en este el filtro Butterworth 4.9 se ve limitado a filtrar altas frecuencias de  $|B|$ . La dinámica de filtrado por ondícula (Figura 4.10) y EMD (Figura 4.11) sigue la misma tendencia que en el caso 1; por tanto, el filtro más equilibrado entre la calidad del campo magnético y densidad de fondo y las estructuras de anticorrelación resulta ser el filtro de ondícula. A diferencia del caso 1, este cruce permite identificar un buen número de anticorrelaciones de campo magnético y densidad aún antes de obtener el parámetro  $dX/X$ . Esto porque inclusive después de filtrarse para obtener el campo magnético de fondo, este  $B_0$  exhibe oscilaciones que muestran anticorrelación con la densidad.

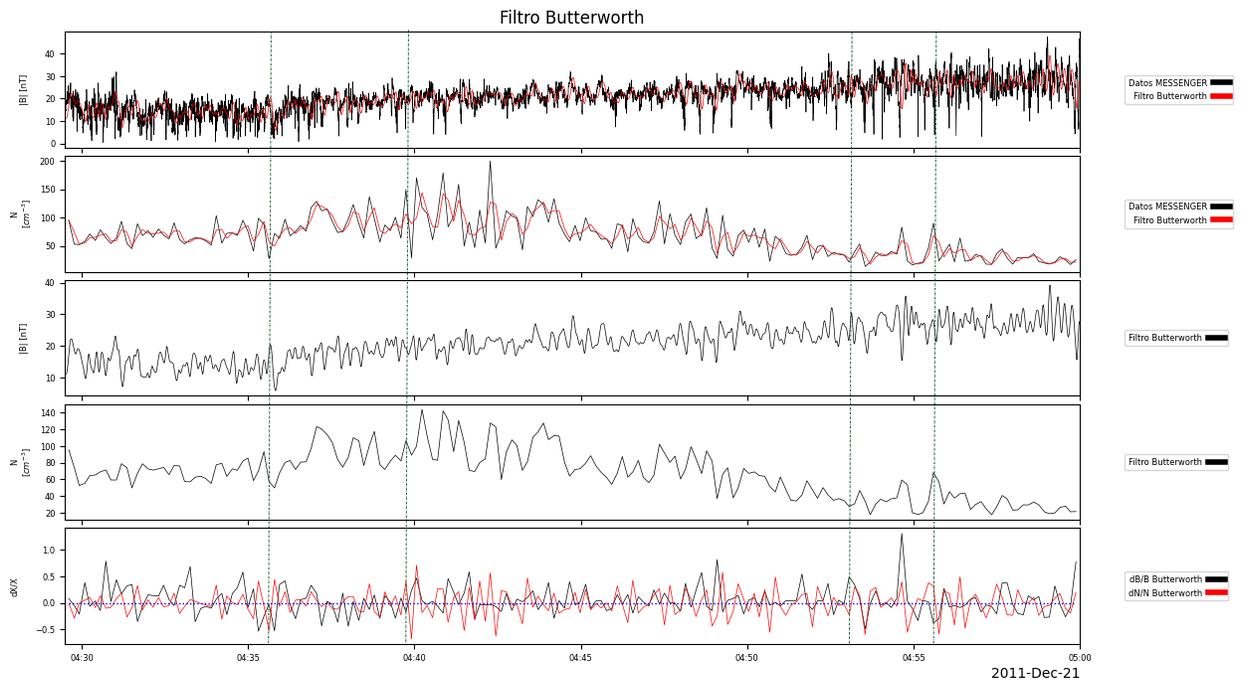


Figura 4.9: Filtro pasa bajas Butterworth para el caso 2, considerando los mismos parámetros que para el estudio de caso 1.

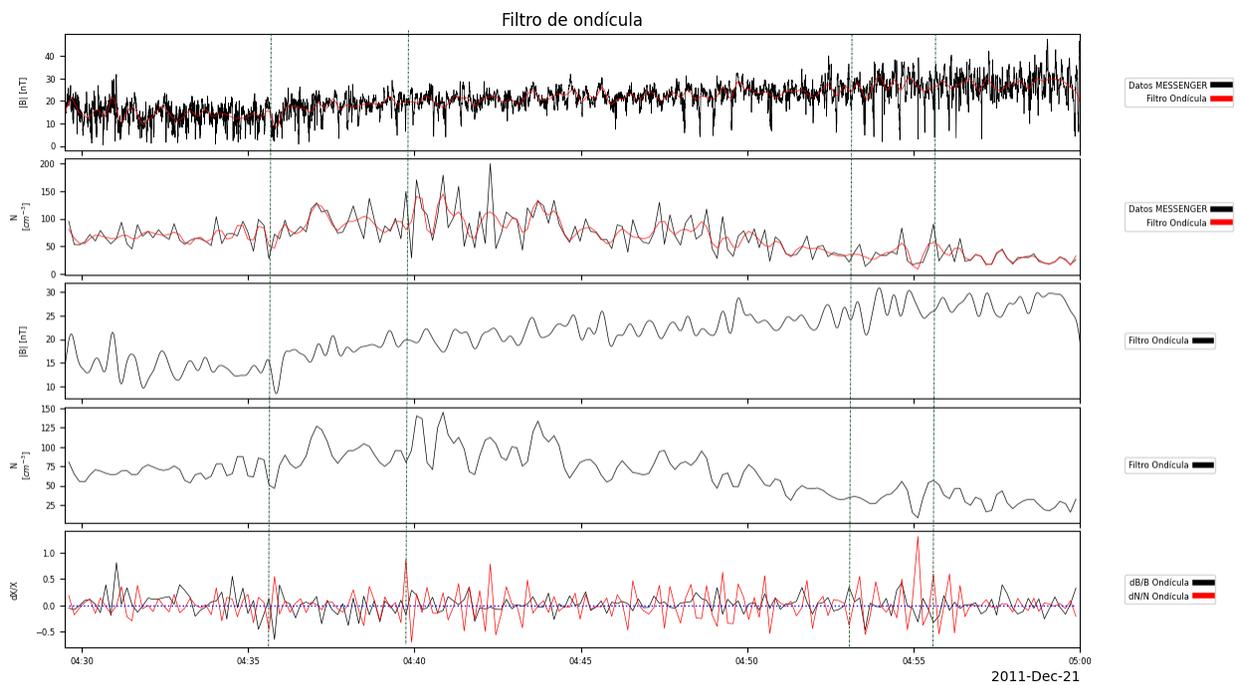


Figura 4.10: Filtro de ondícula para el caso de estudio 2, se consideraron los mismos parámetros que para el caso 1.

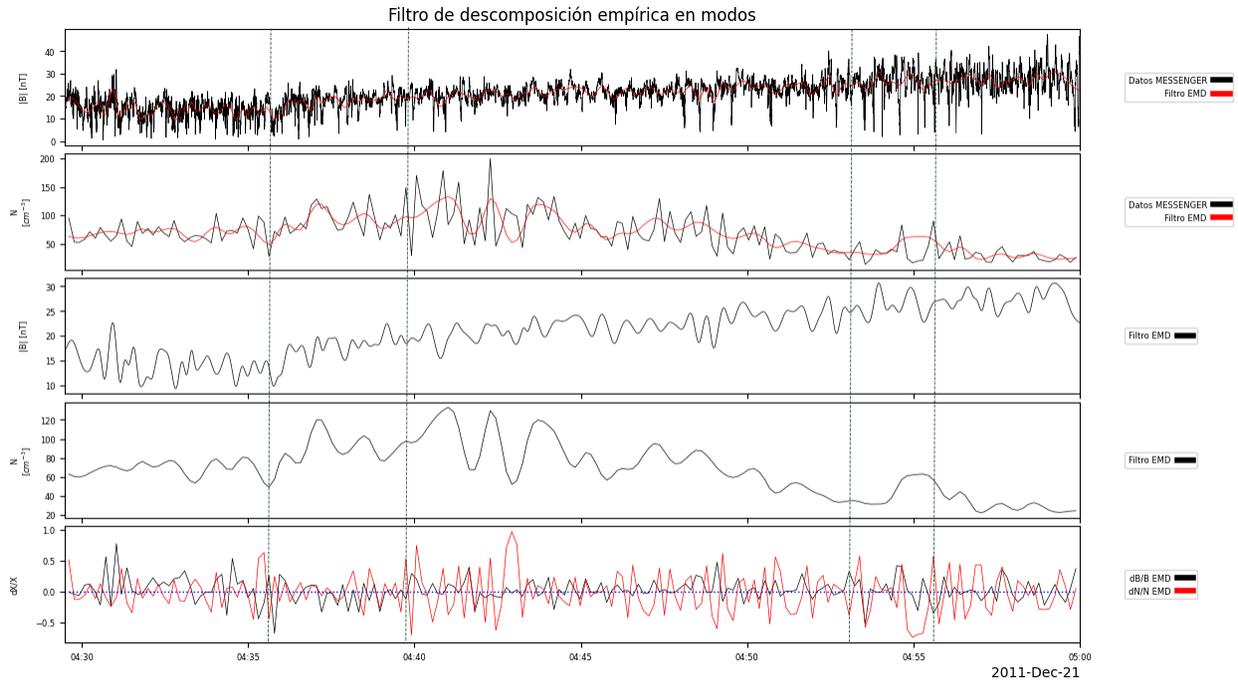


Figura 4.11: Filtro EMD para el segundo estudio de caso. Para  $|B|$  la señal se reconstruye de IMF[5] a IMF[9]; para  $N$  de IMF[1] a IMF[4].

En la Figura [4.12](#) se presenta la comparativa de los filtros; se identifican por inspección visual: 17 estructuras con anticorrelación de  $dB/B$  y  $dN/N$  en Butterworth, 20 en EMD y 30 en ondícula. Por lo que el filtro de ondícula resulta la mejor opción para representar el mayor número de estructuras. En la Figura [4.8](#), es justo el filtrado por ondícula el que se presenta como campo de fondo de  $B$  y  $N$ , y el principal para obtener  $dX/X$ .

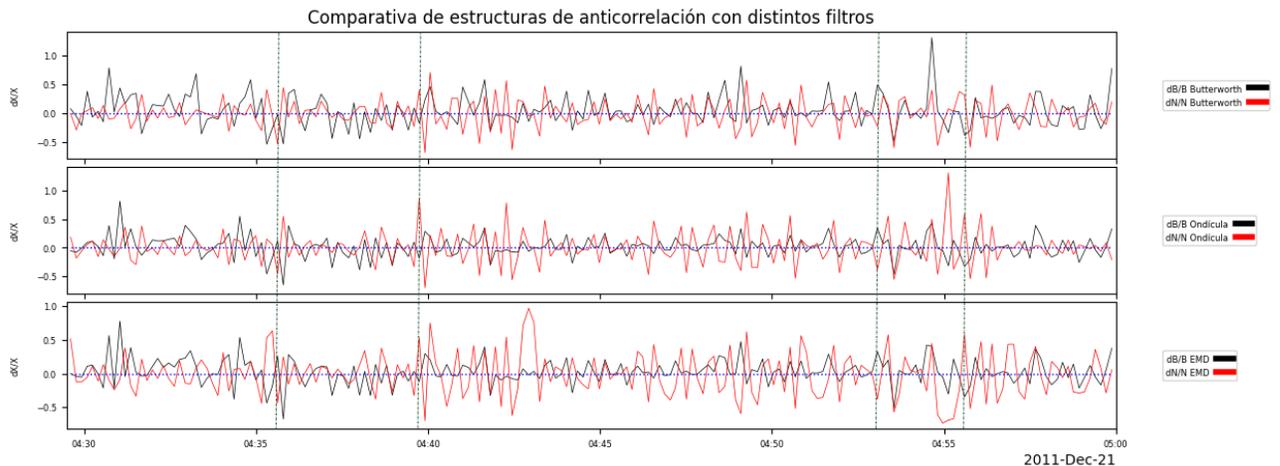


Figura 4.12: Comparación de los filtros aplicados en el caso 2. Con Butterworth se identifican visualmente 17 estructuras: mientras que 30 y 20 en ondícula y EMD, respectivamente.

### 4.3.3. Estudio de caso 3

El tercer estudio de caso fue observado por MESSENGER el día 21 de enero de 2013 en la órbita 1638. En este caso la nave, proveniente del viento solar, cruzó el choque y mapeo la magnetofunda donde observó el tren de onda de 56 minutos que aquí se presenta.

La Figura 4.13 muestra el evento. El panel de la magnitud de campo magnético muestra estructuras espejo con morfología variada: los primeros 10 minutos las estructuras son del tipo hoyo, pero luego esta cambia a una morfología mixta que prevalece por alrededor de 20 minutos. Entre aproximadamente las 14:32 UT y las 14:44 UT se observan picos para luego regresar a una morfología mixta hacia el final del intervalo. Durante el periodo completo se observan claramente depresiones en  $|B|$  en antifase con  $N$ , también identificables en el panel de  $dX/X$  (ver líneas verticales verdes) las cuales son indicio de que se tratan de estructuras espejo. Por otro lado, la densidad observada registra amplitudes altas en los primeros minutos, siendo una densidad de  $55 \text{ part/cm}^3$  como el valor más alto, pero esta decrece exponencialmente hasta las 14:20 UT reportando valores menores a  $10 \text{ part/cm}^3$ , asimismo de las 14:20 a las 15:00 UT se mantiene relativamente constante.

Una característica particular de este caso es que después de las 14:12 UT el flujo de partículas decrece sustancialmente ( de  $10^9$  a  $\sim 10^8 \text{ cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{sr} \cdot \text{keV}$ ) en el rango de 300 a 600 eV. Después de ese tiempo, solo algunas estructuras espejo se acompañan de un flujo de protones del orden de  $10^9 \text{ cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{sr} \cdot \text{keV}$ , como a las  $\sim 14:42$  y  $\sim 14:47$  UT. A la par de la disminución del flujo también se observa disminución en la densidad de protones. De hecho, este caso presenta la menor densidad promedio de los cinco casos estudiados.

Con un número aproximado de 29 estructuras de anticorrelación reconocibles visualmente en el panel inferior de la Figura 4.13, este evento se considera como una posible tormenta de modos espejo. Es, además, uno de los más largos incluidos en el catálogo.

A diferencia del caso 1, la señal de  $N$  presenta una frecuencia de muestreo menor (0.09 Hz). Esto hizo cambiar los parámetros de construcción de los filtros Butterworth y EMD. Por un lado, se modifica  $f_s$  al momento de aplicar el filtro Butterworth (Figura 4.14); por otro, las señales de  $B$  y  $N$  se descomponen en un IMF más en el caso de la descomposición

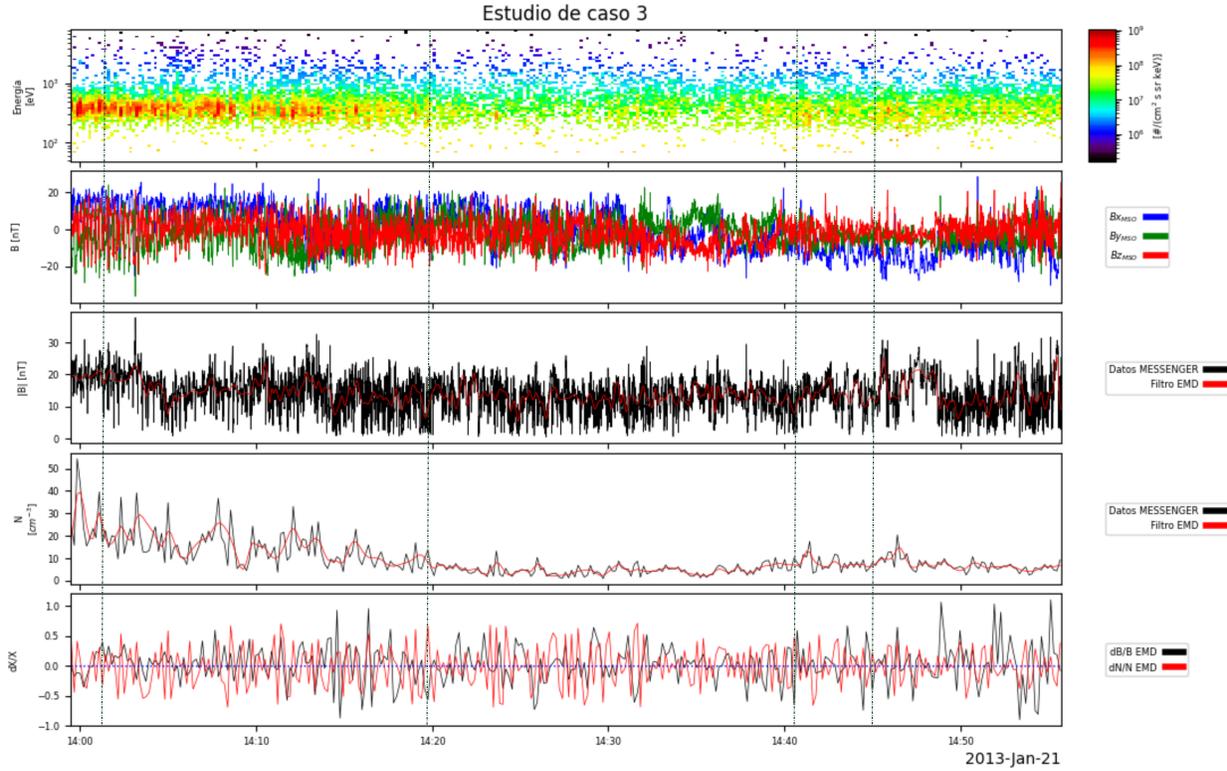


Figura 4.13: El tercer caso de una posible tormenta espejo corresponde al 21 de enero de 2013 con duración de 56 minutos. Los paneles siguen el mismo formato que en la Figura 4.3.

empírica (Figura 4.16); esto es en 11 IMFs y 6 IMFs, respectivamente. Los parámetros de ondícula (Figura 4.15) permanecen iguales como en los casos 1 y 2: db10 con nivel de 8 para  $|B|$  y db8 con nivel de 1 para  $N$ .

Otra distinción respecto al caso 1 es que para el primer caso se necesitan de 5 y 4 IMFs para reconstruir las señales  $B$  y  $N$ , mientras que en este caso 3 para ambas señales se requiere de 5 IMFs. Para el campo magnético sigue la relación ya que presenta un total de 11 IMFs, pero  $N$  solo presenta 6 IMFs. Si continuara con la relación de los casos anteriores, se debería reconstruir con solo 4 IMFs, pero no se presenta de esta manera porque el mejor campo de fondo se obtiene con 5 IMFs.

A partir de los resultados mostrados en la Figura 4.17, se concluye que el filtro EMD es el más adecuado para representar el mayor número de estructuras: con un total de 29 estructuras. Por ello, en la Figura 4.13 se presentan los valores de fondo para  $|B|$  y  $N$  obtenidos con este filtro, y el  $dX/X$  calculado así.

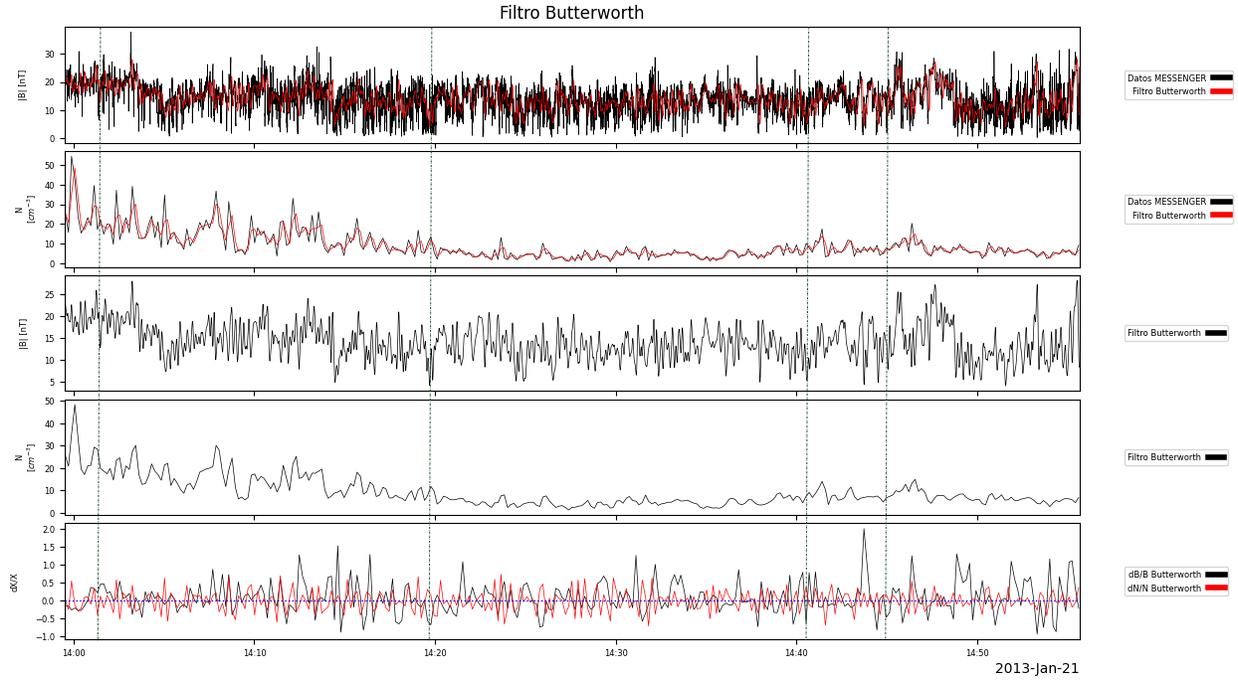


Figura 4.14: Filtro pasabajas Butterworth para el caso 3. Para el parámetro  $|B|$  se consideraron orden = 4,  $f_s = 20$  y  $\text{cutoff} = 0.1$ . Para la densidad  $N$  se tomaron orden = 1,  $f_s = 0.09$  y  $\text{cutoff} = 0.5(f_s/2)$ .

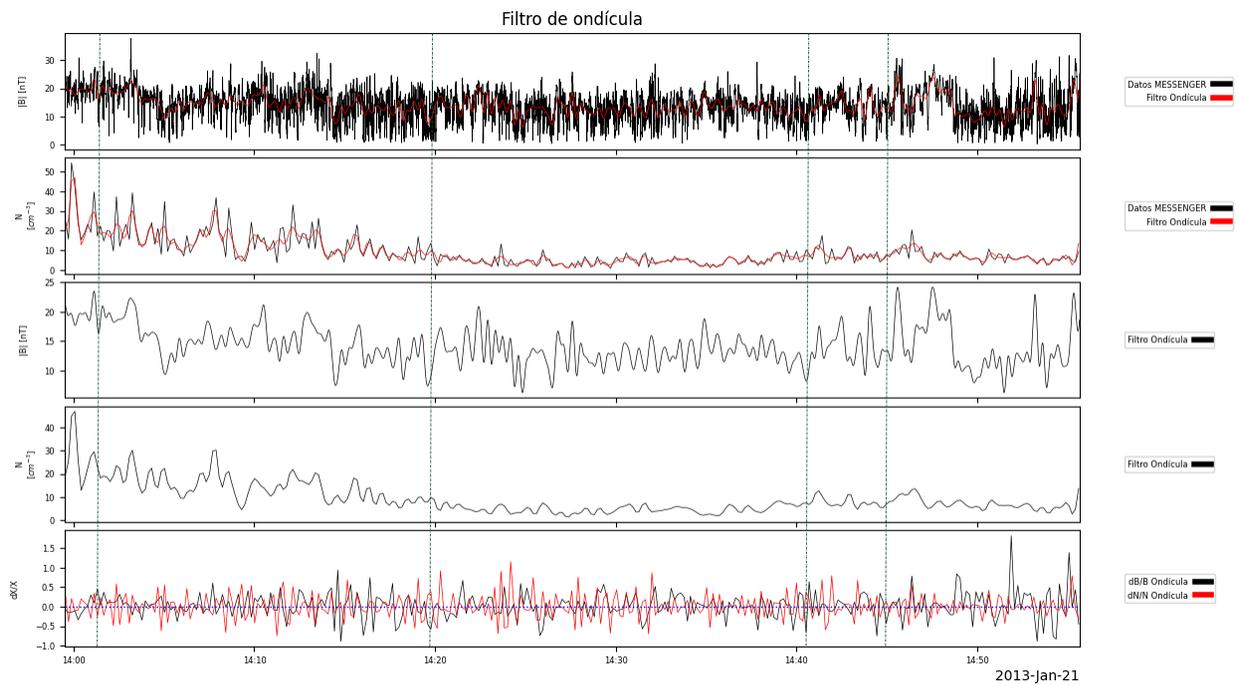


Figura 4.15: Filtro de ondícula para el caso 3, se consideraron los parámetros  $\text{db}10$  y  $N = 8$  para  $|B|$  mientras que para la densidad  $N$  se tomaron  $\text{db}8$  y  $N = 1$ .

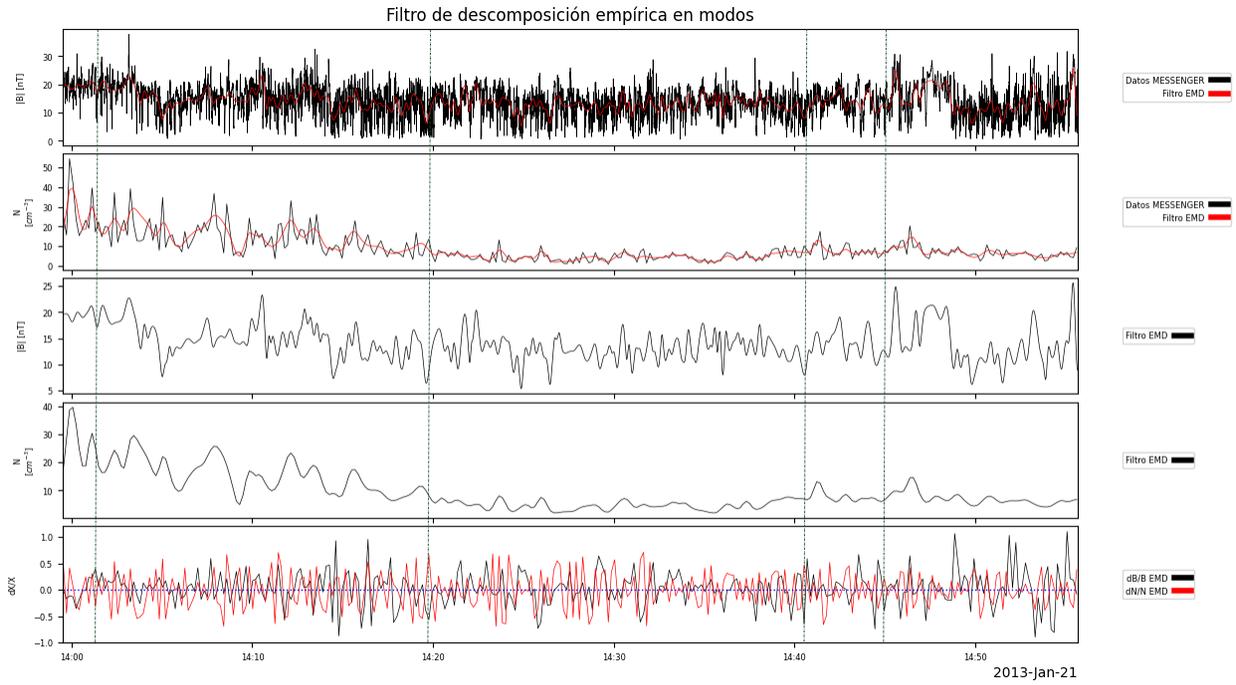


Figura 4.16: Filtro EMD para el tercer estudio de caso. Para  $|B|$  la señal se reconstruye de IMF[5] a IMF[10]; para  $N$  de IMF[1] a IMF[5].

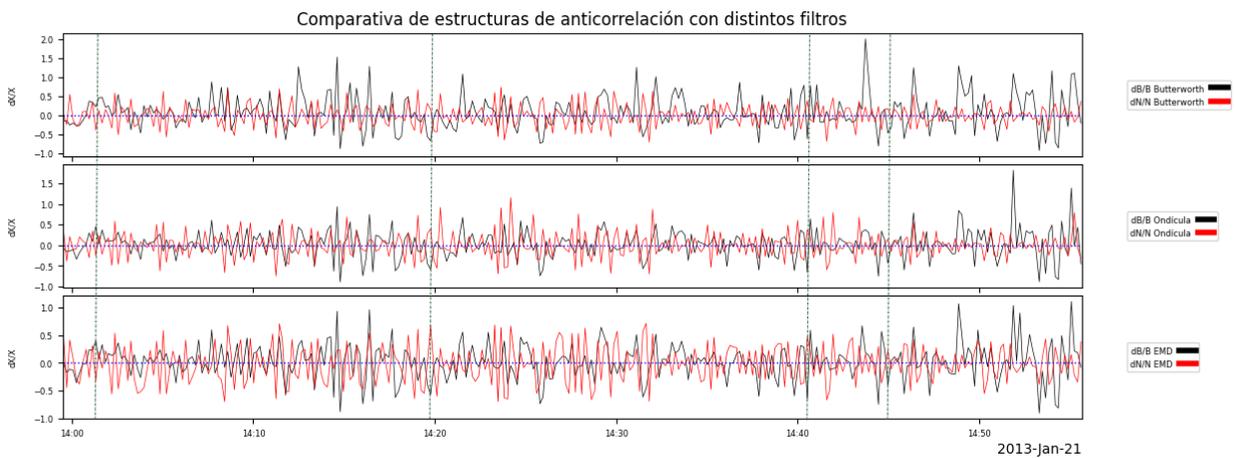


Figura 4.17: Comparación de los filtros aplicados en el caso 3. Se identifican visualmente 19 estructuras de anticorrelación con Butterworth, 26 y 29 con ondícula y EMD, respectivamente.

#### 4.3.4. Estudio de caso 4

El estudio de caso que aquí se presenta fue observado el día 25 de marzo de 2013 durante la órbita 1826, cuando la nave salía de la magnetósfera hacia el viento solar. Tiene una duración total de 42 minutos y se muestra en la Figura 4.18.

Similar a lo observado en el caso 1, se destaca una morfología tipo hoyo en especial al final del intervalo del tiempo, cuyas amplitudes fueron en aumento hasta alcanzar los 30 nT. Se observan pocas estructuras tipo pico, como la que se indica con una línea vertical verde a las 9:45 en la Figura 4.18. También de manera similar al caso 1, aquí se presenta modulación del flujo de protones de entre 700 eV y 1 keV, destacando que a las  $\sim 10:08$  UT se registran partículas con  $10^9 \text{ cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{sr} \cdot \text{keV}$ , aunque la modulación es menos marcada que en el caso 1. Por otro lado, y similar al caso 2, el promedio de la densidad es elevado: se encuentra en el rango 50 a 60  $\text{part}/\text{cm}^3$  y va en aumento hacia el final del intervalo. Con un número aproximado de 25 estructuras de anticorrelación reconocibles visualmente (líneas verticales color verde trazadas en la Figura 4.18), se trata de una posible tormenta espejo.

Los parámetros del filtro de ondícula (ver Figura 4.20) permanecen sin cambios como en todos los casos anteriores pese a que la frecuencia de muestreo de la densidad se modifica a 0.09 Hz (como en el caso 3). De manera similar al caso 3 se modifica  $f_s$  al momento de aplicar el filtro Butterworth, Figura 4.19. El filtro EMD (Figura 4.21) para  $|B|$  se descompone en 11 IMFs como en el caso 3, mientras que  $N$  se mantiene en 5 IMFs como el caso 1. En este cuarto caso la identificación de estructuras con anticorrelación tiene mejores resultados con el filtro EMD. En la Figura 4.18 se presenta un campo de fondo obtenido por ese filtro y con este se identifican el mayor número de estructuras en el panel  $dX/X$ .

De acuerdo al comparativo mostrado en la Figura 4.22, se observa que el filtro EMD permite la identificación de 25 estructuras modo espejo en el parámetro  $dX/X$ , mientras que 14 se identifican con Butterworth y 14 con el filtro de ondícula. Como se dijo, es EMD el que arroja mejores resultados al identificar el mayor número de estructuras con anticorrelación o estructuras espejo.

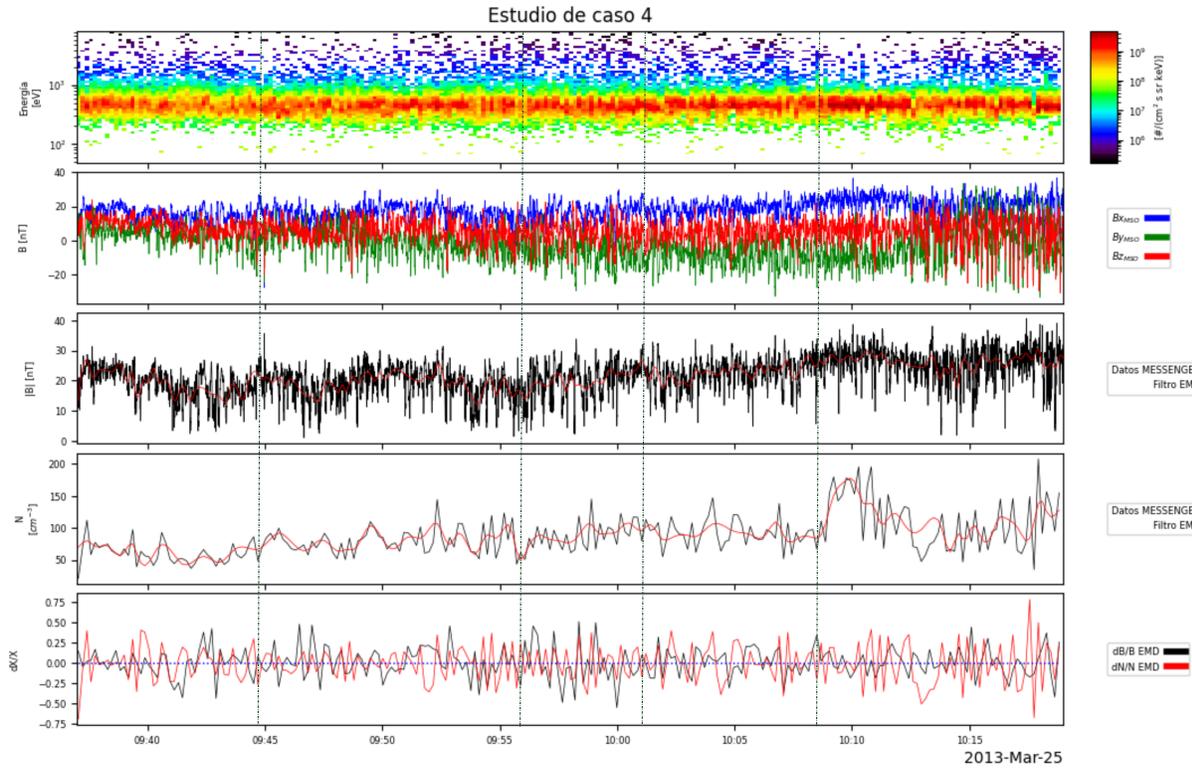


Figura 4.18: Cuarto caso de posible tormenta espejo observada el 25 de marzo de 2013. Los paneles siguen el mismo formato que en la Figura [4.3](#)

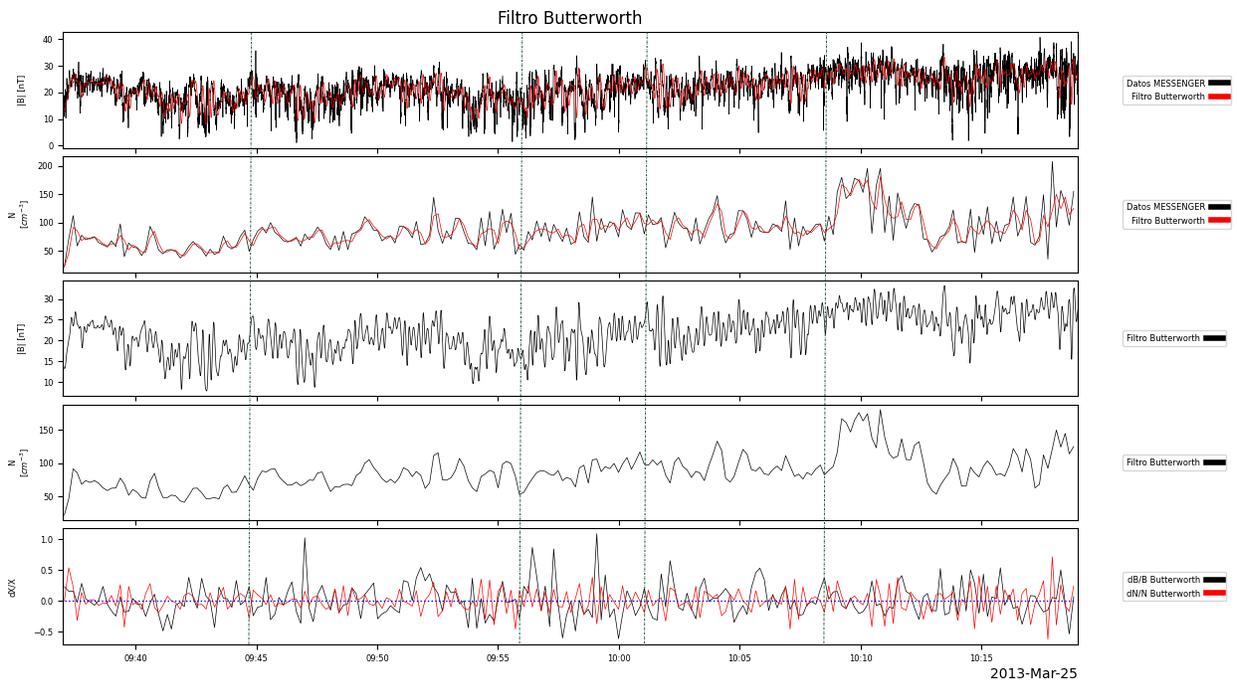


Figura 4.19: Filtro pasabajas Butterworth para el caso 4 con los siguientes parámetros: para  $|B|$  con orden = 4,  $f_s = 20$  y cutoff = 0.1. Para  $N$  con orden = 1,  $f_s = 0.09$  y cutoff =  $0.5(f_s/2)$ .

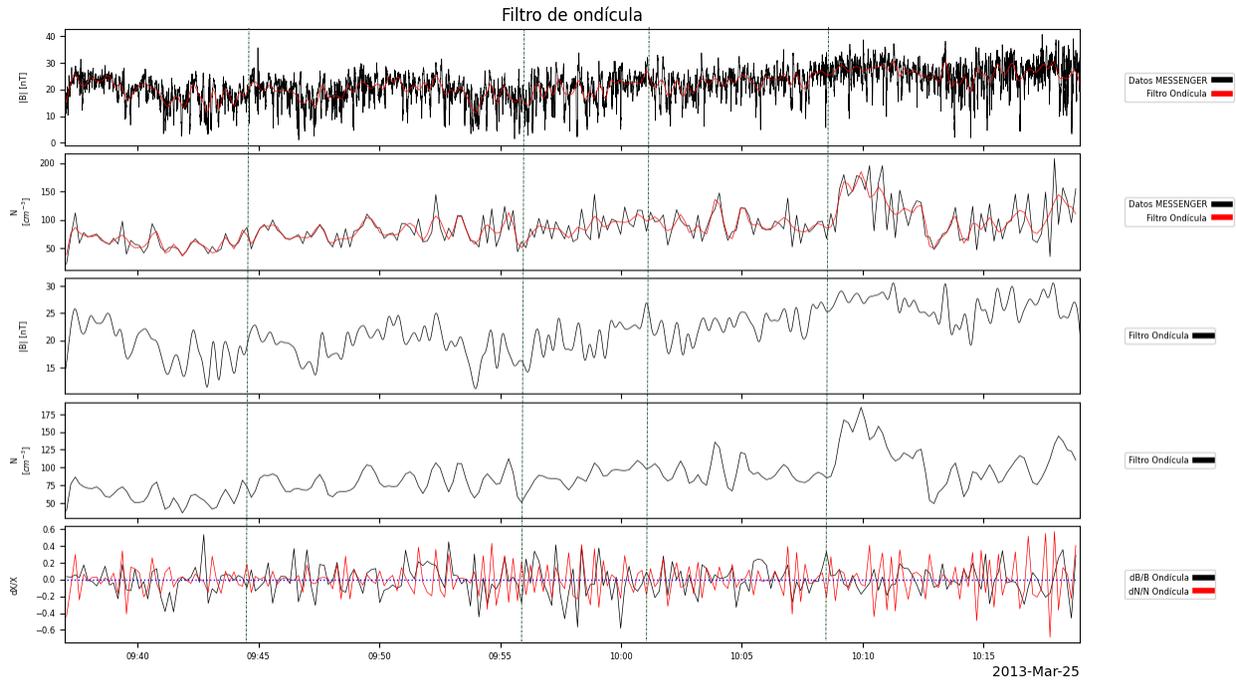


Figura 4.20: Filtro de ondícula para el caso 4, para  $|B|$  se aplicó db10 y  $N = 8$  y para  $N$  los siguientes db8 y  $N = 1$ .

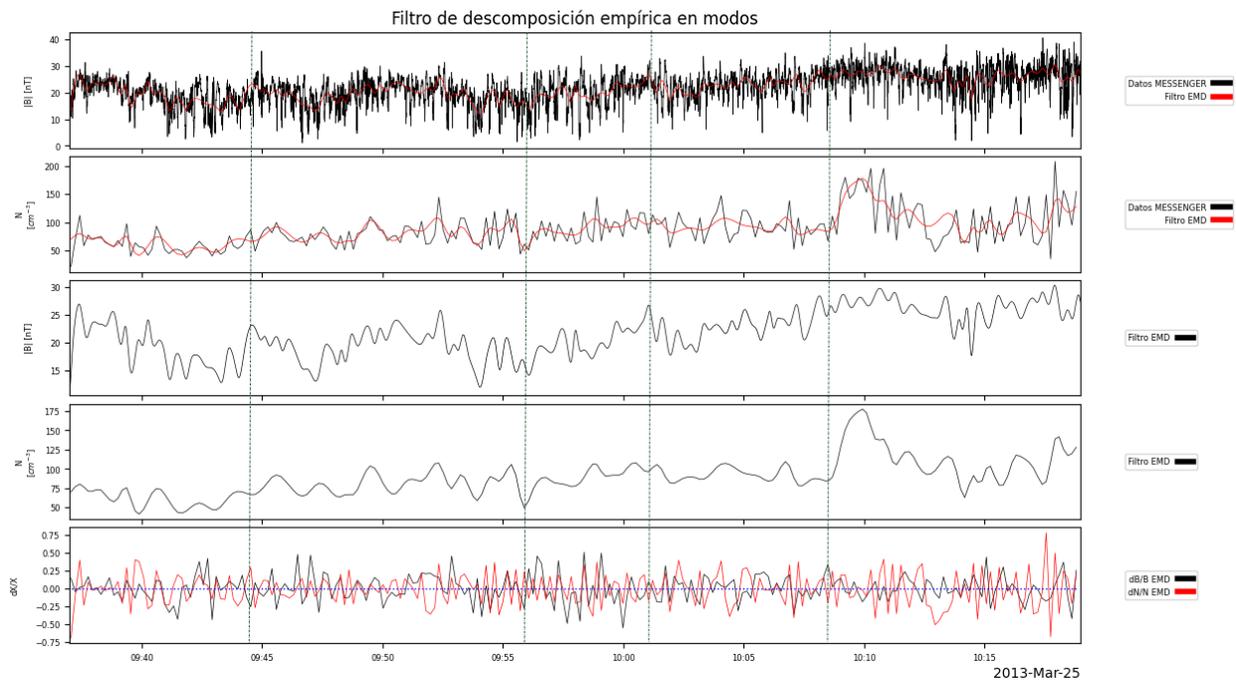


Figura 4.21: Filtro EMD para el estudio de caso 4. La señal  $|B|$  se reconstruye con IMF[5] a IMF[10] y  $N$  con IMF[1] a IMF[4].

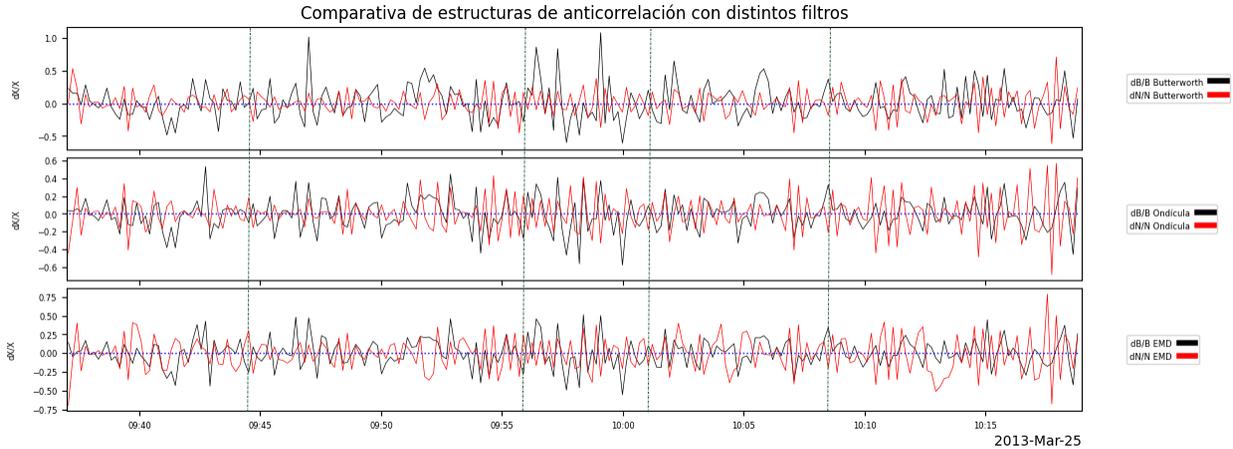


Figura 4.22: Comparación de los filtros aplicados para identificación de estructuras con anticorrelación en el caso 4. Se identifican visualmente 14 estructuras, 15 y 25 con Butterworth, ondícula y EMD, respectivamente.

#### 4.3.5. Estudio de caso 5

El último estudio de caso que se presenta corresponde a observaciones hechas por MESSENGER del día 16 de agosto de 2011 durante la órbita 2257. El evento en la magnetofunda mostrado en la Figura 4.23 tiene una duración total de 25 minutos, por lo que es el caso presentado de menor duración.

Este evento corresponde a un tren que consiste en su mayoría de estructuras tipo hoyo. Los de mayor amplitud (o profundidad) se observan entre las 02:03 y las 02:09 UT. El panel de densidad muestra porciones donde esta aumenta considerablemente, superando hasta en dos veces la densidad promedio del intervalo ( $\sim 15 \text{ part/cm}^3$ ). Algunas de estos incrementos en densidad están en anticorrelación con la magnitud del campo magnético, como las indicadas por las dos primeras líneas verticales verde en la Figura 4.23. Esto apunta a que se trata de estructuras espejo. En el panel de  $dX/X$  se identifican con claridad 16 estructuras de anticorrelación. Considerando lo anterior, este evento es catalogado como una posible tormenta espejo.

A partir de las  $\sim 02:07$  UT el flujo de partículas comienza a disminuir, mientras que es hasta las 02:15 UT que disminuye la densidad. Después de ese tiempo hay tiempos cortos donde el flujo vuelve a ser del orden de  $10^9 \text{ cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{sr} \cdot \text{keV}$ . Para algunos de estos tiempos también se observan estructuras espejo, como la que se indica cerca de las 02:14 UT con una línea verde.

A diferencia de los casos anteriores, este evento muestra varias rotaciones en todas las componentes del campo magnético. En la componente  $B_z$  (traza roja en el panel del vector de campo magnético en la Figura 4.23) se observan rotaciones una tras de otra en los primeros ocho minutos del intervalo. Después, justo cuando se observan los hoyos profundos, no hay más rotaciones, pero vuelven a aparecer inmediatamente después, aunque por un periodo menor de 3 minutos. Al final del intervalo también se aprecian un par de rotaciones.

Como en los casos 3 y 4, la frecuencia de muestreo de la densidad se modifica a 0.09 Hz. Los parámetros del filtro de Butterworth (Figura 4.24) y ondícula (Figura 4.25) permanecen sin cambios. El filtro EMD (Figura 4.26) descompone  $|B|$  en 10 IMFs y  $N$  en 5 IMFs.

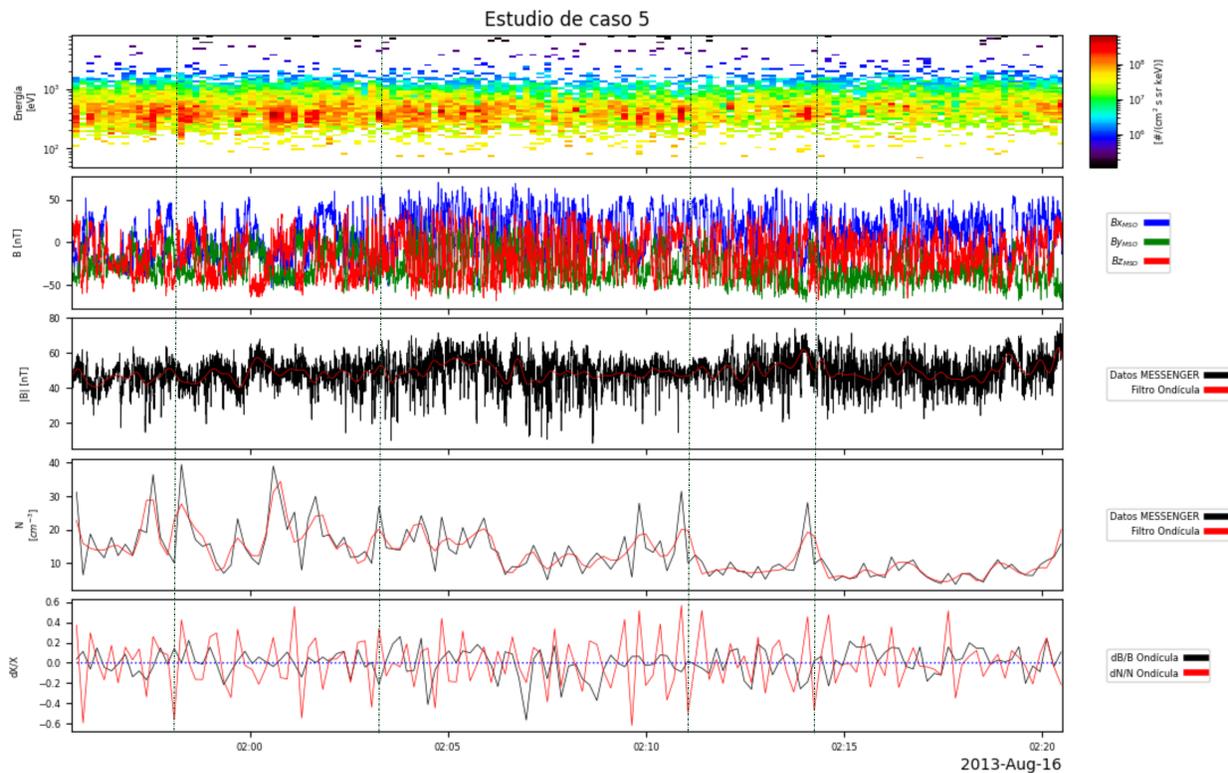


Figura 4.23: Caso de posible tormenta espejo observada el 16 de agosto de 2013. Los paneles siguen el mismo formato que en la Figura 4.3

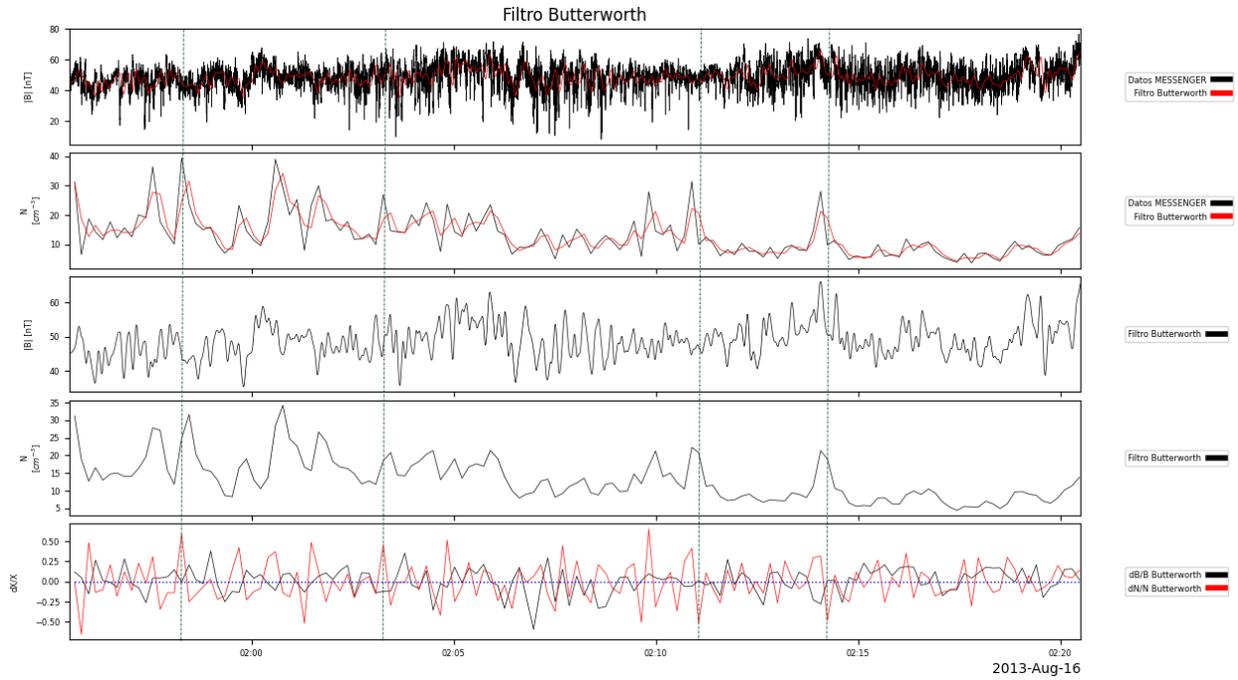


Figura 4.24: Para el quinto caso, el filtro Butterworth se establece para  $|B|$  con orden = 4,  $f_s = 20$  y  $\text{cutoff} = 0.1$ . También para  $N$  con orden = 1,  $f_s = 0.09$  y  $\text{cutoff} = 0.5(f_s/2)$ .

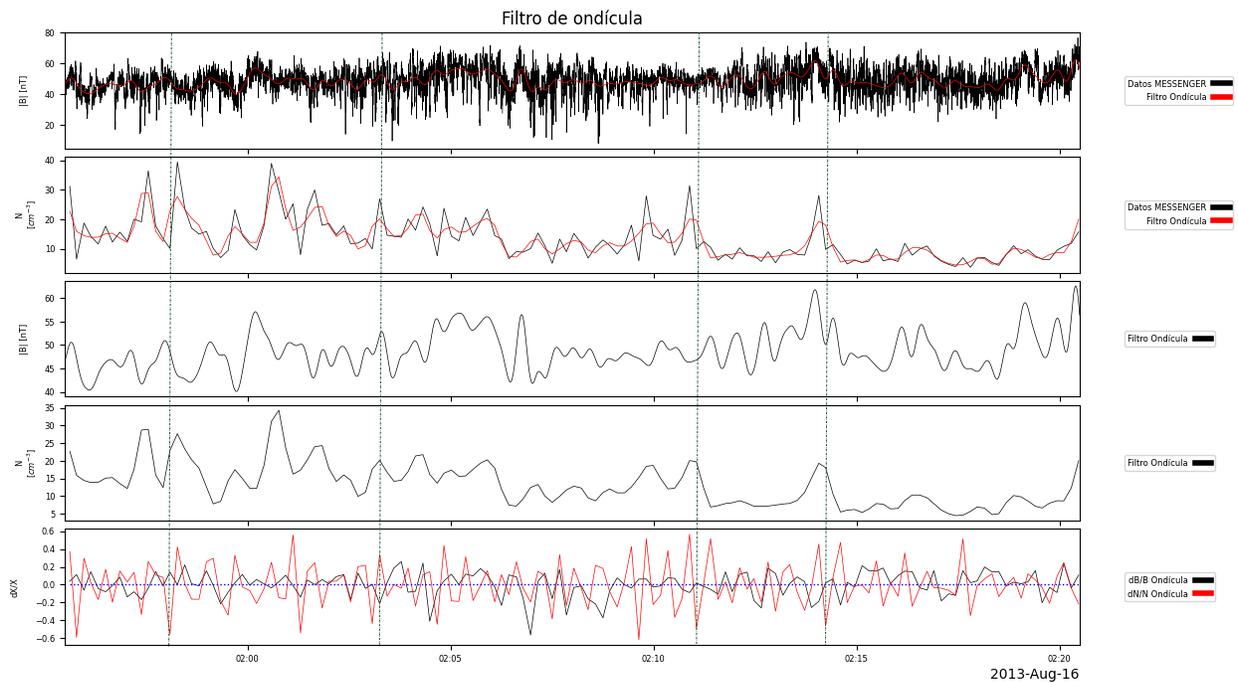


Figura 4.25: Filtro de ondícula para el último caso de tormenta usando db10 para  $|B|$  y  $N = 8$ , para  $N$  los siguientes db8 y  $N = 1$ .

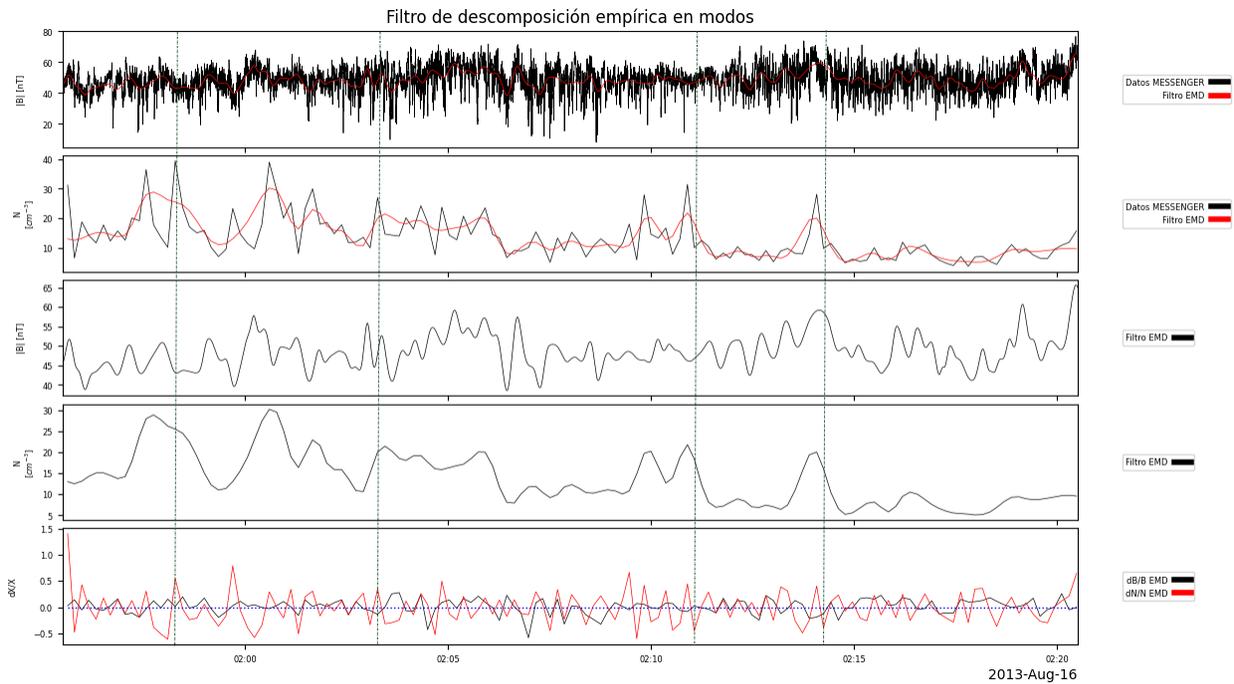


Figura 4.26: Filtro EMD para el caso 5. La señal  $|B|$  se reconstruye con IMF[5] a IMF[9] y  $N$  con IMF[1] a IMF[4].

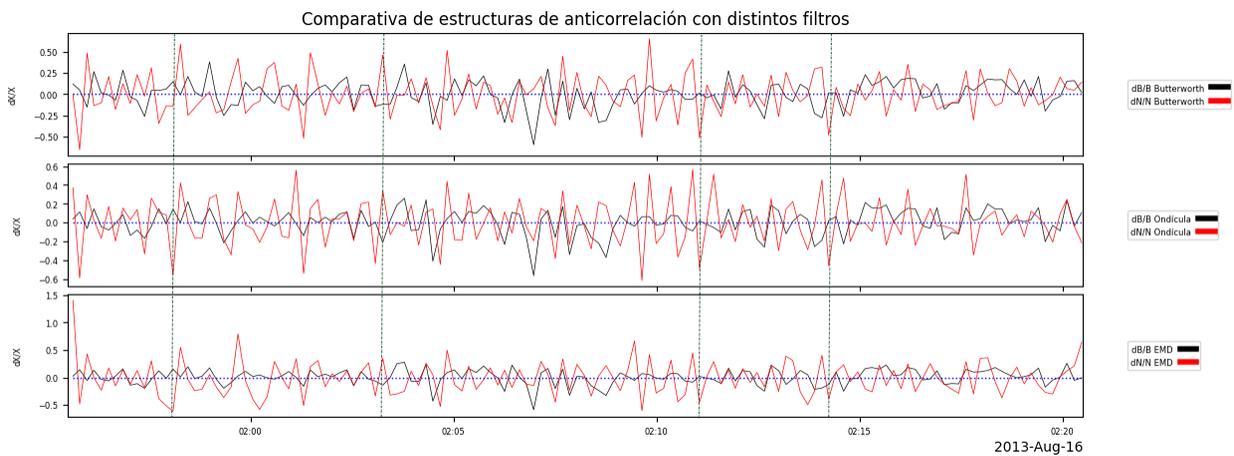


Figura 4.27: Comparación de los filtros aplicados para la identificación de anticorrelación en el caso 5. Con Butterworth se identifican visualmente 11, por otro lado, 16 y 12 con Ondícula y EMD, respectivamente.

En la Figura [4.27](#) se muestran los tres filtros calculados para este quinto candidato. Por identificación visual se cuentan 11 estructuras con anticorrelación con el filtro Butterworth, 16 con el de ondícula y 12 con descomposición empírica. Nuevamente el filtro de ondícula proporciona mejores resultados que permite identificar el mayor número de estructuras espejo. Este filtro se incluye en la Figura [4.23](#) y con el que se calculan los parámetros  $dX/X$  mostrados en el panel inferior de la misma figura.



# III

## Resultados

En el capítulo anterior se ejemplificó cómo se llevó a cabo la selección de candidatos a tormentas de modo espejo y la elaboración de su catálogo, que fue uno de los objetivos de este trabajo de investigación. Por otro lado, se ilustró la aplicación de diversos filtros de señales para coadyuvar en la identificación de eventos que fue el otro objetivo de este trabajo.

### 5.1. Catálogo de tormentas de modo espejo

El catálogo resultante de analizar las gráficas de datos de MESSENGER en la plataforma de AMDA consiste de un total de 84 eventos que fueron detectados entre el 2011 al 2014, en 2015 no se reporta ningún caso pues el instrumento MAG no tiene datos de datos de campo magnético para este periodo. Cada evento fue seleccionado por inspección visual, primero eligiendo las porciones de la órbita de MESSENGER en las que la sonda se hallaba en la magnetofunda. Posteriormente, buscando aquellas oscilaciones en la magnitud de campo magnético que mostraran cierto grado de anticorrelación con la densidad de partículas. Esto condujo a la selección de 787 eventos de regiones de magnetofunda con presencia de eventos espejo y 84 eventos en la misma región con posibles tormentas espejo. Los criterios de tormenta se mencionan en la Sección [4.2](#).

Los datos de MESSENGER presentan una baja resolución para la densidad observada y además existen periodos sin datos. También se exploraron los datos de propiedades del plasma derivadas en Tierra para intervalos seleccionados, pero estos tampoco no proporcionan las componentes paralela y perpendicular de la temperatura; además de tener una disponibilidad muy limitada. En vista de lo anterior, el cálculo de la condición de inestabilidad espejo resultó imposible de realizar para el primer conjunto de candidatos.

Dada la falta del cálculo de la condición de inestabilidad y con el objetivo de robustecer la identificación de las estructuras espejo a partir de su típica anticorrelación de  $|B|$  y  $N$ , se calcularon los parámetros  $dX/X$  como en Simon Wedlund et al., [2022](#) y Vaquero, [2024](#) para la magnitud del campo magnético y la densidad. Estos parámetros representan las variaciones de cada oscilación respecto a los valores de fondo del campo magnético y la densidad. Al interpolar la densidad a la cadencia del campo magnético y calcular  $dB/B$  y  $dN/N$ , la anticorrelación en las estructuras es más fácil de identificar.

Del total de 787 eventos donde se encontraron trenes de estructuras espejo, solo 84 casos son potenciales candidatos de tormenta modo espejo de acuerdo a dos simples criterios: que el intervalo de observación superara los 10 minutos y al menos se detectara una estructura espejo por minuto. Cabe mencionar que este paso en la selección de eventos fue hecho usando un filtro Butterworth para el cálculo de  $dX/X$ .

De los 84 eventos reportados en el catálogo AMDA, solo se seleccionaron cinco candidatos para presentar a mayor detalle en este trabajo. Estos no solo ejemplifican la variedad de condiciones bajo las que se observaron eventos espejo, sino que además son los de mayor extensión del catálogo y tienen numerosas estructuras modo espejo en el campo magnético como se mostró previamente en la Figura [2.2](#).

Los cinco eventos seleccionados fueron analizados a mayor profundidad para verificar el número de estructuras espejo en cada intervalo de acuerdo a  $dB/B$  y  $dN/N$ . Un hecho que se notó en la primera exploración visual que se hizo de los cinco eventos, fue que en ocasiones las anticorrelaciones en los parámetros de variación de campo y densidad no correspondían con todas las estructuras espejo identificadas visualmente en la magnitud del campo magnético. La baja resolución de la densidad puede limitar la identificación de las anticorrelaciones con la señal de campo magnético. Por otro lado, al calcular los parámetros  $dX/X$  las señales se interpolan a los datos de menor cadencia, o sea de densidad, lo que también podría disminuir el número de anticorrelaciones entre  $dB/B$  y  $dN/N$ . Es por ello que se decidió explorar la posibilidad de mejorar el filtrado de los datos usados para calcular los parámetros  $dX/X$  y así aumentar el número de anticorrelaciones halladas.

## 5.2. Análisis de filtros

Siguiendo lo anterior, el análisis de la señal fue esencial para obtener el campo de fondo de  $|B|$  y  $N$ , y así calcular los parámetros  $dX/X$  que coadyuvan a identificar las anticorrelaciones típicas de las estructuras espejo. La aplicación de filtros y la determinación del más adecuado para cada caso permite conservar el mayor número de modos espejo después de interpolar las señales a la menor resolución.

Por tanto, se continuo el trabajo con el diseño de filtros, lo que representó el mayor desafío de este trabajo. Se emplearon tres filtros:

- Filtro de Butterworth, por su utilidad para suavizar sutilmente la señal.
- Filtro discreto de ondícula, debido a su capacidad para descomponer la señal en componentes de alta y baja frecuencia, facilita la atenuación selectiva de estas.
- Filtro de descomposición empírica de modo, que permite separar la señal en oscilaciones intrínsecas y así analizar los patrones de frecuencia específicos.

Los filtros se aplicaron a los cinco casos seleccionados como ejemplos para poder evaluar sus ventajas y desventajas. En la Tabla [5.1](#) se en listan los parámetros usados para cada filtro por caso, tanto para  $|B|$  como  $N$ , ya que al presentar frecuencias de muestreo distintas los parámetros deben variar. Como puede apreciarse el filtro Butterworth fue el mismo para  $|B|$  puesto que mantiene una frecuencia de 20 muestras por segundo. Mientras que esta varía para la densidad del plasma: los primeros dos casos con una frecuencia de 1 muestra cada 10 segundo y el resto con 1 muestra cada 11.11 segundos. Para ondícula, en los cinco casos se plantean de forma constante las características de la ondícula, en  $|B|$  se determina  $dB=10$  y  $N=8$ , en densidad  $dB=8$  con un nivel inferior de  $N=1$ . Finalmente, la descomposición empírica es variable y determinado en cada caso, a excepción de los casos 1 y 2.

Los resultados del análisis de filtros para los cinco estudios de caso mostrados en la Tabla [5.2](#), exhiben que el filtro de ondícula tuvo mejores resultados en 3 de los 5 casos, principalmente porque la densidad  $N$  presentaba un mayor desafío para descomponer en altas-bajas frecuencias debido la baja resolución de la misma. Detrás del filtro de ondícula, el filtro por

Estudio		Butterworth	Ondícula	EMD
1	B	N=4, Fs=20, C=0.1	dB=10, N=8	IMF[5-9]
	N	N=1, Fs=0.1, C=0.5(fs/2)	dB=8, N=1	IMF[1-4]
2	B	N=4, Fs=20, C=0.1	dB=10, N=8	IMF[5-9]
	N	N=1, Fs=0.1, C=0.5(fs/2)	dB=8, N=1	IMF[1-4]
3	B	N=4, Fs=20, C=0.1	dB=10, N=8	IMF[6-10]
	N	N=1, Fs=0.09, C=0.5(fs/2)	dB=8, N=1	IMF[1-5]
4	B	N=4, Fs=20, C=0.1	dB=10, N=8	IMF[5-10]
	N	N=1, Fs=0.09, C=0.5(fs/2)	dB=8, N=1	IMF[1-4]
5	B	N=4, Fs=20, C=0.1	dB=10, N=8	IMF[6-9]
	N	N=1, Fs=0.09, C=0.5(fs/2)	dB=8, N=1	IMF[2-4]

Tabla 5.1: Parámetros de los filtros aplicados a cada estudio de caso

descomposición empírica arrojó buenos resultados en 2 de los 5 casos. Finalmente, el filtro Butterworth fue el de resultados más modestos. A continuación, se comentará más sobre esto.

Para los casos estudiados el filtro Butterworth arrojó los resultados más modestos de todos los filtros, como se mostró a partir de las Figuras [4.4](#), [4.9](#), [4.14](#), [4.19](#) y [4.24](#). Es notorio la dificultad que presenta Butterworth para suavizar los datos del campo magnético, lo que limita la identificación de posibles anticorrelaciones previas a la interpolación en el parámetro  $dX/X$ . Por ello, Butterworth se descarta como la mejor opción para el cálculo de los parámetros de fondo.

El filtro Butterworth es comúnmente usado para obtener el campo de fondo particularmente en estudios de estructuras espejo como en Volwerk et al., [2016](#) y Vaquero, [2024](#), lo que la elección de este filtro era lógica. Sin embargo, su limitante proviene de la transición de la pasa-banda a la banda de atenuación ya que es muy gradual, como se muestra en la Figura [3.4](#), y esto puede impactar en su eficiencia al atenuar con un corte de frecuencia muy brusco

Estudio	Butterworth	Ondícula	EMD
1	14	<b>26</b>	19
2	17	<b>30</b>	20
3	19	26	<b>29</b>
4	14	15	<b>25</b>
5	11	<b>16</b>	12

Tabla 5.2: Comparación de los resultados obtenidos a partir de los filtros de la Tabla [5.1](#). Lo que se indica es el número de anticorrelaciones identificadas para cada caso según el filtro usado.

como se aplica para campo magnético (20 Hz a 0.1 Hz). De esta forma, Butterworth carece de adaptación al comportamiento de la señal en función de las variaciones de frecuencia, esto es, tiene limitaciones en señales con variaciones de frecuencias en el tiempo. Aunque podría considerarse  $|B|$  y  $N$  como señales estacionarias -sin variaciones de frecuencias en el tiempo- porque solo se presentan en un intervalo de tiempo muy corto respecto a la duración total de 23 horas, el filtro de descomposición empírica en modos intrínsecos presentó un desempeño superior ya que se ajusta mejor a las variaciones en la estacionariedad de las señales. Por tanto, el filtro Butterworth resulta en una aproximación modesta para nuestro análisis, pero suficiente para identificar en primera instancia las estructuras espejo.

Respecto al filtro de ondícula y la descomposición empírica en modos, estos comparten su utilidad en señales no estacionarias: aquellas que presentan distintos instantes. Su diferencia más relevante es la función base: el filtro de ondícula utiliza una ondícula madre para descomponer la señal; en contraste, EMD no considera una base debido a que es un método completamente empírico. La calidad del filtro EMD para filtrar bajas frecuencias de forma óptima depende directamente de la extracción exitosa de cada modo intrínseco y por ello este filtro es menos controlable respecto a uno de ondícula. Por lo anterior, se infiere que para los estudios de caso 1, 2 y 5 la adecuación de los IMFs en bajas frecuencias fue deficiente, y también se explica que solo en los casos 3 y 4 se obtuvieron 11 IMFs para  $|B|$  y 6 IMFs para  $N$ .

Finalmente se puede decir que en el análisis realizado se destaca un patrón entre la efectividad del filtro y las características de las señales. Esto es, para señales con amplitudes bajas que varían en el intervalo de tiempo presenta mejor respuesta al filtro de ondícula; tal como lo mostraron los estudios de caso 1, 2 y 5. En caso contrario, para señales con amplitudes mayores que se mantuvieron constantes en el intervalo de tiempo analizado, como son los casos 3 y 4; estos presentan mejor respuesta a una descomposición empírica en modos.

### 5.3. Ejemplos de tormentas espejo en Mercurio

Si bien la identificación de estructuras espejo a partir de la anticorrelación de las señales de magnitud de campo magnético y densidad puede ser difícil, los parámetros  $dB/B$  y

$dN/N$  ayudan y simplifican esta identificación. Como se mencionó antes, el filtro usado para calcular el campo magnético de fondo y densidad de fondo puede tener variaciones en las anticorrelaciones entre los parámetros  $dX/X$ . A continuación, se mencionan brevemente aspectos a destacar de la identificación de estructuras espejo para los cinco casos de posibles tormentas espejo en la magnetofunda de Mercurio que se describieron a detalle en el capítulo anterior:

- Caso 1 Es posible observar un tren de 8 modos espejo durante los primeros 5 minutos, pero el intervalo de mayor interés se encuentra entre las 05:28 hasta las 05:38 UT con al menos 17 estructuras definidas.
- Caso 2 Entre las 04:43 a 04:45 UT se encuentra un posible tren de 5 modos espejo, pero el intervalo relevante se observa en los últimos 10 minutos (04:50 a 05:00 UT) donde se hallan 16 estructuras.
- Caso 3 Con mayor duración, el caso 3, se presentan varios trenes de estructuras espejo: 14:09 a 14:11 UT con 5 modos, entre las 14:18-14:21 UT con 6 modos y el tren más largo de 14:33 a 14:47 con 14 estructuras.
- Caso 4 Se detectaron dos trenes: el primero de 6 estructuras en solo 3 minutos, el segundo con 14 entre las 09:56 y las 10:06 UT.
- Caso 5 Es el caso de menor duración y con menor número de estructuras identificadas. En los primeros 5 minutos se observa un tren de 4 modos y entre 02:08 y 02:17 UT con 10 modos espejo.

Los casos 1 y 2 son los mejores candidatos de tormentas espejo, teniendo mayor densidad de estructuras espejo y menos espaciadas entre ellas. Los casos 3 y 4 muestran estructuras espejo más espaciadas lo que se refleja en variaciones en la densidad de estructuras en  $dX/X$ . Por tanto, estos casos se consideran tormentas menos intensas. El caso cinco, con menor duración y menos estructuras podría considerarse como tormenta débil.

En la Figura [5.1](#) se presenta un diagrama de barras que exhibe la duración y el número de estructuras de cada estudio de caso. El número de estructuras se toman los resultados en negritas de la Tabla [5.2](#). El número de estudio de caso al que corresponde cada barra se establece en el eje de las abscisas; por otro lado, el intervalo de tiempo se expresa en el eje

de las ordenadas. Y en una tercera dimensión el número de las estructuras en la escala de color de azules, del tono más bajo al más alto, de esta misma forma se establece el número de estructuras por tonalidad. Se observa que los casos de mayor a menor duración son: 3, 4, 1, 2 y 5. De mayor a menor de número de estructuras espejo los casos se ordenan como: 2, 3, 1, 4 y 5. Sin embargo, se destaca la relación tiempo-estructuras en los casos 1 y 2 como potenciales candidatos de tormentas espejo.

Si realizamos un promedio respecto al tiempo y número de estructuras espejo para cada caso analizado, se tiene una duración aproximada de 37 minutos con presencia de unas 25 estructuras modos espejo; esto equivale a 0.68 modo espejo por minuto. Esto identifica a todos los casos presentados como tormentas débiles de modo espejo.

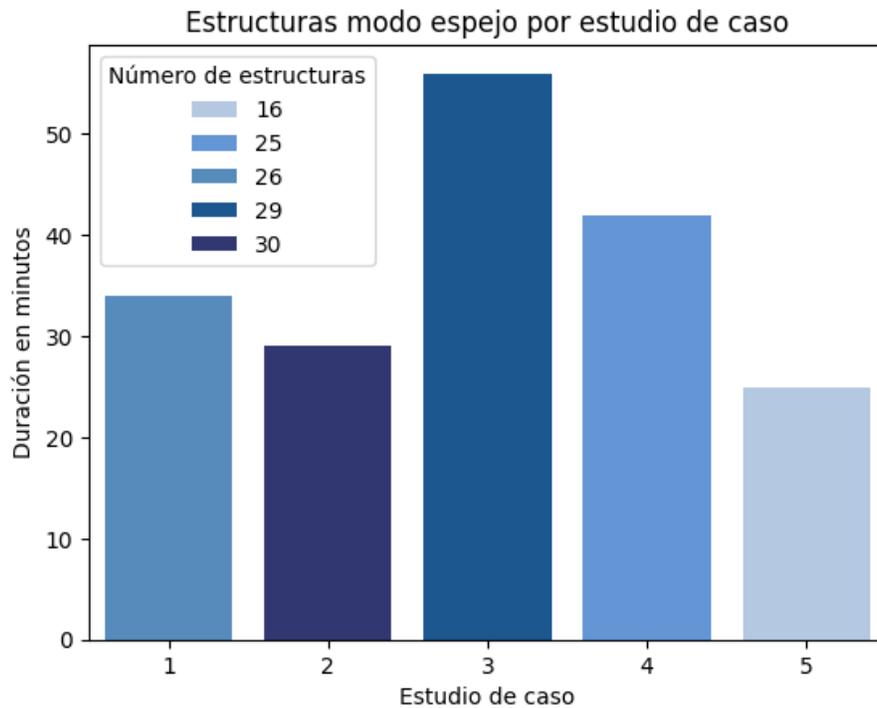


Figura 5.1: Comparativo de los cinco estudios de caso destacando la duración y el número de estructuras modo espejo encontradas con el parámetro  $dX/X$ .

## 5.4. Otras consideraciones

Cabe recordar que el objetivo de este trabajo escrito fue realizar un catálogo de tormentas espejo en la magnetofunda de Mercurio, considerando -en principio- el uso de datos de plasma proporcionados por el instrumento FIPS. Esto con el fin de calcular la condición de

inestabilidad espejo de Hasegawa (1969) y así identificar plenamente las estructuras. Por lo que el análisis de mínima varianza que se aplica a datos de campo magnético para identificar los modos espejo, se descartó desde el inicio de esta investigación. Sin embargo y como se ha mencionado antes, la resolución del instrumento FIPS es modesta, lo que dificulta la identificación de estructuras espejo no solo porque no es posible calcular la condición de inestabilidad sino porque la inspección visual misma también resulta complicada.

En las observaciones que en este trabajo se reportan, se estima un tiempo de cruce de lo que se identifica como una estructura espejo en los parámetros  $dX/X$ , como  $\Delta t \approx 3$  segundos. Dado que FIPS realiza mediciones cada 10 segundos, es claro que la resolución de los datos no es adecuada para identificar los modos espejo. De aquí, que se implementara el cálculo de las variaciones de la magnitud del campo magnético y la densidad para -hasta cierto grado- robustecer la identificación visual mediante la típica anticorrelación que las estructuras espejo presentan para esos parámetros.

Además de la limitante impuesta por la baja resolución, la disponibilidad de datos de plasma (como temperatura, presión y densidad) -aún en baja resolución- no es continua ni completa para todo el tiempo operacional de la misión.

Una forma que en este trabajo se trata de mitigar la baja resolución de los datos, es robusteciendo la identificación por inspección visual al implementar distintos filtros: Butterworth, ondícula y EMD, para obtener los parámetros de fondo ( $|B|$  y  $N$ ) y un cálculo más apropiado de su variación. Al optimizar esto, se mejora la identificación de la anticorrelación entre estas señales (aún con datos de baja resolución) y con ello la identificación de los modos espejo.

Cabe mencionar que si bien la correlación negativa (anticorrelación) entre los parámetros de campo magnético y densidad puede ser cuantificada (como por ejemplo en el trabajo de Génot et al. (2009)), no es objetivo de este trabajo determinar alguna condición cuantitativa por lo que esto se propone como trabajo futuro. Debido al costo computacional, se recomendaría implementar la correlación cruzada por Transformada Rápida de Fourier (FFT) en lugar del cálculo iterativo de Pearson.

La identificación de estructuras espejo también podría ayudarse de retomar el análisis de mínima varianza. Aunque mediante este método Sundberg et al. (2015) descartó la ocurrencia de la inestabilidad espejo, este estudio no contempló la totalidad de datos a lo largo de la misión (2011 a 2015).

Posterior a la obtención del mejor parámetro de fondo para campo magnético y densidad observada, es posible una mejor identificación -al menos visualmente- de estructuras espejo.

Proponer una definición cuantitativa de tormenta espejo o una métrica de estimación para ella queda fuera del alcance de este trabajo. Sin embargo, se establece de manera empírica en base a lo que se visualizó en los datos que una tormenta espejo en la funda de Mercurio tiene una duración de al menos 10 minutos.

Sobre establecer una definición más formal -cuantitativa- de una tormenta espejo que la dada por Russell et al. (2009), no es una tarea simple. Lo que podemos abonar a la discusión es que para la identificación de una tormenta espejo se deberá considerar la escala espacial y temporal de las estructuras espejo en relación con el tamaño del sistema: es decir, el tamaño de la estructura espejo en relación al tamaño de la funda y cuántas estructuras podemos tener en una región de tamaño determinado dentro de la funda.

Para un trabajo a futuro, y continuando con el estudio de correlación desde un enfoque cuantitativo, se propone también el desarrollo de un modelo de aprendizaje supervisado. Considerando como funciones de entrada:  $B$ ,  $N$  y función de aprendizaje (etiquetado binario; 0 sin modo espejo y 1 modo espejo); y como función de salida la probabilidad de presencia de modo espejo. Dado que estos parámetros son series temporales, el método de redes neuronales podría ser implementado con éxito en datos de simulaciones como los obtenidos en Herčík et al. (2013) y usados como un modelo ideal al que se pueda implementar un ruido agregado y finalmente, ajustar el modelo a datos obtenidos por una nave espacial (como por ejemplo MESSENGER).



### Conclusiones

En este trabajo se realizó un estudio de la inestabilidad espejo en la magnetofunda de Mercurio usando los datos de la misión MESSENGER de la NASA. Se reportan por primera vez posibles tormentas de modos espejo en esa región y una lista (catálogo) de los eventos hallados.

Como parte de la identificación de la inestabilidad y las estructuras asociadas, se hizo uso de un diseño de filtros para las señales de magnitud de campo magnético y densidad de partículas. Esto, con el objetivo de mejorar el número de estructuras espejo identificables a partir de los parámetros  $dB/B$  y  $dN/N$ .

Es así como este trabajo contribuye al estudio de la inestabilidad espejo, particularmente en ambientes para los cuales los datos *in-situ* no poseen la resolución necesaria para resolver las estructuras espejo o bien, para aquellos casos donde no hay datos de plasma disponibles que permitan el cálculo de la condición de inestabilidad y así identificar de manera inequívoca los modos espejo.

A continuación, se enlistan los resultados de este trabajo de investigación:

- Se exploraron 8,094 cruces de la sonda MESSENGER en la región de la magnetofunda de Mercurio entre los años 2011 a 2015.
- Se hallaron 787 intervalos con estructuras espejo mediante inspección visual.
- De los anteriores, solo 84 cruces fueron seleccionados como candidatos a tormentas espejo, considerando esta como un tren de modos espejo con duración de 10 minutos y al menos una estructura por minuto.

- 
- La falta de datos de temperatura (en sus componentes paralela y perpendicular) impidieron calcular la condición de inestabilidad espejo.
  - La dificultad para identificar la típica anticorrelación entre  $|B|$  y  $N$  se debe a la diferencia de resolución entre estos datos.
  - Para contrarrestar las dificultades, se calcularon los parámetros  $dB/B$  y  $dN/N$  para ayudar en la identificación de las típicas anticorrelaciones de las estructuras espejo y así robustecer el método de identificación visual.
  - Se diseñaron filtros (Butterworth, ondícula y descomposición empírica de modos) para mejorar el cálculo de los parámetros de fondo usados en el cálculo de  $dX/X$  para cinco casos seleccionados.
  - El filtro de ondícula destacó en tres de los cinco casos, este tiene una capacidad mayor para descomponer la señal en bajas y altas frecuencias, y atenúa mejor las frecuencias de conveniencia. Por ello, ondícula es el mejor filtro para calcular  $dX/X$ .
  - El filtro EMD le sigue en eficiencia al de ondícula. Es destacable sus resultados para casos con señales superpuestas, como los casos 3 y 4 que exhiben oscilaciones de baja y alta frecuencia.
  - Las señales filtradas por Butterworth, en comparación a los anteriores, presentan resultados más modestos. Esto puede ser consecuencia de las grandes variaciones en las frecuencias de las oscilaciones presentes.
  - La densidad de modos espejo es mayor en los casos 1 y 2, con una relación de 1.6 estructuras por minuto en un intervalo de 10 minutos. Seguidos por los casos 3 y 4 con 1.4 estructuras/minuto y el último caso, solo presenta 10 estructuras en 9 minutos.
  - De acuerdo a las tasas anteriores, los primeros dos casos representan tormentas intensas. Los casos 3 y 4 ejemplifican tormentas moderadas, y finalmente, el caso 5 presenta una tormenta débil.

El estudio de las tormentas espejo en diferentes entornos planetarios ha sido un tema de creciente interés en la investigación científica. Existen diversos trabajos que han documentado su presencia en la magnetofunda de la Tierra (Rojas-Castillo et al., 2014), en la

---

magnetofunda inducida de Marte (Romero, 2025; Vaquero, 2024), así como en la de Saturno (Cheng et al., 2024). Más reciente, Rojas-Castillo et al. (2024) ampliaron este análisis comparando los fenómenos en la Tierra y Marte. Sin embargo, a pesar de estos avances, el entorno de Mercurio ha sido relativamente poco explorado. Por ello, el presente trabajo abona de manera significativa al entendimiento de las tormentas espejo en plasmas espaciales, enfocándose particularmente en Mercurio, un planeta cuya proximidad al Sol y condiciones extremas lo convierten en un ambiente especial para el estudio de la inestabilidad espejo.

Finalmente se hace notar que este trabajo constituye un ejemplo de la aplicación de métodos de análisis comúnmente usados en el ámbito de las ingenierías y geociencias -como el filtrado de señales- al análisis de datos *in-situ* de misiones espaciales en el contexto de plasmas astrofísicos.



# Referencias

---

## Bibliografía

- Anderson, B. J., Acuña, M. H., Lohr, D. A., Scheifele, J., Raval, A., Korth, H., & Slavin, J. A. (2007). The magnetometer instrument on MESSENGER. *Space Science Reviews*, *131*(1-4), 417-450.
- Andrews, G. B., Zurbuchen, T. H., Mauk, B. H., Malcom, H., Fisk, L. A., Gloeckler, G., & Raines, J. M. (2007). The Energetic Particle and Plasma Spectrometer Instrument on the MESSENGER Spacecraft. *Space Science Reviews*, *131*(1-4), 523-556. <https://doi.org/10.1007/s11214-007-9272-5>
- Ballesteros, D., & Renza, D. (2018). *Introducción a los Filtros Digitales* (1.<sup>a</sup> ed.). Julio César Arboleda Aparicio.
- Bartlett, S. (2014). Schematic comparison of the magnetospheres of Jupiter, Earth, and Mercury [eBook ISBN: 9780124160347].
- Baumjohann, W., & Treumann, R. A. (1996). *Basic space plasma physics*. <https://doi.org/10.1142/p015>
- Boardsen, S. A., Slavin, J. A., Anderson, B. J., Korth, H., Schriver, D., & Solomon, S. C. (2012). Survey of coherent 1 Hz waves in Mercury's inner magnetosphere from MESSENGER observations. *Journal of Geophysical Research*, *117*, A00M05. <https://doi.org/10.1029/2012JA017822>
- Boardsen, S. A., Slavin, J. A., Anderson, B. J., Korth, H., & Solomon, S. C. (2009). Comparison of ultra-low-frequency waves at Mercury under northward and southward IMF. *Geophysical Research Letters*, *36*, L18106. <https://doi.org/10.1029/2009GL039525>
- Boardsen, S. A., Sundberg, T., Slavin, J. A., Anderson, B. J., Korth, H., Solomon, S. C., & Blomberg, L. G. (2010). Observations of Kelvin-Helmholtz waves along the dusk-side boundary of Mercury's magnetosphere during MESSENGER's third flyby. *Geophysical Research Letters*, *37*, L12101. <https://doi.org/10.1029/2010GL043606>
- Cheng, I., Achilleos, N., Blanco-Cano, X., Bertucci, C., & Guio, P. (2024). Waves and Instabilities in Saturn's Magnetosheath: 2. Dispersion Relation Analysis. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *129*(10). <https://doi.org/10.1029/2024JA032585>

- 
- Doddol, C. (2021). Nuestra estrella. <https://ciencia.unam.mx/leer/1129/el-sol-la-estrella-mas-cercana-a-la-tierra>
- Ellacott, S., & Wilkinson, W. (2007). Heating of directly transmitted ions at low Mach number oblique collisionless shocks: A statistical physics formulation. *Planetary and Space Science*, *55*, 2251-2256. <https://doi.org/10.1016/j.pss.2007.05.001>
- Fairfield, D. H., & Behannon, K. W. (1976). Bow shock and magnetosheath waves at Mercury. *Journal of Geophysical Research*, *81*(22), 3897-3906. <https://doi.org/10.1029/JA081i022p03897>
- Galland, M., & Bagenal, F. (2007). Encyclopedia of the Solar System (Second Edition). En T. V. J. Lucy-Ann McFadden Paul R. Weissman (Ed.), *Encyclopedia of the Solar System*. Elsevier. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780120885893500323>
- Gary, S. P., Montgomery, M. D., Feldman, W. C., & Forslund, D. W. (1976). Proton temperature anisotropy instabilities in the solar wind. *Journal of Geophysical Research*, *81*(7), 1241-1246. <https://doi.org/10.1029/JA081i007p01241>
- Génot, V., Budnik, E., Hellinger, P., Passot, T., Belmont, G., Trávníček, P. M., Sulem, P.-L., Lucek, E., & Dandouras, I. (2009). Mirror structures above and below the linear instability threshold: Cluster observations, fluid model and hybrid simulations. *Annales Geophysicae*, *27*(2), 601-615. <https://doi.org/10.5194/angeo-27-601-2009>
- Génot, V., Budnik, E., Jacquy, C., Bouchemit, M., Renard, B., Dufourg, N., André, N., Cecconi, B., Pitout, F., Lavraud, B., Fedorov, A., Ganfloff, M., Plotnikov, I., Modolo, R., Lormant, N., Mohand, H. S. H., Tao, C., Besson, B., Heulet, D., ... Cabrolie, F. (2021). Automated Multi-Dataset Analysis (AMDA): An on-line database and analysis tool for heliospheric and planetary plasma data. *Planetary and Space Science*, *201*, 105214. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.pss.2021.105214>
- Gomes, J., & Velho, L. (2015). Windowed Fourier Transform. En *From Fourier Analysis to Wavelets* (pp. 47-60). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-22075-8\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-319-22075-8_4)
- Hasegawa, A. (1969). Drift mirror instability in the magnetosphere. *The Physics of Fluids*, *12*(12), 2642-2650.
- Herčík, D., Trávníček, P. M., Johnson, J. R., Kim, E.-H., & Hellinger, P. (2013). Mirror mode structures in the asymmetric Hermean magnetosheath: Hybrid simulations. *Journal*
-

- of Geophysical Research: Space Physics*, 118, 405-417. <https://doi.org/10.1029/2012JA018083>
- Hernández, G. M., Esquivel, V. M. S., & González, J. M. G. (2017). *Análisis de sistemas y señales con cómputo avanzado* (1.0) [Edición electrónica]. Córima Books S.A. de C.V.
- Hood, L., & Schubert, G. (1979). Inhibition of solar wind impingement on Mercury by planetary induction currents. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 84(A6), 2641-2647.
- Joy, S., Kivelson, M., Walker, R., Khurana, K., Russell, C., & Paterson, W. (2006). Mirror mode structures in the Jovian magnetosheath. *Journal of Geophysical Research*, 111. <https://doi.org/10.1029/2006JA011985>
- Kroker, T., Großmann, M., Sengstock, K., Drescher, M., Wessels-Staarmann, P., & Simonet, J. (2021). Ultrafast electron cooling in an expanding ultracold plasma. *Nature Communications*, 12. <https://doi.org/10.1038/s41467-020-20815-8>
- Le, G., Chi, P. J., Blanco-Cano, X., Boardsen, S., Slavin, J. A., & Anderson, B. J. (2013). Upstream ultra-low frequency waves in Mercury's foreshock region: MESSENGER magnetic field observations. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 118, 2809-2823. <https://doi.org/10.1002/jgra.50342>
- Meyer-Vernet, N. (2007). *Basics of the Solar Wind*. Cambridge University Press.
- NASA, J., & Carnegie Institution of Washington. (2007). Mercury: Exploration. <https://science.nasa.gov/mercury/exploration/>
- NASA, J., & Carnegie Institution of Washington. (2011). Mercury Orbit. Mercury Orbit Insertion & Station Keeping. <https://messenger.jhuapl.edu/About/stationkeeping.html>
- NASA, J., & Carnegie Institution of Washington. (2015a). MESSENGER Spacecraft [Johns Hopkins APL Space Missions]. <https://messenger.jhuapl.edu/Explore/Graphics.html>
- NASA, J., & Carnegie Institution of Washington. (2015b). Overview of the instruments [Spacecraft And Instruments]. <https://messenger.jhuapl.edu/About/Spacecraft-and-Instruments.html#instruments>
- NASA/SDO. (2024, octubre). Imagen solar en alta resolución (512x512 píxeles) capturada en longitud de onda AIA 171 (oro) [Solar Dynamics Observatory. [Imagen]]. <https://sdo.gsfc.nasa.gov/data/aiahmi/>
- Oppenheim, Schafer, R. W., & Buck, J. R. (1998). *Señales y Sistemas* (2.<sup>a</sup> ed.). Pearson.

- 
- Oppenheim, Schafer, W., & Buck, R. (2010). *Discrete-time signal processing* (2.<sup>a</sup> ed.). Prentice Hall.
- Park, R. S., Folkner, W. M., Williams, J. G., & Boggs, D. H. (2021). The JPL planetary and lunar ephemerides DE440 and DE441. *Astronomical Journal*, *161*, 105.
- Parker, E. N. (1958). Suprathermal Particle Generation in the Solar Corona. *The Astrophysical Journal*, *128*, 677. <https://doi.org/10.1086/146580>
- Piel, A. (2010). *Plasma Physics: An Introduction to Laboratory, Space, and Fusion Plasmas*. Springer Science & Business Media.
- Pinto-Moreno, E. (2012). Análisis y evaluación de los niveles de energía obtenidos mediante WPT para defectología en ejes. <https://e-archivo.uc3m.es/rest/api/core/bitstreams/463bbbe7-431c-41ff-ba42-17fd16635944/content>
- Rojas-Castillo, D., Blanco-Cano, X., Russell, C. T., & Enriquez-Rivera, O. Do Mirror Mode Storms Exist in the Terrestrial Magnetosheath? En: En *Geophysical Research Abstracts*. *16*. 2014, EGU2014-9345.
- Rojas-Castillo, D., Blanco-Cano, X., Russell, C. T., Simon-Wedlund, C., & Volwerk, M. Mirror Mode Storms at the Magnetosheaths of Earth and Mars. En: En *EGU General Assembly 2024*. Vienna, Austria, 2024, EGU24-13491. <https://doi.org/10.5194/egusphere-egu24-13491>
- Romero, M. (2025). *Modos espejo en la magnetofunda de Marte* [Tesis de Licenciatura]. Facultad de Ciencias [Sustentante].
- Russell, C. T., Blanco-Cano, X., Jian, L. K., & Luhmann, J. G. (2009). Mirror-mode storms: STEREO observations of protracted generation of small amplitude waves. *Geophysical Research Letters*, *36*, L05106. <https://doi.org/10.1029/2008GL037113>
- Sckopke, N. (1995). Ion heating at the Earth's quasi-perpendicular bow shock. *Advances in Space Research*, *15*(8-9), 261-269. [https://doi.org/10.1016/0273-1177\(94\)00106-B](https://doi.org/10.1016/0273-1177(94)00106-B)
- Sckopke, N., Paschmann, G., Bame, S. J., Gosling, J. T., & Russell, C. T. (1983). Evolution of ion distributions across the nearly perpendicular bow shock: Specularly and non-specularly reflected-gyrating ions. *Journal of Geophysical Research*, *88*(A8), 6121-6136. <https://doi.org/10.1029/JA088iA08p06121>
- Shima, H., & Nakayama, T. (2009). *Higher Mathematics for Physics and Engineering* [e-ISBN 978-3-540-87864-3]. Springer. <https://doi.org/10.1007/b138494>
-

- Simon Wedlund, C., Volwerk, M., Mazelle, C., Halekas, J., Rojas-Castillo, D., Espley, J., & Möstl, C. (2022). Making Waves: Mirror Mode Structures Around Mars Observed by the MAVEN Spacecraft. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 127(1), Artículo e29811, e29811. <https://doi.org/10.1029/2021JA029811>
- Slavin, J. (2014). Mercury's dipole magnetic field showing the structure of the magnetosphere and how it interacts with the solar wind [eBook ISBN: 9780124160347].
- Solomon, S. C. (2015). *MESSENGER Nears End of Operations: Top 10 Science Results*. <https://youtu.be/ZCclu4c9Yk4?si=ixgZj6J1PuRh5gKQ>
- Spohn, T., Breuer, D., & Johnson, T. (Eds.). (2014). Encyclopedia of the Solar System; MESSENGER Morphology photomosaic of mercury [eBook ISBN: 9780124160347].
- Sun, W., Dewey, R. M., Aizawa, S., Huang, J., Slavin, J. A., Fu, S., Wei, Y., & Bowers, C. F. (2022). Review of Mercury's dynamic magnetosphere: Post-MESSENGER era and comparative magnetospheres. *Science China Earth Sciences*, 65(1), 25-74. <https://doi.org/10.1007/s11430-021-9828-0>
- Sundberg, T., Boardsen, S. A., Burgess, D., & Slavin, J. A. (2015). Coherent wave activity in Mercury's magnetosheath. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 120, 7342-7356. <https://doi.org/10.1002/2015JA021499>
- Sundberg, T., Boardsen, S. A., Slavin, J. A., Anderson, B. J., Korth, H., Zurbuchen, T. H., Raines, J. M., & Solomon, S. C. (2012). MESSENGER orbital observations of large-amplitude Kelvin-Helmholtz waves at Mercury's magnetopause. *Journal of Geophysical Research*, 117, A04216. <https://doi.org/10.1029/2011JA017268>
- Sundberg, T., Boardsen, S. A., Slavin, J. A., Uritsky, V. M., Anderson, B. J., Korth, H., Gershman, D. J., Raines, J. M., Zurbuchen, T. H., & Solomon, S. C. (2013). Cyclic reformation of a quasi-parallel bow shock at Mercury: MESSENGER observations. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 118, 6457-6464. <https://doi.org/10.1002/jgra.50602>
- Treumann, R. A., & Baumjohann, W. (1997). *Advanced space plasma physics*. <https://doi.org/10.1142/p020>
- Tsurutani, B. T., Smith, E. J., Anderson, R. R., Ogilvie, K. W., Scudder, J. D., Baker, D. N., & Bame, S. J. (1982). Lion roars and nonoscillatory drift mirror waves in the magnetosheath. *Journal of Geophysical Research*, 87, 6060-6072. <https://doi.org/10.1029/JA087iA08p06060>

- 
- UNAM, C. (2024). *El viento del Sol*. <https://www.facebook.com/CienciaUNAMmx/posts/pfbid0jFcTtKPRLax4AaTnZUTjoBpW7m7eb5TALjw4xD6h33Ti6uMYmKeRjcm6ngS7Up3yl>
- Valens, C. (1999). *A Really Friendly Guide to Wavelets*.
- Vaquero, C. (2024). *Inestabilidad espejo en el ambiente cercano a Marte* [Tesis de maestría]. Universidad Nacional Autónoma de México. [https://tesiunam.dgb.unam.mx/F/?func=direct&doc\\_number=000861495&noSistema&current\\_base=TES01](https://tesiunam.dgb.unam.mx/F/?func=direct&doc_number=000861495&noSistema&current_base=TES01)
- Vázquez, C. (2022). Transformada de Fourier. <https://dcb.ingenieria.unam.mx/wp-content/themes/tempera-child/CoordinacionesAcademicas/CA/MA/MaterialDigital/materialT3.pdf>
- Volwerk, M., Schmid, D., Tsurutani, B. T., Delva, M., Plaschke, F., Narita, Y., Zhang, T., & Glassmeier, K.-H. (2016). Mirror mode waves in Venus's magnetosheath: solar minimum vs. solar maximum. *Annales Geophysicae*, *34*, 1099-1108. <https://doi.org/10.5194/angeo-34-1099-2016>
- Winslow, R. M., Anderson, B. J., Johnson, C. L., Slavin, J. A., Korth, H., Purucker, M. E., Baker, D. N., & Solomon, S. C. (2013). Mercury's magnetopause and bow shock from MESSENGER Magnetometer observations. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *118*, 2213-2227. <https://doi.org/10.1002/jgra.50237>
- Wu, P. (s.f.). Time-Frequency Analysis and Wave Transform Term Paper [Acceso: 2024-10-24]. *Forexfactory. Com*. <https://www.forexfactory.com/>
- Yang, Y., Peng, Z., Zhang, W., & Meng, G. (2019). Parameterised time-frequency analysis methods and their engineering applications: A review of recent advances. *Mechanical Systems and Signal Processing*, *119*, 182-221. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.07.039>
- Zeiler, A., Faltermeier, R., Keck, I., Tomé, A., Puntonet, C., & Lang, E. (2010). Empirical Mode Decomposition - An Introduction. *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, 1-8. <https://doi.org/10.1109/IJCNN.2010.5596829>
- Zhang, T. L., Russell, C. T., Baumjohann, W., Jian, L. K., Balikhin, M. A., Cao, J. B., Wang, C., Blanco-Cano, X., Glassmeier, K.-H., Zambelli, W., Volwerk, M., Delva, M., & Voörös, Z. (2008). Characteristic size and shape of the mirror mode structures in the solar wind at 0.72 AU. *Geophysical Research Letters*, *35*, L10106. <https://doi.org/10.1029/2008GL033793>
-



# Apéndice

### La misión espacial MESSENGER

Mercurio es el planeta interior menos explorado por misiones espaciales. Debido a su proximidad al Sol, la alta exposición a la radiación y a condiciones extremas dificulta su exploración. Hasta ahora, solamente las sondas Mariner 10 y MESSENGER han visitado Mercurio; y fue hasta el 2018 que se emprendió una nueva misión llamada BepiColombo, la cual se espera alcance la órbita del planeta en el 2027.

La nave espacial Mercury Surface, Space Environment, Geochemistry, and Ranging (MESSENGER), mostrada en la Figura [A.1](#), sobrevoló Mercurio tres veces antes de ser insertada en una órbita estable el 18 de marzo de 2011. MESSENGER orbitó Mercurio alrededor de 4,000 ocasiones en un lapso aproximado de cuatro años, antes que la nave consumiera su reserva de combustible y terminara estrellándose en la superficie de Mercurio el 30 de abril de 2015.

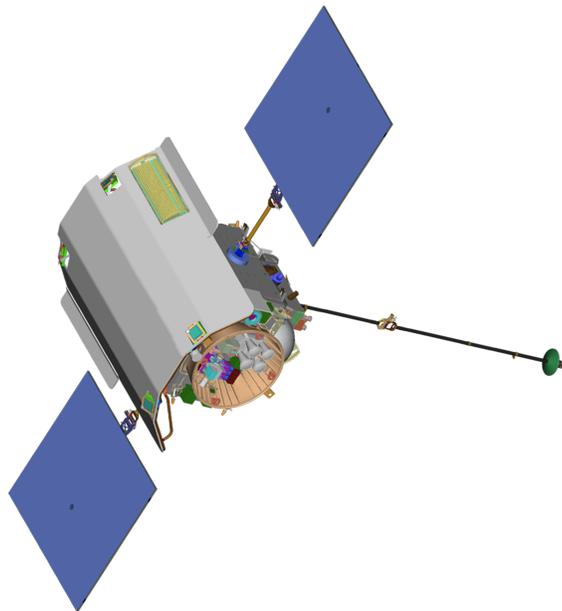


Figura A.1: Esquema de la nave espacial MESSENGER. (NASA & Carnegie Institution of Washington, [2015a](#)).

## A.1. Objetivos

Los objetivos de la misión fueron descubrir las condiciones y evolución de los planetas interiores a partir del entendimiento de la formación de Mercurio. Para ello, la misión recolectó información sobre la composición y estructura de la corteza, la historia geológica, la composición de la atmósfera, la dinámica de la magnetósfera y del campo magnético interno, así como de la estructura del núcleo y la composición de los materiales en zonas polares.

Las mediciones hechas por esta nave permitieron establecer la configuración del sistema de interacción entre el viento solar y la magnetósfera del planeta; así como de la dinámica regente al proporcionar mediciones continuas del campo magnético (Anderson et al., 2007) y de la composición de plasma (Andrews et al., 2007) alrededor y al interior de la magnetósfera de Mercurio.

## A.2. Órbita

La inserción de MESSENGER alrededor de Mercurio solo tardó 15 minutos una vez que alcanzó la órbita planetaria. La maniobra hecha se muestra en la Figura A.2. Para la reducción de velocidad, se encendió el propulsor principal de forma que la nave redujo su velocidad a unos 861 m/s. Una vez en órbita pasaron 5 días para que, el 23 de marzo del 2011, se encendieran y comprobaran los instrumentos a bordo. El 4 de abril se inició la fase científica de la misión, cuya órbita típica se ilustra en la Figura A.3.

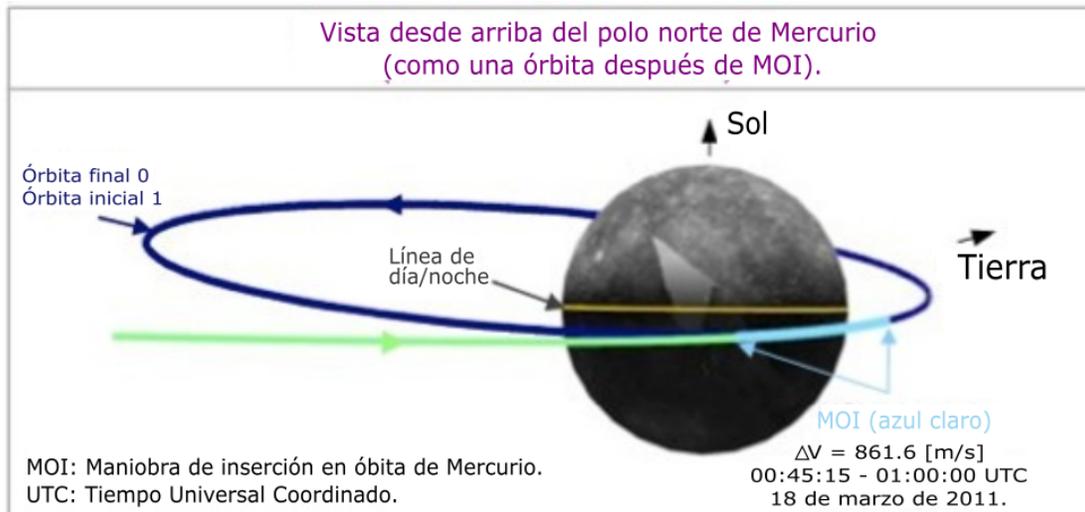


Figura A.2: Vista desde el polo norte de Mercurio. La maniobra de inserción orbital de 15 minutos se muestra en azul claro y colocó a la nave espacial en la órbita científica primaria, que se muestra en azul oscuro. Adaptada de NASA y Carnegie Institution of Washington (2011).

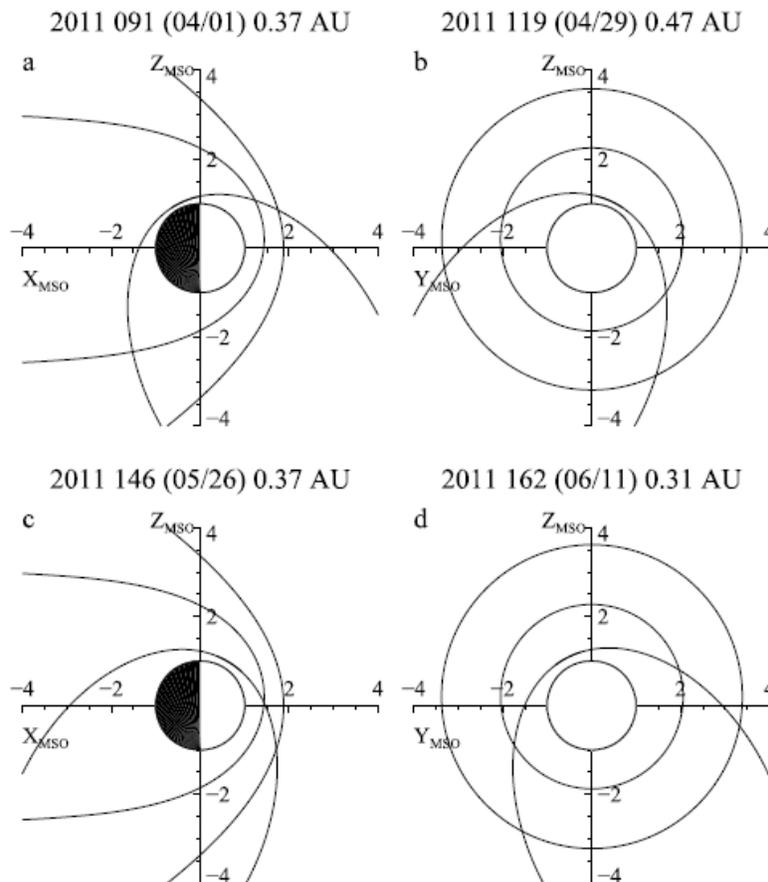


Figura A.3: Cuatro trayectorias orbitales de MESSINGER en los planos (a y c) del mediodía a la medianoche y (b y d) del amanecer al anochecer. La figura también muestra las posiciones medias de magnetopausa y de choque en el arco en el plano respectivo. (Boardsen et al., 2012).

## A.3. Instrumentos

MESSENGER contaba con siete instrumentos científicos y un experimento de radio, cuya ubicación en la nave se muestra en la Figura [A.4](#). A continuación se describe brevemente las principales funciones de los instrumentos:

- **EPPS** (Espectrómetro de partículas energéticas y plasma). Encargado de medir la composición, distribución y energía de iones y electrones dentro y alrededor de la magnetósfera de Mercurio utilizando un Espectrómetro de Partículas Energéticas (EPS) y un Espectrómetro de Plasma de Imágenes Rápidas (FIPS).
- **GRNS/GRS** (Espectrómetro de rayos gamma). Encargado de medir los rayos gamma emitidos por los núcleos de los átomos de la superficie del planeta que son alcanzados por los rayos cósmicos.
- **GRNS/NS** (Espectrómetro de neutrones). Encargado de mapear las variaciones en las partículas neutras rápidas y partículas energéticas emitidas en la superficie de Mercurio cuando es alcanzada por rayos cósmicos.
- **MAG** (Magnetómetro). Encargado de caracterizar el campo magnético del planeta.
- **MASCS** (Espectrómetro de composición atmosférica y superficial de Mercurio). Encargado de medir los gases atmosféricos y detectar minerales en su superficie.
- **MDIS** (Sistema de imágenes duales de Mercurio). Encargado de mapear el terreno, rastrear las variaciones en los espectros de la superficie y recopilar información topográfica.
- **MLA** (Altímetro láser de Mercurio). Encargado de mapear el terreno de Mercurio y otras características de la superficie utilizando un transmisor láser infrarrojo y un receptor.
- **XRS** (Espectrómetro de rayos X). Encargado de cartografiar los elementos en el milímetro superior de la corteza de Mercurio utilizando tres detectores llenos de gas (unidad de rayos X de Mercurio o MXU) apuntando al planeta, un detector de estado sólido de silicio apuntando al Sol (ensamblaje solar para rayos X o SAX) y la electrónica asociada (electrónica principal para rayos X o MEX).

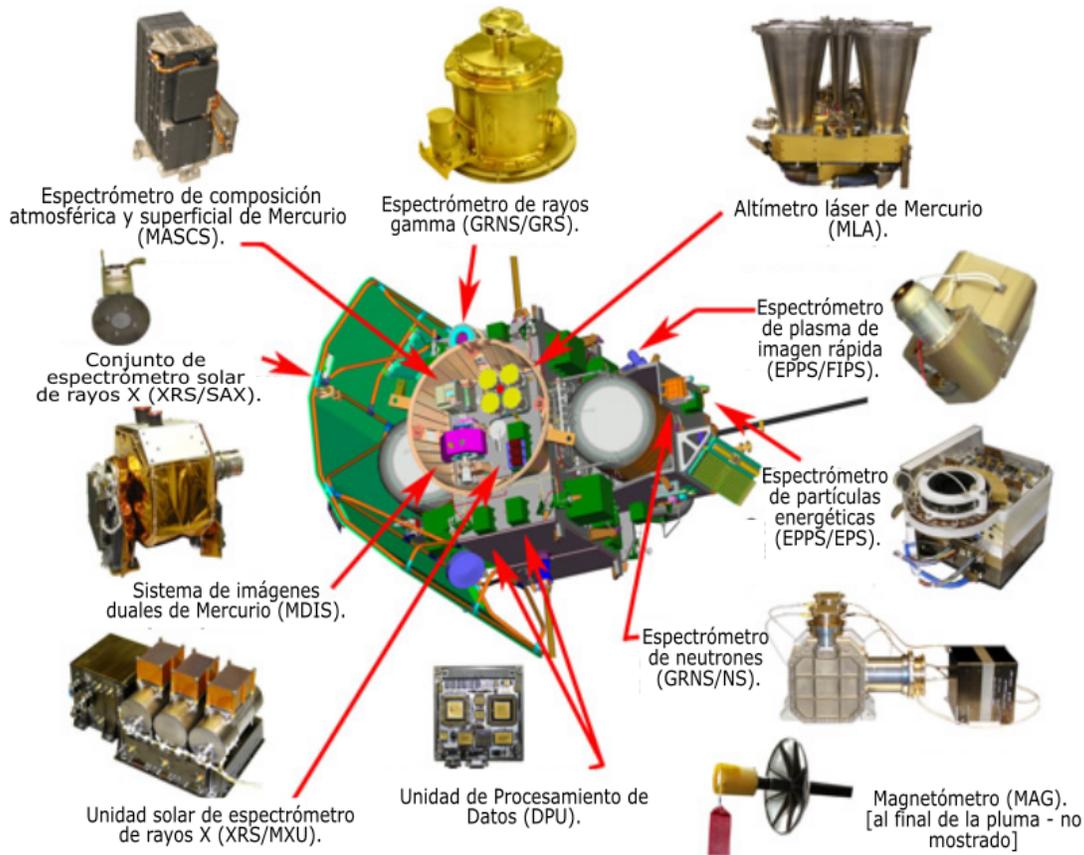


Figura A.4: Esquema general de la nave y localización de instrumentos. Adaptada de NASA y Carnegie Institution of Washington (2015b).

De los instrumentos anteriores, describiremos con un poco más de detalle aquellos relevantes para este trabajo: el magnetómetro MAG y el instrumento de plasma FIPS. Las resoluciones disponibles de cada instrumento se encuentran descrito en la Tabla A.1.

El espectrómetro de plasma de imágenes rápidas (FIPS) se instaló en una lateral de la nave espacial, para caracterizar especies ionizadas en un rango de energía por carga de 50 a 20 eV/carga ( $E/Q$ ). En su modo de escaneo *normal*, el sistema cubre el rango  $E/Q$  en 64 pasos espaciados logarítmicamente cada 65 s. También puede funcionar en un modo rápido o *burst* que permite barridos en solo 2 s. Una secuencia de escaneo se considera 10 escaneo consecutivos, de este modo una secuencia consta de 650 s.

El sensor del magnetómetro (MAG) se encuentra en una antena de 3.6 metros que garantiza la medición del campo magnético sin la interferencia del potencial eléctrico de la nave.

Adicionalmente, este cuenta con un parasol como protector del Sol. Se destaca que MAG recolectó muestras de campo magnético con resoluciones de 50 ms a 1 s; el muestreo más rápido se empleó cerca de la magnetósfera de Mercurio (Anderson et al., 2007).

<b>Instrumento</b>	<b>Medición</b>
EPPS/FIPS-ESPEC	Opera en un rango de 50 a 20 eV/carga, presenta dos tiempos de muestreo: 7 s y 67 s.
EPPS/FIPS-OBS	Opera en un rango de 50 a 20 eV/carga, en su modo de escaneo normal realiza 64 pasos espaciados logarítmicamente cada 65 s.
MAG	Opera hasta $\pm 51,300$ nT, con una resolución de 0.047 nT y un muestreo de hasta 20 muestras por segundo.

Tabla A.1: Resolución de los instrumentos empleados.



### De Fourier a ondícula

El análisis de Fourier es una metodología ampliamente utilizada para el estudio de señales, especialmente en aplicaciones de filtrado. Sin embargo, este presenta limitaciones inherentes a las características de las señales de entrada.

La necesidad de implementar una metodología distinta al análisis de Fourier surge, en parte, de las limitaciones de la transformada de Fourier de tiempo corto (STFT, por sus siglas en inglés)<sup>[1]</sup>. Aunque la STFT permite el análisis mediante ventanas superpuestas, carece de una transformada inversa robusta que permita reconstruir la señal original con precisión. Las resoluciones de tiempo y frecuencia, determinadas por la función de ventana, son independientes de las variaciones tiempo-frecuencia de la señal. Por lo tanto, la STFT no es adecuada para caracterizar localmente el tiempo-frecuencia en señales no estacionarias (Yang et al., 2019).

Esta restricción matemática impulsó el desarrollo de alternativas como el análisis de ondícula, que supera dichas limitaciones al ofrecer una representación tiempo-escala más flexible y una transformada inversa. Por tanto, la transformada de ondícula continua (CWT por sus siglas en inglés) emplea un análisis multiescala. De este modo analiza las frecuencias bajas con ventanas más grandes y las frecuencias altas con ventanas más pequeñas (Yang et al., 2019). Esta técnica es adecuada para analizar señales de banda estrecha, debido a la dependencia que existe entre el tiempo y la frecuencia establecido en el principio de incertidumbre de Heisenberg<sup>[2]</sup>.

De acuerdo a Yang et al. (2019), la STFT y la CWT son transformadas lineales no parametrizadas que utilizan dos parámetros fundamentales: desplazamientos temporales y

---

<sup>1</sup>También conocida como transformada de Fourier en ventana (WFT)(Gomes & Velho, 2015).

<sup>2</sup>Aumentar la resolución temporal reduce la resolución en frecuencia, y viceversa (Yang et al., 2019).

frecuenciales, de este modo generan un mosaico rectangular en el plano tiempo-frecuencia. En la Figura B.1, se presentan estos mosaicos, donde la STFT expresa cada cuadro (denominado logón) del mismo tamaño en todo el plano tiempo-escala, mientras que en la CWT los logones son más anchos y cortos en frecuencias bajas, pero más estrechos y altos en frecuencias altas.

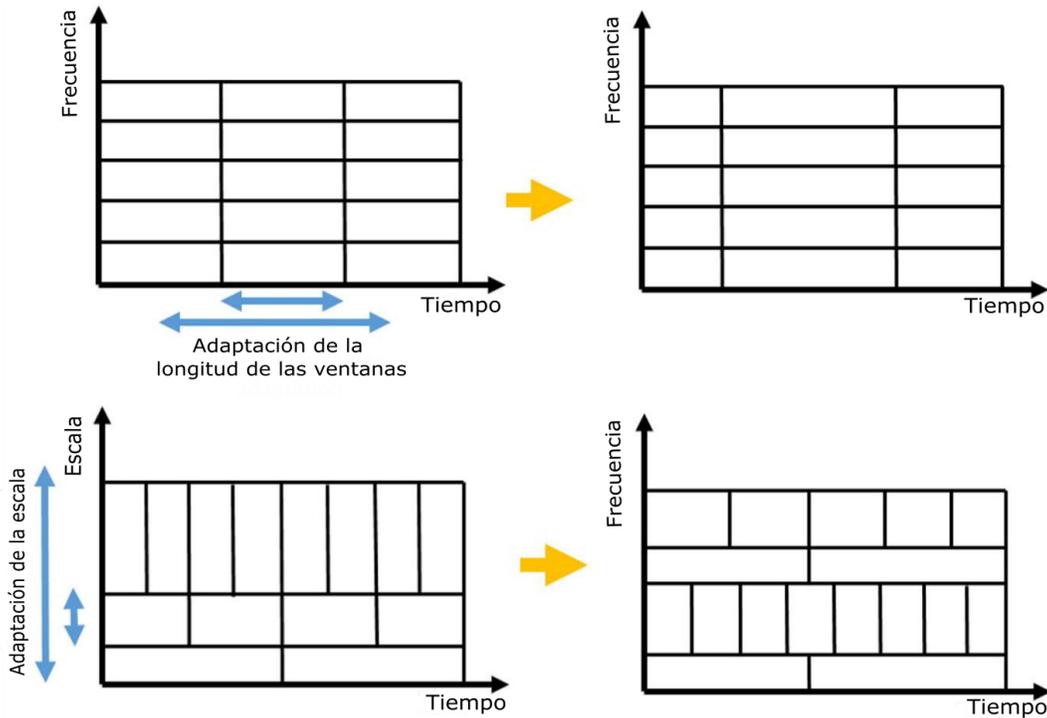


Figura B.1: Esquema de adaptación: adaptación de la longitud de las ventanas para STFT (fila superior) y adaptación de la escala para WT (fila inferior). Adaptada de Yang et al. (2019).

En la figura B.2 se presenta un ejemplo práctico comparativo entre STFT y CWT, con el propósito de representar el tiempo-escala de ambas metodologías. La CWT ofrece una resolución adaptativa que permite visualizar con mayor precisión las distintas frecuencias de la señal a lo largo del tiempo. Las componentes de baja frecuencia se encuentran en las escalas mayores, y las de alta frecuencia en las escalas menores; todas ellas se distinguen claramente. Por otro lado, la STFT al mantener una resolución fija tiempo-frecuencia limita su capacidad para capturar transiciones abruptas de sus frecuencias.

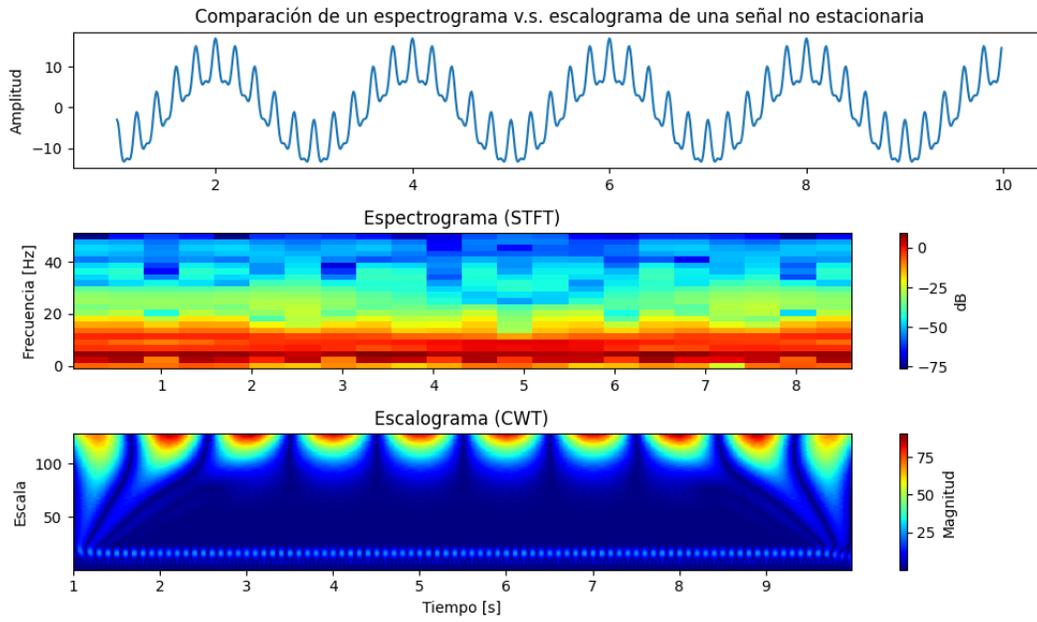


Figura B.2: Comparación de un espectrograma v.s. escalograma de una señal no estacionaria definida como  $S = 10\cos(\pi t) + 2\cos(20\pi t) + 5\cos(10\pi t)$ .

