



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Caracterización, entonamiento y
diseño de resorte y válvula en el
amortiguador de suspensión trasera
para motocicletas de baja cilindrada
destinadas a circuitos de velocidad**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Mecánico

P R E S E N T A

Santiago Vera Arceo

DIRECTOR DE TESIS

M.I. César Abraham Luna Estrada



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2025



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Titulación con trabajo escrito)**



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado CARACTERIZACION, ENTONAMIENTO Y DISEÑO DE RESORTE Y VALVULA EN EL AMORTIGUADOR DE SUSPENSION TRASERA PARA MOTOCICLETAS DE BAJA CILINDRADA DESTINADAS A CIRCUITOS DE VELOCIDAD. que presenté para obtener el título de INGENIERO MECÁNICO es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

SANTIAGO VERA ARCEO
Número de cuenta: 317253162

Amor constante, más allá de la muerte

De Francisco de Quevedo

Cerrar podrá mis ojos la postrera
sombra que me llevare el blanco día,
y podrá desatar esta alma mía
hora a su afán ansioso lisonjera;
mas no, de esotra parte, en la ribera,
dejará la memoria, en donde ardía:
nadar sabe mi llama la agua fría,
y perder el respeto a ley severa.

Alma a quien todo un dios prisión ha sido,
venas que humor a tanto fuego han dado,
medulas que han gloriosamente ardido,
su cuerpo dejará, no su cuidado;
serán ceniza, mas tendrá sentido;
polvo serán, mas polvo enamorado.

Para H.J. y M.A.

Abstract:

In this work, the design of the fundamental components that make up a shock absorber for the rear suspension of a low-displacement speed motorcycle was carried out, specifically the spring and the damping valve based on viscous flow. For this, telemetry data was collected from a competition R6 on a road racing circuit, ridden by an international motorcycle pilot. Using this data, the performance of a shock absorber under racing conditions was characterized through spectral analysis, which later served to tune a new shock absorber for a low-displacement formula-type motorcycle.

Subsequently, the design of a spring and a damping valve based on viscous flow was conducted using different branches of solid mechanics, specifically machine element design and fluid mechanics specialized in vibration control. Finally, the two designed components were structurally validated under the previously characterized operating conditions with the help of finite element software, conducting various dynamic simulations that subjected these components to the most critical situations.

Resumen:

En este trabajo se realizó el diseño de los elementos fundamentales que componen un amortiguador para una suspensión trasera de una motocicleta de velocidad de baja cilindrada: el resorte y la válvula de amortiguamiento por flujo viscoso. Para esto, se partió de datos de telemetría tomados de una Yamaha R6 de competencia, en un circuito de velocidad, manejada por un piloto de motociclismo internacional. Con la información obtenida se caracterizó el funcionamiento que tiene un amortiguador en condiciones de carreras al hacer un análisis espectral, lo que sirvió para después hacer el entonamiento de un amortiguador nuevo para una motocicleta de baja cilindrada tipo fórmula.

Asimismo, se llevó a cabo el diseño de un resorte y una válvula de amortiguamiento por flujo viscoso usando diferentes ramas de la mecánica de sólidos. Específicamente, el diseño de elementos de máquinas y mecánica de fluidos especializada en el control de vibraciones. Por último, se validaron estructuralmente los dos componentes diseñados bajo las condiciones de operación previamente caracterizadas con ayuda de un software de elementos finitos al hacer diferentes simulaciones dinámicas que ponían dichos componentes en las situaciones más críticas.

Índice

1. Introducción:	8
a. Encuadre	8
b. Justificación del proyecto:.....	14
c. Objetivos y alcances:.....	15
d. Requerimientos y especificaciones:	16
i. Requerimientos:.....	16
ii. Especificaciones:.....	16
2. Antecedentes:	18
a. Sistemas mecánicos:.....	18
b. Análisis espectral:	20
c. Modelo de suspensión:.....	22
d. Análisis dinámico estructural:	27
e. Modelo de amortiguamiento de flujo viscoso:	30
f. Análisis de fatiga:	40
3. Caracterización y entonamiento de la suspensión:	43
4. Diseño y validación del resorte	58
5. Diseño y validación de la válvula de amortiguamiento:	69
6. Conclusiones y trabajos Futuros:	79
7. Anexos:	83
a. Análisis espectral en circuito completo:.....	83
b. Análisis espectral en zona crítica (zona crítica):.....	91
c. Filtro de tercia de octavas para crear señal de entrada en análisis estructural al pasar por zona crítica:.....	99
d. Plano de resorte diseñado:	104
e. Plano de válvula de amortiguamiento diseñada:	106
8. Bibliografía:	109

Índice de imágenes

Imagen 1.1	9
Imagen 1.2	10
Imagen 1.3	10
Imagen 1.4	11
Imagen 2.1	22
Imagen 2.2	24
Imagen 2.3	25
Imagen 2.4	26
Imagen 2.5	41
Imagen 3.1	43
Imagen 3.2	44
Imagen 3.3	45
Imagen 3.4	45
Imagen 3.5	46
Imagen 3.6	46
Imagen 3.7	47
Imagen 3.8	48
Imagen 3.9	49
Imagen 3.10	51
Imagen 3.11	52
Imagen 3.12	52
Imagen 3.13	53
Imagen 3.14	54
Imagen 3.15	55
Imagen 4.1	61

Imagen 4.2	61
Imagen 4.3	62
Imagen 4.4	62
Imagen 4.5	63
Imagen 4.6	64
Imagen 4.7	65
Imagen 4.8	65
Imagen 4.9	66
Imagen 4.10	67
Imagen 5.1	70
Imagen 5.2	71
Imagen 5.3	72
Imagen 5.4	73
Imagen 5.5	73
Imagen 5.6	74
Imagen 5.7	75
Imagen 5.8	76
Imagen 5.9	76
Imagen 5.10	77

Capítulo 1:

Introducción

Contenido:

a. <u>Encuadre</u>	8
b. <u>Justificación del proyecto:</u>	14
c. <u>Objetivos y alcances:</u>	15
d. <u>Requerimientos y especificaciones:</u>	16
i. <u>Requerimientos:</u>	16
ii. <u>Especificaciones:</u>	16

1. Introducción:

a. Encuadre

¿Qué es una motocicleta?

Una motocicleta es un vehículo motorizado de dos ruedas diseñado para transportar al menos una persona. Su estructura básica consta de:

- Chasis: Es la estructura que soporta todos los componentes de la motocicleta. Usualmente está fabricado en aluminio o acero para garantizar resistencia y ligereza.
- Motor: Es la fuente de energía. Varía según el tipo de motocicleta. En las de carreras, los motores son de mayor rendimiento.
- Suspensiones: Elementos fundamentales para absorber impactos y vibraciones, mejorar el control y proporcionar estabilidad al vehículo.
- Ruedas y neumáticos: Están diseñados para maximizar el agarre en condiciones específicas, como el asfalto seco o mojado.

Historia del motociclismo de velocidad:

El motociclismo de velocidad nació con el desarrollo de las primeras motocicletas a finales del siglo XIX y principios del XX. Las competencias iniciales se llevaron a cabo en carreteras abiertas. Uno de los eventos más antiguos es el Tourist Trophy (TT) de la Isla de Man, fundado en 1907, el cual aún es considerado uno de los más peligrosos y prestigiosos (*Isle of Man TT Races*© - *History _ Isle of Man TT Races*©, n.d.).

En 1949, la Federación Internacional de Motociclismo (FIM) organizó el primer Campeonato Mundial de Motociclismo de Velocidad, que incluía las categorías de 125 cc, 250 cc, 350 cc y 500 cc. Estas carreras atrajeron rápidamente a fabricantes como MV Agusta, Honda y Yamaha, quienes desarrollaron motocicletas especialmente diseñadas para las competencias (FR, n.d.).

Con el tiempo, el motociclismo evolucionó, dando lugar a campeonatos más especializados como MotoGP, Moto2, Moto3 y el Campeonato Mundial de Superbikes (WSBK). Cada categoría ha impulsado el desarrollo de tecnologías innovadoras, como la inyección electrónica, materiales ultraligeros y sistemas de suspensión avanzados.

Campeonato Mundial de Superbikes (WSBK):

El Campeonato Mundial de Superbikes (WSBK) se fundó en 1988 y se diferencia de MotoGP en que las motocicletas participantes son versiones modificadas de modelos en venta al público. Este campeonato se enfoca en máquinas de producción masiva adaptadas para carreras con motores y componentes ajustados para maximizar su rendimiento.

Características principales del WSBK

- Modelos utilizados: Kawasaki Ninja ZX-10RR, Ducati Panigale V4 R, Yamaha YZF-R1, BMW M1000RR, entre otros.
- Motor: Motores de hasta 1000 cc en motos de cuatro cilindros, o 1200 cc en configuraciones de dos cilindros.
- Neumáticos: Diseñados específicamente para esta categoría por la marca Pirelli.
- Formato: Cada fin de semana de competencia incluye dos carreras principales y una "Superpole Race", más corta.



Imagen 1.1: Yamaha YZF-R1 que usada en WSBK.

Campeonato del mundo de MotoGP:

El Campeonato Mundial de MotoGP es la categoría más prestigiosa del motociclismo de velocidad y reúne a los mejores pilotos y fabricantes del mundo. Desde su inicio en 2002, como sucesor de las categorías clásicas del Campeonato Mundial, MotoGP ha sido el escenario de los avances tecnológicos más grandes.

Categorías principales en MotoGP

1. MotoGP: Prototipos de 1000 cc con tecnología de punta, como carenados aerodinámicos y dispositivos de control de altura.



Imagen 1.2: Ducati Desmosedici GP25 usada en MotoGP.

2. Moto2: Motos con motores de 765 cc suministrados por Triumph, ideales para el desarrollo de pilotos en su camino hacia la categoría reina.



Imagen 1.3: Prototipo de Kalex usada en Moto2.

3. Moto3: La categoría más ligera, que se enfoca en jóvenes talentos y utiliza motocicletas con motores de 250 cc.



Imagen 1.4: Honda NSF250RW usada en Moto3.

Categoría FIM Moto3:

Moto3 es una de las categorías más competitivas y emocionantes del campeonato de MotoGP. Fue introducida en 2012 para reemplazar la antigua categoría de 125 cc. Pensada para los pilotos jóvenes, esta categoría es conocida por la igualdad técnica entre motos y las carreras llenas de acción con grupos compactos que luchan por posiciones constantemente.

Especificaciones técnicas de las motocicletas Moto3

- Motor: Monocilíndrico de 250 cc, 4 tiempos, con refrigeración líquida.
- Potencia: Cerca de 60 caballos de fuerza.
- Velocidad máxima: Aproximadamente 240 km/h.
- Peso mínimo: 152 kg, incluyendo motocicleta y piloto.
- Fabricantes principales: KTM, Honda y Husqvarna dominan el desarrollo de estas motocicletas.
- Neumáticos: Dunlop es el proveedor oficial de neumáticos.

Datos generales de los pilotos de Moto3

Moto3 es una categoría orientada a jóvenes de entre 16 y 28 años, aunque la mayoría de los pilotos tienen menos de 23 años, y cuyo peso es menor a los 63 kg. Entre los participantes destacan talentos emergentes que aspiran a ascender a Moto2 y, eventualmente, a MotoGP.

Peligros en el motociclismo de velocidad:

El motociclismo de velocidad es uno de los deportes más riesgosos debido a los factores siguientes:

- Altas velocidades: Las motos pueden superar los 300 km/h en categorías como MotoGP y con el alto peso de la motocicleta, se genera una gran cantidad de inercia que se transfiere al piloto el cual no está protegido más allá de su equipo personal.
- Contactos entre pilotos: En Moto3, la proximidad entre motos durante las carreras aumenta el riesgo de colisiones múltiples.
- Clima y condiciones de pista: La lluvia, el viento o superficies resbaladizas son factores que complican el manejo.
- Caídas graves: A menudo resultan en fracturas, contusiones, lesiones cerebrales o incluso la muerte.
- Impactos con barreras: Aunque los circuitos modernos están diseñados con amplias áreas de escape, los accidentes graves siguen siendo una posibilidad.

Para mitigar estos riesgos, los pilotos usan trajes equipados con sistemas de bolsas de aire, cascos certificados, botas y guantes reforzados. Además, la FIM establece protocolos médicos rigurosos en cada evento.

Suspensiones en motocicletas de velocidad:

La suspensión es crucial para mantener la estabilidad, absorber impactos y vibraciones y mejorar la maniobrabilidad en las motocicletas de velocidad. En Moto3, las suspensiones están diseñadas para soportar frenadas agresivas, cambios rápidos de dirección y altas velocidades en curvas.

Componentes clave

1. Horquillas delanteras invertidas:

- Fabricadas por marcas como Öhlins, Showa o WP.
- Proporcionan ajustes para la precarga del resorte, compresión y rebote.
- Diseñadas para maximizar el contacto de las ruedas con el asfalto.

2. Amortiguador trasero (*Monoshock*):

- Altamente ajustable para adaptarse a las condiciones del circuito.
- Ofrece una tracción óptima al acelerar y al tomar curvas.
- Proporcionan ajustes para la precarga del resorte, compresión y rebote.

3. Amortiguador de dirección:

- Reduce las vibraciones y movimientos angulares bruscos en la rueda delantera a altas velocidades.

En Moto3, las suspensiones son más ligeras y específicas para motos de menor potencia en comparación con MotoGP, Moto2 o sus equivalentes en el campeonato WSBK. Su configuración juega un papel crucial en cada carrera, ya que, incluso, el más mínimo ajuste puede marcar la diferencia entre ganar, perder o una sufrir una caída.

b. Justificación del proyecto:

Las motocicletas están sometidas a diversas excitaciones debido a perturbaciones e irregularidades con la superficie de contacto, aceleraciones y frenadas longitudinales y laterales, las cuales generan vibraciones con diferentes amplitudes y frecuencias. Por esto, es necesario implementar un mecanismo que las reduzca lo más posible.

Las vibraciones en las motocicletas pueden llevar a diferentes factores de riesgo siendo el más importante impedir un contacto íntegro de los neumáticos con la superficie, lo cual obstaculizaría que exista la tracción suficiente con la cual la motocicleta se debería adherir al piso. Esto representa un grave peligro para los conductores, especialmente para los pilotos en el ámbito de la competencia, ya que un pequeño error de ajuste puede representar que alguien salga lastimado o tenga un accidente fatal, además de las implicaciones económicas que esto representa. También están los factores de fatiga al usuario los cuales, el simple hecho de estar expuesto a ciertas vibraciones puede causar cansancio o incluso lesiones.

Aunado a lo anterior, existe una gran deficiencia de información pública en este sector, desde cómo caracterizarlos, los requerimientos específicos y, sobre todo, el método de modelado del sistema de disipación de energía de flujo viscoso debido a diversas políticas de la industria en donde este tipo de información es considerada secreto de cada compañía, por lo que resulta sumamente difícil conseguirla. Lo anterior deja de manifiesto que con este proyecto se abre una puerta al diseño de suspensiones y amortiguadores a nivel académico de manera pública.

c. Objetivos y alcances:

Este proyecto tiene por objeto analizar cuantitativamente los fenómenos involucrados en la suspensión de una motocicleta de velocidad, en un circuito cerrado, utilizando datos reales, para proceder al diseño de los elementos fundamentales que componen una suspensión trasera de una motocicleta tipo fórmula, de baja cilindrada: el resorte y la válvula de amortiguamiento por flujo viscoso, y asegurar su comportamiento adecuado. Finalmente, se validarán estructuralmente estos componentes diseñados para garantizar una larga vida útil y la mayor resistencia posible, en busca de lograr el más alto número de ciclos de operación.

d. Requerimientos y Especificaciones:

Para iniciar el proceso de diseño es necesario plantear una serie de requerimientos y especificaciones a cubrir:

i. Requerimientos:

1. El sistema debe amortiguar todas las posibles frecuencias de vibraciones a las que será sometido y llevarlas a un rango admisible para el usuario.
2. El amortiguador debe disipar todas las posibles amplitudes de impactos a los que será sometido y llevarlas a un rango admisible para el usuario.
3. El amortiguador debe estar conformado por pocas piezas.
4. El amortiguador debe tener una vida útil larga.
5. El amortiguador debe resistir todas las cargas a las que será sometido sin comprometer su estructura.
6. El amortiguador debe tener un comportamiento deportivo.

ii. Especificaciones:

1. La magnificación de la respuesta de 2 [Hz] - 500 [Hz] debe ser menor al 100%. (Rao et al., 1999)
2. La magnificación de la respuesta de 20 m/s² debe ser menor al 100%.
3. La vida útil mínima del amortiguador debe ser de 33.4 h de uso continuo*.
4. El esfuerzo de Von Mises debe ser menor al esfuerzo de cedencia.
5. El factor de amortiguamiento será de 0.6 a 0.9. (*A-Guide-To-Your-Dampers-Chapter-from-FSAE-Book-by-Jim-Kasprzak-Updated*, n.d.)

*Tiempo en pista en siete fines de semanas de carreras (un tercio del campeonato) en un campeonato abalado por la FIM.

Capítulo 2:

Antecedentes

Contenido:

<u>a. Sistemas mecánicos:</u>	18
<u>b. Análisis espectral:</u>	20
<u>c. Modelo de suspensión:</u>	22
<u>d. Análisis dinámico estructural:</u>	27
<u>e. Modelo de amortiguamiento de flujo viscoso:</u>	30
<u>f. Análisis de fatiga:</u>	40

2. Antecedentes:

a. Sistemas Mecánicos:

Existen diferentes tipos de sistemas mecánicos. Sin embargo, se puede generalizar su comportamiento desde un punto de vista energético con tres tipos de dispositivos diferentes al usar el enfoque de parámetros concentrados.

Elementos inductivos y capacitivos, los cuales almacenan energía y, como elementos disipativos, están los resistores en los cual hay pérdidas de energía. Con esto podemos decir que todo sistema mecánico se puede sintetizar o concentrar como un sistema masa-rigidez-amortiguador (C. Estrada, n.d.-a).

Las propiedades consecutivas usadas en modelado de sistemas físicos con variables de esfuerzo que hacen referencias a cargas mecánicas (fuerza o momento) $\varepsilon(t) = F(t)$, variables de flujo que representan la velocidad $\varphi(t) = v(t)$ y sustituyendo los conceptos de complianza con rigidez, son:

Propiedad	Resistividad	Capacitancia	Inductividad
Grado de libertad traslacional	$F(t) = ku(t)$ Rigidez traslacional [N/m]	$F(t) = cu'(t)$ Amortiguamiento traslacional [N*s/m]	$F(t) = mu''(t)$ Masa [Kg]
Grado de libertad rotacional	$M(t) = K_{\theta}\theta(t)$ Rigidez rotacional [N*m/rad]	$M(t) = C_{\theta}\theta'(t)$ Amortiguamiento rotacional [N*m*s/rad]	$M(t) = I_G\theta''(t)$ Momento de inercia [Kg*m ²]

Tabla 2.1: Tabla con las propiedades consecutivas de sistemas mecánicos de parámetros concentrados (César Estrada, n.d.-a).

Dado que el movimiento sólo se realiza en una dirección, sólo se desarrolla la condición de equilibrio en esta:

$$\sum F_1 = m_1'' \dots 2.1$$

$$F(t) - F_k(t) - F_c(t) = mu'' \dots 2.2$$

Con esto podemos plantear el modelo de vibración generalizado para un sistema mecánico:

$$mu'' + cu' + ku = F(t) \dots 2.3$$

Al normalizar este modelo se llega al modelo de vibración generalizado ingenieril el cual es mucho más manejable debido a las constantes que usa:

$$u'' + 2\zeta\omega u' + \omega^2 = \frac{F(t)}{m} \dots 2.4$$

en donde: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ es la frecuencia (circular) natural del sistema en [rad/s] y $\zeta = \frac{c}{2*\omega*m}$ es el factor de amortiguamiento.

b. Análisis espectral:

El análisis espectral se basa en la descomposición de señales en componentes sinusoidales. Cada componente oscila a una frecuencia y con una amplitud determinada, dando una visión de la información en el dominio de la frecuencia y muestra la contribución de cada componente de frecuencia de una señal dada.

Espectro de frecuencia: Es la representación de la respuesta total del sistema en el dominio de alguna de las frecuencias. Típicamente se hace el mapeo sobre la frecuencia de excitación si el sistema es forzado. Si no se conocen los parámetros de operación se suele hacer el mapeo sobre la frecuencia natural (César Estrada, n.d.-a).

Un análisis espectral de la respuesta del sistema sujeto a vibración forzada se suele hacer cuando se conoce la señal asociada a las condiciones de operación.

Para realizar este análisis hay que seguir los siguientes pasos (César Estrada, n.d.-a):

1. Determinar el periodo y frecuencia fundamental (ω_0) de la señal de entrada.
2. Representar a la señal de entrada en series de Fourier para el caso de una señal periódica y mediante la transformada de Fourier para las no periódicas.

$$\sum_{i=1}^n A_i * \text{sen}(2 * \pi * \omega_i) \dots 2.5$$

3. Tomando ventaja de que la representación en series de Fourier no es nada más o menos que la suma de puras señales armónicas, se obtienen las frecuencias normalizadas, magnificaciones y desfases asociados con cada uno de los armónicos.

$$\Omega_j = \frac{j * \omega_0}{\omega} \dots 2.6$$

$$H(\Omega_j) = \frac{\sqrt{1 + (2 * \zeta * \Omega)^2}}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2 * \zeta * \Omega)^2}} \dots 2.7$$

$$\varphi_j = \tan^{-1} \left(\frac{2 * \zeta * \Omega_j}{1 - \Omega_j^2} \right) \dots 2.8$$

4. Calcular las amplitudes y desfases de Fourier:

$$c_j = H(\Omega_j) \sqrt{a_j^2 + b_j^2} \dots 2.9$$

$$c_0 = \frac{a_0}{2} \dots 2.10$$

$$\phi_j = \tan^{-1}\left(\frac{a_j}{b_j}\right) \dots 2.11$$

5. Si se busca el espectro, calcular y graficar las entradas y salidas:

Entradas: c_j

Salidas $c_j H(\Omega_j)$

Para calcular la respuesta forzada en el dominio del tiempo:

$$u(t)_F = \frac{1}{k} (c_0 + \sum_{j=1}^{\infty} c_j \text{sen}(\Omega_j t - \varphi_j + \phi_j)) \dots 2.12$$

Este estudio se puede realizar con una muestra aleatoria, pero lo ideal es que la muestra sea lo más representativa del fenómeno con el fin de obtener datos concisos y precisos para poder utilizarlos después en un proceso de diseño o de solución de algún problema existente.

c. Modelo de suspensión:

Para poder modelar una suspensión de un automóvil existen 3 tipos de modelos (Ling, n.d.):

1. Modelo de suspensión de coche completo: Tiene siete grados de libertad de cuerpos rígidos. El cuerpo del coche se representa como una masa, la masa suspendida. Hay cuatro masas no suspendidas que representan las ruedas completas y se conecta todo esto por cuatro resortes que representan los almacenadores de esfuerzo y los amortiguadores. Por último, se usan cuatro resortes más para representar los neumáticos. Los grados de libertad representan la compresión y extensión de los resortes, el pitch y el roll del vehículo.
2. Modelo de medio coche: Éste tiene cuatro grados de libertad. Se usa la mitad del automóvil con solo la vista lateral. Los grados de libertad son los de la compresión y extensión de los resortes y el pitch. Con este modelo es posible representar una motocicleta o una bicicleta.
3. Modelo de cuarto de coche: Este solo tiene dos grados de libertad. Representa una rueda individual y su respectiva suspensión. Como masa se representa una cuarta parte del peso total de la masa suspendida, y la masa no suspendida al quitar el neumático. En este modelo el sistema de suspensión se representa por un resorte y un amortiguador, y es posible incluir una fuerza activa que representa un actuador, pero se puede hacer de cero para suspensiones pasivas. Igualmente, el neumático se representa como un resorte para incluir su dureza vertical.

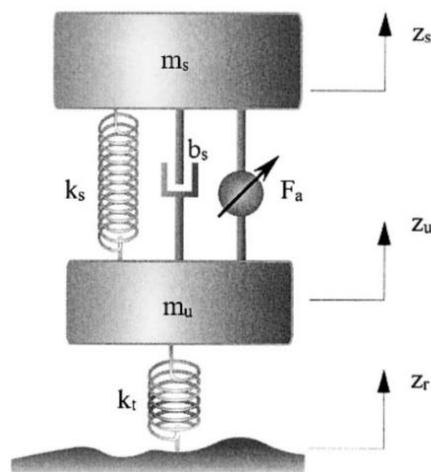


Imagen 2.1: Modelo de cuarto de coche.

Ahora veremos las funciones de las suspensiones más importantes y cómo cuantificarlas para poder hacer un análisis o diseño apropiado (Ling, n.d.):

- Aislar el cuerpo de la superficie para dar una calidad de conducción buena: Una buena conducción se puede cuantificar con la aceleración vertical de la ubicación donde van los

pasajeros. Una suspensión bien diseñada provee un aislamiento al reducir las fuerzas vibratorias transmitidas por el eje de la rueda del vehículo.

- Mantener agarre a la superficie de contacto: El desempeño del agarre del vehículo se puede caracterizar en términos de su habilidad para dar curvas, frenar, acelerar y su habilidad de traccionar. La habilidad de dar curvas, frenar, acelerar y traccionar se obtiene cuando la variación de las fuerzas normales en los neumáticos se ve reducida al mínimo. Esto es debido a que las fuerzas laterales y longitudinales dependen directamente de las normales en los neumáticos. Como un neumático se comporta semejante a un resorte en respuesta a una fuerza vertical, la variación de la normal en el neumático se puede representar como la deflexión vertical de este ($Z_u - Z_r$). Por lo tanto, el agarre se puede cuantificar por la deflexión de los neumáticos.
- Proveer un buen manejo: La aceleración de pitch y roll son las medidas de qué tan bueno es el manejo de un vehículo. Un buen sistema de suspensión debe asegurar que estas aceleraciones sean mínimas.
- Soportar el peso estático del vehículo: Esta se observa con la deflexión máxima que hay en la suspensión, es decir, el espacio de golpeteo, traqueteo o más explícitamente, el de vibración.

Para estudiar los efectos de parámetros específicos de la suspensión y para analizar su desempeño, calculamos las frecuencias naturales y las formas de modo del sistema de suspensión y luego la transformamos a una nueva serie de coordenadas en donde las dos ecuaciones de movimiento son aproximadamente desacopladas, para después generar una función de transferencia en donde se puede analizar el comportamiento al cambiar la rigidez del resorte o el coeficiente de amortiguación y la masa del sistema. Esta función representa la aceleración del sistema y la deflexión del neumático respectivamente (Ling, n.d.):

$$\frac{1}{s} H_A(s) = \frac{z_s}{z_r} = \frac{k_s + b_s s}{m_s s^2 + b_s s + k_s} \quad \dots 2.13$$

$$s H_{RS}(s) = \frac{z_s - z_r}{z_r} \approx - \frac{m_s s^2}{m_s s^2 + b_s s + k_s} \quad \dots 2.14$$

Las frecuencias naturales se calculan del siguiente modo:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \quad \dots 2.15$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_t}{m_u}} \quad \dots 2.16$$

Podemos usar las funciones de transferencia y las frecuencias naturales para evaluar qué tan efectivos son los parámetros seleccionados con respecto a dos de las cuatro funciones específicas que mencionamos previamente que se pueden cuantificar, las que afectan a la masa suspendida (Ling, n.d.).

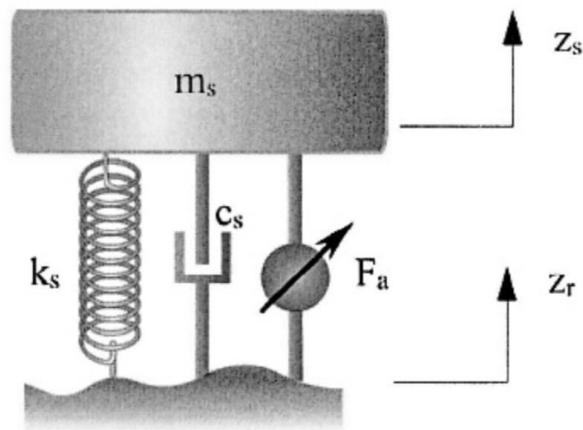


Imagen 2.2: Modelo de masa suspendida.

Al cambiar las constantes que caracterizan parte de la suspensión, como lo son \$b_s\$ y \$k_s\$, se verá alterado el resultado de la aceleración \$H_A(s)\$ y de la deflexión del neumático \$SHRS(S)\$.

Al reducir la rigidez de la suspensión, \$k_s\$, se observa un decremento en el valor de la primera frecuencia natural \$w_1\$, un impacto bueno en la calidad de conducción al mejorar la aceleración de la masa suspendida a altas frecuencias, pero se ve incrementada la deflexión máxima de la suspensión a bajas frecuencias.

Si se aumenta la amortiguación de la suspensión \$b_s\$, se mejora la capacidad de amortiguamiento en la primera frecuencia natural \$w_1\$. Si se reduce o elimina el primer pico de resonancia, resulta una mejora muy alta de la calidad de conducción en la primera frecuencia resonante. Si se reduce o elimina el primer pico de resonancia en la función de transferencia de deflexión, se da como resultado una mejora en cuanto a la deflexión

máxima en la primera frecuencia resonante. Por otro lado, se ve deteriorada la calidad de conducción en altas frecuencias debido a que se provoca un movimiento *roll-off* más lento resultando en una suspensión sumamente dura.

Considerando la última imagen que representa a la masa suspendida y el sistema de suspensión, se logra que el pico resonante en la función de transferencia que representa la calidad de conducción sea amortiguado sin provocar que el movimiento de *roll-off* sea lento a altas frecuencias y eliminar el comportamiento sumamente duro de la suspensión. Esto se hace al utilizar un mecanismo llamado amortiguador “Sky Hook” que consiste en que el amortiguador bs sea puesto entre la masa suspendida y el piso inercial, en vez de ponerlo entre la masa suspendida y la superficie de contacto. Este sistema es únicamente posible en suspensiones activas ya que se puede hacer un sistema equivalente al controlar un actuador hidráulico entre la masa suspendida y la masa no suspendida (Ling, n.d.).

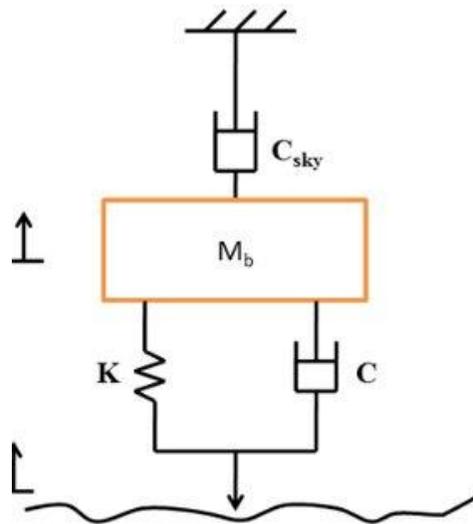


Imagen 2.3: Modelo de masa suspendida con “Sky Hook”

Para el caso de la masa no suspendida es posible representarlo de la siguiente manera para analizar la deflexión de los neumáticos y cuantificar el agarre a la superficie de contacto (Ling, n.d.).

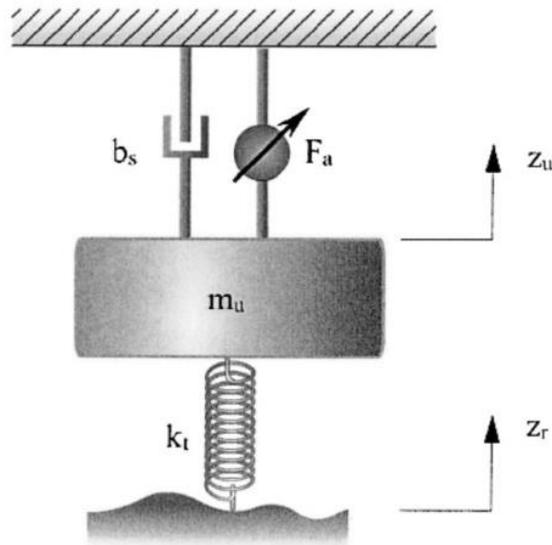


Imagen 2.4: Modelo de suspensión considerando la rigidez del neumático.

Para este análisis se usa la función de transferencia siguiente:

$$\text{HTD}(S) = \frac{z_u - z_r}{z_r} = \frac{-m_u s^2}{m_u s^2 + b_s s + k_t} \dots 2.17$$

Al incrementar la dureza del neumático, k_t , se aumenta el valor de la segunda frecuencia natural w_2 . Así se mejora el agarre a la superficie de contacto al reducir su frecuencia asintótica.

También es importante tener un aproximado de los valores de las frecuencias en que trabajan las suspensiones de una motocicleta de circuito:

Los amortiguadores automotrices en general trabajan hasta los 20 Hz. Sin embargo, un amortiguador que se utiliza en el deporte motor trabaja en el rango de 1 hasta poco más de 50 Hz, mientras que un amortiguador de una motocicleta de carreras puede llegar a tener rangos de trabajo de hasta 500 Hz (*A-Guide-To-Your-Dampers-Chapter-from-FSAE-Book-by-Jim-Kasprzak-Updated*, n.d.).

d. Análisis dinámico estructural:

Un análisis estructural dinámico es aquel en donde se analiza un sistema al aplicarle alguna entrada, como lo son diferentes tipos de fuerzas, momentos, presiones, etc., las cuales representan el fenómeno que se está queriendo replicar. En este análisis se toma en cuenta el cambio que existe en estas entradas con respecto al tiempo o frecuencia. Dentro de los análisis dinámicos estructurales existen dos tipos:

- Respuesta libre
- Respuesta forzada

La respuesta libre consiste en el análisis modal de las formas de vibración, lo cual se refiere a la configuración en la que un sistema tiende a vibrar. Ésta destaca por una frecuencia característica y las direcciones principales en las que el desplazamiento tiende a ser máximo (Budynas & Keith Nisbett, n.d.).

En la respuesta forzada existen diferentes tipos de análisis:

- Respuesta transitoria
- Respuesta en frecuencia
- Análisis de fatiga

En este caso nos enfocaremos en el análisis de respuesta transitoria y en frecuencia debido a que son los casos de análisis que se efectuarán.

Para el análisis dinámico con respuesta transitoria tenemos dos tipos de soluciones que son la modal y la directa.

La solución modal se obtiene al describir la ecuación del elemento finito dinámica en la base natural, esto se logra al aplicar la matriz modal como una transformación homogénea sobre las matrices de inertancias, rigidez y amortiguamiento. En esta descripción cada grado de libertad es linealmente independiente, lo que permite resolver el sistema de ecuaciones diferenciales para cada desplazamiento por separado (Budynas & Keith Nisbett, n.d.).

$$\eta = \Phi u \dots 2.18$$

$$M u'' + C u' + K u = Q \dots 2.19$$

$$\Phi^T M \Phi \eta'' + \Phi^T C \Phi \eta' + \Phi^T K \Phi \eta = \Phi^T Q \dots 2.20$$

$$\hat{M} \eta'' + \hat{C} \eta' + \hat{K} \eta = \hat{F} \dots 2.21$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\eta}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\eta}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \vdots \\ \eta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{F}_1 \\ \hat{F}_2 \\ \vdots \\ \hat{F}_n \end{bmatrix}$$

La solución directa en general se refiere a aquellas respuestas obtenidas a partir de métodos de integración temporal, las cuáles se dividen en dos esquemas: Integración temporal implícita y explícita (Budynas & Keith Nisbett, n.d.).

Primero:

$$f'(t) = \frac{\Delta f}{\Delta t} \Rightarrow f(t_{i+1}) - f(t_i) = \Delta t f'(t) \dots 2.22$$

En donde t_i ; $i \leq 1$ son puntos conocidos del fenómeno.

Integración temporal implícita:

$$f(t_{i+1}) = f(t_i) + \Delta t f'(t_{i+1}) \dots 2.23$$

Un esquema implícito de integración temporal utiliza la pendiente de la función original evaluada en el mismo punto de interés en donde se quiere conocer el valor de dicha función. Lo que, al final, deriva en una ecuación algebraica a resolver en cada iteración. Además, tienden a ser métodos más estables y admiten pasos de tiempo más grandes que en los explícitos, por lo que generalmente se evalúan en días, horas, minutos y segundos (Budynas & Keith Nisbett, n.d.).

Integración temporal explícita:

$$f(t_{i+1}) = f(t_i) + \Delta t f'(t_i) \dots 2.24$$

Un esquema explícito de integración temporal utiliza la pendiente de la función original evaluada en alguno de los puntos conocidos de la función, por lo que directamente se conoce el valor de la función en el punto de interés con cada paso de tiempo. Este método tiende a ser menos estable y con el paso del tiempo se define a partir de las velocidades de propagación de onda, por lo que generalmente se evalúa en milisegundos (Budynas & Keith Nisbett, n.d.).

En respuesta a frecuencia igualmente existe la solución modal, que es la misma que en el análisis dinámico transitorio, y la solución directa:

La solución directa se obtiene de asumir el comportamiento armónico de la respuesta y dar como parámetro de entrada a la excitación y su espectro para ir calculando cada uno de los componentes del vector de desplazamientos nodales para cada frecuencia de excitación Ω_j .

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{u}'' + \mathbf{C} \cdot \mathbf{u}' + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f} \dots 2.25$$

Se introduce la descripción fasorial del amortiguamiento para dejar el sistema en términos de la matriz de inertancias y de rigidez:

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{u}'' + \underline{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f} \dots 2.26$$

Donde $\underline{\mathbf{K}} = (\mathbf{1} + i\eta)\mathbf{K}$, considerando que es el factor de pérdida conocido como G.

Asumiendo que la respuesta del sistema está dada por una función armónica de la forma $u(\underline{t}) = U^j e^{i\Omega_j \underline{t}}$:

$$[(\mathbf{1} + i\eta\mathbf{K}) - \Omega_j^2 \mathbf{M}] U^j e^{i\Omega_j \underline{t}} = F^j e^{i\Omega_j \underline{t}} \dots 2.26$$

$$[(\mathbf{1} + i\eta\mathbf{K}) - \Omega_j^2 \mathbf{M}] U^j = F^j \dots 2.27$$

Del espectro dado por el usuario se extrae, y para resolver los componentes del vector de desplazamientos nodales esta operación se repite varias veces hasta abarcar todo el dominio de interés en la frecuencia.

e. Modelo de amortiguamiento de flujo viscoso:

El fenómeno de amortiguamiento por flujo viscoso de una válvula consta de dos fuerzas de amortiguamientos que son dadas por diferentes fenómenos: la primera es la que se origina por la energía disipada por la fricción y, la segunda, es la disipación de energía por efecto de contracción de los agujeros de amortiguamiento. Estas dos fuerzas se suman y dan como resultado la fuerza de amortiguamiento que dará una válvula en función de la velocidad de operación (Li, n.d.).

Energía de disipación en un fluido newtoniano por fricción:

Cuando el fluido pasa a través de la sección inicial de la entrada se convierte en un flujo laminar estable. Si el diámetro del orificio de amortiguación es pequeño y la presión dentro del orificio de amortiguación es relativamente grande, se puede despreciar la gravedad de la tubería presurizada. Los orificios de amortiguación se consideran como tubos circulares de igual diámetro y el medio de amortiguación está en estado de flujo laminar. Tomando el sistema de coordenadas rectangulares se presenta la ecuación de Navier-Stokes a lo largo del eje “y” (Li, n.d.).

$$f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial v_y}{\partial t} + \frac{\partial v_y}{\partial x} v_x + \frac{\partial v_y}{\partial y} v_y + \frac{\partial v_y}{\partial z} v_z \dots 2.28$$

Porque en el flujo laminar estable las partículas del fluido no circulan de manera transversal, sino únicamente de manera axial, y:

$$v_x = v_z = 0, v_y = v \dots 2.29$$

Como se mencionó anteriormente, la gravedad de la tubería presurizada puede ser despreciada. Por lo tanto:

$$f_x = 0, f_y = 0, f_z = 0 \dots 2.30$$

Y también:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial v_z}{\partial t} = 0 \dots 2.31$$

Para flujos incompresibles, la ecuación diferencial de continuidad es:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad \dots 2.32$$

Y a su vez:

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad \dots 2.33$$

Sustituyendo estas condiciones en las ecuaciones de Navier Stokes obtenemos:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) \dots 2.34$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \dots 2.35$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad \dots 2.36$$

A partir de las dos últimas ecuaciones podemos ver que la presión es independiente de las coordenadas “x” y “z”. Por lo tanto, existen:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{dp}{dy} \dots 2.37$$

Debido a que se desprecia la influencia de la gravedad, el fluido corre de manera axisimétrica en una tubería de diámetro constante, por lo que la velocidad es solo función del radio “r” y permanece invariable a lo largo del eje “y”. Por lo tanto, para facilitar la integración de la ecuación se eligen las coordenadas cilíndricas “r”, “θ” y “y” en el sistema de coordenadas cilíndricas (Li, n.d.):

$$x^2 + z^2 = r^2, x = r \cos \theta, z = r \sin \theta \dots 2.38$$

Derivando las primeras dos fórmulas por separado:

$$2r \frac{\partial r}{\partial x} = 2x \dots 2.39$$

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} = \cos \theta \dots 2.40$$

$$\frac{\partial x}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(r \cos \theta) = \cos \theta \frac{\partial r}{\partial x} - r \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} = \cos^2 \theta - r \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial x} = 1 \dots 2.41$$

Después:

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = -\frac{\sin \theta}{r} \dots 2.42$$

Y entonces:

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} = -\frac{\sin \theta}{r} \frac{1}{\cos \theta} \dots 2.43$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial v}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} \right) \frac{\partial r}{\partial x} = \left[\frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial v}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial r}{\partial x} \right) \right] \frac{\partial r}{\partial x} \\ &= \left(\frac{\partial r}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial v}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} (\cos \theta) \frac{\partial r}{\partial x} = \left(\frac{\partial r}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial v}{\partial r} (-\sin \theta) \frac{\partial \theta}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} \\ &= \cos^2 \theta \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial v}{\partial r} (-\sin \theta) \left(-\frac{\sin \theta}{r} \frac{1}{\cos \theta} \right) \cos \theta = \cos^2 \theta \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\sin^2 \theta}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \dots 2.44 \end{aligned}$$

De manera similar:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \sin^2 \theta \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\cos^2 \theta}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \dots 2.45$$

Para después:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} \dots 2.46$$

Sustituyendo lo anterior en las ecuaciones de N-S:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \dots 2.47$$

Dado que “v” es solo una función de “r”, y “p” es solo una función de “y”, la ecuación puede escribirse de la siguiente manera:

$$\frac{d^2 v}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv}{dr} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dy} \dots 2.48$$

Si la caída de presión en la longitud de la tubería “l” es Δp :

$$\frac{dp}{dy} = -\frac{\Delta p}{l} \dots 2.49$$

Donde el signo negativo indica que la dirección del flujo de los incrementos de presión Δp en la tubería es negativa:

$$\frac{d^2 v}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv}{dr} = \frac{1}{\mu} \frac{\Delta p}{l} \dots 2.50$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dv}{dr} \right) = -\frac{1}{\mu} \frac{\Delta p}{l} \dots 2.51$$

Después de integrar:

$$r \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\mu} \frac{\Delta p r^2}{2l} + C_1 \dots 2.51$$

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\mu} \frac{\Delta p r}{2l} + \frac{C_1}{r} \dots 2.52$$

$$v = -\frac{\Delta p}{4\mu l} r^2 + C_1 \ln r + C_2 \dots 2.53$$

La velocidad de flujo “v” es finita en el eje del tubo $r = 0$, y $C_1 = 0$ y $v = 0$ y en la pared del tubo $r = r_0$, $C_2 = \frac{\Delta p}{4\mu l} * r_0$

Entonces:

$$v = \frac{\Delta p}{4\mu l}(r_0^2 - r^2) \dots 2.54$$

La última ecuación es la función de distribución de velocidad de un fluido que se mueve a lo largo de una tubería circular de diámetro constante como un flujo laminar constante. Se puede observar a partir de la función de distribución que la velocidad es una parábola, la velocidad máxima se encuentra en la línea central de la tubería y la velocidad cerca de la pared de la tubería es cero. Para calcular el caudal, se toma el área anular del elemento con un ancho “dr” en el radio “r” de la sección transversal. Por lo que el flujo a través del área es el siguiente (Li, n.d.):

$$dq_V = v dA = 2\pi r v dr \dots 2.55$$

En consecuencia, el caudal por toda la sección transversal es el siguiente:

$$Q = \int dq_V = \int_0^{r_0} 2\pi r v dr = \pi \frac{\Delta p}{2\mu l} \int_0^{r_0} [(r_0^2 - r^2)r] dr \dots 2.56$$

Después de integrar:

$$Q = \frac{\pi \Delta p}{8\mu l} r^4 \dots 2.57$$

ó:

$$Q = \frac{\pi d^4}{128\mu l} \Delta p \dots 2.58$$

La fórmula anterior se llama ley de Hagen-Poiseuille. Entonces, la velocidad media V es:

$$\bar{V} = \frac{Q}{A} = \frac{d^2}{32\mu l} \Delta p \dots 2.59$$

y la caída de presión Δp después del largo l de la tubería es:

$$\Delta p = \frac{32\mu l}{d^2} \bar{V} \dots 2.60$$

Considerando que:

$$\Delta p = \frac{F_1}{A}, A = \frac{\pi(D^2 - D'^2)}{4} \dots 2.61$$

Entonces:

$$F_1 = \frac{\pi(D^2 - D'^2)}{4} \frac{32\mu l}{d^2} \bar{v} \dots 2.62$$

Si N es el número de orificios de amortiguación en el pistón, entonces la ecuación de continuidad del fluido que fluye a través de los orificios de amortiguación del pistón es la siguiente:

$$\frac{\pi(D^2 - D'^2)}{4} V = N \frac{\pi d^2}{4} \bar{v} \dots 2.63$$

Y con las últimas dos fórmulas llegamos a:

$$F_1 = \frac{32\pi\mu l(D^2 - D'^2)^2}{4Nd^4} V = \frac{8\pi\mu l(D^2 - D'^2)^2}{Nd^4} V \dots 2.64$$

Donde “ μ ” es el coeficiente de consistencia del fluido, “ l ” es la longitud del orificio de amortiguación, “ D ” es el diámetro interno del cilindro, “ D' ” es el diámetro de la varilla del pistón, “ d ” es el diámetro del orificio de amortiguación, “ N ” es el número de orificios de amortiguación, y “ V ” es la velocidad de movimiento del fluido (Li, n.d.).

Disipación de energía por efecto de contracción de los agujeros de amortiguamiento:

La pérdida de energía local causada por el cambio repentino de la sección transversal del fluido es independiente de la viscosidad del fluido, por lo que se puede asumir que la viscosidad del fluido es cero, a esto se denomina un fluido ideal. En consecuencia, la disipación de energía por fricción viscosa puede ser ignorada. Además, para simplificar el proceso de derivación se asume que la velocidad del fluido es positiva y el medio amortiguado fluye a través del orificio de amortiguación. Las presiones antes de la entrada y después de la salida son “ p_1 ” y “ p_2 ”, y las velocidades antes de la entrada y después de la salida son “ v_1 ” y “ v_2 ”, respectivamente (Li, n.d.).

Pérdida local cuando la sección se expande repentinamente (Li, n.d.):

De acuerdo con la Ley de conservación de la energía se pueden obtener las ecuaciones de Bernoulli en la sección de salida de los agujeros de amortiguamiento de la válvula:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{a_1 v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{a_2 v_2^2}{2g} + E_{\zeta 2} \dots 2.65$$

Después:

$$E_{\zeta 2} = \frac{p_d - p_2}{\rho g} + \frac{v_d^2 - v_2^2}{2g} \dots 2.66$$

Para obtener la diferencia de presión entre las dos secciones, el coeficiente de corrección del momento de las dos secciones se toma como 1 para la ecuación de momento del volumen de control entre las dos secciones transversales:

$$p_d A_d - p_2 A_2 + p(A_2 - A_d) = \rho q_v (v_2 - v_d) \dots 2.67$$

Donde “ p_d ” es la presión que actúa sobre el hombro convexo de la viga en la región de vórtice. Se ha demostrado experimentalmente que la fórmula puede escribirse de la siguiente manera:

$$(p_d - p_2) A_2 = \rho q_v (v_2 - v_d) \dots 2.68$$

ó

$$p_d - p_2 = \rho v_2 (v_2 - v_d) \dots 2.69$$

Sustituyendo la ecuación de arriba en la expresión de la pérdida de energía:

$$E_{\zeta 2} = \frac{\rho v_2 (v_2 - v_d)}{\rho g} + \frac{v_d^2 - v_2^2}{2g} \dots 2.70$$

Para llegar a:

$$E_{\zeta 2} = \frac{(v_2 - v_d)^2}{2g} \dots 2.71$$

La fórmula anterior es la fórmula para calcular la pérdida local de un fluido que pasa a través de una tubería circular con ensanchamiento repentino. Esto se conoce comúnmente como la fórmula de Borda-Canow. “ v_d ” es el valor de la reducción de velocidad, que se denomina “velocidad de pérdida”.

$$v_d A_d = v_2 A_2 \dots 2.72$$

Entonces:

$$v_d = \frac{A_2}{A_d} v_2, v_2 = \frac{A_d}{A_2} v_d \dots 2.73$$

Sustituyendo la ecuación anterior en la fórmula de la pérdida local de un fluido cuando pasa por una tubería circular con ensanchamiento repentino:

$$E_{\zeta 2} = \left(1 - \frac{A_d}{A_2}\right)^2 \frac{v_d^2}{2g} = \left(\frac{A_2}{A_d} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g} \dots 2.74$$

En donde $\zeta_2 = \left(1 - \frac{A_d}{A_2}\right)^2$, $\zeta_2' = \left(\frac{A_2}{A_d} - 1\right)^2$, “ ζ_2 ” y “ ζ_2' ” son factores de pérdida local de una sección con ensanchamiento repentino. En un amortiguador de fluido viscoso, $A_2 > A_d$ y $\zeta_2 = 1$:

$$E_{\zeta 2} = \zeta_2 \frac{v_d^2}{2g} = \zeta_2' \frac{v_2^2}{2g} \dots 2.75$$

Pérdida local cuando la sección se contrae repentinamente (Li, n.d.):

La fórmula para calcular la pérdida local cuando la sección disminuye repentinamente es la siguiente:

$$E_{\zeta 1} = \zeta_1 \frac{v_c^2}{2g} \dots 2.76$$

$$\zeta_1 = 1 + \frac{1}{C_v^2 C_c^2} - \frac{2}{C_c} \dots 2.77$$

Entre ellos, “ C_c ” es el coeficiente de contracción y la relación del área de la sección “ A_b ” de la sección de contracción con el área de la sección de la tubería “ A_c ”. “ C_v ” es el coeficiente de velocidad y la relación de la velocidad media real “ V_b ” de la sección de contracción con la velocidad media ideal “ U_0 ”. Estos coeficientes se obtienen experimentalmente. Dado que el diámetro del orificio de amortiguación es muy pequeño en relación con el diámetro del cilindro, se puede aproximar a $x_i = 0.5$.

Fuerza de amortiguamiento causado por pérdidas locales (Li, n.d.):

En resumen, la pérdida local total de un fluido viscoso debido al efecto de contracción al fluir a través de los orificios de amortiguación puede obtenerse sumando las últimas expresiones de $E_{\zeta 1}$ y $E_{\zeta 2}$:

$$E_{\zeta} = E_{\zeta 1} + E_{\zeta 2} = \zeta_1 \frac{v_c^2}{2g} + \zeta_2 \frac{v_c^2}{2g} = (\zeta_1 + \zeta_2) \frac{v_c^2}{2g} \dots 2.78$$

La ecuación de Bernoulli relacionando la entrada con la salida del agujero de amortiguamiento de la válvula es la siguiente:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{a_1 v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{a_2 v_2^2}{2g} + E_\zeta \dots 2.79$$

y $v_1 = v_2$; $a_1 = a_2$:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = E_\zeta \dots 2.80$$

$\Delta p = p_1 - p_2$, sustituyendo en la ecuación de arriba:

$$\Delta p = E_\zeta \rho g = \rho(\zeta_1 + \zeta_2) \frac{v_c^2}{2} \dots 2.81$$

Después:

$$v_c = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho(\zeta_1 + \zeta_2)}} \dots 2.82$$

Y el caudal se expresa de la siguiente manera:

$$Q = v_c A_c = A_c \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho(\zeta_1 + \zeta_2)}} = \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho(\zeta_1 + \zeta_2)}} \dots 2.83$$

Si el número de orificios de amortiguación en el pistón es “N”, el flujo total a través de los orificios de amortiguación es:

$$Q_v = N \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho(\zeta_1 + \zeta_2)}} \dots 2.84$$

Entonces:

$$\Delta p = \frac{8\rho(\zeta_1 + \zeta_2)Q_v^2}{N^2\pi^2 d^4} \dots 2.85$$

Sabiendo que $\Delta p = \frac{F_2}{A}$, $Q = A * v$ y $A = \frac{\pi*(D^2-D'^2)}{4}$:

$$F_2 = \frac{\pi\rho(\zeta_1 + \zeta_2)(D^2 - D'^2)^3}{8N^2d^4}v^2 \dots 2.86$$

Modelo teórico de mecánica de amortiguamiento:

En resumen, se puede obtener el modelo mecánico del amortiguador de fluido viscoso con agujeros de amortiguamiento:

$$F = F_1 + F_2 \dots 2.87$$

“ F_1 ” es la disipación de energía por fricción del fluido viscoso, que es proporcional a “ V^n ”. Una vez que se determinan los parámetros de flujo del fluido viscoso se puede determinar la velocidad correspondiente “ V ” y, entonces, se puede conocer el consumo de energía por fricción de esta parte. “ F_2 ” es el consumo de energía causado por el efecto de contracción del fluido viscoso, donde los valores de “ ζ_1 ” y “ ζ_2 ” se miden experimentalmente. Considerando las características del orificio de amortiguación del amortiguador de fluido viscoso es conveniente tomar $\zeta_1=1$ y $\zeta_2=0.5$ para reflejar fielmente la situación real. Se puede ver en la ecuación que relaciona las dos fuerzas “ F_1 ” y “ F_2 ” que la magnitud de la fuerza de amortiguación no solo está relacionada con la velocidad, sino también con el área del pistón, el diámetro y la longitud del orificio de amortiguación, entre otros factores (Li, n.d.).

f. Análisis de fatiga:

Las fallas resultantes por carga dinámicas son el resultado de aplicar una sollicitación al material en donde la falla es el resultado de que el esfuerzo asociado a la magnitud de la fuerza excede los límites admisibles por el sistema. Es decir, la frecuencia de excitación presenta un comportamiento de riesgo en coexistencia con alguna de las frecuencias naturales del sistema (César Estrada, n.d.-b).

Existen tres tipos de mecanismos de falla por carga dinámica que son:

- Resonancia
- Pulsos
- Fatiga

La fatiga es una falla estructural localizada, progresiva y permanente que ocurre en un material sujeto a excitaciones periódicas. Está atribuida a la acumulación excesiva de esfuerzos residuales en el material.

Las etapas en el fallo por fatiga son las siguientes (César Estrada, n.d.-b):

1. Se da la nucleación.
2. La propagación de la grieta toma lugar, lo que origina las marcas de playa, unas estrías en la microestructura.
3. La propagación de la grieta llega a un punto en el que propicia la fractura del material dando la creación de las marcas de Ratchet, que se dan debido a múltiples nucleaciones de grietas.

A su vez, existe otra clasificación en la cual se puede dividir el tipo de falla de fatiga dependiendo el número de ciclos. Está la fatiga de bajos ciclos (LCF), que es cuando se dan las 3 etapas en menos de 1000 ciclos, y la fatiga de altos ciclos (HCF), que se da cuando las tres etapas ocurren en más de 1000 ciclos de operación. En cuanto a ciencia de materiales, la diferencia radica en que la falla por LCF presenta micro vacíos en la etapa 2, y cuando existe una falla por HCF, en esta misma etapa se presentan estrías (César Estrada, n.d.-b).

Para predecir la vida infinita de un sistema es común asistirse de los diagramas S-N, los cuales buscan caracterizar el material para un comportamiento dinámico. En este se grafica el número de ciclos al cual el material se estará sometido contra su correspondiente esfuerzo máximo permisible. El comportamiento de estos tipos de diagramas suele ser que, a mayor cantidad de ciclos de operación, el esfuerzo antes mencionado es menor.

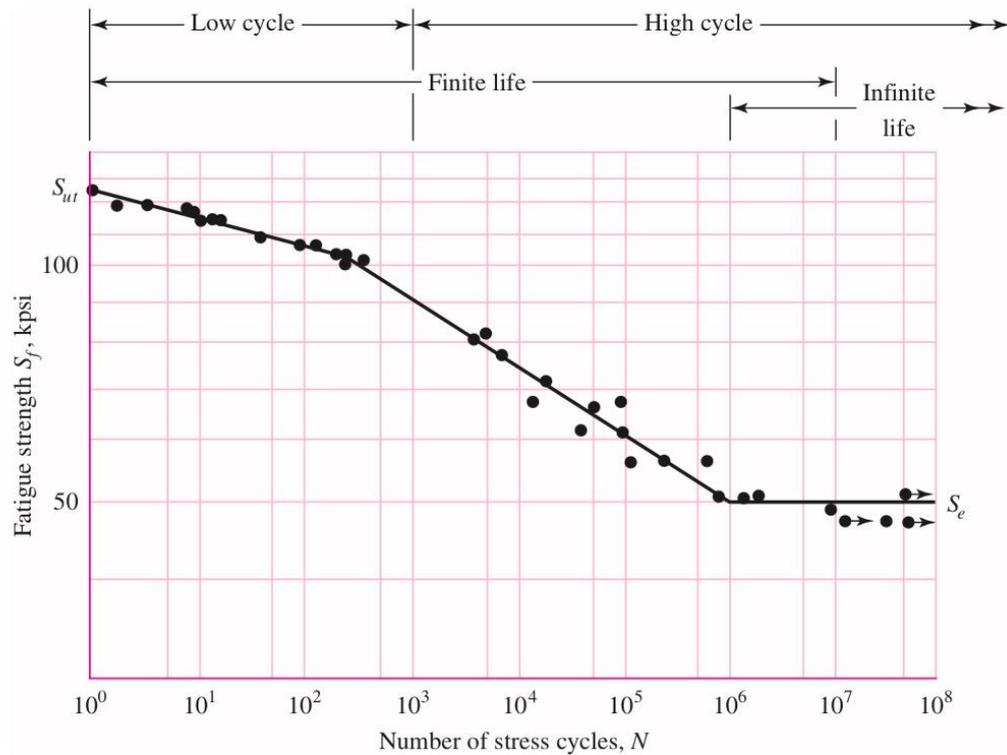


Imagen 2.5: Ejemplo de diagrama S-N en donde se ve la clasificación LCF/HCF y cuando se considera que un material tendrá vida infinita bajo cargas dinámicas (Budynas & Keith Nisbett, n.d.).

En este tipo de gráficos hay diferentes evaluaciones. Las más comunes son cuando se evalúa una operación completamente reversible, que es cuando existe simetría del comportamiento dinámico y una operación fluctuante, la cual se presenta cuando el esfuerzo medio es diferente de cero.

Para evaluar la vida infinita de un material se obtiene el esfuerzo asociado a 1,000,000 de ciclos de operación en el diagrama S-N el cual se conoce como esfuerzo de resistencia a fatiga o “endurance” y este se compara con el esfuerzo de Von Mises resultante al aplicar la carga dinámica (César Estrada, n.d.-b).

Capítulo 3:
**Caracterización y entonamiento de la
suspensión**

3. Caracterización y entonamiento de la suspensión:

Lo primero que se necesita realizar es la caracterización del sistema del amortiguador de una motocicleta de velocidad en un circuito especializado para esta modalidad conducida por un piloto competente, para poder entender específicamente a qué fenómenos se enfrentará el sistema que estamos buscando diseñar.

El circuito seleccionado para esta prueba fue Ecocentro, ubicado en la ciudad de Querétaro de Santiago, Querétaro, por la diversidad de curvas que existen en el trazado (curvas rápidas, lentas, con desnivel positivo y negativo y un par de curvas peraltadas). La pista también cuenta con zonas de frenado muy exigentes, como la que hay antes de entrar a las curvas 12 y 13. Cabe resaltar que el sentido que se usa para las motocicletas en el circuito está invertido, por lo que se circula en sentido de las manecillas del reloj.

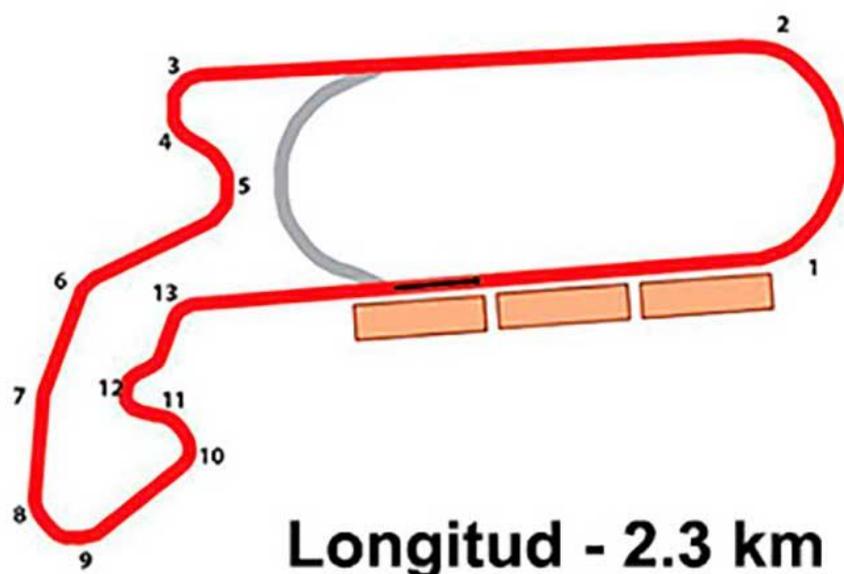


Imagen 3.1: Trazado oficial del circuito Ecocentro, Querétaro, Qro.

La motocicleta seleccionada para esta prueba fue una Yamaha R6 modificada para circuitos de velocidad, conducida por el piloto internacional Aldo Rovirosa. Se eligió por pertenecer a la categoría que recorre más rápido el circuito (SuperSport 600), y que es la que lleva la suspensión a un nivel de exigencia mayor.



Imagen 3.2: Yamaha R6 utilizada en la prueba

Para recolectar la información necesaria se utilizó el sensor de AIM (Motorcycle Suspension Potentiometer with Rose Joint Fitting). Este es un sensor de desplazamiento lineal que trabaja con una frecuencia nominal de 1000 Hz, el cual resulta óptimo para cumplir con el teorema de Nyquist-Shannon, que plantea que la frecuencia de muestreo debe ser mayor a dos veces la frecuencia máxima del fenómeno estudiado. En esta investigación se encontró que, en promedio, los valores rondan de 1-5 Hz y que pueden llegar a poco más de 100 Hz en nuestro caso. El sensor está conectado a una central AIM SOLO 2 que procesa y almacena la información para su análisis posterior.

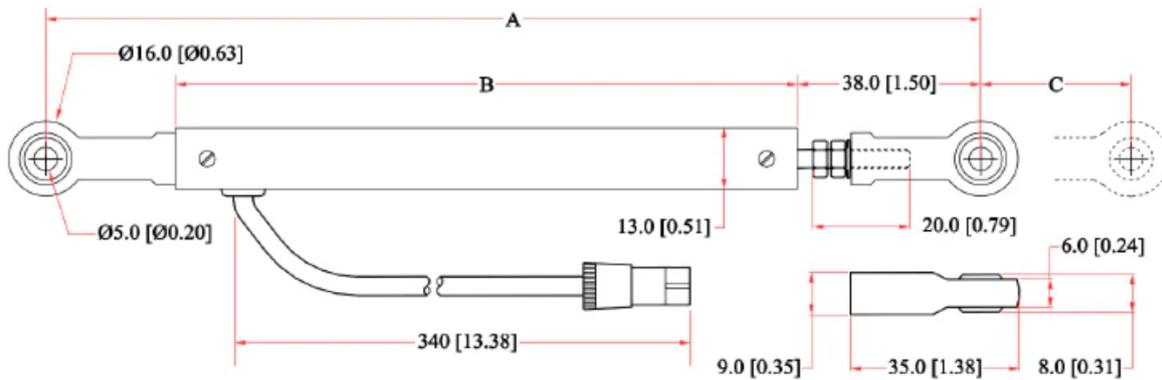


Imagen 3.3: Diagrama del sensor utilizado.

Se recolectaron datos de una prueba de seis vueltas, en donde se estudió a profundidad el desplazamiento que tuvo el amortiguador a lo largo de la vuelta más rápida. Esto se hizo con apoyo del software RaceStudio3 de AIM, el cual permite graficar y analizar los datos obtenidos de todos los sensores activos. En este caso, se obtuvo la gráfica que tiene el desplazamiento del amortiguador en donde un valor de 0 [mm] nos indica que la suspensión está completamente extendida, y un valor de 40 [mm] nos indica que se ha utilizado todo el largo de la carrera del amortiguador.



Imagen 3.4: Gráfica del desplazamiento de la suspensión trasera contra el tiempo del amortiguador a lo largo de una vuelta.

Esta herramienta nos permite hacer determinadas operaciones a la información obtenida, por lo que se transformaron las unidades a metros y se obtuvo la primera derivada para tener la velocidad en función del tiempo en [m/s]. A continuación, se calculó la segunda derivada de la posición para obtener la aceleración con respecto al tiempo en [m/s²] para poder hacer el análisis espectral con mayor facilidad y conseguir un mejor manejo de datos.

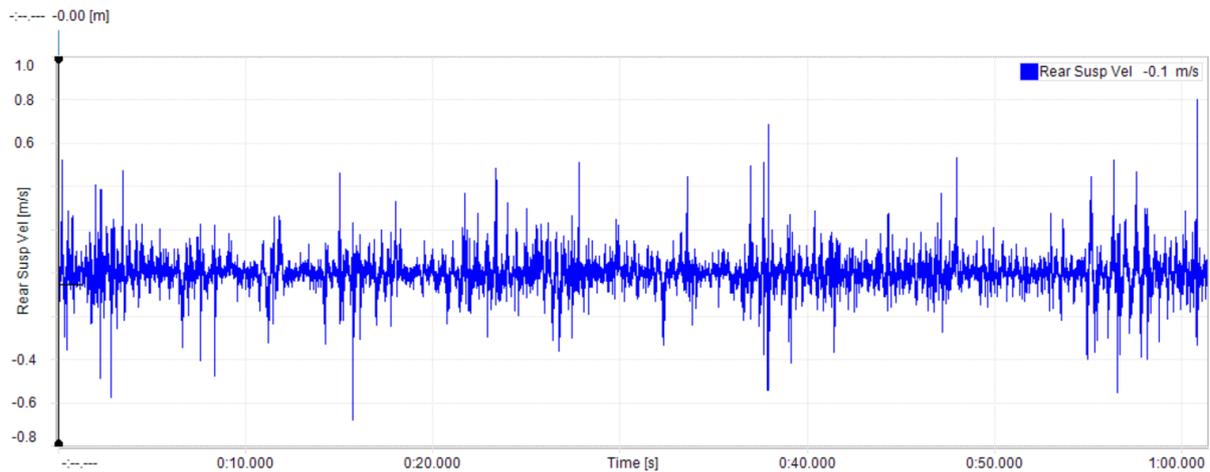


Imagen 3.5: Gráfica de la velocidad contra el tiempo del amortiguador a lo largo de una vuelta.

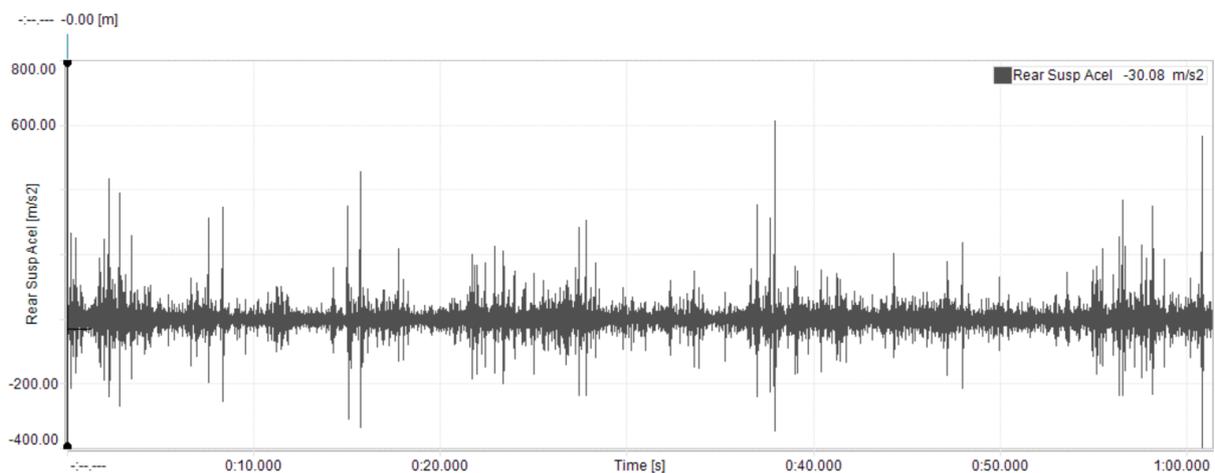


Imagen 3.6: Gráfica de la aceleración contra el tiempo del amortiguador a lo largo de una vuelta.

Posteriormente, se extrajeron los datos para postprocesarlos, por lo que se hizo un .csv con el set de datos de tiempo[s], aceleración[m/s²], el cual se importó al software de Wolfram Mathematica. Una vez con el set de datos, se sacó la transformada rápida de Fourier a la aceleración para obtener la amplitud. Una vez hecho esto, se calculó la muestra válida obtenida por el sensor en donde se limitó a 500 [Hz] para cumplir con el teorema de Nyquist-Shannon. A continuación, se graficaron los valores que hay de amplitud de aceleración en [m/s²Hz²] y su frecuencia en [Hz] consiguiendo la siguiente gráfica:

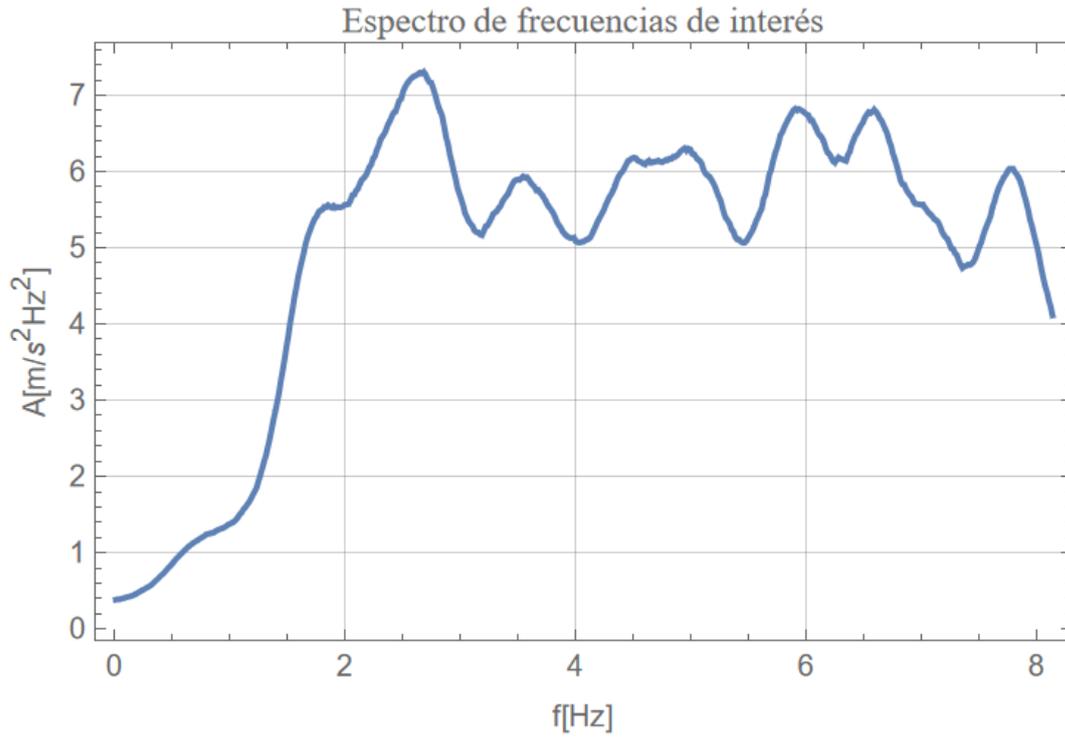


Imagen 3.7: Gráfica del espectro de frecuencias de interés a lo largo de todo el circuito.

Para obtener información más precisa se situaron en una tabla, ordenada de mayor a menor, los 50 armónicos con mayor contribución en Hz junto con su amplitud en $[m/s^2 Hz^2]$ y su aceleración lineal al usar la antitransformada de Fourier. A continuación, se muestra la tabla, pero solo con 20 resultados para mantener un orden en el documento:

Frecuencia [Hz]	Amplitud A [ω_0] [m/s^2Hz^2]	Amplitud A [t] [m/s^2]
2.68703	7.30728	0.0785289
2.65446	7.29716	0.102468
2.67075	7.28602	0.0972718
2.63818	7.27845	0.0966208
2.70332	7.27336	0.106544
2.62189	7.26059	0.0944176
2.60561	7.24853	0.09844
2.58932	7.23695	0.0963314
2.7196	7.21208	0.0963142
2.57304	7.21119	0.0998367
2.55675	7.18302	0.0991481
2.73589	7.17325	0.0813758
2.75217	7.16606	0.0957572
2.54047	7.14645	0.0945144
2.52418	7.10377	0.108757
2.76846	7.09514	0.0940742
2.5079	7.04515	0.114967
2.78474	7.01677	0.0965716
2.49161	6.95129	0.100839
2.47533	6.93122	0.107905

Imagen 3.8: Tabla de los 20 armónicos con más contribución en la muestra con sus amplitudes en [m/s^2Hz^2] y su transformación de regreso a [m/s^2].

Según la tabla superior es posible concluir que la frecuencia de operación más significativa es:

$$f_0 = 2.68703 \text{ [Hz]}. \dots 3.1$$

Así, la frecuencia de operación circular sería:

$$\omega_0 = 2 * \pi * f_0 = 2 * \pi * 2.68703 = 16.8389 \text{ [rad/s]} \dots 3.2$$

Para seguir con la caracterización de nuestro sistema es necesario definir parámetros importantes, mismos que ejercen influencia en el comportamiento de la suspensión. Para el almacenador de esfuerzo que se utilizó en la suspensión trasera se tuvo una constante de rigidez de 90,000 [N/m], debido a que este resorte es con el que el piloto tuvo mejor rendimiento después de realizar muchas pruebas.

También se debe calcular la masa suspendida que la suspensión estará cargando. Para ello, es necesario conocer el peso de la motocicleta, 170 [Kg], el peso del piloto, 75 [Kg], la distribución del peso, que es aproximadamente del 55/45, y el peso de la masa no suspendida del tren trasero, 9[Kg]:

Masa Suspendida por la suspensión trasera= $((170+75)\times(0.45))-9= 101.25[\text{Kg}]$

Por lo que podemos concluir que la masa que carga la suspensión trasera de la motocicleta es aproximadamente de 101 [Kg].

Otro parámetro que se necesita conocer es la frecuencia natural del sistema, que se calcula:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{90,000}{101}} = 29.85 [\text{Hz}] \dots 3.3$$

Por último, se requiere determinar el factor de amortiguamiento, por lo que se necesita calcular la gráfica de un amortiguador trasero de velocidad. Se logró obtener una de estas gráficas de un amortiguador Ohlins MS rear shock absorber:

Damping Force

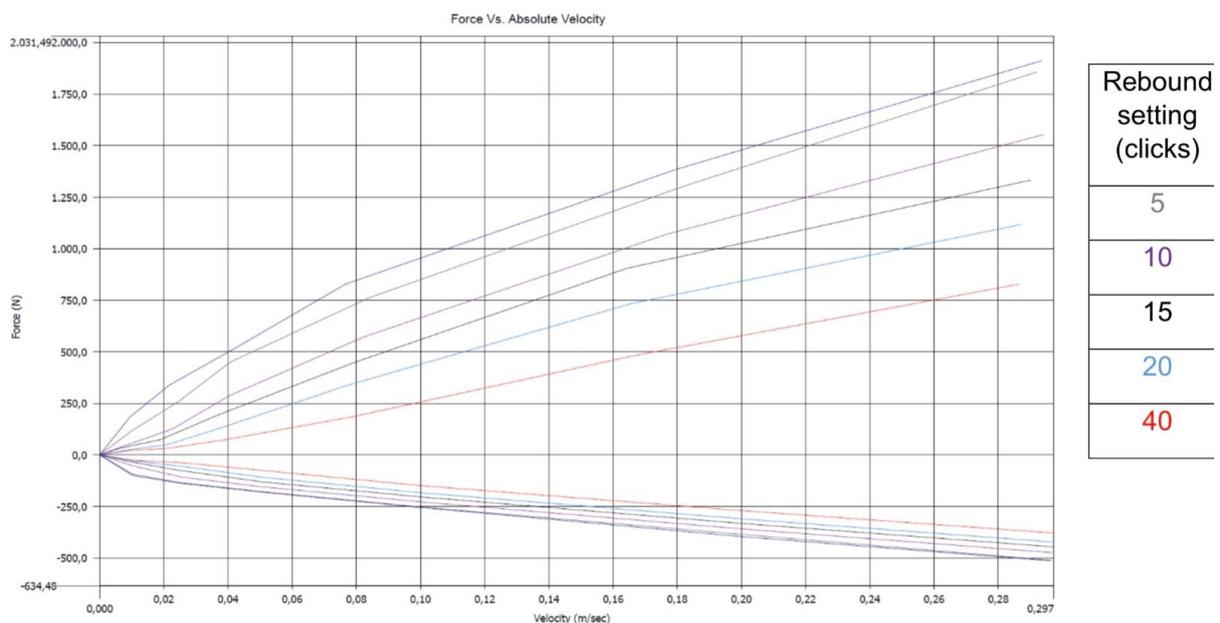


Imagen 3.9: Gráfica de fuerza de amortiguamiento contra la velocidad de operación del amortiguador Ohlins MS rear shock absorber. (MS2223 Andreani MHS INFO.V0(1), n.d.)

Con esta gráfica se obtiene la constante de amortiguamiento “c”, que es la pendiente de las rectas que componen la gráfica. Existen diferentes pendientes en cada *setting* del amortiguador y éste cambia con respecto a la velocidad. El cambio se produce debido a que la válvula del amortiguador tiene múltiples etapas (*stages*) de *shims*, que disminuyen la proporción de fuerza de amortiguamiento a medida que aumenta la velocidad.

Para mantener cierta simplicidad se diseñará una válvula sin *shims*, por lo que en este momento solo se analizará una pendiente seleccionada, la de la recta que se compone de 0.08 a 0.22 [m/s] en cualquiera de sus ajustes. En esta zona se obtiene una pendiente promedio de 5152.183.

Con esto se puede calcular el factor de amortiguamiento:

$$\zeta = \frac{c}{2 * \omega * m} = \frac{5152.183}{2 * 29.85 * 101} = 0.854 \dots 3.4$$

Ahora, se puede continuar para generar una señal equivalente de las series de Fourier para la aceleración tomando la frecuencia en [Hz] y la aceleración en [m/s^2] que se hace con la siguiente expresión:

$$\sum_{i=1}^n A_i * \text{sen}(2 * \pi * \omega_i) \dots 3.5$$

Posteriormente, se calcula la frecuencia normalizada asociada al armónico “j” de la siguiente manera:

$$\Omega_j = \frac{j * \omega_0}{\omega} \dots 3.6$$

De la misma forma se establece la magnificación asociada al armónico “j”, así:

$$H(\Omega_j) = \frac{\sqrt{1 + (2 * \zeta * \Omega)^2}}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2 * \zeta * \Omega)^2}} \dots 3.7$$

Y, de modo similar, se obtienen los ángulos de desfase asociado al armónico “j” :

$$\varphi_j = \tan^{-1} \left(\frac{2 * \zeta * \Omega_j}{1 - \Omega_j^2} \right) \dots 3.8$$

Con estos tres últimos valores es posible hacer una tabla en donde se relacionan respecto a sus armónicos “j”. A continuación, se muestran los primeros 20 armónicos:

Armonico	Ω_j	$H(\Omega_j)$	$\varphi[\Omega_j]$
1	0.565578	1.17688	0.613442
2	0.558722	1.17506	0.62453
3	0.56215	1.17598	0.618982
4	0.555295	1.17412	0.630085
5	0.569006	1.17777	0.607909
6	0.551867	1.17317	0.635648
7	0.548439	1.1722	0.641218
8	0.545011	1.17122	0.646795
9	0.572433	1.17865	0.602385
10	0.541584	1.17022	0.652379
11	0.538156	1.16921	0.65797
12	0.575861	1.17951	0.596868
13	0.579289	1.18035	0.591359
14	0.534728	1.16818	0.663569
15	0.5313	1.16714	0.669173
16	0.582717	1.18117	0.585858
17	0.527873	1.16609	0.674785
18	0.586144	1.18198	0.580365
19	0.524445	1.16502	0.680403
20	0.521017	1.16394	0.686028

Imagen 3.10; Tabla que relaciona los armónicos con su frecuencia normalizada, magnificación y ángulo de desfasamiento.

Estos resultados se van a retomar en el siguiente capítulo.

La siguiente parte se hará este mismo análisis para una muestra más pequeña, específicamente al final de la curva 1, debido a que es de las secciones más rápidas y donde existe la posibilidad de lograr la aceleración a fondo con una de las mayores inclinaciones de la motocicleta en todo el circuito. En el trazo más rápido también hay un bache donde la rueda trasera cae. A esta sección del circuito se le llamará “zona crítica”.

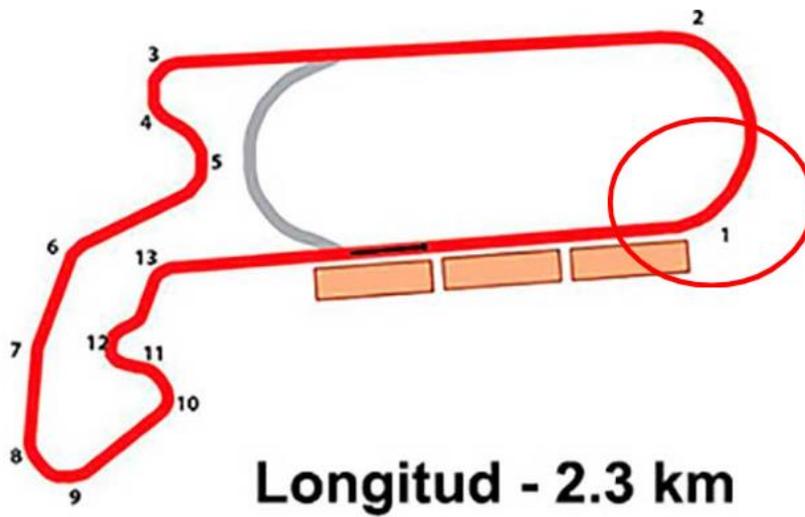


Imagen 3.11: Trazado oficial del circuito Ecocentro, en Querétaro, Qro., en el que se resalta la zona en donde se utilizó la muestra de menor tamaño.

La muestra seleccionada se encuentra entre el segundo 54 y el 56 de la vuelta analizada, y se muestra de la siguiente manera:

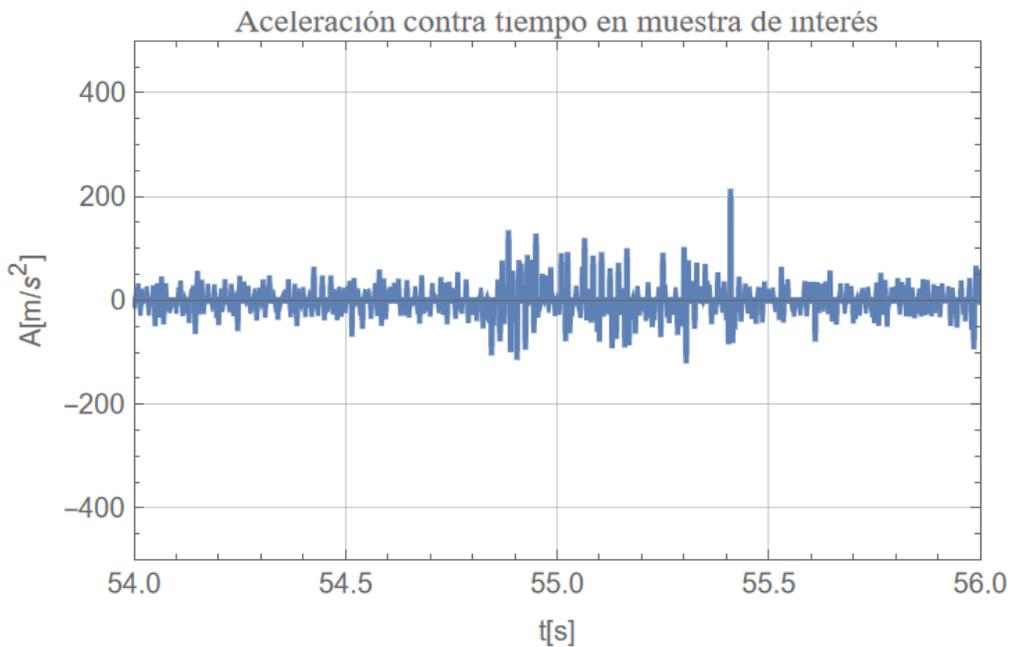


Imagen 3.12: Gráfica de la muestra de interés al pasar sobre zona crítica.

Nuevamente obtenemos la gráfica del espectro de frecuencias de interés siguiendo la metodología anterior:

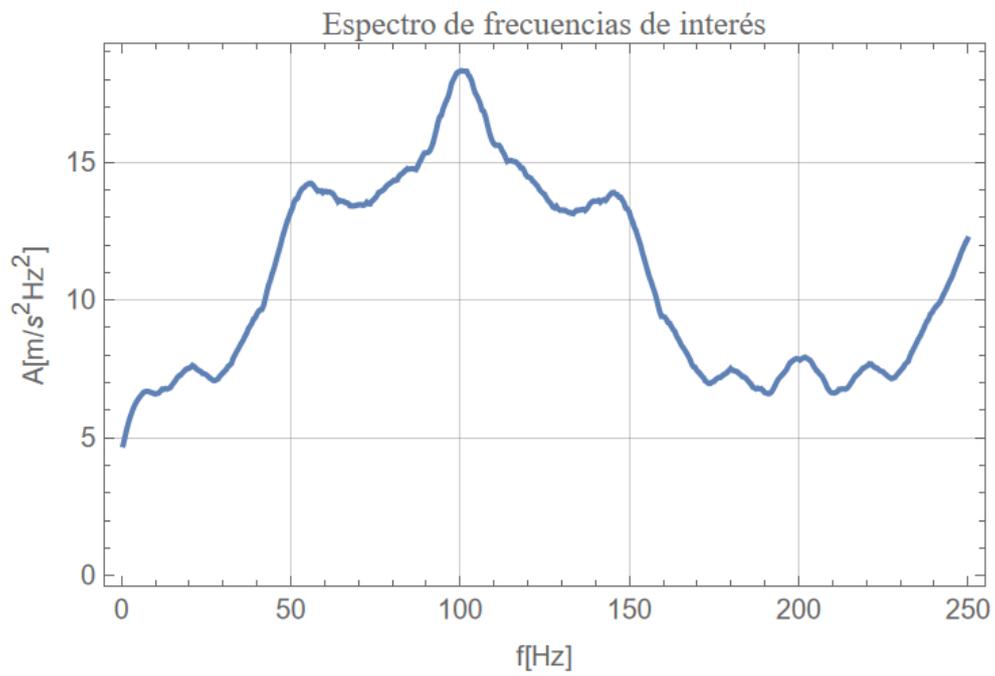


Imagen 3.13: Gráfica del espectro de frecuencias de interés de la muestra de interés.

A su vez, obtenemos las frecuencias de operación más significativas junto con su aportación de aceleración en $[m/s^2 Hz^2]$ y su aceleración en $[m/s^2]$:

Frecuencia [Hz]	Amplitud A $[\omega_0]$ $[m/s^2 Hz^2]$	Amplitud A [t] $[m/s^2]$
100.45	18.3232	0.186591
100.95	18.3061	0.159612
101.949	18.301	0.174597
101.449	18.2985	0.180213
99.95	18.2981	0.180353
99.4503	18.275	0.177926
98.9505	18.217	0.173891
102.449	18.1648	0.18127
98.4508	18.0977	0.178533
102.949	18.0912	0.210849
97.951	17.9825	0.17628
103.448	17.9378	0.178892
97.4513	17.8357	0.186864
103.948	17.7056	0.181483
96.9515	17.5711	0.172559
104.448	17.5099	0.182654
104.948	17.4071	0.16928
96.4518	17.3551	0.181799
105.447	17.2784	0.188821

Imagen 3.14: Tabla de frecuencias más significativas en el fenómeno de la muestra seleccionada en zona crítica.

Con esto podemos observar que la frecuencia de operación más significativa es:

$$f_{0b} = 100.45 [Hz] \dots 3.9$$

La frecuencia de operación circular sería:

$$\omega_0 = 2 * \pi * f_{0b} = 2 * \pi * 100.45 = 631.145 [rad/s] \dots 3.10$$

La información obtenida para este caso particular se utilizará en los siguientes capítulos para la validación de los componentes diseñados.

Una vez teniendo la caracterización, el siguiente paso será el entonamiento de la suspensión a diseñar en el circuito completo, que es el objetivo del diseño del sistema. Esta suspensión será diseñada para un segmento especial de motocicletas tipo fórmula Moto3, de 250 cc específicas de circuitos, que se usan en el campeonato de MotoGP, en la categoría de menor cilindrada.

Algunas de las características de este tipo de motocicletas son:

- Motor de 1 cilindro de 250cc
- Peso de la motocicleta de 95 a 100 kg con distribución 60/40
- Potencia de 60 Cv
- Velocidad máxima de 235 km/h
- Distancia entre ejes de 1219 mm



Imagen 3.15: Fotografía de una Honda NSF250RW Moto3.

Se comienza con la frecuencia de operación circular para el circuito total y la frecuencia normalizada “j” asociada a este armónico para obtener la frecuencia natural del sistema:

$$\omega = \frac{j \cdot \omega_0}{\Omega_j} = \frac{1 \cdot 16.8389}{0.5655} = 29.77 \text{ [rad/s]} \dots 3.11$$

Lo siguiente será calcular la masa no suspendida que soportará la suspensión de esta nueva motocicleta, que se obtiene al considerar un peso de la motocicleta de 100 [Kg], y el peso del piloto de 60 [Kg]. Por lo tanto, la proporción de peso es 60/40 y la masa no suspendida equivalente para la suspensión trasera de 4.8 [kg], lo que nos da como resultado una masa no suspendida de 59.2 [Kg]. Con estos datos se puede obtener la constante de rigidez del resorte usando la siguiente expresión:

$$k \geq \omega^2 * m \geq (29.77)^2 * (59.2) \geq 52,500[N/m] \dots 3.12$$

Así, es posible concluir que nuestra suspensión deberá contar al menos un resorte de la magnitud previamente señalada.

Capítulo 4:

Diseño y validación del resorte

4. Diseño y validación del resorte

El resorte que se utilizará deberá contar con determinadas características generales, las cuales podemos observar al analizar diferentes resortes utilizados en esta industria:

- Resorte de compresión.
- Diámetro aproximadamente de $D = 95$ [mm].
- Número de espiras activas de $E_a = 4$ a 7 .
- Resorte a escuadra y esmerilado.
- Alambre de $d = 9$ a 12 [mm].

Siguiendo las recomendaciones que hace Shigley en su libro *Diseño en Ingeniería Mecánica* (Budynas & Keith Nisbett, n.d.), el primer paso es encontrar el tipo de material a utilizar en nuestro diseño según las características de cada material y su uso común.

Se utilizará una aleación de acero cromo-silicio SAE 9254 AL FG en virtud de que ha demostrado ser una aleación excelente para usarse en resortes sometidos a esfuerzos elevados y cargas de impactos que requieren una vida útil larga. Un caso de este tipo de carga de impacto puede ser, precisamente, al pasar un bache acelerando o frenando, o al caer de un “caballito”. Este material se puede usar con diámetros de alambre de 0.8 a 12 mm, lo cual entra dentro de nuestras dimensiones previstas.

De este material podemos obtener algunas propiedades como (Budynas & Keith Nisbett, n.d.):

- Límite elástico s_{utr} en tensión: 85-93 [%].
- Límite elástico s_{utr} en torsión: 65-75 [%].
- E de 29.5 Mpsi ó 200 [GPa].
- G de 11.2 Mpsi ó 77.2 [GPa].
- ρ de 7.85 [Kg/m^3]
- Ratio de Poisson de 0.29
- Parámetro $m=0.108$
- Parámetro $A=202$ [Kpsi.pulg^m]
- $s_{sy} \geq 0.35s_{ut}$
- $K=52500$ [N/m]=301.47 [lbf/pulg]
- Esfuerzo de resistencia a fatiga: 1922 [MPa] (Kamal & Rahman, 2014), (McClaflin & Fatemi, 2003)

Posteriormente, se calculan algunas propiedades específicas de nuestro tipo de resorte que será de compresión a escuadra y esmerilado como lo son las siguientes:

- Espiras de extremo $N_e = 2$
- Espiras totales $N_t = N_a + N_e$
- Longitud libre $L_0 = pN_a + 2*d$
- Longitud sólida $L_s = d*N_t$
- Paso $p = (L_0 - 2 * d)/N_a$

La dimensión del alambre se iteró para lograr que las dimensiones del resorte sean las menores posibles para disminuir el peso en la mayor proporción posible.

Índice del resorte:

$$C = \frac{D}{d} = \frac{95}{12} = 8.25 \dots 4.1$$

Se llegó a $d = 12[mm] = 0.4724[pulg]$

Como referencia dimensional, el diámetro interno se obtiene:

$$D_{int} - d = 95 - 12 = 83[mm] = 3.8976 [Pulg] \dots 4.2$$

Y el diámetro en sistema inglés es:

$$D = 95 = 3.8976 [Pulg] \dots 4.3$$

$$N_a = \frac{d*G}{8*k*C^3} = \frac{(0.012)*(77*10^9)}{8*(52,500)*(8.25)^3} \simeq 4 \dots 4.4$$

Cabe recalcar que, a partir de este punto, todos los parámetros que se tienen en el libro están calculados para el sistema inglés por lo que, en este caso, se usará este sistema y se convertirán los resultados al sistema internacional al finalizar.

Para obtener la longitud sólida:

$$N_s = 0.4724 * 6 = 2.8344 \dots 4.5$$

El esfuerzo S_{ut} :

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} = \frac{202}{0.4724^{0.108}} = 219.041 [Kpsi] \dots 4.6$$

El esfuerzo S_{ax} :

$$S_{sy} = 0.35 * S_{ut} = 0.35 * 223.29 = 78.1515 [Kpsi] \dots 4.7$$

El porcentaje máximo antes de la remoción de la deformación K_b :

$$K_b = \frac{4c+2}{4c-3} = \frac{4(8.25)+2}{4(8.25)-3} = 1.36667 \dots 4.8$$

La fuerza máxima que se le aplicará al resorte es:

$$F = \frac{\pi d^3 s_{sy}}{8kbD} = \frac{\pi(0.4724)^3(78151.5)}{8(1.3667)(3.8976)} = 607.374 \text{ [lbf]} \dots 4.9$$

La deflexión “y” se calcula:

$$y = \frac{F}{k} = \frac{607.374}{301.47} = 2.014 \text{ [pulg]} \dots 4.10$$

La longitud libre L_0 :

$$L_0 = y + L_s = 2.014 + 2.8344 = 4.85 \text{ [pulg]} \dots 4.11$$

Una condición que nos dice Shigley es:

$$L_0 < 2.63 * \frac{D}{\alpha} \dots 4.12$$

Sabiendo que para los resortes a escuadra y esmerilados la condición de extremo α es de 0.5:

$$2.63 * \frac{3.8976}{0.5} = 20.501 \dots 4.13$$

Por lo que podemos observar que esta condición se cumple.

$$L_0 = 4.85 < 20.501 \dots 4.14$$

Y, por último, se obtiene el paso del resorte:

$$p = \frac{(L_0 - 2*d)}{N_a} = \frac{4.85 - 2*(0.4724)}{4} = 0.9763 \text{ [pulg]} \dots 4.15$$

Al transformar la información geométrica al sistema internacional se obtiene:

- Diámetro primitivo: 99 [mm]
- Diámetro de alambre: 12 [mm]
- Número de espiras activas: 4 [u]
- Número de espiras totales: 6 [u]
- Paso: 24.798 [mm]

A continuación, se muestra una imagen representativa del resorte:



Imagen 4.1: Representación gráfica del resorte diseñado.

Para validar estructuralmente el resorte se hizo un análisis estructural dinámico con respuesta en frecuencia por elementos finitos en el programa HyperWorks, en donde la cara inferior del resorte se empotró a tierra y la superior se sometió a un espectro de aceleraciones verticales (eje “y”), que representa el fenómeno caracterizado en el análisis espectral del capítulo 3 para el circuito completo (inicialmente). A continuación, se muestra un diagrama de cuerpo libre:

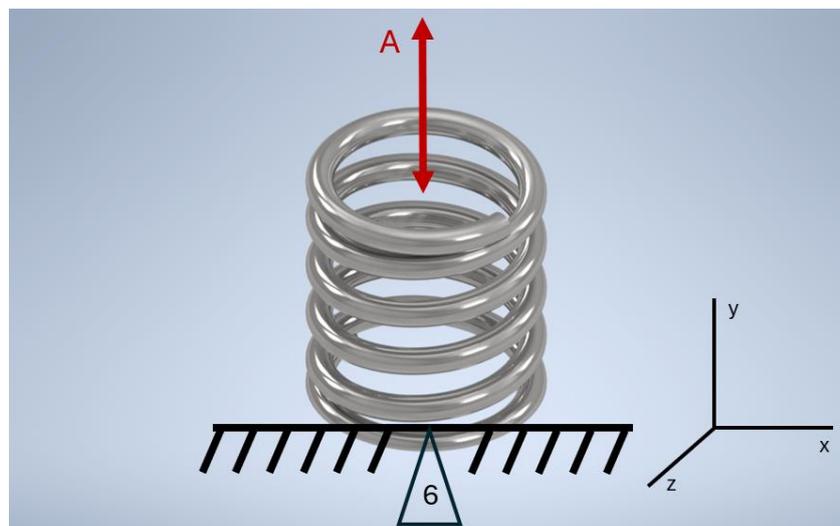


Imagen 4.2: DCL que describe cómo será analizado el resorte diseñado para su validación estructural. La base está empotrada.

En este *input* se estandarizaron los datos en bandas de frecuencia con la amplitud máxima que existen, por lo que se puede describir la aceleración en la siguiente gráfica:

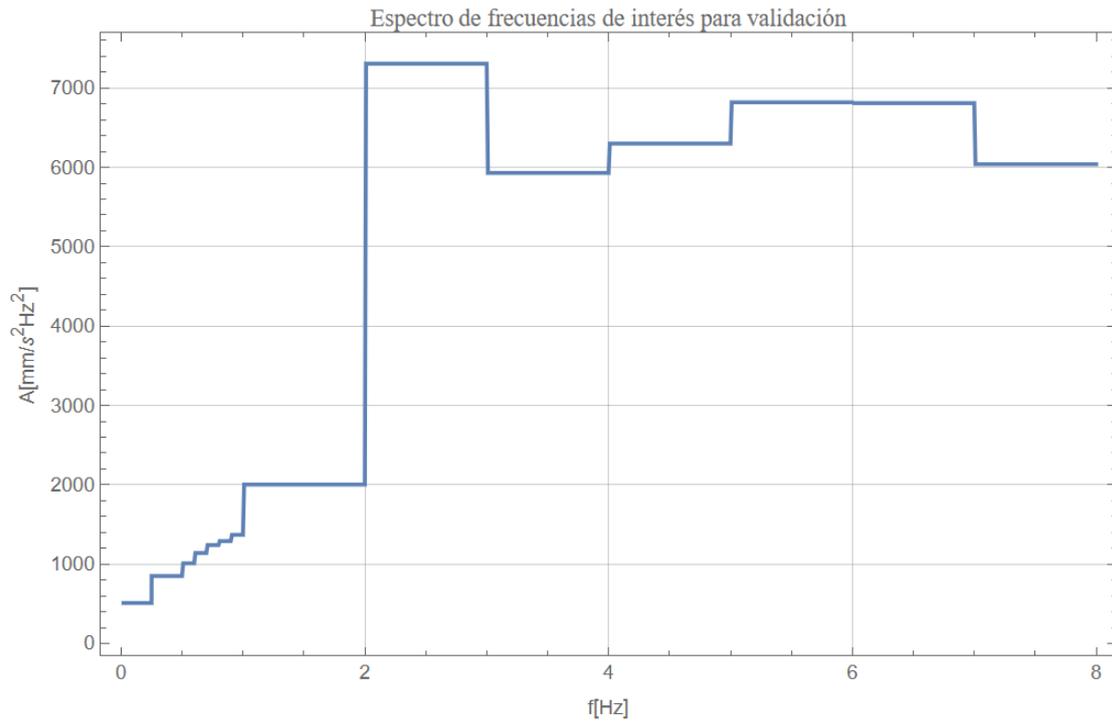


Imagen 4.3: Espectro de frecuencias de interés para validación.

Una vez realizado el análisis por elemento finito, se graficó el desplazamiento del nodo en donde se aplica el espectro de aceleración para encontrar uno de los puntos más críticos a los que se someterá el resorte:

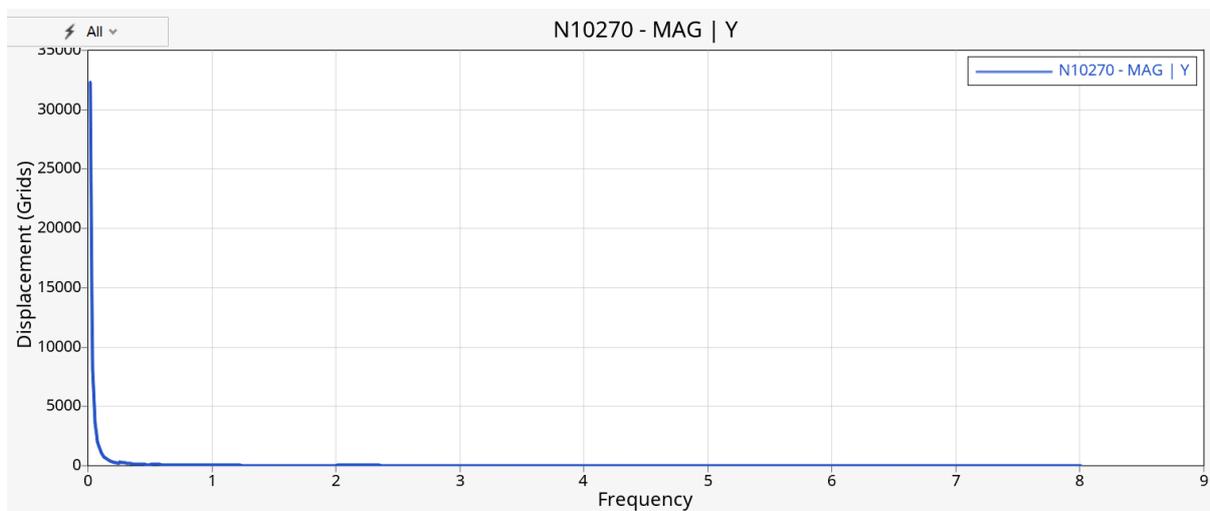


Imagen 4.4: Gráfica de desplazamiento [mm] contra frecuencia [Hz] del nodo en donde se aplica el espectro de frecuencia del resorte.

Con esto, es posible señalar que en la frecuencia mínima de 0.02 [Hz] hay un punto crítico pero, si vemos el valor del desplazamiento, se observa que es de 32296 [mm], lo cual no es admisible en nuestra suspensión debido a que la carrera total de esta es de 59 [mm] y el radio del alambre del resorte es de 6 [mm]. Por ello, la primera frecuencia será en donde se da que el desplazamiento tiene un valor de $59 - 2 \cdot (6) = 47$ [mm] (se toma el radio debido a que es la parte interna al resorte con la que podría haber un impacto y se multiplica por 2, debido hay que hay 2 espiras inmóviles que es de las que tomamos en cuenta considerando el peor caso posible), que es de 0.82 [Hz] este será el valor de una de las frecuencias de interés. La siguiente frecuencia de interés será la frecuencia $\omega_0 = 2.68$ [Hz], que es la frecuencia de operación más significativa.

Buscando estas frecuencias obtenemos el esfuerzo de Von Mises en nuestro sistema:

Primero en 0.82 [Hz]:

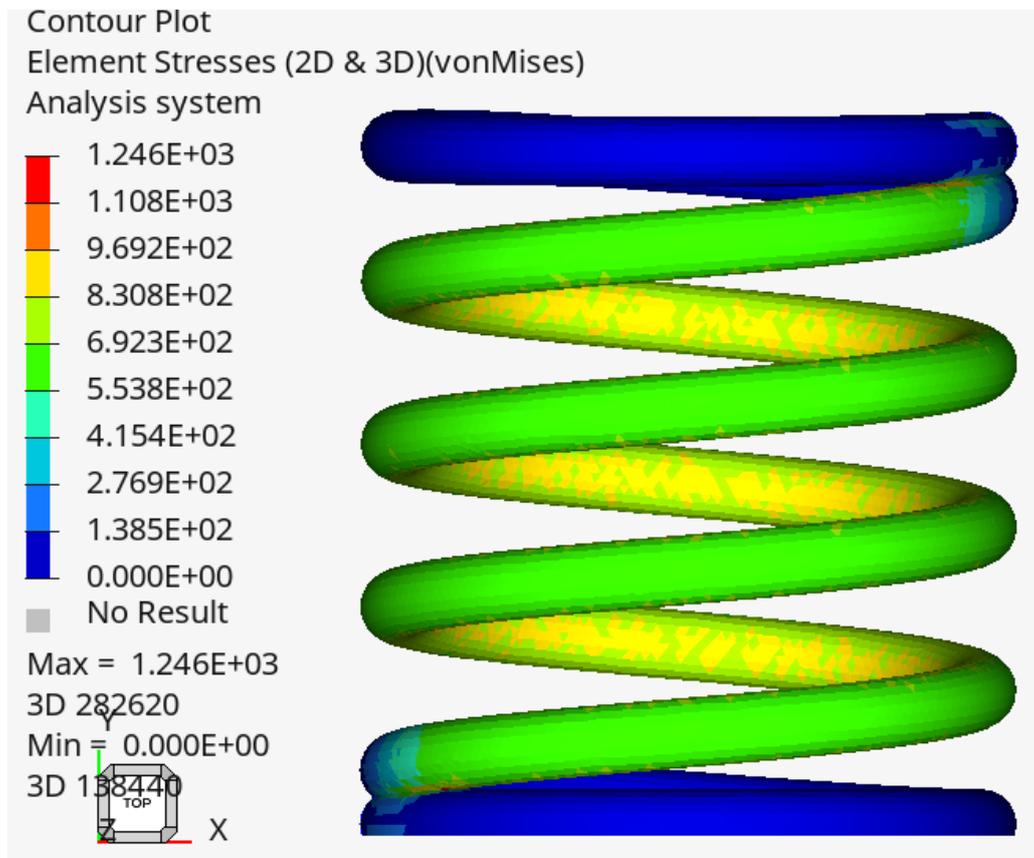


Imagen 4.5: Esfuerzo de Von Mises [MPa] en el resorte de la suspensión a 0.82 [Hz].

Y luego en 2.68 [Hz]:

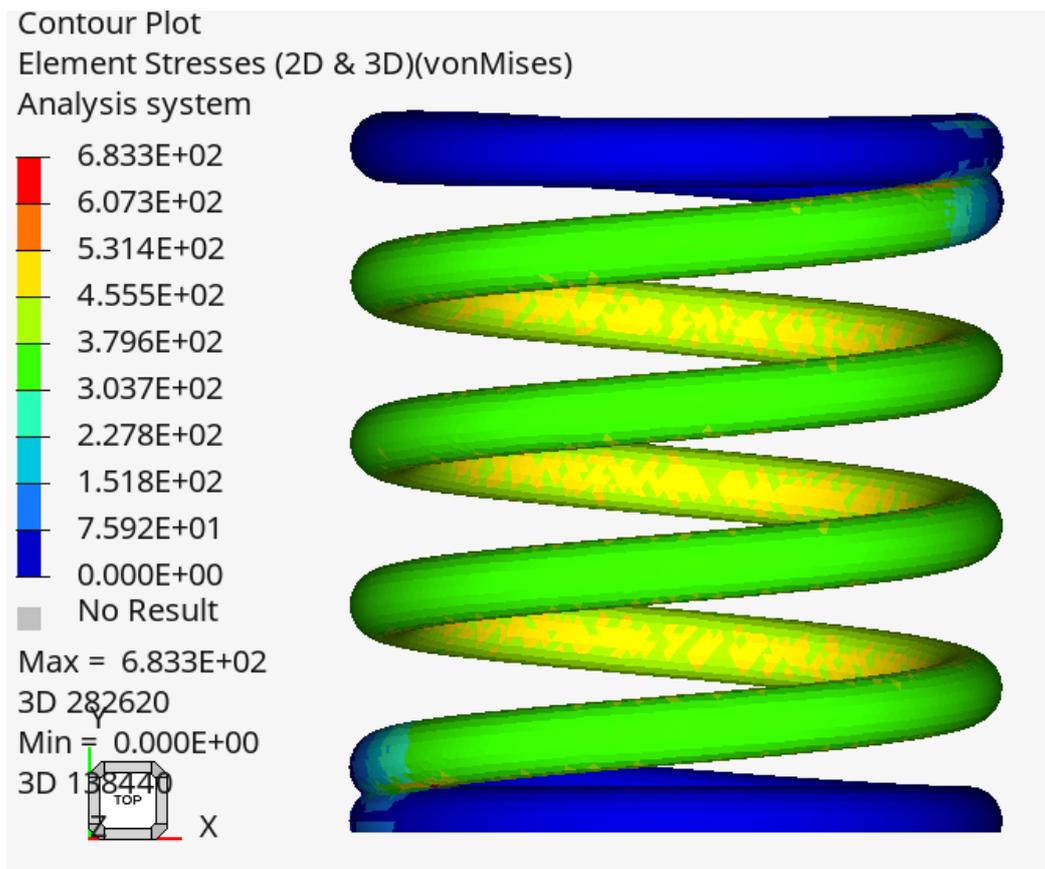


Imagen 4.6: Esfuerzo de Von Mises [MPa] en el resorte de la suspensión a 2.68 [Hz].

Al comparar los resultados con el esfuerzo de resistencia a la fatiga en resortes, que es de 1922 [MPa], es posible afirmar que este elemento soportará un alto número de ciclos sin que falle estructuralmente.

Posteriormente, se repite el mismo procedimiento con la muestra de la zona crítica, pero se hace un filtro de tercia de octavas para tener una muestra más manejable (Octave Band Frequencies Octave Bands Octave Band Frequencies, n.d.). El espectro de interés de la muestra queda de la siguiente manera:

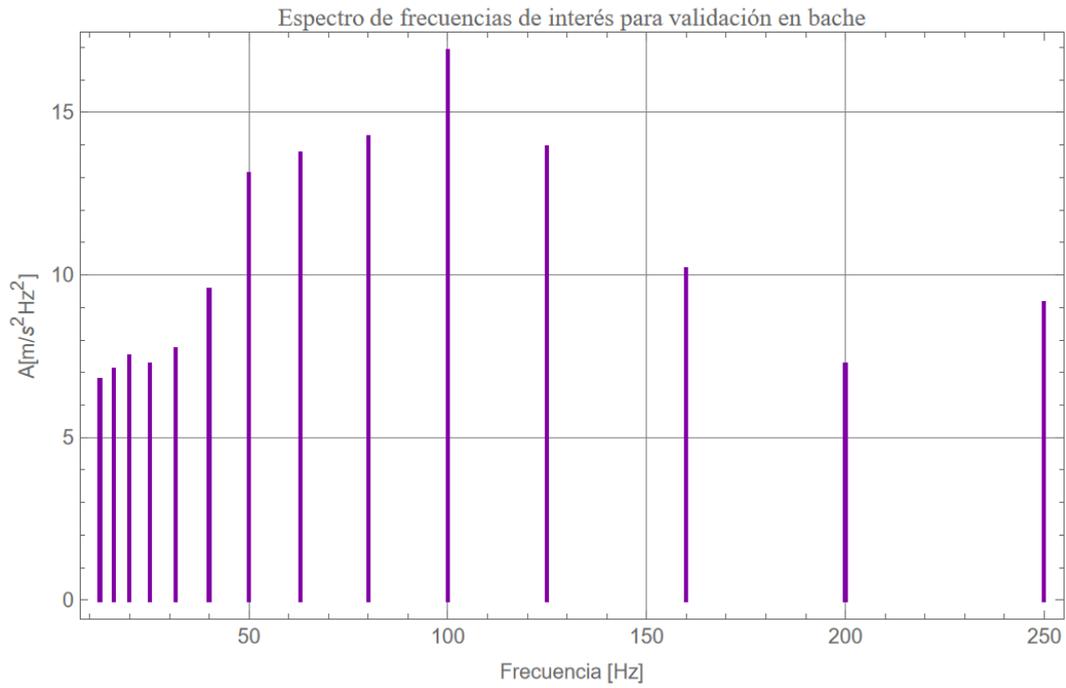


Imagen 4.7: Espectro de frecuencias de interés para validación en la zona crítica.

Para obtener los resultados se sigue un procedimiento similar con la muestra del circuito completo en donde obtenemos la frecuencia con mayor desplazamiento del sistema:

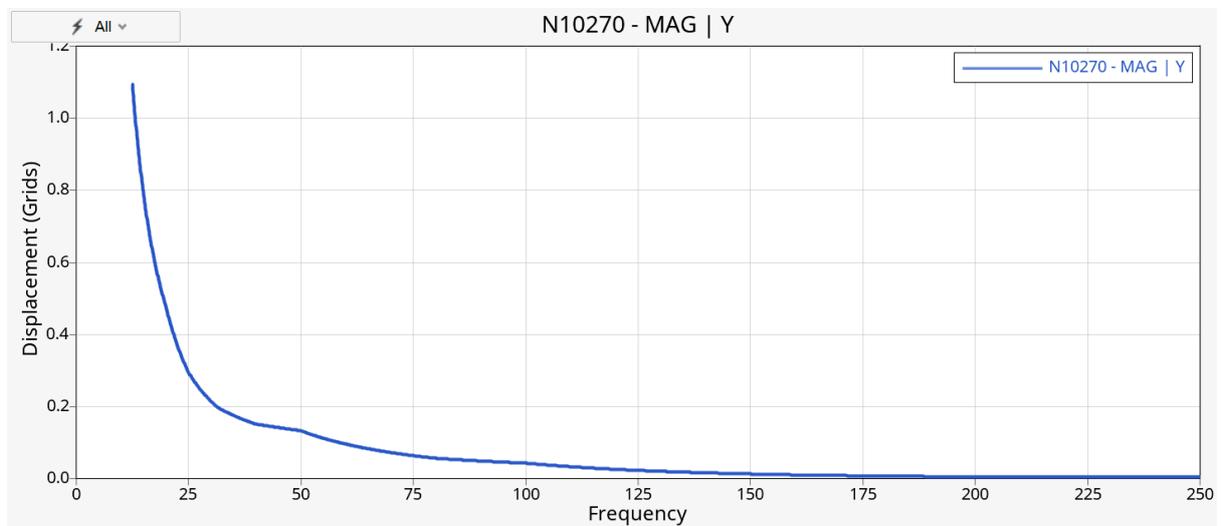


Imagen 4.8: Gráfica de desplazamiento [mm] contra frecuencia [Hz] del nodo en donde se aplica el espectro de frecuencia del resorte con la muestra de la zona crítica.

Como resultado se obtiene una frecuencia de interés de 12.5 [Hz] y, la otra, es la frecuencia de operación más significativa para el set de datos de la zona crítica que es $\omega_0 = 100$ [Hz].

Con ello, se obtienen los siguientes resultados del análisis:

Primero para la frecuencia 12.5 [Hz]:

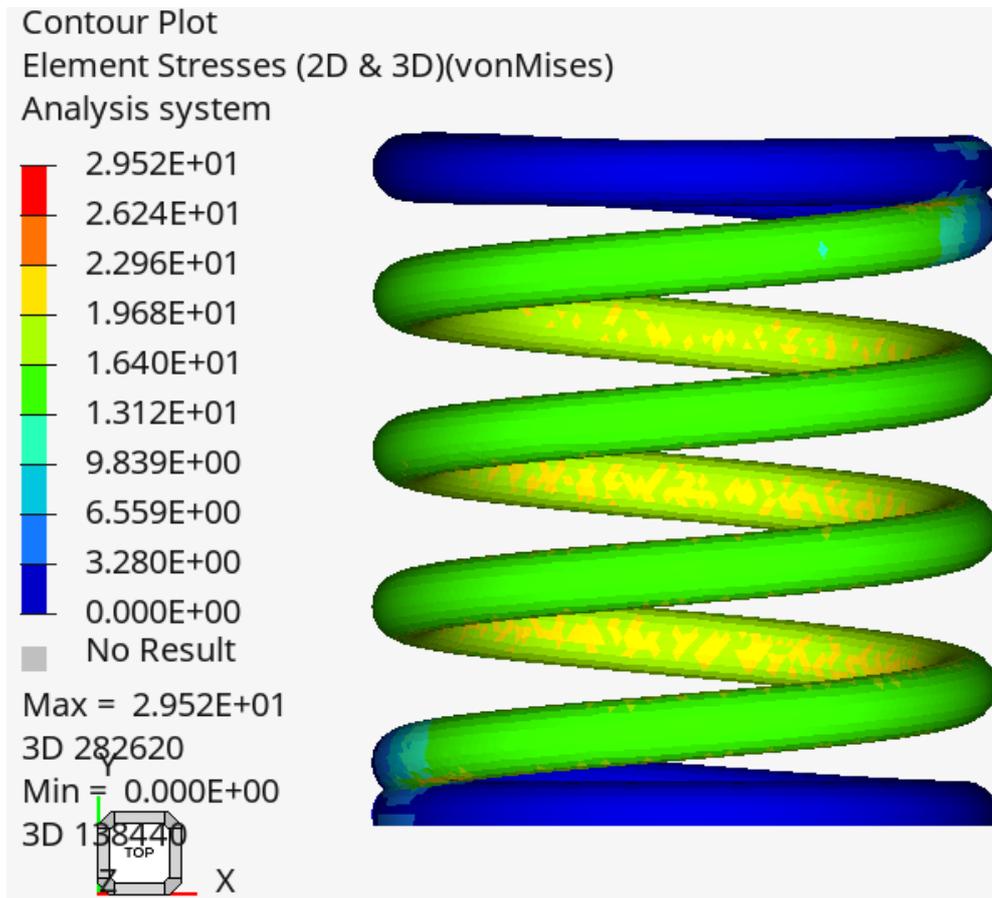


Imagen 4.9: Esfuerzo de Von Mises [MPa] en el resorte de la suspensión a 12.5 [Hz] en muestra de la zona crítica.

Y luego para 100 [Hz]:

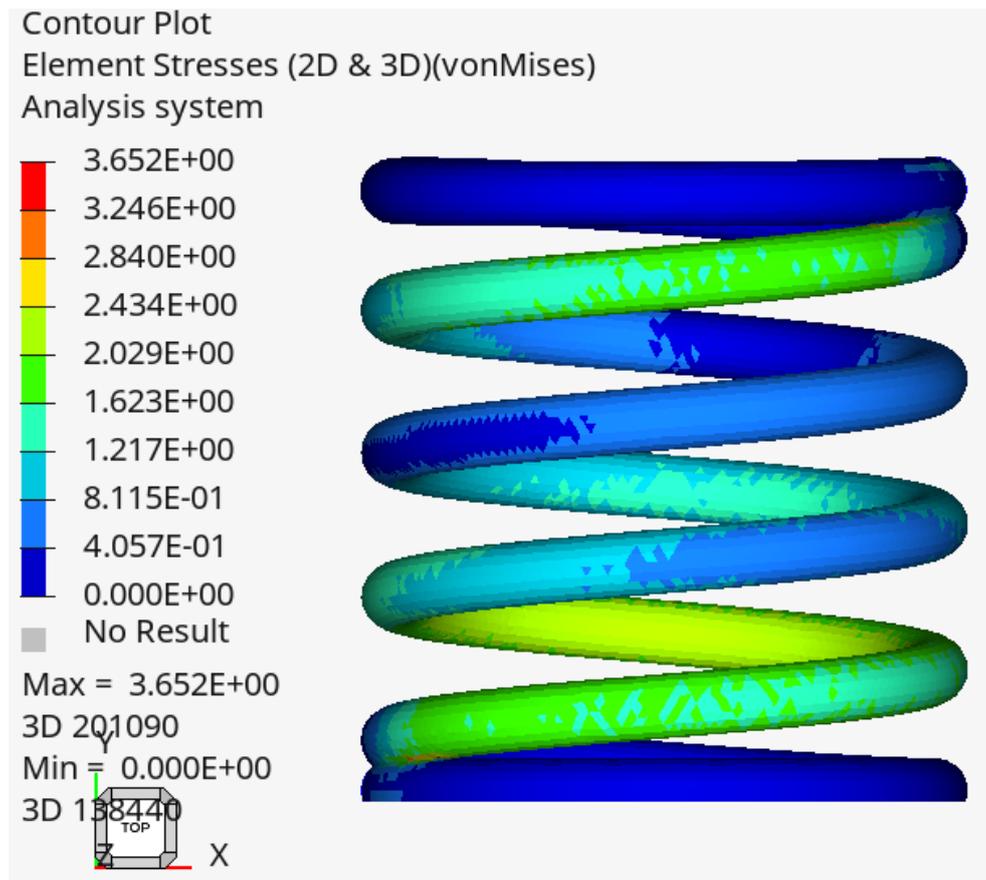


Imagen 4.10: Esfuerzo de Von Mises [MPa] en el resorte de la suspensión a 100 [Hz] en muestra de la zona crítica.

Nuevamente, comparando el esfuerzo de Von Mises de 1246 [MPa] en 0.82 [Hz] con la resistencia de fatiga, que es de 1922[MPa], se concluye que estructuralmente está validado y tendrá un correcto funcionamiento por muchos ciclos de operación con un factor de seguridad de 1.542.

Tabla resumen de resultados de validación estructural dinámica:

Frecuencia analizada [Hz]	Esfuerzo de Von Mises [MPa]	Pasa/No pasa
0.82	1246	Pasa
2.68	683.3	Pasa
12.5	29.52	Pasa
100	3.652	Pasa

Capítulo 5:
**Diseño y validación de la válvula de
amortiguamiento**

5. Diseño y validación de la válvula de amortiguamiento:

Como se expuso en el capítulo 2.5, la ecuación que representa a una válvula de flujo viscoso de una sola etapa es la siguiente:

$$F_D = \frac{8\pi\mu l(D^2 - D'^2)^2}{N*d^4} * (v) + \frac{\pi\rho(\zeta_1 + \zeta_2)(D^2 - D'^2)^3}{8N^2*d^4} * (v^2) \dots 5.1$$

Con esta ecuación se puede iterar hasta que nuestra velocidad de restitución le corresponda la fuerza de amortiguamiento correspondiente. Estos dos parámetros se calculan de la siguiente manera:

La frecuencia natural del sistema es:

$$\omega = 29.85 [Hz] \dots 5.2$$

La constante de amortiguamiento será:

$$c = 2 * \zeta * m * \omega = 3011.17 [N * s/m] \dots 5.3$$

Como primer paso, se da un valor cercano a la velocidad de restitución que podrá alcanzar y que, según la gráfica 3.5, se puede seleccionar arbitrariamente 1 [m/s]. Por lo que la fuerza de la suspensión *a priori* será:

$$F_{d1} = c * 0.1 = 301.117 [N] \dots 5.4$$

Para lo siguiente es necesario conocer la carrera del amortiguador, la cual se puede seleccionar al comparar con otros amortiguadores de la categoría seleccionada de 59 [mm]. También se requiere calcular el periodo característico:

$$P_{Caract} = \frac{1}{\omega_0} = \frac{1}{2.687} = 0.372158 [m] \dots 5.5$$

Con lo que se obtiene la velocidad de restitución característica:

$$v_r = \frac{\text{carreraAmortiguador}}{P_{Caract}} = \frac{59 \times 10^{-3}}{0.372158} = 0.158535 [m/s] \dots 5.6$$

Por tanto, la fuerza de amortiguamiento será:

$$F_D = c * v_r = 301.117 * 0.158535 = 477.376 [N] \dots 5.7$$

Con estas últimos dos cantidades comenzamos a iterar con los valores geométricos, manteniendo dimensiones lo más cerradas posibles para que sea manufacturable. Las dimensiones a las que se llegaron son las siguientes, considerando un aceite de viscosidad dinámica de 0.016 [Pa*s] y de 889 [Kg/m³] (*Suspension_Fluid_Tech_Info_2020*, n.d.) de densidad, y un factor ζ_1 y ζ_2 de 1 y 0.5 respectivamente, por recomendación experimental de parte del autor de la ecuación para estos tipos de amortiguadores.

- Largo de los agujeros: 10 [mm]
- Diámetro exterior del pistón: 61 [mm]
- Diámetro del agujero de la varilla: 10[mm]
- Número de agujeros: 3 [u]
- Diámetro de los agujeros de amortiguación: 3.5 [mm]

A continuación, se muestra una imagen representativa de la válvula de amortiguamiento:

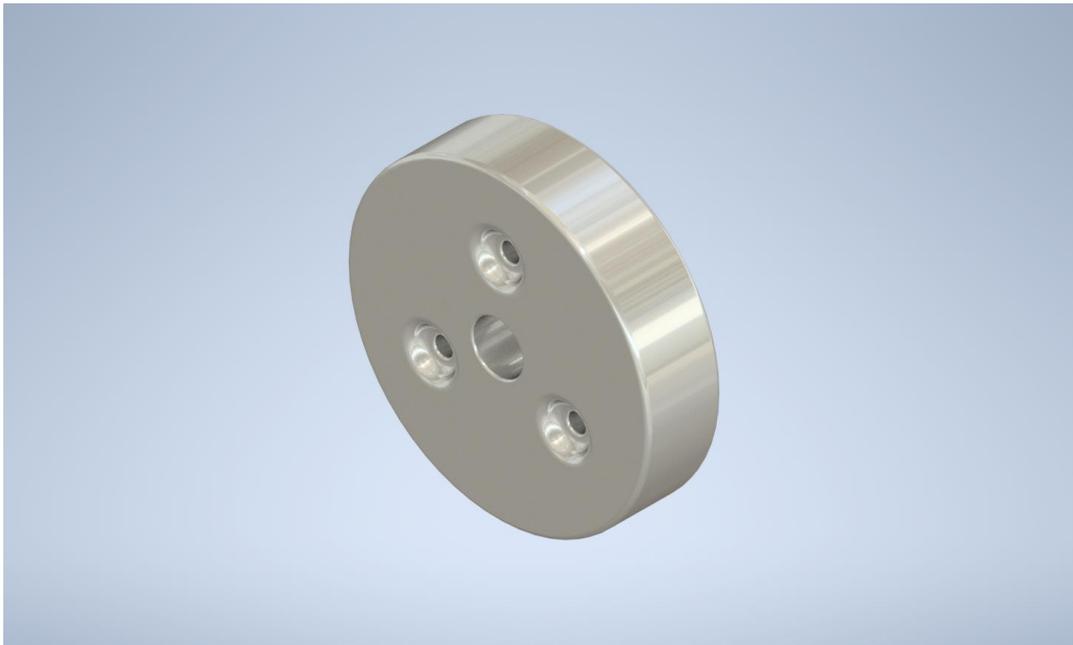


Imagen 5.1: Representación gráfica de la válvula de amortiguamiento diseñada.

Por lo tanto, la gráfica de fuerza de amortiguamiento contra velocidad de operación es:

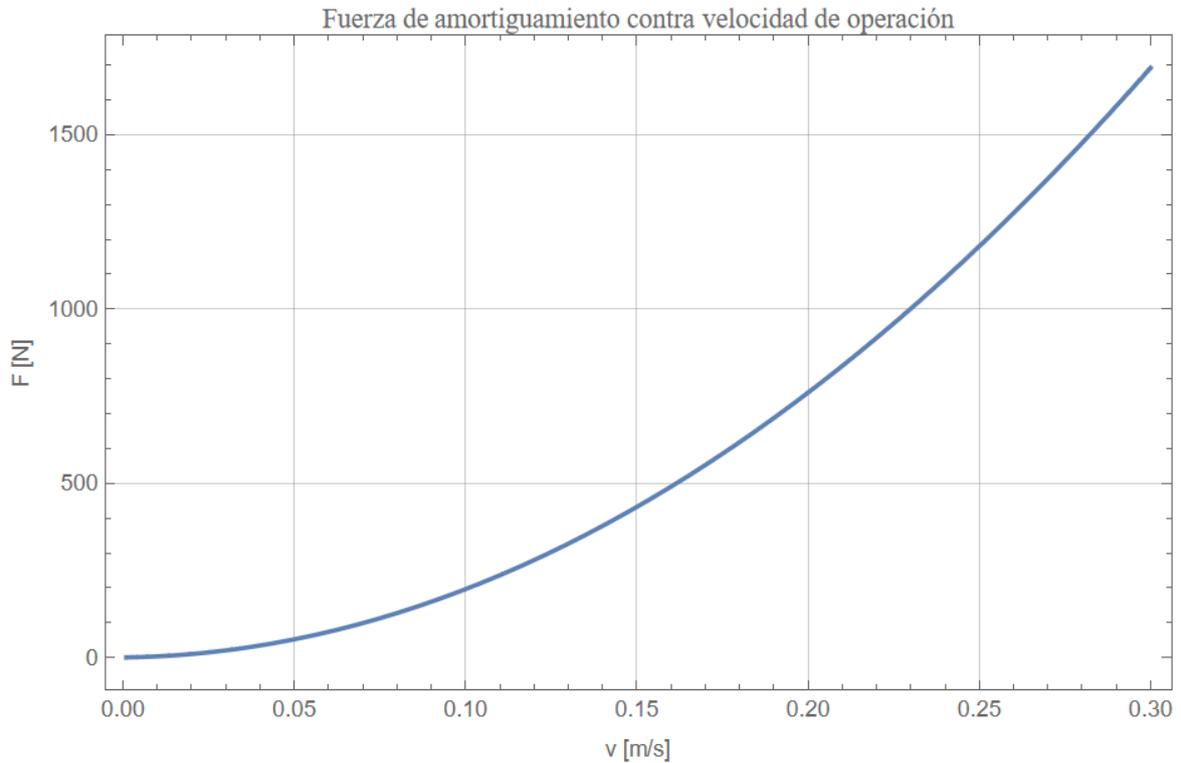


Imagen 5.2: Gráfica de fuerza de amortiguamiento contra velocidad de operación que describe el comportamiento de la válvula de la suspensión.

A continuación, se selecciona el material del cual estará compuesto el pistón de la válvula de la suspensión. Para esto nos apoyamos del diagrama de Ashby, en donde se usó las líneas guías para un diseño de masa mínimo con materiales isotrópicos para lograr que el sistema tenga poca inercia y así obtener una mejor respuesta. En consecuencia, se obtiene el siguiente diagrama con sus cotas correspondientes, sabiendo que el material deberá de ser de algún material metálico:

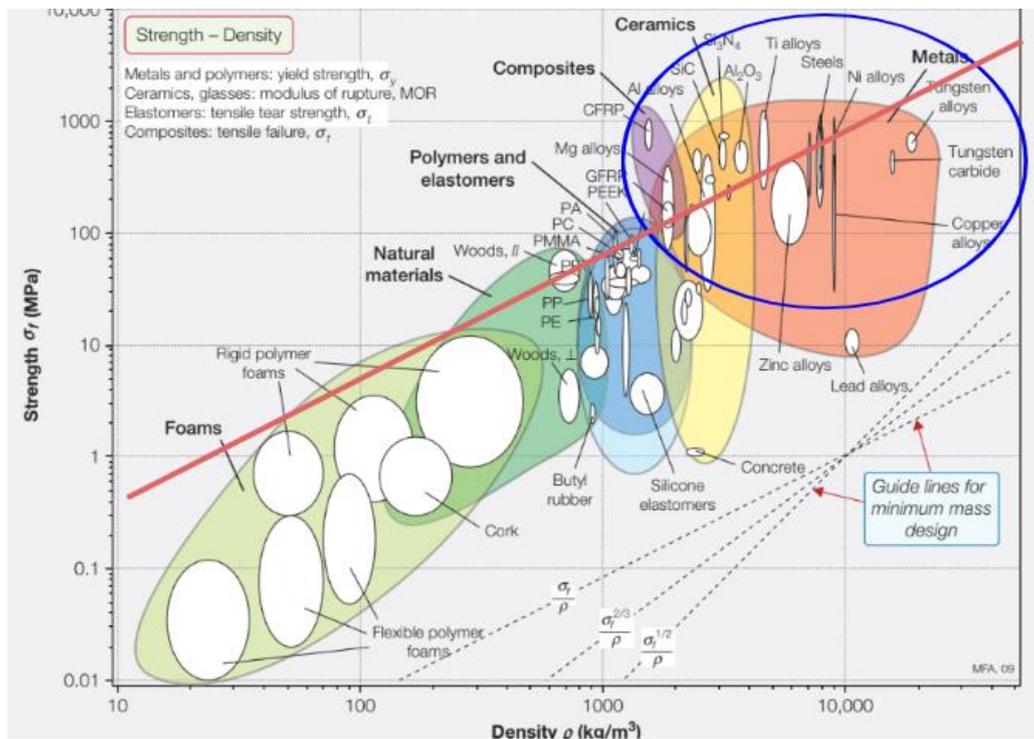


Imagen 5.3: Diagrama de Ashby en donde se usó la línea de diseño con masa mínima para materiales isotrópicos (rojo) y la zona de tipos de materiales utilizables (azul).

Con esto se comprueba que un gran espectro de aluminios cumple con la resistencia y mantiene una densidad mínima. Por esto, y porque el pistón estará sometido a un ambiente corrosivo, ya que estará rodeado de aceite, se escogió un aluminio 7075 T6, por su gran resistencia dentro de los aluminios, además de ser de las aleaciones más estables químicamente, por lo que la posibilidad de corrosión será mínima.

Las propiedades de interés del material son (*Servicios de Mecanizado CNC de Aluminio 7075-T6 _ Piezas Personalizadas _ Mecanizado AT, n.d.*):

- Módulo de Young: 71.7 [GPa]
- Ratio de Poisson: 0.33 [u]
- Densidad de 2.81 [Kg/m³]
- Resistencia a la fatiga: 153 [MPa]

Para la validación de la válvula se realiza un procedimiento similar al del resorte en el capítulo 4, pero con la diferencia de que no hay un empotramiento, si no que en el agujero de la varilla se restringe en 5 grados de libertad y queda libre el desplazamiento vertical que corresponde en este caso a “z” y, a su vez, se aplica el espectro de frecuencias en las paredes de los agujeros de amortiguación, e igualmente en el eje vertical, el cual se puede representar por el DCL:

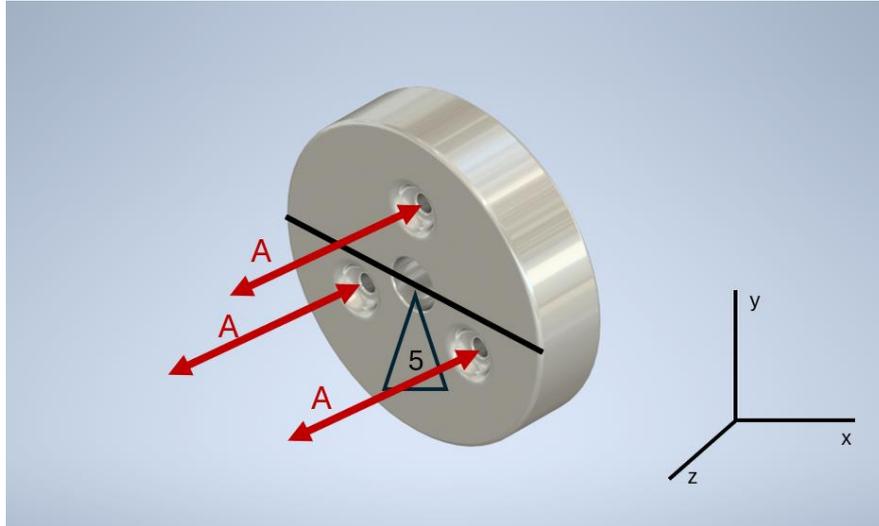


Imagen 5.4: DCL que representa la validación estructural de la válvula (el eje que no está restringido es el “y”, y es coaxial con las aceleraciones)

Primero se hizo con el espectro de frecuencia del circuito completo que se ve en la imagen 4.1. Igualmente, se obtiene la gráfica en donde se ve el desplazamiento del nodo en el que se aplica la aceleración y obtenemos que los resultados son prácticamente los mismos que con el resorte en este ámbito.

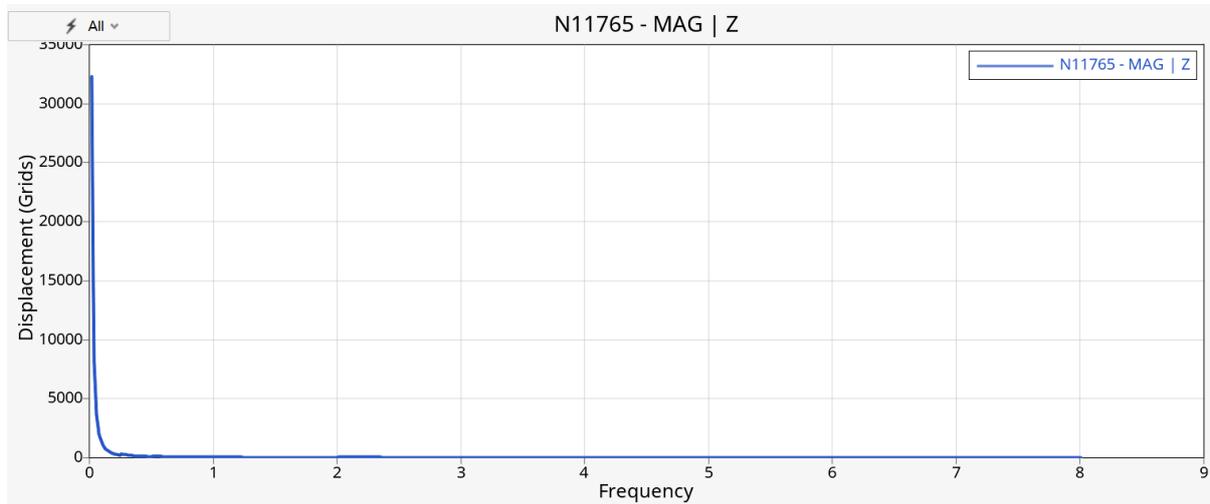


Imagen 5.5: Gráfica de desplazamiento [mm] contra frecuencia [Hz] del nodo en donde se aplica el espectro de frecuencia al pistón.

Con estos resultados nuevamente es posible observar que, en la frecuencia mínima de 0.02 [Hz], sucede lo mismo que en el resorte, por lo que en la frecuencia 0.8 [Hz] se tiene un punto crítico y también en la frecuencia $\omega_0 = 2.68$ [Hz], que es la frecuencia de operación más significativa.

Buscando estas frecuencias obtenemos el esfuerzo de Von Mises en nuestro sistema:

Como en el capítulo 4, primero en 0.8 [Hz]:

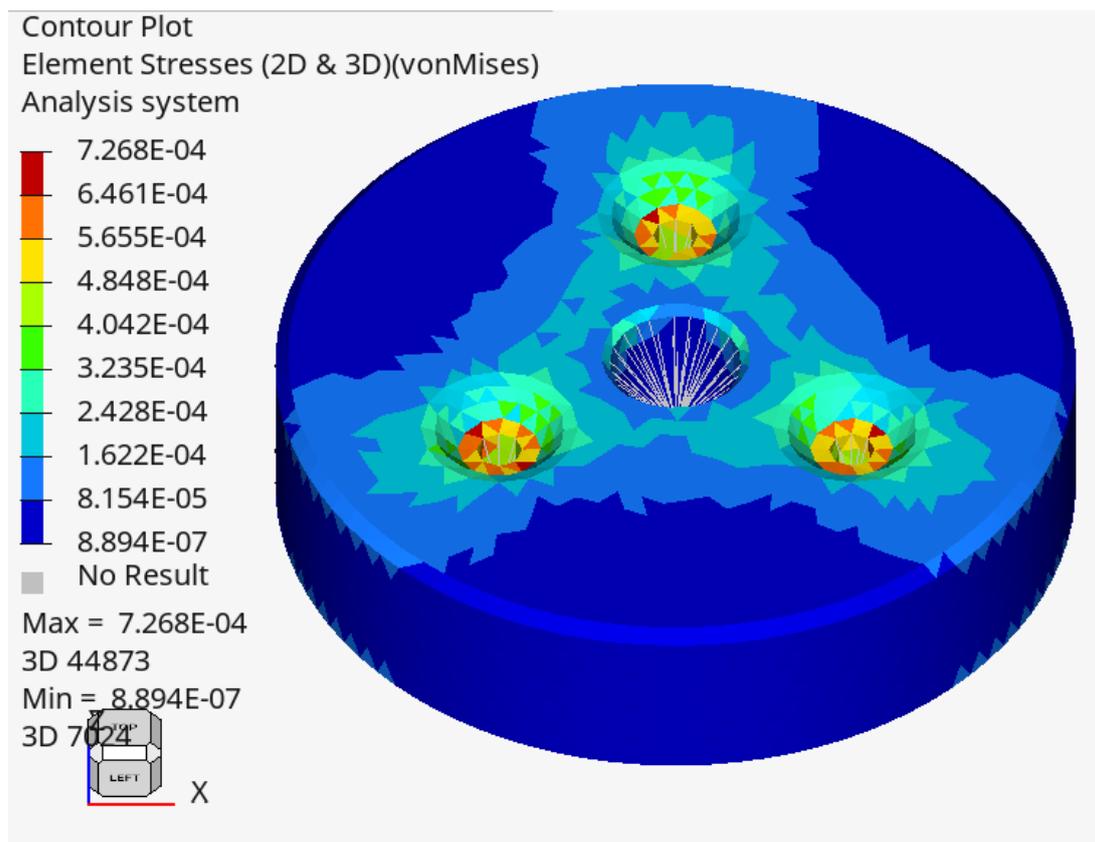


Imagen 5.6: Esfuerzo de Von Mises [MPa] en el pistón de la suspensión a 0.8 [Hz].

Y continuamos con 2.68 [Hz]:

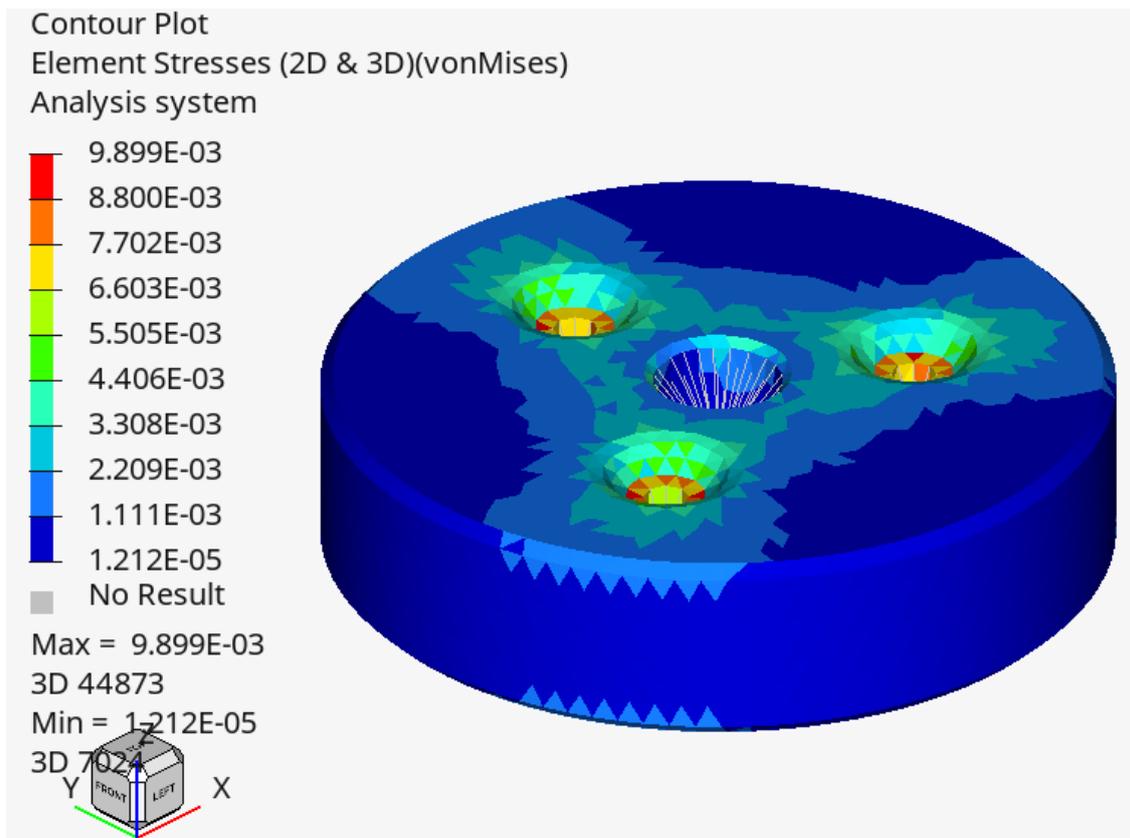


Imagen 5.7: Esfuerzo de Von Mises [MPa] en el pistón de la suspensión a 2.68 [Hz].

Al compararlo con el valor de la resistencia a fatiga, que es: 159 [MPa], es posible decir que este elemento soportará un alto número de ciclos sin que falle estructuralmente.

Posteriormente, se repite el mismo procedimiento, pero con la muestra de la zona crítica tomando como *input* el espectro de la gráfica 4.6.

Para frecuencias de interés se obtiene la gráfica de frecuencia contra desplazamiento del nodo en donde se aplica la aceleración:

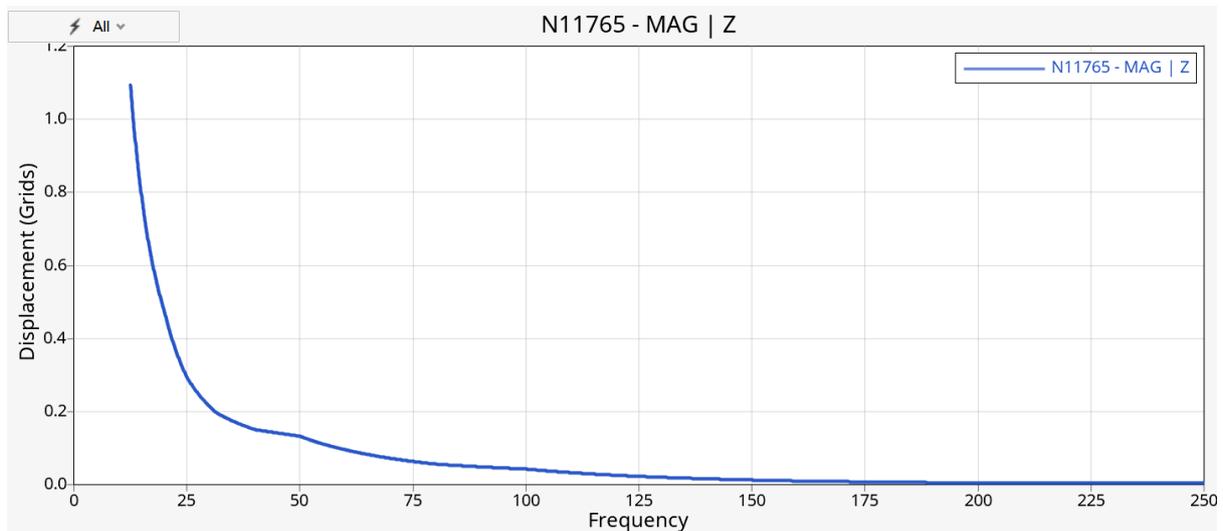


Imagen 5.8: Gráfica de desplazamiento [mm] contra frecuencia [Hz] del nodo en donde se aplica el espectro de frecuencia del pistón con la muestra de la zona crítica.

Según la gráfica, el mayor desplazamiento se encuentra en 12.5 [Hz] y sabemos que la frecuencia de operación más significativa se encuentra en 100 [Hz], por lo que obtenemos los siguientes resultados:

Para 12.5 [Hz]:

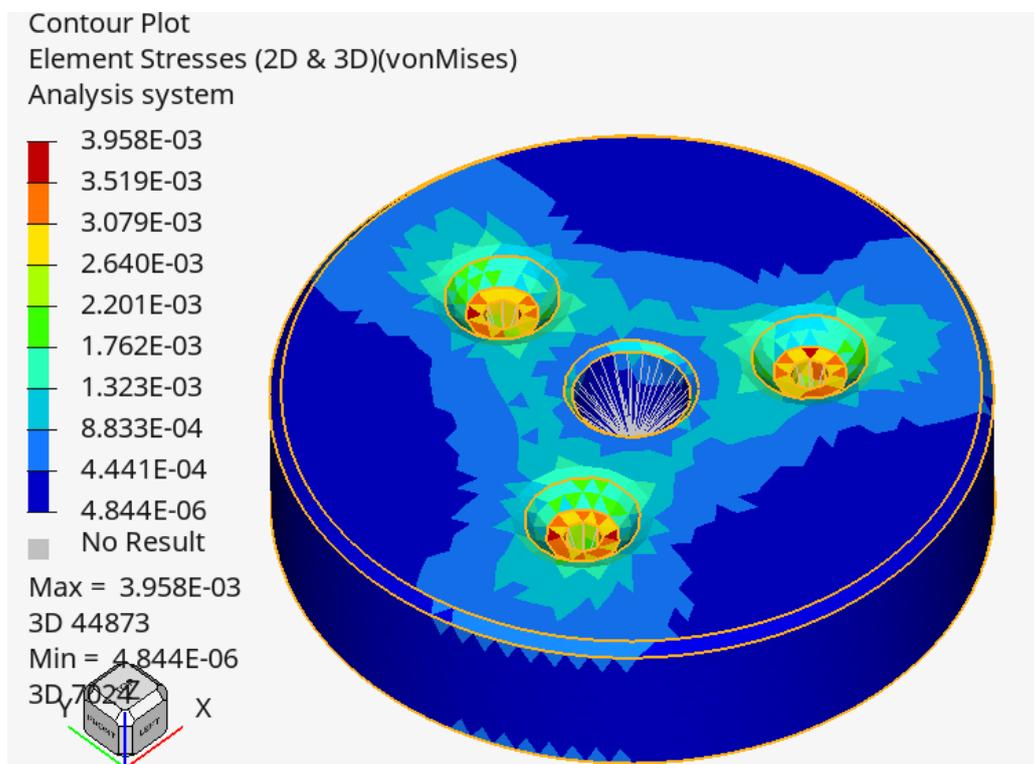


Imagen 5.9: Esfuerzo de Von Mises [MPa] en el pistón de la suspensión a 12.5 [Hz] en la muestra de la zona crítica.

Y 100 [Hz]:

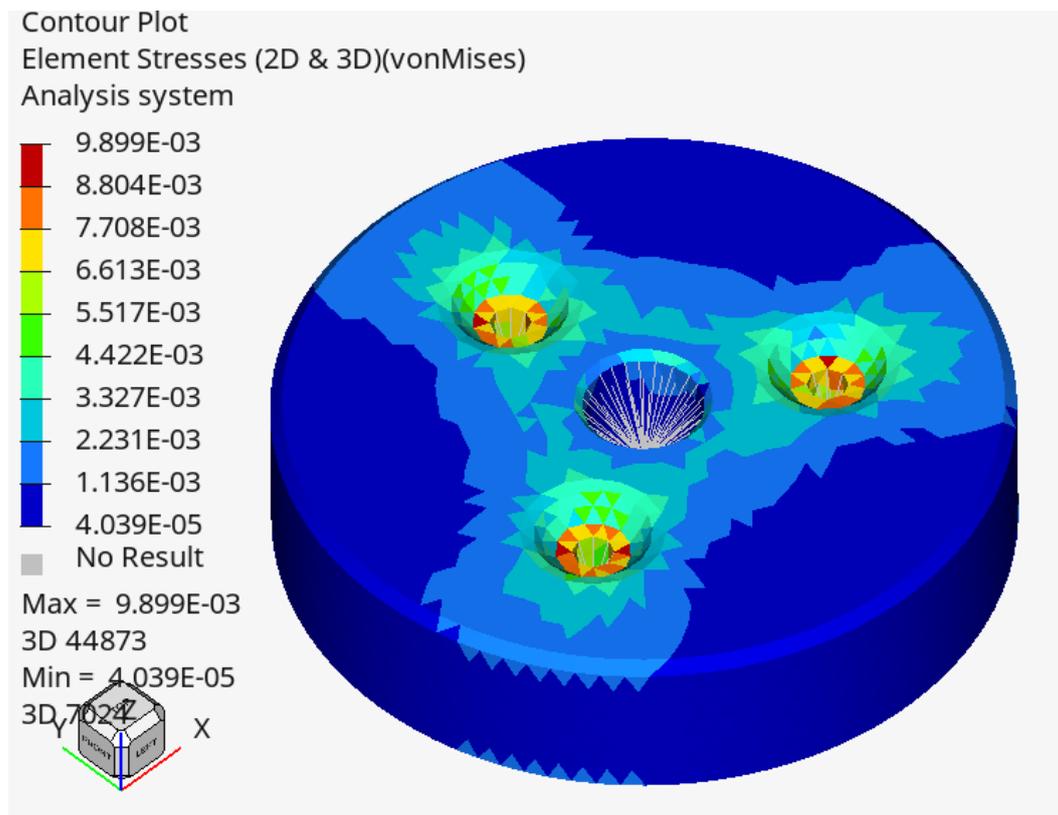


Imagen 5.10: Esfuerzo de Von Mises [MPa] en el pistón de la suspensión a 100 [Hz] en la muestra de la zona crítica.

Nuevamente comparando el esfuerzo de Von Mises, en el peor caso fue 0.009899 [MPa] en la frecuencia 2.68[Hz] y 100 [Hz], con el esfuerzo de cedencia de fatiga, que son 153 [MPa], por lo que es posible concluir que, estructuralmente, está validado, y que tendrá un correcto funcionamiento por muchos ciclos de operación y que, para el caso más extremo, tenemos un factor de seguridad de 15,454.

Tabla resumen de resultados de validación estructural dinámica:

Frecuencia analizada [Hz]	Esfuerzo de Von Mises [MPa]	Pasa/No pasa
0.82	7.268×10^{-3}	Pasa
2.68	9.899×10^{-3}	Pasa
12.5	3.958×10^{-3}	Pasa
100	9.89×10^{-3}	Pasa

Capítulo 6:

Conclusiones y trabajos futuros

6. Conclusiones y trabajos futuros:

En definitiva, se logró diseñar los componentes que dan el comportamiento fundamental de una suspensión, que es el almacenador de esfuerzos (el resorte), y el disipador de energía de flujo viscoso (el pistón que hace nuestra válvula), para una suspensión trasera que, en este caso, fue para una motocicleta tipo fórmula de baja cilindrada.

Para esto, fue necesario caracterizar la suspensión en una condición real, que en este estudio se realizó en el circuito de velocidad de Ecocentro, en Querétaro, Qro., con una motocicleta Yamaha R6. Se obtuvo que la frecuencia de operación más significativa en el circuito completo es de 2.68 [Hz] y, para un caso crítico, que es un bache en aceleración de final de curva con la motocicleta inclinada, es de 100.45 [Hz]. A su vez, se logró obtener la frecuencia normalizada, la magnificación y el desfase asociado a cada uno de los armónicos principales en este fenómeno. Con esta información y con las condiciones a las que operará la suspensión a diseñar, se logró entonar la constante elástica que deberá tener el almacenador de esfuerzos, la cual deberá ser igual o mayor a 52.5 [KN/m]. Esto es totalmente coherente debido a que coincide con los valores mínimos para los resortes usados en las suspensiones de las motocicletas de estas categorías.

Una vez entonada la suspensión, se prosiguió a hacer el cálculo y diseño del resorte, el cual se realizó guiándose de las recomendaciones dadas en el libro *Diseño Mecánico*, de Shigley, en donde se obtuvieron todos los parámetros que caracterizan a un resorte, los cuales son los siguientes:

- Diámetro primitivo: 99 [mm]
- Diámetro de alambre: 12 [mm]
- Número de espiras activas: 4 [u]
- Número de espiras totales: 6 [u]
- Paso: 24.798 [mm]
- Acero cromo-silicio SAE 9254 AL FG
- Módulo de Young E de 29.5 [Mpsi] ó 200 [GPa].
- Densidad ρ de 7.85 [Kg/m³]
- Ratio de Poisson de 0.29

Para el siguiente componente, que fue la válvula hidráulica compuesta por un pistón, se diseñó partiendo de la ecuación que caracteriza este componente, en donde al conocer la velocidad de restitución característica (0.1585 [m/s]), la fuerza de amortiguamiento en este punto (477.376 [N]), la viscosidad dinámica y densidad del aceite (0.016. [Pa*s] y 889 [Kg/m³] respectivamente), y los factores ζ_1 y ζ_2 de (1 y 0.5, respectivamente), se iteró hasta llegar a una curva en donde a la velocidad previamente vista se consiga su respectiva fuerza de amortiguamiento y se llegó a los siguientes parámetros:

- Largo de los agujeros: 10 [mm]
- Diámetro exterior del pistón: 61 [mm]
- Diámetro del agujero de la varilla: 10[mm]
- Número de agujeros: 3 [u]
- Diámetro de los agujeros de amortiguación: 3.5 [mm]

Continuando con el diseño del pistón, para la selección del material se utilizaron los diagramas de Ashby para elegir algún material isotrópico, en el que se escogió el aluminio 7075-T6 con las siguientes propiedades:

- Módulo de Young: 71.7 [GPa]
- Ratio de Poisson: 0.33 [u]
- Densidad de 2.81 [Kg/m^3]
- Esfuerzo de resistencia a la fatiga: 153 [MPa]

Para validar los componentes, primero, se simplificó el espectro de aceleraciones para que sea más manejable. Para el set de datos del circuito completo, se hizo de manera en donde los datos se muestran en bandas de frecuencia con la amplitud máxima que hay en ésta y, para la muestra en donde se analiza una sección crítica del circuito, se realizó un filtro de tercias de octavas. Con esto, se hicieron análisis por elementos finitos con el programa de HyperWorks, auxiliado del solver de Optistruct. En él se analizó el resorte en donde se empujó el extremo inferior y se aplicó el espectro de aceleraciones en la parte superior de tal modo que en ella se diera un movimiento vertical. Para la válvula de amortiguamiento se dejó libre únicamente el grado de libertad de desplazamiento vertical en el agujero de la varilla y se aplicó el espectro de aceleraciones en las paredes de los agujeros de amortiguamiento. Con esto se encontraron los valores de esfuerzo máximo que ambos componentes sufrirán y, al compararlo con el esfuerzo de cedencia de fatiga, se afirma que habrá un correcto funcionamiento estructural por un alto número de ciclos en donde el resorte tendrá un factor de seguridad de 1.542 y la válvula de 15,454.

Con base en lo anteriormente expuesto, se concluye que la suspensión diseñada tendrá un correcto funcionamiento en un circuito de velocidad para una motocicleta tipo fórmula de baja cilindrada y que cumplirá con los requerimientos estructurales dinámicos considerando el desgaste por fatiga.

Como trabajo futuro resultaría muy interesante diseñar una válvula de dos o tres fases, en donde cambie la función de amortiguamiento con respecto a la velocidad de operación. Esto resultaría muy importante debido a que en los amortiguadores de la categoría que se está estudiando por lo menos son de dos fases. El mayor reto de esto será encontrar o llegar a una expresión matemática que describa el funcionamiento de esta válvula, pero el resto del procedimiento sería muy similar.

Otro proyecto que podría ser posterior a este es el de calcular una validación con simulación tipo FSI, en donde se consideren los esfuerzos por la viscosidad del aceite al interactuar con la válvula. Esto no se realizó para mantener cierto grado de simplicidad y debido a una falta de recursos computacionales.

Por último, el hacer el empaquetamiento de los componentes, diseñar la carcasa y todos los componentes auxiliares para que la suspensión esté en un solo sistema, sería un proyecto muy interesante en donde se encontrarán retos completamente diferentes, los cuales rondarán la cuestión del acomodo de los componentes en un cuerpo compacto.

Capítulo 7:

Anexos

Contenido:

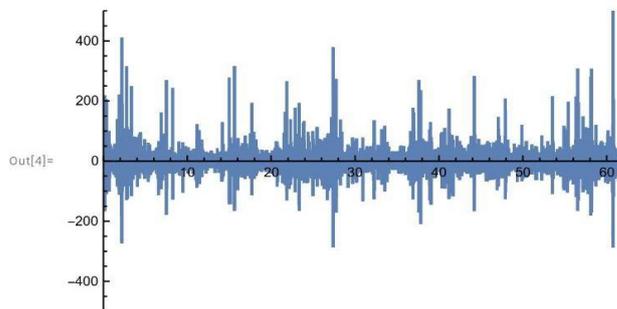
<u>a. Análisis espectral en circuito completo:</u>	83
<u>b. Análisis espectral en zona crítica (zona crítica):</u>	91
<u>c. Filtro de tercia de octavas para crear señal de entrada en análisis estructural al pasar por zona crítica:</u>	99
<u>d. Plano de resorte diseñado:</u>	104
<u>e. Plano de válvula de amortiguamiento diseñada:</u>	106

7. Anexos:

a. Análisis espectral en circuito completo:

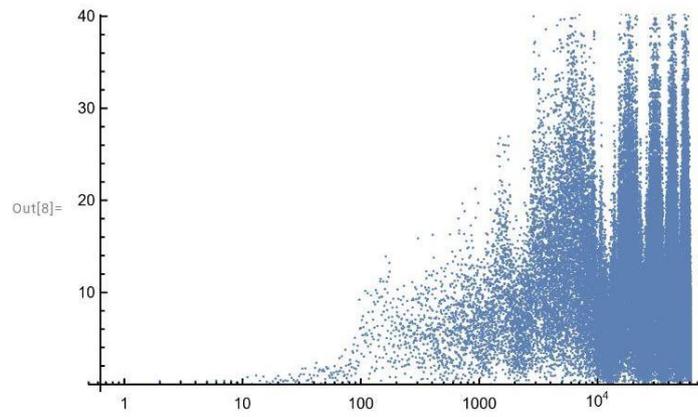
```
In[1]:= data =  
  Import["C:\Users\Santi\OneDrive\Escritorio\Tesis\DatosTeleRSusp\RearShockAcelB.csv"];  
  
In[2]:= dataB = Table[{data[[i, 1]], data[[i, 2]]}, {i, 1, Length[data]}];  
  
In[3]:= "Gráfica de entrada (tiempo [s] vs acel[m/s2])"  
ListPlot[dataB, Joined → True, PlotRange → {{0, 62}, {-500, 500}}]  
dataA = Table[dataB[[i, 2]], {i, 1, Length[dataB]}];  
Tdata = Abs[Fourier[dataA]];  
"Gráfica de Transformadas de Fourier Ac[m/s2Hz2] vs Pos"  
ListLogLinearPlot[Tdata]  
Sample = Table[Tdata[[i]], {i, 1, 500}];  
"Gráfica de la muestra de interés Ac[m/s2Hz2] vs Pos"  
ListPlot[Sample]  
"Muestra filtrada Ac[m/s2Hz2] vs Pos"  
SampleF = GaussianFilter[Sample, 20];  
ListPlot[SampleF, Joined → True]  
Maximos = Reverse[Sort[SampleF]];  
nArmonicos = 50;  
Contribuciones =  
  Table[{SampleF[[Position[SampleF, Maximos[[i]]][[1]][[1]]], Maximos[[i]]}, {i, 1, nArmonicos}];  
TableForm[Contribuciones,  
  TableHeadings → {None, {"Frecuencia[Hz]", "Amplitud A[ω0] [m/s2Hz2]}"}];  
DataSample = Abs[InverseFourier[SampleF]];
```

Out[3]= Gráfica de entrada (tiempo [s] vs acel[m/s²])

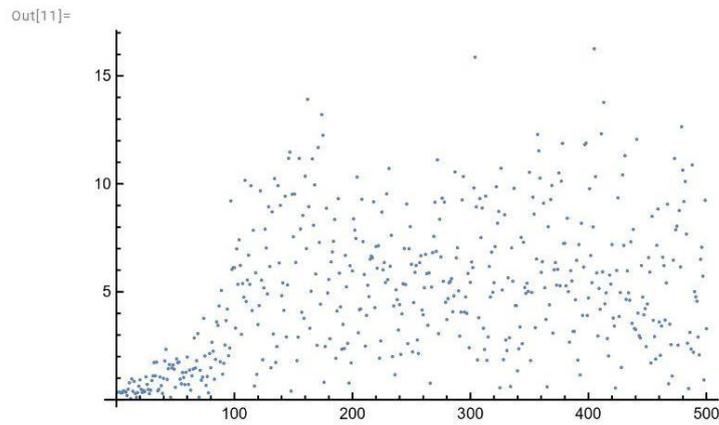


Out[4]=

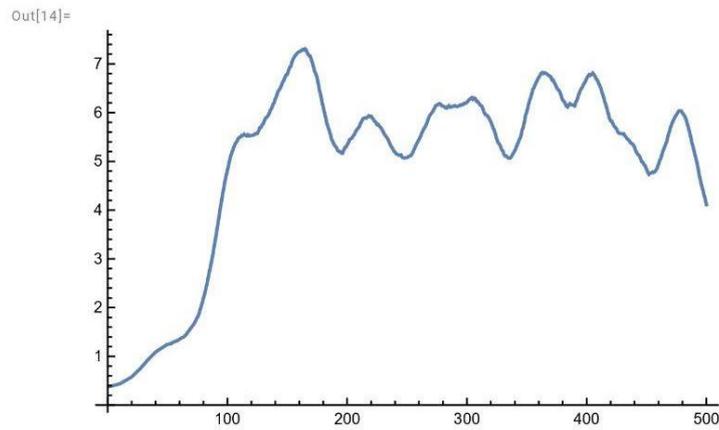
Out[7]= Gráfica de Transformadas de Fourier Ac[m/s²Hz²] vs Pos



Out[10]=
Gráfica de la muestra de interés $Ac [m/s^2 Hz^2]$ vs Pos



Out[12]=
Muestra filtrada $Ac [m/s^2 Hz^2]$ vs Pos



```

In[20]:= "Grafica de entrada (tiempo [s] vs acel[m/s2])"
Out[20]=
  Grafica de entrada (tiempo [s] vs acel[m/s2])

In[21]:= ΔT = data[[2, 1]] - data[[1, 1]];
          Δf =  $\frac{1}{\Delta T \text{Length}[dataA]}$ ;
          fmuestreo = 1 / ΔT;

In[24]:= Length[data];

In[25]:= TablaFrec = Table[i Δf, {i, 1, Length[Tdata]}];

In[26]:= TablaAcelFrec = Table[{TablaFrec[[i]], SampleF[[i]]}, {i, 1, Length[SampleF]}];

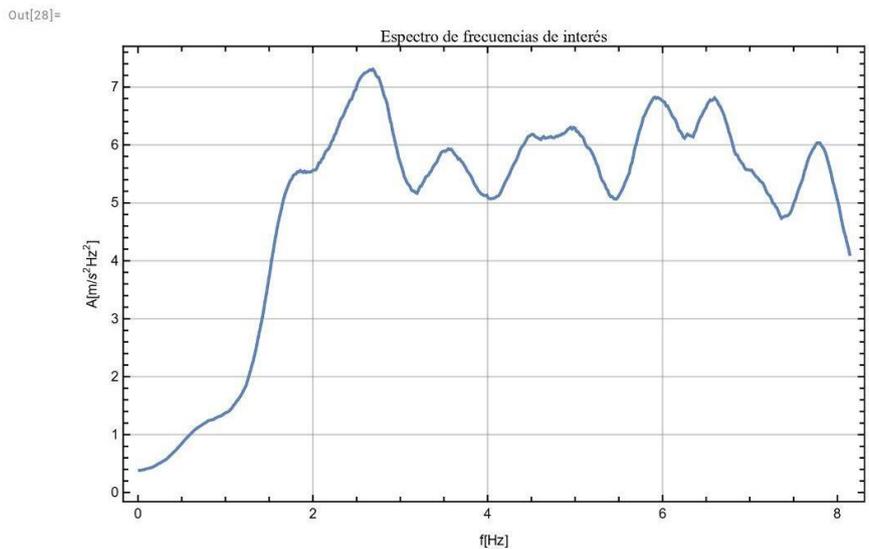
In[27]:= "Mestra filtrada Ac vs Frec[Hz]"
ListPlot[TablaAcelFrec, Joined → True, Frame → True,
  FrameLabel → {"f[Hz]", "A[m/s2Hz2"]}, GridLines → Automatic,
  PlotLabel → Style["Espectro de frecuencias de interés", FontFamily → "Times"]]

```

```

Out[27]=
  Mestra filtrada Ac vs Frec[Hz]

```



```

In[29]:=
In[30]:= Position[SampleF, Maximos[[1]]][[1]][1]
Out[30]=
  165

```

```

In[31]:= TablaFrec[[Position[SampleF, Maximos[[1]]][[1]][1]]
Out[31]=
  2.68703

```

```

In[32]:= TablaFrec;
In[33]:= Clear[i]
In[34]:= ContribucionesTotal = Table[{TablaFrec[[Position[SampleF, Maximos[[i]]][[1]][1]], Maximos[[i]],
  DataSample[[Position[SampleF, Maximos[[i]]][[1]][1]]}, {i, 1, nArmonicos}];
TableForm[ContribucionesTotal, TableHeadings →
  {None, {"Frecuencia[Hz]", "Amplitud A[ω0] [m/s2Hz2]", "Amplitud A[t] [m/s2"]}}]

```

Out[35]//TableForm=

Frecuencia[Hz]	Amplitud A [ω_0] [m/s ² Hz ²]	Amplitud A [t] [m/s ²]
2.68703	7.30728	0.0785289
2.65446	7.29716	0.102468
2.67075	7.28602	0.0972718
2.63818	7.27845	0.0966208
2.70332	7.27336	0.106544
2.62189	7.26059	0.0944176
2.60561	7.24853	0.09844
2.58932	7.23695	0.0963314
2.7196	7.21208	0.0963142
2.57304	7.21119	0.0998367
2.55675	7.18302	0.0991481
2.73589	7.17325	0.0813758
2.75217	7.16606	0.0957572
2.54047	7.14645	0.0945144
2.52418	7.10377	0.108757
2.76846	7.09514	0.0940742
2.5079	7.04515	0.114967
2.78474	7.01677	0.0965716
2.49161	6.95129	0.100839
2.47533	6.93122	0.107905
2.80103	6.92634	0.0945549
2.45904	6.85733	0.0933955
2.81731	6.83795	0.0944211
5.91147	6.82344	0.0981779
5.94404	6.81851	0.104583
6.59545	6.81122	0.144113
5.89519	6.80681	0.119313
5.96033	6.80582	0.108858
5.92776	6.80239	0.106325
5.97661	6.78931	0.110794
2.8336	6.78451	0.0874554
2.44276	6.78432	0.103373
6.61173	6.78273	0.118546
6.57916	6.78067	0.144516
6.54659	6.77704	0.141929
2.42647	6.77247	0.104321
5.9929	6.769	0.112159
6.56288	6.76444	0.143635
5.8789	6.76254	0.1094
6.00918	6.74907	0.114674
6.62802	6.74754	0.160412
6.53031	6.74355	0.144573
6.02547	6.73705	0.113331
5.86262	6.7213	0.115099
2.41019	6.72126	0.105174
2.84988	6.70955	0.0991536
6.51402	6.70503	0.133919
6.6443	6.68989	0.149408
5.84633	6.67687	0.11571
6.05804	6.67204	0.109046

```

In[36]:= AFourier = 
$$\sum_{i=1}^{nArmonicos} \text{ContribucionesTotal}[[i, 3]] \text{Sin}[2 \pi * \text{ContribucionesTotal}[[i, 1]] t];$$


Clear[Ωj, HΩj, φj]
f0 = 2.68;
m = 101;
ξ = 0.854;
k = 90 000;
ω0 = 2 * Pi * f0

ω = 
$$\sqrt{\frac{k}{m}}$$
 // N;

(*masa supuesta*)
FFourier = m AFourier // Simplify;
Ω[j_] := 
$$\frac{j \omega_0}{\omega}$$
;

H[Ω_, ξ_] := 
$$\frac{\sqrt{1 + (2 \xi \Omega)^2}}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2 \xi \Omega)^2}}$$
;

φ[Ω_, ξ_] := Module[{Angulo},
  Angulo = ArcTan[2 ξ Ω, 1 - Ω^2];
  Which[
    Angulo ≥ 0, Angulo,
    Angulo < 0, Angulo + 2 π
  ]
];

Ωj = Table[
$$\frac{2 \pi \text{ContribucionesTotal}[[j, 1]]}{\omega}$$
 // N, {j, 1, nArmonicos}];
HΩj = Table[H[Ωj[[j]], ξ], {j, 1, nArmonicos}];
φj = Table[φ[Ωj[[j]], ξ], {j, 1, nArmonicos}];
TableForm[Table[{j, Ωj[[j]], HΩj[[j]], φj[[j]]}, {j, 1, nArmonicos}],
  TableHeadings → {None, {"Armonico", "Ωj", "H(Ωj)", "φ[Ωj]"}]}
c_j = Table[HΩj[[j]] m ContribucionesTotal[[j, 3]], {j, 1, nArmonicos}];
TableForm[Table[{j, c_j[[j]]}, {j, 1, nArmonicos}],
  TableHeadings → {None, {"Armonico", "c_j"}}]

uForzada = 
$$\frac{1}{k} \left( \sum_{j=1}^{nArmonicos} c_j[[j]] \text{Sin}[j \omega_0 t - \phi_j[[j]]] \right);$$


Plot[uForzada, {t, 0, 62}, PlotRange → {{0, 62}, {-0.0035, 0.002}},
  Frame → True, GridLines → Automatic, FrameLabel → {"t[s]", "u(t) [m]"},
  PlotLabel → "Respuesta a excitación periódica"]

```

Out[42]=

16.8389

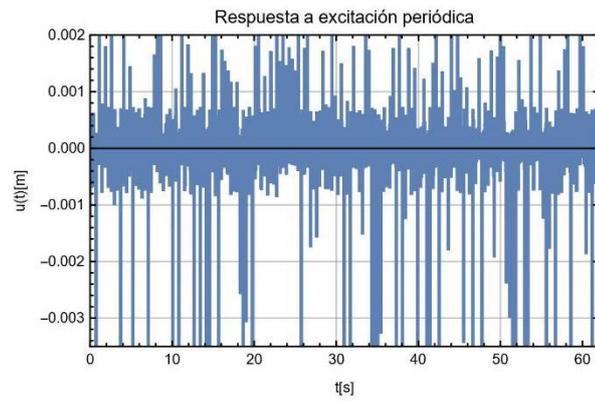
Out[51]//TableForm=

Armonico	Ω_j	$H(\Omega_j)$	$\varphi[\Omega_j]$
1	0.565578	1.17688	0.613442
2	0.558722	1.17506	0.62453
3	0.56215	1.17598	0.618982
4	0.555295	1.17412	0.630085
5	0.569006	1.17777	0.607909
6	0.551867	1.17317	0.635648
7	0.548439	1.1722	0.641218
8	0.545011	1.17122	0.646795
9	0.572433	1.17865	0.602385
10	0.541584	1.17022	0.652379
11	0.538156	1.16921	0.65797
12	0.575861	1.17951	0.596868
13	0.579289	1.18035	0.591359
14	0.534728	1.16818	0.663569
15	0.5313	1.16714	0.669173
16	0.582717	1.18117	0.585858
17	0.527873	1.16609	0.674785
18	0.586144	1.18198	0.580365
19	0.524445	1.16502	0.680403
20	0.521017	1.16394	0.686028
21	0.589572	1.18278	0.574881
22	0.517589	1.16284	0.691659
23	0.593	1.18355	0.569405
24	1.24427	1.07014	6.03073
25	1.25113	1.06736	6.02456
26	1.38824	1.01076	5.91043
27	1.24084	1.07153	6.03384
28	1.25455	1.06597	6.02149
29	1.2477	1.06875	6.02764
30	1.25798	1.06457	6.01844
31	0.596428	1.18431	0.563938
32	0.514162	1.16173	0.697296
33	1.39166	1.00934	5.90779
34	1.38481	1.01219	5.91307
35	1.37795	1.01503	5.9184
36	0.510734	1.16061	0.702939
37	1.26141	1.06317	6.01539
38	1.38138	1.01361	5.91573
39	1.23742	1.07292	6.03695
40	1.26484	1.06177	6.01236
41	1.39509	1.00792	5.90516
42	1.37453	1.01645	5.92108
43	1.26827	1.06037	6.00934
44	1.23399	1.0743	6.04008
45	0.507306	1.15947	0.708589
46	0.599855	1.18506	0.558479
47	1.3711	1.01788	5.92377
48	1.39852	1.0065	5.90254
49	1.23056	1.07568	6.04321
50	1.27512	1.05756	6.00333

Out[53]//TableForm=

Armonico	c_j
1	9.33436
2	12.1609
3	11.5533
4	11.4579
5	12.6739
6	11.1875
7	11.6545
8	11.3953
9	11.4656
10	11.8
11	11.7084
12	9.69431
13	11.4157
14	11.1514
15	12.8205
16	11.2229
17	13.5402
18	11.5288
19	11.8655
20	12.6851
21	11.2956
22	10.969
23	11.287
24	10.6115
25	11.2744
26	14.7121
27	12.9126
28	11.7199
29	11.4771
30	11.9128
31	10.461
32	12.1292
33	12.085
34	14.774
35	14.5503
36	12.2287
37	12.0437
38	14.7045
39	11.8551
40	12.2975
41	16.3299
42	14.8422
43	12.1374
44	12.4887
45	12.3166
46	11.8678
47	13.7676
48	15.1883
49	12.5712
50	11.6477

Out[55]=



b. Análisis espectral en zona crítica (zona crítica):

```
In[56]:= data = Import[
    "C:\Users\Santi\OneDrive\Escritorio\Tesis\DatosTeleSusp\RearShockAcelBache.csv"];

In[57]:= dataB = Table[{data[[i, 1]], data[[i, 2]]}, {i, 1, Length[data]}];

In[58]:= "Gráfica de entrada (tiempo [s] vs acel[m/s2])"
ListPlot[dataB, Joined → True, PlotRange → {{54, 56}, {-500, 500}}]
dataA = Table[dataB[[i, 2]], {i, 1, Length[dataB]}];
Tdata = Abs[Fourier[dataA]];
ListPlot[Tdata];
"Gráfica de Transformadas de Fourier Ac[m/s2Hz2] vs Pos"
ListLogLinearPlot[Tdata]
Sample = Table[Tdata[[i]], {i, 1, 500}];
"Gráfica de la muestra de interés Ac[m/s2Hz2] vs Pos"
ListPlot[Sample]
"Mestra filtrada Ac[m/s2Hz2] vs Pos"
SampleF = GaussianFilter[Sample, 20];
ListPlot[SampleF, Joined → True]
Maximos = Reverse[Sort[SampleF]];
nArmonicos = 50;
Contribuciones =
    Table[{SampleF[Position[SampleF, Maximos[[i]]][[1]][[1]]], Maximos[[i]]}, {i, 1, nArmonicos}];
TableForm[Contribuciones,
    TableHeadings → {None, {"Frecuencia[Hz]", "Amplitud A[ω0] [m/s2Hz2"]} }];
DataSample = Abs[InverseFourier[SampleF]];
```

Out[58]=

Gráfica de entrada (tiempo [s] vs acel[m/s²])

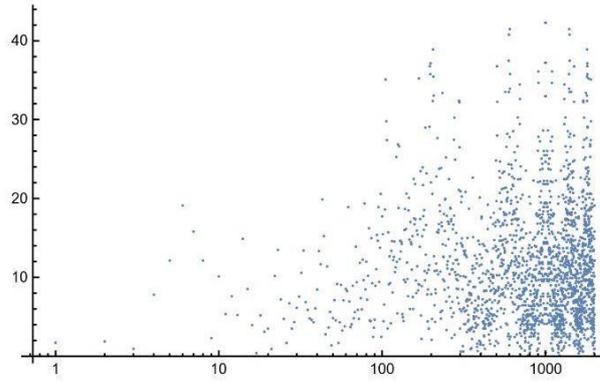
Out[59]=



Out[63]=

Gráfica de Transformadas de Fourier Ac[m/s²Hz²] vs Pos

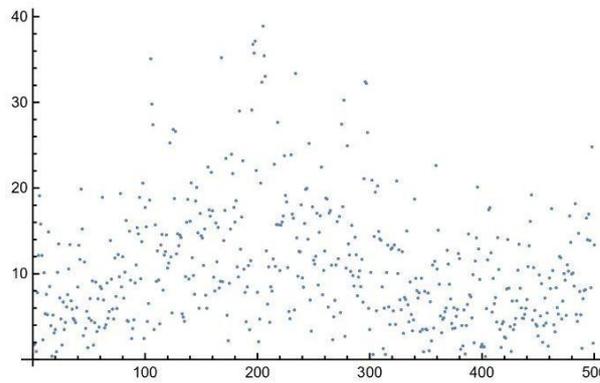
Out[64]=



Out[66]=

Gráfica de la muestra de interés $Ac [m/s^2 Hz^2]$ vs Pos

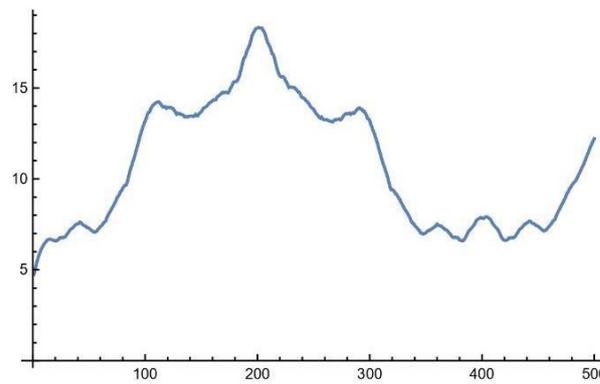
Out[67]=



Out[68]=

Mestra filtrada $Ac [m/s^2 Hz^2]$ vs Pos

Out[70]=



```

In[76]:= ΔT = data[[2, 1]] - data[[1, 1]];
          1
          Δf =  $\frac{\quad}{\Delta T \text{ Length}[dataA]}$ ;
          fmuestreo = 1 / ΔT;

In[79]:= Length[data];

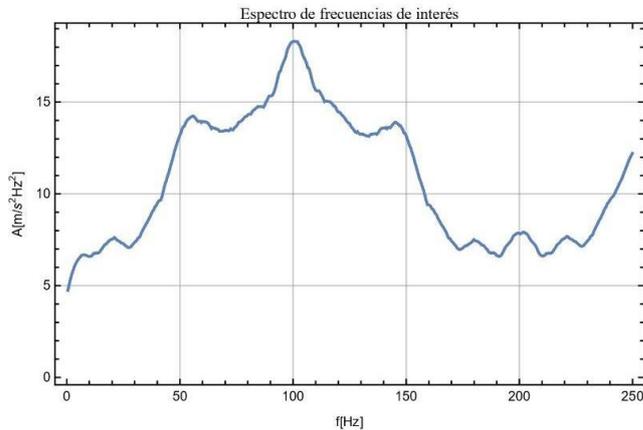
In[80]:= TablaFrec = Table[i Δf, {i, 1, Length[Tdata]}];

In[81]:= TablaAcelFrec = Table[{TablaFrec[[i]], SampleF[[i]]}, {i, 1, Length[SampleF]}];

In[82]:= ListPlot[TablaAcelFrec, Joined → True, Frame → True,
                  FrameLabel → {"f [Hz]", "A [m/s2Hz2"]}, GridLines → Automatic,
                  PlotLabel → Style["Espectro de frecuencias de interés", FontFamily → "Times"]]

```

Out[82]=



```
In[83]:= Position[SampleF, Maximos[[1]]][[1]][[1]]
```

Out[83]=

201

```
In[84]:= TablaFrec[[Position[SampleF, Maximos[[1]]][[1]][[1]]]
```

Out[84]=

100.45

```
In[85]:= TablaFrec;
```

```
In[86]:= Clear[i]
```

```

In[87]:= ContribucionesTotal = Table[{TablaFrec[[Position[SampleF, Maximos[[i]]][[1]][[1]]], Maximos[[i]],
                                     DataSample[Position[SampleF, Maximos[[i]]][[1]][[1]]], {i, 1, nArmonicos}}];
TableForm[ContribucionesTotal, TableHeadings →
          {None, {"Frecuencia [Hz]", "Amplitud A[ω0] [m/s2Hz2]", "Amplitud A[t] [m/s2"]}}]

```

Out[88]//TableForm=

Frecuencia [Hz]	Amplitud $A[\omega_0]$ [m/s^2Hz^2]	Amplitud $A[t]$ [m/s^2]
100.45	18.3232	0.186591
100.95	18.3061	0.159612
101.949	18.301	0.174597
101.449	18.2985	0.180213
99.95	18.2981	0.180353
99.4503	18.275	0.177926
98.9505	18.217	0.173891
102.449	18.1648	0.18127
98.4508	18.0977	0.178533
102.949	18.0912	0.210849
97.951	17.9825	0.17628
103.448	17.9378	0.178892
97.4513	17.8357	0.186864
103.948	17.7056	0.181483
96.9515	17.5711	0.172559
104.448	17.5099	0.182654
104.948	17.4071	0.16928
96.4518	17.3551	0.181799
105.447	17.2784	0.188821
95.952	17.2355	0.192457
105.947	17.121	0.17081
95.4523	17.0784	0.205679
94.9525	16.9187	0.200769
106.447	16.8933	0.179246
106.947	16.8494	0.175728
94.4528	16.6979	0.167642
107.446	16.6832	0.182259
93.953	16.6431	0.18064
93.4533	16.4421	0.201434
107.946	16.4242	0.160514
108.446	16.17	0.16341
92.9535	16.1522	0.180323
108.946	15.9512	0.174531
92.4538	15.9167	0.183434
109.445	15.7831	0.174357
91.954	15.6753	0.188626
109.945	15.6665	0.176726
111.444	15.6161	0.174834
110.945	15.6136	0.162337
110.445	15.6123	0.176828
111.944	15.5461	0.169017
91.4543	15.5167	0.190209
112.444	15.4042	0.194695
90.9545	15.3902	0.189283
90.4548	15.3455	0.176238
89.955	15.3422	0.233081
89.4553	15.3309	0.169994
112.944	15.313	0.201716
88.9555	15.2314	0.192965
113.443	15.1691	0.160515

```

In[89]:= AFourier =  $\sum_{i=1}^{nArmonicos} \text{ContribucionesTotal}[[i, 3]] \text{Sin}[2 \pi * \text{ContribucionesTotal}[[i, 1]] t];$ 

Clear[Ωj, HΩj, φj]
f0 = 100.45;
m = 101;
ξ = 1.313;
k = 90000;
ω0 = 2 * Pi * f0

ω =  $\sqrt{\frac{k}{m}}$  // N;

(*masa supuesta*)
FFourier = m AFourier // Simplify;

Ω[j_] :=  $\frac{j \omega_0}{\omega}$ ;

H[Ω_, ξ_] :=  $\frac{\sqrt{1 + (2 \xi \Omega)^2}}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2 \xi \Omega)^2}}$ 

φ[Ω_, ξ_] := Module[{Angulo},
  Angulo = ArcTan[2 ξ Ω, 1 - Ω²];
  Which[
    Angulo ≥ 0, Angulo,
    Angulo < 0, Angulo + 2 π
  ]
];

Ωj = Table[ $\frac{2 \pi \text{ContribucionesTotal}[[j, 1]]}{\omega}$  // N, {j, 1, nArmonicos}];
HΩj = Table[H[Ωj[[j]], ξ], {j, 1, nArmonicos}];
φj = Table[φ[Ωj[[j]], ξ], {j, 1, nArmonicos}];
TableForm[Table[{j, Ωj[[j]], HΩj[[j]], φj[[j]]}, {j, 1, nArmonicos}],
  TableHeadings → {None, {"Armonico", "Ωj", "H(Ωj)", "φ[Ωj]"}]}
cj = Table[HΩj[[j]] m ContribucionesTotal[[j, 3]], {j, 1, nArmonicos}];
TableForm[Table[{j, cj[[j]]}, {j, 1, nArmonicos}],
  TableHeadings → {None, {"Armonico", "cj"}}]
uForzada =  $\frac{1}{k} \left( \sum_{j=1}^{nArmonicos} c_j \text{Sin}[j \omega_0 t - \phi_j] \right)$ ;

Plot[uForzada, {t, 54, 56}, PlotRange → {{54, 56}, {-0.0002, 0.0002}},
  Frame → True, GridLines → Automatic, FrameLabel → {"t[s]", "u(t) [m]"},
  PlotLabel → "Respuesta a excitación periódica"]

```

Out[95]=

631.146

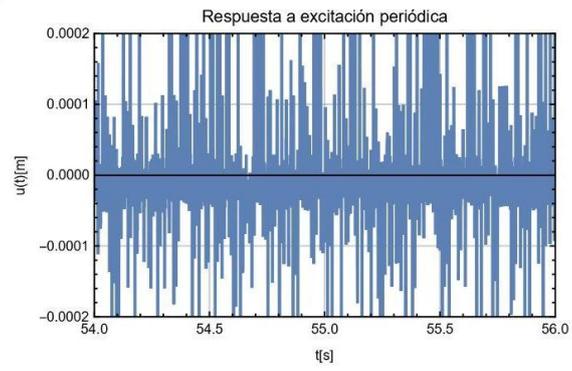
Out[104]//TableForm=

Armonico	Ω_j	$H(\Omega_j)$	$\varphi[\Omega_j]$
1	21.1431	0.123547	4.83623
2	21.2483	0.122941	4.83562
3	21.4586	0.121748	4.83442
4	21.3535	0.122342	4.83502
5	21.0379	0.124158	4.83685
6	20.9327	0.124775	4.83747
7	20.8275	0.125398	4.8381
8	21.5638	0.12116	4.83383
9	20.7223	0.126028	4.83873
10	21.669	0.120578	4.83324
11	20.6171	0.126664	4.83937
12	21.7742	0.120002	4.83266
13	20.5119	0.127306	4.84002
14	21.8794	0.11943	4.83209
15	20.4068	0.127955	4.84067
16	21.9846	0.118864	4.83152
17	22.0898	0.118304	4.83095
18	20.3016	0.12861	4.84133
19	22.195	0.117749	4.83039
20	20.1964	0.129273	4.842
21	22.3002	0.117198	4.82984
22	20.0912	0.129942	4.84268
23	19.986	0.130617	4.84336
24	22.4054	0.116653	4.82929
25	22.5105	0.116113	4.82875
26	19.8808	0.1313	4.84405
27	22.6157	0.115578	4.82821
28	19.7756	0.13199	4.84474
29	19.6704	0.132688	4.84544
30	22.7209	0.115048	4.82768
31	22.8261	0.114523	4.82715
32	19.5652	0.133392	4.84615
33	22.9313	0.114002	4.82662
34	19.46	0.134104	4.84687
35	23.0365	0.113486	4.8261
36	19.3549	0.134824	4.8476
37	23.1417	0.112975	4.82559
38	23.4572	0.111468	4.82407
39	23.3521	0.111966	4.82458
40	23.2469	0.112468	4.82508
41	23.5624	0.110975	4.82358
42	19.2497	0.135552	4.84833
43	23.6676	0.110486	4.82309
44	19.1445	0.136287	4.84907
45	19.0393	0.13703	4.84982
46	18.9341	0.137781	4.85058
47	18.8289	0.138541	4.85135
48	23.7728	0.110001	4.8226
49	18.7237	0.139309	4.85212
50	23.878	0.10952	4.82212

Out[106]//TableForm=

Armonico	c _j
1	2.32832
2	1.98192
3	2.14695
4	2.22681
5	2.26161
6	2.24227
7	2.20237
8	2.21823
9	2.27251
10	2.5678
11	2.25515
12	2.1682
13	2.40268
14	2.18914
15	2.23005
16	2.19282
17	2.02267
18	2.36151
19	2.24557
20	2.51282
21	2.02188
22	2.69935
23	2.64862
24	2.11187
25	2.06083
26	2.22316
27	2.12759
28	2.40812
29	2.69951
30	1.86515
31	1.89013
32	2.42942
33	2.00959
34	2.48453
35	1.9985
36	2.56856
37	2.01653
38	1.96833
39	1.8358
40	2.00864
41	1.89442
42	2.6041
43	2.17261
44	2.60547
45	2.43914
46	3.24353
47	2.37866
48	2.24108
49	2.71506
50	1.77554

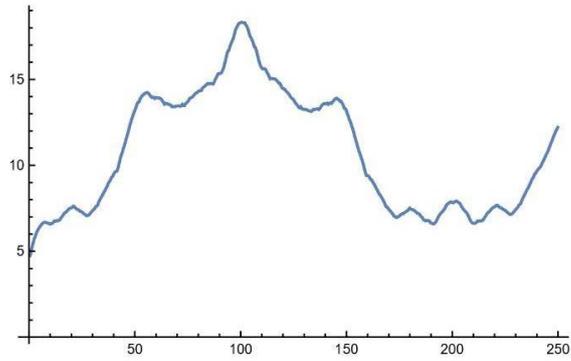
Out[108]=



c. Filtro de tercia de octavas para crear señal de entrada en análisis estructural al pasar por zona crítica:

```
In[ ]:= ListPlot[data, Joined -> True, PlotRange -> All]
```

Out[]:=



```

In[*]:= Sample1 = Table[data[[i, 2]], {i, 23, 28}]
M[1] = Mean[Sample1];
Out[*]=
{6.69086, 6.76362, 6.75397, 6.78453, 6.76388, 6.78924}

In[*]:= Sample2 = Table[data[[i, 2]], {i, 29, 35}]
M[2] = Mean[Sample2];
Out[*]=
{6.82302, 6.92519, 7.00042, 7.08734, 7.18446, 7.25034, 7.27398}

In[*]:= Sample3 = Table[data[[i, 2]], {i, 36, 44}]
M[3] = Mean[Sample3];
Out[*]=
{7.34974, 7.40713, 7.48325, 7.50015, 7.5349, 7.55125, 7.62506, 7.58662, 7.50978}

In[*]:= Sample4 = Table[data[[i, 2]], {i, 45, 56}]
M[4] = Mean[Sample4];
Out[*]=
{7.45829, 7.43503, 7.39709, 7.33001, 7.32133,
7.28956, 7.23451, 7.17078, 7.13847, 7.08485, 7.0678, 7.09705}

In[*]:= Sample5 = Table[data[[i, 2]], {i, 57, 71}]
M[5] = Mean[Sample5];
Out[*]=
{7.12949, 7.2266, 7.28476, 7.36351, 7.41829, 7.47773, 7.59463,
7.62824, 7.69476, 7.88153, 7.99954, 8.11878, 8.2226, 8.34017, 8.4502}

In[*]:= Sample6 = Table[data[[i, 2]], {i, 71, 89}]
M[6] = Mean[Sample6];
Out[*]=
{8.4502, 8.55276, 8.6862, 8.79128, 8.95528, 9.05312, 9.14575, 9.30498, 9.35035, 9.48629,
9.59222, 9.64544, 9.65749, 9.79912, 10.057, 10.3113, 10.5564, 10.7179, 10.9459}

In[*]:= Sample7 = Table[data[[i, 2]], {i, 90, 112}]
M[7] = Mean[Sample7];
Out[*]=
{11.1142, 11.3372, 11.5681, 11.7771, 11.9961, 12.2466, 12.4646,
12.6619, 12.865, 13.02, 13.196, 13.3339, 13.5487, 13.6616, 13.6852,
13.8549, 13.9661, 14.0541, 14.092, 14.1597, 14.1997, 14.2309, 14.2359}

In[*]:= Sample8 = Table[data[[i, 2]], {i, 113, 141}]
M[8] = Mean[Sample8];
Out[*]=
{14.1831, 14.1035, 14.0231, 13.9483, 13.9564, 13.9609, 13.8902, 13.943, 13.9426, 13.9148,
13.9238, 13.8949, 13.855, 13.7547, 13.6715, 13.5594, 13.6146, 13.5858, 13.5836, 13.5408,
13.5333, 13.5051, 13.4144, 13.4066, 13.4168, 13.4106, 13.4419, 13.4569, 13.4614}

```

```

In[9]:= Sample9 = Table[data[[i, 2]], {i, 142, 178}]
M[9] = Mean[Sample9];

Out[9]=
{13.4564, 13.4316, 13.462, 13.545, 13.4882, 13.4811, 13.583, 13.6376, 13.6996, 13.7857,
 13.9007, 13.9237, 13.9591, 14.0093, 14.0792, 14.1633, 14.2112, 14.2346, 14.299,
 14.3441, 14.3327, 14.3568, 14.4907, 14.5567, 14.5881, 14.6582, 14.6993, 14.7639,
 14.7451, 14.7525, 14.7662, 14.7445, 14.727, 14.833, 14.9911, 15.0806, 15.2314}

In[10]:= Sample10 = Table[data[[i, 2]], {i, 179, 224}]
M[10] = Mean[Sample10];

Out[10]=
{15.3309, 15.3422, 15.3455, 15.3902, 15.5167, 15.6753, 15.9167, 16.1522, 16.4421, 16.6431,
 16.6979, 16.9187, 17.0784, 17.2355, 17.3551, 17.5711, 17.8357, 17.9825, 18.0977,
 18.217, 18.275, 18.2981, 18.3232, 18.3061, 18.2985, 18.301, 18.1648, 18.0912,
 17.9378, 17.7056, 17.5099, 17.4071, 17.2784, 17.121, 16.8933, 16.8494, 16.6832,
 16.4242, 16.17, 15.9512, 15.7831, 15.6665, 15.6123, 15.6136, 15.6161, 15.5461}

In[11]:= Sample11 = Table[data[[i, 2]], {i, 225, 282}]
M[11] = Mean[Sample11];

Out[11]=
{15.4042, 15.313, 15.1691, 15.0233, 15.0493, 15.0618, 15.0338, 15.0276, 15.014, 14.9508,
 14.8914, 14.7902, 14.786, 14.6825, 14.5358, 14.4649, 14.4514, 14.4145, 14.313, 14.2642,
 14.192, 14.1197, 14.0048, 13.9309, 13.8767, 13.8324, 13.7163, 13.6189, 13.5504,
 13.4719, 13.3721, 13.3387, 13.3997, 13.3098, 13.2559, 13.257, 13.2557, 13.2562, 13.215,
 13.1944, 13.1585, 13.1538, 13.1324, 13.201, 13.256, 13.2445, 13.2678, 13.2773, 13.2902,
 13.2442, 13.306, 13.3988, 13.4972, 13.5573, 13.5911, 13.5828, 13.5865, 13.6173}

In[12]:= Sample12 = Table[data[[i, 2]], {i, 283, 356}]
M[12] = Mean[Sample12];

Out[12]=
{13.5485, 13.6059, 13.637, 13.6021, 13.6757, 13.7671, 13.8367, 13.8944, 13.9022, 13.8427,
 13.8192, 13.7299, 13.7273, 13.6208, 13.519, 13.3295, 13.3025, 13.2095, 12.9896,
 12.8507, 12.6499, 12.5269, 12.3147, 12.1383, 11.9297, 11.6804, 11.4779, 11.2522,
 11.0365, 10.8219, 10.6687, 10.4704, 10.2965, 10.0887, 9.8318, 9.59266, 9.40753,
 9.40789, 9.37555, 9.30137, 9.17477, 9.15429, 9.03586, 8.92712, 8.85725, 8.69477,
 8.59486, 8.47462, 8.34896, 8.26613, 8.1723, 8.0698, 7.95956, 7.83962, 7.66865, 7.57455,
 7.55577, 7.44593, 7.37563, 7.32517, 7.2283, 7.17679, 7.06071, 7.0156, 6.97136,
 6.96864, 7.01574, 7.0361, 7.10475, 7.15022, 7.18753, 7.18653, 7.24421, 7.29505}

```

```

In[*]:= Sample13 = Table[data[[i, 2]], {i, 357, 448}]
M[13] = Mean[Sample13];

```

```

Out[*]=
{7.32296, 7.36738, 7.44685, 7.51192, 7.44861, 7.4389, 7.41026, 7.39223, 7.32946, 7.28812,
7.21399, 7.20522, 7.1663, 7.08437, 7.00801, 6.95461, 6.83897, 6.80664, 6.76827,
6.80027, 6.77292, 6.78375, 6.72969, 6.6396, 6.62494, 6.59684, 6.60032, 6.65103,
6.74219, 6.86238, 6.99453, 7.10611, 7.18379, 7.25109, 7.31667, 7.39756, 7.46767,
7.59744, 7.70851, 7.76473, 7.81, 7.84926, 7.87465, 7.84944, 7.81836, 7.85768,
7.90247, 7.92265, 7.88754, 7.84822, 7.80699, 7.72636, 7.60064, 7.50875, 7.42046,
7.35728, 7.28527, 7.2285, 7.11215, 6.98209, 6.83192, 6.73026, 6.65539, 6.62712,
6.61911, 6.6332, 6.6752, 6.7575, 6.75516, 6.77424, 6.7629, 6.76386, 6.8052, 6.88081,
6.97703, 7.06795, 7.17482, 7.25716, 7.29371, 7.36225, 7.44028, 7.51669, 7.53913,
7.58292, 7.61398, 7.68162, 7.67824, 7.60798, 7.55295, 7.53517, 7.50857, 7.43914}

```

```

In[*]:= Sample14 = Table[data[[i, 2]], {i, 449, 500}]
M[14] = Mean[Sample14];

```

```

Out[*]=
{7.418, 7.39554, 7.3354, 7.27837, 7.22952, 7.17692, 7.14179, 7.15764, 7.18676,
7.26287, 7.33812, 7.40577, 7.48206, 7.54527, 7.66477, 7.72379, 7.77535,
7.96103, 8.08563, 8.22014, 8.33269, 8.46322, 8.59333, 8.67913, 8.82705,
8.9406, 9.10018, 9.22876, 9.30651, 9.48199, 9.53248, 9.65085, 9.72824, 9.81578,
9.86477, 9.96007, 10.091, 10.2272, 10.3421, 10.4755, 10.6182, 10.7354, 10.8642,
11.0348, 11.1969, 11.3463, 11.5026, 11.6782, 11.8219, 11.9682, 12.0813, 12.209}

```

```

In[*]:= VFy = Table[M[i], {i, 1, 14}];

```

```

In[*]:= VFx = {12.5, 16, 20, 25, 31.5, 40, 50, 63, 80, 100, 125, 160, 200, 250};

```

```

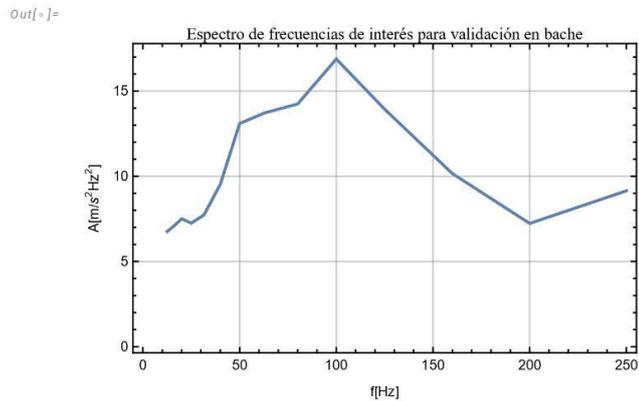
In[*]:= VFt = Table[{VFx[[i]], VFy[[i]]}, {i, 1, 14}];

```

```

In[*]:= ListPlot[VFt, Joined -> True, Frame -> True,
FrameLabel -> {"f [Hz]", "A [m/s²Hz²]"}, GridLines -> Automatic, PlotLabel -> Style[
"Espectro de frecuencias de interés para validación en bache", FontFamily -> "Times"]]

```

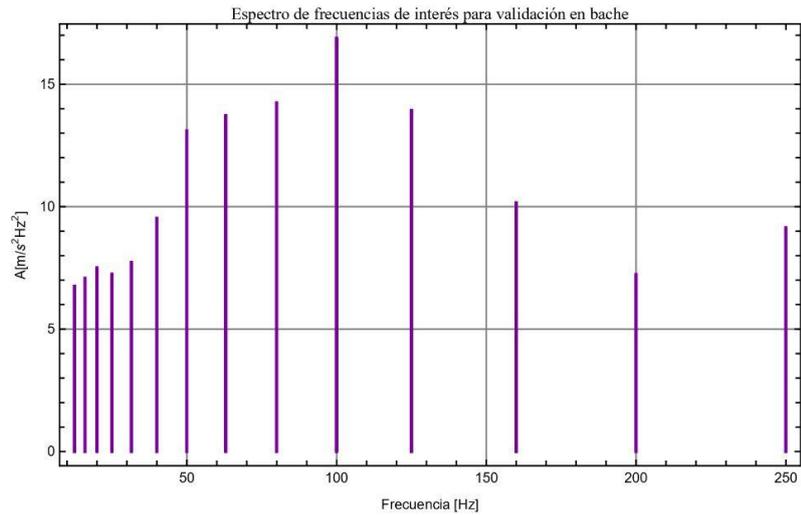


```

In[ ]:= Graphics[{{EdgeForm[{{Thick, RGBColor[0.5, 0, 0.64]}]},
  Rectangle[{{#1 - 0.05, 0}, {#1 + 0.01, #2 + 0.0005}] &@@@VFt}, Frame → True,
  AspectRatio → 0.6, FrameLabel → {"Frecuencia [Hz]", "A[m/s2Hz2]}"},
  GridLines → Automatic, PlotLabel → Style[
    "Espectro de frecuencias de interés para validación en bache", FontFamily → "Times"]]

```

Out[]:=



In[]:= **VFt**

Out[]:=

```

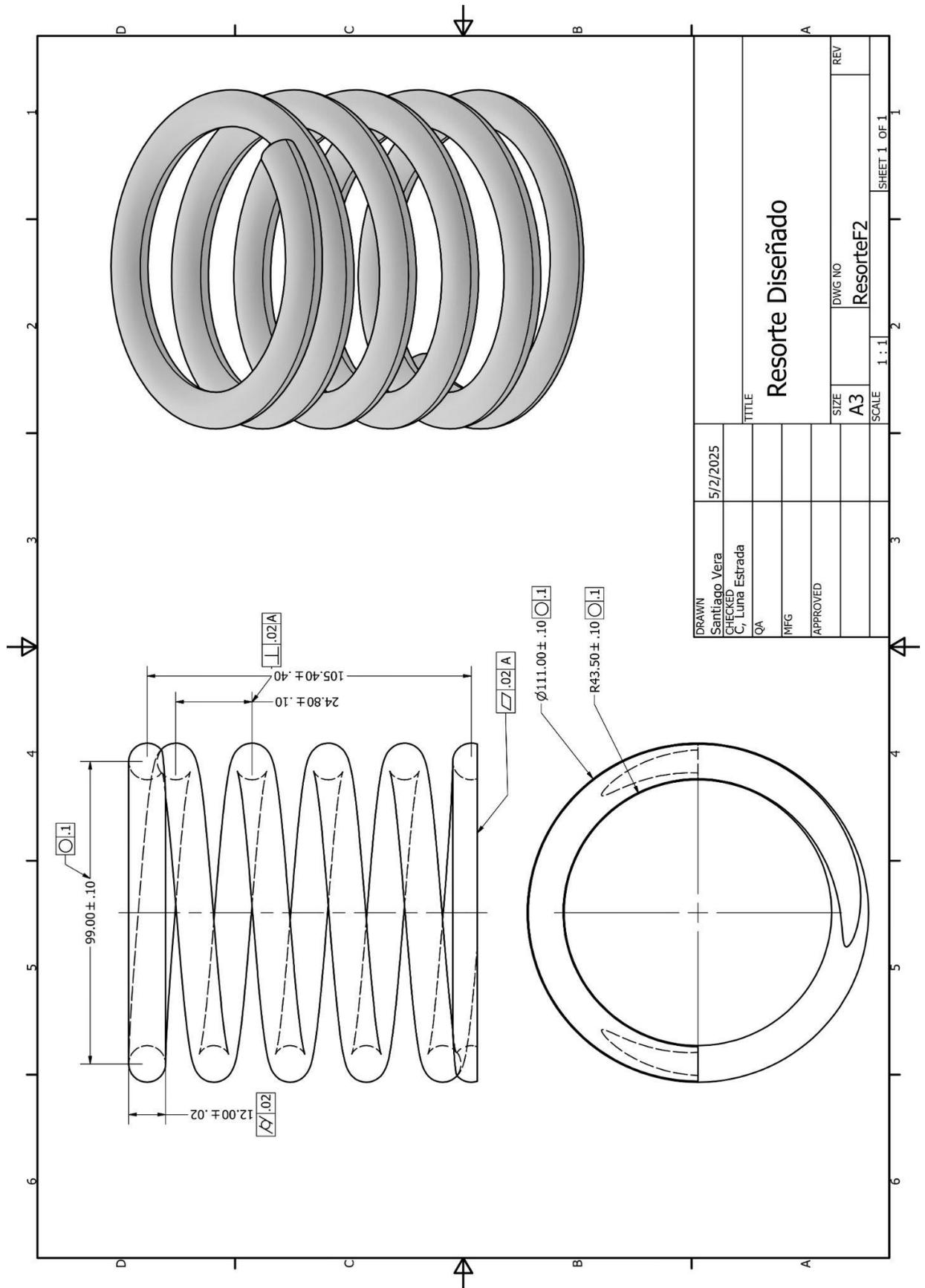
{{12.5, 6.75768}, {16, 7.07782}, {20, 7.50532}, {25, 7.25206},
 {31.5, 7.72206}, {40, 9.52942}, {50, 13.0987}, {63, 13.7206}, {80, 14.2436},
 {100, 16.882}, {125, 13.934}, {160, 10.16}, {200, 7.23201}, {250, 9.14391}}

```

d. Plano de resorte diseñado:

Para un resorte de carreras se pueden usar tolerancias de precisión similares a la clase IT7 o IT8 según ISO 286-1, donde se tendrán las siguientes:

- Diámetro del alambre: ± 0.02 mm
- Diámetro exterior del resorte: ± 0.1 mm
- Longitud libre: ± 0.3 mm
- Paso entre espiras: ± 0.1 mm

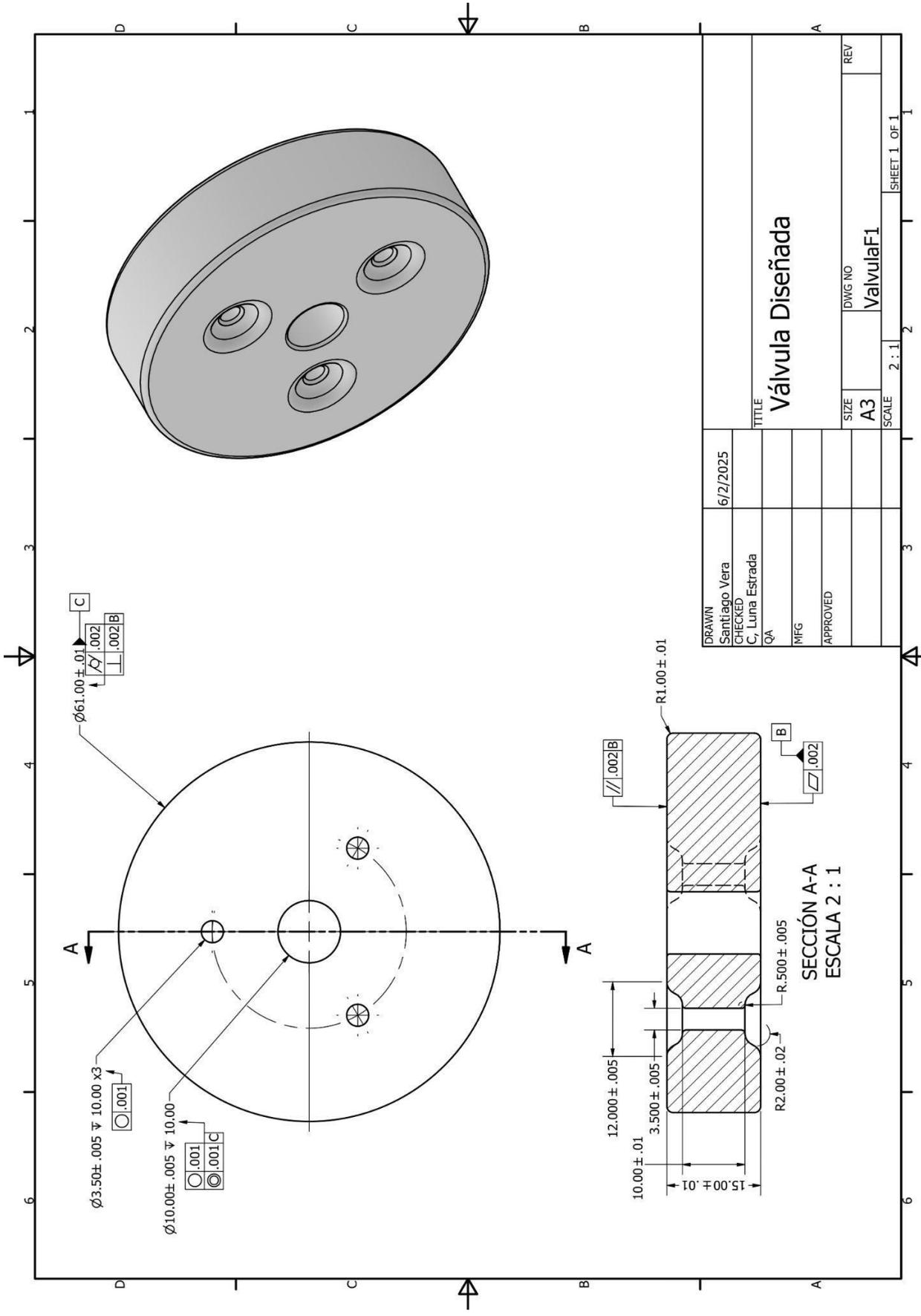


DRAWN	5/2/2025	TITLE	REV
Santiago Vera		Resorte Diseñado	
CHECKED		SIZE	DWG NO
C, Luna Estrada		A3	ResorteF2
QA		SCALE	1:1
MFG			
APPROVED			
			SHEET 1 OF 1

e. Plano de válvula de amortiguamiento diseñada:

Dado que la válvula regula el flujo de aceite con orificios y superficies de sellado críticas, se recomienda clase IT5 a IT6 en precisión (ISO 286-1):

- Diámetro de los orificios de paso de aceite: ± 0.005 mm
- Espesor de la válvula: ± 0.01 mm
- Planitud y paralelismo: 0.002 mm
- Diámetro exterior de la válvula: ± 0.01 mm



Capítulo 8:

Bibliografía

8. Bibliografía:

- A-Guide-To-Your-Dampers-Chapter-from-FSAE-Book-by-Jim-Kasprzak-Updated.* (n.d.).
- Budynas, R. G., & Keith Nisbett, J. (n.d.). *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley, 9na Edición.*
- César Estrada, A. L. (n.d.-a). *Dinámica de multicuerpos rígidos libres y forzados Fundamentos de Vibroacústica para el Diseño.*
- César Estrada, A. L. (n.d.-b). *Mecánica de vibraciones del medio continuo Fundamentos de Vibroacústica para el Diseño.*
- D. McClafin & A. Fatemi (2003). *Torsional and fatigue of hardened steel including mean stress and stress gradient effect.*
- FR. (n.d.). *History & Heritage A 120-year-old institution FIM People.*
- Isle of Man TT Races© - History _ Isle of Man TT Races©.* (n.d.).
- Kamal, M., & Rahman, M. M. (2014). Finite element-based fatigue behavior of springs in automobile suspension. *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering*, 10(1), 1910–1919. <https://doi.org/10.15282/ijame.10.2014.8.0159>
- Li, A. (n.d.). *Springer Tracts in Civil Engineering Vibration Control for Building Structures Theory and Applications.* <http://www.springer.com/series/15088>
- Ling, F. F. (n.d.). *Vehicle Dynamics and Control (Mechanical Engineering Series).*
- MS2223 Andreani MHS INFO.V0(1).* (n.d.).
- Octave Band Frequencies Octave Bands Octave Band Frequencies.* (n.d.). https://www.engineeringtoolbox.com/octave-bands-frequency-limits-d_1602.html
- Rao, M. D., Gruenberg, S., & Torab, H. (1999). Measurement of dynamic properties of automotive shock absorbers for NVH. *SAE Technical Papers.* <https://doi.org/10.4271/1999-01-1840>
- Servicios de mecanizado CNC de aluminio 7075-T6 _ Piezas personalizadas _ Mecanizado AT.* (n.d.).
- Suspension_Fluid_Tech_Info_2020.* (n.d.).